

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**



**WILLIAN ALMEIDA FREITAS**

**Criatividade, intuição e Atividades Investigativas: Possibilidades para o ensino de  
Matemática**

Vitória da Conquista  
2021

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

WILLIAN ALMEIDA FREITAS

**Criatividade, intuição e Atividades Investigativas:** Possibilidades para o ensino de  
Matemática

Vitória da Conquista

2021

**Criatividade, intuição e Atividades Investigativas: Possibilidades para o ensino de  
Matemática**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como parte das exigências para a obtenção do título de Licenciado em Matemática. Vitória da Conquista, 16 de Novembro de 2021.

Banca Examinadora

---

Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Irani Parolin Sant'Ana – UESB  
(Orientadora)

---

Prof.<sup>a</sup> Ma. Veronice Meira da da Silva – UESB  
(examinadora)

---

Prof. Dr. Márcio Oliveira D'Esquivel – Uneb  
(examinador)

---

Prof. Dr. Claudinei de Camargo Sant'Ana - UESB  
(examinador)

---

Prof.<sup>a</sup> Esp. Taniele de Sousa Pereira - UESB  
(examinadora)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente ao Grande Arquiteto do Universo por ter traçado todos os caminhos que me guiaram até aqui. Aos meus pais, Irlene Santos Almeida e Paulo Fernando Santos Freitas, por terem me dado a vida e me proporcionado tudo aquilo que nem eles mesmos tiveram para si, para que assim chegasse aqui hoje.

Agradeço todos os meus familiares que acompanharam de perto essa jornada. Aos muitos amigos que tive a sorte de ter, os quais não citarei nenhum pois seria eminente esquecer o nome de algum, mas que me ensinam e me inspiram a ser melhor a cada dia e tornam essa vida mais leve.

A Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, e a todos professores desta instituição que me ensinaram o que realmente é estudar e me instigaram ainda mais na busca por conhecimento.

Agradeço também à turma do semestre 2016.1 desta casa, onde juntos passamos por inúmeras alegrias, tristezas, dificuldades, progressos e tudo que apenas nós sabemos, foram anos partilhados que nunca serão esquecidos.

Aos professores Veronice Meira Silva, Taniele de Sousa Pereira e Claudinei de Camargo Sant'Ana, por se disporem de tempo e bom grado para me auxiliar nesta última etapa da graduação e a polir as arestas do meu trabalho. E por fim, mas não menos importante a Prof Irani Parolin Sant'Ana por topar esse desafio e se aprofundar bastante neste projeto. Por todo cuidado, carinho, respeito e dedicação.

## EPÍGRAFE

*“[...] é que o momento chave dessa descoberta ocorreu numa altura completamente inesperada – quando procurava adormecer – sugerindo que o inconsciente desempenha um papel de grande relevo no trabalho criativo dos matemáticos” (JOÃO PEDRO DA PONTE, 2003, p.15)<sup>1</sup>*

---

<sup>1</sup> Obra Investigações Matemáticas na Sala de Aula de autoria de João Pedro da Ponte.

## SUMÁRIO

<b>Introdução .....</b>	<b>7</b>
<b>Sobre Atividades Investigativas .....</b>	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
<b>Investigações numéricas.....</b>	<b>13</b>
<b>Investigações geométricas .....</b>	<b>14</b>
<b>Investigação em Estatística .....</b>	<b>15</b>
<b>A teoria freudiana.....</b>	<b>19</b>
<b>A luz de uma relação .....</b>	<b>22</b>
<b>O mundo dos sonhos.....</b>	<b>30</b>
<b>Considerações finais .....</b>	<b>37</b>
<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>39</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>41</b>

## Introdução

Este ensaio tem como objetivo discutir algumas questões pertinentes às Atividades Investigativas na Educação Matemática observando o que é nele cabível de uma perspectiva freudiana, mais especificamente da primeira tópica da sua obra que se refere ao consciente, inconsciente e pré-consciente.

Antes de qualquer coisa é preciso deixar claro que não será feita uma análise psicanalítica dos educandos e seus comportamentos em sala, pois para este é necessária uma pesquisa mais profunda, o objetivo aqui é: argumentar como funciona o inconsciente, pré-consciente e consciente durante o processo de ensino-aprendizagem através de aulas investigativas.

Buscamos apresentar ao leitor toda a estrutura que alicerça as Atividades Investigativas, baseado principalmente na obra do estudioso português João Pedro da Ponte intitulada “Investigações Matemáticas na Sala de Aula” do ano de 2003, por ser uma referência no que se trata de teóricos da Investigação Matemática. Quanto a teoria freudiana<sup>2</sup>, terá como base a obra do autor brasileiro Leonid R. Bózio intitulada “Freud: Tópica Primeira ou Teoria Topográfica - a abertura para o consciente, pré-consciente e inconsciente” no ano de 2019 e obviamente as obras originais para fundamentar o argumento.

Apresentaremos estes dois saberes, a princípio tão distintos, podem (ou não) se relacionar. Entendendo a Matemática como uma ciência investigativa, esta análise parte desde os primórdios do estudo da Matemática, percebendo como os antigos pesquisavam, exploravam e investigavam as situações/problemas matemáticos da sua época e como estudamos até o ano de 2021. Entendemos que existem diversas metodologias e métodos os de avaliação são numerosos, bem como, que ao utilizá-las de maneira correta o educador terá uma visão melhor do desempenho do educando. Em contra partida, o sistema educacional exige que seja feita uma avaliação quantitativa, onde é necessário classificar o quanto o educando aprendeu por meio de um número que varia de 0 (zero) a 10 (dez). Este processo de quantificar o saber aprendido não é o ideal quando se trata da investigação. Investigar significa buscar respostas daquilo que nos interessa onde esta não é trivial e que seja bem fundamentada, não por processos rasos e rotineiros, mas que requeiram um olhar interessado. (PONTE, 2003)

---

<sup>2</sup> Relativo a Sigmund Freud e as suas noções psiquiátricas e doutrina estudada por ele.

Por fim, serão apresentadas algumas atividades investigativas já aplicadas por outros autores na intenção de observar e discutir a relação aqui proposta, na prática.

## Sobre Atividades Investigativas

As Atividades Investigativas. O que são? Como funcionam? Qual o papel do professor? Quais as potencialidades? Como funciona o processo de avaliação utilizando esta metodologia?

A palavra “investigar” inicialmente pode nos fazer pensar em algo complexo, que demanda uma grande quantidade de tempo e atribuição de muitas tarefas, entretanto investigar quando se trata do processo de ensino aprendizagem está longe de imbuir essas características. Neste contexto, investigar pode se resumir em procurar respostas para algo que ainda não sabemos e que de início parece confuso.

Investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE, 2003b, p. 2).

Em Matemática, investigar apresenta uma característica não é somente de buscar por respostas que ainda não sabemos, mas de formular conjecturas, testá-las e demonstrá-las. Contudo, deve-se ter o cuidado para que esse processo não se limite a aplicação de procedimentos padrões conhecidos. Assim, “Para os matemáticos profissionais, investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (PONTE, OLIVEIRA E BROCADO, 2003, p. 13).

Para que haja uma investigação é necessário ter um problema, daí surge a grande relação entre a Matemática e às investigações. Para Ponte apud Stewart (1995, p.17) este problema “[...] contém normalmente em si o germe de uma teoria geral, na qual o exemplo surge como um mero detalhe[...]”. Os caminhos para a solução destes problemas podem levar a outras conjecturas que jamais foram imaginadas, por isso investigar pode contribuir de diferentes formas com o conhecimento a partir de diversos pontos de vista. Basta um olhar diferente e tudo se muda.

Durante a realização de uma investigação, destacamos quatro momentos que alicerçam o bom desenvolvimento da atividade, que podem acontecer em ordem ou concomitante umas às outras, sendo eles: reconhecer o problema e formular questões

sobre este; elaborar conjecturas; testar as conjecturas e corrigi-las se necessário e por fim a demonstração e argumentação do que foi construído (PONTE, 2003).

Observa-se que essa estruturação leva o investigador a refletir a respeito de cada etapa, no primeiro momento precisa interpretar a problemática trabalhada, se questionar o que pode extrair dela, organizar esses pensamentos, conjecturar a cerca deles, testar se seu pensamento estava correto, caso não esteja, buscar por outro caminho de modo a cumprir a proposta do problema e justificar o que o fez realizar todas essas ações. A cada etapa realizada proporciona uma nova experiência contribuindo com a construção de conhecimento permitindo que o investigador tenha uma rica experiência no que diz respeito a esta construção.

Por este viés, os processos de investigar e o de resolver problemas podem se confundir, pois ambos partem do princípio de resolver uma situação, entretanto possuem definições completamente diferentes. Neste aspecto, “Um problema é uma questão a qual o aluno não dispõe de um método que permita a sua resolução imediata [...]” (PONTE 2003, p.23) contudo, nele é indicado claramente o que se pede. Para outrem,

Numa investigação, as coisas são um pouco diferentes. Trata-se de situações mais abertas – a questão não está bem definida no início, cabendo a quem investiga um papel fundamental na sua definição. E uma vez que os pontos de partida podem não ser exatamente os mesmos, os pontos de chegada também podem ser diferentes. (PONTE, 2003 p. 23)

Acrescendo as quatro etapas para a investigação, observa-se que o investigador precisa retornar aos conhecimentos adquiridos anteriormente, e de todos os recursos da Matemática que já dispõe em busca do seu objetivo. Não obstante, deve se considerar também que devido ao fato de poder haver pontos de chegadas diferentes, não se pode afirmar onde uma investigação irá terminar. De certo ponto de vista, a vida em si é uma eterna investigação. Estamos trabalhando com diversas situações e percepções diferentes e com cada uma delas tiramos conclusões diferentes.

