**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB**

**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET**

**CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

BRUNO MARIANO SILVA SANTOS

# O ENSINO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: Um diálogo entre a "fórmula de Bhaskara" e o método de completar quadrados

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA

2021

Trabalho de conclusão de curso a ser apresentado ao colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática (CCMAT) como requisito necessário para obtenção do Grau de licenciado em matemática no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), sob orientação da profa. Dra. Irani Parolin Sant´ana.

Vitória da Conquista - BA

2021

BRUNO MARIANO

# O ENSINO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: Um diálogo entre a “fórmula de Bhaskara” e o método de completar quadrados

Trabalho de conclusão de curso, apresentado a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como parte das exigências para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Vitória da Conquista, 22 de dezembro de 2021.

Banca Examinadora

Prof.ª Dr.ª Irani Parolin Sant’Ana – UESB
(Orientadora)

Prof.ª Arlete Lima Oliveira – UESB
(examinadora)

Prof.ª Ma. Veronice Meira da Silva – UESB
(examinadora)

Prof.ª Ma. Adriana Moraes Texeira- UESB
(examinadora)

Prof.ª Dr.ª Januária Araújo Bertani - UESB
(examinadora)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por todas as vezes que Ele me deu força quando pensei em desistir do curso ou redefinir meus objetivos.

A meus pais Bento Mariano dos Santos e Ana da Silva Almeida e demais familiares, pela oportunidade de me tornar um discente de um curso superior e pela educação e conselhos que me foram dados.

A minha namorada e companheira Herminia Laura, por ter me permitido compartilhartodos os momentos dessa minha jornada e por ter me apoiado, incentivando a persistir.

À minha orientadora, professora doutora Irani Parolin Sant´ana, pela acolhida e ensinamentos. Confesso que as orientações que foram prestadas me levaram a chegar até onde estou. Aqui lhe exprimo a toda minha gratidão!

Aos meus companheiros de todas as horas,que estiveram comigo ao longo do curso, Kelvin Silva Paiva e Karina Silva Pinheiro, no qual passamos juntos todas as dificuldades e felicidades da vida acadêmica.

A todos os meus amigos que entenderam a minha ausência durante esses últimos tempos, e mesmo assim me incentivaram a seguir adiante.

A UESB minha querida universidade e a todos os participantes do GEEM por todos os conhecimentos compartilhados nas reuniões.

Aos professores que participaram da banca de qualificação e defesa:Prof.ª Dr.ª Irani Parolin Sant'Ana, Prof. Dr.ª Januária Araújo Bertani, Prof.ª Ma. Veronice Meira da Silva, Prof.ª Ma. Adriana Moraes Texeira, Prof.ª Arlete Lima Oliveira, cujas contribuições foram de suma importância para a conclusão desse trabalho.

A todos, mesmo àqueles que porventura não tenham sido registrados aqui, meus sinceros agradecimentos.

**RESUMO**

Esta pesquisapropõe fazer uma reflexão sobre o uso de um método alternativo e suas contribuições no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo equação do 2° grau. E teve como propósito levar aos estudantes métodos para resolução da equação do 2° grau especificamente a chamada "fórmula de Bhaskara" e o método de completar quadrados.Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo e foidesenvolvida em uma turma de 1° ano do ensino médio do Colégio Estadual do Rio do Antônio, no período da pandemia de forma*online* e a coleta de dados foi feita a partir de dois formulários, em que o primeiro foi aplicado antes da atividade e o outro após a atividade. Pode-se concluir desta experiência o quanto o uso de materiais concretos e palpáveis é importante, pois oportunizou o aprendizado de conceitos matemáticos e produziram diversas comparações entre as duas formas de resolução salientando a importância do trabalho com métodos que remetem ao lúdico em sala de aula e contribuiu para suas habilidades cognitivas de aprendizagem.



**Palavras-chave:** Equação do 2° grau.Método de completar quadrados.Fórmula de Bhaskara;Materiais manipuláveis.

## LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

## LISTA DE GRAFICOS

## LISTA DE FIGURAS

Sumário

**Introdução**

Ao se pensar em um ensino de matemática comungamos com a ideia da produção de um pensamento crítico que esteja voltado para a formação de indivíduos capazes de se relacionar com os pares e conviver em sociedade. Entendendoque mudanças ocorreram na Matemática escolar, a exemplo disso, citaremos o evento de 1908 com a criação da Comissão Internacional de Instrução Matemática-ICMI[1], antes do evento da Educação Matemática, essa concepção de ensino em Matemática já se limitava a questões como: calcule a equação ou resolva, e o medo da disciplina era muito maior pela rigidez dos professores. Já que na época havia uma prática docente rigorosa, a partir de repetições e mecanizações.

Compreendemos que "a aprendizagem da Matemática não ocorre por repetições e mecanizações, mas se trata de uma prática social que requer envolvimento do aluno em atividades significativas" (NACARATO, et al., 2009, p. 34). De certo, que com a Educação Matemática a concepção de ensino da Matemática na forma tradicional passou por modificações na busca do que é o melhor para os estudantes e para os profissionais em educação.

Neste sentido, a Educação Matemática surgiu com o intuito de contribuir ''para uma cidadania responsável, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados, mas, pelo contrário, independentes – no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos – nos aspectos essenciais em que a sua vida se relaciona com a matemática'' (SERRAZINA, 1996, p. 19). De modo geral, a Educação Matemática toma como ponto de partida o cuidado com o estudante, considerando a sua realidade histórica e cultural, possibilitando a aprendizagem Matemática.

Em pleno século XXI, o ensino deste componente curricularque é vivenciado nas escolas segue um caminho contrário das estratégias de ensino presentes na educação matemática, a exemplo disso temos a forma limitada de como se é trabalhado os conteúdos. Visto que um fator essencial para a aprendizagem de um conteúdo é a forma como é ensinado. Este trabalho trata sobre a Equação do 2º Grau,conteúdos ensinados no nono ano do ensino fundamental.

[1]Organização internacional que se foca na Educação matemática.

Vale salientar a importância de relacionar esseconteúdo com sua parte histórica,com um breve relato sobre os matemáticos que deixaram contribuições sobre esse conceito se faz necessário e mostrar sua aplicabilidade no cotidiano.

Entretanto,no ano de 2021 em pleno século XXI, ainda é notório a grande presença de métodos ultrapassados na sala de aula, voltados à mecanização e repetição, em que muitos professores em sua prática ainda utilizam a explanação dos conceitos, resolução de alguns exemplos e a exercícios de fixação.

Neste trabalho centraremos no conteúdoequação do segundo grau, que na maioria das vezes fica limitado ao ensino de um ou dois métodos de resolução, portanto, "fórmula de Bhaskara” ou fórmula do discriminante. Além desse, a minoria dos professores, ainda, utiliza o método da soma e produto. No entanto, existem outras maneiras de se resolver a equação.

Este método de ensino através da fórmula de Bhaskara foi vivenciado na época em que cursei a 8° série do ensino fundamental e posteriormente no estágio supervisionado, que é um componente curricular obrigatório do curso de licenciatura em matemática. Observando o ensino de equação do segundo grau há uma prática ao ensiná-la em que, na maioria das vezes, o professor traz o exemplo de uma equação do primeiro grau, uma vez que estes conceitos já foram apreendidos, depois apresenta uma “nova” equação, fazendo comparações com o expoente, com os termos, iguala a equação a zero, e por fim introduz um método resolutivo para calcular os valores que zeram a equação.

Para se enquadrar à perspectiva da Educação Matemática esta pesquisa teve como objetivo geral: Desenvolver um estudo sobre a resolução de equações de 2° grau, fazendo um diálogo entre o método geométrico de “Completar quadrados” e o método algébrico presente na “fórmula de Bhaskara”.E como objetivos específicos: comparar o método de resolução de equações de 2° grau desenvolvido pelo matemático Al-Khwarizmi com o “método de Bhaskara” e observar se o trabalho com formas geométricas se torna mais atrativo para os estudantes.Diante destas razões surge a seguinte questão norteadora do trabalho é: De que maneira é possível fazer um diálogo entre o método geométrico de “Completar quadrados” e o método algébrico presente na “fórmula de Bhaskara” a partir da resolução de problema?

Para uma melhor exposição do tema em estudo e visando alcançar os objetivospropostos, o presente trabalho está dividido em quatro seções, na sequência constam àsconsiderações finais.

A primeira seção intitulada “um breve olhar para a história da álgebra” trata sucintamente de um levantamento histórico acerca do ramo da matemática Álgebra, mais precisamente sobre o estudo da equação do 2° grau. O desenvolvimento da álgebra está dividido em duas fases,a álgebra antiga – estudo das equações e o método de resolvê-las e a álgebra moderna – estudo das estruturas matemáticas como grupos, anéis, corpos e outros.

A segunda seção intitulada Método criado por Al-Khwarizmi (Completar quadrados), e a “fórmula de Bhaskara”, apresenta um pouco da história do matemático Al-Khwarizmi e do matemático hindu Bhaskara, nesta seção estarão presentes algumas contribuições destes matemáticos acerca da equação do 2° grau e um detalhamento sobre os métodos de resolução atrelados a estes dois estudiosos.

A terceira seção intitulada encaminhamentos procedimentos metodológicos está presente um breve detalhamento sobre os sujeitos da pesquisa, juntamente se deu a construção da pesquisa.

Na quarta seçãointituladaanálise e conclusãoé feito um detalhamento sobre o percentual das devolutivas dos estudantes presentes nos formulários 1 e 2, enfatizando algumas respostas que se destacaram perante a grande maioria, nesta seção também é trazido um detalhamento sobre os vídeos explicativos sobre os métodos de resolução acompanhado de alguns *prints* dos vídeos, imagens do material manipulável, *links* dos vídeos no *youtube*, gráfico, e imagens de alguns trechos das atividades. Enfim as considerações finais

## 1. Um Breve Olhar para a História da Álgebra

Nesta seção, serão tratadas algumasparticularidades referentes ao ramo da matemática, Álgebra, especificamente o conteúdo equação do 2° grau. Dessa maneira, vale aqui abordar um breve caminho a respeito da história que norteia o método de completar quadrados e o método do discriminante (Bhaskara) e os principais matemáticos que estudaram tais métodos.Fazer o estudo sobre a história de um determinado conceito Matemático é o mesmo que fazer uma caminhada por uma estrada que foi construída ao longo de vários anos.

Desta forma, é perceptível que ao longo destes anos, cada conceito matemático contou com a contribuição de vários povos e civilizações para a sua formulação, cada novo conceito surgia conforme as novas necessidades dos povos. Sendo assim, iremos agora percorrer um caminho ao longo da história da álgebra e da equação do 2º grau.

