



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB DEPARTAMENTO
DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

DENISE LIMA RIOS

**ABORDAGENS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES NO ENCONTRO
NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM) ENTRE 2010 E 2019**

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
2020

DENISE LIMA RIOS

**ABORDAGENS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES NO ENCONTRO NACIONAL
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM) ENTRE 2010 E 2019**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título Licenciada em Matemática sob a orientação da Professora Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti.

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
2020

TERMO DE APROVAÇÃO

DENISE LIMA RIOS

ABORDAGENS PARA O ENSINO DO TEOREMA DE TALES NO ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (ENEM) ENTRE 2010 E 2019

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Roberta D'AngelaMenduni-Bortoloti

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Orientadora

Jonson Ney Dias da Silva

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Examinador

Irani Parolin Sant'Ana

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Examinadora

Vitória da Conquista, fevereiro de 2020

AGRADECIMENTOS

“A gratidão é o que de maior valor podemos pagar pelo carinho que recebemos” (Luzia Santiago). Assim, agradeço primeiramente a Deus pelo seu cuidado de Pai e pela sua misericórdia. Obrigada, Senhor pelos teus feitos em minha vida.

Aos meus familiares, pois como diz a canção de Padre Antônio Maria “ É no campo da vida que se esconde um tesouro. Vale mais que o ouro, mais que a prata que brilha. É presente de Deus, é o céu já aqui, o amor mora ali e se chama família ” é assim que vocês são para mim: um tesouro enviado pelo Senhor. Em especial, agradeço aos meus pais e minhas irmãs por todo apoio, cuidado e, por se fazerem presentes em todos os momentos de minha vida.

A você, Patrick toda minha gratidão, pelos conselhos, incentivos e por ser sustento de Deus para mim. Quero poder junto contigo, caminhar em direção ao céu. Obrigada por tudo, meu amor.

Às meninas da “ Casa das Rosas ” por toda paciência e zelo durante esse tempo de convivência. Fernanda, Joice e Thaís, sou grata a Deus pelo dom da vida de cada uma de vocês.

Aos meus amigos, pois “ Na amizade descanso sem preocupação alguma, porque nela eu sinto a Deus ” (Santo Agostinho).

À minha orientadora Roberta, por todo esse tempo de aprendizado, pelos ensinamentos, pelas “ chamadas de atenção ” quando se fez necessário, por mesmo com minhas dificuldades, enfrentar comigo esse trabalho. Obrigada por contribuir com meu processo de formação e acima de tudo, por ter sido instrumento de Deus nos momentos em que pensei em desistir.

Ao grupo de pesquisa Pracomat – Lesson Study pela parceria e pelos momentos importantes de discussões e reflexões que vieram a colaborar no meu percurso acadêmico.

Ao professor Jonson e a professora Irani por aceitarem o convite de participar da banca examinadora, visto que, acredito que as contribuições de vocês serão importantes para esse trabalho.

Enfim, a todos que de algum modo contribuíram no meu processo de formação acadêmica.

RESUMO

Neste trabalho, que se caracteriza como Revisão Sistemática de Literatura, temos por principal objetivo levantar diferentes modos de ensino do teorema de Tales. Para tanto, nos aportamos, sobretudo, em Brito e Neto (2018) que tratam em sua pesquisa a respeito do pequeno número de trabalhos, apesar da relevância desse conteúdo, apresentados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Nesse sentido, como procedimento metodológico, fizemos uma seleção dos trabalhos apresentados no ENEM, no período compreendido entre 2010 e 2019 e os analisamos por meio da categorização. A partir dos resultados obtidos nessa pesquisa, percebemos que as estratégias de ensino, como história da matemática; atividades investigativas; modelagem matemática; softwares; formação de grupos para pesquisa, podem contribuir no ensino-aprendizagem do Teorema de Tales, cooperando não somente com o processo formativo do discente, mas também com a formação do docente. O conteúdo semelhança de figuras ou de triângulos é desenvolvido por quase todos os autores. Isso implica dizer que trabalhar o teorema de Tales depois de ter ensinado semelhança pode ser mais apropriado. Espera-se que os apontamentos dessa pesquisa possam contribuir para o processo formativo de professores e futuros professores de Matemática.

Palavras-chave: Teorema de Tales. Ensino. Revisão Sistemática de Literatura. Formação de Professores.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	7
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	10
2.1 Tales de Mileto e seu teorema.....	10
2.2 O Ensino do Teorema de Tales.....	12
3 CAMINHO METODOLÓGICO.....	15
4 ANÁLISE INDIVIDUAL DE CADA TRABALHO.....	20
5 ABORDANDO O TEOREMA DE TALES NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	28
5.1 Como o teorema é enunciado?.....	28
5.2 Relacionaram com quais conteúdos?.....	29
5.3 Quais as Estratégias de ensino e quais resultados chegaram?.....	30
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	35
7 REFERÊNCIAS.....	37

1 INTRODUÇÃO

A maneira como é apresentada um conteúdo matemático em sala de aula pode ser um fator relevante para melhor compreensão dos conceitos matemáticos e de seu uso pelo aluno. Nesse sentido, são empreendidos esforços por professores e licenciandos em Matemática, bem como por pesquisadores em Educação, a fim de contribuir com a melhoria do processo de ensino-aprendizagem nessa área.

Com relação a afirmação acima, acontecimento ímpar, em minha trajetória enquanto licencianda em Matemática, foi quando me deparei com o conteúdo que envolvia proporcionalidade, atuando no Ensino Fundamental, durante a disciplina de Estágio Supervisionado I, realizado em 2017, disciplina obrigatória do V semestre do curso de Licenciatura em Matemática da UESB – Vitória da Conquista. A professora orientadora da disciplina, Roberta D'Ângela Menduni-Bortoloti, percebeu a minha dificuldade em trabalhar com esse conteúdo. Diante disso, esta me fez o convite para participar de um grupo de pesquisa colaborativo denominado Práticas Colaborativas em Matemática (PRACOMAT) – *Lesson Study (LS)*, constituído por docentes que atuam na educação básica e no ensino superior e, licenciandas em Matemática. Formando assim, um total de 8 colaboradores, sendo eles: uma professora de ensino superior; uma de ensino superior e básico; um professor e três professoras do ensino básico e; duas licenciandas em Matemática. Visto que, nesse grupo, estava sendo discutido acerca do Teorema de Tales, assunto que envolvia a proporcionalidade o que, de certo modo, contribuiria para que eu obtivesse uma melhor compreensão a respeito do conteúdo, possibilitando assim, exercer de uma maneira mais satisfatória o meu papel de Estagiária.

A saber, esse grupo tem por objeto de estudo a *Lesson Study*, uma metodologia de origem japonesa voltada para o desenvolvimento profissional do professor, que tem como intuito aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem. O interesse do grupo em planejar uma sequência didática sobre o Teorema de Tales, na perspectiva da *Lesson Study*, partiu de uma das integrantes do grupo que também relatou a sua dificuldade em introduzir o Teorema de Tales, uma vez que a seu ver, os livros realizavam a abordagem do assunto do mesmo modo, de maneira um tanto “direta”.

O grupo percebeu que em Livros Didáticos a forma de abordá-lo não era prática, no sentido de desenvolver uma atividade ao ar livre e medir altura e sombras, como Tales fez, nem tão pouco investigativa. Na maior parte dos Livros Didáticos que o grupo investigou, o teorema era proposto de forma enunciada, o que pode interferir na compreensão dos estudantes e sua aplicação em situações-problema (GIOVANNI; CASTRUCCI, 2009). Contudo, não podíamos

generalizar, afinal estávamos nos pautando apenas em Livros Didáticos. E como seriam em outros materiais bibliográficos?

A partir dessa problemática, origina-se uma oportunidade de elaboração do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) que tem, pois, como principal questionamento a seguinte pergunta: De que modo o Teorema de Tales vem sendo ensinado na Educação Básica?

Sendo assim, para realização deste trabalho foram feitas pesquisas acerca do teorema em questão, visando perceber como ele é abordado. A partir dessas nos deparamos com dificuldades em identificar trabalhos em periódicos que tratassem sobre o Teorema de maneira distinta do que comumente apresentam os livros didáticos.

Nessa perspectiva, Brito e Neto (2018) apresentam um panorama sobre o Teorema de Tales, dos últimos quase 20 anos – entre 1998 a 2016 - dos trabalhos apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Este encontro é tido como o principal encontro de professores de matemática no Brasil. Conforme, ainda, os autores supracitados, apesar da relevância acerca do tema, foram apontados um número pequeno de pesquisas nesse evento. Para os autores, a falta de ênfase dada ao tema pode estar relacionada a fatores como: a pouca importância dada ao assunto, a ausência de percepção do potencial agregador desse conteúdo, à validação do Teorema ou tratamento rigoroso dado a esse assunto. Esse último fator, segundo os autores (2018) pode ser uma dificuldade para que o professor explique esse conteúdo.

Em uma pesquisa realizada por Leite (2013), com 182 alunos do 1º ano do Ensino Médio e professores sobre a condução de assuntos geométricos em turmas de 9º ano do Ensino Fundamental - ano em que é comumente trabalhado o Teorema de Tales - foi evidenciado o “conhecimento precário” ou não conhecimento de alguns conteúdos geométricos analisados, dentre eles o Teorema de Tales, pois 66,5 % disseram não ter estudado esse conteúdo no nono ano. É importante ressaltar que mesmo os alunos que manifestam um bom rendimento “são frutos de um ensino que renega a prática do aprendizado geométrico” (p.74). Nesse sentido, o autor destaca os principais problemas identificados em sua pesquisa que apontam a dificuldade no aprendizado da geometria em sala de aula, a saber: a) Prática tradicional na abordagem dos conteúdos, exposições e exemplificações com exercícios similares; b) Conhecimento insuficiente em relações aos conteúdos básicos de geometria em séries anteriores; c) Ausência de interligação entre os conceitos em abordar os assuntos geométricos; d) Apresentação de fórmulas e procedimentos pelos professores e memorização dos mesmos pelos alunos; e) Ausência de demonstrações geométricas, por julgar inapropriado aos seus alunos; e, f) Restrição do trabalho com assuntos geométricos, restringindo sua abordagem no final do ano letivo.