Quanto ao papel do educador durante uma aula de investigação, a experiência é essencial para poder mediar as situações dispostas em sala, pois ao mesmo tempo em que se deve deixar o(s) educando(s) agirem por conta própria e investigarem à sua maneira, é preciso também mantê-los numa linha de raciocínio lógica e coerente, auxiliando os investigadores a seguir por um caminho correto.

O trabalho do educador é de suma importância, o que se evidencia na fase inicial da investigação, pois a sua condução pode determinar o sucesso das etapas seguintes. Caso o educador não consiga explicitar a proposta da tarefa, todo o restante fica comprometido. É um momento delicado onde é necessário se fazer entender e que se entenda que uma investigação difere de uma atividade qualquer. Instigar a curiosidade, incitando a criatividade do investigador quanto ao caminho a seguir, ou seja, a própria interpretação do objetivo é uma tarefa a ser realizada pelos educandos.

Haja vista que, uma investigação foge do sentido imperativo de “calcule”, “resolva”, “determine”, na realidade vai na contramão deste sentido e faz com que o educando se pergunte cada vez mais e é nesse quesito que o educador deve estimular seus educandos de forma breve e cativando-os a explorar. Isso não significa que ele não possa ajudá-los durante esse percurso, mas o foco da atividade é que os investigadores sejam os guias dessa jornada.

É fundamental que o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos seus colegas. O aluno deve sentir que suas ideias são valorizadas e que se esperar que as discuta com os colegas, não sendo necessária a validação constante do professor. (PONTE, 2003, p. 29)

Para um desenvolvimento satisfatório da atividade faz-se necessário estar atento ao costume dos educandos com essa metodologia (saber se os educandos estão adaptados e conhecem esse tipo de atividade), de maneira, que a sua proposta cumpra as quatro etapas das aulas investigativas já supracitadas.

Quanto a essas etapas, na fase de explorar a situação problema, em geral é o momento em que o investigador pode parecer mais confuso, pois diferente de outras atividades, esta não lhe dá um objetivo a ser cumprido, então é preciso mantê-lo animado com ela, pois as primeiras especulações irão gerar ainda mais dúvidas, questionamentos e mais dados. E a falta de informações pode ser um problema, da mesma forma em excesso e sem um sentido aparente também podem ser, pois com elas são geradas ainda mais conjecturas. Assim sendo, o educador pode se sentir à vontade a ajudar os investigadores quando estes se encontrarem perdidos, não lhes entregando soluções, mas clareando a sua visão para como utilizar os conhecimentos já antes estabelecidos.

Quando as conjecturas são feitas e elas apresentam uma regularidade em alguns casos, os educandos tendem a afirmar que estão certos mesmo sem uma verificação geral.

É neste momento que o educador pode indicar aos investigadores a buscar contraexemplos que invalidem as conjecturas que antes afirmavam estar correta. Para uma melhor clareza neste quesito destacamos “a escrita dos resultados ajuda os alunos a clarificarem as suas ideias, nomeadamente a explicitar as suas conjecturas, e favorece o estabelecimento de consensos e de um entendimento comum quanto às suas realizações.” (PONTE, 2003, p.36)

Outra questão fundamental no que diz respeito a intervenção do educador nas atividades investigativas é que esse nunca pode lhes dizer se algo está certo ou errado, o mais adequado é lançar uma pergunta, que os leve a outros questionamentos e que chegue a um caminho mais adequado e então os investigadores vão buscar a verificação dessas novas perguntas. Com isso é preciso que seja introduzida a noção de prova matemática, para que as investigações finalmente generalizem os casos estabelecidos.

Esse processo de escrita dos resultados e justificativa dos argumentos, inicialmente, pode ser um processo difícil para os educandos, visto que, não estão acostumados a este tipo de processo. Assim sendo, é interessante que o trabalho com atividades investigativas seja contínuo, exercitando a maturidade argumentativa dos educandos.

É de suma importância para a investigação a discussão dos resultados, nela os investigadores socializando os seus achados podem passar a perceber os fenômenos observados por uma outra ótica, podem confrontar as estratégias utilizadas e testar novas conjecturas.

O trabalho com a investigação deve ser introduzido pelo educador de forma leve e a prender a atenção, cativando e apresentando um desafio ao investigador. Por isso, a investigação apresenta questões abertas, até mesmo para que os educandos usem a criatividade e toda a sua gama de conhecimentos para cumprir esse desafio. Então durante todo o percurso, o educador avalia o progresso recolhendo as informações as quais estão trabalhando e a eles pede justificativas do que se tem feito.

Destacamos que durante a investigação as pessoas envolvidas são levadas a pensar matematicamente. Ora, como dito anteriormente, pelo fato de não haver um mesmo início para todos, o caminho e o final também podem ser diferentes. Assim, é impossível prever todos os caminhos que uma investigação pode nos levar. Faz-se necessário o pensar matematicamente para resolver o problema dado e principalmente, quando surge uma linha de raciocínio o qual ele não havia previsto.

Do que se trata do ponto de vista do educador, o processo de justificação das conjecturas para os grupos pode precisar de conhecimentos matemáticos avançados, então é preciso apoiar o trabalho feito pelos educandos e ponderar se é apropriado levar a frente essa perspectiva que não havia sido pensada, ou se deve ser visto num momento posterior.

Acreditamos que a postura ideal do educador nas aulas investigativas é a interrogativa, isso não significa que ele não possa recordar um fato importante, mas que responder a uma pergunta com outra pergunta que o faça pensar mais a respeito do tema, e da atividade proposta. Desse modo que, “uma das grandes vantagens de apresentar uma postura interrogativa nas aulas com investigações é o fato de ajudar os alunos a compreenderem que o papel principal do professor é o de apoiar o seu trabalho e não simplesmente validá-lo” (PONTE, 2003, p. 52).

Ainda no que tange ao educador, faz-se necessário conhecer bem os seus educandos, para que se forme não somente um bom ambiente de aprendizado, mas para que seja presente uma *pedagogia engajada*<sup>3</sup>, onde todos os indivíduos sejam responsáveis no processo de ensino-aprendizagem. De maneira a fazer com que os investigadores reflitam sobre a sua própria construção e sobre os conhecimentos que adquiriram com ela é um fator crucial para o sucesso dessa metodologia.

No que se refere aos conteúdos de matemática a serem abordados através da investigação, traremos algumas ideias e tarefas encontradas na literatura a respeito de números, geometria, estatísticas e método de se avaliar quanto a investigação.

### **Investigações numéricas**

As investigações numéricas estão ligadas ao estudo de propriedades, relações e fatos explorando os números.

Considerando que na Matemática escolar os números estão sempre presentes, investigar por novas perspectivas ou até mesmo aprender por meio de exploração pode ser um fator que chame a atenção dos educandos. Mas por ser algo tão presente no cotidiano é preciso se perguntar o que mais se pode investigar nos números.

---

<sup>3</sup> hooks (1994) propõe que uma pedagogia engajada é ensinar de maneira que todos possam ser participantes ativos deste aprendizado, num sentido complementar e aliado a uma pedagogia transformadora, contando com compromisso, ativismo, autoatualização e voz-ativa tanto de educando como de educadores.

Algumas de suas potencialidades são as análises de padrões e regularidades, bem como dar início ao processo de interligar os conteúdos já aprendidos com o que se busca. A atividade desenvolvida por Brum e Bisognin (2011) intitulada “Atividades investigativas no ensino de Matemática: relato de uma experiência” com estudantes do Ensino Fundamental que aborda uma atividade em que o pedreiro está forrando uma parede de azulejos, que por meio de questionamentos os investigadores chegaram a algumas conjecturas e por meio de tabelas e construindo a situação proposta com um material palpável, no caso o EVA<sup>4</sup>, através desta atividade os pesquisadores verificando que os estudantes despertaram o interesse pelo conteúdo matemático desenvolvido em sala de aula e a utilização de atividades investigativas favoreceu a aprendizagem dos conteúdos trabalhados. Vale salientar que com essa atividade o educador pode inserir outros conteúdos a exemplo o uso da geometria para ilustrar esses fenômenos.

### **Investigações geométricas**

A geometria é um dos ramos da Matemática onde há mais possibilidades de investigações dada a própria natureza de questionamentos que surgem com o decorrer da aprendizagem. Sendo um elemento muito importante para o teste de conjecturas e justificativa (generalização). Como mostra o trabalho de Schmitt (2015) intitulado “Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática: um comparativo entre o 5º e 9º anos do Ensino Fundamental”, o objetivo foi verificar como os alunos lidam com tarefas de Geometria em aulas investigativas.

