UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNLÓGICAS – DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ERIVAN SANTOS MARINHO

EXPLORANDO PADRÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

VITÓRIA DA CONQUISTA – BA
2018

ERIVAN SANTOS MARINHO

EXPLORANDO PADRÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora do colegiado do curso de Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado em Matemática, sob orientação da Professora Ms.: Ana Paula Perovano dos Santos Silva.

VITÓRIA DA CONQUISTA – BA
2018

FOLHA DE APROVAÇÃO

ERIVAN SANTOS MARINHO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de licenciada em Matemática, sob orientação da Professora Ms.: Ana Paula Perovano dos Santos Silva.

BANCA EXAMINADORA

____
Ana Paula Perovano dos Santos Silva
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

____
Antônio Augusto Oliveira Lima - UESB
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

____
Wallace Juan Teixeira Cunha - UESB
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Vitória da Conquista, 26 de outubro de 2018

AGRADECIMENTOS

A princípio agradeço à Deus por me proporcionar força, saúde e sabedoria para que eu pudesse me superar a cada dia e a alcançar meus objetivos.

Durante esse período da graduação meus pais foram essenciais na construção desse longo e árduo caminho, tanto no apoio financeiro quanto mental, nesse sentido agradeço minha mãe Egmar e meu pai Abenilson por todo o incentivo e condições promovidas a mim.

À minha orientadora Professora Ana Paula pela atenção, companheirismo e suas incansáveis orientações. Obrigado pela paciência e por todo seu sacrifício.

À escola em que realizamos esta pesquisa, a coordenação e a professora regente da turma, pois disponibilizaram o espaço e colaboraram na realização deste trabalho. Obrigado ao meu amigo, Kelvin, pela força dada durante a aplicação das atividades desta pesquisa.

À todas as amizades que eu conquistei nesse período do curso, seja os da minha turma e seja os das outras turmas, mas em especial aos amigos Hudson e João Batista que me ajudaram a chegar até aqui.

Ao meu amigo Max Willssifan que compartilhou comigo suas experiências nas longas viagens de Anagé à Vitória da Conquista.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo identificar, como os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental expressam algebricamente os padrões presentes nas sequências identificadas em tabelas e em figuras. Nossa base teórica foi apoiada pela concepção de autores apresentavam trabalhos com atividades Investigativas, e que buscavam generalizar padrões em sequências. A realização desse estudo se deu por meio de uma pesquisa do tipo qualitativa, realizada com 32 alunos turma de 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola do Município de Vitória da Conquista-Bahia. Nosso instrumento de coleta de dado foi um questionário de caráter investigativo, na qual, 29 questões estavam atreladas as mesmas. Por meio dessa pesquisa identificamos diversas inconsistências nas resoluções das questões, apresentadas pelos alunos, que buscavam expressões que generalizassem os padrões encontrados, contudo, percebemos a necessidade de o professor incluir, em suas aulas, atividades investigativas para o ensino da álgebra no intuito de permitir ao aluno a compreensão correta dos conceitos primordiais que contemplam essa temática. Essa pesquisa nos fez perceber a relevância da álgebra presente em atividades investigativas no ensino da matemática, visto que expande as alternativas no ensino, por ser um método de ensino com um rico potencial didático, nesse sentido, poderia ser trabalhado com mais frequência em sala de aula.

Palavras-chaves: Atividade Investigativa; Padrões; Sequências; Algébricas.

ABSTRACT

This work aims to identify how the students of the 9th year of Elementary Education algebraically express the patterns present in the sequences identified in tables and figures. Our theoretical base was supported by the conception of authors presenting works with investigative activities, and that sought to generalize patterns in sequences. The study was carried out through a qualitative research carried out with 32 students from the 9th grade class of the Elementary School of a school in the Municipality of Vitória da Conquista-Bahia. Our instrument of data collection was a questionnaire of investigative character, in which, 29 questions were linked to them. Through this research we identified several inconsistencies in the resolutions of the questions presented by the students, which sought expressions that generalized the patterns found, however, we noticed the need for the teacher to include in his classes research activities for the teaching of algebra in order to allow to the student the correct understanding of the primordial concepts that contemplate this theme. This research made us realize the relevance of algebra present in research activities in the teaching of mathematics, since it expands the alternatives in teaching, since it is a teaching method with a rich didactic potential, in this sense, it could be worked more frequently in the classroom. class.

Keywords: Investigative Activity; Standards; Sequences; Algebras.

LISTAS DE FIGURAS

SUMÁRIO

Introdução

O tema desse trabalho é Investigações e Padrões no ensino de Matemática. O interesse sobre esse tema surgiu durante as minhas leituras sobre investigação Matemática em Induções Finitas e Infinitas, assim ao longo dessas leituras despertou-me interesse sobre esse assunto.

Durante o curso de Licenciatura em Matemática vivenciei algumas experiências com investigações matemática no Programa Institucional de Bolsista Iniciação à Docência - PIBID, tive curiosidade sobre como os alunos do Ensino Fundamental utilizavam a álgebra e como era empregado os conceitos algébricos em expressões algébricas, mais interessante ainda, era observar a forma que os alunos utilizavam a mesma para obter uma forma geral que represente uma dada sequência numérica.

Durante as práticas vivenciadas em sala de aula, comecei a levantar questões sobre esse tema. Desenvolvi trabalhos acadêmicos que me fez notar a incerteza que os alunos possuem ao atribuir letras em um determinado problema. A deficiência nos problemas que envolviam álgebra era perceptível em todas as turmas em que visitei ao longo das minhas experiências de estágios e PIBID.

As leituras e discussões com a professora orientadora me permitiu explorar profundamente essa temática por meio de autores que trazem ideias e concepções a cerca desse tema, assim fui atribuindo sentido a esse presente trabalho.

Nessa perspectiva buscamos alternativas para inserir a álgebra nos processos e descobertas dos padrões em sequências numéricas. A princípio direcionamos nossos estudos às sequências que envolvem números, vimos ainda a necessidade de explorarmos de sequências numéricas em figuras e em tabelas.

Seguindo essa linha, realizamos algumas leituras sobre as aplicações e atividades investigativas do 5º ao 9º ano do Ensino Fundamental. Percebemos as atividades investigativas são ricas em Padrões, por meio destes torna-se possível o aluno notar diversas relações que surgem naturalmente em uma única questão.

Ponte, Brocado e Oliveira (2005) destacam a importância da construção do conhecimento matemático considerando assim alguns métodos desenvolvidos naturalmente. A Investigação Matemática permite várias possibilidades de relacionar meios para encontrar a solução de um problema, Ponte, Brocado e Oliveira (2005) apresentam as palavras de Hadmard que afirmaram que (1945) “Aprender Matemática não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza Matemática. (Considerando o nível adequado à cada grau de ensino)” (HADAMARD, 1945, p. 104). Por tanto, investigar se tornou imprescindível para compreensão dos conteúdos matemáticos, sendo também essencial para associar a diversos outros conteúdos.

Nessa linha de raciocínio surge as seguintes questões: Até que ponto esses alunos compreendem os padrões matemáticos? Quais raciocínios atribuídos na obtenção das regularidades? E como é utilizado, a álgebra, por estes alunos na busca da generalização dos padrões?

Assim elaboramos nosso objetivo para essa investigação.

Objetivo

Nosso objetivo é identificar, como os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental expressam algebricamente os padrões presentes nas sequências identificadas em tabelas e em figuras.

Buscamos nestas expressões utilizadas pelos alunos algum tipo de conjectura idealizada e como foi empregada o conceito de álgebra para os mesmos.

Descrição

Apresentamos nessa introdução a motivação que nos fez escolher o tema e sua relevância para o ensino e aprendizagem da matemática. Definimos nosso objetivo, assim como, os aspectos norteadores dessa pesquisa.

No primeiro capítulo apresentaremos a importância da atividade investigativa no ensino da matemática, o pensamento algébrico e todos os aspectos desse tema presentes nos parâmetros curriculares nacionais e na base comum curricular. Apresentaremos as concepções de Ponte, Brocado e Oliveira (2005) de como a investigação matemática tem contribuído para o ensino da matemática, mencionando o ponto de vista de George Pólya e Henri Poincaré. Enfatizamos algumas experiências citadas no trabalho desses autores que complementaram nossa pesquisa. Com base na ideia desses autores mostramos como constitui-se uma atividade investigativa e a importância de o professor inclui-las em suas aulas.

O segundo capítulo trata da metodologia e dos procedimentos que seguimos do início até a fase final dessa pesquisa. Aborda as perspectivas de Ludke e André (2012) pautados em Bogdan e Biklen (1982), sobre os aspectos presentes nas pesquisas qualitativas. Traz conceitos apresentados por Friorentini e Lorenzato (2006) sobre as atividades como questões abertas nos permitem analisar as respostas inesperadas.

No terceiro capítulo apresentaremos os dados coletados, analisados e comentados, na realização de nossa pesquisa numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

Para concluirmos nossa pesquisa apresentaremos as considerações finais, que através dela, buscamos responder as questões que levantamos nesse estudo.

Capítulo 1- Fundamentação Teórica

Nesse capítulo apontamos alguns documentos que orientam as atividades investigativas matemáticas e o pensamento algébrico. Apresentaremos ainda, conceitos e procedimento que evidencia padrões em Atividades Investigativas no Ensino Fundamental.

1.1. A importância da Atividade Investigativa no Ensino da Matemática

Na visão de Morais (2013) a investigação constitui-se um processo de construção de conhecimento, na qual nos permite fundamentar conhecimentos e definir processos que possam ser testados e contestados.

Em geral, o objetivo da investigação é encontrar repostas para um determinado problema, nessa perspectiva a investigação matemática consiste em supor hipóteses para as situações problemas que estão presentes em questões matemática, no qual, “[...] envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração.”(PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p. 9). E, é neste contexto que a investigação matemática tem contribuído para a aprendizagem no ensino da matemática.

Ainda é correto afirmarmos que, as análises dos problemas mais simples aos mais complexos devem seguir respectivamente os mesmos caminhos necessários para que haja investigação, por isso não é interessante estudar apenas problemas complexos que exijam uma habilidade curricular maior dos conteúdos para as resoluções dos problemas, pois, até as questões mais simples ajudam também nas construções do conhecimento.

Notamos que, a investigação é capaz de associar diversos conceitos à cada contexto que está sendo aplicada, pois sua prática exige abstrairmos conhecimentos e observações com objetivos diferentes para o campo que se tem o intuito de estudar. O conceito para investigação, formal e generalizado, é readaptado para seus respectivos campos de estudo, como por exemplo na matemática que envolve descobrir relações lógicas através de estudos e pesquisas. No relato de Henri Poincaré (ano) evidencia-se que houve três etapas fundamentais: o momento de reconhecimento dos conteúdos e conceitos que estão implícitos no problema, a fase de abstração do conteúdo e a "sistematização". E dessa forma, durante o momento de reflexão sobre o problema, o "inconsciente" relaciona seus conceitos com as ideias extraídas do problema, formulando hipóteses e conjecturas.

O processo investigativo na matemática segue de uma natureza imprevisível visto que uma pesquisa, de modo geral, é feita de altos e baixos, ou seja, uma pesquisa realizada pode ter êxito ou não, fato esse que ocorre também na investigação matemática podendo acarretar num trabalho cuja seus objetivos estejam concluídos ou não. A frustação de um investigador é consequência de um problema não resolvido, pois "quando trabalhamos num problema o nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo." (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p. 17). Nesse aspecto, podemos então evidenciar a existência de algum erro no processo da investigação de um problema, e identificar esse erro é um passo importante para a conclusão do problema.

O famoso teorema de Fermat, conhecido como "O Último Teorema de Fermat'', estudado pelo matemático Andrew Willes é um exemplo para a investigação matemática e sua importância na resolução de problema, visto que através do problema insolucionável proposto por Fermat, Willes conseguiu encontrar outras questões matemáticas que até a época não havia notado, este é um exemplo de que para a investigação matemática nem sempre chegará a uma solução correspondente ao problema, mas se torna possível levantar outras indagações e a propor novos problemas.

Nas visões de Ponte, Brocado e Oliveira (2005) a investigação matemática está dividida em quatro momentos: o momento de abranger o reconhecimento da situação, da sua exploração preliminar e da formulação de questões, o momento de conjecturar, o momento de realizar testes e o momento de argumentar e demonstrar.

O quadro a seguir apresenta os quatro momentos de uma investigação matemática indicados por Ponte, Brocado e Oliveira (2005).

Quadro 1 – Momentos na resolução de uma investigação

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulações	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: PONTE; BROCADO; OLIVEIRA. 2005, p. 20 a 21

Em uma atividade, os quatro momentos devem ser promovidos aos alunos para que as atividades sejam, de fato, uma atividade investigativa. Entendemos que as atividades investigativas permitem que os alunos reconheçam a questão como um problema a ser resolvido, podendo então analisar as possibilidades de diferentes direções que o problema pode leva-los, assim, possibilita-os levantar hipóteses, realizar testes justificando seu raciocínio e o professor pode finalizar essa atividade com as discussões dos resultados.