Compreendendo que a matemática é considerada uma criação humana, a partir desta visão é possível observar que ao longo dos anos, os diversos objetos matemáticos frutos de um longo processo de construções sócio-histórico-culturais que foram desenvolvidos por técnicas específicas de pensamento que contribuíram de forma específica para o desenvolvimento da sociedade.

Para produção de todo o conhecimento humano, é necessário um processo de construção e amadurecimento advindo das interações do homem com o meio em que vive. Este percurso é lento e progressivo, e na grande maioria das vezes, se deve, inicialmente, às necessidades a partir de novos desafios acerca da sobrevivência do homem e, posteriormente, à necessidade na busca de compreender o mundo que o cerca. De acordo com Vailati e Pacheco (s.d.), na matemática conceitos são construídos ou desfeitos a partir de diversas tentativas de solução das situações problema oriundas do mundo perceptível aos sentidos ou de reflexões teóricas relativas a modelos matemáticos obtidos por meio de generalizações das observações e hipóteses.

A álgebra abrange um campo de estudo ainda mais amplo. O seu desenvolvimento pode ser dividido em duas fases, falaremos de forma sucinta sobre a "álgebra antiga – estudo das equações e o método de resolvê-las e a álgebra moderna – estudo das estruturas matemáticas como grupos, anéis, corpos, etc" (VAILATI; PACHECO, s.d. p.8). É justamente no período da álgebra antiga que surgiram os primeiros estudos acerca da equação do 2° grau.

A época denominada "álgebra antiga" está contida entre (1700 a.C. a 1700 d.C.), e nesse período os marcos principais foram a invenção da linguagem simbólica e sua crescente evolução e o estudo de diversos métodos que se utilizavam de operações algébricas (adição, subtração, multiplicação, divisão, potência inteira e radiciação) com os coeficientes numéricos das equações para a obtenção de suas raízes.

> O surgimento da álgebra simbólica moderna teve início em torno de 1500 com a introdução de poucos símbolos; passou por 200 anos de aperfeiçoamento com a utilização de diversas simbologias e um processo de padronização de notação que se tornou estável em cerca de 1700(VAILATI; PACHECO, s.d. p.10).

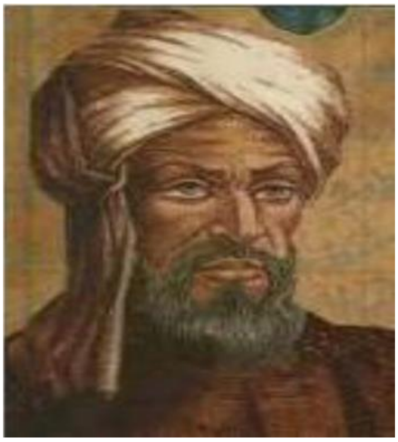
Tal evolução na notação por meio de símbolos possibilitou um maior aprofundamento no pensamento algébrico ao passar da "solução manipulativa de equações" para o estudo de suas propriedades teóricas.

Neste sentido a partir do método de completar quadrados (processo geométrico) iremos verificar, se os valores obtidos para *x* é efetivamente a solução da equação.

## 2. Métodode Completar quadradose a "fórmula de Bhaskara"

O método de completar quadrados foi criado por Muhammed ibn Musa Al-Khwarizmi, matemático que nasceu em torno de 780 e morreu por volta do ano 850, além de matemáticoera astrônomo e viveu no século IX, em Baghdad (BRITANNICA, 2020).Sabe-se pouco sobre sua vida. Há indícios de que ele, ou a sua família, era originário de Khwarizm, a região a sul do mar Aral, na altura parte da Pérsia ocupada pelo Árabes (atualmente parte do Uzbequistão). Ele não era árabe, e consequentemente é muito provável que sua língua materna também não era árabe, uma vez que os habitantes de Khwarizm possuíam uma língua própria na época. Porém os trabalhos acadêmicos desenvolvidos por ele em Bagdá foram escritos em árabe, a língua científica da época(PUIG, 2008a). A figura 1 face de Al-Khwarizmi.

Figura 1– Face de Al-Khwarizmi



Fonte: Livro Didático, Matemática Uma aventura do pensamento 1997

Em relação à matemática, fez diversas contribuições ao sistema numérico, à aritmética, à álgebra, à trigonometria e à geometria. A seguir algumas de suas contribuições.

> Duas de suas obras exerceram uma influência decisiva nos rumos tomados pela matemática. A primeira delas é o tratado de aritmética intitulado Livro da Adição e da Subtração segundo o Cálculo dos Indianos. Em seu texto são discutidos o sistema de numeração decimal posicional hindu e as operações feitas nesse sistema, incluindo a multiplicação e a divisão. Séculos mais tarde, as traduções latinas desse livro criariam na Europa a impressão de que o sistema de numeração nele descrito eram uma criação de seu autor. Os numerais indo-arábico ficaram então conhecidos com sendo de al-Khwarizmi, o que resultou nas palavras algarismo e algoritmo, incorporadas as línguas européias modernas (MOL, 2013,p.67).

O seu nome em influência sobre o título de sua principal obra, Al-jabr wa'l muqabalah, literalmente "Livro Compêndio sobre Cálculo por Restauração e Balanceamento", nesta obra, o matemático "al-Khwarizmi dissertou sobre soluções de equações de primeiro e segundo graus, tratadas de forma retórica, sem fazer o uso de símbolos" (MOL, 2013, p. 67).

Vale salientar que, "a primeira aritmética árabe que se conhece é a de Al-Khwarizmi" (EVES, 2004, p. 263).Nesta obra, ''Explicam-se as quatro operações elementares e resolvem-se equações lineares e quadráticas, estas últimas aritmética e geometricamente. O trabalho contém questões envolvendo mensuração geométrica e alguns problemas de herança (EVES, 2004, p. 263).

Para o desenvolvimento dos diversos métodos de resolução das equações de 2° grau, as primeiras civilizações fizeram o uso de procedimentos intuitivos e retóricos, devido aos poucos recursos algébricos disponíveis na época da álgebra antiga. Al-Khwarizmi utilizou uma estratégia diferente para a resolução das equações do 2° grau, embora equivalente à do matemático hindu Bhaskara. Ele desenvolveu um método geométrico para comprovar que um número positivo é raiz de uma equação do 2º grau, a partir disso iniciou-se a chamada álgebra geométrica.

## 2.1. Método de completar quadrado

O método de completar quadrados é uma maneira que pode ser utilizadapara resolverequações do 2° grau tanto para sua forma normal ou reduzida, para esse caso, é importante saber o que são produtos notáveis, a forma como as equações do 2°Grau pode ser escritas, e a relação que existe entre esses dois fatores.

### 2.1.1. Produtos Notáveis

Os Produtos Notáveis são multiplicações em que os fatores são expressões algébricas (polinômios). Geralmente são conhecidos como: o quadrado da soma de dois termos, o quadrado da diferença de dois termos, o produto da soma pela diferença de dois temos, o cubo da soma de dois termos e, por fim, o cubo da diferença de dois termos. Falaremos a seguir, apenas sobre os três primeiros deles, pois são os que resultam em expressões de 2° grau.

**Quadrado da somade dois termos**

Seja $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$ elementos que pertencem ao corpo dos números reais, érepresentado pela expressão $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{2}}$**,** para a resolução utilizamos a propriedade distributiva da multiplicação para desenvolvermos esse produto, o primeiro passo é representar a potência na forma de produto$(\mathbf{a}+\mathbf{b})^{\mathbf{2}} = (\mathbf{a}+\mathbf{b}) \,.\, (\mathbf{a}+\mathbf{b})$**,**em seguida aplicar a propriedade distributiva, isso é multiplicar separado cada termo e, somar ou subtrair o resultado.

$$(\mathbf{a}+\mathbf{b}).(\mathbf{a}+\mathbf{b}) = \mathbf{a}.\mathbf{a}+\mathbf{a}.\mathbf{b}+\mathbf{b}.\mathbf{a}+\mathbf{b}.\mathbf{b}, \text{ que implica em}$$
$$\mathbf{a}^2 + \mathbf{2ab} + \mathbf{b}^2$$

Desta forma podemos dizer que: o quadrado da soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, mais duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

**Quadrado da diferençados dois termos**

Representado pela expressão$(\mathbf{a} - \mathbf{b})^{\mathbf{2}}$, segue o mesmo processo utilizado para a expressão anterior. Temos que o**produto da soma pela diferença dedois termos:** é representado pela expressão:

$$\mathbf{a}^{\mathbf{2}} - \mathbf{b}^{\mathbf{2}} = (\mathbf{a}-\mathbf{b}).(\mathbf{a}-\mathbf{b}) = \mathbf{a.a} - \mathbf{a.b} - \mathbf{b.a} + \mathbf{b.b}, \text{que implica em}$$
$$\mathbf{a}^{\mathbf{2}} - \mathbf{2ab} + \mathbf{b}^2$$

Podemos dizer que: o quadrado da diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro termo, menos duas vezes o produto do primeiro termo pelo segundo, mais o quadrado do segundo termo.

**Oproduto da soma pela diferençadois termos**

Representado pela expressão: $\mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2$**,** essa expressão pode também ser resolvida utilizando os mesmos procedimentos anteriores pela propriedade distributiva da multiplicação ou através de uma regra prática e sendo considerada também produto notável, pela característica regular apresentada na resolução de situações semelhantes.

$$\mathbf{a}^2 - \mathbf{b}^2 = (\mathbf{a} + \mathbf{b}).(\mathbf{a} - \mathbf{b})$$

Se aplicarmos a propriedade distributiva na resolução da expressão $(\mathbf{a} + \mathbf{b}).(\mathbf{a} - \mathbf{b})$

$$\mathbf{a^2} - \mathbf{b^2} = (\mathbf{a} + \mathbf{b}).(\mathbf{a} - \mathbf{b}) = \mathbf{a.a} - \mathbf{a.b} + \mathbf{b.a} + \mathbf{b.b},$$

Note que como a multiplicação é uma operação comutativa os termos **– ab**e **+ ba** são opostos, por isso se anulam, assim obtemos como resultado $\mathbf{a^2} - \mathbf{b}^2$ **.**Oquadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

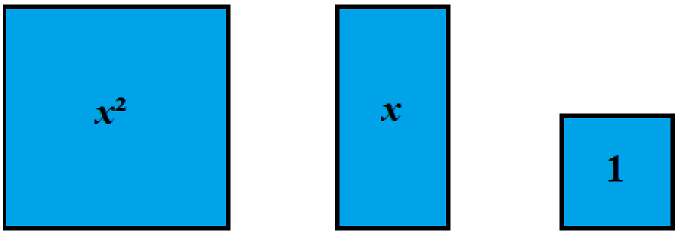
Um detalhe importante em relação a equação do segundo grau e os produtos notáveis é: Seja umaequação do 2°Grau**,** é possívelescrevê-la na forma fatorada, ou seja, retornar ao produto notável que a originou.