Na sua atividade a autora propõe explorar os conceitos de área e perímetro. Uma questão que destacamos nesta obra foi o uso de figuras com regiões curvas (disforme), não se limitando somente às formas que mais conhecemos. Com essa abordagem exploratória os alunos conjecturaram e testaram este tipo de cálculo de uma maneira que fugiu dos padrões. Também construíram triângulos com canudos, o que serviu, por exemplo, para verificar como estes são construídos e também se fez presente a problemática da desigualdade triangular.

É interessante que sempre que possível seja feito uso de recursos que tornem mais palpável a visualização desses conceitos e os testes das conjecturas, que podem ser desde a planificação de figuras para estudos no plano e no espaço, até o uso de *polydrons*, por exemplo. Seguindo o sentido daqueles brinquedos infantis onde a criança precisa encaixar

---

<sup>4</sup> Espuma vinílica acetinada

as formas geométricas, o uso desses recursos auxilia no entender o espaço que nos encontramos e a testar novos olhares de maneira mais rápida e prática. A “[...] a utilização dessas ferramentas facilita a recolha de dados e o teste de conjecturas, apoiando, desse modo, explorações mais organizadas e completas e permitindo que os alunos se concentrem nas decisões em termos do processo” (PONTE, 2003, p.83).

Neste aspecto, seguindo o NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), em 1989, as salas de aula devem ser equipadas com materiais manipuláveis e os educadores e educandos devem ter acesso a esse material para uso em explorações. De maneira que ao utilizar materiais manipuláveis, nos diferentes níveis de escolaridades, pode possibilitar uma maior articulação e conexão entre aprendizagens, servindo de base para a estruturação do pensamento logico-matemático. Outro conteúdo interessante com o uso de material manipulável e com a investigação e a Estatística na educação básica, que demanda de uma preocupação inerente à prática do ensinar o referido conteúdo.

### **Investigação em Estatística**

A Estatística pode não ser o ramo da Matemática mais fácil para ensinar e aprender, sendo que o ensino da Estatística nas escolas públicas “têm mostrado muitas lacunas que prejudicam notadamente a formação de nossos estudantes no que concerne a sua capacidade crítica de compreensão, de análise e interpretação de dados de gráficos, e índices sociais e econômicos” (STURION, et al, 2018, p.78) De modo, que este assunto está presente no cotidiano de todos e consegue modelar a nossa realidade.

Carregando assim uma própria natureza implícita a investigação pois, “[...] constitui uma importante ferramenta para a realização de projetos e investigações em numerosos domínios, sendo usada no planejamento, na recolha e análise de dados e na realização de inferências para tomar decisões” (PONTE, 2003, p. 91).

A investigação no que se concerne o tratamento da informação faz-se necessário seguir as etapas já supracitadas, isso é, recolha de dado, organização, representação dos dados e por fim apresentação dos relatórios.

Os investigadores são incentivados a organizar os dados obtidos por meio de gráficos e tabelas, o que ainda ajuda na observação de padrões e uma observação sistemática das informações. A pesquisa de Ramo (2019) intitulada “Investigação e o ensino de Matemática: uma proposta didática no desenvolvimento do conteúdo de Estatística”. O conteúdo trabalhado foi a estatística e o intuito da pesquisa foi proporcionar a aprendizagem significativa dos estudantes, bem como o desenvolvimento

do senso crítico. A pesquisa foi realizada por meio de questionário sendo esta como uma forma efetiva e fácil de organizar os dados. Tratando-os com os conceitos básicos da Estatística e organizando gráficos relativo ao que foi pesquisado.

Por se tratar de um campo de estudo que modela a realidade, a investigação estatística pode promover a relação entre conhecimentos distintos de forma especial. Afinal, pesquisas estatísticas podem ter como pergunta central, abrangendo questões sociais, políticas, ambientais, dentre outros. Haja vista que, o ensino da Estatística “[...]assume uma perspectiva investigativa quando o seu objetivo fundamental é o desenvolvimento da capacidade de formular e conduzir investigações recorrendo a dados de natureza quantitativa” (PONTE, 2003, p.105), assim, o uso de tecnologias para trabalhar com o tratamento e análise de dados gera cada vez mais complexidade a investigação.

Para além disso, o uso da investigação nesse ramo, tem o objetivo de ensinar aos investigadores uma maneira de entender quando os dados estão sendo utilizados de forma correta, mantendo uma relação de ganha-ganha e não de ganha-perde. Este é um problema que vem sendo recorrente na sociedade do século XXI, vivemos a era da informação e precisamos confirmar a veracidade delas.

### **O cuidado ao avaliar**

Durante muito tempo, a avaliação na escola foi usada como instrumento para classificar e rotular os estudantes entre os bons, os que dão trabalho e os que não têm jeito. Quando se constituído desta forma torna se o “principal mecanismo de sustentação da lógica de organização do trabalho escolar e, portanto, legitimador do fracasso, ocupando mesmo o papel central nas relações que estabelecem entre si, os profissionais da educação, alunos e pais” (BARBOSA, FRICK, 2013, p. 1). Esse modelo ficou ultrapassado não se encaixa no que propõem a Educação Matemática e muito menos na perspectiva das aulas investigativa.

Em especial ao considerar que, investigar, é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades. Uma investigação matemática desenvolve-se normalmente em torno de um ou mais problemas, porém, o mais importante é identificar, de forma clara, que pergunta deve ser respondida (PONTE, 2003).

Sabe-se que o estudante aprende quando consegue pôr em prática seus recursos cognitivos, seu envolvimento ativo e sua participação na formulação das questões a serem

estudadas. Neste aspecto os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam a “importância do desempenho de um papel ativo do educando na construção do seu conhecimento; ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas” (BRASIL, 1998, p. 20).

Com esta concepção de que o educando constrói o próprio conhecimento, o método de avaliar exige uma mudança de postura do professor o qual deve investir suas potencialidades, não no controle do que foi transmitido e sim na aprendizagem dos estudantes.

Assim, a avaliação apresenta-se como um desafio que exige, principalmente por parte do educador em sua prática pedagógica, verificar a si constantemente, se as atividades planejadas, oportunizaram ao estudante construir realmente um conhecimento significativo. Sendo assim, encontrar caminhos para medir a qualidade do aprendizado do estudante e oferecer alternativas que o avanço seja positivo e seguro.

No processo de avaliar a atividade de investigação o educador precisa saber o quanto de conhecimento foi absorvido pelo educando. E para esse processo avaliativo existem diversas possibilidades, onde se possível o educador deve misturá-las.

Os relatórios escritos são um recurso muito efetivo para avaliar os investigadores, mas requer que eles tenham afinidade com isso. Os primeiros relatórios escritos das atividades investigativas podem não ser tão completos, sendo assim o educador deverá auxiliá-los, indicando e orientando de forma que os educandos apresentem a descrição detalhada de todo o trabalho feito nas quatro etapas utilizadas na investigação, pois “Nesses processos podem incluir-se as questões levantadas acerca da situação proposta, a bibliografia e outras fontes consultadas, o modo como organizam os dados, as conjecturas provadas e não provadas, os procedimentos usados para validação das conjecturas, etc” (PONTE, 2003, p.110). Vale salientar que os relatórios podem ser elaborados individualmente ou em grupos.

Ponte (2003) apresenta quadros de avaliação do relatório, bem amplo e contemplando os conceitos fundamentais de uma investigação<sup>5</sup>, o educador pode utilizar este quadro como apoio para maneiras de avaliar quando está se trabalhando com aulas investigativas. E ainda deve-se deixar claro aos educandos quais são estes critérios, tanto por uma questão de transparência quanto para eles saberem quais critérios terão que cumprir e se avaliarem também.

---

<sup>5</sup> Quadro de avaliação de Ponte (2003) em anexos.

Para além do relatório escrito, o educador também avalia observando o progresso dos investigadores quando passa entre os grupos ou mesmo individualmente. Assim ele tem a oportunidade de conhecer os caminhos que os investigadores vêm tomando, como tem interpretado o problema. Durante a fase de argumentação dos educandos, quando eles expõem as conjecturas e conclusões que chegaram.

Com argumentos e a utilização de “uma estratégia de avaliação multifacetada, o professor pode fazer correntemente observação direta dos alunos e grupos durante a realização das tarefas e alternar as apresentações orais com a produção de relatórios escritos, individuais ou de grupo” (PONTE, 2003, p.126). Evidentemente seguindo essa estratégia no final do relatório o estudante ou o grupo terão uma visão de todo o processo de aprimoramento do desempenho de cada etapa da atividade.

Assim, faz-se necessário alguns cuidados ao trabalhar visto que, a investigação é uma metodologia, que possui muitas potencialidades e caminhos. Mas ao mesmo tempo, para uma aplicação construtiva das tarefas é necessário tempo, o que sabemos que em sala de aula é uma coisa preciosa e escassa, então cabe ao educador ponderar e mediar o uso dessas atividades de modo a não deixar de estar presente os demais conteúdos do ano letivo. Faz-se necessário o uso de outras metodologias que auxiliem o ensino, junto às investigações. Outro aspecto importante é o modo como as atividades são conduzidas, visto que,

Uma tarefa que é proposta como um simples exercício, de repente, a partir de uma questão levantada por um aluno, pode tornar-se uma exploração, do mesmo modo que um projeto pode degenerar na realização de umas tantas rotinas repetitivas decalcadas de um manual ou de um exemplo já realizado (PONTE, 2003, p.139).