Diante dessa realidade, considerando as dificuldades apresentadas referentes ao trabalho com conhecimentos geométricos, em específico, com o Teorema de Tales, as minhas dificuldades enquanto estagiária, bem como as dificuldades apresentadas pelo PRACOMAT-LS, e o que mostram algumas pesquisas (LEITE, 2013; BRITO e NETO, 2018), apresentamos como principal objetivo deste trabalho: levantar diferentes modos de ensinar o Teorema de Tales.

Para isso, faremos uma revisão sistemática de literatura, na qual, serão analisados artigos e relatos de experiência, apresentados em eventos entre os anos de 2010 e 2019 que tratam acerca desse assunto. Assim, poderemos investigar e, quiçá, aprimorar o processo de ensino e aprendizagem do Teorema de Tales nas aulas de Matemática na educação básica. Além disso, os apontamentos dessa pesquisa podem contribuir para o processo formativo de professores e futuros professores de Matemática.

A seguir apresentaremos o capítulo revisão de literatura, dividido em duas subseções: Tales de Mileto e seu teorema e o Ensino do Teorema de Tales. Na primeira, apresentamos um breve contexto histórico sobre a vida de Tales de Mileto, suas colaborações e alguns enunciados do Teorema de Tales. Na segunda subseção, pronunciamos sobre o ensino da Geometria e o ensino do Teorema de Tales a partir das recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017).

No capítulo seguinte apresentaremos o tipo de pesquisa, os trabalhos selecionados e as categorias definidas para análise. O quarto capítulo traz a análise individual de cada trabalho. No quinto a análise e discussão dos resultados e, nas considerações finais exibimos nossas considerações a partir da análise feita nos trabalhos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Tales de Mileto e seu teorema

De acordo com Boyer (1906) Tales de Mileto foi um filósofo, matemático e astrônomo grego, sendo considerado um dos mais relevantes Pré-Socráticos. Contudo, não se sabe muito a respeito de sua vida e sua obra. Este filósofo nasceu por volta de 624 a.C. em Mileto, na região da Jônia, antiga colônia grega na Ásia Menor, lugar onde atualmente se encontra a Turquia e diz-se que ele morreu aos 78 anos. É apontado, a partir do ponto de vista antigo, como um homem de muita inteligência.

Segundo Boyer (1906) para alguns historiadores da matemática antiga, Tales deu início a geometria demonstrativa, visto como o primeiro matemático a colaborar com sistematização dedutiva da geometria. Isso se deu pois, no decorrer de suas viagens à Babilônia, ele aprendeu a respeito da “proposição agora conhecida como teorema de Tales – que um ângulo inscrito num semicírculo é um ângulo reto” (BOYER, 1906, p. 34). Entretanto, as descobertas não pararam por aí, visto que, mais adiante, Tales atribui ao teorema uma espécie de demonstração. Além disso, a esse acontecimento, ou simplesmente lenda, foi acrescentado mais quatro proposições subsequentes, em que Proclus concede a Tales ter certificado e provado, são elas: 1) Um círculo é bissectado por um diâmetro; 2) Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais; 3) Os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais; e, 4) Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes. (BOYER, 1906, p. 34)

Outro fato da história de Tales de Mileto são os inúmeros relatos sobre o cálculo da altura da pirâmide feita por ele. Segundo Laêrtios (2008) citado por Fontana (2011, p. 26)

A mais antiga é concedida a Tales por Hierônimos de Rodes, ao que tudo indica, o procedimento mais fácil para verificar a altura de uma pirâmide, em que “Hierônimos conta-nos que Tales mediu a altura das pirâmides pela sombra das mesmas, fazendo a medição na hora em que a nossa própria sombra corresponde ao nosso tamanho.

Outra explicação dada por Leão (2010) é que segundo o historiador Plutarco, Tales

[...] colocaste apenas o bastão em pé no limite da sombra projectada pela pirâmide, de forma a desenhar dois triângulos com a tangente de um mesmo raio de sol, conseguindo assim demonstrar que a pirâmide estabelecia com o bastão a mesma relação que a sombra da primeira estabelecia com a sombra do segundo. (LEÃO, 2010, p.54-55).

Para Tales conseguir medir a altura da pirâmide, ele percebeu “que os raios solares que chegavam à Terra estavam na posição inclinada e eram paralelos” (JANSEN; SILVA; COSTA;

MELO, 2019, p.5), concluindo, então, que havia entre as medidas da sombra e a altura dos objetos uma proporção.

De acordo com Bongiovanni (2007), para os gregos a proporcionalidade tinha uma imensa relevância, especialmente na arquitetura e agrimensura. Por esse motivo, “[...]conjectura-se que a primeira sistematização da geometria pode ter sido em torno da questão da proporcionalidade de segmentos determinados por um feixe de retas paralelas e outro de retas transversais” (BONGIOVANNI, 2007, p. 99). Sendo chamado de teorema dos segmentos proporcionais ao longo de vários séculos.

Assim, essa sistematização geométrica foi chamada de teorema dos segmentos proporcionais ao longo de vários séculos e é conhecida, atualmente, no Brasil, como Teorema de Tales.

Conforme Pereira (2005), ainda no fim do século XIX o Teorema de Tales era somente reconhecido como o Teorema das Linhas proporcionais, e através de buscas nos livros de Matemática como o de “Arão Reis, Algacyr Munhoz Maeder e Jácomo Stavale, o aparecimento do nome teorema de Thales relacionado ao teorema da Proporcionalidade surgiu na segunda metade do século XX” (PEREIRA, 2005, p.29), aparecendo, em seguida, vários enunciados relacionados ao teorema. Diante disso, através de uma busca feita por HélèneDervaz e Nicole Koget (1995), Pereira (2005) apresenta ainda alguns enunciados do Teorema Tales, tornando-se possível ter um olhar sobre como é proferido o teorema nos demais países, sendo eles:

Na Itália os segmentos determinados por um feixe de paralelas sobre duas transversais são diretamente proporcionais; na Alemanha o teorema de Thales é enunciado como “todo triângulo inscrito numa semicircunferência é retângulo”; porém o teorema que corresponde ao teorema de Thales utilizado no Brasil é conhecido como Teorema dos Segmentos Proporcionais: “Se um feixe de retas concorrentes é cortado por duas retas paralelas, então a razão entre as medidas dos segmentos determinados por uma reta do feixe é igual à razão entre as medidas dos segmentos correspondentes determinados sobre qualquer outra reta do feixe”; e, na Espanha, se cortamos duas retas quaisquer por várias retas paralelas, os segmentos correspondentes determinados em ambas, são proporcionais. (PEREIRA, 2005, p.29-30)

Apresentamos mais alguns enunciados referente ao Teorema de Tales em livros, a saber: “Se duas retas são transversais de um feixe de retas paralelas, então a razão entre dois segmentos quaisquer de uma delas é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes da outra” (DOLCE e POMPEO,1993, p.185); “Se um feixe de paralelas determina segmentos congruentes sobre uma transversal, então determina segmentos congruentes sobre qualquer outra transversal” (ANDRINI; VASCONCELLOS 2012, p. 158); “Um feixe de retas paralelas

determina em duas transversais segmentos proporcionais” (GIOVANNI; CASTRUCCI, 2009, p.206).

Diante do exposto é possível perceber que existem diferentes formas de enunciar o teorema. Sendo que alguns apresentam o enunciado de forma mais detalhada, como por exemplo o enunciado apresentado por Andrini e Vasconcellos (2012), o que contribui para um melhor entendimento do aluno.

2.2 O ensino do Teorema de Tales

Segundo Leite (2013) a forma como o professor administra sua aula tem grande influência na aprendizagem do aluno, ou seja, muitas vezes à condução desapropriada dos conteúdos causa insegurança e desconforto no discente. Por meio de seus estudos Leite (2013) percebeu que a geometria é pouco trabalhada em sala de aula por parte de professores de Matemática.

Lorenzato (1995), aponta dois motivos pelo qual a geometria está quase ausente na sala de aula, sendo o primeiro a falta de conhecimentos fundamentais geométricos por parte dos professores, destacando que “[...] o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão [...].” (LORENZATO, 1995, p.3) e o segundo motivo apontado pelo autor é que devido a jornada excessiva de trabalho dos professores ou a má formação, os livros didáticos acabam obtendo grandes influências em sua prática, e os conteúdos de Geometria em muitos livros didáticos, “[...] é exposto apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, desligado de quaisquer aplicações ou explicações de natureza histórica ou lógica [...]” (LORENZATO, 1995, p.3).

Além disso, em muitos livros, estes conteúdos são apresentados nos últimos capítulos, desse modo, pode ocorrer de não haver tempo hábil de se trabalhar com eles no ano letivo. Completando a afirmação supracitada, o estudo feito por Leite (2013) diz que vários alunos do ensino médio afirmaram não ter visto no ensino fundamental, conteúdos como: relações métricas no triângulo e na circunferência, semelhança de triângulos, trigonometria, Teorema de Tales e Teorema Pitágoras.

De acordo os PCN's, os conceitos geométricos estabelecem importância no currículo de Matemática no ensino fundamental, visto que “por meio deles, o aluno desenvolve um tipo

especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive.” (BRASIL, 1998, p.51).