**2.1.2. Método de Al-Khwarizmi**

O método utilizado nessa pesquisa foi o de Al-Khwarizmi que combina álgebra com geometria para comprovar geometricamente quando um número é raiz de uma equação do 2° grau. Podemos verificar se a resposta é efetivamente a solução da equação$\mathbf{x^2 + 8x + 7 = 0}$.

Primeiro passo, vamos utilizar as seguintes figuras de cor azul que representam termos de valores positivos, quadrado grande, cujos lados possui medida *x*, retângulo cujos lados medem *x* e 1, e quadrado pequeno, cujos lados medem 1. Como se apresenta na figura 2.

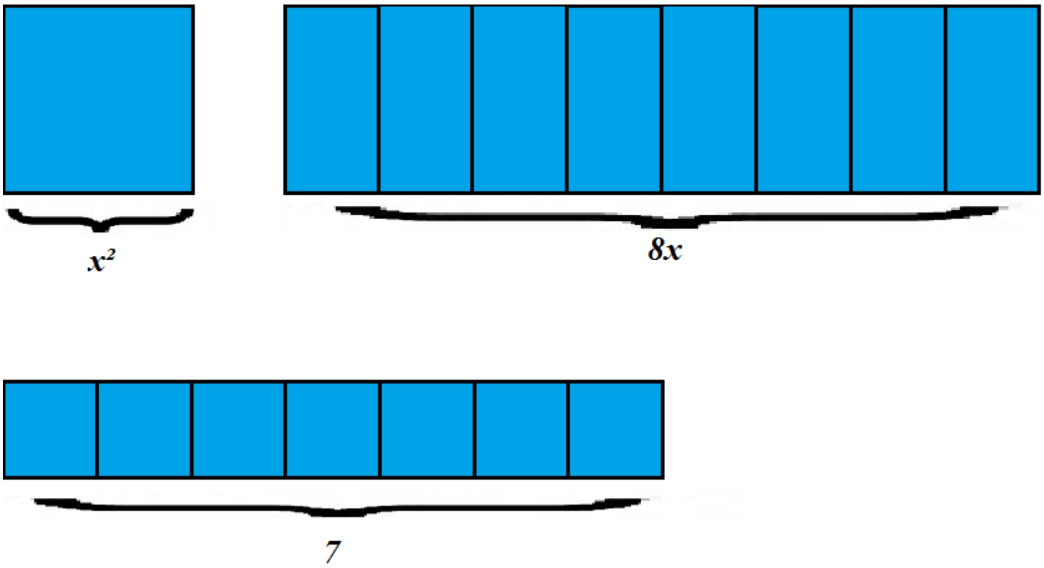
Figura 2 – Quadrados e retângulo




Fonte: Dados da pesquisa

A partir destas figuras devemos separar a seguinte quantidade de cada uma delas para representar a equação$\mathbf{x^2 + 8x + 7 = 0}$, isso é, 1 quadrado grande cuja área representa o termo $x^2$, 8 retângulos cuja área representa o termo 8x, e 7 quadrados pequenos cuja área representa o termo independente 7. Como representado na figura 3 a seguir.

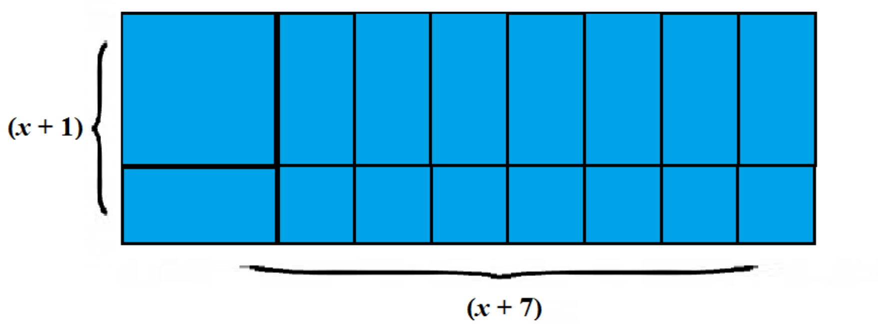
Figura 3 – Quantidade de figuras para representação da equação $\mathbf{x^2 + 8x + 7 = 0}$




Fonte: Dados da pesquisa

Após a quantidade de figuras separada de acordo com a equação trabalhada, faz-se necessário, organizar as figuras de modo que vire um único retângulo, como apresentado na figura 4.

Figura 4 – Montagem do retângulo com as figuras




Fonte: Dados da pesquisa

A partir da figura 4 é possível encontrar a área do retângulo formado, visto que temos como lado menor doretângulo igual a ($x$+1) e o lado maior ($x$ + 7).

$$\mathbf{(x+1).(x+7) = x^2 + 8x + 7}$$

Chegando assim ao produto notável "Quadrado da somados dois termos" que representa a área da figura, da expressão, que ao ser igualada a zero se torna uma equação do 2° grau. Ao igualar o produto notável a zero, temos que: $\boldsymbol{(x+1).(x+7) = 0}$.

Desta maneira, os valores de $x$ que tornam a igualdade verdadeira são consequentemente as raízes da equação, ou seja -1 e -7, desta forma, a partir do método de Al-khwarizmi foi mostrado que -1 e -7 são raízes da equação.

Com isso, é perceptível a existência de métodos diferentes que permitem obter as raízes da equação do 2° grau, sendo elas positivas, como também negativas, nas quais podem ser introduzidas no âmbito da sala de aula, visto que, o ensino da equação do 2° grau tem se limitado ao método apresentado por Bhaskara, muitas vezes como uma técnica única para resolver tais equações.

## 2.2. Método de Bhaskara[2]

O processo de ensino e aprendizagem da Equação do 2° grau que é o mais usual pelos professores da escola básica, como também é a proposta mais presente nos livros didáticos para resolução da equação e obtenção das raízes, é a popularmente conhecida fórmula de Bhaskara.

Geralmente o professor para apresentar o conteúdo faz o uso de umaequação do primeiro grau, no qual os estudantes já têma ideia de como resolver e em seguida apresenta uma equação do 2° graugenérica.

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$$

Com o intuito de que seja feita uma comparação entre as duas equações, e assim é possível notar as diferenças nos coeficientes e o expoente, em seguida esses coeficientes "ganham nome" (coeficiente angular, linear e termo independente), e logo após segue para a parte de resolução em quese busca encontrar os zeros da equação, ou seja iguala a equação a zero, e a partir daí é calculado os valores que zeram esta equação. Mas de que forma é calculado estes valores? Normalmente é apresentado aos estudantesa chamada "Fórmula de Bhaskara", muitas vezes sem nenhuma explicação de sua história.A fórmula de Bhaskara apresenta-se da seguinte forma:

$$\mathbf{x = -b \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}}$$

Habitualmentechamamos a expressão dentro da raiz quadrada dedelta**.** Calculando oseparadamente.

Nesta fórmula osestudantes devem primeiramente calcular um valor delta que é necessáriopara as próximas etapas do cálculo dos chamados $x_1$ e $x_2$ raízes da equação, porémmuitas vezes não chega ao conhecimento do estudante nenhum dado históricopor trás

[2]Bhaskara nasceu na cidade de Vijayapura na Índia, em 1114 e morreu em 1185 em Ujjain também na Índia, o matemático estudou astronomia e astrologia, dando ênfase á matemática. "Em suas obras, descreveu a Matemática conhecida na Índia, e acrescentou observações próprias. (Bongiovanni, Vissoto e Laureano, 1995, p.65). Vale salientar que, o nome de Bhaskara para essa fórmula resolutiva da equação do segundo grau é uma característica somente do ensino brasileiro e que se estabeleceu por volta da década de sessenta. Na literatura internacional não se encontra o nome de Bhaskara para essa fórmula, porque não é adequado, já que problemas que recaem numa equação do segundo grau já apareciam, há quase quatro mil anos atrás, em textos escritos pelos babilônios (VALE, 2013, p.27).

do que está sendo apresentado a ele. Observa-se que alguns professores preferem suas rotinas, resistindo a inovações, mas não é esse o nosso objeto de estudo.

No entanto vale salientar que ao trazer a história da matemática, tem-se a possibilidade de buscar outra forma de ver e entender essa disciplina, tornando-a mais contextualizada, mais integrada com as outras disciplinas, mais agradável. Em especial devido,

> As idéias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência. Em todos os momentos da história e em todas as civilizações, as idéias matemáticas estão presentes em todas as formas de fazer e de saber." (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

Por meio da história da matemática percebemos que a Matemática que estudamos hojepercorreu um longo caminho na história da humanidade. E está acessível a todo indivíduo e a importância dessa invenção depende do contexto social, político, econômico e ideológico (D'Ambrosio, 1999).

No que se refere ao assunto que envolve diretamente a "fórmula de Bhaskara" que o nome não se refere a pessoa que o criou, é conhecida por esse nome somente no Brasil, uma vez que no meio internacional não se encontra o nome de Bhaskara para essa fórmula, já que a equação do 2° grau já aparecia, há quase quatro mil anos atrás, em textos escritos pelos babilônios (VALE, 2013).

E o mesmo acontece para a existência de métodos diferentes de resolução, como o método de completar quadrados também apresentado nessa pesquisa. Ainda sobre este fato, Bhaskara teve contribuições no estudo da equação do 2° grau, resolvendo vários problemas complicados. No entanto, antes dele, a resolução da equação já havia sido apresentada.

> A matemática hindu produziu até o renascimento grandes personagens, dentre os quais destacam-se Aryabhata (séc. VI d.C.), Brahamagupta (séc. VII d.C.), Sridhara (séc. XI d.C.) e Bhaskara (1114-1185), que muito contribuíram para a resolução da equação do 2º grau ao resolver problemas. Segundo o próprio Bhaskara a regra que usava e que originou a fórmula atual era devido a Sridhara e que curiosamente é chamada, somente no Brasil, de Fórmula de Bhaskara (PEDROSO 2000, p. 6).

Bhaskara obteve um maior destaque em relação aos matemáticos hindus, e obtém um lugar de destaque pelo fato de ter formulado o seguinte modelo para representar a equação do

2° grau, sendo apresentada como ax² + bx = c. Logo, a partir deste modelo, ele construiu um novo método para obter as raízes da equação realizando algumas manipulações algébricas. Apesar de ser bastante conhecida obteremos a dedução do método de Bhaskara fazendo algumas transformações algébricas, da equação genérica $x^2 + bx + c = 0$, com a, b, c E IR e $a \neq 0$.

Considerando que, toda equação do 2° grau que for um trinômio quadrado perfeito, isso é, polinômio com três monômios.Assim, demonstraremos a "fórmula de Bhaskara" obtendo um trinômio quadrado perfeito.