É importante ressaltar que os autores Ponte, Brocado e Oliveira (2005), apontam que nas ideias de George Pólya existem uma diferença entre exercícios e problemas. Os problemas necessitam de um tempo mais longo e para as resoluções dos exercícios é possível o uso de métodos programados, embora, vimos que ambos permitem que façam relações entre os conteúdos. Diferentemente dos exercícios a investigação que "[..] Trata-se de situações mais abertas - […]" (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA. 2005, p. 23), nessa concepção, a investigação vai mais além e consegue mostrar a construção que envolve toda a situação.

Para Ponte, Brocado e Oliveira (2005) as aulas tradicionais praticadas com excesso, no ensino e aprendizagem de matemática, inviabilizam outros recursos didáticos que estão ao alcance do professor, mas que são poucos almejados para o ensino. Com intuito de expandir as alternativas no ensino, a investigação matemática, como um método de ensino com um rico potencial didático, poderia ser trabalhado com mais frequência em sala.

Segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2005) estas atividades investigativas desenvolvem-se habitualmente em três fases: 1) introdução das tarefas, oral ou em escrita, 2) realização da investigação, individual, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, 3) discussão dos resultados. No momento de introdução da atividade o professor deve estar atento ao comportamento da turma que será aplicada a atividade investigativa, visto que alguns alunos podem não compreender a atividade em seu contexto e prejudicar o desenvolvimento do trabalho, nesse sentido, o professor deve esclarecer, se possível, até mesmo de forma oral. Sendo que é no começo dessa atividade que o professor evita que haja confusões posteriores em relação ao objetivo da atividade.

Fazemos questão de mencionar a atividade investigativa, "*Explorações com números"*, citado por Ponte, Brocado e Oliveira, (2005), por permitir que os alunos observem num quadro com seus respectivos números apresentados ordenadamente em uma tabela e relacione-os.

A figura a seguir ilustra a tabela utilizada na atividade "*Explorações com números*".

Figura 1- Tabela de números.

Procure descobrir relações entre os seguintes números:

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...	...	...	...

Faça um registo das conclusões a que for chegando.

Fonte: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362017000100071.html

Esta é uma tarefa que é possível ser aplicada em diferentes níveis de ensino por tornar possível atribuirmos a ela questões abertas. Os números seguem sua ordem natural em cada linha seguinte, porém podemos encontrar diversas relações entre esses números, destas relações identificamos diversas sequências, como por exemplo em suas colunas e diagonais.

Neste trabalho de “E*xplorações com números”* a professora selecionou a turma pela experiência vivenciadas com eles em outros momentos, tal qual a atividade foi “[...] realizada por uma turma de 7ª série, com cerca de 30 alunos de 12-13 anos, em que foi proposta a tarefa *Explorações com números*, [...]” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p.29). A atividade durou duas horas aulas com as investigações em grupo e em apresentações dos resultados. Na fase inicial a professora explicou o objetivo do trabalho e como a aula seria conduzida.

No relato de experiência da tarefa em “*Explorações com números”* Ponte, Brocado e Oliveira (2005) os alunos observaram uma possível formação linear entre os números seguidos na primeira coluna por meio da potência de 2. O fato de não encontrar uma regularidade com potência para este problema não significa que a atividade se encerre, pois, os alunos podem novamente levantar outras questões e com relações a outras colunas. Porém alguns grupos podem tender permanecer num mesmo problema que não estão conseguindo encontrar relações, é onde o professor como um mediador do conhecimento pode estar ajudando na sua organização das ideias.

Nesse relato verifica-se também as diversas formas de que os alunos organizam suas ideias e se apropria de uma conjectura, mas nota-se como alguns alunos não conseguem formalizar matematicamente suas ideias, desta forma é interessante que o professor desenvolva uma estratégia para ajuda-los em suas respectivas dúvidas.

Por meio de testes o aluno consegue verificar se suas deduções correspondem com o problema apresentado, mas Ponte, Brocado e Oliveira, (2005) afirma que ainda é possível realizar testes nos momentos de formular de observar o problema, assim, pode comprovar se o comportamento em seu contexto empregado, está correto.

> No entanto, existe alguma tendência dos alunos para aceitarem as conjecturas depois de as terem verificado apenas num número reduzido de casos. Essa forma de encarar o teste de conjecturas pode ser combatida pelo professor, quer no apoio que concede aos grupos, quer na fase de discussões em que os alunos podem ser estimulados

> a procurar contra-exemplo. (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p. 34 -35).

Portanto, se torna necessário que o professor apresente aos alunos quando que a exploração de testes não é suficiente para comprovar suas hipóteses. Por exemplo, na busca por padrões, é importante que encontre uma regularidade entre os termos da sequência, para isso, deve ser analisado uma quantidade expressiva de termos na qual conseguimos reconhecer uma regularidade por trás da sequência.

Com registros das experiências com atividades investigativas é possível identificar o tipo de conjectura mais comum entre os alunos, estas conjecturas se resume em ideias claras e que admitem um processo de formalização, mas existe os raciocínios implícitos, ou seja, aquelas ideias que não foram expressas informalmente por meio do diálogo.

É normal que nestas atividades investigativas os alunos se debrucem a descobrir a veracidade de suas ideias, os alunos procuram corrigir suas descobertas com a opinião dos demais colegas por meio de discussões, discussões essas que podem levá-los a diversos caminhos, como concluir sua veracidade ou sugerir outras questões para ser pensada.

A fase final da atividade investigativa, em que engloba todo processo de formular matematicamente suas hipóteses por meio dos testes de conjecturas buscando formalizar suas ideias é muitas vezes esquecido pelos professores, principalmente nos anos iniciais. Essa fase é muito importante, uma vez que satisfaz no aluno o sentimento de dever cumprido, ou seja, que seus esforços não foram em vão.

Concluir uma atividade investigativa pode não ser um trabalho tão simples, alguns alunos podem não conseguir explicar com escrita suas descobertas ou até mesmo não provarem sua veracidade e é importante que o professor esteja atento para guiá-lo nesses momentos.

Nem sempre é possível realizar uma atividade investigativa como planejado, e as vezes o professor nota em seus alunos uma dificuldade que o limita desenvolver a sua conjectura ou um cansaço mental no momento, podendo assim comprometer a conclusão desta atividade, e é por isso que o professor deve conhecer bem a turma antes de fazer esta atividade.

As atividades investigativas tendem a ser ricas em conjecturas, por isso o professor deve se preparar para compreender as diversas questões possíveis de serem extraídas nessas atividades com o intuito de explorar o máximo da mesma. Porém, não se deve descartar a possibilidade de o professor não ter em mente alguma das relações encontradas pelo aluno fazendo com que professor formalize matematicamente suas ideias, é nesse sentido que o professor pode estar, ou não, preparado para esclarecer algumas lógicas.

O professor deve sempre em suas aulas propor para seus alunos tarefas que desenvolva seu potencial matemático e que desfie o aluno despertando seu interesse pela matemática. E a investigação matemática é por se só uma atividade desafiadora que pode ser adotada em suas aulas. Seguindo este raciocínio essas características são as principais funções cabidas ao professor na atividade investigativa, pois "[...] é chamado a desempenhar um conjunto de papéis bem diversos no decorrer de uma investigação: desafiar os alunos, avaliar o seu progresso, raciocinar matematicamente e apoiar o trabalho deles. [...]" (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p. 47). Esses são passos fundamentais para o desenvolvimento do aluno para com a atividade de investigação.

1.2. Padrões no Ensino da Matemática

Os padrões estão presente em nosso cotidiano, estão nos azulejos, em tecidos e até em papel de parede. São caracterizados como os elementos de qualquer natureza devidamente organizados entre si, como a disposição de objetos, números e qualquer regularidade percebida.

Vale (2007), consultando o dicionário Webster (s/d), argumenta que um padrão é uma configuração natural ou casual. Quando evidenciamos um padrão num acontecimento ou coisa podemos fazer previsões baseadas nesse padrão. Assim dada as características num item percebemos que podem haver repetições parecidas ou até idêntico entre os objetos. Como há uma regularidade, um padrão, de uma ocorrência, podemos adivinhar os possíveis fatos.

Os padrões presentes na matemática segundo Vale são a "essência da matemática e a linguagem na qual é expressa" (VALE, et al, 2007) e (2013), nessa perspectiva, esperamos que os padrões exerçam um papel fundamental na construção do conhecimento matemático dos alunos.

Vale e Pimentel (2011) argumentam está claro que os padrões permitem que os estudantes construam uma imagem mais positiva da Matemática pois, propõe criatividade aos mesmos, estabeleçam várias conexões entre as diferentes temáticas, como a álgebra que será fundamental neste trabalho, desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informação e compreendam a ligação entre a matemática e o seu cotidiano.

Por meio de tarefas que envolva padrões o professor consegue propor aos estudantes, habilidades matemáticas indispensáveis para o desenvolvimento cognitivo e lógico do raciocínio matemático.

Na visão de Vale e Pimentel (2011) é inerente na constituição do professor de matemática, buscar, selecionar, implementar e apresentar tarefas que potencialize a aprendizagem dos alunos e que possibilitem a:

- Usar múltiplas representações de um padrão – concreta, pictórica e simbólica de uma representação para outra;
- Averiguar se uma lista de números mostra alguma regularidade;
- Descobrir o padrão numa sequência;
- Descrever o padrão oralmente e por escrito;
- Continuar uma sequência;
- Prever termos numa sequência;
- Generalizar;
- Construir uma sequência. (VALE, et al; 2011)

Assim, notamos que as tarefas que envolvem padrões são indispensáveis no ensino e aprendizagem da álgebra, pois, complementam as aulas e enriquecem a metodologia do professor que tem o intuito de potencializar o ensino. Reiteramos a fragilidade e a pouca atenção que os professores tem dado ao ensino da álgebra, nesse sentido, destacamos a importância de continuar e prever termos de uma sequência para generalizar, pois nessa generalização ocorre a aprendizagem dos conceitos essenciais na qual ocorre quando o aluno busca indicar uma expressão que corresponda com a sequência.

Reforçamos a necessidade de o professor planejar atividades, desse tipo, que permitem o aluno desenvolver e potencializar competências matemáticas para resolver problemas que envolva regularidade.

Lopes (2011) nos mostra que no Ensino Básico os padrões estão ligados as regularidades e assumem um papel importantíssimo no ensino da matemática, visto que é possível elaborar atividades matemáticas através dos padrões. Os padrões no ensino são fundamentais para o desenvolvimento dedutivo, lógico e intuitivo nos processos Matemáticos. Vimos, ainda, que os padrões podem ser encontrados no dia a dia do aluno no qual se torna um facilitador do processo ensino e aprendizagem. E nesse sentido, que Vale, et al (2007, p. 4) consideram que a matemática seja ciência dos padrões.

O papel do professor de Matemática, no ensino da Álgebra, se torna árduo, pois muitos educando ainda veem a Álgebra como “um conjunto de letras, números e operações separados por um sinal de igual ou por outros, a fórmula resolvente do 2.º grau, ou apenas resolver equações, sistemas de equações, descobrir o valor desconhecido, ou outro tipo de actividades onde se utilize incógnitas e letras. ” (Vale, et al 2007, p. 5), e o professor pode assumir o papel de desmistificar essa visão.

Vale et al (2007, p.6) referem-se à álgebra como um sistema matemático utilizado para generalizar algumas operações matemáticas atribuindo ao uso das letras ou outros símbolos para substituir os números. E é nesse processo de generalização que os padrões passa a ser uma estratégia fundamental para a álgebra, assim os padrões se torna a base para o pensamento algébrico dos alunos.

Passaremos a apresentar os documentos que norteiam a prática docente.

1.3. Documentos que norteiam a prática docente

Essa seção tratará sobre as orientações que, o Parâmetro Curricular Nacional – PCN, faz para o ensino da álgebra nas aulas de matemática no quarto ciclo do ensino fundamental.

Os PCN (1998 p. 81), tratando dos aspectos que competem o quarto ciclo, define como objetivos da Matemática a seleção de diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, no qual se torna possível a exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a produzir e interpretar diferentes escritas algébricas e suas expressões. E além de resolver situações-problema por meio de equações, permite ao aluno observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.

Visto a importância do pensamento algébrico para a Matemática sobre os objetivos a serem alcançados, é fundamental um trabalho contínuo com a Álgebra e propor situações-problemas envolvendo diversos padrões, no intuito de o aluno identificar as diversas funções da Álgebra. Os PCN (1998 p. 84) reforçam a ideia de como o trabalho com a Álgebra contribui ao aluno a compreensão de conceitos elementares e primordiais como por exemplo, o conceito de uma variável, na qual, a representação de fenômenos de natureza distintas e suas respectivas regularidades, é uma de suas diversas funções.