Ou seja, a habilidade do educador é imprescindível para a melhor condução possível da atividade para que esta não acabe sendo apenas mais uma tarefa de repetição de procedimentos.

## A teoria freudiana

A teoria freudiana é dividida em basicamente duas tópicas<sup>6</sup>. A primeira tópica, ou como chamada, teoria topográfica, é quando a mente é dividida em três elementos, o consciente; o pré-consciente e inconsciente. E a segunda tópica, que é conhecida como modelo estrutural que apresenta os elementos: id, ego e super ego. Neste trabalho direcionaremos o nosso foco para a primeira tópica.

Durante as investigações e pesquisa, Freud discutiu com muitos especialistas de sua época, buscou incessantemente algo que conseguisse resolver os problemas relacionados a histeria, uma doença que não se apresentava como causa de uma enfermidade física propriamente dita, mas que depois de um tempo, foi descoberto que era causado por problemas psicológicos. No início da pesquisa ele buscou a cura dessa doença por meio de uma espécie de hipnoterapia, mas com o passar do tempo percebeu que esse método era paliativo. E então passou a utilizar o mesmo método, mas sem que as pessoas estivessem em estado de transe, mas que elas falassem por si só os traumas que tanto as incomodava.

Muitas foram as reuniões e discussões que ocorreram com os psicoterapeutas, médicos e especialistas da época. Um dos nomes que podemos citar é o de Carl Gustav Jung, que era um psiquiatra e psicoterapeuta suíço. Inicialmente foram companheiros e pesquisaram juntos sobre as mesmas temáticas e sobre o inconsciente. E por muitos anos seguiram os mesmos caminhos, criando um laço não apenas em suas pesquisas, mas também de amizade. Entretanto acabaram entrando em conflito quanto a como a pesquisa deveria decorrer. Jung não conseguia aceitar a teoria de Freud de todos os problemas/traumas terem natureza sexual e por outro lado Freud não conseguia aceitar a teoria de Jung ligada a fenômenos espirituais.

Freud antes de estruturar a teoria topográfica buscou explicar o funcionamento por meio dos neurônios, sendo uma estruturação física do aparelho psíquico (BÓZIO, 2019). Neste quesito, faz-se necessário deixar claro que a formalização dos elementos, consciente, inconsciente e pré-consciente, são partes do aparelho virtual. Que como o próprio nome sugere, não é algo físico. Considerando que é preciso deixar bem definido o que são cada um desses elementos que compõe o aparelho cerebral.

---

<sup>6</sup> Tópica vem do grego *topos* que significa lugar, num sentido de ocupar um lugar virtual cumprindo suas funções.

Estar consciente é, em primeiro lugar, um termo puramente descritivo, que repousa na percepção do caráter mais imediato e certo. A experiência demonstra que um elemento psíquico (uma ideia, por exemplo) não é, via de regra, consciente por um período de tempo prolongado (FREUD, 1923, p. 9)

Ou seja, podemos dizer que é a parte de nossa mente que lida com tudo que nós temos acesso, isso é, estar ciente do que acontece no momento, no agora. Algo que podemos ter acesso a qualquer momento e com facilidade. É também aquilo que podemos controlar.

O consciente, em alemão *das Bewusste*, recebe os estímulos, as excitações, as percepções do exterior e do interior do sujeito, podem ficar registrados de maneira qualitativa de acordo com o prazer e o desprazer causados; irá processar os estímulos recebidos, contudo não irá registrar em suas representações, tal função será do inconsciente, que agirá junto com o consciente mesmo estando quase sempre em oposição [...]” (BÓZIO, 2019, s/p)

Entretanto o inconsciente, pode ser dividido em duas partes, “[...]um que é latente, mas capaz de tornar-se consciente, e outro que é reprimido e não é, em si próprio e sem mais trabalho, capaz de tornar-se consciente” (FREUD, 1923, p.9). Ao inconsciente que é latente, chamaremos de pré-consciente e ao outro de inconsciente.

O inconsciente, em alemão *das Unbewusste*, é o lugar desconhecido pela consciência [...]. Nele estão as pulsões provindas da própria constituição do sujeito, ou seja, de sua genética. [...] Enquanto característica do inconsciente é válido destacar: a ausência de cronologia, a ausência de conceito de contradição, a linguagem simbólica, a igualdade de valores para a realidade interna e externa, o predomínio do princípio do prazer (BÓZIO, 2019, s/p)

Podemos assim dizer que no inconsciente estão presentes a maior parte das memórias do indivíduo, no que se refere aos traumas, as sensações e os momentos que muitas vezes queremos acessar e não conseguimos.

O pré-consciente, então, é aquilo que diz respeito ao que não são conscientes, mas não são pertencentes a ele. Funciona como um filtro de informações entre o inconsciente e o consciente e ajuda este último a realizar suas funções.

O pré-consciente, em alemão *das Vorbewusste*, pode ser compreendido como o limiar estabelecido entre o sistema consciente e o sistema inconsciente, ele tem a função de selecionar o material psíquico.[...] Existem registros no pré-consciente, quase sempre eles estão voltados para a articulação do sujeito em seu cotidiano (BÓZIO, 2019, s/p).

E entendendo que o pré-consciente pode ser como um filtro entre o consciente e o inconsciente, neste espaço estão as memórias e fatos que se pode tornar memórias conscientes.

Todos esses conceitos fazem parte de uma estruturação teórica do aparelho psíquico, visto que “Nessas formulações teóricas, o conhecimento filosófico surge com o direcionamento para desbravar os acontecimentos provindos dos processos psíquicos” (BÓZIO, 2019).

Em relação a primeira tópica que são divididas em três elementos podemos dizer que o inconsciente é a maior parte da nossa mente, se referindo ao que não está disponível a todo momento, é onde todas as nossas memórias estão guardadas, por mais que não consigamos acessá-las, elas estão lá em algum lugar.

## A luz de uma relação

Considerando que em toda pesquisa existe um ponto de partida e um questionamento que direciona e explicita vem a percepção do investigador. Buscamos entender e explorar o ponto da criatividade e o que a psicanálise tem a oferecer neste aspecto.

Freud inconscientemente compreendeu o processo que não estava apenas no coração da criatividade, mas era o próprio processo criativo – um processo que envolve duas pessoas no qual apenas uma, de modo isolado, havia estado antes. Narrando seus dias, seus sonhos, suas associações, os analisandos criam a si próprios na presença do analista. Eles podem tentar “figurar” a si mesmos, mas o processo associativo finalmente rompe essas figuras e os analisandos afirmam-se, a partir das linhas quebradas, das harmonias discordantes, das *caesurae* das criações psíquicas (BOLLAS, 2011, p. 200).

No processo associativo buscaremos trazer algumas questões pertinentes sobre às Atividades Investigativas na Educação Matemática observando que é possível dar uma interpretação freudiana sobre alguns aspectos. Ao tratarmos a Investigação Matemática e a teoria da psique, relacionada a primeira tópica, verificaremos se existe relação entre elas.

Logo nas páginas iniciais do livro *Investigações matemáticas em sala de aula*, publicado em 2003 por João Pedro da Ponte, este autor afirma que existe a relação entre o inconsciente e as investigações, contudo ele não chega a se aprofundar no assunto. Neste sentido, ele estava a compartilhar um relato ocorrido de Poincaré enquanto investigava um certo tipo de função. Ao abordar Poincaré<sup>7</sup> em sua obra, especifica que quando ele estudava sobre as funções que são conhecidas como fuchsianas e que durante suas investigações, ele não estava conseguindo progredir no seu pensamento por mais que tentasse utilizar-se de diferentes combinações de resultados, quando um certo dia o mesmo teve um estralo e conseguiu perceber como as informações que possuía conseguiam se encaixar logicamente assim chegando a estabelecer uma classe de funções fuchsianas que derivavam da série hipergeométrica. Em sequência deste trabalho, descobriu então a classe de funções conhecidas como tetafuchsianas.

Na última quinzena, tentei demonstrar que não poderia haver função análoga ao que chamei de funções fuchsianas; Eu era então muito

---

<sup>7</sup> Jules Henri Poincaré (1854-1912), foi um francês que contribuiu em diversos campos da Matemática, como topologia algébrica, problema dos três corpos, teoria dos números, dentre outros.

ignorante; todos os dias eu sentava na minha mesa, passava uma ou duas horas lá, tentava muitas combinações e não obtinha resultados. Uma noite, tomei café puro, contrariando o meu hábito; Eu não conseguia dormir; ideias surgiram em multidões;

Eu os senti colidindo, até que dois deles se engancharam, por assim dizer, para formar uma combinação estável. Pela manhã, eu havia estabelecido a existência de uma classe de funções fuchsianas, aquelas que derivam das séries hipergeométricas; Eu tive apenas de escrever os resultados, o que demorou apenas algumas horas. Em seguida, quis representar essas funções pelo quociente de duas séries; esta ideia era perfeitamente consciente e refletida; a analogia com funções elípticas me guiou. Eu me perguntei quais seriam as propriedades dessas séries, se existissem, e consegui sem dificuldade formar a série que chamei de tetafuchsiana (POINCARÉ, 1908, p.362)<sup>8</sup> (tradução livre)

Haja vista a passagem crucial para o presente texto:

O que torna particularmente interessante o relato de Poincaré é que o momento-chave dessa descoberta ocorreu numa altura completamente inesperada – quando procurava adormecer – sugerindo que o inconsciente desempenha um papel de grande relevo no trabalho criativo do matemático (PONTE, 2003, p.14-15)

Em alguns momentos, os sonhos e o inconsciente (criativo) está de certo participando ativamente do processo de investigação matemática. Ainda sobre esse processo criativo inconsciente, Poincaré abordou sobre questões estéticas da beleza das relações matemáticas, o que será reforçado em breve sobre como o inconsciente criativo age nas artes e na matemática.