### 2.3.1. A dedução da fórmula

Seja uma equação quadrática:$\mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c} = 0$;com a, b, c $\in$ IR e $a \neq 0$;
Para dar início a demonstração da fórmula,dividimos toda equação por a.

$$\frac{\mathrm{a}x^2}{\mathrm{a}} + \frac{\mathrm{b}x}{\mathrm{a}} + \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}} = \frac{0}{\mathrm{a}}$$

Simplificando chegamos na equação.

$$x^2 + \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}x + \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}} = 0$$

Posteriormente somar o inverso aditivo da constante $\frac{c}{a}$ dos dois lados da igualdade, onde obtemos a expressão:

$$x^2 + \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}x = -\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}}$$

Em seguida dividiremos $\frac{b}{a}$ por2, e elevaremos o resultado ao quadrado, pois nossa intenção agora é fazer com que a expressão $x^2 + \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}x$se pareça com a expressão $x^2 + 2ax + a^2$, como $\frac{b}{a}$corresponde ao termo $2a$, então $a$ é a metade de $\frac{b}{a}$.

$$\left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

Somando $\frac{b^2}{4a^2}$ dos dois lados da equação anterior, teremos.

$$x^2 + \frac{\mathrm{b}}{\mathrm{a}}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{\mathrm{c}}{\mathrm{a}} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Desta forma, poderemos escrever o primeiro membro como um produto notável[3]

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Em seguida buscamos simplificar a expressão do segundo membro o máximo possível, assim, multiplicando o numerador e o denominador por $4a$ da seguinte forma:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4aa} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\rightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

Aplicando a raiz nos dois lados da igualdade teremos:

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{-4ac + b^2}{4a^2}}$$

$$\rightarrow \sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{-4ac + b^2}{\sqrt{4a^2}}}$$

Resolvendo as raízes.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

[3]Trinômio quadrado perfeito: consiste em expressões que possuem 3(três) termos e que podem ser escritas como um quadrado perfeito.

Agora vamos somar o inverso aditivo de $\frac{b}{2a}$ nos dois lados da igualdade.

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

Somando as frações, assim chegamos a tão conhecida "fórmula de Bhaskara".

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que o discriminante mais conhecido por delta na educação básica se encontra dentro da raiz quadrada na demonstração da fórmula do Bhaskara. Geralmente ele é calculado separado por motivos didáticos.

A abordagem apoiada no contexto histórico por trás dos métodos utilizados e suas respectivas demonstrações são um tanto quanto interessantes, e a inserção de novos métodos de resolução e suas devidas demonstrações é capaz de tornar o aprendizado do estudantemais sólido e variado, uma vez que ele terá um leque de opções, maior na hora de resolver equações do 2° grau.

## 3. ENCAMINHAMENTOS TEÓRICO METODOLÓGICOS

O presente trabalho foi desenvolvido em uma turma da 1ªsérie do ensino médio da instituição Colégio Estadual do Rio do Antônio[4]- CERA, ao todo tivemos 24 (vinte e quatro) participantes na parte inicial da pesquisa, com faixa etária que variavam entre 14 e 19 anos. Apresentamos aqui os resultados obtidos na investigação, e. para isso foram analisados os dados obtidos nas atividades de ensino, e nos formulários respondidos pelos estudantes.

Esta pesquisa é de natureza qualitativa, envolve o contato direto do pesquisador com os participantes da pesquisa e aproxima-se do contexto desses participantes. Considerando que "[...] a pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p.11).

Neste sentido o presente texto tem o propósito apresentar atividade elaborada com métodos de resolução de equações de 2º Grau por meio dos métodos de resolução que são constituídos por uma história. Nessa pesquisa temos o intuito de responder à seguinte questão norteadora da pesquisa: De que maneira é possível fazer um diálogoentre o método geométrico de "Completar quadrados" e o método algébrico presente na "fórmula de Bhaskara". A partir da resolução de problema?". Para a coleta de dados, utilizamos dois questionários elaborados no Sistema de Formulários Google (Google Forms), que foi enviado via WhatsApp dos participantes da pesquisa. Ao todo disponibilizamos 28 formulários *on-line*paraestudantes de uma turma da1ªsérie do ensino médiodo município de Rio do Antônio no estado da Bahia e obtivemos respostas de 24 questionários.

A utilização de questionário como instrumento de pesquisa tem as seguintes vantagens:

> a) possibilita atingir grande número de pessoas, ainda que elas estejam dispersas numa área geográfica muito extensa, já que o questionário pode ser enviado pelo correio – e, neste caso, por WhatsApp; b) implica menores gastos com pessoal, posto que o questionário não exige o treinamento dos pesquisadores; c) garante o anonimato das respostas; d) permite que as pessoas respondam no momento que julgarem mais conveniente; e) não expõe os pesquisadores à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistado (GIL, 1999, p.121-122).

Contudo ao utilizar questionário corremos o risco de parte dos participantes do universo de pesquisa não responder dentro do prazo estabelecido, fato que ocorreu em nossa pesquisa.

---

[4] Possuímos um termo de consentimento da escola para expor a identificação dessa instituição de ensino, que se encontra em anexo.

O desenvolvimento se deu em 3 (três) etapas, a primeira, um questionário contendo perguntas voltadas para os conhecimentos dos estudantes sobre a equação do 2° grau, perguntas sobre sua rotina de estudos e sobre a disciplina de Matemática, ao todo obtivemos respostas de 24 participantes.

A segunda etapa foi divida em duas atividades sendo: Atividade dialogada de revisão com apresentação do conceito de área de figuras geométricas (quadrado e retângulo) e produtos notáveis que foi usada posteriormente para a resolução da equação do 2° grau; E atividade voltada para a resolução da equação do 2° grau e aplicação do método de completar quadrados,essa atividade é uma adaptação de um minicurso[5] realizado no XVII EBEM[6],em que cada estudante recebeu um conjunto de figuras geométricas (quadrado e retângulo) e um material com questões sobre equação do 2° grau que faz um diálogo entre os dois métodos (Baskara e completar quadrados) No texto da atividade está escrito um "passo a passo" de como proceder na atividade, as manipulações com as figuras geométricas seriam feitas com o auxílio do aplicador. Para esta segunda etapa tivemos uma redução significativa no número de participantes uma vez que apenas 9 participantes realizaram a etapa 2.

E a terceira etapa consistia em responder a um2° questionário de sondagem acerca da atividade aplicada, este questionário contém perguntas relacionadas a equação do 2° grau com uma perspectiva de avaliar após contato com o novo método que foi apresentado, todos os participantes que concluíram a etapa 2 também finalizaram a etapa 3. Sendo assim, descreveremos a elaboração e aplicação de uma sequência didática composta por atividades no ensino de Equações de 2° Grau, implementada no Colégio Estadual do Rio do Antônio com a turma da1ªsérie do ensinomédio.Para preservar a identidade dos sujeitos que participaram da pesquisa, eles serão identificados como: E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, ...e E23.

[5] Minicurso: MATERIAIS MANIPULÁVEIS PARA RESOLVER EQUAÇÕES DO 2° GRAU.
[6] Encontro Baiano de Educação Matemática – UNEB – Universidade do Estado da Bahia/ Campus II Alagoinhas – BA, 07 a 09 de junho de 2017.

Figura 5: Colégio Estadual do Rio do Antonio


Fonte: Dados do autor

O colégio estadual do rio do Antonio está situado na rua nossa senhora das graças – sn – centro – Rio do Antonio/BA, e tem como diretor e responsável administrativo, o professor Cleber Cleiton Silveira Teixeira, o colégio conta com duas modalidades de ensino, o ensino médio regular e curso técnico integrado, o colégio disponibiliza aos estudantes Internet, Biblioteca, Laboratório de Informática e alimentação e conta também com uma sala dos professores, oferecendo assim uma estrutura compatível às necessidades para o desenvolvimento educacional.

## 4. ANÁLISE E CONCLUSÃO

Como já mencionado a aplicação da atividade mediante os estudantes havia sido pensada para ser em uma sala de aula no modelo presencial, com a chegada da pandemia, houve uma mudança nos planos uma vez que reunir os estudantes se tornou algo inviável por conta da disseminação e contágio do vírus COVID-19. Levando em consideração o objetivo da pesquisa, solução encontrada foi trabalhar de forma individual por meio das mídias digitais mantendo assim o distanciamento e isolamento social.

Com esse intuito foram criadasatividades com o propósito de acrescentar o conjunto de saberes dos estudantes acerca da equação do 2° grau, no qual serão trabalhadas duas técnicas de resolução em paralelo, que são elas: O método de completar quadrados num formato que possibilite aos usuários (estudantes) a manipulação a partir de materiais concretos e palpáveis, e a popularmente conhecida fórmula de Bhaskara, no qual o estudante irá expressar toda a manipulação algébrica vista na escola. O desenvolvimento aconteceu em 3 (três) etapas.

A primeira etapa foi aplicação de um questionário elaborado no Sistema de Formulários Google 5 (*Google Forms*), que foi enviado ao grupo de *WhatsApp* dos estudantes participantes da pesquisa. Ao todo disponibilizamos 28 formulários on-line e obtivemos respostas de24formulários.As perguntas do formulário estavamrelacionadas aos conhecimentos dos estudantes sobre a rotina de estudos na disciplina Matemática e sobre aspectos voltados a equação do 2° grau.

O primeiro questionamento foi em relação sobre qual disciplina curricular que possuíam mais afinidade,obtemos como resposta que, 16,66% dos estudantes escolheram matemática como a disciplina que mais gosta, e 25% a que menos gostam, os demais responderam outras disciplinas. Este aspecto é de grande valia, visto quepode ser um indicativo da real motivação dos estudantes para seguir em frente na participação das próximas etapas da pesquisa, e devemos nos atentar que os estudantes estavam iniciando a primeiraserie do ensino médio, ouseja, é o contato inicial com as "novas disciplinas" levando em conta que a grade curricular do ensino fundamental II tem em torno de 8 (oito)disciplinas.

Sobre o questionamento a respeito da rotina de estudos, dos 24 estudantes, 4 (quatro) disseram que não possuem rotinas de estudo e os outros 20 (vinte) responderam de forma positiva em relação a sua nova rotina de estudos, 16 dos 20 tiveram respostas parecidas, e diziam que estudavam de segunda a sexta e até mesmo alguns disseram estudar todos os dias, 4 respostas chamaram bastante atenção por que mesmo a maioria dizer que sua rotina de estudos está sendo boa, estes enfatizaram também algumas dificuldades voltadas ao ensino remoto, e foram elas:

> E3: Está mais ou menos, pois não entendo muito bem os assuntos, pelo celular eu tenho muita dificuldade.
>
> E10: Teve algumas mudanças, estudar em casa não é a mesma coisa que estudar na escola, mas tiro no mínimo 2 horas por dia para ler a matéria. Quando não tem atividade para fazer, quando tem, uso mais tempo;
>
> E11: Está sendo muito cansativa estudo 4 horas por dia, onde são 40 minutos para cada matéria e estou tendo um aprendizado legal, mesmo não estando na escola;
>
> E19: Eu respondo todas as atividades enviadas pelos professores, mas ainda com um pouco de dificuldade, já que é meio complicado responder os exercícios sem ter alguém para tirar dúvidas.

