

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

DÉBORA DA SILVA MATOS

**A construção de roteiros, vinculado ao GeoGebra, para o
desenvolvimento do letramento matemático**

VITÓRIA DA CONQUISTA

2021

DÉBORA DA SILVA MATOS

**A construção de roteiros, vinculado ao GeoGebra, para o
desenvolvimento do letramento matemático**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

**Orientadora: Profa. Dra. Maria Deusa
Ferreira da Silva**

VITÓRIA DA CONQUISTA

2021

DÉBORA DA SILVA MATOS

A construção de roteiros, vinculado ao GeoGebra, para o desenvolvimento do letramento matemático

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática.

Aprovado em Vitória da Conquista, 15 de dezembro de 2021

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva - Orientadora

Prof. Dr. Jonson Ney Dias da Silva (UESB)

Ma. Taiane de Oliveira Rocha de Araújo (UESB)

DEDICATÓRIA

Dedico todo meu empenho e resiliência a Deus, a minha mãe Marta, ao meu pai Gilberto, a minha avó Maria, meus irmãos José Felipe e Ana Carolina, e meu padrasto Josenilton.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por sempre me manter forte e corajosa durante todo o percurso trilhado.

Agradeço a minha mãe Marta e meu pai Gilberto que sempre me apoiaram e me direcionaram nas escolhas da vida.

Agradeço a minha avó Maria que sempre esteve orando por mim, aos meus irmãos, Ana Carolina e José Felipe, que sempre me alegraram e ao meu padrasto Josenilton, a minha madrasta Josilene e toda a minha família que continuamente me apoiaram.

Agradeço a minha professora orientadora Maria Deusa que estimulou o interesse e a motivação para a escrita desta monografia, além de mostrar a importância da pesquisa durante Iniciação Científica.

Agradeço a Taiane Araújo e a Jonson Ney, por serem amigos e professores incentivadores durante o meu percurso acadêmico e por fazerem parte da Banca desta monografia.

Agradeço aos meus amigos Gislaine Duarte, Mateus Teixeira e Samuel Alves que conviveram comigo e me encorajaram durante um pouco mais quatro anos, entre greves e pandemia.

Agradeço aos meus amigos que conheci durante a vida, em especial Mayara, Karen, Vinícius, Douglas, Bruno e Gilvan que sempre me apoiaram; não poderia esquecer do clã do ML que me incentivou e me ajudou a desestressar; à minha turma 2017.1 que me aturou durante esse período; aos meus amigos da UESB que conheci entre um cafezinho e todas as pessoas que de algum modo contribuíram para minha caminhada.

Agradeço ao GPETDEN pelas discussões e mediação de conhecimentos durante esse período.

Agradeço aos professores do DCET, da área da Educação Matemática e da Matemática, como também aos professores de outros departamentos que contribuíram de inúmeras maneiras para a minha formação.

Agradeço ao Colegiado de Matemática, em especial o coordenador Altemar Brito Lima por sempre acolher os alunos e auxiliar na organização de aulas, horários e burocracias.

Agradeço ao CNPq pela bolsa de Iniciação Científica e auxílio financeiro que me possibilitou dedicar-me à pesquisa na Matemática.

Agradeço ao PROEX da UESB pela bolsa de extensão e auxílio financeiro que me proporcionou ações para além da comunidade UESB.

Agradeço ao PRAE UESB pela assistência estudantil durante o curso.

EPIGRAFE

Não fui eu que ordenei a você?
Seja forte e corajoso! Não se
apavore nem desanime, pois o
Senhor, o seu Deus, estará com
você por onde você andar.

Josué 1:9

RESUMO

Esta monografia discursa sobre o letramento matemático mediado pelo uso de roteiros, e o auxílio das tecnologias digitais, em especial o *software* GeoGebra. Apresentando a questão norteadora para essa pesquisa, tem-se: Como utilizar roteiros, vinculados ao GeoGebra, para desenvolver o letramento? Posto isto, realizou-se um minicurso de Geometria e GeoGebra em roteiros para verificar se era possível desenvolver o letramento matemático, que é definido pelo Programa Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos, com o intuito de compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para o contexto no qual está inserido. O público alvo foi graduandos ou graduados em Matemática ou Física, no formato *online*, com 24 horas de atividades assíncronas, realizadas pelo aluno sem a presença do professor, e 8 horas síncronas, com o professor. O minicurso foi dividido em três etapas, nas quais podem ser definidas como: reproduzir os passos de um roteiro para a construção de uma figura com peças do tangram; alterar um roteiro e produzir um roteiro para construir um tangram, e uma figura com peças do tangram. A pesquisa define-se com abordagem qualitativa do tipo pesquisa-ação. Para a coleta de dados, utilizou-se as atividades avaliativas do minicurso e questionários do *Google Forms*. A análise dos dados foi baseada nos critérios apresentados por Gil (2007, p.84) na pesquisa-ação que são: categorização, codificação, tabulação, análise estatística e generalização das informações. Após a análise dos dados foi possível reconhecer que a utilização do *software*, unido à construção de roteiros auxiliaram o desenvolvimento do letramento matemático do aluno.

Palavras-chave: Letramento Matemático; Roteiro; GeoGebra; Tecnologias Digitais; Tangram

Sumário

1. MOTIVAÇÃO E QUESTIONAMENTOS INICIAIS	9
2. REVISÃO DE LITERATURA	13
2.1 Tecnologias Digitais para a aprendizagem matemática	13
2.2 GeoGebra, Roteiros e Tangram, o que são?	15
3. METODOLOGIA	19
3.1 Estrutura do minicurso	21
3.2 Estrutura do Módulo 1	23
3.3 Estrutura do Módulo 2	24
3.4 Estrutura do Módulo 3	26
3.5 Coleta de Dados	27
4. ANÁLISE DE DADOS	28
4.1 Módulo 1: Conhecendo e explorando a geometria e o GeoGebra	30
4.2 Módulo 2: Ilustrando a Geometria	33
4.3 Módulo 3: Imaginando, Criando e Recriando	40
4.4 Encontro Final	47
CONSIDERAÇÕES FINAIS	51
REFERÊNCIAS	56
APÊNDICES	58
Apêndice A	58
Apêndice B	59

A construção de roteiros, vinculado ao GeoGebra, para o desenvolvimento do letramento matemático

1. MOTIVAÇÃO E QUESTIONAMENTOS INICIAIS

A minha afinidade pela profissão de professor começou na infância ao ver a atuação docente em sala de aula. E dos anos finais do ensino fundamental ao ensino médio foi gerado em mim, através da beleza das ciências exatas junto ao empenho dos meus antigos professores, um apreço pela Matemática, dessa forma decidi trilhar esse caminho. Eu ingressei no curso de Licenciatura em Matemática, na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) na turma de 2017.1.

No primeiro semestre da graduação, eu cursei cinco disciplinas, dentre elas, estava Matemática III que tinha em sua grade conteúdos de Geometria Plana e Espacial, cuja metodologia foi investigativa por meio do GeoGebra. Meu primeiro contato com esse *software* matemático foi nessa disciplina mediante atividades que foram estruturadas em roteiros que poderiam ser seguidos ou refutados pelos alunos a fim de formalizar e desenvolver o conhecimento matemático inerente ao conteúdo da disciplina, que envolvia conceitos de Geometria Plana e Espacial. A princípio eu ainda não havia me adaptado ao *software* e suas funções, era um mundo novo a ser explorado, e no decorrer da disciplina fui conhecendo as ferramentas do GeoGebra e observando como eu poderia utilizá-las em diferentes cenários matemáticos.

No terceiro semestre participei da seleção para ser bolsista de Iniciação Científica (IC) pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico por Ações Afirmativas (CNPq-AF), com a mesma professora da disciplina de Matemática III e fui aprovada. O projeto da IC foi intitulado por **Investigação em Ciências e Matemática e o Uso Das Tecnologias Digitais**, a bolsa teve duração de um ano e, ao longo desse período foi necessário realizar estudos que integrassem a tecnologia e a educação matemática para alcançar o objetivo da pesquisa. Durante esse período desenvolvi, junto ao meu companheiro de IC, minicursos que foram destinados a alunos que iniciaram o curso de Licenciatura em Física ou Matemática. Os projetos tiveram a finalidade de apresentar as tecnologias digitais (TDs) como recurso para estudar e aprender matemática.

Pensar em utilizar as TDs para o auxílio do ensino e da aprendizagem, e tornar o aluno ativo na construção do seu conhecimento é ir de encontro a metodologias tradicionais já

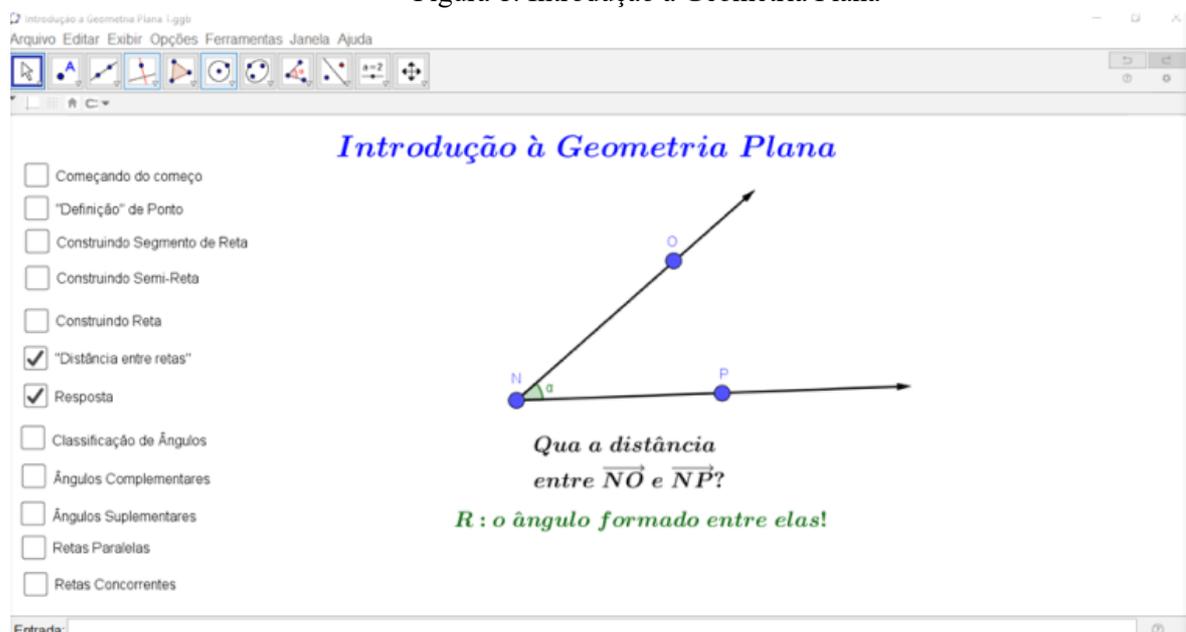
existentes e que, em alguns momentos, não são adequadas e não promovem, no caso da Matemática, o pensamento lógico-dedutivo.

Historicamente, em nossas escolas tem sido utilizada a concepção tradicional de ensino ao acreditar que para se realizar a aprendizagem basta que se apresente aos alunos exposições desenvolvidas pelos professores. Esta concepção traz subjacente ao homem como um ser passivo, no qual a aprendizagem acontece diante a impressão dos conceitos estudados no cérebro do aluno. Brighenti (2003, p.17)

À vista disso, tornar o aluno atuante na estruturação do saber é essencial para que o mesmo explore diversas áreas da ciência de modo geral. Desse modo, estudar sobre as TDs durante a IC e refletir sobre o seu impacto em sala de aula, me ajudou a entender que os métodos para aprender ou ensinar variam de acordo com o público e o período em que vivemos.

Posto isso, pensar em como mesclar, de forma didática, o uso das tecnologias digitais e a matemática seria o primeiro passo a ser tomado na organização das oficinas. A partir de estudos feitos sobre as tecnologias e a matemática, a professora orientou meu companheiro de IC e eu, a elaborarmos duas oficinas, uma sobre geometria plana, e outra sobre funções, como visto na Figura 1 a seguir, que representa a tela do GeoGebra dos entes geométricos, visto que a proposta seria aplicá-la aos recém ingressos no curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia no ano de 2018, já que algumas disciplinas da graduação necessitam destes conteúdos.

Figura 1: Introdução à Geometria Plana



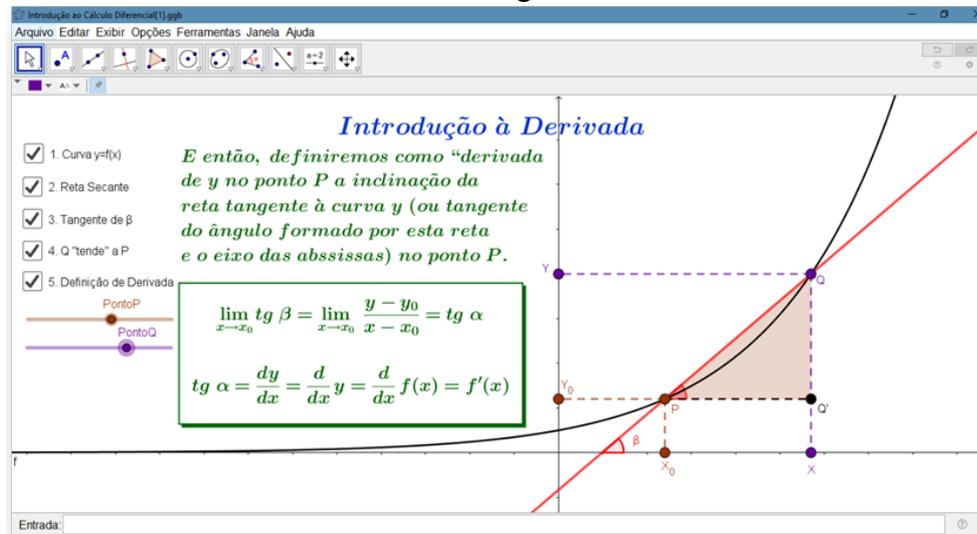
Fonte: Produção Nossa

Sabíamos, de acordo com a grade curricular, que estes conteúdos eram estudados durante o curso e, talvez, os alunos apresentassem dificuldades no ensino e na aprendizagem, então, tais oficinas tiveram o intuito não só de ajudar os alunos em relação aos estudos pessoais, mas também apresentar o GeoGebra como potencializador no ensino e na aprendizagem matemática, já que, por intermédio dele, pode-se visualizar e manipular dinamicamente diversos entes matemáticos.

Pois temos que, de acordo com Lorenzato (1995), os alunos estão inseridos numa matemática estritamente numérica, exilando o pensamento lógico-dedutivo que pode ser desenvolvido a partir da Geometria, já que ela é uma eficiente conexão entre muitas situações matemáticas contextualizadas ou não. Além disso, Segundo Grando, Nacarato e Gonçalves (2008. p.40), temos que “[...], a geometria ainda está ausente da maioria das salas de aula. Geralmente os alunos chegam ao ensino superior com pouco ou nenhum conhecimento básico de geometria.”. Logo, propiciar experiências com o uso do *software* foi também um método motivador escolhido para que os discentes se tornassem exploradores dessa tecnologia e da matemática.

Ao fim do projeto, atuei por mais um ano na IC com a temática **Investigação em Ciências e Matemática e a formação de professores com o uso de tecnologias digitais**. Essa última citada teve continuidade até a pandemia da COVID-19 em 2020. Neste segundo momento na Iniciação Científica, continuei atuando na mesma área de pesquisa, estudando sobre matemática e o uso do GeoGebra. Aprimorar a Oficina de Funções e Geometria Plana foram os primeiros projetos a serem desenvolvidos. Logo após, junto ao meu colega de IC, elaboramos e aplicamos outra oficina nomeada como Derivada e Integral no GeoGebra, conteúdos selecionados por serem parte da grade curricular do ensino superior dos cursos de Matemática. Pode-se verificar a interpretação geométrica da função derivada na Figura 2. Esses projetos de aula aqui citados foram ministrados para professores do ensino básico na VI SEMAT (Semana de Matemática) da UESB, entretanto não foi necessário focar no formalismo matemático presente nas definições que seriam estudadas, pois o público alvo já possuíam graduação em Matemática.

Figura 2



Fonte: Nossa produção

O objetivo durante a oficina foi apresentar o GeoGebra como meio auxiliador durante as aulas, para que o professor pudesse abordar os conteúdos de forma dinâmica, e assim desenvolver o senso investigativo através da manipulação e observação do comportamento dos entes matemáticos no *software*. Além de explorar conceitos do ensino superior que os professores estudaram durante a graduação.

Com o início da pandemia do Novo Coronavírus em 2020, as atividades da universidade foram suspensas, entretanto isso não impediu que as pesquisas continuassem. A professora orientadora já havia proposto que eu fizesse algo relacionado ao tangram ao GeoGebra, como por exemplo recriar figuras no *software* que podem ser feitas facilmente com o tangram físico. Então, comecei a pesquisar sobre o que era o tangram, como ele era trabalho de forma manual, como é a sua construção e o que eu poderia abordar, matematicamente, quando eu transferisse essa ideia para o GeoGebra.