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta que a Geometria não deve ser restringida apenas em aplicações de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais da Matemática (PCN's) os conteúdos do terceiro e quarto ciclos (6º ao 9º ano) estão estruturados em quatro blocos, a saber: 1) Números e Operações (Aritmética e Álgebra); 2) Espaço e Forma (Geometria); 3) Grandezas e Medidas (Aritmética, Álgebra e Geometria); e, 4) Tratamento da Informação (Estatística, Combinatória e Probabilidade). O conteúdo Teorema de Tales encontramos no tópico Espaço e Forma, visto que, segundo tais parâmetros este item abrange os seguintes conteúdos:

divisão de segmentos em partes proporcionais; construção de retas paralelas, perpendiculares e transversais com régua, compasso e esquadro; desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas; verificações experimentais aplicações do Teorema de Tales; e, verificações experimentais, aplicações e demonstração do Teorema de Pitágoras. (PEREIRA, 2014, p. 13)

Além disso, os PCN'S falam sobre propor situações em que sejam necessário utilizar noções geométricas como do teorema de Tales e da semelhança de triângulos, para determinar a altura de um edifício conhecendo-se a medida da sombra projetada ou determinar a distância entre dois objetos separados por um obstáculo. E traz como atitudes do professor “valorização do uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva” (BRASIL, 1998, p.91). E ainda que o conceito de semelhança de triângulos “poderá ser desenvolvido e/ou aprofundado também pela análise de alguns problemas históricos, como os procedimentos utilizados pelos antigos egípcios para determinar a altura de suas pirâmides.”(BRASIL, 1998, p.125)

A BNCC propõe na Unidade Temática Geometria como objetivo de conhecimento Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais e orientam como habilidade, resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.

Conforme Leite e Oliveira (2016) o Teorema de Tales nem sempre foi apresentado nos livros didáticos com essa nomenclatura, confirmando isso no tópico anterior a respeito do contexto histórico sobre o teorema. A respeito do conhecimento do Teorema de Tales, ele é exibido em questões que abranjam paralelismo e proporcionalidade. Podendo ser visto também com constância em conteúdos, tais como: semelhança de triângulos e relações métricas no

triângulo retângulo. Segundo os autores (2016), “no caso de figuras geométricas construídas em um plano e projetadas em outro, o teorema de Tales pode ser empregado para o estudo das propriedades dessas figuras, no ponto de vista da conservação das razões das distâncias entre pontos alinhados.” (LEITE; OLIVEIRA, 2016, p.4)

Leite e Oliveira (2016) dizem ainda que em uma pesquisa feita com professores, constataram que na maior parte das aulas dos docentes, o Teorema de Tales não foi abordado. Isso se deu por vários motivos. Conforme os autores (2016), os professores relataram “não possuir conhecimento suficiente deste tema e que se, porventura, tivessem que usar recursos tecnológicos para abordar tal conteúdo, não saberiam por onde começar e nem como manter a aula de forma dinâmica e participativa.” (LEITE; OLIVEIRA, 2016, p.4)

Assim, podemos inferir que Leite e Oliveira (2016) corroboram com Lorenzato (1995) sobre a ausência da geometria na sala de aula, que está relacionada muitas vezes a falta de conhecimento acerca dos conteúdos.

3 CAMINHO METODOLÓGICO

Partindo da premissa de que a pesquisa de caráter Revisão Sistemática da Literatura “[...] objetiva responder a uma pergunta claramente formulada, utilizando métodos sistemáticos e explícitos para identificar, selecionar e avaliar as pesquisas relevantes, coletar e analisar dados de estudos incluídos na revisão.” (CORDEIRO et al., 2007), neste trabalho, que se configura como Revisão Sistemática da Literatura, foram realizadas pesquisas, seleção e análise de resultados, a fim de levantar diferentes modos de ensinar o Teorema de Tales.

A *priori*, a ideia era escolher os trabalhos a partir de buscas por periódicos na classificação *Qualis*, feita pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES)– site onde são classificadas as revistas brasileiras para contribuir melhor com cada área específica. O critério que utilizamos para seleção foi atribuído entre A1, B1 e B2 na área de Ensino, a partir do ano 2010, entre as classificações de periódicos Quadriênio 2013-2016 e Triênio 2010-2012¹. No entanto, não foram identificados trabalhos por meio da verificação dos títulos.

Na revista EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana encontramos o trabalho “PROPORCIONALIDADE: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos” que tem por objetivo apresentar a proporcionalidade como eixo de conexão entre os conteúdos matemáticos, dentre eles o Teorema de Tales. Apesar dessa pesquisa envolver o teorema, decidimos excluir esse artigo, uma vez que a fonte para escolha dos trabalhos teria

¹ BOLEMA- Boletim de Educação Matemática (UNESP- Rio Claro – Impresso); Educação Matemática em Revista (São Paulo); Educação Matemática em Revista –; Educação Matemática Pesquisa –; Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática; Perspectivas de Educação Matemática; Revista Brasileira de História da Matemática; AMAZÔNIA- Revista de Educação em Ciência e Matemática (online); Caminho da Educação Matemática em Revista; Educação Matemática em Foco (UEPB); EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana; Modelagem na Educação Matemática; Pesquisas e Práticas em Educação Matemática; REAMATEC – Revista de Matemática. Ensino e Cultura (UFRN); Revista da Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto; Revista de Matemática (RMTA); Revista da Educação Matemática- CEAD-UFOB; Revista de Educação Matemática, Ciências e Matemática; Revista de Educação Matemática- SBEM; Revista de ensino de Ciências e Matemática; Revista do Professor de Matemática; REEMAT- Revista Eletrônica de Educação Matemática; ACTA SCIENTIAE- Revista de Ensino de Ciência e Matemática; EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- Revista da Associação de Professores; Revista Paranaense de Educação Matemática; Tendência em Matemática Aplicada e Computacional; Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática, HIPATIA- Revista Brasileira de História, Educação e Matemática; e, Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática.

que mudar, já que encontramos apenas um trabalho em periódicos. Assim, decidimos partir para os trabalhos apresentados nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, entre o período de 2010 a 2019, visto que este evento agrega professores da Educação Básica e que provavelmente poderiam relatar ou escrever comunicações sobre as suas experiências, enquanto pesquisa ou enquanto relatos sobre os conteúdos que estão ensinando, dentre eles o Teorema de Tales. Dessa forma pensamos que poderíamos encontrar mais trabalhos neste evento.

A partir disso, foram selecionados quatorze trabalhos que tratam sobre o Teorema de Tales, levantando os diferentes modos de ensino desse Teorema. A escolha por esse evento deu-se por considerá-lo um espaço de socialização das modalidades de pesquisas, relatos de experiências, minicursos, mesas redondas, apresentação de comunicação científica, pôsteres, palestras, relacionando-as com a matemática da Educação Básica.

Dentre os quatorze trabalhos selecionados, seis são relatos de experiência e oito são comunicações científicas, conforme distribuídos nos quadros 1 e 2. O quadro 1 apresenta os artigos em forma de comunicação científica; já o quadro 2 os relatos de experiência. Os trabalhos sombreados são os trabalhos analisados.

Quadro 1 - Artigos apresentados nos anais do ENEM entre 2010 e 2019

COMUNICAÇÕES CIENTÍFICAS		
ANO	TÍTULO	AUTORES
2013	Atividades investigatórias no processo de ensinoaprendizagem no Teorema de Tales em uma classe de 9º ano de uma escola pública	Márcia Nunes dos Santos e Marger da Conceição Ventura Viana
2013	História Matemática Na Educação Básica: Tales De Mileto E A Pirâmide Egípcia	Tânia Baier, Vandrezza Rodrigues e Marijane Linhares
2016	Formação de professores e geogebra: uma proposta para compreender e ensinar o Teorema de Tales	Rubervan da Silva Leite e Gerson Pastre de Oliveira
2016	O Teorema de Tales sob as lentes da engenharia didática: exame de indicadores da aprendizagem matemática	Jamilson Luiz Barros Santos e Laerte S. Fonseca.
2019	Estratégias de Leitura e o Processo de Tomada de Consciência sobre o Teorema de Tales de Mileto	Fábio Henrique Gonçalves Conceição e Denize da Silva Souza
2019	Tales de Mileto e sua Grande Contribuição à Matemática e Física	Josivan Paereira Jansen, Mateus Pontes da Silva, Thayron Manoel Benicio Costa, Rayane de Jesus Santos Melo
2019	Teorema das Paralelas	Paloma Esther Soares Ramírez e Marlon Mesquita Lopes Cabreira

2019	Teodolito Primitivo: A Utilização De Semelhança De Triângulos E Razões Trigonométricas Em Uma Aula Prática	Deniel Felipe Nascimento Silva
------	--	--------------------------------

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 2 - Relatos de Experiência apresentados nos anais do ENEM entre 2010 e 2019

RELATOS DE EXPERIÊNCIA		
ANO	TÍTULO	AUTORES
2010	Tópicos de história e ensino de Matemática: uma proposta de atividade para o Teorema de Tales	Ana Paula Pereira do Nascimento Silva e Giselle Costa de Sousa
2016	Teorema de Tales: Uma proposta de Atividades Investigativas	Renata Arruda Barros, Karen de Melo Freitas Procópio e Rafael Vassallo Neto
2013	Contribuições da Modelagem Matemática no estudo do Teorema de Tales	João Sidinei Marostega, Claiton Seger, Silvane Dalcin e Danielli Vacari de Brum
2013	Demonstrando o Teorema de Tales de forma diferenciada: atividade prática aplicada no Estágio II	Denise Ritter e Lorens Estevan Buriol Siguenãs
2013	Teorema de Tales: do desafio ao faraó às grandes realizações	Maria Aparecida Miranda
2019	Exploração do Teorema de Tales no Aplicativo Geogebra para Smartphone	Franço Willy de Souza Nascimento e Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

Fonte: elaborado pela autora

Os trabalhos, não sombreados, de alguma forma referiam-se ao Teorema de Tales, porém não atendiam ao meu objetivo de pesquisa, sendo eles:

Formação de professores e geogebra: uma proposta para compreender e ensinar o Teorema de Tales que teve como objetivo identificar de que forma os potenciais professores de matemática se apropriam de conhecimentos relativos ao Teorema de Tales, dos pontos de vista epistemológico e didático. Contudo, a pesquisa ainda estava em andamento, sendo assim não foi possível selecionar este trabalho.