A partir das respostas E3, E10, E11 e E19, percebemos alguns aspectos importantes, existe uma enorme falta do ambiente escolar, e principalmente da figura presencial do professor que a todo momento instiga o estudante nas possíveis dúvidas.

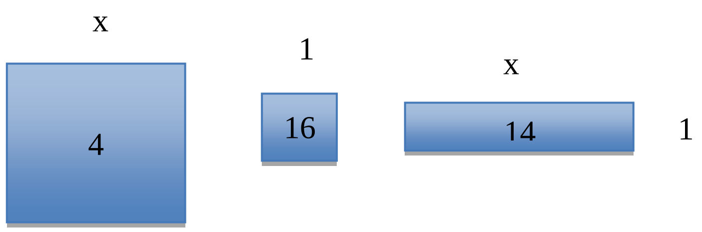
Considerando, que para ministrar o novo modelo de aulase equipamentos capazes de levar a melhor qualidade possível de áudio, vídeo, e velocidade para transmissões em tempo real. Alguns professores ainda se encontravam defasados em relação à tecnologia e tiveram que aprender quase do zero a manusear os equipamentos necessários para continuar levando conhecimento até os estudantes mesmo em tempos tão difíceis.

Em relação ao questionamento sobre o que se recordam do conteúdo equação do 2° grau, a maioria 58,33% disseram que sim em especialoscoeficientesa,b e c, delta, x’ e x” ou seja são elementos presentes na “fórmula de Bhaskara”, 41,67% disseram não se lembrar. E em relação ao conhecimento de outro métodoapenasum estudante relatou que conheceo método da soma e produto.Posteriormente, ao formulárioде sondagem sobre os conteúdos, entregamos as atividades impressas para os estudantes.

Por meio do grupo de *WhatsApp* foi solicitado o endereço de cada participante da pesquisapara realizar a entrega das atividades impressas, (o motivo pelo uso do formato impresso em folha de papel se deve a facilitar a escrita de cálculos e expressões matemáticas por parte dos participantes da pesquisa, uma vez que talvez nenhum deles ou uma pequena parcela tem facilidade para esta escrita usando algum software) e o recorte das figuras (quadrado e retângulo) necessários para as devidas manipulações.

A entrega foi feita de forma individual visando a proteção dos participantes e agilizar a entrega, uma vez que a ajuda de cada um era muito valiosa, então achamos melhor que cada um recebesse o material sem sair de casa. Cada estudante recebeu um envelope contendo, as duas atividades impressas[7] e um conjunto de figuras geométricas (quadrados e retângulos)contendo 4 modelos de quadrados grandes de lado igual a $x$, 14 modelos de retângulos cujos lados medem 1 e $x$ e 16 modelos de quadradinhos de lado igual a 1 que foram utilizados na resolução da atividade 2, como apresenta a figura 6, metade da quantidade de cada figura é da cor azul que representa valores positivos, e metade é da cor bege que representa valores negativos.

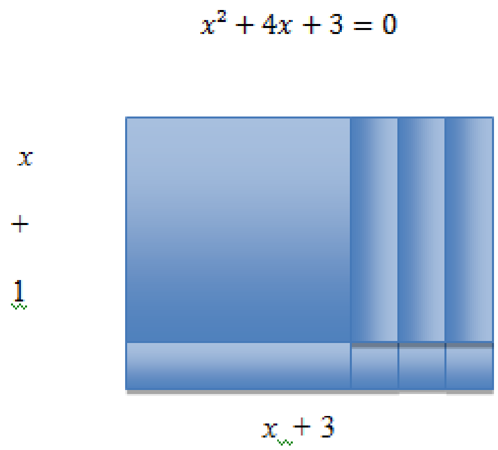
Figura 6: Quantidade de cada figura




Fonte: Dados da Pesquisa

Com este material, os estudantes deveriam montar retângulos a fim de representar uma equação qualquer, vamos usar como exemploa equação $\boldsymbol{x^2 + 4x + 3 = 0}$, para isso foramnecessárias as seguintes peças: 1 quadrado grande para representar o termo $x^2$, 4 retângulos para representar o termo $4x$ e 3 quadradinhos para representar o termo independente, a representação com o material fica da seguinte forma:

Figura 7: Representação da equação $x^2 + 4x + 3 = 0$




Fonte: Dados da pesquisa

[7]Apêndices p. 40

## 4.1. Revisão de conteúdo e desenvolvimento das atividades.

Na matemática, nota-se que os estudantes possuem dificuldades nos processos aritméticos (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação), assim como em procedimentos algébricos, os quais necessitam dos conceitos aritméticos para sua construção edesenvolvimento.

No método de resolução da Equação do 2° Grau utilizando a fórmula de Bhaskara, foi possível verificar que muitos estudantes não dominam a fórmula.E alguns dos erros estão aser relacionados às operações de potenciação e radiciação e o desconhecimento da regra de sinais dos números relativos. Fez se necessário o educador rever os pré-requisitos para inserir novos conteúdos, neste sentido que segue a atividade 1, com o propósito de iniciar algumas manipulações algébricas como o produto em uma forma genérica a fim de preparar os estudantes para os cálculos de área das figuras presentes na atividade 2.

### Atividade 1

A atividade foi pensada com o objetivo de revisar conceitos de produto de expressões algébricas e numéricas, uma vez que ao adicionar símbolos a expressões, os estudantes sentem dificuldades em entender que aquele símbolo representa a forma genérica de um número qualquer, e área de figuras planas especificamente quadrado e retângulo cujas medidas dos seus lados são representados por expressões compostas por letras e números, assim cada estudante deve fazer o produto dos lados do quadrilátero a fim de encontrar a expressão equivalente a área da figura, esses conceitos são necessários para a aplicação do método de completar quadrados que está presente na atividade 2.

Para a apresentação dos conceitos foi produzido por um dos autores[8] desta pesquisa um vídeo com as explicações de todos os conceitos abordados na atividade e compartilhado na plataforma *Youtube*, com os estudantes por meio de links[9] para acesso aos vídeos em que foram abordados o conceito de área de figuras planas (quadrado e retângulo).

> É preciso lançar a mão destes importantes recursos audiovisuais tão presentes na vida dos alunos para ofertar aulas mais próximas das vivências dos mesmos, nos deparamos com outra forma de estar, ver e ser no mundo, a escola deve introduzir cada vez mais os recursos audiovisuais e midiáticos no seu contexto (GAVA, 2015, p. 3).

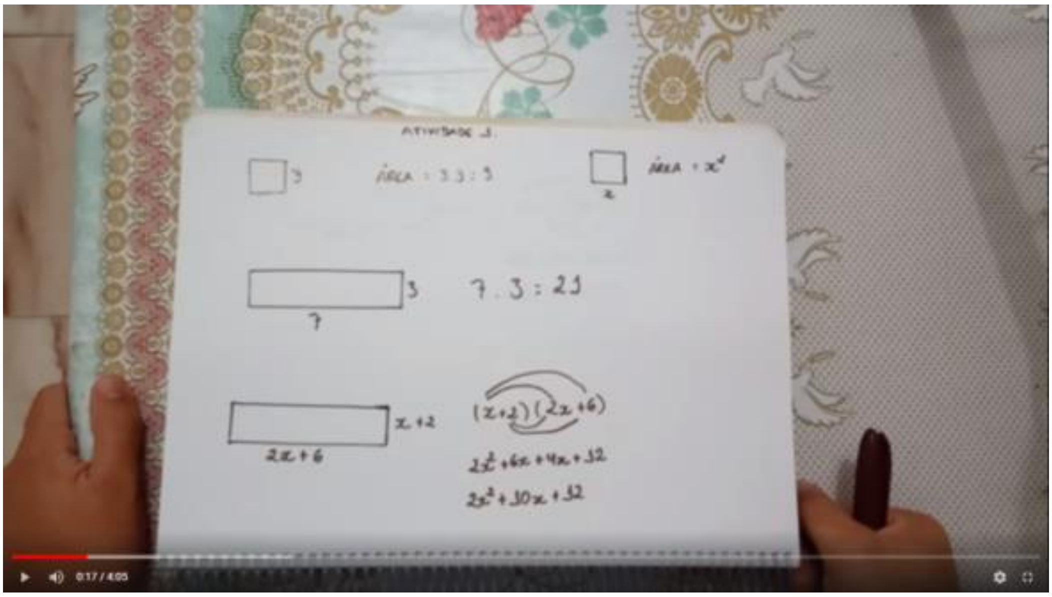
---

[8] Bruno Mariano Silva Santos

[9] Link do vídeo atividade 1: https://youtu.be/BVl6g3yMu2w

O vídeo gravado apresentou somente o caderno em que foram feitas as manipulaçõesalgébricas, as mãos do autor da pesquisa a fim de que os estudantes observassem o “passo a passo” da resolução, e a voz do autor da pesquisa no fundo instruindo a quem assiste todos os passos da resolução, os conceitos apresentados no vídeo são similares aos que estão presentes na atividade 1.

Figura 8: Explicação atividade 1

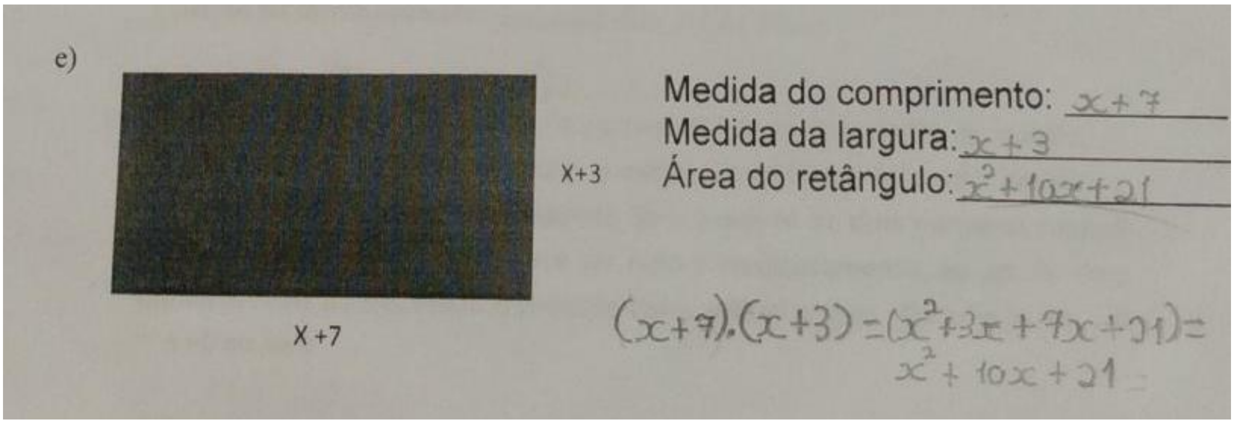



Fonte: Dados da Pesquisa

Foi solicitado aos estudantes que devolvesse as atividades noperíodo de 7 dias, durante esse períodotambém foram feitas algumas intervenções pelo *Whatsapp* para sanar possíveis dúvidas que surgiram no momento da resolução da atividade 1.Dos 24 participantes apenas 9 se dispuseram a resolver as atividades ea partir do momento em que todos devolveram as devidas resoluções, foi dada sequência à atividade 2.