Durante a construção do tangram, fazendo algumas ilustrações conhecidas, como: a casa, o gato e o foguete no GeoGebra, pude analisar a matemática intrínseca à construção. Por meio do *software* eu poderia abordar diversas áreas da geometria através dos polígonos que compõem o tangram. Alguns exemplos são área; perímetro; ponto médio; paralelismo; perpendicularismo; ângulos; isometrias; entre outros. Com essa ideia em mente, de estudar a geometria a partir da construção de imagens com o tangram, eu elaborei roteiros que apresentassem o passo a passo para a produção de algumas figuras.

Durante a escrita desse guia de construção, eu me questionava se o aluno apresentaria dificuldades em seguir e criar roteiros? Quais dificuldades teriam em relação ao uso do

GeoGebra? como relacionam a matemática e os comandos utilizados para criar alguma figura: como ele modificaria os roteiros e qual pensamento matemático induziu aquele novo passo? Segundo Brighenti (2003), o homem constitui seus conhecimentos mediante a interação da realidade com a sua habilidade em questionar, refletir e argumentar. Diante disso, nota-se que o pensamento do aluno para alcançar o resultado final desejado em alguma atividade é fundamental para a produção do conhecimento.

Depois da escrita de alguns roteiros, comecei a observar que estes representavam o meu pensamento matemático. Eu verificava se ele estava certo a partir do resultado final no *software*. Eu percorri a trilha que se iniciava no pensamento, passava pela formalização no roteiro e se validava ou não no GeoGebra. Quando eu não conseguia construir uma figura, ou movê-la para a posição que eu queria, isso indicava que meu pensamento matemático não estava claro e então eu retornava ao meu roteiro questionando, refletindo e argumentando sobre cada passo.

Esta ação me levou a refletir sobre como o *software* contribuía para legitimação da análise matemática que havia feito e escrito em forma de roteiros. Esta observação me direcionou a pesquisar sobre o uso do GeoGebra na aprendizagem da matemática com a utilização de roteiros, combinando-os, de tal forma, a verificar o pensamento lógico, crítico e dedutivo matemático.

À vista disso, o questionamento a ser respondido por meio desta pesquisa é: **Como utilizar roteiros, vinculados ao GeoGebra, para desenvolver o letramento matemático?** Particionando essa pergunta, faz-se necessário investigar sobre: a escrita de roteiros; as tecnologias digitais para o ensino e a aprendizagem matemática; o GeoGebra; o uso do tangram como recurso didático e a formalização do pensamento matemático.

Para isso, o objetivo geral deste estudo é utilizar roteiros e o GeoGebra para desenvolver o pensamento matemático. Visando isso, é possível definir os objetivos específicos como: avaliar o uso de roteiros em ambientes de aprendizagem; empregar o uso do GeoGebra como potencializador do estudo; propor ambientes de investigação e estimular o discente na coautoria do conhecimento.

Exibida algumas motivações, questionamentos e justificativa sobre a pesquisa, apresento a seguir a revisão de literatura que baseia a monografia; a metodologia; a análise de dados; as considerações finais e as referências.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Tecnologias Digitais para a aprendizagem matemática

A inclusão das tecnologias digitais para auxiliar a aprendizagem em sala de aula é algo que está em discussão há algum tempo. Borba e Penteado (2012) aponta que os profissionais da educação, em geral, consideravam que os alunos apenas apertariam teclas de acordo com as indicações de uma máquina, e, por esse prisma, os alunos não seriam coautores do conhecimento.

Contudo, para embasar o uso das TDs para o ensino e a aprendizagem, primeiro é necessário defini-la. Temos que tecnologia é, segundo Kenski (2008, p.24) “o conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade.”. Notamos que a ação do pensar é indispensável, assim, podemos ver que para a utilização das tecnologias é necessário ter etapas como: explorar, planejar e produzir, que direcionam ao objetivo final que é estudar matemática. Consoante a Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) entende-se tecnologias digitais para a educação matemática como meio instigador na busca pelo conhecimento, evidenciando o emprego dos mesmos para que o aluno se torne coautor do saber.

Do mesmo modo, por Baldini e Cyrino (2012, p. CLXII), considera-se que “[..] o computador ou a utilização do GeoGebra por si só, não garantem o sucesso dos processos de ensino e de aprendizagem.”. Analisando tal afirmação, verifica-se que o uso das TDs deve ser significativo no processo de aprendizagem promovendo o desenvolvimento do pensar matemático durante a ação em sala de aula. Dessa forma, observa-se o papel do professor como mediador do conhecimento.

Este pensar matemático pode ser descrito por Ponte, Quaresma e Pereira (2020, p.7).

[...] raciocinar é realizar inferências de forma fundamentada, ou seja, partir de informação dada para obter nova informação através de um processo justificado. Este entendimento está em consonância com outro dicionário, (Merriam-Webster) que diz que raciocinar é estabelecer inferências ou conclusões a partir de factos conhecidos ou assumidos como verdadeiros. Acrescentamos apenas que isso deve ser feito de forma fundamentada e não ao acaso.

Para que o raciocínio seja desenvolvido com as TDs no ambiente escolar, é fundamental induzir o aluno a constituir e organizar suas reflexões sobre determinado assunto por um sistema lógico, estimulando a criatividade e a inovação de ideias via situações estabelecidas durante o processo de aprendizagem.

Deste modo, refletir sobre as TDs para o ensino e a aprendizagem da matemática é não abandonar a abstração presente nesta ciência, e concluímos que de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018, p. 265)

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática.

Posto isso, os recursos tecnológicos podem ser abordados como cenários de investigação para que o aluno questione suas ações por intermédio do professor com a intenção de conhecer o que é estudado

2.2 GeoGebra, Roteiros e Tangram, o que são?

Para responder à pergunta desta pesquisa, é preciso conhecer o *software* matemático que foi utilizado para desenvolver o letramento matemático e o que são os roteiros que são abordados durante o texto. Dessa forma, temos segundo a página oficial do GeoGebra ¹que:

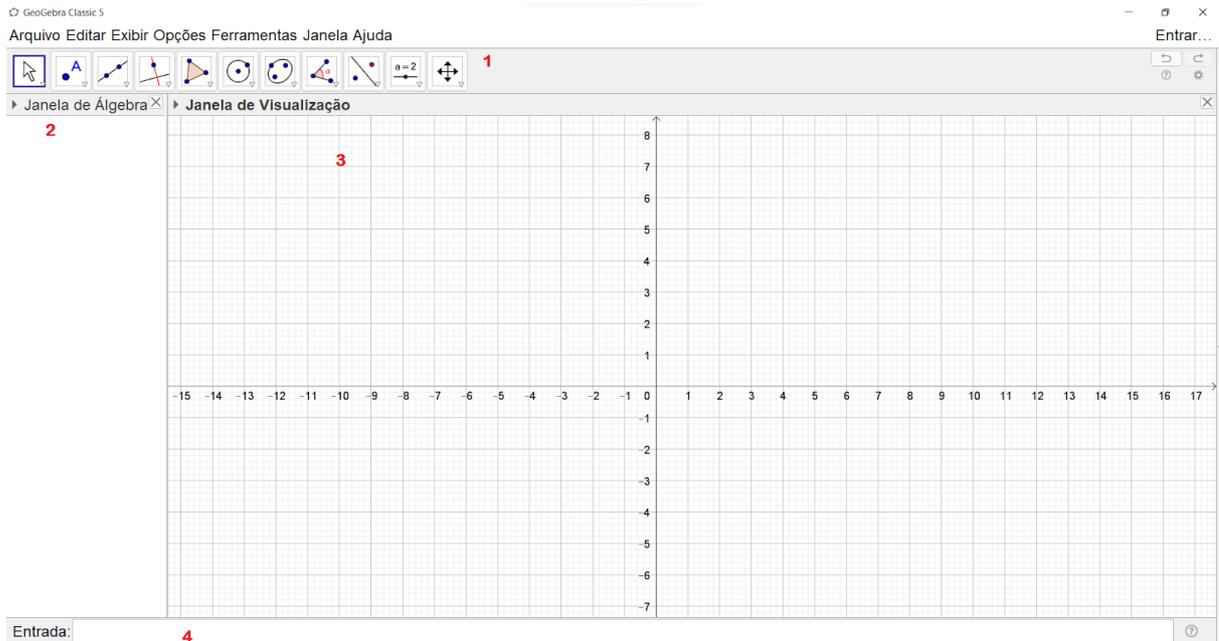
O GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar. O GeoGebra possui uma comunidade de milhões de usuários em praticamente todos os países. O GeoGebra se tornou um líder na área de softwares de matemática dinâmica, apoiando o ensino e a aprendizagem em Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática. (GEOGEBRA, 2018).

O *download* do *software* está disponível em diversas versões para computador, além disso, é possível encontrá-lo também na versão *mobile* nas lojas de aplicativos presentes no *smartphones* de forma gratuita.

A Figura 3, a seguir, nos mostra no canto superior esquerdo, a Barra de Ferramentas com a numeração 1 para a identificação, cada ícone apresentado é um menu para diversos comandos. A Janela de Álgebra, assinalada pelo número 2, é o local em que aparecem as informações algébricas como medidas, coordenadas, equações, funções, entres outros dos elementos que são criados na Janela de visualização, sinalizada pelo número 3. Nessa última citada aparece a representação gráfica/visual como funções e polígonos. No canto inferior encontra-se a Barra de Entrada, identificada pelo número 4, onde podem ser efetuados comandos no formato escrito como por exemplo Reta(<Ponto>, <Ponto>).

¹ <https://www.geogebra.org/about>

Figura 3



Fonte: Produção Nossa

Ainda é possível esconder eixos e malhas, e utilizar apenas a Janela de visualização em branco. Além desses recursos citados, é possível mudar as cores dos elementos, deixá-los com ou sem preenchimento, aumentar ou diminuir o tamanho mantendo as propriedades, criar tabelas, inserir caixas de textos, usar linguagem de programação, entre outras diversas alternativas apresentadas pelo *software*.

O uso de aplicativos gratuitos em sala de aula permite melhor dinamicidade no emprego das tecnologias digitais em diferentes ambientes de ensino e aprendizagem- Segundo Silva e Novello (2020), os alunos utilizam as TDs em sala de aula, como *softwares*, aplicativos e outros recursos tecnológicos, para simular propriedades e comportamentos de entes matemáticos ou fenômenos, de modo que auxiliem na construção de modelos e representações simplificadas da realidade ou do que é abstrato.

Pensando na dinamicidade apresentada pelo *software*, na facilidade de acesso e na possibilidade de estudar as particularidades dos elementos que compõem a Matemática, o GeoGebra foi escolhido para potencializar a aprendizagem matemática. Contudo, o emprego desse *software* na pesquisa está associado à execução de roteiros.

matemático que é discutido na Base Nacional Comum Curricular, (Brasil, 2018, p.266) desde o ensino fundamental.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas.

Essa formação deve ser estabelecida até a etapa do ensino médio, onde a BNCC (Brasil, 2018, p.481) diz que:

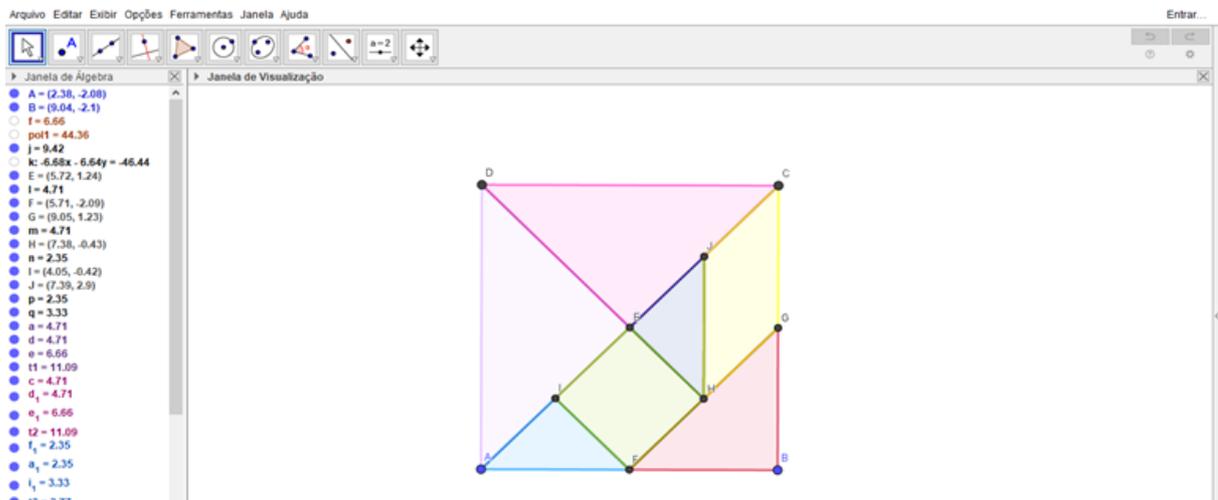
[..]as aprendizagens previstas para o Ensino Médio são fundamentais para que o letramento matemático dos estudantes se torne ainda mais denso e eficiente, tendo em vista que eles irão aprofundar e ampliar as habilidades propostas para o Ensino Fundamental e terão mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa

Sendo assim, constata-se a importância do educando utilizar a linguagem matemática na escrita, de roteiros direcionais, de forma orientada pelo professor, vinculados ao GeoGebra. Contudo, faz-se necessário estimular a linguagem matemática através de propostas que despertem o interesse do aluno. Com isso, a escolha do tangram aconteceu devido a ludicidade que o mesmo apresenta, visto que, segundo a Turine (1994), o mesmo é conhecido como um jogo recreativo ou quebra-cabeça que estimula a curiosidade e a criatividade. Ele foi inventado pelos chineses há centenas de anos e de acordo com Silva *et.al.* (2018, p.84)

O tangram é um antigo jogo chinês, que consiste na formação de figuras e desenhos. É constituído de 7 peças em formato de polígonos, sendo 5 triângulos (2 isósceles congruentes maiores, 2 isósceles congruentes menores e 1 isósceles médio), 2 quadriláteros paralelogramos (1 quadrado e 1 paralelogramo). Existe uma lenda explicando quando surgiu o Tangram. Isso porque até hoje não se sabe sua verdadeira origem. Diz a lenda, que um imperador chinês deixou um espelho cair no chão e, o mesmo, quebrou em sete pedaços. Ao tentar remontar o espelho percebeu que era possível formar desenhos distintos.

Portanto, levando em consideração as regras desse jogo que é montar as imagens usando as sete peças sem que haja sobreposição das mesmas, pode-se utilizá-lo como recurso didático, em termos gerais, como conta a história, essas peças do tangram se originaram da decomposição de um quadrado assim como mostrado na Figura 5 a seguir.

Figura 5



Fonte: Produção Nossa

Para construir tal figura com a finalidade de explorar a geometria é necessário, como diz Silva *et. al.* (2018) elaborar atividades com o propósito de empregar os recursos do GeoGebra para trabalhar com os alunos como se estivessem usando régua e compasso. Também, é uma oportunidade para potencializar o ensino e apresentar como se constituem propriedades as matemáticas, em específico, na construção do tangram, e de figura com as peças deste jogo.

Deste modo, pelas óticas aqui dispostas, é possível delimitar o tema desta pesquisa evidenciando como o uso do GeoGebra, a partir da construção de roteiros, pode consolidar a formalização do conhecimento e do pensar matemático. Para que exista essa possibilidade, o aluno deverá ser instruído a produzir conjecturas matemáticas; explorar diversas resoluções para um problema e manipular, de forma dinâmica, os entes matemáticos representados no *software*.

3. METODOLOGIA

A pesquisa possui abordagem qualitativa, na qual Silveira e Córdova (2009) definem como o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização. A natureza

da pesquisa é aplicada, pois ela, conforme aponta Silveira e Córdova (2009, p. 37), “Objetiva gerar conhecimentos para aplicação prática, dirigidos à solução de problemas específicos.”, com o propósito desenvolver o letramento matemático.

Os objetivos da pesquisa são descritivos e explicativos, visto que produção coleta de dados via questionários, da qual identificou-se condições que atestam o desenvolvimento do letramento matemático, e para Silveira e Córdova (2009, *apud* TRIVIÑOS, 1987) “A pesquisa descritiva exige do investigador uma série de informações sobre o que deseja pesquisar. Esse tipo de estudo pretende descrever os fatos e fenômenos de determinada realidade”. Consoante a Gil (2007), a pesquisa explicativa tem como interesse reconhecer causas e efeitos de um fenômeno, e consiste, por vezes, em ser a continuação da pesquisa descritiva.