O Teorema de Tales sob as lentes da engenharia didática: exame de indicadores da aprendizagem matemática, cujo objetivo era analisar a mobilização da aprendizagem desta noção sob a ótica da Engenharia Didática, priorizando uma subetapa das análises prévias representantes de uma das fases de seu desenvolvimento. Segundo os autores dessa pesquisa, para Artigue (1996)

a Engenharia Didática se organiza em quatro fases de organização: 1) análises prévias; 2) concepção e análise, a priori de experiências de didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de Matemática; 3) implementação de experiência;

4) análise a posteriori e validação da experiência. (apud SANTOS; FONSECA, 2016, p.5)

Santos e Fonseca (2016) optaram por uma das análises prévias da Engenharia Didática como categoria de análise. Diante disso, os autores, consistiram apenas em fazer uma análise no livro didático a respeito do Teorema de Tales. Desse modo, o trabalho foi descartado, pois não apresentaram maneiras de desenvolver o conteúdo em sala de aula.

O trabalho Estratégias de Leitura e o Processo de Tomada de Consciência sobre o Teorema de Tales de Mileto, tinha como finalidade somente desenvolver atividades relacionadas ao Teorema de Tales de Mileto e que remetem ao uso de estratégias de leitura. Para isso, foi feita uma atividade diagnóstica com os alunos com intuito de perceber se eles tinham conhecimentos prévios acerca do conteúdo. Em seguida, os discentes foram questionados sobre quais passos eles utilizaram para resolver a questão presente na atividade diagnóstica e o que possibilitou sua escolha, isso se deu, por meio de uma entrevista. Desse modo, não havia como identificar neste trabalho modos de ensino para o teorema.

Teorema das Paralelas, o trabalho tinha como proposta de atividade utilizar um material que consistiu em uma estrutura feita de madeira e um par de ângulos suplementares também de madeira, estrutura essa composta de duas retas paralelas cortada por uma transversal. O trabalho foi aplicado em duas turmas o 5º ano do ensino fundamental, podendo trabalhar, por exemplo, com o tema ângulo e 7º ano do ensino fundamental, por exemplo, o Teorema de Tales, ângulos congruentes, alternos internos e externos, colaterais, opostos pelo vértice, suplementares e complementares, ângulos agudos, obtusos e retos. Contudo, o relato desse trabalho foi feito apenas com a aplicação da atividade na turma de 5º ano do ensino fundamental e como o tema não é o foco desta pesquisa, ele foi excluído.

Tales de Mileto e a sua Grande Contribuição à Matemática e Física, aqui os autores tiveram como objetivo apenas apresentar a história de Tales de Mileto, que ao longo de sua época trouxe grande relevância à matemática e ao seu desenvolvimento. Abrangendo os subsequentes tópicos: breve histórico da origem da matemática na Grécia, a vida de Tales de Mileto, o teorema e sua importância e Tales de Mileto e a eletricidade.

Teodolito primitivo: A Utilização de Semelhança de Triângulos e Razões Trigonométricas em uma Aula Prática, apesar do trabalho citar o Teorema de Tales, seu objetivo visa demonstrar uma aula prática, utilizando materiais de baixo custo, para facilitar a compreensão dos conceitos de ângulos, razões trigonométricas e semelhanças de triângulo. Assim apresentando o teorema apenas como aplicação.

Esses trabalhos foram analisados por categorização. Como aponta Bardin (2002), “A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o gênero (analogia), com os critérios previamente definidos” (BARDIN, 2002, p.117).

Em nossa pesquisa usamos como categorias: conteúdos que foram relacionados ao Teorema de Tales, estratégia de ensino, como o teorema é definido e, por fim, quais resultados eles chegaram.

4 ANÁLISE INDIVIDUAL DE CADA TRABALHO

Para facilitar a análise e para melhor responder as categorias definidas nesta pesquisa, elaboramos os seguintes quadros com o objetivo de analisar individualmente cada trabalho.

Quadro 3 – Atividades Investigatórias no Processo de Ensino-aprendizagem do Teorema de Tales em uma Classe de 9º ano de uma Escola Pública

AUTORES	Márcia Nunes dos Santos e Marger da Conceição Ventura Viana
ANO	2013
OBJETIVO	<p>Apresentar a importância dos conceitos de semelhança, razão e proporção, principalmente para os gregos, por meio do cálculo da altura de objetos;</p> <p>Estimular e direcionar a imaginação dos alunos para cálculos de altura de objetos utilizando proporcionalidade e projeção de sombras;</p> <p>Apresentar a história e os feitos do matemático Tales de Mileto; iniciar os estudos sobre o Teorema de Tales (atividade motivadora e desencadeadora do processo de ensino-aprendizagem).</p>
COMO APRESENTOU O TEOREMA	<p>Inicialmente para despertar uma curiosidade nos alunos, a professora apresentou algumas perguntas, por exemplo: “Como vocês fariam para medir a altura de um poste utilizando apenas lápis, papel, calculadora e fita métrica, sem subir nele?” Em seguida, foi apresentado pela professora a introdução histórica de Tales, o método provável para medir a altura da pirâmide de Quéops, a Matemática utilizada por Tales e seu contexto sociocultural. Posteriormente, os alunos foram conduzidos ao ar livre para que cada dupla pudesse medir a altura do colega, tendo este que ficar posicionado ao lado do objeto escolhido (poste, árvores e torre da igreja) para a medição da altura. Após as medições, os participantes retornaram para a sala de aula para continuidade da atividade. Foi escrita a proporção, efetuando os cálculos correspondentes à proporção e calculada a altura do objeto escolhido. Para isso, foi utilizado os cálculos de semelhança de triângulos, razão e proporção.</p> <p>Em seguida, foi feita uma atividade, sendo dividida em três etapas. Assim, na primeira foi solicitado aos alunos: desenhar três retas paralelas entre si e escolhessem distâncias diferentes entre elas, duas a duas e nomear essas retas por r, s e t, traçar duas retas transversais e nomeá-las por m e n; nomear os pontos de intersecção pertencentes a m por A, B e C e os pontos de intersecção pertencentes a n por D, E e F; medir os segmentos \overline{AB}, \overline{BC}, \overline{DE} e \overline{EF}; Registrar essas medidas em uma tabela; calcular as razões $\overline{AB}/\overline{BC}$ e $\overline{DE}/\overline{EF}$ e anotar os valores encontrados. A segunda: alterar as distâncias entre as retas paralelas r, s e t e calcular as razões. Depois, responder a seguinte pergunta: o que podemos afirmar sobre os segmentos de reta paralelas quando são cortados por retas transversais? Por fim, a terceira na terceira etapa, os alunos precisariam: marcar um ponto e nomear por A; traçar duas retas r e s concorrentes em A; marcar um ponto sobre cada reta, diferentes de A; nomear esses pontos por B e C; traçar uma reta que passe pelos pontos B e C; nomear a reta que contém os pontos B e C de t; traçar uma reta paralela ao lado BC do triângulo tal que passe</p>

	<p>pelo ponto A; nomear essa reta por u; marcar outros dois pontos sobre as retas r e s “acima” do ponto A; nomear esses pontos por D e E; traçar uma reta paralela às retas t e u passando por D e F; nomear essa reta por v; e, depois responder algumas perguntas como: a) Qual é a relação de posição entre as retas t, u e v da maneira com que foram traçadas? (paralelas, concorrentes ou transversais); b) Quais são os segmentos de reta formados pelos pontos A, B, C, D e E que estão sobre a reta r?; c) Calcule as razões $\overline{DA}/\overline{AC}$ e $\overline{EA}/\overline{AB}$ e anote os valores encontrados; d) O que se pode concluir sobre as razões $\overline{DA}/\overline{AC}$ e $\overline{EA}/\overline{AB}$; e) O que se pode afirmar quando as retas transversais se interceptam entre o feixe de retas paralelas? A partir daí, enunciaram o teorema.</p>
CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Razão; Proporcionalidade; Semelhança de Triângulos.
ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA	História da Matemática; Atividade Investigativa ao ar livre;
COMO ENUNCIA O TEOREMA	“Um feixe de retas paralelas determina sobre duas retas transversais segmentos proporcionais” (IEZZI; DOLC; MACHADO, 2009, p. 98.).
PÚBLICO	Alunos do nono ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 4 – História Matemática Na Educação Básica: Tales De Mileto E A Pirâmide Egípcia

AUTORES	Tânia Baier, Vandrezza Rodrigues, Marijane Linhares
ANO	2013
OBJETIVO	Contribuir para o entendimento de conceitos elementares de geometria plana e espacial.
COMO APRESENTOU O TEOREMA	Neste trabalho é apresentado o Teorema de Tales através da representação da pirâmide egípcia Quéops, observando que o comprimento das sombras (conseguida por luz artificial) no momento em que a sombra de um bastão vertical é igual à sua altura, fazendo o uso da semelhança de triângulos. Assim, os cálculos usando semelhança de triângulos, foram inicialmente feitos com as medidas da maquete e, em seguida, com as medidas originais de Quéops.
CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Ângulos; Semelhança de Triângulos; Proporcionalidade; Seção Áurea. (Não dá para identificar se o conteúdo foi ensinado antes, o autor apenas cita que “A altura central (apótema) de cada triângulo lateral relaciona-se à metade da base na razão proporcional da seção áurea (número de ouro). Em cúbicos: $\frac{1}{2}$ da base=220; apótema= 356; $356/220=1,618$ ”)

ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA	Utilizou-se da atividade investigativa através da construção de maquete e luz artificial para apresentar o Teorema.
COMO ENUNCIA O TEOREMA	Não enuncia no trabalho.
PÚBLICO	Alunos do 7º e 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 5 – Tópicos De História E Ensino De Matemática: Uma Proposta De Atividade Para O Teorema De Tales