Em relação a atividade 1, todos os 9 estudantes responderam a atividade por completo e a dúvida que surgiu foi de como representar a área de uma figura uma vez, que a medida dos seus lados não era dada por valores numéricos, assim, a partir de uma explicação de que a expressão obtida pelo produto dos lados representava a área da figura, todos os estudantes conseguiram dar prosseguimento na atividade, a imagem 9 apresenta a resolução de um estudante.

Figura 9: resolução atividade 1

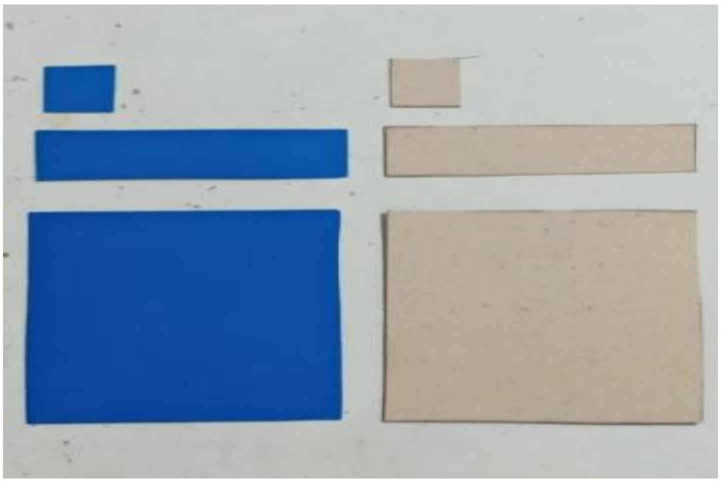



Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que o estudante identificou a medida do comprimento e largura do retângulo, e em seguida com esses dados encontrou a área do retângulo chegando em uma expressão que ao ser igualada a zero se torna uma equação do 2° Grau.

Posteriormente passamos para a atividade 2 que se refere a resolução da equação do 2° grau e aplicação do método de completar quadrados, da mesma forma que a etapa anterior cada estudante recebeu um conjunto de figuras geométricas (quadrado e retângulo) como mostra a imagem 3 e um material com questões sobre equação do 2° grau que faz um diálogo entre os dois métodos (Bhaskara, completar quadrados)[10].

Figura 10: Recortes das figuras em papel, que foram enviados aos estudantes.



Fonte: Dados da pesquisa

Observe que as figuras de cor azul estãorepresentando os valores positivos presentes nos lados do retângulo, e as figura de cor bege estãorepresentados os valores negativos

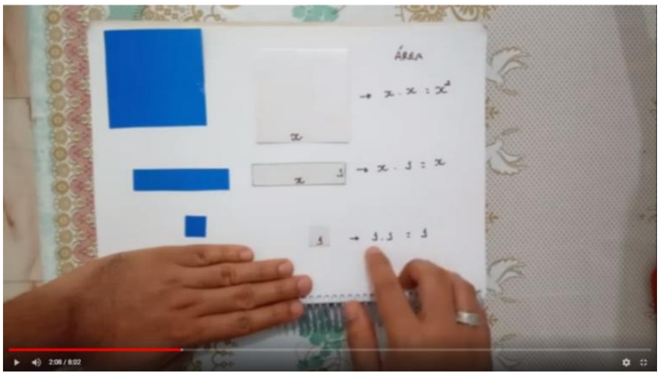
[10]Apêndices p. 43

presentes nos lados do retângulo, se em algum momento essas peças forem sobrepostas os valores se anulam, chegando assim a representação do zero. Todo o processo de resolução desta atividade foi utilizadoo mesmo molde da atividade 1, todos os participantes da pesquisa receberam a atividade de forma impressa, e como meio de instruí-los no decorrer da atividade também foram produzidos 3 (três) vídeos e compartilhados no *Youtube,* os vídeos de modo geral trazem uma introdução da atividade, e da sequência percorrendo todas as situações presentes na atividades fazendo um "passo a passo" de como montar as figuras (retângulos) referentes a cada equação do 2° grau, além da montagem dos retângulos, foram abordadas maneiras de como encontrar as raízes sendo positivas, negativas ou zero.

No primeiro vídeo foi trabalhado somente com equações de coeficientes positivos, o vídeo 2 dá sequência na atividade, só que desta vez, trabalhando com coeficientes negativos, e por fim o vídeo 3 que trata da parte de sobreposição das peças representando o valor nulo, os estudantes receberam os links[11] para acesso aos vídeos.

Para a atividade 2foi disponibilizado oum texto[12]que descrevia"passo a passo" como proceder na atividade, as manipulações com as figuras geométricas tiveram também auxílio do aplicador de forma online, pois a cada dúvida que surgia, acontecia um diálogo pelo *whatsapp* na busca de auxiliar o estudante a chegar no resultado, que foram enviadas por meio de fotos, vídeos e áudios contendo instruções sobre as resoluções.A partir do momento em que todos os 9 devolveram as devidas resoluções, foi dada sequência para o 2° questionário.

Figura 11: Vídeo da atividade 2



Fonte: Dados da Pesquisa

A finalização desta etapa foi lenta uma vez que se passaram 15 dias e alguns estudantes ainda não haviam dado uma devolutiva sobre as atividades, alguns disseram ter

[11] Link vídeo 2: https://youtu.be/6e7gX5_sWqY; Link vídeo 3: https://youtu.be/3eZO2t11mbw; Link vídeo 4: https://youtu.be/yw3o91VeORo

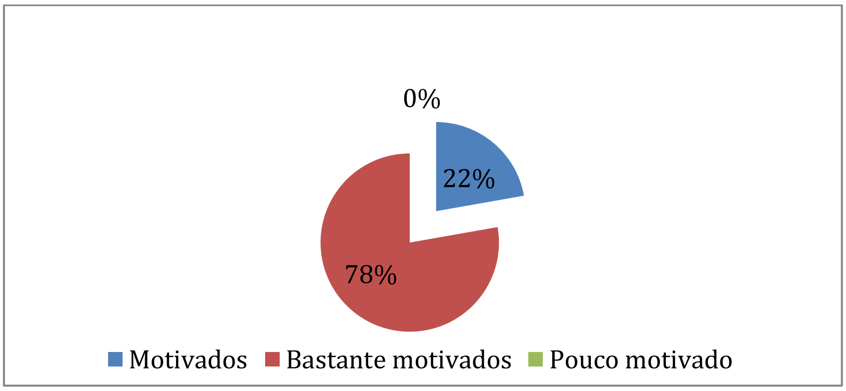
[12]Apêndice p. 41

problemas com a internet para acesso aos vídeos no *Youtube* e outros disseram que estavam dando prioridade as atividades da escola, com isso o prazo para a entrega das resoluções da atividade teve que ser prorrogado, mas ao fim de 20 dias todos já tinham completado esta etapa e assim foi possível prosseguir com a atividade.

A aplicação do segundo questionário teve como objetivo verificar o proceder dos estudantes em relação a atividade 2, foram disponibilizados 9 questionários, e obtivemos respostas de todos. A perguntas relacionadas a motivação dos estudantes, dificuldades para resolução da atividade, diferentes métodos de resolução, se o método apresentado foi atrativo ou não, comparações e vantagens observadas nos métodos, presença do lúdico nas aulas e por fim se o método de completar quadrados deveria ser apresentado nas escolas.

Em relação ao questionamento sobre como foi realizar a atividade neste momento de pandemia, se sentiu motivado? Este questionamento teve o intuito de entender o nível de motivação dos estudantes em realizar uma atividade além das que já eram passadas pelos professores uma vez que eles já possuíam uma rotina de estudos e o compromisso em realizar atividades passadas a sua turma: 2 estudantes disseram estar motivados e 7 estudantes estar bastante motivados para a resolução da atividade mesmo em tempos de pandemia. O gráfico1 demonstra melhor detalhamento sobre este percentual.

Gráfico 1: Motivação dos estudantes




Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 2 sobre as dificuldades ao resolver a atividade, obtivemos respostas semelhantes de 5(cinco) estudantes que disseram não sentir dificuldades na resolução da atividade; e 3 estudantes disseram ter sentido alguma dificuldade, mas não deixou explicito qual;apenas 1 estudante expressou dificuldade para resolver equações de 2° grau com frações. A figura 12quesito onde o estudante apresentou a dificuldade.

Figura 12: Quesito onde o estudante apresentou dificuldade

| Equação | Equação na forma fartorada | Raízes (x' e x'') |
| --- | --- | --- |
| a) $x^2 + 3x + 2 = 0$ | $(x+1)\ (x+2) = 0$ | $x' = -1$ e $x'' = -2$ |
| b) $x^2 + 7x + 12 = 0$ | $(x+4)\ (x+3) = 0$ | $x' = -4$ e $x'' = -3$ |
| c) $x^2 + 4x + 3 = 0$ | $(x+3)\ (x+1) = 0$ | $x' = -1$ e $x'' = -3$ |
| d) ... $x^2$ ............ $= 0$ | $(\quad)(\quad) = 0$ | $x' = ½$ e $x'' = -1/3$ |

Fonte: Dados da pesquisa

No que se refere a atividade que encontrou dificuldade esta sem resposta o item d, onde *x*' = ½ e *x*'' = -1/3. Observa-se que esta questão não foi respondida.

Neste aspecto, da resolução de equação quadrática que contêm frações, envolvem toda a parte de operações com frações e MDC, isto é, conteúdos que são pré-requisito para a resolução, e de certa forma alguns estudantesdeixam deresponder por não se lembrar destes conceitos.

Ao apresentar as raízes da equação o estudante deveria a partir delas encontrar o valor dos lados do retângulo, fazer o produto dos lados e a partir daí chegar na seguinte expressão $x^2 + \frac{x}{3} - \frac{x}{2} - \frac{1}{6}$, a partir desta expressãochegar a essa equação. Faz-se necessário recorrer a conceitos de conteúdos adquiridos anteriormente para a resolução, neste caso específico a subtração de fração com denominadores diferentes, o que provavelmente levou o estudante a apresentar dificuldades na resolução.