A efeito disso, sabemos que as operações com os números envolvem conceitos e procedimentos, nessa perspectiva (BRASIL, 1998 p. 88), além de evidenciar a importância do pensamento algébrico e suas funções, ainda reforça a ideia de que os alunos devem obter de expressões equivalentes a uma expressão algébrica por meio de fatorações e simplificações.

O PCN (1998 p. 91) faz referência a diversas atitudes que os alunos devem desenvolver no quarto ciclo, entre elas temos a predisposição para usar os conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas. O desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados. A predisposição para encontrar exemplos e contraexemplos, formular hipóteses e comprová-la, a valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema. E o interesse em comparar diferentes métodos e processos na resolução de um problema, analisando semelhanças e diferenças entre eles. Contudo, podemos observar que das várias atitudes desenvolvidas pelo aluno, a atividade investigativa também é capaz de desenvolver.

Ao uso de padrões nas aulas de matemática (BRASIL, 1998 p. 99) sugere ao professor a construção de tabelas que permitam ao aluno observar regularidades no comportamento de uma série numérica, como por exemplo, podemos atribuir aos termos dessas tabelas a multiplicação ou divisão, ou seja, podemos utilizar nessas tabelas termos diretamente e inversamente proporcionais entre-se, bem como explorar a adição e subtração na obtenção desses termos, tornando esses cálculos indispensáveis, visto que os mesmos dependem do conhecimento de conceitos, propriedades e processos que implicam identificar regularidades, estabelecer relações e fazer deduções.

Dos processos que encontramos nas atividades com padrões e regularidade, notamos que o raciocínio algébrico é essencial em sua conclusão, e nota-se ainda que os PCNs (1998) mencionam que “O estudo da Álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas. ”(BRASIL, 1998 p. 115)

No intuito de estudar alguns problemas que permeiam o ensino no Brasil o PCN (1998, p. 115 à 116) aponta as pesquisas realizadas pelo Sistema de Educação Básica (SAEB) que afirma o número de pessoas que acertam questões envolvendo a Álgebra não chegam à 40% das pessoas, assim, reforçamos a necessidade dos professores darem mais importância às atividades que envolvam a álgebra.

Dedicar as aulas em atividades mecânicas que evidenciam a álgebra não satisfaz todo currículo necessário que garante o ensino e aprendizagem a esse tema, segundo (BRASIL, 1998 p. 116) isso gera ainda mais problemas, pois é um processo ineficiente e á álgebra é pré-requisito para outros conteúdos.

Com intuito de orientar o professor à contribuir efetivamente com ensino fundamental o PCN (1998), recomenda que o mesmo garanta aos alunos o desenvolvimento do raciocínio algébrico e para que isso se efetive, o professor deve incluir a Álgebra em suas atividades, pois, os alunos aparentam ter deficiência no raciocínio algébrico e, mesmo assim, verifica-se que os professores não desenvolvem todos esses aspectos que existem na Álgebra, porque privilegiam fundamentalmente o estudo do cálculo algébrico e das equações muitas vezes descoladas dos problemas. Para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos é necessário um trabalho articulado com a Álgebra do ensino fundamental, por meio dos aspectos da Aritmética Generalizada Funcional Equações e Estrutural, essas quatro dimensões ao longo dos terceiro e quarto ciclos.

O PCN (1998 p. 118) orienta que os professores proponham tarefas em que o aluno identifique regularidades, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e com isso identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica ideal para representa-los simbolicamente. Por tanto, explorar atividades com essas características permite que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades.

O PCN (1998 p. 118) afirma que como há pouca exploração da Álgebra no ensino fundamental, é comum que os alunos confundam o conceito de uma variável e uma constante, por isso muitos estudantes que concluem o quarto ciclo pensam que a letra em uma sentença algébrica serve sempre para indicar um valor desconhecido, ou seja, para eles a letra sempre significa uma incógnita.

Contudo, o professor deve facilitar ao aluno entender as diferentes representações das letras, nessa perspectiva (BRASIL, 1998 p. 121) nos mostra que em geral as atividades algébricas propostas no ensino fundamental devem possibilitar que os alunos construam seu conhecimento a partir de situações-problema. Propor problemas diversificados para que eles tenham oportunidade de construir a "sintaxe" das representações algébricas.

Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular - BNCC é um documento fundamental na composição dos currículos dos sistemas de ensino, assim, (BRASIL, 2017, p.7) a define como o conjunto de ações que se acumulam de forma natural e progressiva de aprendizagens, na qual todos os alunos devem desenvolver na educação básica. E esta mesma citando o 1º do Artigo 1º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional aponta que conhecimentos e competências devem ser desenvolvidos pelos alunos.

Sabemos que a BNCC tem bastante influência ao meio educacional, por ser, segundo (BRASIL, 2017, p. 8), uma referência na formulação dos currículos e do sistema de ensino. Ainda reitera como a mesma orienta as ações inerentes à educação para o âmbito federal, estadual e municipal com intuito de promover o alinhamento do ensino em relação a formação de professores, os conteúdos, e entre outros fatores que contribuam para o desenvolvimento do ensino.

Em nossas experiências, notamos que a matemática é indispensável no nosso cotidiano, e muitos ainda não conseguem reconhecer que ela vai além das fórmulas e macetes, nesse aspecto a BNCC (2017, p. 263), afirma que a Matemática não se restringe apenas em técnicas de cálculos, por outro lado, estudar o comportamento de fenômenos de caráter aleatórios é uma alternativa, com isso ela se associa a diversas áreas, como a Aritmética e a Álgebra, que serão definidas como objeto de estudo deste trabalho.

Para o Ensino Fundamental, a BNCC (2017, p. 263) orienta que os conteúdos matemáticos precisam garantir que os alunos associem seu meio com as atividades, no intuito de ampliar conceitos e desenvolver habilidades de resolver problemas. E até mesmo ao final desta etapa podem ser estimuladas deduções de propriedades e conjecturas. Assim, uma das competências específicas para o Ensino Fundamental segundo a BNCC (2017, p. 265), é desenvolver o raciocínio lógico e investigativo sempre recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender seu meio.

A matemática e suas aplicações são importantes no processo de ensino e aprendizagem dos alunos e fundamentais para o meio social que está inserido, visto que “[..] favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, do espirito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes. ” (BRASIL, 2017, p. 265)

A BNCC (2017, p. 266) propõe 5 unidades temáticas, números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. A unidade temática algébrica tem como finalidade, nesse trabalho, promover o pensamento algébrico em busca de uma representação das relações ou dos padrões encontrados nas atividades investigativas desenvolvidas. Segundo a BNCC “Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas [..]” (BRASIL, 2017, p. 268).

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC (2017, p. 266) leva em conta que os diferentes campos, que compõem a Matemática, reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles temos: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Assim, destacamos a importância entre esses campos por estarem atrelados as atividades investigativas em que envolve a generalização de padrões em sequências. Notamos que a representação é um dos campos mais importantes deste trabalho porque está intrinsicamente ligado às representações algébricas dos alunos do Ensino Fundamental.

Os campos, equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação, citados pela BNCC (2017, p. 16 e 17), são fundamentais para o uso de atividades matemáticas, como por exemplo a ordem e a variação que são bastante encontrados nas tarefas investigativas, e não só nesta atividade em específico, mas em tantas outras atividades. Nesse trabalho apresentaremos atividades que contemplam as sequências com diversos aspectos em sua construção, que devem ser identificadas pelos alunos, contudo, em suas identificações, a ordem e a variação tem o grande papel de prever seus termos.

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental a BNCC (2017, p. 266) orienta que os alunos resolvam problemas com números naturais, que argumente, sua lógica ou relações curriculares, justificando matematicamente a sua conclusão, que será o foco desse presente trabalho.

Ainda para a unidade temática numérica, espera-se que os alunos “[...] saibam reconhecer, comparar e ordenar números reais, com apoio da relação desses números com pontos na reta numérica. (BRASIL, 2017, p. 267).

Mas segundo a BNCC (2017, p. 268 à 269), nos anos finais do Ensino Fundamental, que tem como objetivo ampliar os estudos da álgebra retomando tudo que foi visto nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sugere segmento aos estudos com álgebra os alunos para a compreensão das diversas variáveis aplicadas nas expressões, assim estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, e entre outras linhas de estudo.

Para a unidade temática da Geometria deve-se enfatizar o fato de que os alunos encontrem relações visuais com figuras a qual farão relações com as atividades investigativas apresentadas neste trabalho.

No capítulo a seguir apresentaremos os processos metodológicos que nos auxiliaram nas diversas fases desse trabalho. E que buscamos a melhor prática e estratégia para alcançarmos o objetivo dessa pesquisa.

Capítulo 2 - Metodologia

Este capítulo abordará as estratégias e procedimentos empregados neste trabalho a fim de identificar as características metodológicas que envolve toda essa pesquisa.

Na perspectiva de Ludke e André (2012) pautados em Bogdan e Biklen (1982), nosso trabalho segue o âmbito de uma pesquisa qualitativa, pois “envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes” (LUDKE, ANDRÉ, 1986, p. 13). Nessa concepção, estudaremos como os grupos de alunos conseguem identificar os padrões nas atividades de caráter investigativo, e assim, coletar e examinar suas análises as questões dessas atividades na obtenção de uma expressão algébrica que represente as situações propostas nessas questões.

Segundo as ideias dos professores Fiorentini e Lorenzatto (2006), a importância do trabalho de campo permite encontrar elementos para uma melhor compreensão da pesquisa. Assim, buscamos realizar essa investigação em uma escola estadual situada na zona urbana de Vitória da Conquista do Estado da Bahia. Essa escola se localiza no bairro Brasil e a escolha dela se deu pelas experiências nos estágios e programas que permite viver à docência como o PIBID.

A coleta de dados foi feita por meio de um questionário (Apêndice, 53) com perguntas abertas, pensadas e formuladas conforme o referencial teórico e os objetivos traçados neste trabalho. Fiorentini e Lorenzatto (2006) apontam que as atividades com questões abertas nos permitem analisar as respostas inesperadas de forma que, durante o processo da pesquisa podemos nos deparar com diversas interpretações e soluções imprevisíveis sobre a questão, além disso, exigindo maior atenção e tempo por parte dos pesquisadores.

O questionário aplicado em sala foi construído, unicamente com questões de caráter investigativas:

Quadro 2 - Referências das atividades da pesquisa.

Atividades	Retiradas de:
Atividade 1	Lopes, (2011/2012, p. 20 e 21)
Atividade 2	Lopes, (2011/2012, p. 13 e 14)
Atividade 3	Rosa e Bisognim, (2017 p. 68)
Atividade 4	Rosa e Bisognim, (2017 p. 68)
Atividade 5	Vale, Fão e Portela, (2007, p. 64)
Atividade 6	Vale, Fão e Portela, (2007, p. 64)
Atividade 7	Vale, Fão e Portela, (2007, p. 68)
Atividade 8	Lopes, (2011/2012, p. 16 e 17)

Cada atividade com suas respectivas questões abertas está voltada ao estudo de padrões e regularidades no ensino da matemática, acompanhadas de figuras e tabelas a serem observadas.

2.1 Procedimentos

Entramos em contato com a escola, alguns dias antes de iniciarmos nossa pesquisa, para fazermos o levantamento dos turnos e horários disponíveis para o presente trabalho, para isso, apresentamos a proposta do mesmo à coordenação da instituição, no intuito de liberar a sua realização, dialogamos com a professora regente de matemática em exercício com a turma do 9º ano do Ensino Fundamental e combinamos horários e dias para andamento desse processo.

No primeiro encontro com a turma, me apresentei, e apresentei a finalidade deste trabalho. Em seguida esclarecemos as dúvidas sobre o Termo de Consentimento (Apêndice, 52) que é o documento que permite a aplicação e coleta de dados deste trabalho através do consentimento do responsável pelo aluno.

Elaboramos oito atividades com, em média, de 3 a 4 questões em aberto, esclarecemos a turma e a sua professora regente, como a atividade seria desenvolvida ao longo desse processo, logo, no diálogo com a turma explicamos que a atividade era em grupo e lemos as instruções presente nessas atividades, na qual, vedava o uso do smartphone, e entre outras orientações a fim de manter a ordem no decorrer desse processo, lemos também as questões para ajudar no entendimento técnico das questões. Foi destinado, aproximadamente, duas horas aulas para os alunos resolverem as atividades.