AUTORES	Ana Paula Pereira do Nascimento da Silva e Giselle Costa de Sousa
ANO	2010
OBJETIVO	Desenvolver a intuição, a criação de estratégias e a capacidade de resolver problemas; além de estimular o interesse do aluno pela matemática, a curiosidade e o espírito de investigação. Compreender através da construção do saber o Teorema de Tales.
COMO APRESENTOU O TEOREMA	Foi apresentado levando em consideração que em um determinado instante que o sol está e que você tem a sombra, o tamanho da sombra será exatamente o tamanho da altura do objeto, ou seja, neste instante a razão entre a altura de um objeto e o comprimento da sombra projetada no chão é sempre a mesma para quaisquer objetos. Validando isso através da Semelhança de Triângulos.
CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Semelhança de Triângulo; Proporcionalidade
ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA	História da matemática, atividade investigativa a partir da proposta de uma atividade ao ar livre.
COMO ENUNCIA O TEOREMA	Um feixe de paralelas determina sobre duas transversais, segmentos proporcionais.
PÚBLICO	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 6 – Teorema de Tales: Uma proposta de Atividades Investigativas

AUTORES	Renata Arruda Barros, Karen de Melo Freitas Procópio, Rafael Vassalo Neto
ANO	2016
OBJETIVO	Avaliar as vantagens e desvantagens na aprendizagem dos alunos quando a proposta é desenvolvida em sala de aula por meio individual ou em grupo. No software geogebra os alunos deveriam construir três quadrados utilizando como medida de unidade a malha do software, sendo o primeiro quadrado de lado contendo 1cm, o segundo com lado de 2cm

COMO APRESENTOU O TEOREMA	<p>e o terceiro com lado de 3cm. Em seguida, precisariam responder algumas perguntas envolvendo área dos quadrados e a razão entre elas para que assim pudessem lembrar o conceito de razão e proporção, seguindo da mesma forma utilizando-se dos lados do quadrado.</p> <p>Foram feitas atividades equivalentes a primeira, de forma que os alunos deveriam construir segmentos de retas e triângulos, assim, obteram-se resultados semelhantes. Em seguida, foi realizada uma pequena apresentação do surgimento do Teorema de Tales. Depois, procedeu-se com a atividade, em que ainda utilizando o software, os alunos deveriam construir três retas paralelas cortadas por duas retas concorrentes. Os discentes deveriam também utilizar as ferramentas do software geogebra para medir segmentos nas transversais e responder qual a razão encontrada entre os segmentos.</p> <p>Posteriormente, os alunos deveriam mover alguns pontos para perceberem que a razão continuaria a mesma.</p>
CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Semelhança de figuras; Segmentos proporcionais.
ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA	Atividade Investigativa.
COMO ENUNCIA O TEOREMA	Não enuncia.
PÚBLICO	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 7 – Contribuições da Modelagem Matemática no estudo do Teorema de Tales

AUTORES	João Sidinei Marostega, Claiton Seger, Silvani Dalcin, Danielli Vacari de Brum
ANO	2016
OBJETIVO	Acompanhar a criação de um modelo, capaz de traduzir para a forma matemática as relações de proporcionalidade enunciadas pelo Teorema de Tales, a partir de situações reais.
	<p>Inicialmente foi apresentado para os alunos o mapa urbano de sua cidade e, em seguida, os autores buscaram identificar quais conhecimentos os alunos possuíam a respeito do Teorema. Para isso, foi solicitado que medissem no mapa com o auxílio de uma régua as ruas do bairro e, logo após, associarem com os conceitos de retas paralelas e retas transversais. A partir daí, sugeriram os primeiros questionamentos: Quais ruas deveriam ser classificadas como retas paralelas, já que algumas ruas, segundo os alunos, não apresentam um traçado retilíneo? Ficando evidente a ligação que os alunos criaram com os novos fatos propostos e seus conhecimentos adquiridos. Depois, deu-se continuidade com a atividade de forma que pudessem analisar se os alunos encontrariam a relação de proporcionalidade entre os segmentos. Para isso, foi proposto que se medissem os segmentos e relatassem os resultados encontrados.</p>

<p style="text-align: center;">COMO APRESENTOU O TEOREMA</p>	<p>Posteriormente, foi lançado a seguinte questão às duplas: Um aluno partindo do ponto A precisa chegar até a escola, porém existe algumas ruas que devido as obras da Corsan, estão interditadas. Sabendo disso, calcule a distância percorrida por esse aluno até chegar a escola. Aqui, os autores evidenciaram a construção de um modelo matemático, embora não conseguissem nesta fase de pesquisa validar sua aplicação. Contudo, apontaram que segundo Biembengut e Hein (2003)</p> <p style="padding-left: 40px;">um modelo matemático pode ser formulado utilizando-se expressões numéricas, fórmulas, diagramas, gráficos, etc. Além de conhecimento de matemática, quem modela precisa ter muita intuição e criatividade para interpretar contextos e discernir os conteúdos matemáticos que melhor se adaptam às situações e variáveis envolvidas. Podemos dizer que a matemática e a realidade são dois conjuntos e a modelagem é um meio de fazer com que elas interajam. Dessa forma podemos concluir a existência de um modelo, pois essas possibilidades foram respondidas de forma satisfatória. (apud MAROSTEGA; Seger; Dalcin; Brum, 2013, p.6)</p> <p>Para verificar se o modelo por eles criado atendia as necessidades, tanto gerais como específicas, foram introduzidas as variáveis velocidade e tempo no problema, a saber: Caso o aluno caminhe com velocidade igual a 3,5 km/h em uma rua paralela e a 6,5 k/h em uma rua transversal, qual será o caminho mais rápido do ponto A até a escola? Assim, os professores observaram que eles conseguiram criar um sistema capaz de corresponder a essa pergunta e encontrar a resposta.</p> <p>Com o objetivo de consolidar o conhecimento adquirido até o momento, foram feitos outros questionamentos, como: Calcule a distância percorrida por esse aluno, caso ele tome o caminho mais curto até a escola. O caminho mais rápido é também o mais curto? Explique. Caso as ruas não estivessem em obras, qual será o percurso mais rápido até a escola? Esse percurso seria o mais curto também? Justifique.</p> <p>Para finalizar a pesquisa, foi introduzido o uso do Geoplano, para evidenciar se realmente essa noção de proporcionalidade havia ficado clara na ideia dos alunos.</p>
<p style="text-align: center;">CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA</p>	<p>Proporcionalidade;</p>
<p style="text-align: center;">ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA</p>	<p>Modelagem matemática.</p>
<p style="text-align: center;">COMO ENUNCIA O TEOREMA</p>	<p>Não enuncia.</p>
<p style="text-align: center;">PÚBLICO</p>	<p>Alunos do 7º e 8º anos do Ensino Fundamental.</p>

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 8 – Demonstrando O Teorema De Tales De Forma Diferenciada: Atividade Prática Aplicada No Estágio II

AUTORES	Denise Ritter, Lorens Estevan Buriol Siguenãs
ANO	2013
OBJETIVO	Propor uma atividade prática no decorrer do estágio II em virtude de ter sido notado por parte dos alunos muitas dificuldades em compreender os conceitos do Teorema de Tales e suas aplicações.
COMO APRESENTOU O TEOREMA	Através da demonstração do Teorema Fundamental sobre Proporcionalidade que tem por enunciado “ <i>Considera-se um triângulo qualquer ΔABC e os pontos $D \in \overline{AB}$ e $E \in \overline{AC}$, de tal forma que $\overline{DE} // \overline{BC}$. Então, $\overline{AB}/\overline{AD} = \overline{AC}/\overline{AE}$.</i> ”, utilizando o cálculo de áreas de um triângulo para a partir disso fazer a demonstração do Teorema de Tales de forma que os alunos pudessem entender que independente das medidas escolhidas por eles, desde que refiram-se as retas transversais, em cada atividade, chegariam a conclusão que existe uma única razão entre as medidas de seus segmentos.
CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Teorema Fundamental da Proporcionalidade.
ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA	Atividade Investigativa, realizada no laboratório de informática da escola.
COMO ENUNCIAM O TEOREMA	Se três ou mais retas paralelas são cortadas por duas transversais, os segmentos determinados nas duas transversais são proporcionais.
PÚBLICO	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 9 – Teorema De Tales: Do Desafio Ao Faraó Às Grandes Realizações

AUTORES	Maria Aparecida Miranda
ANO	2013
OBJETIVO	Desenvolver o pensamento geométrico por meio da exploração de situações-problema que levassem o aluno a ampliar e aprofundar noções geométricas como paralelismo, perpendicularismo e ângulo.
COMO APRESENTOU O TEOREMA	É apresentado propondo que os alunos façam a construção de um triângulo para que eles possam perceber que em um triângulo qualquer, se uma reta paralela a um dos lados do triângulo corta os outros dois lados em pontos distintos, então ela os divide na mesma razão. Em seguida, que seja traçada pelos alunos três retas paralelas, e duas transversais para que eles possam medir os segmentos entre as retas paralelas nas transversais. Sendo realizada com o intuito de que os alunos conseguissem relacionar vários conceitos geométricos, como o de semelhança de triângulos, retas paralelas interceptadas por transversais.
CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Semelhança de Triângulo; Proporcionalidade; Paralelismo;

	Perpendicularismo; Ângulos.
COMO ENUNCIADO O TEOREMA	Se um conjunto de retas, duas a duas paralelas entre si, é interceptado por duas retas m e n , então a razão entre dois segmentos quaisquer de m é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes de n .
PÚBLICO	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

Quadro 10 – Exploração Do Teorema De Tales No Aplicativo Geogebra Para Smartphone