Ora, quais são os seres matemáticos aos quais atribuímos esse caráter de beleza e elegância e que provavelmente desenvolverão em nós uma espécie de emoção estética? São aqueles cujos elementos estão harmoniosamente dispostos, de modo que a mente pode abraçar o todo sem esforço enquanto penetra nos detalhes. Esta harmonia é simultaneamente uma satisfação para as nossas necessidades estéticas e uma ajuda para o espírito que ela sustenta e orienta. No entanto, como dissemos acima, os únicos fatos matemáticos dignos de receber nossa

---

<sup>8</sup> Depuis quinze jours, je m'efforçais de démontrer qu'il ne pouvait exister aucune fonction analogue à ce que j'ai appelé depuis les fonctions fuchsiennes; j'étais alors fort ignorant; tous les jours je m'asseyais à ma table de travail, j'y passais une heure ou deux, j'essayais un grand nombre de combi naisonset je n'arrivais à aucun résultat. Un soir, je pris du café noir contrairement à mon habitude; je ne pus m'endor mir; les idées surgissaient en foule; je les sentais comme se heurter, jusqu'à ce que deux d'entre elles s'accrochassent pour ainsi dire pour former une combinaison stable. Le matin, j'avais établi l'existence d'une classe de fonctions fuchsiennes, celles qui dérivent de la série hypergéomé trique; je n'eus plus qu'à rédiger les résultats, ce qui ne me prit que quelques heures. Je voulus ensuite représenter ces fonctions par le quotient de deux séries; cette idée fut parfaitement consciente et réfléchie ; l'analogie avec les fonctions elliptiques me guidait. Je me demandai quelles devaient être les propriétés de ces séries si elles existaient, et j'arrivai sans difficulté à former les séries que j'ai appelées thétafuchsiennes. (POINCARÉ, 1908, p.362)

atenção e provavelmente úteis são aqueles que podem nos fazer conhecer uma lei matemática. Portanto, chegamos à seguinte conclusão: As combinações úteis são precisamente as mais bonitas, refiro-me àqueles que podem encantar melhor essa sensibilidade especial que todos os matemáticos conhecem, mas que os leigos ignoram a tal ponto que muitas vezes são tentados a sorrir para isso. (POINCARÉ, 1908, p.367-368)<sup>9</sup> (Tradução livre)

Um ponto de vista semelhante, mas um pouco mais abrangente é o que apresenta BOLLAS (2010) ao tratar da estética em relação aos conhecimentos em diferentes áreas. O que reforça a ideia que o pensar matemático é um ato artístico que precisa e tem seu próprio conceito de beleza.

Talvez todos nós estejamos evoluindo em direção a um dia, em um futuro distante, quando cada um de nós terá desenvolvido habilidades suficientes como poeta, artista, músico e matemático – entre outras – para viver em diferentes formas, cada qual com uma necessidade de processamento muito diferente que, é óbvio, nos remete de maneiras estéticas distintas (BOLLAS, 2010, p. 203)

Entendendo que quando se fala sobre poetas, artistas, músicos, num sentido da criatividade e o inconsciente, também aborda o pensar matemático, que explicita ou implicitamente, está presente em cada um destes ramos (BOLLAS, 2010). Visto que a Matemática está presente nas artes, nas músicas, em poemas e nas mais distintas áreas do conhecimento humano. Partindo dessa premissa entender como funciona o inconsciente criativo para tentar relacioná-lo com o processo educativo se faz necessário.

## **A Matemática e a criatividade**

Compreendendo que a criatividade é capacidade de um indivíduo imaginar, criar, produzir, ato de inventar conceitos ou objetos de teor novo, quando falamos de

---

<sup>9</sup> Or, quels sont les êtres mathématiques auxquels nous attribuons ce caractère de beauté et d'élégance et qui sont susceptibles de développer en nous une sorte d'émotion esthétique? Ce sont ceux dont les éléments sont harmonieusement disposés, de façon que l'esprit puisse sans effort en embrasser l'ensemble tout en pénétrant les détails. Cette harmonie est à la fois une satisfaction pour nos besoins esthétiques et une aide pour l'esprit, qu'elle soutient et qu'elle guide. Et, en même temps, en mettant sous nos yeux un tout bien ordonné, elle nous fait pressentir une loi mathématique. Or, nous l'avons dit plus haut, les seuls faits mathématiques dignes de recevoir notre attention et susceptibles d'être utiles sont ceux qui peuvent nous faire connaître une loi mathématique. Desorte que nous arrivons à la conclusion suivante: Les combinaisons utiles, ce sont précisément les plus belles, je veux dire celles qui peuvent le mieux charmer cette sensibilité spéciale que tous les mathématiciens connaissent, mais que les profanes ignorent au point qu'ils sont souvent tentés d'en sourire. (POINCARÉ, 1908, p.367-368)

criatividade, é impossível não pensar em algo surpreendente, uma solução nunca pensada antes para um problema, uma nova forma de fazer algo “podemos considerar que [...] é a fonte de novas possibilidades e esperanças, de sonhos, ação e realização” (DILTS, EPSTEIN E DILTS, 2004, p. 13)

No contexto escolar, utiliza-se a criatividade para promover a organização do trabalho pedagógico, propiciando ações voltadas para o desenvolvimento de habilidades criativas no ensino e na aprendizagem, em especial no que diz com à matemática (GONTIJO, et al, 2019).

Partindo deste princípio da criatividade e motivação em Matemática nos aspectos que,

[...] contribuem para a descrição do processo criativo, tais como imaginação, originalidade, flexibilidade, fluência, elaboração de ideias e inventividade devem estar incluídos entre objetivos educacionais. Estes objetivos devem ainda proporcionar o fortalecimento de traços de personalidade tais como espontaneidade, sensibilidade, senso estético e atitude questionadora também sejam desenvolvidos, pois normalmente estão associados em processos criativos. (GONTIJO, 2007, p.1-2)

No que se trata no olhar matemático, este autor considera que,

[...] a construção do pensamento matemático não se inicia pelos processos formais, mas a partir de uma atividade concreta sobre os objetos (ou ideias), que permite compreendê-los a partir de seus atributos, relacionando-os e identificando padrões. Neste processo, aqueles que estão se dedicando à Matemática, necessitam da intuição como processo mental. Essa intuição possibilita transformar esse objeto, representá-lo, explicá-lo, fazer previsões sobre ele e a partir dele. Em seu processo de construção, a Matemática deve ser percebida como elemento que faz parte da bagagem cultural das pessoas, integrada às demais ciências. (GONTIJO, 2007, p.3)

Por esse viés, analisar o que é a criatividade em outras áreas do conhecimento e buscar analogia que nos sirva para explicar este modo de pensar. Para a linguagem e a música: “O ato criativo de um escritor ocorre no espaço entre a última palavra escrita e a próxima que virá, assim como as notas musicais são precedidas por intervalos.” (CARVALHO, 2011, p. 44). Ou seja, a ação criativa está no intervalo entre cada uma das ações.

Nos ambientes educativos, no que “refere-se ao ato da criação, com a finalidade de conceber a criatividade como uma habilidade inerente ao ser humano em seu processo de conhecer, explicar e compreender” (MENDES, 2019, p.14).

A criatividade no pensar matemático como o uso de cada um dos teoremas, proposições, propriedades, pensamentos lógicos, cada passo em uma demonstração ou na resolução de um problema demanda um ato criativo. Interessa-se o fato de que não importa o ramo de estudo - seja na geometria, álgebra, estatística, cálculo, aritmética – o pensar criativo se faz presente dessa maneira em todos.

Na Matemática se concebe o fundamento o que está se construindo, vista desta forma, “a criatividade requer confluência de seis distintas formas, inter-relacionadas: habilidades intelectuais, conhecimento, estilo de pensamento, personalidade, motivação e ambiente” (GONTIJO, 2007, p.23). Na descrição deste mesmo autor, “o desenvolvimento da criatividade por meio da interação entre três elementos: habilidades de domínio, processos criativos relevantes e motivação intrínseca” (p.24).

Na interação destes elementos existe o momento de preparação, incubação e descobertas que acontece através de,

[...] um período de relaxamento temporário no qual o problema com o qual está trabalhando é colocado a parte. Assim, o subconsciente faz conexões entre diversos saberes que a pessoa possui, organizando-os de modo a favorecer uma nova ideia para solucionar o problema ou a criação de uma nova abordagem para o mesmo” (GONTIJO, 2007, p.32).