Sobre o questionamento se o método apresentado na atividade é atrativo, obtivemos de todos a mesma resposta, ou seja, todos os participantes acharam a resolução de equação pelo método de completar quadrado muito atrativa.

E como na atividade também existia aideiade fazer um diálogo entre as duas maneiras de resolver a equação, foi perguntado aos participantes quais comparações conseguiram fazer entre os dois métodos, a fim de entender o que é mais relevante para o estudante no momento da escolha entre qual método utilizar para resolução de equações,as respostas foram bastante parecidas, e os pontos mais comentados foram que o método de completar quadrados é fácil, rápido e pratico se comparado a fórmula de Bhaskara, alguns estudantes detalharam um pouco mais suas respostas, traremos essas devolutivas a seguir:

> E1: A fórmula de Bhaskara apesar de ser completa e fácil apresenta apenas o lado teórico, é muito grande e toma bastante tempo enquanto o método aprendido é rápido e prático podendo ser utilizado em provas.
>
> E2: A fórmula de Bhaskara é mais complexa, mas só mostra o lado teórico[13], e os quadrados é mais fácil de raciocinar;
>
> E3: Para aqueles que tem maior dificuldade ou menor afinidade com a matemática, a fórmula de Bhaskara pode parecer um desafio e até confundir algumas pessoas; com o método lúdico, mais atrativo e de forma mais simples, porém de igual resultado, diminui-se a dificuldade aparente e melhora a concentração, o que permitiria um melhor aproveitamento mesmo daqueles com dificuldades.

Entendendo que quando o estudante classifica algo como “mais vantajoso” e ao atribuir os adjetivos (rápido, prático e fácil), nos leva a crer que o método utilizado colaborou com o desenvolvimento, com o entendimento e com a aprendizagem dos conceitos da equação de 2° Grau.

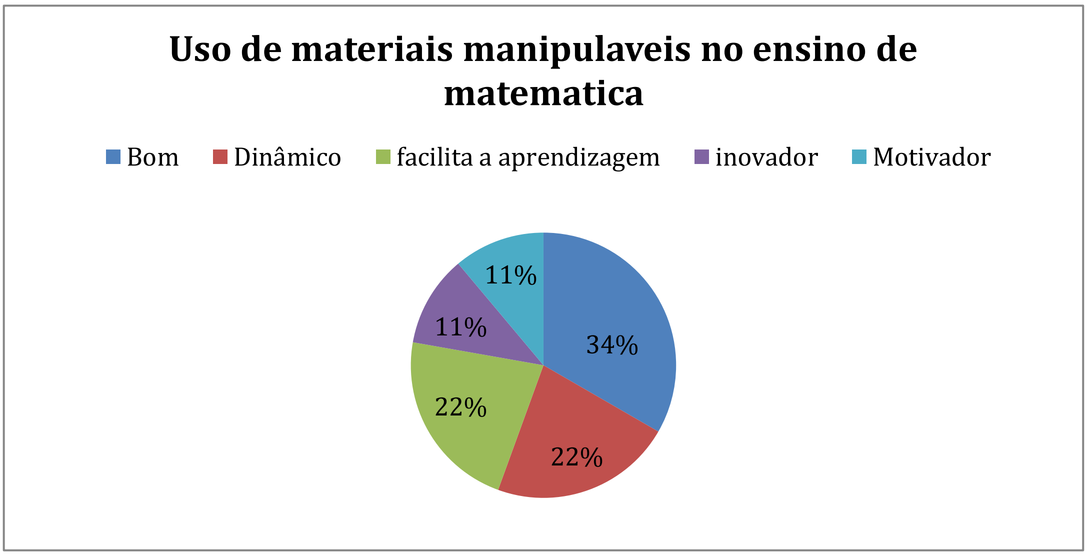
Partindo por esse lado foi levantado o seguinte questionamento o que você pensa sobre trabalhar com a matemática usando materiais manipuláveis como por exemplo os quadrados e retângulos usados na atividade aqui proposta? A maioria dos participantes disseram achar bom, dinâmico, divertido e motivador, e outro detalhou um pouco mais a sua resposta, dizendo:

> E3: Seria muito interessante; em questão de aprendizagem, facilitaria a concentração e correção, além de ser um método mais prático e aplicável, além disso, também serviria como forma de atrair mais pessoas para o estudo da matemática, tornando-a mais "acessível".

Segue o gráfico 2 com o detalhamento de todo o percentualdas respostas referentes ao questionamento.

[13] Lado teórico é o termo utilizado pelos estudantes E1 e E2 para caracterizar a Álgebra, Ponte (2005, p.39) contribui que, uma dificuldade da álgebra “está em traduzir informação da linguagem natural para a linguagem algébrica”, uma vez que na concepção desses estudantes quando desenvolvemos a álgebra para eles há a teorização, no caso a formalização. No entanto, quando trabalhamos a geometria, por estar desenvolvendo o conceito com figuras, recorrendo à visualização, eles não percebem que também envolvem conceitos matemáticos, pois caracteriza como sendo prático.

Gráfico2: Uso de materiais manipuláveis




Fonte: Dados da pesquisa

Salientemos que existem diversos recursos extremamente úteis no ensino-aprendizagem da Matemática, que proporcionariam o prazer em aprender a Matemática, evitando dessa forma, que a transmissão de conhecimento destecomponente curricular seja realizada, apenas, de forma técnica e metódica, como tem-se visto ao longo dos anos.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Compreendendo que todos os métodos de resolução e suas demonstrações foram de importância ao longo da história da matemática seja ele algébrico, gráfico, cartesiano ou geométrico, não podemos resumiraprática de ensino a apenas a um método de resolução para um determinado conteúdo.

Apresentar os conteúdos da matemática com diversas maneiras de se resolver o mesmo problema, mostrando sua aplicabilidade diversifica o olhar do estudante, motivando o despertar para a matemática fazendo com que ele perceba a conexão dos conteúdos aprendidos, ou seja, da aritmética, a álgebra, a geometria que são conteúdos que podem e devem ser trabalhados interligados e assim ampliando e assimilando o conteúdo.

Em relação a Equação do 2º Grau, assunto tratado nesta pesquisa, faz-se necessário apresentar os métodos existentes para sua resolução, o que não deve é se prender apenas a um único método.A utilização dos diversos métodos existentes dá ao estudante a opção de escolha daquele que mais lhe convém no momento, visando se enquadrar às aplicações da matemática nas diversas ciências e muitas outras atividades inerentes ao conteúdo.Trazer a contextualização histórica e de elementos que proporcionam a prática, os diferentes conceitos,tornando as atividades atrativas, capacitando-os a gerar discussões ainda mais ricas a cerca do que se é trabalhado.

Diante dos objetivos propostos nesta pesquisa de desenvolver um estudo sobre a resolução de equações de 2° grau, fazendo um paralelo entre o método geométrico de "Completar quadrados" e o método algébrico presente na "fórmula de Bhaskara". Podemos afirmar que mesmo com um número pequeno de estudantes os nossos objetivos foram alcançados, visto que, no início de nossas atividades os estudantes não conheciam outro método de resolução de equação de 2ºGrau.

As atividades propostasexploraram mais de uma forma de resolução, e ao apresentar métodos algébricos de resolução das equações do 2º grau, comparando-os com as respectivas e devolutivas dos participantes da pesquisa, foi possível fazer diversas comparações entre as duas formas de resolução salientando a importância do trabalho com métodos que remetem o lúdico em sala de aula.

Acreditamos que conseguimos responder nossa questão norteadora do trabalho, pois foi levado aos estudantes uma atividade que possibilitou, fazer um paralelo entre o método geométrico de "Completar quadrados" e o método algébrico presente na "fórmula de Bhaskara" a partir da resolução de problemas comparando os dois métodos.

## 6. REFERÊNCIAS

BONGIOVANNI, V. VISSOTO, O.R. E LAUREANO,J.L. Matemática e vida. São Paulo: Ática 1995.

BRITANNICA, THE EDITORS OF ENCYCLOPAEDIA."al-Khwārizmī".EncyclopediaBritannica, 18 Feb. 2020. Disponívelem:[https://www.britannica.com/biography/alKhwarizmi. Accessed 15 November 2021](https://www.britannica.com/biography/alKhwarizmi).

D'AMBROSIO, U. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999, p. 97-115

EVES, H. Introdução à História da Matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas – SP: Editora d -a Unicamp, 2004.

GAVA, F. G. O video e seu uso na sala de aula. Prefeitura Municipal de Sorocaba/SP - Secretaria da Educação, 2015. Disponivel em: . Acesso em: 2018 Outubro 18.

GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. 5. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

**_______________Matemática Uma aventura do pensamento**. São Paulo: Ática, 1997.

MATOS, José Manuel; SERRAZINA, Maria de Lurdes: Por que Ensinar Matemática.
In: **Didáctica da Matemática**. Lisboa: Universidade Aberta, p. 15-28, 1996.

MOL, R. S. Introdução à História da matemática/ Rogério S. Mol. –Belo Horizonte: CAED—UFMG, 2013.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PEDROSO, H. A. Uma Breve História da Equação de 2º. Grau. Revista eletrônica de matemática. Jataí, n. 2, p. 1-13, 2010.

PONTE, J. P. Álgebra no currículo escolar. Educação e Matemática. n. 85, 2005.

PUIG, L. Histórias de al-Khwārizmī (1ª entrega). Suma, [badalona], n. 58, p.1-5, jun. 2008a.

ROQUE, Tatiana. História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.VAILATI, J. de S. PACHECO, E. R. Usando a História da Matemática no Ensino daÁlgebra. s.d. Disponívelem:<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4.pdf >.

VALE, A. AS DIFERENTES ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU. Tese (Mestrado em matemática) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Mossoró, p.27. 2013.

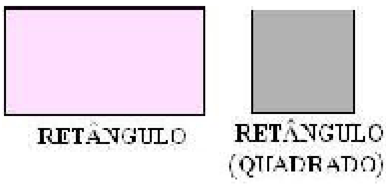
# 7. APÊNDICES

## Apêndice 1: Atividade 1

**Atividade 1:** A Atividade 1, tem como objetivo, revisar alguns conceitos de Geometria Plana, e algumas manipulações algébricas, Tais como: (i) medida de seguimentos (lados) (ii) o conceito de produto, (iii) e área de quadrados e retângulos, esses conceitos são necessários para o desenvolvimento da Atividade 2, cada exercícios é feito a partir de figuras já determinadas em cada quesito.

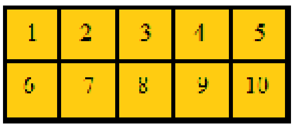
### Atividade 1:.