Visando o anonimato em relação a identificação dos alunos e dos grupos que eram compostos por estes alunos nomeamos cada grupo, como sendo os Grupo 1(G1), Grupo 2(G2), Grupo 3(G3), Grupo 4(G4), Grupo 5(G5) e Grupo 6(G6) e as atividades representadas respectivamente como, Ativ 1, Ativ 2, Ativ 3, Ativ 4, Ativ 5 e Ativ 6, abreviamos também as questões com a letra Q seguida do número indicado.

No capítulo seguinte abordaremos ás análises do questionário aplicado em sala de aula.

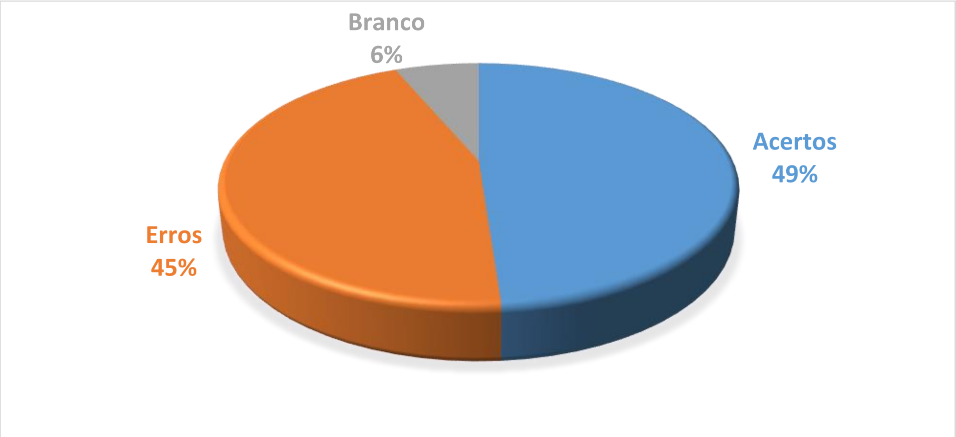
Capítulo 3 - Análise

Neste capítulo apresentaremos os dados obtidos com a aplicação do questionário aplicado no 9º ano do Ensino Fundamental de um colégio situado em Vitória da Conquista.

A turma era formada por 36 alunos sendo que apenas 33 participaram da pesquisa. Nela continha 15 alunos do sexo feminino e 21 do sexo masculino numa faixa etária regular para o ensino fundamental. Durante a aplicação do questionário os alunos regiram de maneira madura, demonstrando interesse na participação do trabalho. As dúvidas foram surgindo no decorrer deste trabalho, contudo, procuramos sana-las buscando unir o melhor desempenho dos alunos ao andamento da aula.

Relembramos que o questionário foi aplicado em dois dias, sendo oito atividades contendo 29 questões e seis grupos responderam as questões. Dessa forma, obtivemos um total de 174 questões, que após corrigidas foram classificadas em acertos, erros e branco. A distribuição do número de acerto, erros e respostas em branco está apresentada no gráfico a seguir:

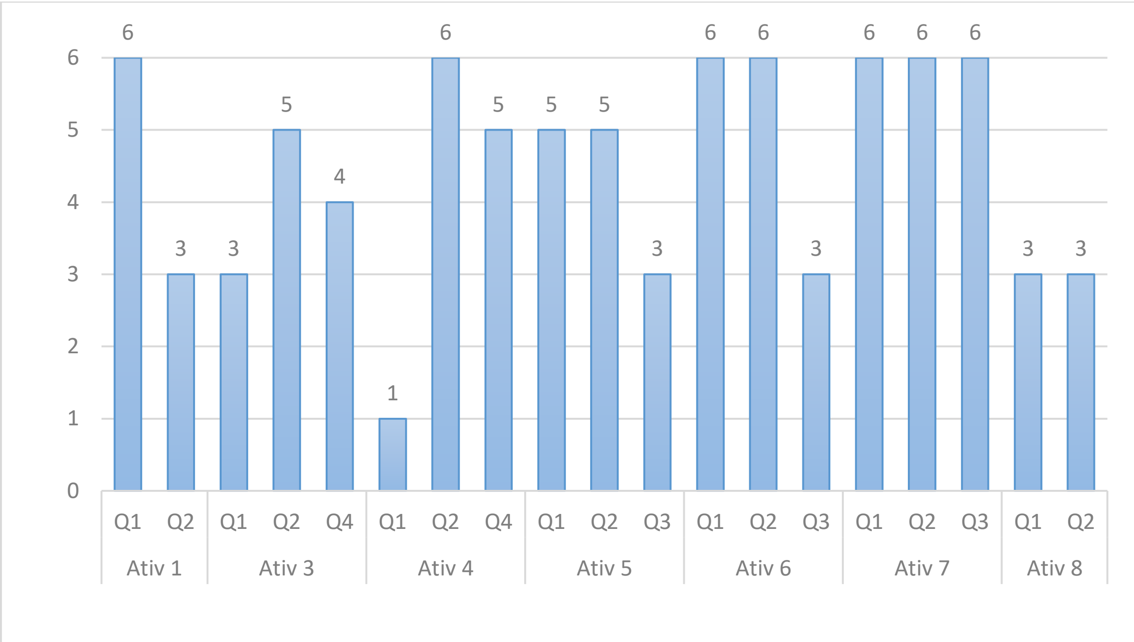
Gráfico 1 - Erros, acertos e branco dos grupos.



É possível notar que houve mais acertos do que erros, ainda que esperávamos resultados melhores. Considerando uma turma de 9º ano que está no final do ano letivo do Ensino Fundamental, ou seja, próximo ao ensino médio, participando de uma atividade que não se tratavam de conteúdos mais elaborados, eles não apresentaram pensamento algébrico em termo de generalização. A seguir, comentaremos os acertos e erros das atividades atrelada à suas respectivas questões.

Para melhor apresentar a distribuição de acerto por questão vamos apresentar o gráfico a seguir. Salientamos que, não se faz presente no gráfico 89 questões por estarem erradas ou em branco.

Gráfico 2 - Desempenho dos grupos nos acertos das questões.



Fonte: Dados da pesquisa.

Pelos dados do gráfico percebemos que as questões Q1 da atividade 1, Q2 da atividade 4, Q1 e Q2 da atividade 6 e as Q1, Q2 e Q3 da atividade 7 atingiram resultados máximos de acertos, evidenciamos também que as questões citadas e as questões Q2 e Q4 da atividade 3, Q4 da atividade 4 e Q1 e Q2 da atividade 5 conseguiram resultados acima da média. Já as questões Q2 da atividade 1, Q1 da atividade 3, Q1 atividade 4, Q3 atividade 5, Q3 da atividade 6 e Q1 e Q2 da atividade 8 obtiveram resultados menores ou iguais a três, ou seja, menores ou iguais a média dos acertos.

3.1 Atividades envolvendo padrões em disposições de figuras

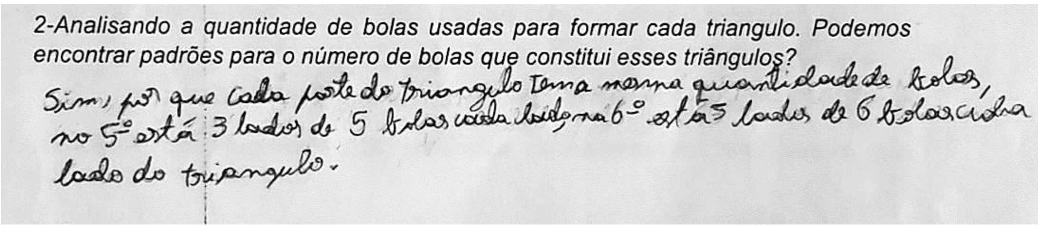
As atividades 3, 4, 6 e 7 apresentavam uma sequência formada por bolinhas dispostas no formato de triângulos, em formato de quadrados, em formato de V e estrelas dispostas em formato de quadrados, hexágonos e octógono.

Apenas o G4 conseguiu encontrar o número correto de bolas que formavam as próximas figuras das atividades 3, 4, 6 e 7, com 15 e 21 bolas para os triângulos, 16 e 25 bolas para os quadrados, 13 bolas para formar o V seguinte e 13 e 16 para os octógonos da atividade 7. E G1, encontrando corretamente as próximas figuras das questões 3 e 7. Entre todas as atividades, a atividade 4 possui o maior número de erros, com 5 erros, e a atividade 7 possui o máximo de acertos.

Na atividade 3 o G4 diz ser possível encontrar o número de bolas que constitui esses triângulos, dada sua afirmativa o grupo tenta expor a ideia de que cada parte do triângulo tem a mesma quantidade de bolas, ou seja, essa quantidade se relaciona com os três lados do triângulo.

A figura a seguir apresenta a visão mais detalhada do G4 sobre esses padrões.

Figura 2 – fragmento da atividade do G4.


2-Analisando a quantidade de bolas usadas para formar cada triangulo. Podemos encontrar padrões para o número de bolas que constitui esses triângulos?

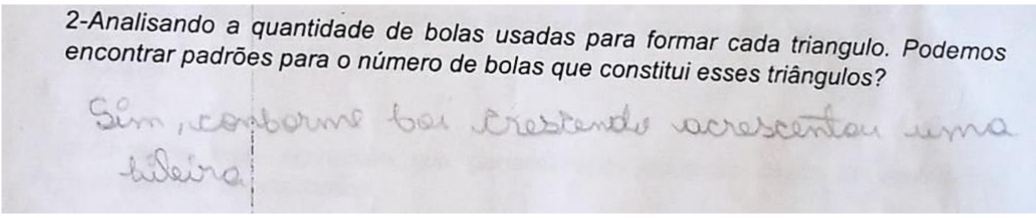
Sim, por que cada parte do triangulo Tem a mesma quantidade de bolas, no 5º está 3 lados de 5 bolas cada lado, no 6º está 3 lados de 6 bolas cada lado do triangulo.

Fonte: dados da pesquisa.

O G4 exemplifica corretamente a sua justificativa dizendo que no 5º triângulo há três lados com 5 bolas e no 6º há três lados com 6 bolas.

Nessa mesma tarefa o G5 nos chamou a atenção por ter notado que para obter os próximos triângulos precisaria acrescentar uma fileira de bolas. A figura a seguir apresenta a ideia do G5 que fundamenta seus padrões.

Figura 3 – fragmento da atividade do G5.


2-Analisando a quantidade de bolas usadas para formar cada triangulo. Podemos encontrar padrões para o número de bolas que constitui esses triângulos?

Sim, conforme foi crestendo acrescentou uma fileira

Fonte: dados da pesquisa.

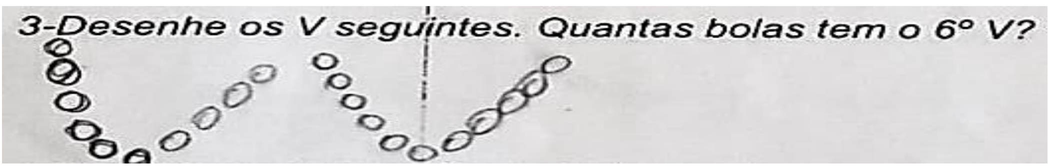
Entre todas as justificativas corretas essa é a mais simples e objetiva, apesar de não está tão bem escrita aos olhos mais críticos, contudo, entendemos que para o grupo é possível obter os próximos triângulos somando uma fileira de bolas no mesmo, e realmente dessa forma conseguimos os próximos triângulos.

Notamos um erro de representação das quantidades de bolas na atividade 4, os grupos G1 e G2, nos indicaram o número de bolinhas que faltavam para construir o quadrado, sendo para o 4º quadrado 7 bolas e para o 5º quadrado 9 bolas, porém, buscávamos um número que totalizavam os números de bolas que mencionamos anteriormente.

Embora, nenhum dos grupos conseguiram representar fielmente o desenho dos octógonos da atividade 7, os mesmos conseguiram representar a quantidade total de estrelas necessárias para construírem as mesmas figuras. A atividade 6 sugere que desenhem os próximos V, e permite que definam a quantidade de bolas para o 6º V. Todos os grupos desenharam os V, mas, somente os grupos G4, G5 e G6 identificaram corretamente as treze bolas que formava o 6º V.

A figura a seguir ilustra como o G3 apresentou seu desenho.

Figura 4 – fragmento da atividade do G4.


3-Desenhe os V seguintes. Quantas bolas tem o 6º V?

Fonte: dados da pesquisa.

O G3 não indicou o número de bolas, mas pelo seu desenho vimos que o número de bolas são 10 e 11 respectivamente, o que não é suficiente para o sexto V.