Esse estudo é definido como pesquisa-ação, pois ainda segundo Gil (2007, *apud* Thiollent, 1985, p. 14), ela é:

um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

A análise de dados dá-se por alguns critérios apresentados por Gil (2007, p.84) na pesquisa ação que são “categorização, codificação, tabulação, análise estatística e generalização”. Com isso, a pesquisa está estruturada com a introdução onde são apresentados as motivações e questionamentos iniciais; revisão de literatura no qual há um diálogo sobre o tema; metodologia, etapa em que são descritos os passos da pesquisa; Análise de dados, resultados e discussões e por fim as considerações finais.

Posto isto, com a finalidade de adquirir dados para verificar se o pensamento matemático e a escrita do mesmo são desenvolvidos através de roteiros e do emprego do GeoGebra, foi realizado o planejamento de atividades e a produção de um minicurso que seguem etapas correlacionadas, visto que é necessário que o discente conheça e assimile cada etapa do processo para que ele possa desenvolvê-la gradativamente.

Sendo assim, para a produção de um minicurso/atividade, é necessário dividir o que é desejado estudar em ciclos; elaborar os objetivos; organizar os conteúdos; selecionar os materiais de estudo; escolher os recursos utilizados e o formato de avaliação. Segundo Morais *et al* (2020, p. 5)

O planejamento de ensino é um processo no qual devem ser considerados diferentes aspectos que envolvem o contexto e a realidade do aluno e do

professor, no que se refere, entre outros aspectos, ao uso de estratégias didáticas e recursos tecnológicos

Desse modo, decompor em etapas o processo da construção do conhecimento é estabelecer, de forma recorrente, uma sequência de passos que auxiliem esse processo de aprendizagem.

3.1 Estrutura do minicurso

O minicurso intitulado Geometria e GeoGebra em Roteiros foi uma parceria entre o Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino (GPETDEN) e o Laboratório de Matemática da UESB (LaboMAT). A divulgação foi feita através do *Instagram* do LaboMAT e grupos diversos pelo aplicativo de mensagem *WhatsApp*, e foi oferecido para graduandos ou graduados em Matemática ou Física de qualquer universidade como pode ser visto na Figura 6 a seguir. A inscrição foi realizada através de formulário do *Google*.

Figura 6



Fonte: Produção Nossa

O minicurso ocorreu entre o dia 14 de outubro de 2021 e 06 de novembro de 2021, com carga horária síncrona igual a 08h, decomposta em 04 encontros via *Google Meet*, e carga horária assíncrona de 24h, totalizando 32h.

O objetivo foi agrupar pessoas que já conhecessem o GeoGebra ou a Geometria e pessoas que tiveram pouco contato, ou nenhum, com esses dois elementos. Para esse

minicurso foram selecionados os conteúdos: Noções iniciais da Geometria; Triângulos; Polígonos; Quadriláteros e Isometrias do Plano, pois eles são essenciais para o desenvolvimento da geometria e de outras áreas da matemática. Com o conteúdo e o público alvo definido, tornou-se mais simples a estruturação do minicurso. Diante disso, o minicurso foi dividido em três módulos: Conhecendo e Explorando a Geometria e o GeoGebra; Ilustrando a Geometria; e Imaginando, Criando e Recriando. Além disso, mais 3 graduandos do curso de Licenciatura em Matemática da UESB foram convidados para serem professores, os quais foram escolhidos por serem colegas de turma e por terem realizado cursos na área da geometria e sobre o GeoGebra, além de apresentarem disponibilidade para a ação. A cada um foi atribuído um módulo com uma aula síncrona para lecionar acerca do conteúdo.

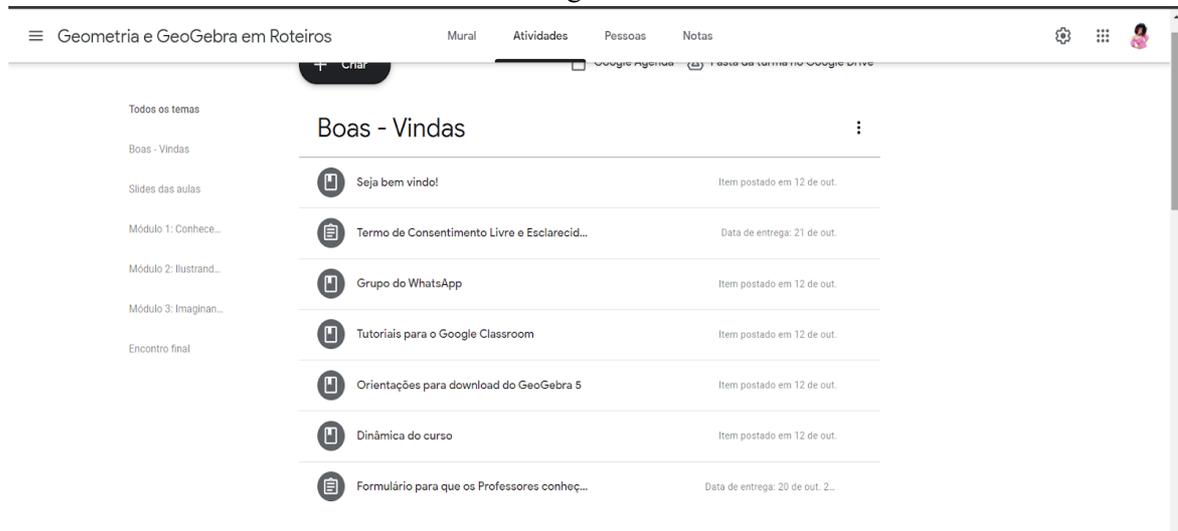
A participação da pesquisadora nos encontros síncronos se deu como professora ministrante, auxiliando os professores convidados com os comentários dos cursistas, nas construções e no esclarecimento de dúvidas sobre o conteúdo ou o *software*.

O minicurso foi realizado pela plataforma Sala de Aula do Google. Este ambiente foi dividido em seções que continham vídeos-lição e de apoio, material escrito sobre o conteúdo, como seria cada módulo, questionários sobre o que foi estudado e atividades avaliativas, além do uso da ferramenta *mentimeter*². Os recursos utilizados e os materiais propostos serão apresentados durante a caracterização de cada seção.

A primeira seção do curso foi denominada Boas - Vindas, como pode ser visto na Figura 7, ela foi destinada para sanar dúvidas dos alunos sobre o minicurso e a dinâmica utilizada. Além de apresentar tópicos com vídeos tutoriais para utilizar o *Google Sala de Aula* e para o *download* do GeoGebra, e um *link* que direcionava os alunos para um grupo no *WhatsApp*, para facilitar a comunicação.

² <https://www.mentimeter.com/pt-BR>

figura 7



Fonte: Produção Nossa

Dessa forma o aluno conseguia se orientar sobre a plataforma utilizada e o *software* que seria empregado como potencializador da aprendizagem Matemática, além de manter relação direta com os professores.

Cada módulo foi dividido em partições que são categorizadas em: objetivos do módulo; conteúdos; materiais de estudo disponíveis em vídeo e de forma escrita; data e informações do encontro síncrono; atividade avaliativa e questionário sobre o módulo. As construções geométricas feitas no GeoGebra tiveram o objetivo de apresentar semelhanças com as construções feitas com materiais manipuláveis como compasso, régua, esquadros e transferidor, para que fossem abordadas definições e propriedades pertinentes na construção, entretanto, evitou-se utilizar comandos diretos para construir algo no GeoGebra, bem como as atividades avaliativas que são definidas como, entrega de um arquivo com comentários sobre a atividade, o arquivo do GeoGebra, e/ou o roteiro modificado ou produzido.

3.2 Estrutura do Módulo 1

O módulo 1: Conhecendo e Explorando a Geometria e o GeoGebra, teve como conteúdo a serem estudados: Ponto; Reta; Plano; Segmento de Reta; Ângulos; Paralelismo; Perpendicularismo e Triângulos. Incorporado a Geometria, foi abordado a interface do GeoGebra e as ferramentas: Reta; Semirreta; Segmento; Reta Perpendicular; Reta Paralela; Controle Deslizante; Segmento com Comprimento Fixo e Ângulo com Amplitude Fixa.

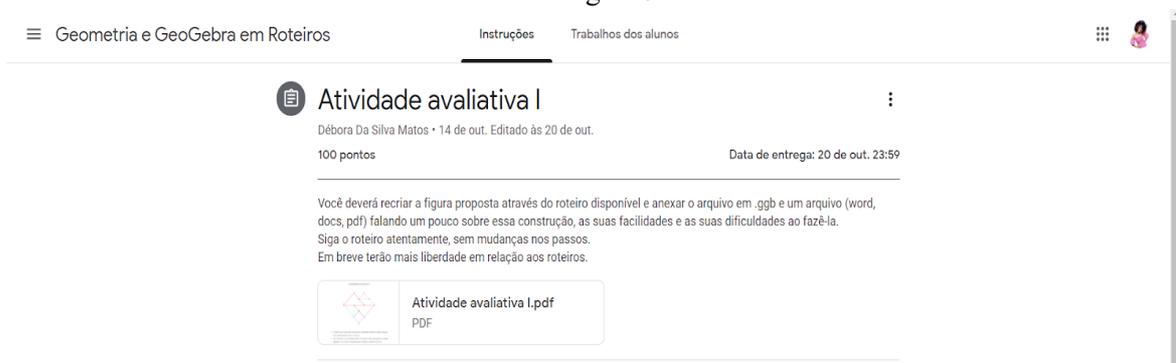
Figura 8



Fonte: Produção Nossa

A primeira interação dos cursistas com o GeoGebra foi através de vídeos tutoriais sobre a interface e alguns comandos. O objetivo geral deste módulo é construir um coração, feito com peças do tangram, utilizando os conteúdos e as ferramentas aprendidas no *software*. Para isso, os objetivos específicos foram enunciados como: identificar os entes geométricos; relacionar o objeto de estudo ao uso no GeoGebra e reproduzir, por meio deste, as ações ditas nos roteiros. Sendo assim a atividade avaliativa do módulo, que está no Apêndice B, tem sua estrutura apresentada na Figura 9, na qual é definida como seguir um roteiro apresentado pela professora.

Figura 9



Fonte: Produção Nossa

A professora responsável pelo encontro síncrono foi Gislaine Duarte de Souza³. Nesse encontro foram feitas construções da geometria no *software* como ponto, reta, plano, pela pesquisadora e pela professora convidada. Ocorreram algumas discussões sobre as relações de paralelismo, perpendicularismo e noções iniciais da geometria, depois houveram as construções dos triângulos, sendo feitas de acordo a nomenclatura quanto aos lados e quanto

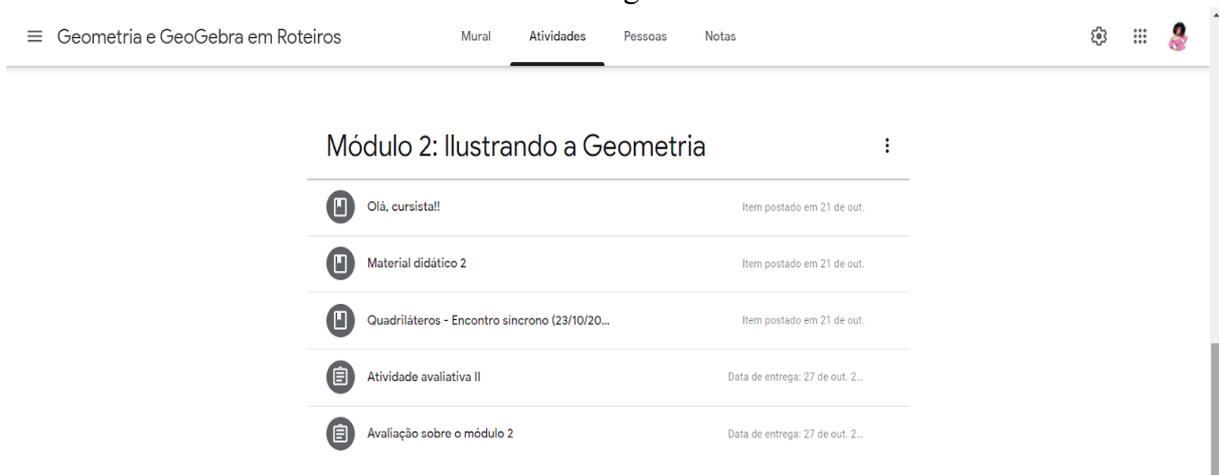
³<http://lattes.cnpq.br/4789007039580525>

aos ângulos. Os alunos eram convidados a todo o momento para auxiliar os professores indicando métodos de construção. Essa proposta teve por finalidade incentivar o aluno a participar da aula e sanar possíveis dúvidas.

3.3 Estrutura do Módulo 2

Por conseguinte, o segundo módulo intitulado “Ilustrando a Geometria” constitui-se através dos conteúdos a serem estudados que foram: os quadriláteros notáveis e polígonos, como também as ferramentas do *software* que permitem fazer essas construções: Polígono; Polígono Regular; Polígono Rígido; Circunferência; Compasso e Protocolo de Construção

Figura 10



Fonte: Produção Nossa

Podemos exprimir que o objetivo geral foi que o aluno fizesse modificações no roteiro do módulo anterior para ter a mesma construção no GeoGebra. Em termos de objetivos específicos elenca-se: relacionar novos elementos da Geometria com as novas ferramentas do GeoGebra; selecionar ferramentas diferentes para a construção do objeto determinado e reformular os passos dos roteiros. Logo, a atividade avaliativa, exibida após o encontro síncrono, foi definida por aprimorar o roteiro do módulo anterior e validá-lo no *software* e pode ser vista seguir na Figura 11.

Figura 11

The screenshot shows a web interface for a GeoGebra activity. At the top, there is a navigation bar with the text 'Geometria e GeoGebra em Roteiros', 'Instruções', and 'Trabalhos dos alunos'. Below this, the activity title 'Atividade avaliativa II' is displayed, along with the author 'Débora Da Silva Matos · 23 de out.' and the score '100 pontos'. The due date is 'Data de entrega: 27 de out. 23:59'. The main content area contains instructions in Portuguese, stating that the student must optimize the route by improving steps, changing tools, or concepts. It lists three required attachments: a .ggb file with changes, a modified route file (word, docs, pdf), and a file explaining the construction and its difficulties. A PDF icon labeled 'Atividade Avaliativa II.pdf' is visible at the bottom of the content area.

Fonte: Produção Nossa

O professor responsável pelo encontro síncrono foi Samuel Dias Alves⁴, o propósito deste encontro foi realizar as construções dos quadriláteros de acordo com as suas definições. Durante o encontro síncrono, a pesquisadora e o professor convidado fizeram as construções dos quadriláteros notáveis de acordo com as definições matemáticas destes entes. Para isso, tornou-se necessário empregar conhecimentos geométricos e relacioná-los às ferramentas do GeoGebra. A todo momento os alunos eram convidados a auxiliar os professores, sugerindo ferramentas ou definições matemáticas que poderiam ser aplicadas na construção.

3.4 Estrutura do Módulo 3

No último módulo, que foi denominado por “Imaginando, Criando e Recriando”, foi abordado tanto as quatro isometrias no plano que são: Simetria de Translação; Simetria de Rotação; Simetria de Reflexão em relação a um ponto e Simetria de reflexão em relação a uma reta, quanto as ferramentas que ilustram esses entes geométricos no *software*: Reflexão em Relação a uma Reta; Reflexão em Relação a um Ponto; Rotação em Torno de um Ponto, Translação por um vetor e Rastro de um Objeto.

⁴<http://lattes.cnpq.br/5662338561385281>

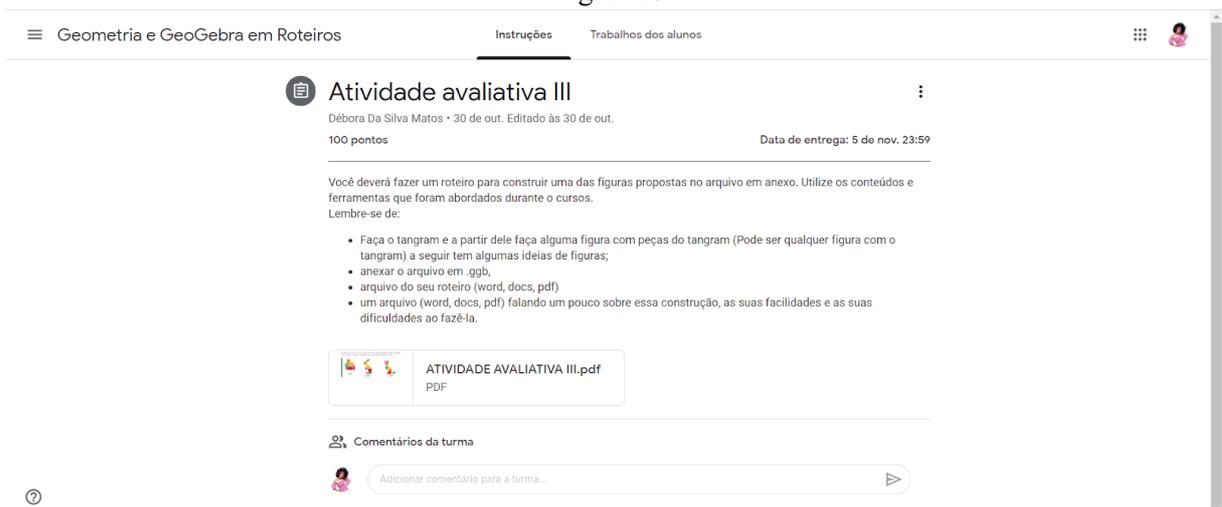
Figura 12



Fonte: Produção Nossa

Portanto, o objetivo geral deste módulo foi: escrever um roteiro para a construção de um gato com as peças do tangram. Posto isto, os objetivos específicos podem ser apresentados como: escrever o pensamento matemático sobre a figura; escolher quais entes matemáticos e ferramentas vai utilizar; estruturar um roteiro e validar seu roteiro. Diante disso, a atividade avaliativa estabelecida foi a escrita de um roteiro para construir uma ilustração feita com peças do tangram e pode ser vista na Figura 13 a seguir.