AUTORES	Franço Willy de Souza Nascimento e Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
ANO	2019
OBJETIVO	Compartilhar a experiência de explorar o raciocínio proporcional que permeia o Teorema de Tales no aplicativo Geogebra para smartphone.
COMO APRESENTOU O TEOREMA	<p>Devido às limitações de laudas referentes ao trabalho, foi apresentado apenas duas das questões feitas pelos alunos.</p> <p>A atividade inicia-se com a parte histórica sobre o Teorema de Tales e, em seguida, são executadas duas questões de aplicação do teorema, sendo a primeira realizada em duas partes. Na primeira questão foi solicitado que os alunos construíssem um triângulo ABC, com o ponto médio D no lado AB, em seguida, traçar uma reta paralela ao lado BC passando por D, marcando o ponto E na intersecção do lado AC com a reta criada e, logo após, medir o comprimento dos segmentos AD, BD, e AE e analisá-los, de modo a serem questionados sobre qual seria a medida do segmento CE. Também foram medidos os segmentos AB e AC e no aplicativo a razão entre AB e AD e entre AC e AE são calculadas. A partir daí, foi pedido que alterassem as medidas dos segmentos movimentando os vértices de forma que os alunos pudessem perceber que mesmo com a mudança na medida dos segmentos a razão permaneceu a mesma. Na segunda parte da questão, procedeu no mesmo sentido da primeira, porém aqui já foi solicitado que os alunos movessem o ponto D de forma que observassem que mesmo alterando a medida do segmento a razão continuaria a mesma. Posteriormente, foi pedido que marcassem um ponto F sobre o lado AB, diferente de D e um ponto G em AC sendo diferente de E com intuito de construir uma reta FG para que os discentes pudessem perceber que as razões eram diferentes. Para assim eles compreenderem que em um triângulo qualquer, se uma reta paralela a um dos lados do triângulo corta os outros dois lados em pontos distintos, então ela os divide na mesma razão.</p>

CONTEÚDOS RELACIONADOS AO TEOREMA	Razão; Proporcionalidade; Elementos geométricos (ponto médio, paralelas, ponto de intersecção).
ESTRATÉGIA DE ENSINO PARA APRESENTAR O TEOREMA	Atividade Investigativa, utilizando como recurso o software geogebra no Smartphone.
COMO ENUNCIA O TEOREMA	Atividade Investigativa.
PÚBLICO	Alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Fonte: elaborado pela autora

5 ABORDANDO O TEOREMA DE TALES NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Na intenção de responder ao questionamento: De que modo o Teorema de Tales pode ser ensinado na Educação Básica?, buscamos analisar, nos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, trabalhos que de alguma forma apresentaram ou relataram maneiras de desenvolver o conteúdo em sala de aula.

Como já foi explicado no capítulo anterior, construímos 4 categorias de análise e apresentaremos, a seguir, cada uma delas.

5.1 Como o teorema é enunciado?

Por ser foco desta pesquisa o ensino do teorema de Tales, tivemos como categoria investigar a forma de apresentar o teorema, por isso enunciaremos conforme os autores pesquisados o que apontaram em seus trabalhos, em seguida destacaremos o que há em comum e no que se diferem.

No trabalho de Silva e Sousa (2010, p. 8) o teorema está enunciado do seguinte modo: “Um feixe de paralelas determina sobre duas transversais, segmentos proporcionais.”

Miranda (2013, p. 7) apresenta o Teorema de Tales: Se um conjunto de retas, duas a duas paralelas entre si, é interceptado por duas retas m e n , então a razão entre dois segmentos quaisquer de m é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes de n .”

Ritter e Siguenãs (2013, p.7) trazem uma terceira maneira de enunciar o teorema: “Se três ou mais retas paralelas são cortadas por duas transversais, os segmentos determinados nas duas transversais são proporcionais.”

Santos e Viana (2013) aponta como uma quarta forma de enunciar o teorema, como: “Um feixe de retas paralelas determina sobre duas retas transversais segmentos proporcionais” (IEZZI; DOLC; MACHADO, 2009, p. 98.).

Repare que na primeira definição não diz quais segmentos de retas são proporcionais, ao contrário da segunda e terceira e quarta definições. A segunda definição, em específico, identificam as retas transversais m e n , então a razão entre os segmentos quaisquer de m é igual a razão entre os respectivos segmentos correspondentes de n .

Quando o professor apresenta um enunciado como citado no trabalho de Silva e Sousa (2010) pode dar a interpretação para o aluno sugerir que os segmentos ditos proporcionais estão

sob as retas paralelas. E as vezes para o professor é tão óbvio que ele não reflete sobre a possibilidade de algum aluno tomar como segmentos, que não serão proporcionais, os das retas paralelas. Essa experiência foi vivenciada no grupo Pracomat – LessonStudy, quando implementamos um dos planos elaborados pelo grupo em 2017.

Os demais trabalhos analisados não necessariamente tinham como intenção apresentar o enunciado do teorema ou uma definição. Os trabalhos que não o fizeram foram: Marostega; Seger; Dalcin; Brum (2013), Baier; Rodrigues; Linhares, (2013), Barros; Procópio; Neto (2016) e Nascimento; Faria (2019).

5.2 Relacionaram com quais conteúdos?

Em relação aos conteúdos, todos os trabalhos Silva e Sousa (2010), Miranda (2013), Ritter e Siguenãs (2013), Marostega; Dalcin; Brum (2013), Baier; Rodrigues; Linhares, (2013), Barros; Procópio; Neto(2016), Nascimento; Faria (2019) e Santos; Viana(2013), relacionam o Teorema de Tales com a Proporcionalidade, entendida como a igualdade entre razões. Observou-se ainda que os trabalhos de Silva e Sousa (2010); Miranda (2013); Rodrigues e Linhares (2013); Santos e Viana (2013), relacionaram ainda o Teorema de Tales ao conteúdo semelhança de triângulos, de forma que os alunos pudessem perceber que em um triângulo qualquer, se uma reta paralela a um dos lados do triângulo corta os outros dois lados em pontos distintos, então ela os divide na mesma razão.

Silva e Sousa (2010); Baier, Rodrigues e Linhares (2013) e, Santos e Viana (2013) apresentaram situações-problema em que os alunos pudessem perceber que havia uma proporcionalidade entre as medidas das sombras e da altura do objeto, ou seja, a proporção entre triângulos. Já o trabalho de Miranda (2013), foi proposto uma atividade aos alunos utilizando a construção triângulo, para que os discentes pudessem perceber que: dado o triângulo ABC e a reta r. Se a reta r intersecta os lados AB e AC, nos pontos D e E desse triângulo, paralelamente ao lado BC, então os triângulos ABC e ADE são semelhantes.

Barros, Procópio, Neto (2016), utilizaram o cálculo de área dos quadrados para que os alunos pudessem perceber a razão entre elas. Para assim lembrarem o conceito de razão e proporção. Para isso, os autores usaram a semelhança de figuras.

Por meio do Teorema Fundamental sobre Proporcionalidade: “*Considera-se um triângulo qualquer ΔABC e os pontos $D \in \overline{AB}$ e $E \in \overline{AC}$, de tal forma que $\overline{DE} // \overline{BC}$. Então, $\overline{AB}/\overline{AD} = \overline{AC}/\overline{AE}$.*” (RITTER; SIGUENÃS, 2013, p. 3), foi realizada a demonstração do Teorema de Tales de forma que os alunos pudessem entender que independente das medidas escolhidas por

eles (desde que sejam proporcionais) em cada atividade, chegariam à conclusão que existe uma única razão entre as medidas de seus segmentos.

Quadro 11 - Conteúdos utilizados para aplicação do Teorema de Tales

Silva e Sousa (2010)	Miranda (2013)	Ritter e Siguenãs (2013)	Marostega; Dalcin; Brum (2013)
Proporcionalidade	Semelhança de triângulos	Teorema Fundamental da Proporcionalidade	Proporcionalidade
Semelhança de triângulos	Propriedade de um feixe de retas paralelas		
Baier; Rodrigues; Linhares, (2013)	Barros; Procópio; Neto (2016)	Nascimento; Faria (2019)	Santos; Viana (2013)
Proporcionalidade	Semelhança de Figuras	Razão	Razão
Semelhança de Triângulos	Segmentos Proporcionais	Proporcionalidade	Proporcionalidade
			Semelhança de Triângulos

Fonte: elaborado pela autora

Observando o quadro, percebemos que o conteúdo semelhança seja de figuras ou de triângulos é desenvolvido por quase todos os autores. Isso implica dizer que trabalhar o teorema de Tales depois de ter ensinado semelhança é mais apropriado.

5.3 Quais Estratégias de ensino e quais resultados chegaram?

Para evitar repetições e tornar o texto mais fluente na leitura unimos as duas últimas categorias, de modo que o leitor identificará resultados conforme apresentarmos as estratégias de ensino ou discutirmos como o ensino ocorria. Por exemplo, em alguns casos, autores utilizaram de estratégias específicas a fim de evitar determinadas dificuldades para o aluno.

Para Petrucci e Batiston (2006), citado por Adelino (2012, p; 8)

[...] a palavra “estratégia” possui estreita ligação com o ensino. Ensinar requer arte por parte do docente, que precisa envolver o aluno e fazer

com ele se encante com o saber. O professor precisa promover a curiosidade, a segurança e a criatividade para que o principal objetivo educacional, a aprendizagem do aluno, seja alcançada.

Nesse sentido, concordamos com o autor quando defende a necessidade de promover o estímulo do aluno para envolver-se na aula e contribuir para a promoção da aprendizagem assim, a utilização de diferentes metodologias de ensino, materiais concretos, softwares, em sala de aula, pode tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz, menos “tradicional”, pois o docente passa a interagir com o aluno e garante mais autonomia ao aluno na construção do seu conhecimento.