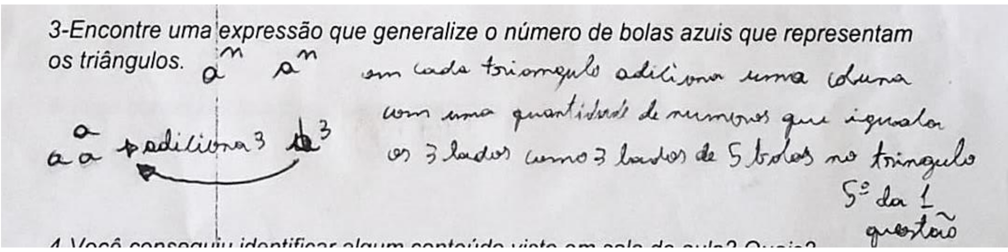
G1, G2, G4 e G5 afirmaram encontrar padrões da formação das figuras das atividades 3 e 4. Comparamos os acertos sobre o número de bolas, entre as duas atividades, e concluímos que a atividade 3 apresentou ser mais elementar para os alunos, pois esses 4 grupos acertaram essa questão. Nos chamou a atenção, o fato de todos os grupos afirmarem a existência de um padrão na atividade 4, porém, registramos apenas um acerto.

As atividades 3, 4, 6 e 7 pedia que encontrassem uma expressão que generalizasse o número de bolas ou estrelas que representam os. Entre as expressões indicadas pelos grupos, nenhuma indicou corretamente uma expressão que equivalesse aos números de bolas no formato de triângulos, em formato de quadrados, em formato de V e estrelas dispostas em formato de quadrados, pentágono e octógono.

Na terceira atividade o grupo G4 nos apresentou a expressão “$\mathbf{a^n}$ a^n”, argumentando sobre os padrões deixando a variável n e a constante n, sem um conceito, a qual define suas funções.

A figura a seguir ilustra a expressão indicada pelo G4 para o padrão da atividade 3.

Figura 5 – fragmento da atividade do G4.



Fonte: dados da pesquisa.

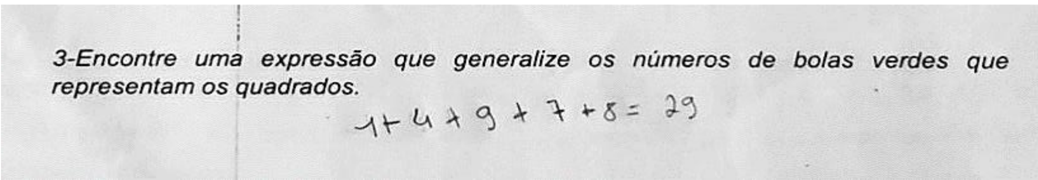
Evidenciamos em sua resposta à disposição de três letras “a” em formato triangular, indicando que se somassem a letra “a” com o número 3, a qual esse número faz referência a quantidade de bolas que devem ser adicionados para obtermos o terceiro V, o resultado é “a^3”. Por ter distribuído as três “a” em formato triangular, o grupo deve ter relacionado a letra “a” com as bolas apresentadas no segundo V, assim um “a” corresponderia com uma bola. Logo, “a^3” seria uma bola.

O uso das letras “a” e “n” não remete um sentido algébrico equivalente para os padrões descobertos anteriormente, pois atribuem o conteúdo de potência a estas letras e não é possível o número de bolas por meio de uma potência do tipo “a^n”, então determinamos que sua expressão é inconsistente e não representa uma expressão geral para os padrões.

Na quarta atividade, os grupos G1, G2, G3 e G6 indicaram uma expressão, porém a mesma não permite obtermos a quantidade de bolas de qualquer quadrado que desejarmos.

A figura a seguir ilustra a expressão encontrada pelo G1.

Figura 6 – fragmento da atividade do G1.


3-Encontre uma expressão que generalize os números de bolas verdes que representam os quadrados.

1+4+9+7+8= 29

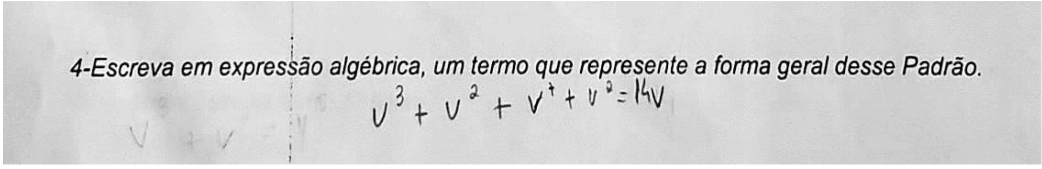
Fonte: dados da pesquisa.

A soma dos termos 1, 4, 7, 8 e 9 está correta, porém o sentido na qual a soma se aplica está errada, por exemplo, para obtermos o segundo quadrado por meio da soma deveríamos somar 1 e 3, e seguindo essa mesma lei de formação somaríamos os números 1, 3, 5, 7, e 9 que seria equivalente com 25, assim somaríamos os termos que faltavam para obter os próximos quadrados e não a sequência de números apresentada por G1. Contudo, além de não indicar os termos corretos o grupo não apresentou uma expressão que generalizasse adequadamente os padrões.

A atividade 6 pedia-se que escrevessem uma expressão que algébrica que representasse os padrões identificados.

A figura a seguir apresenta a expressão indicada pelo G1 para encontrarmos a quantidade de bolas para qualquer V.

Figura 7 – fragmento da atividade do G1.


4-Escreva em expressão algébrica, um termo que represente a forma geral desse Padrão.

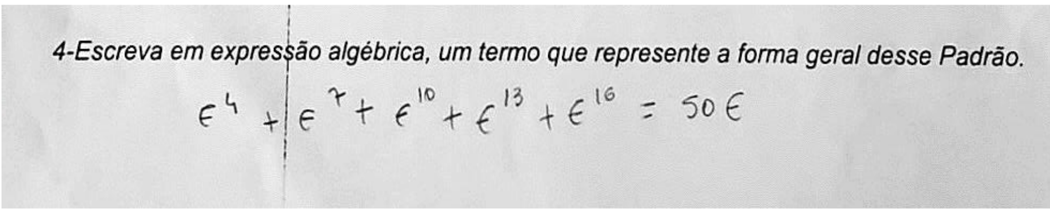
$V^3 + V^2 + V^7 + V^2 = 14V$

Fonte: dados da pesquisa.

O grupo G1 relacionou a expressão $V^3 + V^2 + V^7 + V^2 = 14V$ com a quantidade de bolas para qualquer figura. Mas, sabemos que essa expressão equivale à $V^{14} = 14V$, é uma equação de grau 14 e logo poderíamos obter 14 raízes, entretanto não é o objetivo da questão, obter as soluções de uma expressão, e sim os valores que é possível encontrar por meio dessa expressão, na qual esse valor corresponderia com a quantidade de bolas para cada figura. Por tanto confirmamos o erro de formalização matemática do G1 ao tentar encontrar uma expressão que generalizes os padrões.

Na atividade 7, o grupo G1 também apresentou uma expressão com somas de potência de mesma base, cuja o resultado não está na forma de potência. A figura a seguir ilustra a expressão usada pelo grupo G1 no intuito de generalizar o padrão.

Figura 8 – fragmento da atividade do G1.


4-Escreva em expressão algébrica, um termo que represente a forma geral desse Padrão.

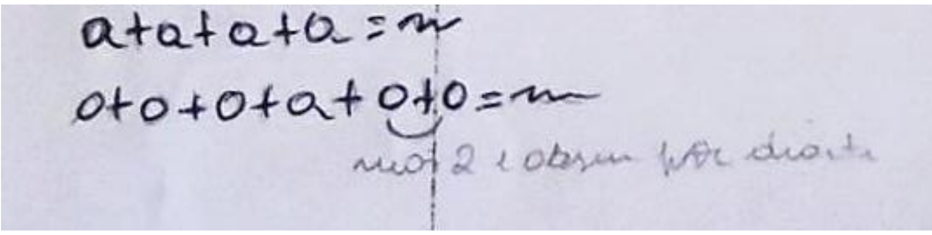
$E^4 + E^7 + E^{10} + E^{13} + E^{16} = 50E$

Fonte: dados da pesquisa

Observamos que essa soma é limitada por 5 potências de bases iguais, sendo seu expoente com os mesmos valores da quantidade de estrelas encontradas até a 5ª estrela e sua base uma variável. A soma das potências ainda resulta em cinquenta vezes a base e notamos que cinquenta é a soma dos expoentes dessa expressão. Diante disso, podemos concluir que a sentença não está correta, pois não podemos obter o número de estrela para qualquer figura, apenas substituindo os valores nas variáveis dessa expressão.

Ainda na atividade 7, observamos que o grupo G4 soma quatro letras “a” e as igualam a n, após somam 6 letras “a” e as igualam a m, dizendo que a soma seguia uma regularidade de sempre somar mais 2 e assim por diante. No entanto, a expressão não corresponde com os padrões. A figura seguinte ilustra essa expressão usada pelo G4 na pretensão de generalizar os padrões.

Figura 9 – fragmento da atividade do G3.



Fonte: dados da pesquisa

Embora não indicaram o significado das letras apresentadas, entendemos que a letra “a” refere-se a estrela. Ainda afirmaram ser sempre somados dois “a” para obtermos as próximas figuras, porém, deveríamos somar 3 “a” para representarmos adequadamente os padrões. Contudo, essa expressão não corresponde adequadamente com os padrões obtidos.

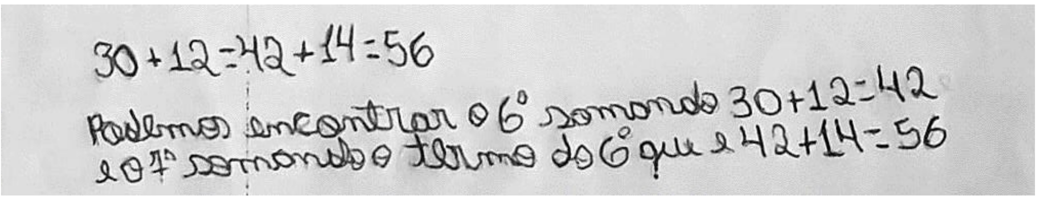
3.2 Atividades envolvendo padrões em disposições de números

As atividades 1, 2 e 5 apresentavam números presentes em tabelas e figuras com uma determinada sequência. Porém, identificamos dois aspectos em que as distinguem, no primeiro aspecto, as atividades 1 e 5, permitiam que os grupos completassem os números que faltavam as tabelas e figuras, o segundo trata-se de buscar na atividade 2 relações dos números dispostos em cruzes na tentativa de generalizar os padrões encontrados.

No primeiro aspecto apresentaremos o desenvolvimento das atividades 1 e 5 na qual buscamos identificar como os grupos encontraram os termos em falta. A atividade 1 apresentava uma tabela, na qual os números que faltavam eram 42 e 56, e apenas 3 grupos indicaram corretamente esses números.

A figura XX ilustra a resposta de G4 que indicou corretamente os valores.

Figura 10 – fragmento da atividade do G4.


30+12=42+14=56
Podemos encontrar o 6° somando 30+12=42
e o 7° somando o termo do 6° que é 42+14=56

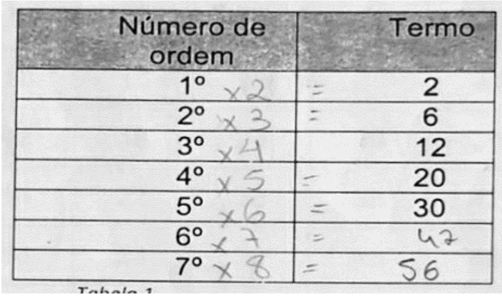
Fonte: dados da pesquisa.

O grupo 4 afirma que para obter o termo 42 somou os números 30 e 12, contudo, percebemos que o termo 30 já estava presente na tabela, assim conseguiram obter o termo por meio de recorrência, nesse mesmo critério, G4 afirma obter 56 somando 42 e 14. Concluímos que, para encontrar o número 12 e 14 o grupo seguiu a seguinte lei de formação: (0 + 2 = 2), (2 + 4 = 6), (6 + 6 = 12), (12 + 8 = 20), (20 + 10 = 30), (30 + 12 = 42), (42 + 14 = 56), analisando os termos sublinhados, vimos que sempre somamos o número 2. Porém, encontramos um erro de equivalência na expressão 30 + 12 = 42 + 14 = 56 indicada nessa questão, pois 30 + 12 não é igual 42 + 14.

O grupo G1 encontrou também os dois termos corretamente, mas a maneira em que se obteve os termos não foi a mesma. Dessa forma, G1 utilizou a multiplicação para obter os números 42 e 56.

A figura a seguir ilustra como G1 encontrou os próximos números da tabela.

Figura 11 - fragmento da atividade do G1.



Número de ordem	Termo
1º x2	= 2
2º x3	= 6
3º x4	12
4º x5	= 20
5º x6	= 30
6º x7	= 42
7º x8	= 56

Fonte: dados da pesquisa.