Figura 13



Fonte: Produção Nossa

O professor responsável pelo encontro síncrono foi Mateus Coqueiro Teixeira⁵, o intuito foi definir e explorar as isometrias através do que já havia sido estudado: Noções

⁵ <http://lattes.cnpq.br/2493755144066381>

iniciais da Geometria; Triângulos; Quadriláteros e Polígonos. Sendo assim, no encontro síncrono, a pesquisadora e o professor convidado fizeram diversas construções de polígonos, sugerido pelos alunos, e aplicaram neles as isometrias. A partir de questionamentos feitos pelos professores de como girar uma figura, ou como transferi-la para outro lugar geométrico, os alunos foram auxiliando sugerindo passos de construções. Para isso, tornou-se necessário empregar conhecimentos geométricos e relacioná-los às ferramentas do GeoGebra.

3.5 Coleta de Dados

A coleta de dados foi feita por meio de formulários do *Google*, e a coleta das atividades avaliativas através de documentos em .docx, .doc, .pdf e .ggb. Para isso os cursistas assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), (Apêndice A), que informava sobre a pesquisa e a exposição das respostas nas atividades e formulários de forma sigilosa.

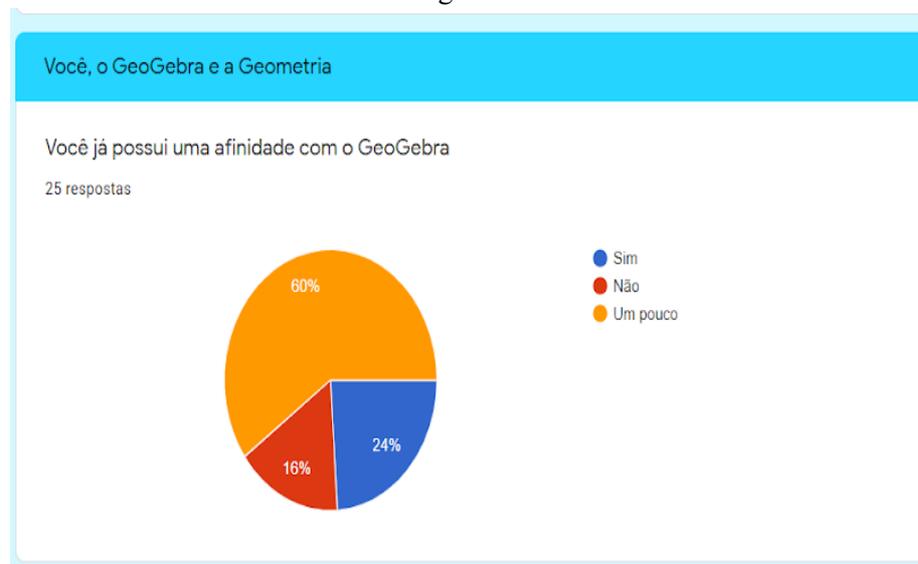
Para a organização das atividades feitas pelos cursistas, cada um deles foi nomeado em ordem crescente de acordo com as disposições dos nomes em ordem alfabética, todos com a letra A de aluno, e a numeração de 1 a 25.

4. ANÁLISE DE DADOS

A turma analisada foi composta por 25 alunos, sendo 6 graduandos e um graduado do Curso de Licenciatura em Física da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), um graduando do Curso de Bacharelado em Matemática da Universidade Federal do Ceará (UFC), e 15 alunos do curso de Licenciatura em Matemática divididos em 6 graduandos e um graduado da UESB, 3 graduandos da UFC, 2 graduandos da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB), um graduado da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB), um graduando da Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), e um graduanda em Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal da Bahia (UFBA), sendo esse última um caso especial de uma discente que demonstrou grande interesse pelo curso, por atuar como professora de Desenho Geométrico.

A partir de um formulário do *Google* foi possível conseguir algumas informações importantes sobre a relação entre o cursista, a Geometria e o GeoGebra. Pode-se observar na Figura 14 a seguir que apenas 24%, equivalente a 6 alunos da turma, tinha alguma afinidade com o GeoGebra.

Figura 14

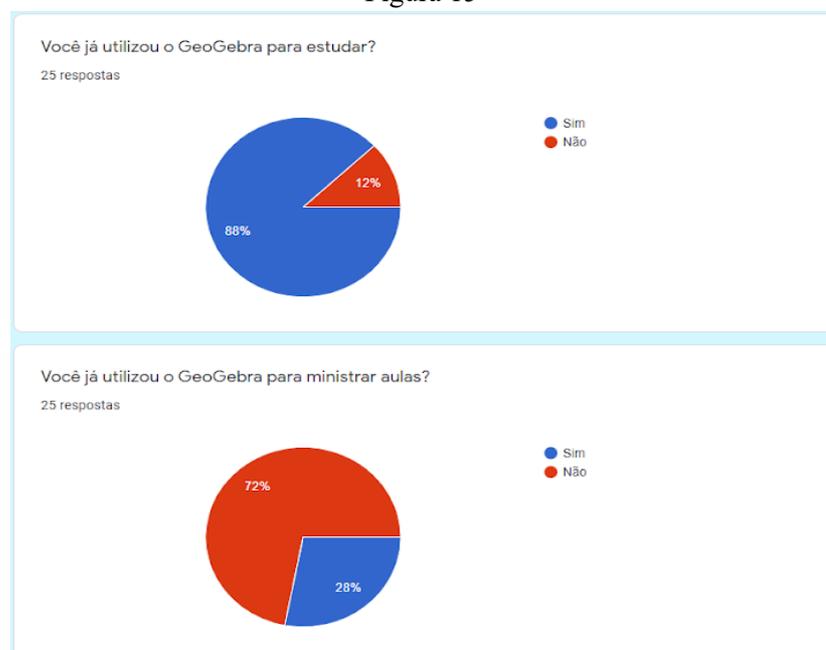


Fonte: Dados da Pesquisa

Com isso, percebe-se que foi de extrema importância disponibilizar tutoriais sobre o *download*, instalação e ferramentas iniciais do *software*, além de abordá-las no encontro síncrono para sanar dúvidas sobre os mesmos.

Além de identificar o grau de afinidade dos cursistas com o GeoGebra, elaborou-se perguntas sobre como os mesmos utilizavam o *software*, se o uso era para estudos ou para ministrar aulas, como pode-se na figura 15.

Figura 15



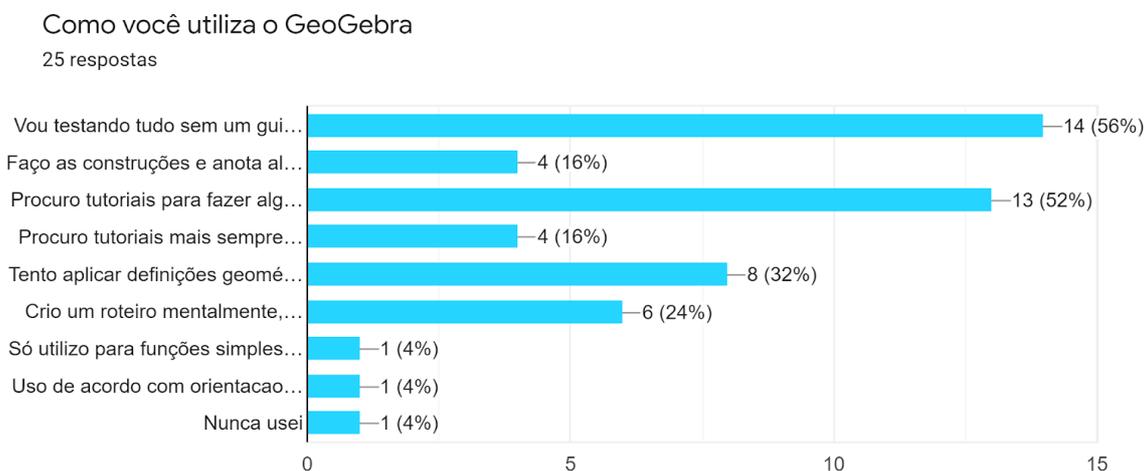
Fonte: Dados da Pesquisa

Conclui-se que, apesar de poucos conhecerem a fundo o GeoGebra, 88% utilizaram o software para estudar, como visto no primeiro gráfico. Já para ministrar aulas, apenas 28% dos cursistas utilizam o *software* com essa finalidade.

Em destaque a esse formulário que serviu para conhecer o perfil da turma, faz-se importante evidenciar as respostas da seguinte pergunta: **Como você utiliza o GeoGebra?** C Para responder a essa pergunta, foram elencadas as seguintes opções: a) Vou testando tudo sem um guia prévio, b) Faço as construções e anota alguns passos, c) Procuo tutoriais para fazer alguma construção, d) Procuo tutoriais mais sempre muda algo de acordo meu gosto e construção, e) Tento aplicar definições geométricas de acordo as ferramentas do GeoGebra, f) Crio um roteiro mentalmente, mas, durante a construção, algumas ideias não saem como esperado e g) Outros. Essa última alternativa tinha a possibilidade de o aluno dizer de que forma ele utilizava o GeoGebra.

Observando a Figura 16 a seguir, em relação às respostas dos 25 cursistas sobre a referida pergunta, temos que 3 utilizaram a opção outros.

Figura 16



Fonte: Dados da Pesquisa

Nota-se que apenas 6 cursistas criavam algum tipo de roteiro mental para as construções que desejavam no GeoGebra. Além desse fato, o cursista A11 nunca utilizou o GeoGebra e o cursista A12 diz que:

- *Só utilizo para funções simples como polinômios e etc.*

Além desse relato, o cursista A25 diz:

- *Uso de acordo com orientacao da materia estudada.*

Portanto, para alguns cursistas, o *Software* seria uma ferramenta nova para os estudos, além de apresentar outros recursos que auxiliam o ensino e aprendizagem da Matemática.

Esse primeiro formulário disponibilizado à turma antes das aulas começarem foi para conhecer o público no qual o minicurso seria ofertado, e assim verificar se os materiais dispostos para o ensino e a aprendizagem eram apropriados para o desenvolvimento durante os módulos.

4.1 Módulo 1: Conhecendo e explorando a geometria e o GeoGebra

Para que os alunos compreendessem a estrutura de um roteiro, na Atividade Avaliativa I, que está no Apêndice B e foi descrita anteriormente, solicitou-se que os cursistas seguissem um roteiro pronto para a construção de um coração com peças do tangram, além de pedir que eles escrevessem as facilidades e as dificuldades durante a construção. O roteiro disponibilizado encontra-se no Apêndice B, nele aparecem somente as definições e ferramentas discutidas no Módulo 1 através de materiais escritos, vídeos e encontro síncrono. Com isso o roteiro tornou-se mais extenso por necessitar de vários comandos para construir um único polígono.

Todos os alunos conseguiram cumprir a atividade proposta e pontuaram como foi a experiência de reproduzir os passos do roteiro através de um breve comentário sobre a Atividade Avaliativa I. A seguir apresenta-se o comentário do cursista A4:

- A construção foi bem legal, não tive dificuldades pois está tudo bem explicado no roteiro. O erro que tive foi na marcação do primeiro ponto médio, eu usei a ferramenta no meio do segmento achando que ia me dar o ponto médio e aí quando eu trocava de ferramenta o ponto sumia, bastou ler a instrução que tem escrita na ferramenta e eu consegui, era só clicar nos dois pontos do segmento. (Grifo Nosso).

Percebe-se na fala grifada do discente A4 que ele utilizou uma ferramenta no *software*, que visualmente mostrava-se como adequada para a construção, contudo a ferramenta não mantinha as propriedades que ele queria, do ponto criado ser o ponto médio de um segmento, então ele releu o passo e a definição dada pelo próprio GeoGebra para a ferramenta, e assim conseguiu associar a sua ação na construção com o *Software* e a definição de ponto médio.

O cursista A7 destaca em seu comentário da Atividade avaliativa I que a mesma despertou o seu interesse, pois conseguiu lembrar o que foi estudado a partir do guia de produção do coração. Ele exprime essa ideia no trecho a seguir:

- O uso dos roteiros é uma forma muito interessante não só para se chegar ao objetivo final, mas para aprender, treinar e lembrar conceitos matemáticos na medida em que se segue os

passos. Ao observar a figura do módulo 1, me parecia algo bem simples ao ver o resultado final(figura pronta), mas ao construirmos tal figura de forma a usar recursos matemáticos, percebe-se uma complexidade, já não se torna algo tão simples quanto parece ser. E seguindo os passos do roteiro, pude chegar ao resultado final sem muitos problemas. Vale ressaltar que o roteiro pode ainda ser aperfeiçoado, para facilitar ainda mais para aqueles que não tem tanta intimidade com o software GeoGebra. Dito isto, não tive dificuldades quanto à seguir os passos para se chegar na figura do coração, foi uma ótima atividade.

Esse mesmo cursista ainda relata ao fim da sua fala que seria proveitoso aperfeiçoar o roteiro para entender melhor como funcionavam outras ferramentas do GeoGebra. Verifica-se que foi possível abordar tanto o conhecimento matemático, quanto as ferramentas do software.

A cursista A11 ressalta em sua fala, o mesmo que A7 apresentou, abordando sobre a necessidade de ter as noções primitivas da Geometria para fazer a construção do coração com peças do tangram. Ela afirma que:

*- Com o roteiro, tudo ficou muito simples. Confesso que, ao ver o roteiro pela primeira vez, me assustei um pouco, mas ao fazer cada passo as coisas foram ficando mais fáceis. **Acredito que, só haverá algum problema com o uso do programa caso o indivíduo não tenha as noções básicas e primitivas de geometria.*** (Grifo Nosso).

Pode-se notar que a cursista conseguiu estabelecer relações entre o conteúdo de noções iniciais da Geometria e triângulos com as ferramentas abordadas no GeoGebra durante o módulo.

Nota-se que, de acordo com o cursista A15 algumas das dificuldades em seguir um roteiro que, de modo geral, é carente de definições mais diretas para a construção de figuras geométricas. Ele aponta que:

*- A atividade foi bem interessante. Eu usei o geogebra para estudar em vários momentos e a atividade era bem simples, por isso fui bem ágil na realização da atividade. Não há muito mistério nessa atividade, as construções de retas são boas bases que ajudaram na formulação dos segmentos. **O único ponto que essa atividade exige é muita atenção, são muitas retas e pontos, isso pode causar um pouco de confusão.*** (Grifo Nosso).

Constata-se de acordo as falas dos cursistas, é possível segui-lo e finalizá-lo em um espaço de tempo considerado curto, além disso, o cursista A15 evidencia que a atenção na construção da figura é fundamental, visto que em certos momentos a janela de visualização pode ficar poluída visualmente, e se algum elemento for produzido de forma incorreta, não é possível chegar ao objetivo proposto.

O cursista A24 destaca, em suas considerações sobre a atividade, a experiência de criar elementos que não apareceriam na figura final do coração com peças do tangram.

- [...] *Me pareceu um pouco estranho criar retas no início, sabendo que a figura era formada apenas por segmentos de reta.*

Verifica-se nesta fala que o cursista A24, que ele assimilou as relações de dependência entre objetos durante a execução dos passos do roteiro, esse vínculo entre elementos que mantém as propriedades geométricas garantindo a existência do objeto criado. A cursista A25 exprime no trecho a seguir que entender essas relações de dependência e de construção foram complicadas, mas que se atentando ao roteiro, a mesma conseguiu concluir a atividade.

- *Hoje na construção desta figura, minhas dificuldades foram interpretar a comanda de passo a passo principalmente a posição das retas. Na primeira tentativa ficou faltando segmentos e não consegui identificar o erro, apaguei tudo e comecei do início, assim deu certo.*

Assim, verifica-se que identificar os entes geométricos abordados em cada passo foi necessário, o que possibilitou fazer as relações entre o objeto de estudo e as ferramentas do GeoGebra. Com as considerações feitas pelas cursistas, conclui-se que a atividade conseguiu explorar de forma significativa os conteúdos estudados no módulo 1.