As pesquisas de Ritter e Siguenãs (2013); Barros, Procópio e Neto (2016); e, Nascimento e Faria (2019) destacam como estratégia de ensino a investigação com uso do Software Geogebra como uma ferramenta importante para o ensino do conteúdo, pois este recurso possibilita que as situações, através da visualização e manipulação, por exemplo, a movimentação do vértice de um triângulo, estimulem os alunos a investigar e resolver problemas de forma que professor seja apenas um intermediário na construção do conhecimento.

Ritter e Sineguenãs (2013) utilizam esta ferramenta para demonstrar o Teorema de Tales, por meio do Teorema Fundamental da proporcionalidade, usando o cálculo da área de triângulos. Para esses autores, os alunos sentem dificuldades para entender o teorema porque na maioria das vezes não é demonstrado em sala de aula, visto que a demonstração é instrumento importante e torna a aprendizagem mais significativa. Além disso, os discentes sentem dificuldades em assimilar o conceito do Teorema em razão de ser visto de forma abstrata, relacionando apenas à imagem de retas paralelas e transversais. Enquanto nos trabalhos de Barros, Procópio e Neto (2016) e Nascimento e Faria (2019) o software foi usado em forma de atividade, para que os alunos pudessem relembrar o conceito de razão e proporção.

Podemos inferir que para os autores desses três trabalhos, a utilização do software torna o processo de ensino aprendizagem mais dinâmico, motivador, além de, estimular o interesse do aluno, já que esta ferramenta possibilita o educando visualizar, assimilar e manipular, de forma que os alunos consigam compreender o conteúdo, tornando assim mais significativa a aprendizagem.

Os autores Silva e Sousa (2010) e Santos e Viana (2013) propuseram uma atividade realizada ao ar livre, com cálculos de medidas das alturas e sombras dos alunos participantes, de modo que pudessem calcular a altura de um objeto de difícil acesso para medições. Com

base nisso, foi solicitado aos alunos “determinar a altura de algum objeto de maior dificuldade. Os alunos realizaram medições da altura de postes, árvores e da torre da igreja” (SANTOS; VIANA, 2013, p.11).

Silva e Sousa (2010) sugeriram que cada dupla deveria usar a fita métrica para medir a altura e a sombra de seu referente par, depois dividir a altura pela sombra e anotar os resultados. Em seguida, após uma hora repetir o mesmo processo e observar os resultados obtidos e comparar com os resultados dos outros colegas. Depois foi apresentada a definição de Feixes de Paralelas, a saber: “ Um conjunto de três ou mais retas de um plano chama-se feixe de paralelas. As retas que cortam um feixe de paralelas são chamadas de transversais” e o Teorema de Tales.

Já no trabalho de Baier, Rodrigues e Linhares (2013) é proposta uma atividade de construção de uma maquete representando a pirâmide egípcia Quéops, posta sobre uma base, tendo também uma vareta fixada nessa mesma base e a utilização de uma lanterna simulando o sol, para o cálculo da altura da pirâmide a partir da medida da sombra e da altura da vareta. Os autores dizem ter pensando na aplicação desta atividade, pois segundo eles, os alunos têm dificuldades para interpretar os desenhos apresentados nos materiais didáticos.

Assim, nos trabalhos de Silva e Sousa (2010); Santos e Viana (2013); e, Baier, Rodrigues e Linhares (2013) foram utilizadas como estratégias de ensino a história da matemática e a investigação através de uma proposta de atividade que os alunos pudessem entender como Tales havia calculado a altura da pirâmide.

Estas atividades práticas foram realizadas, conforme apresenta Leão (2010), sobre a explicação do historiador Plutarco, de que Tales

[...] colocaste apenas o bastão em pé no limite da sombra projectada pela pirâmide, de forma a desenhar dois triângulos com a tangente de um mesmo raio de sol, conseguindo assim demonstrar que a pirâmide estabelecia com o bastão a mesma relação que a sombra da primeira estabelecia com a sombra do segundo. (LEÃO, 2010, p.54-55).

Desse modo, os autores dessas produções, chegaram à conclusão que introduzindo o contexto histórico sobre o Teorema de Tales, os alunos têm a chance de realizar o experimento feito por Tales. Podendo verificar a validade do teorema, motivando o discente e estimulando seu interesse na aula, que, segundo Santos e Viana (2013), não contribuiu somente com a aprendizagem dos alunos, mas também com o comportamento deles nas aulas de Matemática.

Silva e Sousa (2010) apontam em seu trabalho que, segundo Brito et.al (2005), os obstáculos que acabam impossibilitando um êxito do ensino-aprendizagem de Matemática se dá em relação ao desinteresse dos estudantes “com relação ao modo como a Matemática é

exposta em sala de aula, aliada a imparcialidade e a falta de criatividade do professor que não aproveita, na maioria dos casos, os pouquíssimos recursos para tornar a aula mais prática e dinâmica” (SILVA; SOUSA, 2010, p. 2).

Seger, Dalcin e Brum (2013) trazem como estratégia de ensino a utilização da modelagem matemática, pois segundo eles a grande dificuldade dos docentes está em fazer com que os alunos percebam a junção entre o que é ensinado na disciplina matemática e seu cotidiano. Trazendo em seu trabalho que Barbosa (2004) aponta como modelagem “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.” (BARBOSA, 2004, p. 3).

Durante a aplicação da atividade Seger, Dalcin e Brum (2013) sentiram dificuldades, visto que segundo eles, depararam com alunos que estavam habituados a “decorar os conteúdos do que colocar em prática a criatividade na hora de construir a atividade” (SEGER, DALCIN E BRUM, 2013, p.9). E diante das dificuldades apresentadas no decorrer da atividade, conforme os autores, é necessário que haja um projeto bem elaborado, analisado e trabalhado anteriormente. Os autores, também objetivaram responder a um problema de pesquisa: É possível usar as ruas de uma cidade para construir um modelo matemático capaz de demonstrar a relação de proporcionalidade explicada por Tales?, em seu trabalho, eles concluem que é possível. Além disso, os autores dizem que outras perguntas os levaram a construir sua pesquisa, a saber: Pode a modelagem matemática contribuir para a construção de um modelo capaz de resolver situações reais que envolvem altura, distância, velocidade, etc?; Se algumas quadras de um mapa não possuem medidas, há como se chegar a um modelo que sirva para resolver essa situação? Concluíram que sim, pois, observaram nas respostas dos alunos fatos que comprovaram essas relações.

Seger, Dalcin e Brum (2013) notaram ainda o valor da ligação entre a teoria e a prática, concluindo “que a prática é importante, porém sem a aplicação correta dos fundamentos teóricos de cada metodologia podemos caminhar para resultados distantes dos quais esperamos alcançar” (SEGER, DALCIN E BRUM, 2013, p.9).

Quanto a questão de se usar o mapa para aplicar o teorema de Tales, no grupo de pesquisa Pracomat – Lesson Study essa situação também foi vivenciada e criticada mais tarde, pois “ao fazer o aprofundamento do conteúdo, identificamos que cometemos erro em chamar as avenidas e ruas de retas, pois ruas e avenidas possuem o que uma reta não possui: espessura.” (MENDUNI-BORTOLOTTI, 2019, p. 20)

Miranda (2013) retrata em seu trabalho usando como estratégia de ensino a formação de grupos na sala de aula, para os alunos discutirem sobre as seguintes perguntas: a) Se duas retas representassem os raios solares e solo, elas seriam concorrentes. Qual posição relativa entre a altura da pirâmide e o bastão?; b) Como se pode determinar a altura da pirâmide conhecendo-se os comprimentos das sombras da pirâmide e de um bastão?; c) Por que quando se divide o segmento de reta em partes proporcionais traçam-se retas paralelas?; a utilização do recurso da internet para pesquisa sobre a vida e obra de Tales, destacando o momento histórico, cenário cultural e social, e o que levou Tales a realizar seu experimento. Além disso, pesquisar os aspectos conceituais matemáticos. “Estes seriam objetos de estudos, de exemplificação e de socialização dos conceitos matemáticos pertinentes à expectativa de ensino e aprendizagem, bem como propor respostas às perguntas da roda de conversa.” (MIRANDA, 2013, p.7); pesquisa nos livros didáticos de matemática para a partir daí discutirem e sistematizarem o Teorema; produção de relatórios (feito por cada aluno) sobre sua participação no grupo em questão de contribuição material e teórica, listando também suas aprendizagens conceituais através da realização de uma situação problema com sua respectiva resolução. Aqui, a autora não traz um exemplo a respeito da situação problema realizada pelos alunos; confecção de slides, cartazes, maquetes projetadas (no trabalho a autora não diz se algum grupo realizou o experimento utilizando a maquete, apenas fala que uns usaram de mais criatividade), o experimento de Tales sistematizado e as relações conceituais estabelecidas; e, apresentação de seminários autorais.

Miranda (2013) conclui então que durante a atividade os alunos participaram, cooperaram com as leituras, escritas e resolução da situações problema e que nesse trabalho em grupo eles puderam “rever os seus motivos por meio das interações na busca de resoluções para as situações propostas e apropriaram-se da cultura humana construída historicamente, numa aliança entre teoria e prática.” (MIRANDA, 2013, p.10). A autora ainda salienta que o andamento da atividade promoveu mudanças importantes em sua prática docente.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao decorrer da disciplina Estágio Supervisionado I, percebi minha dificuldade em se trabalhar com o conteúdo que envolvia a proporcionalidade. E, por meio, das discussões realizadas no grupo de pesquisa Pracomat – Lesson Study acerca do Teorema de Tales, assunto este que envolvia a proporcionalidade e das pesquisas realizadas para este trabalho, foi possível compreender a importância de se trabalhar com o conteúdo Teorema de Tales. Contudo, percebeu-se também as dificuldades enfrentadas no ensino desse teorema.