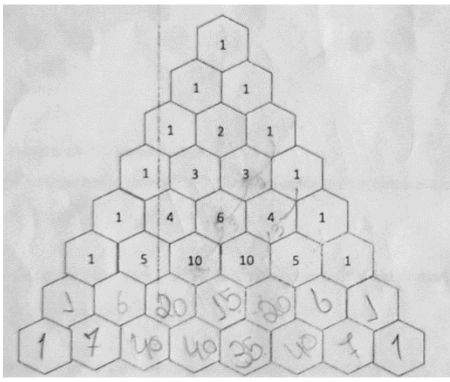
O grupo encontrou os próximos termos multiplicando a ordem, em que cada termo estava disposto, com o seu sucessor. Nesse sentido, encontrou o termo 42 multiplicando 6 e 7, e obteve o termo 56 multiplicando 7 e 8.

Contudo, os grupos que identificaram alguma relação consistente que existia entre os termos da tabela da atividade 1, desenvolveram seu raciocínio com operações básicas de números naturais. Entretanto, essa atividade alcançou a média de acertos por grupos, embora, esperávamos um melhor desempenho por parte dos grupos.

Já a atividade 5 buscava encontrar uma sequência de termos que completasse com as fileiras seguintes da figura de formato triangular composta por pentágonos. As sequências seguintes eram a 7ª e a 8ª fila, e seus termos eram (1, 6, 15, 20, 15, 6, 1) e (1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1) respectivamente, apenas 1 grupo não conseguiu encontrar corretamente os termos, porém o método escolhido pelo grupo nos chamou a atenção.

A figura a seguir ilustra como o G2 indicou os números para a linha sugerida.

Figura 12 – fragmento da atividade do G2.



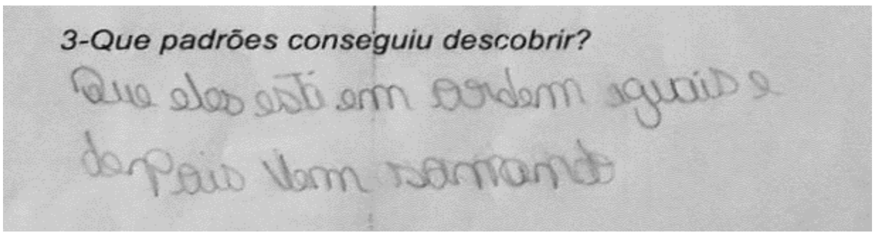
Fonte: dados da pesquisa.

Esse grupo encontrou cada termo da 7ª e 8ª linha analisando a sequência que segue os termos da coluna, por exemplo todos os termos da coluna dos extremos são iguais a 1 com isso conseguiram o primeiro e o último termo, mas na coluna cuja os termos são 1, 3, 6 e 10, em que os próximos termos são 15 e 20, o G2 encontrou 20 e 40, e assim evidenciamos um erro de conjectura para essa sequência. A outra sequência é composta pelos termos 1, 4, 10 e 15, assim os próximos termos serão 20 e 35, o padrão existente reside no fato de as parcelas serem sempre números triangulares consecutivos que inclusive está presente na atividade 3, porém o grupo encontrou os 15 e 40. Talvez esse grupo buscou a forma mais desafiadora, mas que talvez seja a mais interessante, apesar de trabalhosa.

A atividade 5 indagava-os a relatar quais padrões conseguiram descobrir. Mas os grupos G1 e G3 apresentaram apenas as linhas, e não descreveram os padrões que havia por trás desses números.

A figura a seguir apresenta quais padrões o G2 conseguiu descobrir.

Figura 13 – fragmento da atividade do G2.



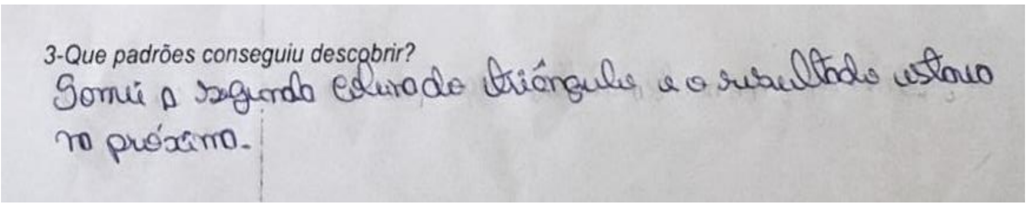
Fonte: dados da pesquisa.

G2 identificou que os números mantêm uma ordem e depois são somados, porém ele não descreve claramente ao dizer que seguem em ordem iguais. Percebemos, então, a necessidade de elementos fundamentais que busca complementar sua justificativa, pois assim, se torna insuficiente.

O grupo G5 identificou corretamente os termos da 7ª e 8ª linha, afirma que se somar os elementos da segunda coluna do triângulo o resultado seria o próximo.

A figura xx a seguir ilustra como G5 identifica os padrões.

Figura 14 – fragmento da atividade do G5.



Fonte: dados da pesquisa.

Na afirmação do G5 encontramos uma inconsistência no sujeito da frase, porque percebermos que somamos os elementos dessa coluna e não a coluna. Por tanto, não podemos definir exatamente como encontraram os termos e o tipo de padrão que o grupo queria nos apresentar.

O desempenho foi bom, mas poderia ser melhor por que apresentava indagações elementares ao nível de ensino dos alunos. Embora, muitos grupos conseguiram encontrar os termos seguintes, notamos que existe uma dificuldade de relatar os padrões que encontraram.

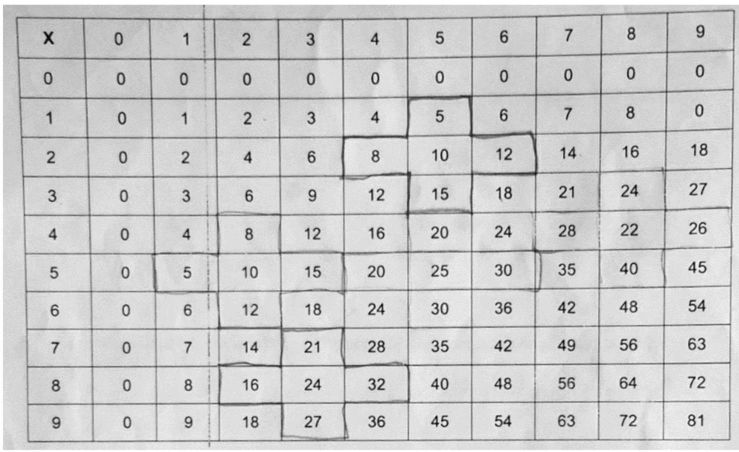
Para o segundo aspecto apresentamos a atividade 2, que consistia em apresentar um quadro numérico na qual os grupos deveriam observar os números dispostos em cruzes seguida de três indagações.

Na primeira pedia para encontrar mais cruzes, assim a questão apresentava exemplos dos tipos de cruzes a qual deveria ser seguido, e investigava como estes números se relacionavam.

Todos os grupos conseguiram encontrar pelo menos uma cruz. Entre eles, G5 diz que as cruzes de centro em 10 e em 24 se relacionam por cinco e por dois, embora não podemos afirmar essa relação porque as cruzes de centro em 24 não se relacionam dessa forma.

A figura a seguir ilustra como G5 indicou as cruzes na tabela com números os números dispostos em linhas e colunas.

Figura 15 – fragmento da atividade do G2.



X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	0
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	22	26
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Fonte: dados da pesquisa.

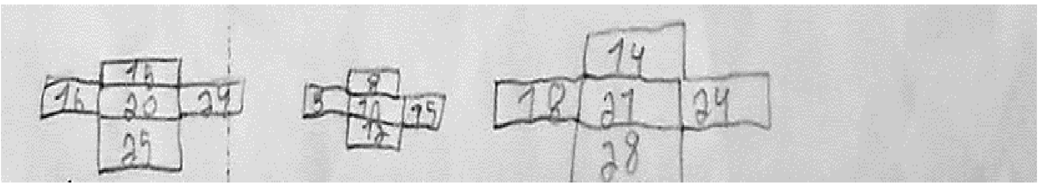
Claramente observamos que o grupo se referiu às cruzes de centro em 10, porque, das cruzes sublinhadas, somente elas apresentam linhas e colunas sendo acrescentadas em seus termos o número 5 e 2. Para as cruzes de centro em 24 temos os termos da linha variando de 3 em 3 e os termos da coluna variando de 8 em 8.

O G1 afirma que os termos estão sendo somados pelo primeiro número da tabela, porém não ficou claro qual seria esse número pelo fato de o primeiro termo não ser um número e sim uma letra. Contudo, pela inconsistência abordada em sua justificativa não foi possível encontrarmos lógica em suas explicações.

Estes grupos entenderam como deveriam obter estas cruzes, mas relaciona-las exigia uma descrição mais clara e lógica para ser fiel ao seu raciocínio que talvez estivesse correto.

Os outros grupos apenas indicaram as cruzes que haviam encontrado. A figura a seguir ilustra como G2 apresentou as cruzes.

Figura 16 – fragmento da atividade do G2.



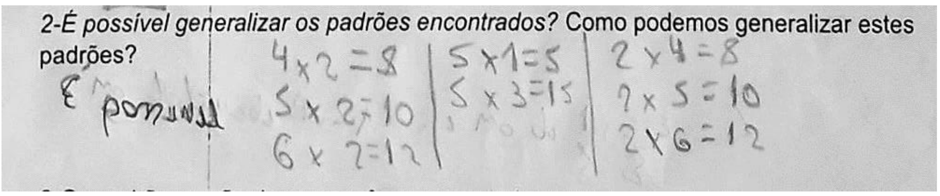
Fonte: dados da pesquisa.

Esse grupo escolheu as cruzes de centro em 20, 10 e 21, e só apresentou seus respectivos desenhos. De forma geral, a resposta é insuficiente para afirmarmos alguma relação entre os números porque apenas esses desenhos não sustenta nenhuma relação verdadeira, assim, a questão está incompleta.

A segunda indagava a possibilidade de generalizarem os padrões encontrado, e como poderiam generalizar esses padrões. Nesse sentido, os grupos G1, G5 e G6 afirmaram ser possível obter os padrões justificando seu raciocínio, mas não apresentaram uma expressão que represente esse padrão. G2 deixou essa questão em branco e o G4 apresentou apenas operações com números.

A figura a seguir ilustra as expressões apresentadas pelo G4.

Figura 17 – fragmento da atividade do G4.



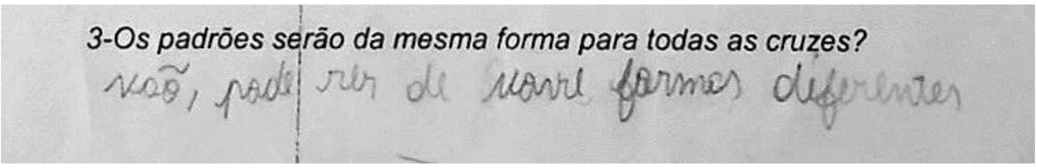
Fonte: dados da pesquisa.

O G4 afirmou a possibilidade de generalizar os padrões encontrados, sendo assim, ao invés de indicar uma expressão que generalizasse as relações entre as cruzes de centro em 10, o autor da resposta apresentou alguns produtos na qual não satisfaz o objetivo da questão, assim jugamos sua reposta fora do contexto. Porém, o produto apresentado é uma relação que identificamos nas cruzes de centro em 10, onde alguns são múltiplos de 2 e outros são múltiplos de 5 e que estão relacionados corretamente.

A terceira questão indagava se os padrões identificados são os mesmos para todos as cruzes. Nessa perspectiva, os grupos G1, G4, G5 e G6 responderam simplesmente que "Sim", e o G3 diz que sim e justifica dizendo que os números apenas alteram suas posições, é um raciocínio correto para as cruzes de centro iguais e incorreto se afirmamos que acontece para todas as cruzes.

O G2 afirma que não é possível para todas as cruzes e argumenta que existe nove formas diferentes sem apresentar argumentos que justifique seu raciocínio. A figura a seguir ilustra o argumento do grupo 2 para justificar essa afirmação.

Figura 18 – fragmento da atividade do G2.


3-Os padrões serão da mesma forma para todas as cruzes?
não, pode ser de nove formas diferentes

Fonte: dados da pesquisa.

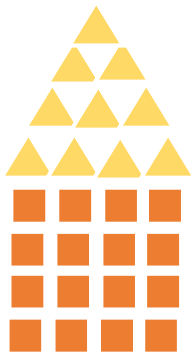
A afirmação é inconsistente e falta argumentos que complete seu ponto de vista, pois é possível encontrarmos 81 cruzes diferentes e entendemos que ao limitar em nove maneiras distintas excluiria outras cruzes dessa relação pelo fato do grupo não indicar esses noves padrões distintos.

A atividade 2 gerou muitas dúvidas aos grupos, desde a primeira até a terceira questão a qual estão atreladas a esta atividade, consequentemente o desempenho foi abaixo do esperado com zero acertos, muitas questões sem coerência e justificativas insuficientes em todas as questões.