O **Retângulo** é uma figura geométrica plana, composta por quatro lados e quatro ângulos internos retos (90 graus). Existem dois tipos de retângulos: com os lados todos iguais (quadrado) e com os lados diferentes.




**O que é área? Área** é o espaço dentro de uma forma geométrica plana. Podemos também pensar em área como a quantidade total de espaço que uma forma geométrica ocupa.

Exemplo: o retângulo abaixo tem uma área de 10 unidades quadradas porque *cobre* 10 unidades quadradas.




### Fórmula da área de um retângulo

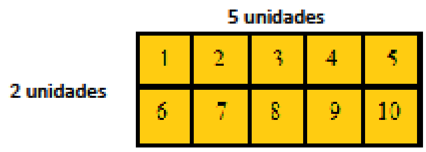
Para calcular a área de um retângulo, multiplicamos o comprimento do retângulo pela largura do retângulo, como mostra o esquema a seguir:

$$\text{Área do retângulo} = \text{comprimento} \times \text{largura}$$

No caso do quadrado, multiplicamos um lado do quadrado por outro lado do quadrado, como mostra o esquema a seguir:

Área do quadrado = lado × lado

**Exemplo 1.**

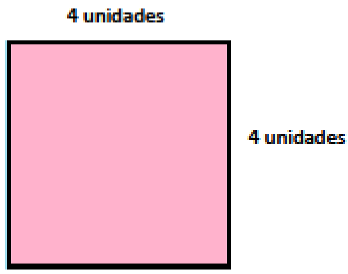



Área do retângulo = comprimento × largura

Área do retângulo = 5 × 2

Área do retângulo = 10 unidades quadradas

**Exemplo 2.**




Área do quadrado = lado × lado

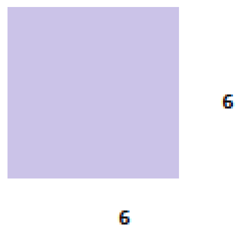
Área do retângulo = 4 × 4

Área do retângulo = 16 unidades quadrada

Atividade 1:. Revisando a área do retângulo

1º) A partir dos conceitos abordados acima, indique a medida dos lados e a área das respectivas figuras a seguir:

a)

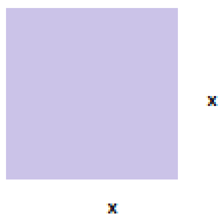



- Medida do lado: ________
- Área do quadrado:______

b)


- Medida do comprimento: ________
- Medida da largura:______________
- Área do retângulo:______________

c)




- Medida do lado: ________
- Área do quadrado:______

d)


- Medida do comprimento: ________
- Medida da largura:______________
- Área do retângulo:______________

e)


- Medida do comprimento: ________
- Medida da largura:______________
- Área do retângulo:______________

Apêndice 2: Atividade 2

**Atividade 2:** Essa atividade tem o propósito de apresentar o método geométrico de Al-Khwarizmi denominado atualmente como "método de completar quadrados" para a resolução das equações de segundo grau, e aplicá-lo em algumas questões e para fazer uma comparação com o "método de Bhaskara".

A atividade 2 se inicia com um breve histórico sobre o método de Al-Khwarizmi para a resolução de equações do tipo $ax^2+bx+c=0$e ressalta que, naquela época eram consideradas apenas raízes positivas já que os números negativos ainda não eram conhecidos nesta época, nos dias atuais o método abrange também raízes negativas e o zero.

Nas questões a seguir serão apresentadas equações com raízes positivas, negativas, positiva e negativa, zero e positiva, zero e negativa, e zero. A cada questão será pedido que os alunos a resolvam: pelo método de Al-Khwarizmi e pelo "método de Bhaskara". Vale salientar que, serão apresentadas instruções para resolução das situações contidas em cada questão a partir do método geométrico utilizado por Al-Khwarizmi

## Atividade 2:. USANDO CARTÕES PARA RESOLVER EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU

**OBJETIVOS:** O objetivo dessa oficina é utilizar materiais manipuláveis de forma lúdica e dinâmica para fatorar trinômios e resolver equações do 2° grau com raízes racionais usando figuras geométricas.

**METODOLOGIA/ROTEIRO DA ATIVIDADE:**

1ª Parte: **Fatorando trinômios do segundo grau**

a) Você recebeu um kit com modelos de figuras planas: 4 modelos de quadrados grandes de lado igual a *x*, 15 modelos de retângulos com medidas dos lados 1 e *x* e 16 modelos de quadradinhos de duas cores de lado igual a 1. Usando essas figuras, determine algebricamente a expressão que representa a área de cada uma delas! ______________________________________________

b) Considerando a álgebra dos números inteiros, a cor branca foi escolhida para representar expressões com coeficientes positivos e as de cor vermelha representando expressões com coeficientes negativos. Utilizando esse material tente representar a fatoração do trinômio $x^2+3x+2$ em uma expressão do tipo ($x^{□}$ ± b) ($x^{□}$ ± c) onde b e c são números inteiros. Com essas peças monte um retângulo. As dimensões desse retângulo podem ser representadas pelo produto de quais expressões algébricas? Assim$x^2+3x+2=$ ( ? ) ( ? ).

c) Usando o mesmo método, fatore os seguintes trinômios:

$x^2+6x+9=(\ \ ?\ \ )(\ \ ?\ \ )$

$2x^2+6x+4=(\ \ ?\ \ )(\ \ ?\ \ )$

2ª Parte: **Resolvendo equações do segundo grau sem usar a fórmula do discriminante.**

**a)** Use a fatoração para resolver a equação $x^2+3x+2=0$.

**Equação na forma fatorada:** ______________________

**Raízes ($x'$ e $x''$):** ______________________________

**b)** Com as peças, forme um retângulo representando cada equação do quadro. A seguir, destaque as suas dimensões e escreva-a na forma fatorada. Resolva a equação e anote suas raízes.**Lembrete: Se o produto de dois números reais é igual a zero, então um deles deve ser nulo e reciprocamente, se um de dois números reais é zero, então o produto deles é igual a zero. Ou seja, $a \times b = 0$ □ $a=0$ ou $b=0$**

| Equação | Equação na forma fatorada | Raízes ($x'$ e $x''$) |
|---|---|---|
| a) $x^2+6x+5=0$ | | |
| b) $x^2+6x+8=0$ | | |
| c) $x^2+3x=0$ | | |
| d) $x^2+7x+12=0$ | | |

As equações do quadro são da forma $x^2+bx+c=0$ e podem ser escritas na forma fatorada: $(x+p)\,(x+q)=0$. Responda as seguintes questões:

- Que relação existe entre $p$ e $q$ e o número $c$?
- Que relação existe entre $p$ e $q$ *e o* número $b$?
- Que relação existe entre as raízes da equação $x^2+bx+c=0$ e os números $b$ e $c$?

Agora resolva as equações algebricamente sem utilizar o material:

a) $x^2+9x+20=0$ b) $x^2+10x+9=0$

3ª Parte: **Ampliando conhecimentos – Equações com coeficientes negativos.**

a) Vamos agora considerar equações cujos coeficientes de seus termos são números negativos. Considere que as peças não brancas anulam uma parte da área das peças brancas quando são **sobrepostas** a elas. Então, a sobreposição de duas peças iguais de cores diferentes corresponde à área zero. Usaremos este fato para escrever a equação $x^2-3x+2=0$, na forma fatorada.

b) Com o material que você dispõe, com quais peças representaria a equação $x^2-3x+2=0$? Com essas peças monte um retângulo. Se precisar sobreponha peças.

c) Quais as expressões algébricas que representam as dimensões do retângulo branco?

d) Resolva a equação $x^2-3x+2=0$.

Com as peças, forme um retângulo associado a cada equação do quadro. A seguir destaque as suas dimensões e escreva-a na forma fatorada.

| Equação | Equação na forma fatorada | Raízes ($x'$ e $x''$) |
|---|---|---|
| a) $x^2-5x+6=0$ | | |
| b) $x^2+2x-3=0$ | | |
| c) $x^2-2x+1=0$ | | |
| d) $x^2-3x=0$ | | |

Analise seus resultados da mesma forma que você fez anteriormente.

- Que relação existe entre $p$ e $q$ e o número $c$?
- Que relação existe entre $p$ e $q$ *e o número b?*
- Que relação existe entre as raízes da equação $x^2+bx+c=0$ e os números $b$ e $c$?

Resolva as equações sem utilizar o material.

a) $x^2+11x+30=0$ b) $x^2-2x-35=0$

4ª Parte: **Avançando...**

Encontre as raízes das equações abaixo:

a) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $x^2 + 4x + 3 = 0$

Agora que você descobriu como resolver uma equação do 2° grau por meio da fatoração, complete o quadro abaixo com as informações que estão faltando, observando a lógica das equações do segundo grau:

| Equação | Equação na forma fartorada | Raízes (x' e x'') |
|---|---|---|
| a) $x^2$.........................=0 | $(x+1)\ (x+2) = 0$ | $x' = -1$ e $x'' = -2$ |
| b) $x^2$.........................=0 | (      ) (      ) = 0 | $x' = -4$ e $x'' = -3$ |
| c)...............................=0 | (      ) (      ) = 0 | $x'$ = ...... e $x''$ =....... |
| d) ... $x^2$.....................=0 | (      ) (      ) = 0 | $x' = ½$ e $x'' = -1/3$ |

Apêndice 3: Termo de autorização para uso de nome e imagem do Colégio Estadual do Rio do Antonio.

**TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA USO DO NOME E IMAGEM DO COLÉGIO ESTADUAL DO RIO DO ANTONIO**

Sr. Cleber Cleiton Silveira Teixeira
Diretor, responsável administrativo
Rio do Antonio,13 de dezembro de 2021

Eu, Bruno Mariano Silva Santos, graduando no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, matricula 201510297 e CPF 06303693563, venho solicitar ao **Diretor, responsável administrativo do Colégio Estadual do Rio do Antonio**, professor Cleber Cleiton Silveira Teixeira a autorização para utilizar a nome da instituição escolar assim, como a imagem da escola na pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso -TCC, intitulada "O ENSINO DA EQUAÇÃO DO SEGUNDO GRAU: UM DIÁLOGO ENTRE A "FÓMULA DE BHASKARA" E O MÉTODO DE COMPLETAR QUADRADOS", sob a minha responsabilidade e orientado pela professora pesquisadora profª. Dra. Irani Parolin Sant´Ana, sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes, a utilização somente para fins científicos. Agradecemos antecipadamente e esperamos contar com a sua colaboração.

Atenciosamente,

Bruno Mariano Silva Santos
Bruno Mariano Silva Santos

Cleber Cleiton Silveira Teixeira
**Prof. Cleber Cleiton Silveira Teixeira**
**Diretor, responsável administrativo do Colégio Estadual do Rio do Antonio**
RUA NOSSA SENHORA DAS GRACAS SN CENTRO – Rio do Antonio/BA