Para adquirir mais informações dos cursistas em relação ao módulo 1 e a atividade proposta, ao fim do módulo aplicou-se um formulário do *Google* em relação às experiências vivenciadas nessa primeira etapa do minicurso. Um questionamento interessante feito no formulário é: **“O que você se atentou ao seguir os roteiros?”**. Dentre as 25 respostas, algumas se destacam como por exemplo a da cursista A11:

- *Se eu tivesse feito sem nenhum roteiro, as coisas teriam ficado desorganizadas e sem escala. O roteiro é importante para padronizar, além de ser um desafio muito divertido.*

Ela destaca que o roteiro a auxiliou na organização das ideias, pois sem um roteiro prévio, as figuras não teriam relação de proporção entre elas, logo não chegaria ao resultado esperado, contudo em nenhum momento foi abordado a questão de proporção, visto que a medida do primeiro elemento a ser criado é arbitrário, e a partir dele todos seguem relações de dependências para manterem a proporção. Para a mesma pergunta, o cursista A19 ainda relata sobre essa relação de dependências ao dizer que:

- *Para uma construção ser bem feita deve existir uma ordem, com passos a serem seguidos, para que tudo esteja dentro do domínio de quem está realizando.*

A ordem de passos determinados por uma sequência de construção dita pelo cursista, é o que preserva as propriedades matemáticas na construção.

Pode-se notar nas respostas a seguir, em relação à pergunta do formulário: “**O que você se atentou ao seguir os roteiros?**”, do cursista A7 e da cursista A14, as quais aparecem de acordo com a ordem citada, que estes passos ordenados estimulam o aluno a analisar as suas ações durante a execução da atividade.

- *Explorar quais propriedades matemáticas estavam sendo trabalhadas no decorrer dos passos*
- *Me atentei em seguir os passos de forma correta e aproveitei para observar com muita atenção cada ferramenta utilizada.*

Logo o objetivo de abordar as noções iniciais de geometria e a construção de triângulos mediado pelo GeoGebra, e avaliar a aprendizagem do aluno sobre o conteúdo por meios de roteiros foi alcançado, pois pode-se ver isso através das considerações feitas pelos alunos.

4.2 Módulo 2: Ilustrando a Geometria

No módulo 2 solicitou-se, como Atividade Avaliativa II, que os alunos modificassem o roteiro do módulo anterior, para que os mesmos tivessem a experiência de aperfeiçoar alguns passos que pudessem ser seguidos no GeoGebra, com o propósito de otimizar o roteiro, além de pedir que eles escrevessem as facilidades e as dificuldades durante a construção. Para isso, o aluno poderia utilizar todos os recursos do *Software* que foram expostos nos módulos 1 e 2 e os conteúdos da Geometria que foram discutidos por meio de materiais escritos, vídeos e encontros síncronos.

Alguns alunos relataram dificuldades ao cumprir a atividade, por não saberem como começar as modificações. Contudo, receberam auxílio da professora pesquisadora para realizarem a atividade. Em especial, temos o caso da cursista A20 que relatou não conseguiu modificar o roteiro pois sentiu dificuldade em desenvolver uma ideia de otimização, a mesma foi orientada a utilizar a ferramenta Polígonos para modificar a construção, contudo não houve retorno da cursista em relação a orientação dada.

Muitos relataram em alguns parágrafos em arquivos em .docx .doc ou .pdf enviado junto a atividade quais foram as dificuldades e facilidades nessa construção. A cursista A1 relata uma de suas dificuldades no trecho a seguir:

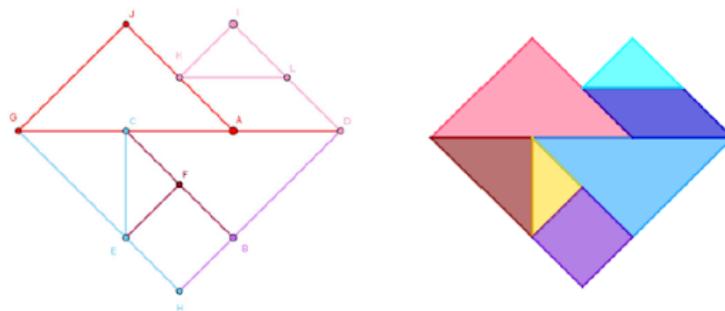
- *Nessa atividade tive um pouco mais de dificuldade pois, pensei em diversas formas de construir um roteiro de forma que uma outra pessoa, seguindo o passo a passo do roteiro não tivesse tanta dificuldade. Talvez por nunca ter feito um roteiro eu não tenha sido muito clara ou até objetiva de mais porque, como sabemos, certas construções geométricas podem ser*

automatizadas com o uso dos recursos disponíveis no menu de ferramentas do Geogebra e como foi possível perceber que a figura era composta por 7 polígonos (triângulos, quadrado e paralelogramo), digamos assim, que “abusei” muito das ferramentas ponto e polígono para realização dessa atividade, . Mas espero que tenha executado a atividade com sucesso.

A cursista A1 mostrou-se preocupada em relação a sua escrita matemática, pois considerou que outra pessoa poderia ler e tentar seguir o seu roteiro. Observa-se então que ela julgou necessário utilizar expressões que direcionassem o leitor para a construção da figura. A seguir temos a Figura 17 onde a cursista A1 mostra a imagem da atividade anterior e a da atividade 2, e os dois primeiros passos do roteiro, assim evidenciando que utilizou os recursos como polígonos para facilitar a construção e simplificar seu roteiro.

Figura 17

ATIVIDADE AVALIATIVA II: Otimize o roteiro utilizando novas ferramentas ou novos conceitos que foram discutidos no módulo 1 e 2.



1. Crie os pontos pela janela de entrada digitando os pontos e suas coordenadas ou clicando na ferramenta ponto. Os pontos $A=(0,4)$; $B=(0,0)$; $C=(-4,4)$; $D=(4,4)$; $E=(-4,0)$; $F=(-2,2)$; $G=(-8,4)$; $H=(-2,2)$; $I=(0,8)$; $J=(-4,8)$; $K=(-2,6)$; $L=(2,6)$
2. Com os pontos criados iremos construir polígonos, esses pontos serão os vértices dos triângulos, quadrado e paralelogramo

Fonte: Dados da Pesquisa

Comparando com o roteiro do apêndice B que foi proposto na atividade avaliativa 1, com o da cursista A1, exibida na figura 17, verifica-se que a cursista conseguiu resumir vários passos dos roteiros com o uso correto de outras ferramentas apresentadas no GeoGebra.

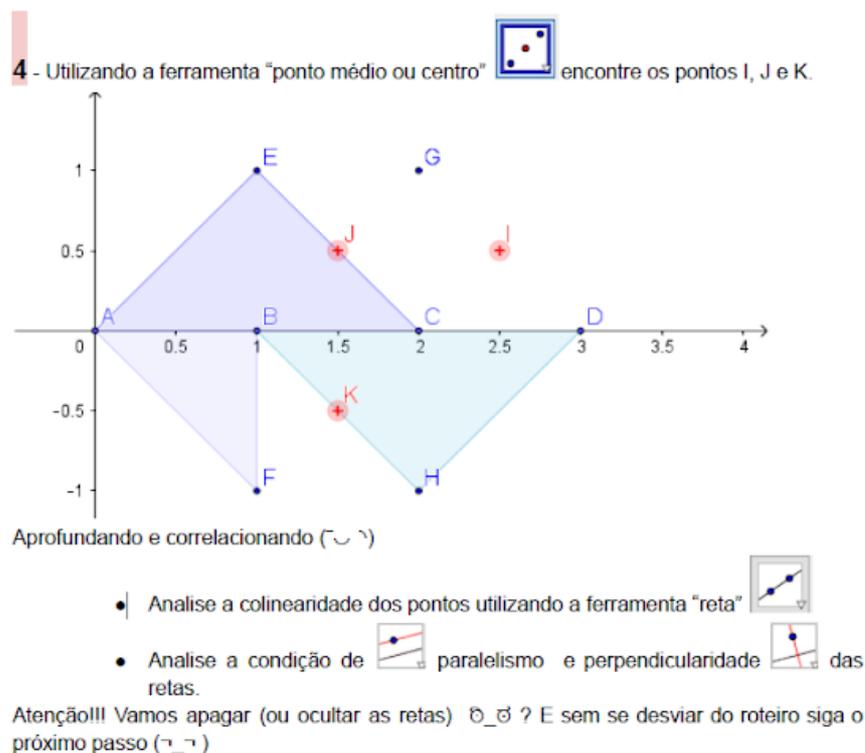
Nota-se também a preocupação em relação à escrita do cursista A3 quando ele diz que:

- *Esse novo roteiro utiliza processos quase que repetitivos o que deve facilitar ao aluno na hora da construção, já que se ele entender um passo consegue montar todos os outros. A construção utiliza as ferramentas de ponto, reta paralela e perpendicular, ângulo com amplitude fixa e segmentos, e a maior diferença é a quantidade de retas criadas que foram reduzidas*

O cursista se atenta ao que o leitor vai interpretar e internalizar, ele ainda diz que conseguiu simplificar o roteiro utilizando métodos de repetição de construção, facilitando tanto a escrita, quanto a construção, sem deixar de utilizar os conceitos geométricos e as ferramentas que foram estudadas.

Atentando-se ainda na escrita do roteiro, a cursista A5 mostra-se preocupada com o leitor ao trazer imagens e passos detalhados para a construção, além de apresentar dicas e incentivos. Podemos ver num trecho do roteiro na figura 18 a seguir:

Figura 18



Fonte: Dados da Pesquisa

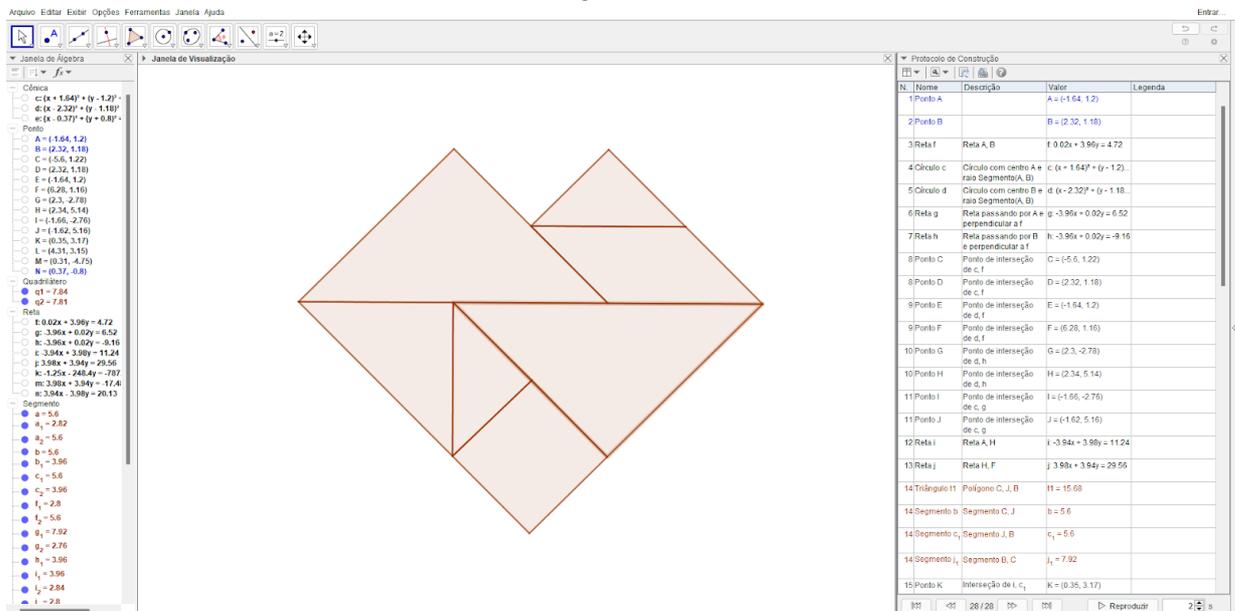
Identifica-se que a cursista A5, na figura 18, estava bastante atenta à interpretação do leitor, pois adicionou ao seu roteiro alguns símbolos que apresentavam as ferramentas a serem utilizadas no GeoGebra. Além disso, ao fim do passo 4, ela apresenta orientações e conselhos de construção com alguns *emojis* simbólicos expressando dúvida e preocupação.

Observa-se que essa mesma inquietação aparece na escrita do comentário da cursista A21, onde ela afirma o seguinte:

- *Minha dificuldade nessa construção foi pensar em como começar diferente, utilizando outras ferramentas. Contudo, uma vez iniciada, a construção foi tranquila. Acredito que a parte mais complicada para mim tenha sido a escrita do roteiro, apesar de ter feito utilizando o protocolo de construção, ainda fiquei na dúvida de como expressar alguns passos da construção de forma clara, mas acredito que tenha alcançado o objetivo.*

A cursista A21 fez o emprego da ferramenta Protocolo de Construção, que aparece no arquivo da cursista, apresentada na Figura 19 a seguir, no lado direito, na qual é possível analisar os passos da construção.

Figura 19



Fonte: Dados da Pesquisa

A partir deste protocolo ela relata que conseguiu escrever seu roteiro de forma que outra pessoa compreendesse o que estava sendo dito. O protocolo de construção foi apresentado no encontro síncrono do módulo 2 e é uma ferramenta relevante para assimilar o que foi feito, com a figura apresentada na Janela de Visualização e a matemática.

Similarmente aos cursistas anteriores, a aluna A12 apresenta essa mesma preocupação em seu comentário sobre a sua atividade que está no trecho a seguir, contudo, demonstra cuidado em como iniciar o roteiro, manifestando a atenção ao que seria produzido.

- *A maior dificuldade foi descrever passo a passo o e fiz, de modo que outra pessoa possa construir apenas com meu roteiro, tive dificuldade também em decidir como eu iria construir, mas depois que optei por fazer através de polígonos, tudo ficou mais rápido*

Apresenta-se na fala a necessidade de organizar as ideias e decidir qual o melhor percurso para se chegar ao resultado desejado, identifica-se a utilização dos novos conteúdos estudados no módulo 2 para otimizar o roteiro.

O mesmo aconteceu com a cursista A11 que expôs a dificuldade no comentário sobre a atividade, e como tentou superá-la. O caminho escolhido foi através de testes e esquematização da construção. A seguir ela diz:

- Se eu pudesse escolher duas palavras para caracterizar essa atividade, eu facilmente escolheria as palavras: difícilima e intrigante. Ela foi bem desafiadora para mim, tive que refazer mais de duas vezes porque sempre me perdia na parte de fazer os segmentos para esconder as retas (que estavam um caos). Minha solução foi executar o que eu queria fazer no GeoGebra, analisar se funcionava e depois passar para o bloco de notas do celular.

Nota-se que ela considera a relação de dependências entre os objetos a partir das suas tentativas, com isso, ela realizou a construção e traçou as ideias em forma de roteiro simultaneamente.

De mesmo modo, o cursista A24 mostra em seu relato a necessidade de utilizar desde as definições iniciais da Geometria que foram estudadas, até a construção dos polígonos, pois ele apresenta em sua fala, a seguir, que as mesmas são necessárias para manter propriedades presentes nas peças do tangram que forma o coração.

- Com o auxílio da ferramenta polígono foi possível se construir formas geométricas de forma mais rápida e intuitiva, sem perder as definições matemáticas que baseiam tais criações. Uma dificuldade foi pensar na aplicação exata das novas técnicas para tornar a construção mais eficiente, mas foi possível manter alguns passos originais, combinados com a otimização proporcionada pelas noções de paralelismo e retas combinadas com conhecimentos de construção de polígonos.

Verifica-se que o cursista se preocupou em quais alterações fazer, sem modificar o resultado final e, como otimizar os passos sem perder relações entre objetos que foram considerados importantes por manter propriedades durante a produção do coração com peças do tangram.

Através de um formulário de análise do módulo 2 foi possível obter mais informações acerca do que foi apresentado e discutido. Neste formulário temos 23 respostas, o cursista A9 e a cursista A21 não conseguiram acessar o formulário na data prevista para o preenchimento do mesmo.

Pode-se interpretar qual percurso os cursistas seguiam para a realização da Atividade Avaliativa 2 através de uma pergunta feita por formulário que está presente na Figura 20 a

seguir. A pergunta foi feita com a opção Caixa de Seleção que permite marcar mais de uma alternativa.