3.3 Atividades envolvendo padrões em disposições de figuras e números

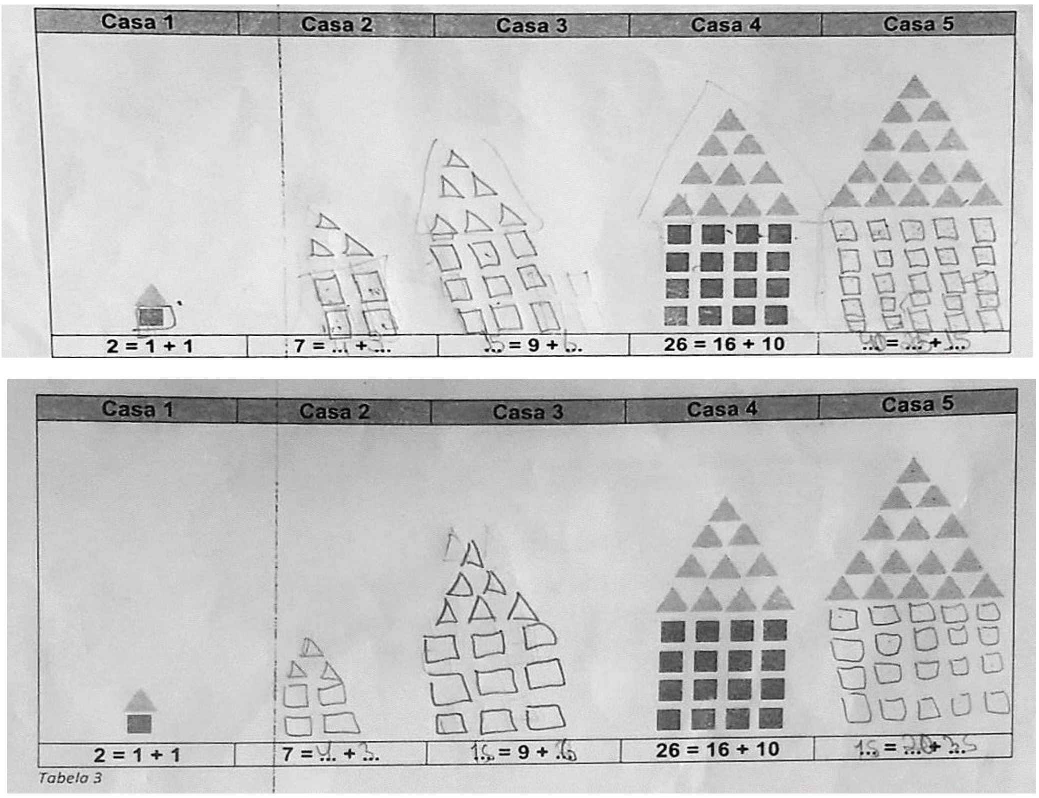
Trataremos de apresentar como os grupos desenvolveram as investigações com a atividade 8.

A atividade apresentava a seguinte tabela.

Casa 1	Casa 2	Casa 3	Casa 4	Casa 5
				
2 = 1 + 1	**7 = ... + ...**	**... = 9 + ...**	**26 = 16 + 10**	**... = ... + ...**

A primeira questão determinava o esboço das casas em falta, sabendo que elas estão seguindo a mesma lei de formação. Nesta questão, todos os grupos conseguiram desenhar as casas que faltava, mas apenas três grupos conseguiram desenhar seguindo a mesma lei de formação. O grupo G6 desenhou corretamente até a casa de número 3, mas na 5ª casa o número de quadrados que faltava para compor a quantidade correta de peças estava incompleta. A figura a seguir ilustra os desenhos do G2 e G6 das casas que faltavam ser completadas.

Figura 19 – fragmento da atividade do G2 e G6, respectivamente.



Fonte: dados da pesquisa.

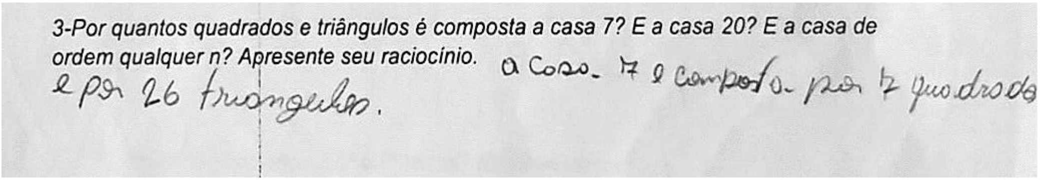
Observe que o G2 não teve problemas em suas construções, conseguiram relacionar a quantidade ideal de quadrados e triângulos em cada casa. O G6 apresentou 20 quadrados para a 5ª casa, mas como o número de quadrado está relacionado com o quadrado dos lados e com a posição de cada casa, concluímos 20 quarados por não ser um número quadrado não representa nenhuma das casas.

A segunda questão determinava que os grupos completassem as tabelas com os números adequados. E o G3 apesar de conseguir ilustrar corretamente todas as casas não completou totalmente a tabela, faltando completar a 5ª casa.

A terceira questão indagava a quantidade de quadrados e triângulos que compõe a 7ª casa, a casa 20 e a casa de número n. A questão, no intuito de complementar as respostas, pedia para apresentar o raciocínio.

O G3 curiosamente diz que a casa 7 é composta por 7 quadrados e por 26 triângulos sem apresentar a casa de número n. A figura a seguir ilustra o raciocínio do G3 para a construção da casa 7, 20 e a de número n.

Figura 20 – fragmento da atividade do G3.



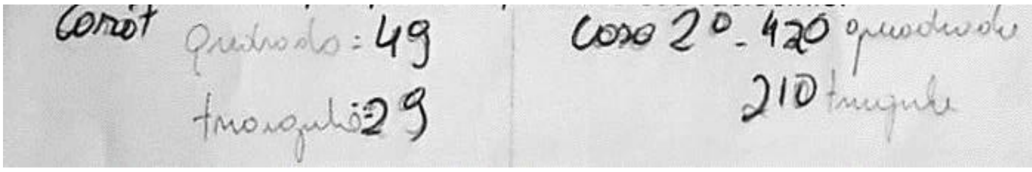
3-Por quantos quadrados e triângulos é composta a casa 7? E a casa 20? E a casa de ordem qualquer n? Apresente seu raciocínio. a Casa 7 e composta por 7 quadrados e por 26 triangulos.

Fonte: dados da pesquisa.

Pela representação incorreta dos números de quadrados e triângulos indicadas por G3, podemos concluir que o grupo não compreendeu os padrões e consequentemente não encontrou uma expressão que generalizasse adequadamente o mesmo.

O G4 foi o grupo que trouxe o número, mais próximos do número correto, de quadrados e triângulos. A seguinte figura ilustra os números indicados pelo G4.

Figura 21 – fragmento da atividade do G4.



Casa 7 Quadrados: 49
triangulos: 29

Casa 20 - 420 quadrado
210 triangulo

Fonte: dados da pesquisa.

O grupo G4 não encontrou uma expressão que representasse os padrões encontrados nessa atividade. Percebemos que na casa 7 o correto são 38 triângulos e não 29 e na casa 20 são 400 quadrados e não 420 como mostra a figura, ou seja, acertou os números de quadrados da casa 7, mas errou os da casa 20 e errou o número de triângulos da casa 7 e acertou o da casa 20, nesse caso o que pode ter ocorrido foi um erro de cálculo.

Considerações Finais

O ponto inicial de nosso trabalho foi identificar como os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental expressam algebricamente os padrões presentes nas sequências identificadas em tabelas e figuras. Assim, as expressões indicadas pelos alunos na qual buscava expressar os padrões identificados nas sequências, nos motivou a estudar mais ainda sobre generalizações desses padrões.

Sabemos que a Álgebra é um pré-requisito para o 9º ano do Ensino Fundamental, e nessa etapa de ensino ela deve seguir como uma competência para desenvolver novos conteúdos programáticos. Nessa perspectiva, levantamos a seguinte questão que nos guiou nesse trabalho: como os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental expressam os padrões matemáticos utilizando a Álgebra? E por meio dessas considerações buscaremos responder a essa indagação.

As atividades elaboradas, na qual foi nossa ferramenta de estudo, foram aplicadas em uma turma com 32 alunos divididos em 6 grupos, nas correções coletamos acertos, erros, brancos e todos os dados necessários para nossa avaliação. Durante a aplicação das atividades intervimos em suas dúvidas a respeito do entendimento técnico das questões, ou seja, buscamos esclarecer a indagação de cada questão, dessa forma permitimos que os alunos construíssem seu próprio conhecimento. Pois, apontar o erro de análise na atividade investigativa não é o correto, mas sim facilitar aos mesmos descobrirem onde está este erro.

Em cada atividade valorizamos a identificação dos padrões que existia por trás das figuras e tabelas, assim havia atividades que permitiam apenas a generalização próxima, na qual, Barbosa, Vale e Palhares (2008) define como os termos que são facilmente obtidos por desenhos e recorrência, mas em sua maioria buscavam dos grupos generalização distante, na qual, Barbosa, Vale e Palhares (2008) diz ter a necessidade de obter o termo geral. No momento de conjectura na busca de obter os padrões das atividades, muitos grupos presumiram que seus padrões estariam corretos, mas nem todos conseguiram justificar matematicamente a sua ideia. De início alguns alunos relataram dificuldade em obter alguns padrões, como por exemplo a atividade 8, e chegaram a dizer: “não consigo encontrar”, por outro lado, tiveram grupos que obteve resultados muito rápido. Contudo, suas maiores dificuldades, notadas, foram na formalização matemática do padrão, ou seja, os alunos não sabiam como indicar corretamente uma expressão que representava o padrão identificado, notamos ainda, uma deficiência em utilizar letras que generalizassem seu raciocínio. Pois, muito dos alunos que conseguiram identificar os padrões, em sua justificativa apresentaram erros nos conceitos algébricos dessa natureza.

Analisando as atividades notamos 78 erros nas questões e 11 questões em branco, entre essas 11 questões temos, mais precisamente, o G2 deixou 3 questões sem respostas e G5 com 8 questões sem respostas. O grupo G2 deixou a Q2 da atividade 2, a Q4 da atividade 6 e a Q4 da atividade 7 em branco. O grupo 5 deixou a Q3 da atividade 1, Q3 e Q4 da atividade 3, Q3, Q4 e Q5 da atividade 4, Q4 a6, Q4 da atividade 7 em branco. Ambos, deixaram as questões Q4 da atividade 6 e a Q4 da atividade 7 sem faze-las.

No QUADRO 1 apresentamos como a investigação matemática está dividida nas visões de Ponte, Brocado e Oliveira (2005), dessa forma, chegamos à conclusão que não seguimos os passos indicados por estes autores, pois reconhecemos que não permitimos os grupos testarem e reformularem suas hipóteses, portanto, não realizamos testes nessa pesquisa que consequentemente refinara ainda mais suas deduções. Nesse sentido, poderíamos indagar em nossas atividades a veracidade das expressões e dos padrões encontrados pelos grupos.

Entretanto, segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2005), estas atividades investigativas estão divididas em três fases as quais configuram nossas atividades, pois introduzimos as atividades de forma escrita, a realizamos em pequenos grupos de alunos e discutimos seus resultados ao término da aplicação.

Logo após a termino do questionário, chegamos a fase de apresentação dos resultados. Essa fase me permitiu analisar detalhadamente o raciocínio lógico para determinar para as soluções das questões. Por meio das apresentações conseguimos identificar alguns erros de conjectura importante para a construção do conhecimento algébrico.

Durante a fase de discussão das respostas nas atividades foi possível notar que as relações evoluíram. Alguns grupos descobriram relações semelhantes, mas teve outros que conseguiram descobertas diferentes e outros conseguiram ser mais claros ao ponto de complementar as ideias dos outros grupos. Por exemplo na atividade 5, encontramos grupos que previram as linhas seguinte seguindo a mesma lei de formação, embora o G6 descreveu mais como encontrou seus padrões, o que permitiu complementar a resposta do G5. Nessa mesma atividade o G1 encontrou uma outra lei de formação, que sugerimos apresentarem para a turma, depois da apresentação corrigimos os erros através de contraexemplos.

Como nenhum dos grupos conseguiram obter expressões que correspondesse com os padrões encontrados, nas discussões das atividades 2, 3, 4, 6, 7 e 8, nos permitiu mostrar quais expressões seriam adequadas a cada padrão. Buscamos ainda, entender seu pensamento algébrico, e concluímos que os grupos não conseguiram dar significado as incógnitas e esse foi o motivo pelo qual todos os grupos erraram.

Temos a consciência que à álgebra é fundamental para o enriquecimento do ensino da matemática, porém não é uma temática bem compreendida pelos estudantes, assim precisa de uma atenção maior por parte dos professores, visto que muitos estudantes não conseguem compreender os conceitos básicos que envolvem as constantes e incógnitas nas expressões algébricas.