Sobre os aspectos da intuição o autor aborda o papel de destaque no processo da invenção Matemática de Poincaré,

[...] Ao tratar da intuição, Poincaré diz que ela pode se manifestar sob diferentes tipos: apelo aos sentidos e à imaginação; generalização por indução, calcada nos procedimentos das ciências experimentais, a intuição do número puro, que é um juízo sintético a priori, por meio do qual se pode engendrar o verdadeiro raciocínio matemático. (GONTIJO, 2007, p.30)

A intuição, outro aspecto importante é o momento da compreensão da criação científica,

Descartes, mais que qualquer outro, dava grande importância à intuição pois, a seu ver, era através dela que se produzia a iluminação da evidência que constituía, para ele, o momento da compreensão, prolongado pela reflexão que apela à dedução e à memória, e se relaciona à evidência pela constituição de certezas (PATY, 2001, p.159)

Ainda assim, é preciso se atentar, pois o pensar criativo não implica diretamente no pensar correto, na Matemática. Haja vista, que é possível pensar em uma solução que

não foi anteriormente cogitada, entretanto, esse pensar não satisfaz as necessidades que se espera. A exemplo, temos o famoso quinto postulado de Euclides ao dizer que: “E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores que dois retos, sendo prolongadas as duas retas, ilimitadamente, encontram-se no lado no qual estão os menores do que dois retos” (EUCLIDES, 2009, p. 98)

Embora não aborde explicitamente sobre paralelismo, este postulado é conhecido como Axioma das Paralelas, pois há de se interpretar que este se refere a retas definidas no mesmo plano sob as quais não se intersectam. Até o ano vigente (2021), houveram tentativas de provar que essa afirmação se tratava de uma propriedade e não de um postulado, entretanto, não se conseguiu tal feito, mesmo com as tentativas anteriores de grandes nomes como Ptolomeu, Proclus, Nasiredine, dentre outros nos seus respectivos momentos históricos. Observa-se, é que todos estes matemáticos usaram de sua criatividade para tentar provar as suas convicções, mas falharam neste sentido. Em compensação, inovaram de tal maneira que foram desenvolvidas as chamadas geometrias não-euclidianas.

Como dito anteriormente, numa investigação, há muito mais do que um problema, ou do que apenas resolvê-lo, durante o processo de resolução podem ser feitas descobertas que vão muito além do problema original. Toda essa nova descoberta e o desenvolvimento dessa nova teoria pode ser reforçada por Carvalho (2011) quando nos apresenta para como o psiquiatra inglês Anthony Storr entendia a criatividade “[...] uma função adaptativa que permite ao indivíduo compreender e dominar o ambiente, encontrando na fantasia uma forma de se relacionar mais intimamente com o mundo.” (CARVALHO, 2011, p.36).

Ainda neste sentido do pensar correto do ato criativo – num sentido matemático. O ato de investigar as situações as quais a criatividade é utilizada para compreendê-las, faz com que as conjecturas sejam verificadas, pois uma das etapas fundamentais da investigação é a verificação destas, para que assim consiga cumprir sua tarefa como investigador. “É de extrema importância a conclusão que o autor alcança com essa discussão, afirmando que, se a realidade é simbólica, a chave fundamental para acessá-la é a criatividade” (CARVALHO, 2011, p.33).

O ato inventivo, a criação, o uso da intuição e o uso do pensar criativo pode ser dita como

As teorias passam a ser construídas, inventadas e postas por uma decisão do pensamento. Tal decisão, decerto, é orientada, no caso da

física, para uma representação descritiva e explicativa dos fenômenos da natureza e, no caso da matemática, para a consistência interna de seus conteúdos próprios. Em outras palavras, a construção, que resulta de uma invenção, é, nos dois casos, submetida a restrições. Mas nem por isso deixa de ser uma invenção, uma criação. (PATY, 2001, p.164)

Neste aspecto, as investigações matemáticas se encaixam perfeitamente no que diz respeito a verificação, pois preenche a lacuna que o pensar criativo trás “[...] a expressão criativa não garante ao sujeito uma compreensão simbólica do produto que criou, sendo considerada apenas esteticamente por ele” (CARVALHO, 2011, p.19).

Por este motivo, Poincaré seguiu em um sentido diferente do habitual, do modelo de pesquisa e mesmo de demonstrações matemáticas através da lógica.

Poincaré enfatizava, entre os matemáticos, o “espírito de intuição”, por oposição ao “espírito de análise”. Em larga medida, para ele, a intuição se opunha à lógica, e é sabido que ele se sentia mais próximo da primeira (Poincaré, 1889). A primeira função do ensino de matemática era, a seu ver, desenvolver essa faculdade (PATY, 2011, p.175)

Agora, pensando num sentido mais voltado a sala de aula (CARVALHO, 2011, p.11) apresenta concepção de alguns autores importantes sobre a perspectiva da criatividade e então percebe que Vigotsky (2004), Skinner (1972) e Rogers (1978) entendem que o processo de aprendizagem é um fator determinante para o pensar criativo e o amadurecimento do mesmo e como o indivíduo reage a essas questões entendendo que através desse processo ele desenvolve recursos cada vez mais aprimorados e efetivos para o desenvolver da atividade.

Vigotsky (2001, p.275) nos diz em *A Construção do Pensamento e Linguagem* “De fato, tomar consciência de alguma operação significa transferi-la do plano da ação para o plano da linguagem, isto é, recriá-la na imaginação para que seja possível exprimi-la em palavras”. E ainda, Rogers em *Tornar-se Pessoa*

Em primeiro lugar, como cientista, creio que deve haver qualquer coisa de observável, qualquer coisa produzida pela criação. Embora as minhas fantasias possam ser extremamente originais, não podem ser definidas normalmente como criativas, a não ser que conduzam a um resultado observável — a não ser que sejam simbolizadas em palavras, escritas num poema, traduzidas numa obra de arte ou assimiladas numa invenção. Os resultados devem ser novas construções. A novidade provém das qualidades extremamente pessoais do indivíduo na sua interação com os materiais fornecidos pela experiência. A criatividade tem sempre a marca do indivíduo sobre o produto, mas o produto não é o indivíduo, nem os seus materiais, mas o resultado da sua relação (ROGERS, ano 1979, p.406)

Ressaltamos que nas aulas de investigação os estudantes são convidados a utilizar de sua criatividade e com o uso constante dessa metodologia ele vai aos poucos se

aperfeiçoando. Esse convite é feito implicitamente durante as etapas que compõe a atividade, as quais já foram citadas anteriormente. Dessa maneira o educando precisa agir e pensar como um matemático, neste aspecto “[...] não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e o educador.” (PONTE, 2003, p. 24)

Outra questão fundamental a ser levantada é o fato que as investigações não possuem um objetivo concreto de onde se quer chegar, assim, durante as atividades os educandos podem percorrer por diferentes caminhos. Alguns destes o educador pode prever, já outros seria impossível. A Atividade Investigativa, diferentemente da resolução de problemas, não delimita um resultado, pelo contrário, deixa a cargo do investigador definir se pode buscar por mais caminhos ou mais informações, ou não. Fato este, que pode definir o pensamento criativo.

Não definir as fronteiras que delimitam o ato criativo é perceber que a capacidade de inovação do ser humano não pode ser completamente prevista e racionalizada. É em função da capacidade criativa do homem que o fenômeno humano esgota todas as tentativas de apreendê-lo por completo (CARVALHO, 2012, p.30).

Ou seja, é preciso dar asas a criatividade para nos entendermos melhor como seres humanos na busca por conhecimento.

## O mundo dos sonhos

“A matemática é uma bela paisagem, uma realidade alternativa, cheia de possibilidades ainda não vistas. Esse sistema está em co-evolução com a realidade ordinária; as pessoas lá ingressam para estudar e para investir sua energia criativa”. Abraham (1992)

Ao trazer um sentido mais completo a essa relação que aqui se busca, isto é a criatividade, a intuição e a investigação e como aspectos complementares e relacionados entre si.

Ponte (2003) já aborda esse aspecto ao explicar o que aconteceu com Poincaré, sobre a curiosidade de tais fatos terem acontecido exatamente no momento do adormecer. Para isso, vamos procurar entender um pouco mais sobre a relação da vida onírica e da vida de vigília e como elas podem se entrelaçar numa perspectiva de atividades investigativas, bem como com o processo criativo.

Partindo deste pressuposto, Freud (1900) e Bollas (2010), apresentam em suas obras elementos que caminham num mesmo sentido. Em *Interpretação dos Sonhos*

Podemos mesmo chegar a dizer que o que quer que os sonhos ofereçam, seu material é retirado da realidade e da vida intelectual que gira em torno dessa realidade...[...] Todo o material que compõe o conteúdo de um sonho é derivado, de algum modo, da experiência, ou seja, foi como fato indiscutível (FREUD, 1900, p.19)

No que se refere ao sonho girar em torno de uma realidade e de experiência

Se essas intensidades psíquicas, eventos inspiradores comuns da rotina diária, são basicamente acidentais, então, o que seriam os seus estados psíquicos antes de serem sonhados? Seriam, eu sugiro, estruturas mentais internas – a pequena Roma diurna que é designada, mas ainda não-sonhada – energizadas sobre determinações que se movem de encontro a alguma forma de elaboração (BOLLAS, 2010, p.197).