Figura 20

Quando modificava o roteiro, você: *

Anotava as ideias

Anotavas os recursos que queria utilizar

Construía primeiro no GeoGebra e depois anotava

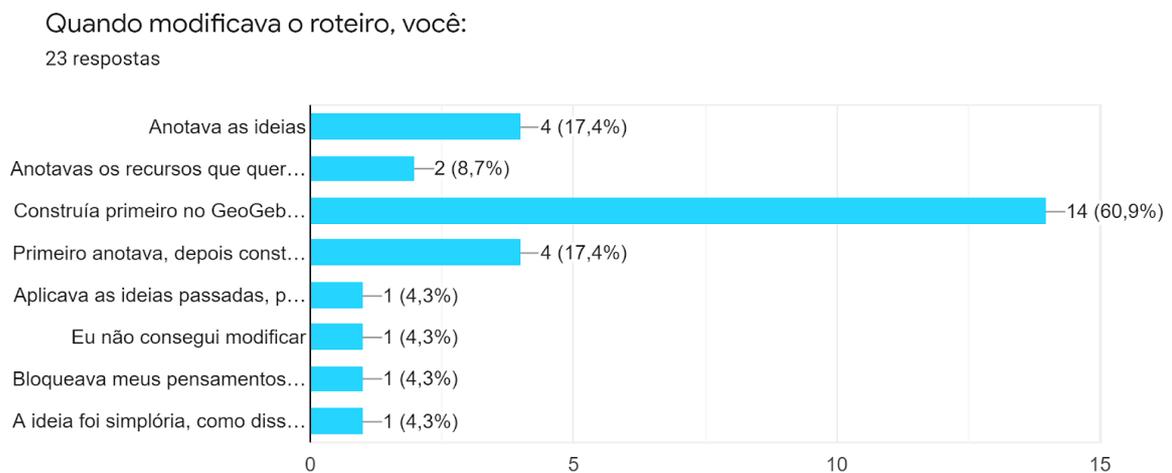
Primeiro anotava, depois construía e verificava

Outro: _____

Fonte: Dados da Pesquisa

A opção “Outro” oferecia liberdade ao cursista para expressar outro método que utilizou na escrita dos roteiros. O resultado pode ser visto na Figura 21 a seguir.

Figura 21



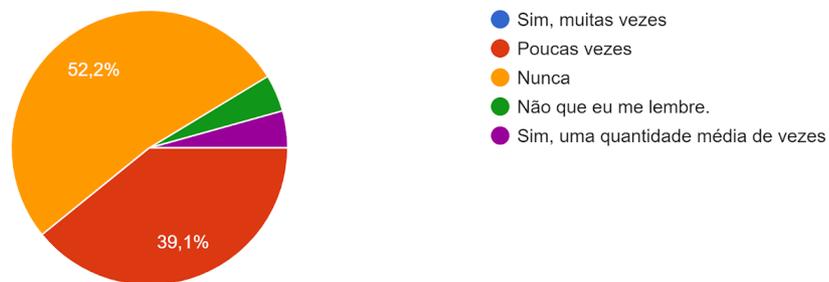
Fonte: Dados da Pesquisa

As quatro últimas respostas apresentadas são a) Aplicava as ideias passadas, porém tentava reduzi-las ao procedimento mais enxuto possível; b) Eu não consegui modificar; c) Bloqueava meus pensamentos para focar só nas ferramentas do módulo 1 e 2; e d) A ideia foi simplória, como disse anteriormente, foi um capricho pessoal. Observa-se, de acordo com as respostas, que os cursistas idealizaram o projeto, foram fazendo testes para verificarem se o que haviam pensando estava correto e depois escreviam.

A ênfase ao planejamento dos cursistas para escrever o roteiro é relevante, visto que, segundo os dados da pesquisa, disposto na Figura 22 a seguir, 52,2%, equivalente a 12 pessoas, do total de 23 alunos que responderam o formulário, dizem nunca ter feito modificações em roteiros em atividades matemáticas.

Figura 22

Você já havia modificado algum roteiro para fazer atividades matemáticas?
23 respostas



Fonte: Dados da Pesquisa

Logo, de acordo com os comentários dos cursistas sobre a atividade e as respostas no formulário, nota-se que é uma proposta diferente para aprendizagem, a mesma despertou o interesse dos cursistas e estimulou o cursista a explorar diferentes propriedades geométricas e ferramentas no GeoGebra.

Portanto, o objetivo de abordar polígonos e quadriláteros mediado pelo *software*, e avaliar a aprendizagem do aluno sobre o conteúdo por meios da otimização de roteiros foi alcançado, pois pode-se ver isso através das considerações feitas pelos alunos sobre a atividade

4.3 Módulo 3: Imaginando, Criando e Recriando

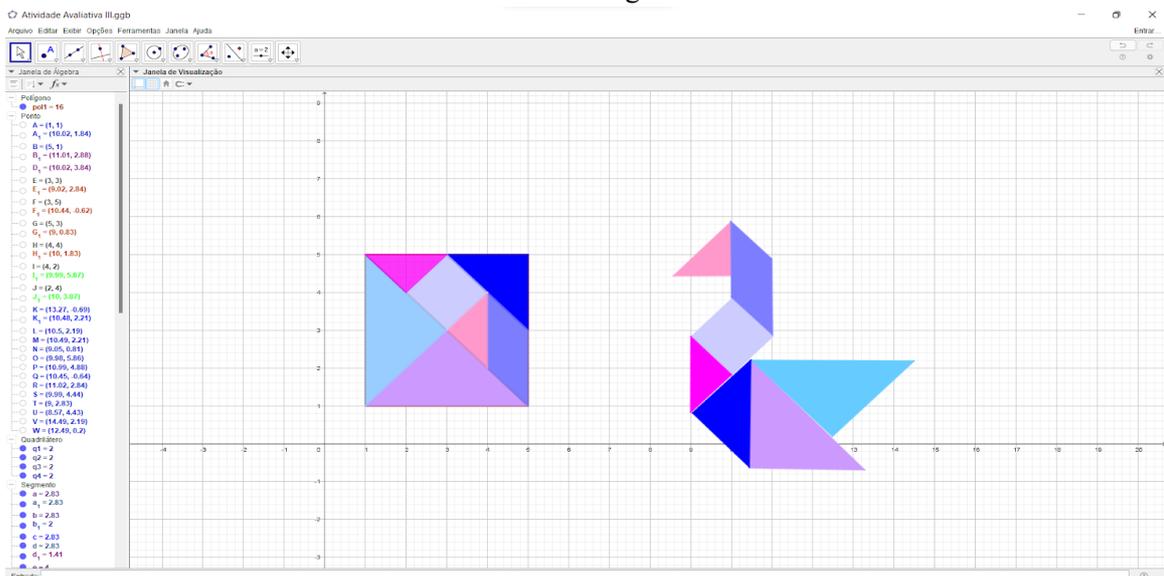
O módulo 3 seguiu a mesma metodologia dos anteriores, a mudança ocorre apenas na Atividade Avaliativa III, onde solicita-se que os alunos produzam um roteiro para construir uma figura feita com peças do tangram, utilizando os conteúdos matemáticos e as ferramentas do GeoGebra que foram abordados durante o minicurso, além de pedir que eles escrevessem as facilidades e as dificuldades que tiveram durante o processo.

Os 25 cursistas cumpriram com a atividade do módulo 3, e escreveram as considerações sobre as mesmas. Apresenta-se em seguida o relato da cursista A1 sobre a sua experiência na construção da figura 23 com peças do tangram e a construção do roteiro.

- Falando um pouco sobre a construção da atividade proposta, tive facilidade na primeira parte da construção do tangram, seguindo o que aprendi durante nossas aulas porém, na segunda parte para construir a figura (Cisne) tive muita dificuldade e, não conseguir usar de forma digamos que “corretamente” as ferramentas para usar algumas isometrias no Geogebra. Então finalizei a figura posicionado pontos semelhantes e construindo novos polígonos com a ferramenta polígono rígido pois com ele é possível movê-los sem modificar, ou seja, ao movimentar um vértice ou um lado sua forma não é afetada, posicionei meus polígonos girando, movimentando até que conseguir formar o Cisne.

Observa-se que a cursista A1 se preocupou em utilizar as ferramentas que mais lhe eram intuitivas para fazer a imagem que desejava. Ela conseguiu deixar as peças do tangram no GeoGebra soltas, de modo que ao movê-las, não perdiam as proporções e propriedades. Na Figura 23 a seguir pode-se ver o tangram e o Cisne que a cursista fez.

Figura 23



Fonte: Dados da Pesquisa

Ela relata que teve dificuldades em aplicar as isometrias, conteúdos abordados no último módulo. Contudo, contornou a situação e conseguiu utilizar outros recursos do *software*, como apresentado no relato anterior. Observa-se também que em seu roteiro ela apresenta a linguagem matemática de forma clara e objetiva, instruindo o leitor. Como pode ser visto na Figura 24 que apresenta um breve trecho do seu roteiro.

Figura 24

2. Utilize a ferramenta Polígono e crie o Polígono Regular, clique na área de trabalho o ponto A, crie o ponto B, construindo o quadrado ABCD.
3. Escolha a ferramenta Segmento definido por dois pontos para construir a diagonal DB.
4. Utilizando a ferramenta Ponto médio, encontre o ponto médio dos segmentos: DB, CD e CB

Fonte: Dados da Pesquisa

A cursista apresenta em seus passos a linguagem matemática utilizada para definir objetos, além de nomeá-los de forma correta. Pode-se ver essas mesmas características no roteiro para a construção do tangram e do Gato da cursista A2. A seguir apresenta-se um trecho desse roteiro para a construção de um gato feito com peças do tangram.

Figura 25



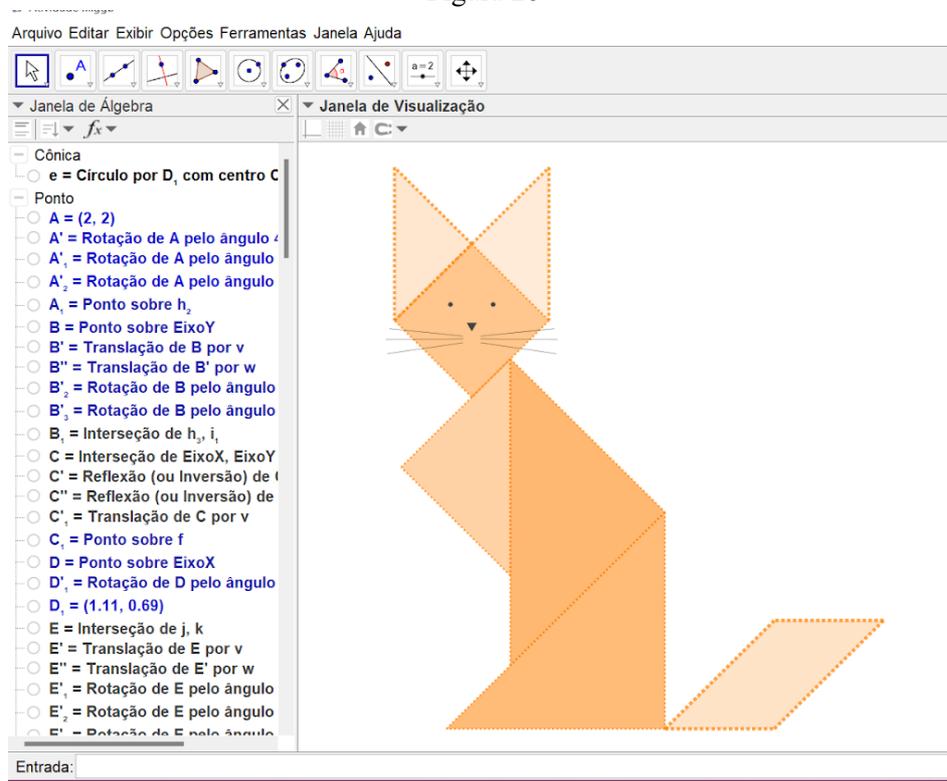
PARA O GATINHO

1. Marcar o ponto médio do segmento EF e traçar a reta perpendicular a ele, refletir em torno do segmento BE e depois refletir em relação ao ponto E.
2. Marcar o ponto médio o segmento IH rotacionar o triângulo t_5 a 225 graus em torno do ponto médio L no sentido anti-horário e depois transladar para baixo com o vetor u , do ponto I' ao ponto L.
3. Marcar o ponto de intersecção Q e o ponto médio de Q e E' e transladar o triângulo t_2 com o vetor v que vai do ponto R ao ponto D. Transladar novamente o triângulo para baixo utilizando o vetor B' e L, gerando o triângulo t_2'' .

Fonte: Dados da Pesquisa

Evidencia-se que a cursista A2 empregou a linguagem matemática no seu passo a passo de acordo com as ferramentas que a mesma utilizou para a construção da Figura 26 no GeoGebra.

Figura 26



Fonte: Dados da Pesquisa

Percebe-se que a cursista ainda fez o emprego da ferramenta Descrição na Janela de Álgebra que exhibe como cada elemento foi criado, além de utilizar dos recursos visuais para deixar a sua figura de acordo com o seu gosto pessoal. Nota-se, explorando o arquivo, que as peças não estão soltas, logo ela iniciou com a construção do tangram e a partir dele utilizou isometrias para criar peças iguais, na posição que a cursista desejava.

As considerações da cursista A2 indicam que ela se atentou a nomenclatura dos objetos, como ela relata a seguir:

- A atividade III foi incrível em todos os pontos, parece um desafio a primeira vista, e de fato é! Mas depois as coisas vão fluindo melhor no desenvolvimento da figura a partir do tangram e se torna divertido tentar coisas, ver dando errado e depois certo, é muito interessante. A parte mais difícil foi realmente fazer o roteiro, pois é um pouco complicado explicar exatamente o que foi feito, pois criam-se muitos pontos diferentes com nomenclaturas distintas. Mas no final tudo deu certo!

A dificuldade em fazer o roteiro, dar-se pela organização de ideias, vinculada ao que foi desenvolvido no *software*, e também pela linguagem que é empregada de modo que o leitor compreenda o que foi feito.

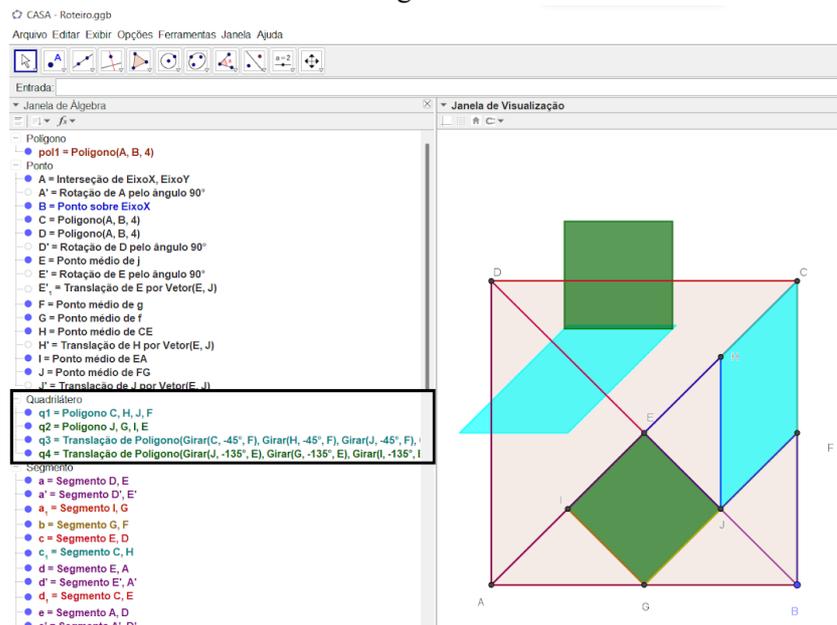
Outra dificuldade é relatada pelo cursista A7, em seu comentário, sobre a atividade do módulo 3. Ela diz:

- Resolvi realizar a construção da casa à partir do tangram. Foram muitos desafios para chegar na figura final. A construção do tangram não foi algo difícil, pois utilizando as ideias repassadas através da aula ministrada, se pode chegar facilmente ao tangram.

Acredito que o maior desafio da construção foi usar as isometrias corretas em cada figura do tangram. Algumas isometrias não eram tão diretas, então era necessário pensar um pouco, fazer alguns testes, até ir acertando no lugar correto. (Grifo da autora).

No trecho em negrito percebe-se que o cursista A7 notou a necessidade de empregar várias isometrias para mover uma peça que estava no tangram feito por ele, até a posição que ele desejava. Na Figura 27 a seguir, apresenta-se um exemplo do que o cursista descreve no arquivo do GeoGebra enviado pelo mesmo, foram escondidos os demais componentes da figura, com o objetivo de facilitar a visualização dos vários procedimentos ditos.

Figura 27



Fonte: Dados da Pesquisa

Vê-se na Janela de Álgebra, na área demarcada, que para a construção do paralelogramo chamado q3, ele fez a composição de comandos sobre o paralelogramo q1, que está na posição inicial no tangram, com interesse de obter uma nova ilustração, a partir das isometrias, na posição desejada, como verifica-se na Figura 28 a seguir.