O questionário foi aplicado no dia 21 de março de 2018 e a apresentação dos resultados e discussões foi no dia 26 de março de 2018 com a colaboração de cada representante de seus respectivos grupos, assim identificamos os grupos por Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5 e Grupo 6, na qual buscamos uma melhor orientação durante a aplicação.

Escolhemos trabalhar em grupos para que se efetivasse, a harmonia e o compartilhamento de saberes entre os alunos. A interação entre os alunos no trabalho em grupo permitiu que eles se organizassem e perceber as ideias que envolva toda a tarefa. Em grupo as ideias particulares dos alunos serão discutidas e verificada sua veracidade. E é neste aspecto que “Em muitas tarefas de investigação, os alunos são levados a começar por gerar (mais) dados e organizá-los, e só depois começam a formular questões. [...]” (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2005, p.31).

Referências

BARBOSA, Ana; VALE, Isabel; PALHARES, Pedro. **A Resolução do Problema e a generalização de padrões estratégicos e dificuldades emergentes.** Actas do Encontro Investigacion en Educacion Matemática XXII, 2008.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC 2ª versão**. Brasília, DF, 2017.

CUNHA, Helena; OLIVEIRA, Élia; PONTE, João. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Actas do ProfMat95, Lisboa: APM, 1995.

FIORENTINI, Dario; LORENZATTO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, São Paulo, 2006. – (Coleção formação de professores)

LOPES, Tânia Isabel Duarte. **Padrões e Regularidades no Ensino Básico.** Faculdade de Ciencias Exatas e Tecnologia Universidade de Coimbra, 2011/2012.

LOPES, Tânia. **Padrões no Ensino Básico**. In: Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Coimbra: 2011.Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/1Semestre/TrabalhoPadroes_TANIALOPES.pdf>. Acesso em: 07 de julho de 2018.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E.D.A. **Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas**. São Paulo: Coleção Temas Básicos de Educação e Ensino, 2012.

MORAIS, Carlos. **Investigação: Do problema aos resultados**. Instituto Politécnico de Bragança. Bragança, Portugal. 2013.

PONTE, João Pedro da; BROCADO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** ed. Autêntica, Belo Horizonte, 2005.

ROSA Carine Pedroso da; BISOGNIM, Eleni. **Atividades Investigativas de Matemática: Explorando Sequências e Regularidades.** Educação Matemática em Revista. Volume 2 – RS, 2017.

TREVISAN, Maria do Carmo Barbosa; BISOGNIN, Vanilde . **Explorando os números figurados por meio de atividades investigativas**. 2008.

VALE, I. et al. **Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra**. Lisboa: SEM-SPCE. (2007). Disponível em: <https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/1416/1/Padr%C3%B5es%20Caminha.pdf>. Acesso em: 07 de julho de 2018

VALE, Isabel; FÃO, António; PORTELA Fernanda, et al. **Matemática no 1º Ciclo Propostas e episódios de sala de aula.** Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. ed. Programa, 2007.

VALE, Isabel. **Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática**, REVEMAT. eISSN 1981-1322. Florianópolis (SC), v. 08, n. 2, p. 64-81, 2013. Disponível em: < https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2013v8n2p64/26020>. Acesso em: 08 de julho de 2018.

Apêndice

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezados (as) Pais

Meu nome é Erivan Santos Marinho, estudante da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB. Estou realizando uma pesquisa com o objetivo de analisar as soluções dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em atividades Investigativas envolvendo Padrões em números. Na busca de um trabalho efetivo será necessário a aplicação de algumas questões durante a atividade Investigativa.

O nome do aluno não será utilizado em qualquer fase da pesquisa; não será cobrado nada; não haverá gastos nem riscos na sua participação neste trabalho; não estão previstos ressarcimentos ou indenizações.

Gostaríamos de deixar claro que a participação é voluntária e que poderá recusar-se a dar seu consentimento, ou ainda descontinuar a participação durante a atividade se assim, o preferir.

Desde já agradeço sua atenção e participação e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

Atenciosamente,

_______________________.

Erivan Santos Marinho

Consentimento Pós-Informação

Eu, ____,responsável pelo aluno (a)____fui esclarecido (a) sobre a pesquisa de Erivan Santos Marinho que possui como objetivo “ Analisar as estratégias utilizadas pelos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental quando resolvem Investigações Matemática envolvendo Padrões” e concordo que meu filho participe da mesma.

____.

Assinatura do responsável

Vitória da Conquista, ___de Março de 2018.

ATIVIDADE INVESTIGATIVA ENVOLVENDO NÚMEROS

Nomes: ____ **Data:** _____/_____/_____

Instruções: A atividade é em grupo de 4 pessoas e a consulta será apenas entre os membros do grupo.
As questões podem ser resolvidas em qualquer ordem.
As questões podem ser resolvidas a lápis ou a caneta sendo que a resposta final deverá ser a caneta (azul ou preta).
Não será permitido o uso de celulares smartphones ou qualquer outro mecanismo de comunicação.

ATIVIDADE 1

Observe a seguinte *tabela 1* e responda as perguntas relacionadas:

Número de ordem	Termo
1º	2
2º	6
3º	12
4º	20
5º	30
6º	
7º	

Tabela 1

1-Observe como os termos desta tabela estão ordenados. Podemos encontrar alguma relação entre os termos? Quais?

2-Podemos encontrar o 6º e 7º termo? Explique como.

3-Podemos decompor em expressões numéricas, do tipo 3 = 2 + 1, cada termo de forma que cada termo seguinte permaneça com a mesma propriedade nas operações das expressões numéricas? É possível encontrar um Padrão entre estas expressões?

ATIVIDADE 2

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	22	26
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Tabela 2

Analisando a *tabela 2,* observe seus respectivos números dispostos em cruz, do tipo

	5	
8	10	12
	15	

com centro em 10.

1-Encontre mais cruz como a do exemplo citado anteriormente Como se relaciona os cinco números que surgem em cada cruz?

2-É possível generalizar os padrões encontrados? Como podemos generalizar estes padrões?

3-Os padrões serão da mesma forma para todas as cruzes?

ATIVIDADE 3

Observe a *figura 1* em que as bolas azuis estão organizadas da seguinte forma:

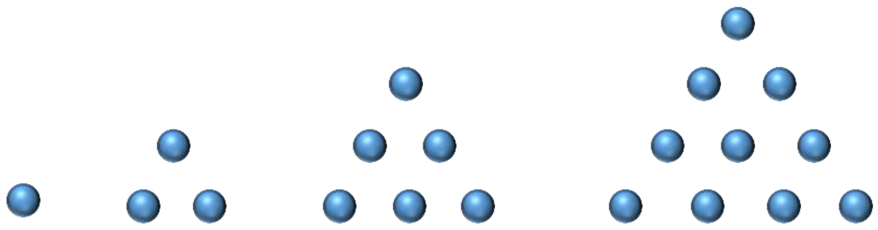


Figura 22

1-É possível construir o 5º e o 6º triangulo? Quantas bolas foram usadas para o 5º e o 6º triangulo?

2-Analisando a quantidade de bolas usadas para formar cada triangulo. Podemos encontrar padrões para o número de bolas que constitui esses triângulos?

3-Encontre uma expressão que generalize o número de bolas azuis que representam os triângulos.

4-Você conseguiu identificar algum conteúdo visto em sala de aula? Quais?

ATIVIDADE 4

Observe a *figura 2* em que as bolas verdes estão dispostas da seguinte forma:

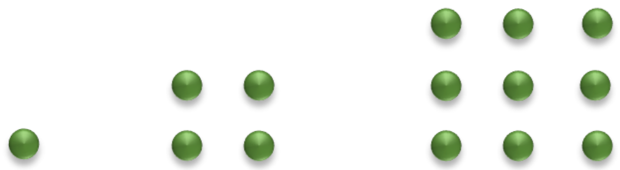


Figura 2

1-É possível construir o 4º e o 5º quadrado? Quantas bolas foram usadas para o 4º e 5º quadrado?

2-Analisando a quantidade de bolas usadas para formar cada quadrado. Podemos encontrar padrões para o número de bolas que constitui esses quadrados?

3-Encontre uma expressão que generalize os números de bolas verdes que representam os quadrados.

4-Você conseguiu identificar algum conteúdo visto em sala de aula? Quais?

5-Quais ralações existem entre as expressões gerais do padrão da atividade 3 com esta atividade?

ATIVIDADE 5

Observe a figura 3.

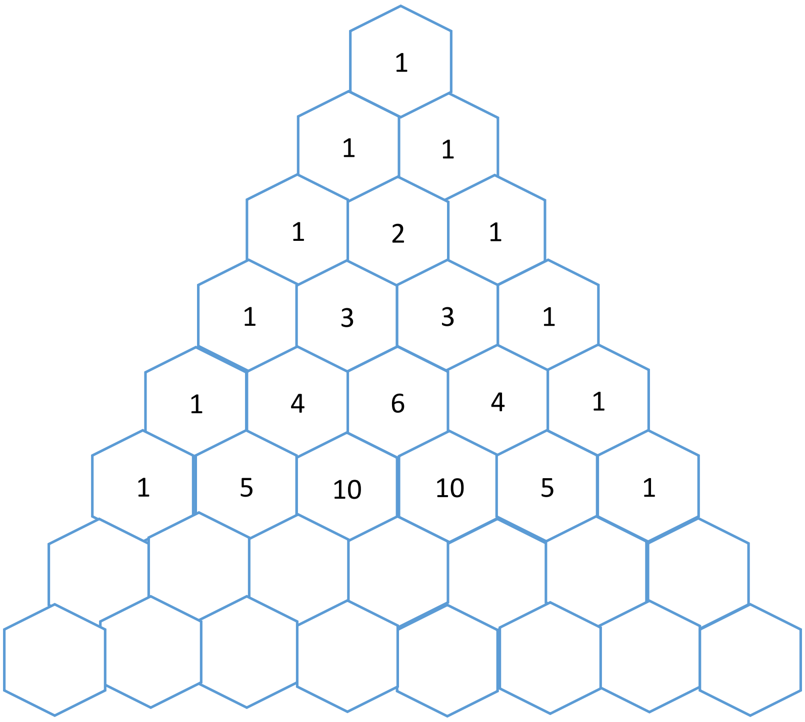


Figura 3

1-Uma das linhas do triângulo é 1, 5, 10, 10, 5 e 1. Qual é a linha seguinte? Explique como chegou a esta conclusão.

2-Completa as linhas seguintes.

3-Que padrões conseguiu descobrir?

ATIVIDADE 6

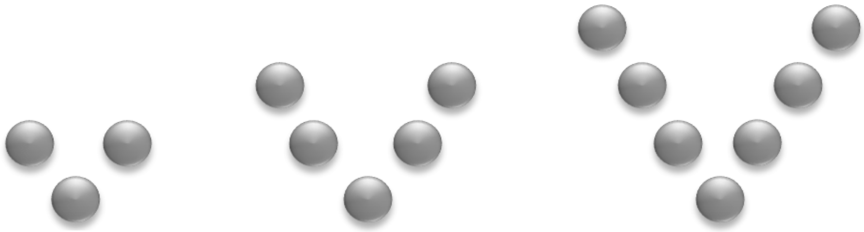


Figura 4

Observe os 3 V desenhados.

1-Quantas bolas tem o 2º V? Quantas bolas o 2º V tem a mais que o 1º V?

2-Quantas bolas tem o 3º V? Quantas bolas o 3º V tem a mais que o 2º V?

3-Desenhe os V seguintes. Quantas bolas tem o 6º V?

4-Escreva em expressão algébrica, um termo que represente a forma geral desse Padrão.

ATIVIDADE 7

Figura 5

1-Desenhe a 4ª e a 5ª figura.

2-Quantas estrelas tem a 4ª figura? Quantas estrelas a 4ª figura tem a mais que a 3ª figura?

3- Quantas estrelas tem a 6ª figura?

4-Escreva em expressão algébrica, um termo que represente a forma geral desse Padrão.

ATIVIDADE 8

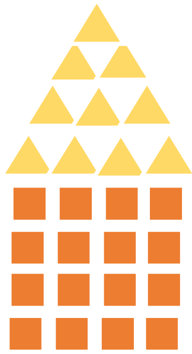
Casa 1	Casa 2	Casa 3	Casa 4	Casa 5
				
2 = 1 + 1	**7 = ... + ...**	**... = 9 + ...**	**26 = 16 + 10**	**... = ... + ...**

Tabela 3

1-Esboce as casas em falta, sabendo que seguem a mesma lei de formação.

2-Complete as tabelas com os números adequados.

3-Por quantos quadrados e triângulos é composta a casa 7? E a casa 20? E a casa de ordem qualquer n? Apresente seu raciocínio.