Após as discussões e análises de alguns livros didáticos realizadas no grupo de pesquisa Pracomat – Lesson Study, ao perceber que o teorema era proposto de forma enunciada, surgiu a ideia de investigar como seriam em outros materiais bibliográficos, tendo como principal questionamento a seguinte pergunta: De que modo o Teorema de Tales vem sendo ensinado na Educação Básica? Diante disso, foram pesquisados a partir das palavras-chaves: Tales, Teorema de Tales, o uso do Teorema de Tales, nos anais do ENEM entre 2010 e 2019.

Foram identificados 14 trabalhos que envolviam o Teorema. Destes, foram analisados 8 trabalhos, por estarem dialogando com a questão de pesquisa aqui proposta. A partir desses trabalhos foi possível identificar como o Teorema de Tales pode ser ensinado a partir das estratégias utilizadas pelos autores. Já que tínhamos como objetivo de pesquisa, levantar diferentes modos de ensiná-lo.

Utilizar a história da matemática para auxiliar o aluno a perceber a importância e necessidade do uso de conceitos matemáticos durante as explicações foi uma das estratégias de ensino adotadas. A apresentação de situações-problema por meio de atividades práticas que envolvessem a investigação matemática, seja a partir de experimento ou de provocações na busca da construção do conhecimento matemático e sua aplicabilidade.

Observou-se a importância da utilização de softwares para auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos, no caso o Teorema de Tales. Nesse contexto, o geogebra foi citado pelos autores como uma ferramenta possível de exploração no ensino deste teorema.

Outra perspectiva identificada quanto ao ensino do Teorema de Tales foi a modelagem matemática, vista como uma possibilidade de junção entre o que é ensinado na disciplina matemática a partir de modelos reais do cotidiano do aluno.

Não menos importante, outra estratégia de ensino que pode ser trabalhada foi a formação de grupos na sala de aula com intuito de realizar pesquisa nos livros didáticos de matemática, a

produção de relatórios, a confecção de slides, cartazes, maquetes projetadas e apresentação de seminários autorais.

No que se refere aos enunciados do Teorema de Tales nos trabalhos analisados, notou-se que nem todos trouxeram uma abordagem teórica abrangente no sentido de se trazer clareza sobre quais segmentos de retas são proporcionais, ou seja, no enunciado do teorema é necessário haver essas identificações, como por exemplo, no enunciado apresentado por Miranda (2013, p. 7) “Se um conjunto de retas, duas a duas paralelas entre si, é interceptado por duas retas m e n , então a razão entre dois segmentos quaisquer de m é igual à razão entre os respectivos segmentos correspondentes de n .”

Assim, destacamos a necessidade de pesquisar autores que tratem de conceitos, teoremas, definições apresentadas de maneira concisa, mais clara do ponto de vista teórico, não omitindo informações que possam dar margem a outras interpretações.

Por fim, concluímos que, utilizando a história da matemática; atividades investigativas; a modelagem matemática; softwares; a formação de grupos na sala de aula, a produção de relatórios, a confecção de slides, cartazes, maquetes projetadas e apresentação de seminários autorais, ou seja, as estratégias de ensino apresentadas pelos autores nos trabalhos analisados, podem contribuir no ensino-aprendizagem da geometria, em específico, do Teorema de Tales. Dessa forma, pode haver uma interação maior entre professor-aluno e aluno-aluno, despertando também, um maior interesse por parte dos alunos e motivá-los. Além disso, a aplicação de atividades diferenciadas de como comumente é abordada em sala de aula, coopera não somente com o processo formativo do discente, mas também o do docente. Uma vez que, para realizar atividades como estas é necessário que o professor esteja preparado.

7 REFERÊNCIAS

ADELINO, Francisca Janete Silva. AS ESTRATÉGIAS PEDAGÓGICAS UTILIZADAS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM: CONCEPÇÕES DOS ALUNOS DE SECRETARIADO EXECUTIVO DA UFPB. **Revista de Gestão e Secretariado - Gesec**, São Paulo, v. 3, n. 1, p.5-29, 03 maio 2012.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**. 3. ed. São Paulo: Brasil, 2012. 258 p.

BAIER, Tânia; RODRIGUES, Vandrezza, LINHARES, Marijane XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba - PR. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: História da Matemática na educação básica: Tales de Mileto e a pirâmide egípcia. Curitiba: SBEM, 2013. v.1. p.1-4.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. 70. ed. Lisboa: Lda, 2002. 229 p.

BARROS, Renata Arruda; PROCÓPIO, Giselle Karen de Melo Freitas; NETO, Rafael Vassallo. XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Teorema de Tales: Uma proposta de Atividades Investigativas. São Paulo: SBEM, 2016. v.1. p.1-12.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knoop. **Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994. 167 p.

BONGIOVANNI, Vincenzo. O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, V2.5, p.94-106, UFSC: 2007.

BOYER, Carl Benjamim. **História da Matemática**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1974. 488 p. Tradução de: Elza F. Gomide.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Proposta preliminar. Quarta versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>>. Acesso em: 28 fev.2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRITO, Prof.cristiano de Sousa; VASSALLO NETO, Prof.me.rafael. **Teorema de Tales: um olhar sobre as publicações do enem de 1998 - 2016**. SIPEM, 2018.

CONCEIÇÃO, Fábio Henrique Gonçalves; SOUZA, Denize da Silva XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2019, Cuiabá. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Estratégias de Leitura e o Processo de Tomada de Consciência sobre o Teorema Tales de Mileto. Cuiabá: SBEM, 2019. v.1. p.1-12.

CORDEIRO, Alexander Magno et al. Revisão sistemática: uma revisão narrativa. **Revista do Colégio Brasileiro de Cirurgiões**, Rio de Janeiro, v. 34, n. 6, p. 428-431, nov. /dez. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rcbc/v34n6/11>.

COSTA, Manoel dos Santos; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. PROPORCIONALIDADE: eixo de conexão entre conteúdos matemáticos. **em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, p.1-25, 2015.

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar, 9: Geometria Plana**. 7. ed. São Paulo: Ltda, 1993. 443 p.

GIOVANNI, José Rui; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática**. São Paulo: Ftd, 2009.

JANSEN, Josivan Pereira et al. XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2019, Cuiabá. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Tales de Mileto e sua Grande Contribuição à Matemática e Física. Cuiabá: SBEM, 2019. v.1. p.1-9.

LEITE, Rondineli Schulthais. **O ENSINO DE PARTE DA GEOMETRIA DO ENSINO FUNDAMENTAL: ANÁLISE DE DIFICULDADES E SUGESTÃO DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA**. 2013. 146 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

LEITE, Rubervan da Silva; VIANA, Gerson Pastre XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, Curitiba - PR. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Formação de professores e geogebra: uma proposta para compreender e ensinar o Teorema de Tales. São Paulo: SBEM, 2016. v.1. p.1-11.

LORENZATO, Sergio Aparecido. Por que não ensinar Geometria? In: A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, ano III, n.4, 1995, p.3-13.

MIRANDA, Maria Aparecida. XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Teorema de Tales: do desafio ao faraó às grandes realizações. Curitiba: SBEM, 2013. v.1. p.1-11.

MAROSTEGA, João Sidinei; DALCIN, Claiton Seger, Silvane; BRUM, Danielli Vacari. XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Contribuições da Modelagem Matemática no estudo do Teorema de Tales. Curitiba: SBEM, 2013. v.1. p.1-9.

MENDUNI-BORTOLOTTI, Roberta D'angela. MATEMÁTICA PARA O ENSINO FORJADA NA LESSON STUDY. **Revista Educere Et Educare**, Paraná, v. 14, n. 32, p.2-24, nov. 2019.

NASCIMENTO, Franço Willy de Souza; FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz. XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2019, Cuiabá. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Exploração do Teorema de Tales no Aplicativo Geogebra para Smartphone. Cuiabá: SBEM, 2019. v.1. p.1-10.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Teorema de Thales: Uma Conexão entre os Aspectos Geométricos e Algébrico em Alguns Livros Didáticos de Matemática**. 2005. 133 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Licenciatura em Matemática, Unesp, Rio Claro (sp), 2005.

PLUTARCO. **Obras Morais. O Banquete dos Sete Sábios**. Coimbra: Centro de Estudos Clássicos e Humanísticos, 2008. 130 p. Delfim F. Leão.

RAMÍREZ, Paloma Esther Soares; CABREIRA, Marlon Mesquita Lopes XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2019, Cuiabá . **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Teorema das Paralelas. Cuiabá: SBEM, 2019. v.1. p.1-8.

RITTER, Denise; SIGUENÃS, Lorens Estevan. XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Demonstrando o Teorema de Tales de forma diferenciada: atividade prática aplicada no Estágio II. Curitiba: SBEM, 2013. v.1. p.1-11.

SANTOS, Jamilson Luiz Barros, FONSECA Laerte S; XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: O Teorema de Tales sob as lentes da engenharia didática: exame de indicadores da aprendizagem matemática. São Paulo: SBEM, 2016. v.1. p.1-12.

SANTOS, Márcia Nunes; VIANA, Marger da Conceição Ventura XI ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba - PR. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Atividades Investigatórias No Processo De Ensino-Aprendizagem Do Teorema De Tales Em Uma Classe De 9º Ano De Uma Escola Pública. Curitiba: SBEM, 2013. v.1. p.1-15.

SILVA, Ana Paula Pereira do Nascimento; SOUSA, Giselle Costa. X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador. **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Tópicos de história e ensino de Matemática: uma proposta de atividade para o Teorema de Tales. Salvador: SBEM, 2010. v.1. p.1-9.

SILVA, Barbara da. **Teorema de Tales: Um Estudo de sua Abordagem no Ensino da Segunda Metade do Século XX Até a Atualidade**. 2004. 84 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

SILVA, Deniel Felipe Nascimento. XIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2019, Cuiabá . **Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática**. Tema: Teodólito Primitivo: A Utilização De Semelhança De Triângulos E Razões Trigonométricas Em Uma Aula Prática. Cuiabá: SBEM, 2019. v.1. p.1-7.