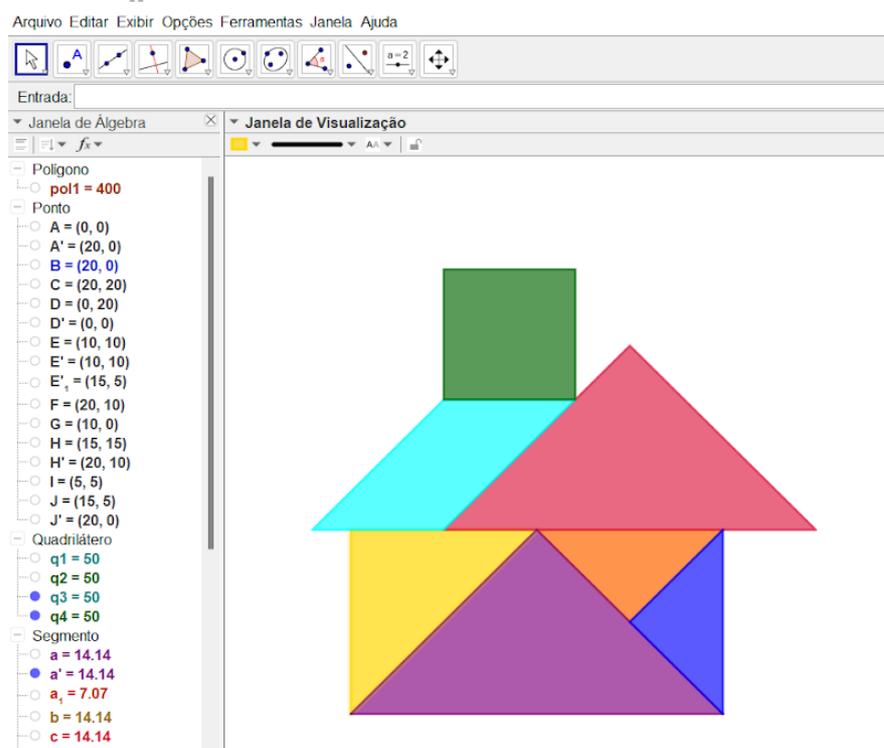
Figura 28

16º - Aplicando a sintaxe "Transladar(Girar(q1, -45º, F), Vetor(F, (x(I),y(F))))", conseguimos mover o paralelogramo para onde queríamos. Oculte paralelogramo q1 na janela de álgebra.

Fonte: Dados da Pesquisa

Em seu roteiro, o cursista destaca em linguagem matemática as suas ações para mover o paralelogramo. Ele segue esse mesmo padrão de escrita durante o roteiro para a construção do tangram, e a partir deste projeto, a construção da casa, apresentada na Figura 29.

Figura 29



Fonte: Dados da Pesquisa

O cursista A8 também fez a construção da casa, contudo pelo aplicativo do GeoGebra, versão *mobile*. De forma análoga ao cursista A7, o cursista A8 fez composição de isometrias para mover as peças, e conseguiu descrevê-las de maneira clara em seu roteiro. No comentário a seguir sobre a atividade, o cursista disserta um pouco sobre a sua experiência.

- Appreciar uma grande Ferramenta como o Geogebra em um ambiente portátil é fabuloso. Notemos a estrutura geral de um smartphone, sua composição é puramente por gestos/toque no touchscreen, isso gera uma vantagem maior em comparação com o uso do mouse, é bem mais prático porém menos preciso. Não me acostumei ao uso do controle deslizante, talvez por achar menos criativo e que fugisse um pouco da proposta do curso. As ferramentas mais

sensíveis ao toque são de grande vantagem, como : criação de retas, ângulos, figuras planas, e elementos espaciais. As atividades 1 e 2 em específico, foram as menos desafiadoras porém as mais divertidas, pois como o objetivo era explorar as ferramentas de construção de ponto, reta ou plano, ficava evidente a suavidade do objeto estudado, que era o Tangram. A princípio, na primeira atividade tive bastante receio em não construir perfeitamente a imagem demonstrativa, pois apesar de que os gestos no touchscreen serem mais livres e suaves, são bem menos precisos gerando certa dificuldade na hora de marcar um ponto específico do plano, sendo necessário recorrer ao Eixo X e/ou Eixo Y.

Percebe-se que é possível utilizar a versão *mobile* como recurso, contudo é necessário que as atividades não envolvam tantos elementos de construção, evitando a poluição visual. No entanto, o cursista sentiu-se motivado para realizar a atividade.

O cursista A16 também relata, no trecho a seguir, sobre a atividade demonstrando seu entusiasmo, apesar de dizer que elaborar o roteiro é uma tarefa complexa.

- Essa atividade foi bastante trabalhosa, principalmente por ter que fazer o roteiro, sentir dificuldade para transcrever como foi realizado passo a passo a construção da figura, apesar disso achei a atividade interessante.

Percebe-se que o estímulo da criatividade contribui para impulsionar o cursista A16 a realizar a tarefa, o que a torna atrativa. Em concordância com o cursista A16, o cursista A17 relata que sentiu a necessidade de organizar-se de modo a separar o que seria feito, pois a atividade apresentava complexidade.

*- Eu decidi dividir todo o trabalho em dois grandes blocos: **o primeiro seria basicamente o processo criativo da atividade do geogebra, que levou um tempo considerado. Já a segunda parte consistia na elaboração do roteiro, onde enquanto eu tinha feito a figura eu tava gravando por meio de áudio o passo-a-passo, para assim não me perder no processo do roteiro. Sem contar que eu tive que testar vários e vários vetores na minha translação dado vetor.** (Grifo Nosso).*

Conclui-se pelo comentário do cursista que se faz necessário decidir as ações a serem feitas, desde a escolha da figura com peças do tangram, até as ferramentas utilizadas no *Software GeoGebra*. Como recurso complementar, o cursista A17 relata empregar a gravação de áudios, para redigir o passo a passo.

Como destaque ao roteiro feito pelo cursista A17, apresenta-se a notação utilizada para referir-se aos pontos da sua construção. Ao invés de recorrer a nomenclatura adotada para a identificação de pontos na Geometria, ele definiu o ponto mediante coordenadas cartesianas como expõe-se no passo 32 do roteiro a seguir.

Figura 30

32. Trace a reta paralela ao eixo y que passa por (40,0).
33. Reflita o quadrilátero q2 em relação à reta criada no passo anterior.
34. Esconda a era criada no passo 32.

Fonte: Dados da Pesquisa

Essa evidência demonstra que o cursista apresentou uma perspectiva matemática para o objeto “ponto” de diferentes formas, visto que, nos passos 3 e 4, apresentados na Figura 31, ele descreve o ponto por letra maiúscula.

Figura 31

3. Com a ferramenta ponto médio (daqui em diante vou evitar dizer que tem que usar essa ferramenta e simplesmente darei o comando), marque M, ponto médio de AC(renomeie o ponto criado para M).
4. Crie os pontos médios de AM e CM, respectivamente P e L.

Fonte: Dados da Pesquisa

Essa internalização feita pelo cursista A17, mostra que o mesmo consegue expressar suas ideias na linguagem escrita matemática de diferentes formas com a finalidade de comunicá-las, visto que no passo 3, ele instrui o leitor sobre algumas ações e omissões que ocorreriam nos próximos passos do roteiro.

Expressa-se também a relevância dada à escrita na atividade da cursista A23 com a descrição dos passos do roteiro, como visto na Figura 32 a seguir.

Figura 32

Parte 2 – Construção do cavalo com as peças do Tangram

- 1º) Construir o ponto E para a rotação do quadrado, clique na ferramenta .
- 2º) Criar o controle deslizante  clique na janela de visualização abra a janela e selecione ângulo α e clique em OK;
- 3º) Rotacionar o triângulo **BFG** em torno do ponto **P**, para isso clique na ferramenta , em seguida no clique no o triângulo **BFG** e depois no ponto **P** e digite α ;
- 4º) Movimente o controle deslizante até **134º**;

Fonte: Dados da Pesquisa

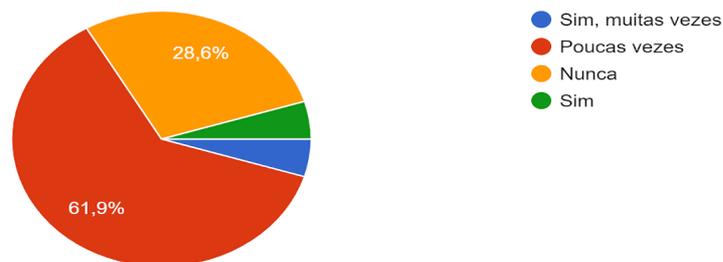
Observa-se que a cursista A23 detalha os passos do seu roteiro com o auxílio de imagens que representam os ícones do GeoGebra, o que demonstra a preocupação em transmitir a sua estratégia de construção. Nota-se que a criatividade foi provocada desde a escrita dos roteiros, até a construção da figura.

4.4 Encontro Final

A fim de inteirar-se sobre as considerações dos cursistas no que diz respeito ao último módulo do minicurso, aplicou-se um formulário. Dentre os 25 alunos, 21 respostas foram obtidas. Uma temática notável a ser abordada, é apresentada na Figura 33 a seguir.

Figura 33

Você já havia feito algum roteiro para fazer atividades matemáticas?
21 respostas



Fonte: Dados da Pesquisa

Percebe-se de acordo com as respostas dos cursistas que os roteiros não são comuns no ambiente de aprendizagem dos cursistas, posto que 6 cursistas nunca produziram roteiros em sala de aula, e 13 cursistas elaboraram poucos roteiros matemáticos durante a vida acadêmica.

Por conseguinte, solicitou-se que os cursistas fizessem algumas considerações sobre a escrita do roteiro e o que ele se atentou nesta etapa da atividade. A seguir exhibe-se as perspectivas do cursista sobre esse questionamento. O cursista A4 diz:

- Me atentei em escrever certo os pontos pois são parte muito importante da construção.

O cursista A7 transita a sua consideração, seguindo o mesmo critério de atenção aos passos do roteiro e escrita clara e objetiva.

- Em descrever os passos da melhor maneira, se atentando aos detalhes, para que fique acessível para todos que lerem os passos.

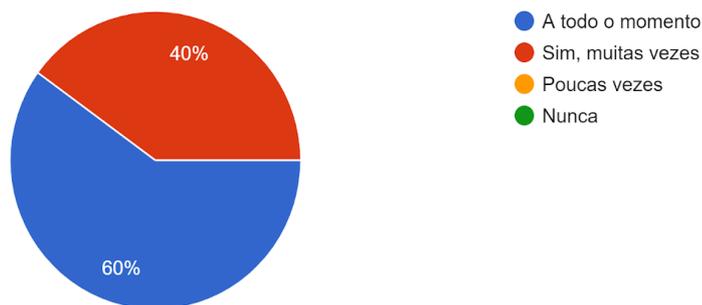
Portanto, conforme os apontamentos dos cursistas sobre a atividade avaliativa e as respostas no formulário, constata-se que a produção de roteiros é singular visto que requer atenção e criatividade para elaborar os mesmos, pois provocou o interesse e estimulou a investigação do *software* da Geometria. Deste modo, o intuito de discutir as quatro Isometrias do plano, por intermédio do GeoGebra, e avaliar a aprendizagem do aluno sobre o conteúdo através da produção de roteiros foi atingido.

Para uma análise geral dada pelos cursistas sobre o minicurso, no quarto encontro síncrono aplicou-se um questionário através do *Google forms* para a obtenção de informações sobre o desenvolvimento a respeito da Geometria, dos roteiros e do GeoGebra.

Constata-se, conforme a Figura 34, que todos os 25 cursistas se sentiram curiosos em algum momento do minicurso.

Figura 34

O curso lhe despertou a curiosidade?
25 respostas

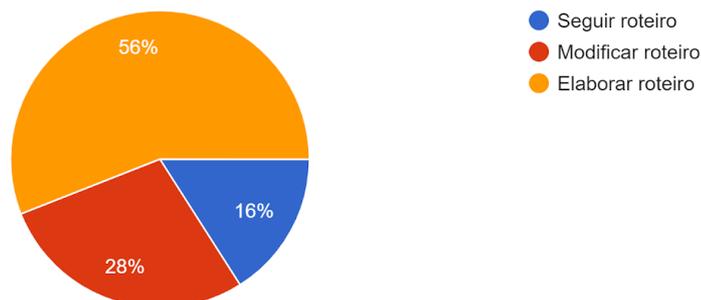


Fonte: Dados da Pesquisa

Observa-se que 60% da turma, equivalente a 15 alunos, mantiveram-se curiosos sobre o que foi estudado, enquanto 40% dos alunos despertaram interesse pelos conteúdos em boa parte do minicurso. A pergunta presente na Figura 35 em seguida, teve o propósito de referir-se ao tipo de atividade que mais gerou mais entusiasmo nos cursistas.

Figura 35

Qual Atividade você achou mais interessante em relação aos conteúdos?
25 respostas



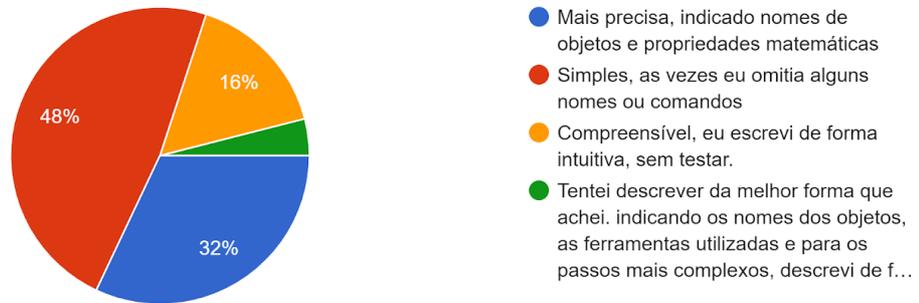
Fonte: Dados da Pesquisa

Evidencia-se que os 56% dos cursistas demonstraram maior entusiasmo na elaboração de roteiros, que foi a atividade proposta no módulo 3. Analisando esses dados, percebe-se que

a atividade proposta impulsiona o estudante a realizá-la. Com isso, tornou-se necessário questionar os alunos sobre a linguagem matemática abordada durante a escrita. A seguir, a Figura 36 exhibe alguns dados sobre as considerações da turma.

Figura 36

A linguagem matemática utilizada no roteiro por você foi
25 respostas

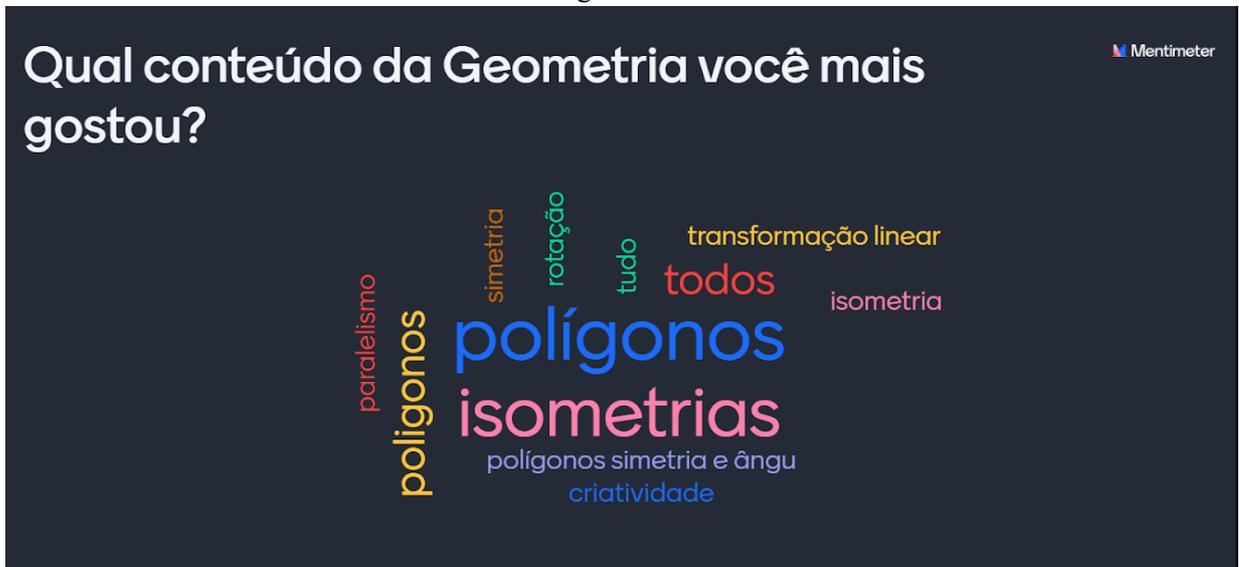


Fonte: Dados da Pesquisa

Constata-se que 48% dos cursistas procuraram utilizar uma linguagem simples e de fácil compreensão, enquanto 32% da turma preferiram ser objetivos e indicar os nomes dos objetivos e as propriedades matemáticas. Além disso, 16% buscaram ser intuitivos nos passos dos roteiros, para auxiliar o entendimento do leitor e, 4%, o que equivale a um aluno, o cursista A7 diz ter empenhado-se em descrever da melhor forma o roteiro. Ele diz que indicou os nomes dos objetos, as ferramentas utilizadas e que, para os passos mais complexos, descreveu de maneira detalhada o que foi utilizado.

Além do formulário, utilizou-se a plataforma *Mentimeter* durante o último encontro síncrono para obter retorno dos alunos sobre o minicurso. Na Figura 37 a seguir é possível ver os conteúdos de geometria que os alunos mais gostaram de estudar.