Daí caminhamos para a ideia de que os sonhos refletem aquilo que se vive, as experiências do cotidiano. Ainda que, no restante da obra de Freud, sejam apresentadas outras questões como por exemplo, as interferências externas no sonho, elas ainda refletem situações experienciadas de alguma forma durante o tempo que passamos acordados.

Neste sentido Freud (1900) narrou um acontecimento sobre um indivíduo ter dado como alimento a lagartos, uma samambaia (*Asplenium ruta muralis*), e no sonho ele conhecia o nome científico da planta. Quando acordou, lembrou-se do nome científico de algumas plantas que conhecia, e a espécie em questão não estava entre elas. Quando foi

fazer uma verificação descobriu que o nome que sonhou era de fato de uma espécie de samambaia (*Asplenium ruta muraris*). Houve uma pequena deturpação, entretanto, parte considerável estava correta. E Freud (1900) ainda afirmou que “é fato muito comum um sonho dar mostras e lembranças que o sujeito, em estado de vigília, não está ciente de possuir”

Visto que, o conhecimento faz parte do processo criativo ou uma continuação do processamento de situações vividas durante o dia. Outro aspecto importante a se pensar é a respeito das investigações, ora, se uma destas atividades for tão cativante a ponto de sonharmos com ela, pode ser que no sonho descobriremos coisas acerca dela que acordados não conseguiríamos pensar. Ou de sonharmos com uma das conjecturas e termos uma “visão” da sua verificação.

Uma impressão poderosa que tenha esbarrado casualmente em algum obstáculo no processo de ser trabalhada, ou que tenha sido deliberadamente refreada, tem mais justificativa para desempenhar algum papel nos sonhos do que a impressão que seja fraca e quase despercebida (FREUD, 1900, p. 67).

Freud (1900) situou ainda, “num terceiro grupo as teorias que atribuem à mente no sonho uma capacidade de inclinação para desenvolver atividades psíquicas especiais de que, na vida de vigília, ela é total ou basicamente incapaz” (p.67).

Para Paty (2001) o relato de Poincaré, “apresenta uma série de várias fases de um trabalho mental antes consciente, depois inconsciente, posteriormente novamente consciente e de novo inconsciente etc”(PATY, 2001, p.166). Ou seja, essa oscilação entre consciente e inconsciente acaba por ser um processo de ajuda mútua. Pensamos e pesquisamos enquanto acordados, mas nos sonhos ou por intuição podemos encontrar respostas que não erámos capazes. Ou ainda “Poincaré indica ter feito, depois da fase do “estado não-consciente” de seu pensamento, a experiência de um tipo de desdobramento, como se o seu eu, consciente, mas inativo, observasse o seu eu inconsciente” (PATY, 2001, p.166).

Neste sentido, espera-se que uma atividade investigativa consiga despertar essa capacidade, bem como, gerar o interesse no investigador a ponto que suas impressões, conjecturas e pensamentos não se limitem a vida de vigília.

Vale ressaltar que em suas pesquisas, Freud analisou desde as pesquisas mais antigas, até as mais recentes – para a sua época – que tratavam dessas questões, por isso

ele pôde afirmar que nos sonhos predominam aquilo que é de interesse e que fazem durante o dia. Assim, “nossos pensamentos oníricos são dominados pelo mesmo material que nos ocupou durante o dia e só nos damos o trabalho de sonhar com as coisas que nos deram motivo para reflexão durante o dia” (FREUD, 1900, p.123).

Outra questão a ser levantada e que precisa ser respondida é: não ter conhecimento de algo o torna inconsciente?

Sobre o ponto de vista conceitual, como o apresentado anteriormente por Bózio (2019), a resposta é negativa. Ora, se o inconsciente é o lugar desconhecido pela consciência, significa que o inconsciente já faz parte de nós, são as memórias, pulsões. Daí, se não faz parte de nós, então não é inconsciente. Por exemplo: um dia você está viajando para visitar familiares que moram em outra cidade, no meio do caminho o seu carro para de funcionar, você sai para avaliar se o problema é aparente, mas não encontra nada e precisa chamar um mecânico. Repare que, o fato de você não possuir conhecimentos sobre a arquitetura interna do carro para identificar qual é o problema e solucioná-lo, não implica que isto seja inconsciente, pois, esse conhecimento não conseguiria ser acessado pelo consciente de maneira alguma, por consequência de você não o possuir. Ou seja, não ter conhecimento de algo não o torna inconsciente.

Tal como é relatado, o trabalho do pensamento nas fases “inconscientes semiconscientes” fica bastante obscuro, o que na verdade nada tem de surpreendente. As “ideias que se engancharam” são proposições novas, sem equivalente anterior: elas ganham aqui, como em outros relatos e análises de experiências de compreensão ou criação (17), a forma de símbolos ou signos, como diria mais tarde Albert Einstein, imagens mentais abstratas servindo como elementos do pensamento que joga ao combiná-las, num jogo que pretende “ser análogo a certas conexões lógicas que são objeto de pesquisa. (PATY, 2001, p.167)

Entretanto, se pensarmos de um ponto de vista do que se busca em uma atividade investigativa, a resposta para esta pergunta se torna positiva. Pois, em certos casos, a investigação tem como objetivo fazer com que o investigador busque por novas conclusões com base nos conhecimentos que já possui. A investigação faz com que o indivíduo se depare com uma situação a ser resolvida, utilize de seus conhecimentos para analisá-la, a partir daí gera conjecturas e as testa verificando sua veracidade, de modo a generalizar um evento ou situação. Então, o conhecimento, neste caso, era inconsciente, ele só não foi incitado a ser consciente.

Mas por quê Poincaré teve “um melhor desempenho” em sua pesquisa quando adormeceu? Para isso Freud (1900) e Bollas (2010) nos elucidam quando dizem que os

sonhos podem apresentar conhecimentos não pensados até então, vide os seguintes trechos, respectivamente: “É possível que surja, no conteúdo de um sonho, um material que, no estado de vigília, não reconhecamos como parte de nosso conhecimento ou nossa experiência” (Freud, 1900, p.19).

Neste aspecto Bollas (2010) reforça ainda mais tal raciocínio, “o candidato a sonhador transporta antecipações conhecidas não-pensadas de seus sonhos durante o dia, não apenas elaborando disseminações de sonhos passados, mas procurando objetos que vão movê-las mais profundamente nos caminhos da vida onírica” (Bollas, 2010, p.198). Esse autor ainda explicita que “o sonho é uma iluminação desconcertante dos interesses inconscientes do indivíduo, uma manifestação de interesses intangíveis que procuram apresentação” (p.199).

Nota-se, que nos períodos antigos, os matemáticos precisavam agir como investigadores. Com o passar do tempo e o desenvolvimento tanto da Matemática, como também do ensino, o sistema educacional organizou os conteúdos de maneira a catalogar o que os educandos aprendem. Ou seja, os educandos seguem um roteiro dos conhecimentos que irão tentar absorver e como estes conteúdos já foram bem desenvolvidos, o aprendizado foi deixando de ser investigatório e passou a ser memorizado e contextualizado. Dessa maneira, é fundamental que os educadores proponham a metodologia de investigação, no intuito de chamar os estudantes a agir como matemáticos e buscar por respostas que ainda não possuem.

Um exemplo que contempla o que foi dito é o do Teorema de Pitágoras. Dentro da história da Matemática, podemos observar quantas civilizações investigaram as relações existentes nos triângulos retângulos, para então chegar a este resultado comum. Foram inúmeros testes, de diferentes maneiras, de muitas tentativas e em diversos lugares do mundo, sejam egípcios, árabes, mesopotâmicos. Tendo em vista que no ano de 2021 existem tantas maneiras de provar essa relação, isso só mostra o quanto ela foi investigada. Então, se faz necessário aos educadores, fazer com que os seus educandos também investiguem essa relação. O não fazer disso, resume um resultado tão importante apenas a frase “a soma das medidas dos quadrados dos catetos é igual a medida do quadrado da hipotenusa”.

Uma última perspectiva dessa análise trata-se da transferência que, propõe que durante a realização da atividade investigativa e considerando o fato de lidar com conhecimentos já adquiridos na busca de um novo, consideramos que se a sua realização

seja completa e satisfatória, ocorre então a passagem do saber entre os níveis, do inconsciente até o consciente.

Isso pode ocorrer de maneiras distintas, por exemplo: vamos supor que seja proposta uma atividade investigativa na qual o educador deseje que os educandos verifiquem as propriedades das potências. Para isso espera-se que os investigadores já conheçam bem as propriedades da multiplicação. Como as potências são multiplicações dos mesmos fatores (base),  $n$  vezes (expoentes), então o conhecimento prévio já é o bastante, entretanto ele não foi incitado a ser descoberto, daí então o papel da atividade investigativa entra em ação. Assim, os conceitos antes inconscientes, pois já havia o conhecimento necessário - mas ele ainda não havia sido explorado - passando a ser pré-consciente no momento em que foram feitas as primeiras conjecturas e se tornaram conscientes com a verificação destas últimas.