Figura 37

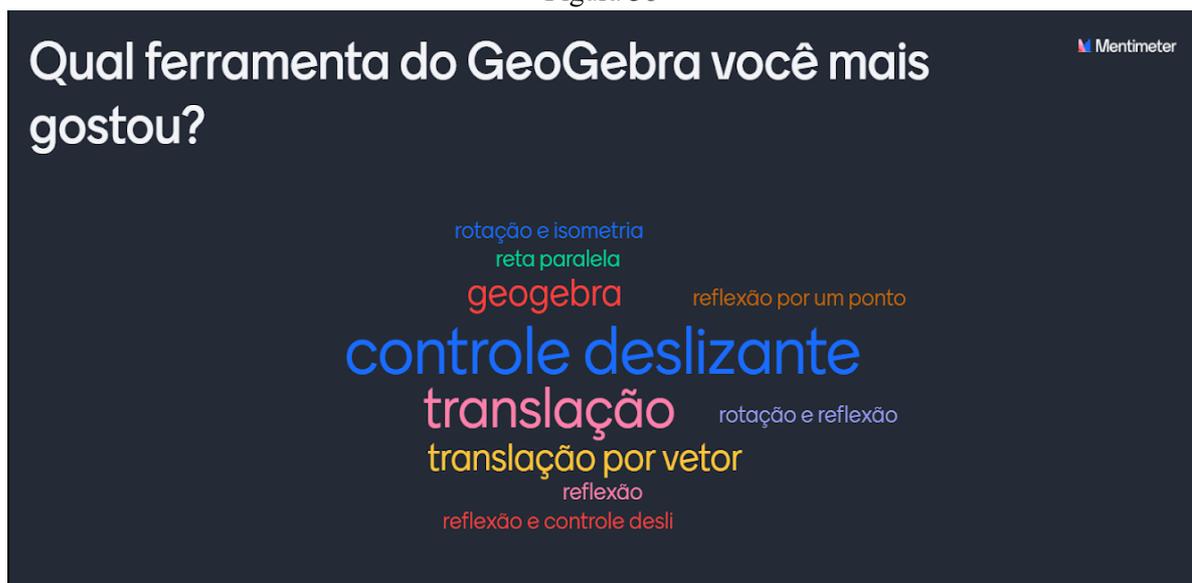


Fonte: Dados da Pesquisa

Na nuvem de palavras gerada identifica-se a palavra Polígonos e a palavra Isometrias em tamanho maior que as demais, dessa forma, foram as que mais foram comentadas nas respostas. A partir desse retorno da turma, os professores revisaram a definição e a construção desses entes geométricos.

Outra nuvem de palavras foi formada pelos cursistas a respeito das ferramentas do GeoGebra, como pode ser visto na Figura 38 a seguir.

Figura 38



Fonte: Dados da Pesquisa

Percebe-se, de acordo a nuvem de palavras gerada no *mentimeter*, na qual a palavra mais dita fica em destaque, que os cursistas gostaram da ferramenta Controle Deslizante, visto

que com ela é possível fazer segmentos, ou ângulos com medidas que variam dentro de um intervalo definido pelo usuário. Também gostaram da isometria Translação por um vetor. Com isso, os professores fizeram construções com controles deslizantes e algumas isometrias com as ferramentas do *software*.

O último encontro síncrono, junto ao formulário, foram as ações finais do minicurso de Geometria e GeoGebra em roteiros, oferecido para graduandos e graduados da Matemática e da Física.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo, cuja a questão de pesquisa foi: **Como utilizar roteiros, vinculados ao GeoGebra, para desenvolver o letramento e o pensar matemático?**. teve como objetivo apresentar o emprego de roteiros em sala de aula, com o auxílio do *software* para desenvolver o letramento matemático, direcionando o aluno com a construção de roteiros para que a ação fosse significativa, motivando-o e estimulando-o na aprendizagem.

Para a aquisição de dados, um minicurso foi proposto para que fosse possível analisar desenvolvimento matemático através da produção de roteiros mediada pelo uso do *software* GeoGebra. O intuito foi explorar os conceitos de geometria, utilizando o GeoGebra, com a finalidade de desenvolver a linguagem matemática através da escrita de roteiros, despertando também a criatividade e a ludicidade através das atividades com o tangram, sem perder as propriedades matemáticas nas construções e escrita.

Silva *et. al.* (2018) afirmam que o uso de roteiros pode auxiliar a aprendizagem do aluno em relação ao conhecimento matemático. Conseqüentemente, pensar em direcionar os alunos na escrita matemática de passos para a construção de um objeto matemático no *software*, é expandir esse processo para que o aluno também explore e aperfeiçoe a linguagem matemática e a argumentação, sem suprimir a criatividade do aluno.

Verifica-se o desenvolvimento da escrita matemática dos alunos durante os 3 módulos. O primeiro módulo do minicurso desempenhou o papel de inserir o aluno ao ambiente de aprendizagem da Geometria, visto que o mesmo é integrado pelas tecnologias digitais e roteiros. Conforme os relatos dos alunos, observa-se que a proposta é diferente e que foi necessário esse período de adaptação. Muitos demonstraram o interesse em modificar os roteiros utilizando outros recursos, o que mostra o estímulo ao se inteirar-se dessa nova orientação para cumprir a atividade.

Compreender a linguagem empregada no roteiro entregue no módulo 1, e segui-la a fim de conseguir chegar na figura final, o coração com peças do tangram, requer esforço e

atenção. Tem-se, segundo os relatos dos cursistas, que a atenção é essencial, visto que é preciso avaliar sobre qual objeto faz-se necessário efetuar os comandos do roteiro. Essa ação corrobora para que o cursista sinta-se familiarizado com os roteiros.

Para o módulo 2, os cursistas tinham que exercitar o raciocínio lógico através de inferências feitas no roteiro do módulo anterior. Essa ação de aperfeiçoamento leva o cursista a pensar em como fazer a figura e como escrever o roteiro. Consoante as considerações dos cursistas feitas à atividade, é possível elaborar o Quadro 1 que indica algumas reflexões dos cursistas no processo de escrita do roteiro para a construção do tangram e da figura com peças do tangram.

Quadro 1

CURSISTAS	Preocupação em como escrever	Preocupação em como fazer
A1	X	
A2		X
A3	X	
A4		X
A5	X	
A6	X	
A7		X
A8		X
A9	X	
A10	X	
A11		X
A12	X	X
A13	X	
A14	X	
A15	X	
A16		X
A17		X
A18		X
A19		X

A20		X
A21	X	
A22	X	
A23	X	
A24		X
A25	X	

Fonte: Dados da Pesquisa

Tem-se que 14 cursistas disseram preocupar-se mais com a escrita do roteiro, pois julgavam necessária para que o leitor conseguisse interpretar os passos, entretanto, 12 mostraram cuidado com o visual da figura final formada pelas peças do tangram. Contudo todos, de acordo com o formulário indicaram tentar ser claros na escrita. Diante disso, percebe-se que a escrita é um dos fatores principais da atividade, abordando não somente as ferramentas do GeoGebra, mas também, as descrições matemáticas.

Portanto, conclui-se que as inferências feitas pelos cursistas para aperfeiçoar os roteiros contribuíram para evidenciar a necessidade de utilizar a linguagem matemática, para descrever objetos, formular passos, além de empregar estratégias de escrita e construção.

Fundamentada pela análise da atividade e formulários feitos no módulo 3, verifica-se que o letramento matemático é desenvolvido à medida que os cursistas constroem seus roteiros, e relatam as dificuldades e facilidades durante essa ação, sem perder o estímulo a criatividade aprimoramento do pensar matemático crítico, lógico e dedutivo sobre a ação.

Posto isso, observa-se desde a fala dos cursistas nos comentários da atividade e nas respostas de formulários, até a construção da figura, e escrita sequencial dos passos do roteiro, que executar tal atividade requer atenção na elaboração de estratégias que deem certo ao fim da produção. Para mais, vê-se no comentário da cursista A2 que:

- Ainda que os roteiros possuam informações fixas é possível cometer erros e tentar coisas novas, para seguir o roteiro se faz necessário prestar atenção aos detalhes, aos pontos, aos segmentos e etc. de forma ativa, o que permite conhecer melhor a ferramenta.

Ela destaca a ferramenta, contudo em sua fala ela detalha o cuidado com os elementos utilizados na construção, e conseqüentemente na linguagem matemática que é empregada. Até o próprio cursista reconhece o desenvolvimento da linguagem matemática empregada, como é visível a seguir na fala do cursista A7.

- O uso dos roteiros foi bem interessante para praticarmos e construir nossos próprios roteiros, passando nossos pensamentos.

Bem como descreve o cursista A22 a respeito da sua experiência com a utilização de roteiros.

- [...] *é uma forma de organizar-se e orientar-se a cada passo, tendo em vista, uma atividade que envolve várias etapas.*

Constata-se que é possível aperfeiçoar a linguagem matemática através da utilização da produção de roteiros, como também estudar conteúdos matemáticos através de atividades como as apresentadas aqui. Por meio de roteiros, seja no seguir, inferir ou criar, o aluno estabelece estratégias para que a ação seja efetuada, sem desprezar a criatividade, visto que o cursista A22 ainda relata:

- *Adorei a metodologia de construção do Tangram no geogebra, me ajudou a visualizar uma gama de conceitos matemáticos presentes para a obtenção das figuras.*

Ele mostra-se entusiasmado ao falar da atividade. Nota-se que a partir da prática, é possível incentivar o aluno a ser ativo no processo de aprendizagem, tornando-se protagonista da construção do conhecimento que foi mediado pelo professor.

Portanto, confirma-se que é apropriado utilizar roteiros, vinculados ao GeoGebra, para desenvolver o letramento matemático não apenas se restringindo a geometria, mas podendo ser realizados com outras áreas da matemática, visto que as informações aqui dispostas exibem o progresso dos alunos no ambiente de aprendizado criado, dado que o mesmo foi apoiado num estudo bibliográfico acerca das TDs, do GeoGebra, dos roteiros e do tangram, o que responde à pergunta principal desta monografia.

Meus questionamentos iniciais foram respondidos ao decorrer da pesquisa, contudo, outros surgiram durante a revisão de literatura, a elaboração e execução do minicurso, através de discussões nos encontros síncronos, também das vivências e reflexões na graduação. Questionei-me sobre a atuação do professor no decorrer do desenvolvimento de cada etapa citada, observa-se que o papel do professor é despertar no aluno diversos questionamentos sobre a situação problema abordada e, no caso da matemática, levá-lo a pensar, de forma lógica, crítica e/ou dedutiva sobre os elementos desta ciência.

Pensar na formação inicial e continuada do professor para desenvolver o letramento matemático do aluno, através das tecnologias digitais, verificar a necessidade de pesquisar sobre como orientar os professores a utilizarem roteiros que guiem os alunos a construção de um ente matemático no GeoGebra; e em seguida, como estimular os alunos a acompanhar ou escrever roteiros para utilizar no *software*, motivando-os a desenvolver o letramento matemático sobre determinada tarefa, de modo que o mesmo seja capaz ler, interpretar e escrever de forma lógica e dedutiva, sobre uma situação apresentada pelo professor.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Taiane de Oliveira Rocha. **FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NA EJA COM O SOFTWARE GEOGEBRA**. 2018. 181 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2018.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira; CYRINO, Marcia Cristina de Costa Trindade. **Função seno - uma experiência com o software GeoGebra na formação de professores de Matemática**. Revista Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, 2012. v.1, p. CLXII

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. 5ª ed. 104p.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Autêntica Editora, 2014. 1ª ed. 149p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL., Ministério da Educação. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas PISA 2012 - Relatório Nacional**. Brasília, DF, Brasil, 2013.

BRIGHENTI, Maria José Lourenção. **Representações Gráficas: atividades para o ensino e aprendizagem de conceitos trigonométricos**. Bauru: EDUSC, 2003. 144p.

GEOGEBRA. **O que é o GeoGebra**. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em: 23 set. 2021

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GRANDO, Regina Célia; NACARATO, Adair Mendes; GONÇALVES, Luci Mara Gotardo. Compartilhando Saberes em Geometria: investigando e aprendendo com nossos alunos. **Cadernos CEDES**, v. 28, p. 39-56, 2008.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas: Papyrus, 2008. 144 p

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar Geometria**. Educação Matemática em Revista (São Paulo), São Paulo/SP, 1995. v. 4, pp. 3-13

MORAIS, Ione Rodrigues Diniz et al. **Ensino remoto emergencial: orientações básicas para elaboração do plano de aula**. 2020.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana. **Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula?**. Educação e Matemática, 2020. n. 156, pp. 7-11

SILVA, Maria Deusa Ferreira da. et. tal. **Atividades Matemáticas com o GeoGebra**. (E-book. Orgs. SILVA, Maria Deusa F & ARAÚJO, Taiane. R. O). Amazon, 2018., n.p.n.

SILVA, Raquel Silveira da; NOVELLO, Tanise Paula. **O uso das tecnologias digitais no ensinar matemática: recursos, percepções e desafios.** RELACult-Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade, v. 6, 2020.

SILVEIRA, Denise Tolfo; CÓRDOVA, Fernanda Peixoto. **A pesquisa científica. Métodos de pesquisa.** Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. p. 33-44, 2009.

TURINE, Marcelo Augusto Santos. **Tegram: um sistema tutor de geometria plana baseado no tangram.** 1994. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

APÊNDICES

Apêndice A

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE

Prezado aluno(a), gostaria de te convidar a participar como voluntário (a) da pesquisa intitulada Curso Geometria e GeoGebra em Roteiros, desenvolvida por Débora Da Silva Matos, orientada pela professora doutora Maria Deusa Ferreira da Silva e licencianda da Universidade Estadual Do Sudoeste da Bahia, a quem você poderá contatar a pelo e-mail: debora.s.matos2@gmail.com.

Para tanto gostaria de solicitar a sua autorização para participar como sujeito dessa investigação que vou iniciar. Esta pesquisa vai focalizar as suas escritas em formato de roteiros, centrada nas suas respostas via formulários e atividades avaliativas, para ver como esse processo de seguir, modificar e criar roteiros e validá-los ou não no GeoGebra colabora para a aprendizagem Matemática.

Em qualquer momento, o aluno(a) poderá desistir de participar desta investigação. Todas as informações que forem compartilhadas e todos os nomes e que possam identificar o aluno(a) serão mantidos em sigilo. No relato final da investigação, nós utilizaremos nome fictício. Além disso, as informações oferecidas por você serão usadas apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários, trabalho de conclusão de curso, entre outros).

Para participar desta pesquisa você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira, isto é, a finalidade da participação é a contribuição para a pesquisa. Você, enquanto aluno(a) desta ação, ganhará um certificado de trinta e duas horas válido pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia através do Laboratório de Matemática. Os resultados desta investigação estarão à sua disposição quando finalizada. Após estes esclarecimentos, solicitamos o seu consentimento para participar desta pesquisa. Destacando que você poderá a qualquer momento solicitar novas informações sobre o desenvolvimento da pesquisa.

Vitória da Conquista, ____ de _____ de 2021.

Assinatura do Participante: _____

CPF do Participante: _____

Assinatura da Pesquisadora: _____

CPF da Pesquisadora: _____

13. O Ponto médio F, do lado BC é um vértice do triângulo CEF, marque-o
14. Com a ferramenta segmento, faça o segmento EF
15. Por definição do tangram sabemos que a figura da parte de baixo do coração possui lados paralelos, com a ferramenta Reta paralela trace a clicando em na reta CB e ela deverá passar por E
16. Marque a interseção dessa última reta criada com a reta paralela ao eixo x que passa pelo ponto A
17. Marque a interseção da reta criada no passo 15 com a reta BD
18. Como nosso primeiro triângulo criado tem altura 4, A parte de cima do coração terá altura equivalente, logo marque o ponto $I = (0,8)$ na janela de entrada ou com a ferramenta Ponto clicando no número 8 do eixo-y.
19. Trace uma reta paralela ao eixo-x que passe pelo ponto I.
20. Marque o ponto J de interseção desta reta que passa por I com a reta que passa por CE.
21. Ligue os segmentos GJ, JA e ID.
22. Marque o ponto médio K de JA.
23. Trace uma reta paralela ao eixo x que passe pelo ponto K
24. Marque o ponto L de interseção dessa reta com o segmento ID.
25. Esconda os Ângulos criados.
26. Com a ferramenta seguimento trace segmento GD; BC; HD; EC; HG; KI e KL.
27. Esconda todas as retas criadas e os eixos x e y.
28. Para personalizar sua imagem, selecione um segmento e clique com o botão direito, escolha a opção Propriedades, abrirá uma nova janela, vá na aba cor e modique do seu jeito, para mudar o objeto é só selecioná-lo na Janela de visualização que a janela de propriedades se manterá aberta.
29. Esconda o rótulo dos segmentos e se preferir, os pontos também.