Nesse processo é ao inconsciente, com efeito, que Poincaré atribui a tarefa de estabelecer as combinações de ideias úteis, por eliminação e escolha. O trabalho preparatório de fixar a atenção num determinado problema deslancha a atividade inconsciente, em que o pensamento consciente define e indica “mais ou menos” a direção geral. Para representar essa atividade inconsciente, que opera sobre as ideias elementares a serem combinadas entre si, ele recorria à metáfora sobre os “átomos retorcidos de Epicuro”, arremessados em todos os sentidos e combinando-se entre si à nossa revelia, sendo que apenas a combinação retida se ofereceria depois ao pensamento consciente. (PATY, 2001, p.178)

Neste sentido ainda, se pensarmos no que diz respeito a criatividade, que é “o surgimento de algo novo para a consciência, não é possível que se conheça totalmente o processo criativo até que ele ocorra” (CARVALHO, 2012, p. 30). Daí, podemos dizer que o sucesso da atividade investigativa, em sua plenitude aqui já pontuada, faz com que esse processo seja conhecido.

Ou ainda, pode ocorrer que o indivíduo sonhe com o seu objeto de estudo/investigação e a partir daí consiga tal qual como Poincaré ter uma luz acerca do que deve ser feito, e então, alcançar as respostas que buscava, dessa maneira, também ocorrendo a transição entre o inconsciente para o consciente. Como vemos “A experiência do pensamento dos conceitos, em particular do pensamento científico, faz intervir um pensamento ao mesmo tempo consciente e semiconsciente, para o qual o conceito funciona como um signo particular, sem se identificar a uma palavra” (PATY, 2001, p. 189)

Dentro deste contexto, as atividades investigativas requerem criatividade para serem efetivas em seu objetivo. E a união destes elementos une-se a um bem comum, o do saber. Como, neste sentido da criatividade, utilizamos como base o pensamento de Jung, podemos assim dizer que “a psicologia analítica entende a criatividade não como um dom ou um talento especial, mas como uma energia que impulsiona o desenvolvimento humano” (CARVALHO, 2012, p. 42). Ou seja, a investigação e a criatividade percorrem juntos o caminho do desenvolvimento humano, seja de si mesmo, seja na busca de conhecimento para entendermos melhor o funcionamento do mundo. Ainda temos que “[...] é desejável que o professor encoraje os alunos a inventarem os próprios procedimentos em lugar de lhes mostrar como resolver problemas, criando condições para que os alunos possam inventar muitos modos diferentes de resolver o mesmo problema” (GONTIJO, 2007, p. 44). Assim cumprindo o que se espera de uma atividade investigativa.

Percebemos também que a Resolução de Problemas também pode ser uma estratégia para incentivar o uso da criatividade em sala de aula. Em capítulos anteriores diferenciamos investigação de resolução, mas esta última a depender de como for aplicada pode se tornar uma atividade investigativa, daí então a investigação pode ser também uma estratégia para incentivar o uso da criatividade.

No que diz respeito às técnicas para incentivar a criatividade, destacamos a técnica de abdicação, que consiste em:

Abdicação: as técnicas de abdicação têm por objetivo permitir ao subconsciente refletir sobre o problema quando não se está efetivamente trabalhando sobre ele. Nesta categoria, destacamos as seguintes técnicas

1. Relaxamento: cujo objetivo é permitir aos alunos momentos de descontração e reorganização mental para então poderem se concentrar novamente na tarefa.
2. Visualização: é uma técnica utilizada para trabalhar com imagens (cenas, situações, objetos, etc) que requer o uso da imaginação para construir mentalmente representações que poderão ser utilizadas na solução do problema. (GONTIJO, 2007, p.71)

No que diz respeito aos sonhos, concluímos que o indivíduo sonha com o que lhe interessa, o que lhe prende a atenção, o que está em seu cotidiano, neste sentido o como material dos sonhos faz contato direto com o que experiência vivida do dia anterior (FREUD, 1900). E como dito anteriormente, Freud percebeu que os pensamentos presentes nos sonhos estão ligados com o nosso cotidiano.

Neste sentido, percebe-se que a criatividade e os sonhos estão conectados e que nos sonhos podemos descobrir coisas que enquanto na vida de vigília não tínhamos total ciência. Assim, “podemos situar num terceiro grupo as teorias que atribuem à mente no sonho uma capacidade de inclinação para desenvolver atividades psíquicas especiais de que, na vida de vigília, ela é total ou basicamente incapaz” (FREUD, 1900, p.67).  
Reforçando ainda essa questão da criatividade em:

Os sonhos são um escudo contra a enfadonha monotonia da vida: libertam a imaginação de seus grilhões, para que ela possa confundir todos os quadros da existência cotidiana e irromper na permanente gravidade dos adultos com o brinqueado alegre da criança. Sem sonhos, por certo envelheceríamos mais cedo; assim, podemos contemplá-los, não, talvez, como uma dádiva do céu, mas como uma recreação preciosa, como companheiros amáveis em nossa peregrinação para o túmulo” (OFTERDINGEN, 1802, p 67).

Neste aspecto, observa-se que o ramo da criatividade pode desenvolver toda uma teoria específica quando relacionada aos sonhos pois a “teoria dos sonhos, que inclui o devaneio, o evento onírico, sua destruição e conversão em outras cenas com base na associação, e a descoberta e interpretação das camadas do pensamento, é uma teoria particular da criatividade” (BOLLAS, 2010, p.197).

Percebendo ainda que os sonhos buscam uma ferramenta para materializar, no imaginário, a realidade, por mais que esta seja transformada ainda assim é o modo de expressão do nosso inconsciente.

Considerando que a matemática não é sobre símbolos e contas. Estas são apenas ferramentas do ofício – semifusas, e colcheias e exercícios para cinco dedos. A matemática é sobre idéias. Em particular, é sobre a forma como diferentes idéias se relacionam entre si. Dada uma certa informação, que mais necessariamente se segue? (STEWART, 1996, p.14)

Durante a realização das atividades investigativas os níveis de consciência são ativados, seja na vida de vigília como já exemplificado, ou, seja nos sonhos. Sendo possível que os pensamentos oníricos latentes correspondem a formações pré-conscientes de pensamentos, perfeitamente capazes de ser consciente. (FREUD, 1923).

Assim sendo, é desta maneira que percebemos a relação entre os níveis de consciência e as atividades investigativas.

## **Considerações finais**

Tendo em vista que o objetivo inicial que se pretendia alcançar por meio do presente trabalho de verificar se há relações entre os níveis de consciência apresentados por Freud na sua primeira tópica e as Atividades Investigativas, como pôde ser percebido durante o exposto no texto, verificamos inicialmente essa relação em duas vertentes: a da criatividade (inconsciente) e a dos sonhos.

A partir da identificação destes aspectos buscamos na literatura pesquisar como isso se aplicava na prática. Seguimos por diferentes caminhos, investigação, pensamento freudiano, Matemática e Criatividade, sobre cada um destes elementos de maneira individual, em seguida analisamos as relações estabelecidas por cada um destes viés.

Na revisão de literatura, nos deparamos com muitas obras interessantes, inclusive com trabalhos que vão muito além de um conhecimento apenas para ser aplicados num trabalho acadêmico.

Em relação as aulas investigativas, abordamos o trabalho de Ponte intitulado Investigações Matemáticas em sala de aula, destacando as partes importantes como as etapas a serem seguidas, postura do educador, como avaliar.

Sobre o pensamento de Freud, destacamos os níveis de consciência e tudo que diz respeito aos sonhos.

Outro ponto chave foi a obra de Poincaré que nos direcionou no início, quando a vimos em Ponte, e também quando nos aprofundamos em seus escritos vimos que a teoria dos sonhos também podia se fazer presente na educação.

Sobre a criatividade, percebemos que ela não só está ligada ao consciente e inconsciente, mas também com os sonhos e como esta ligação é contundente no que diz respeito ao processo de investigar.

Também há de ressaltar a obra de Gontijo que aqui apresentamos que foi um marco importante na construção do presente texto, em que tivemos o primeiro contato com um texto específico em relação a Educação Matemática. E ainda nos deparamos com as estratégias e técnicas para instigar a criatividade.

Essas obras foram fundamentais para a construção do entendimento o caminho que traçamos. No início deste ensaio estávamos tentando desbravar um caminho até então para nós desconhecido, com a leitura destas percebemos que estávamos no caminho certo, que havia coerência no que estava sendo feito.

Desta maneira, concluímos que existe um despertar sobre a investigação, pensamento de Freud no que se refere aos sonhos e aos níveis de consciência e como tudo isso está ligado ao pensamento matemático e a criatividade num ciclo contínuo que se renova e aperfeiçoa de acordo com o quanto trabalhamos nele.

## Referências Bibliográficas

ABRAHAM, R, McKENNA, T. e SHELDRAKE, R. **Caos, criatividade e o retorno ao sagrado**. São Paulo: Cultrix/Pensamento, 1992.

BARBOSA, E. D. L. **Um olhar reflexivo sobre a avaliação: a relação teoria e prática**. Acessado em Agosto de 2021. Disponível em: [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes\\_pde/2013/2013\\_ufpr\\_geo\\_artigo\\_edriani\\_donizete\\_labegalini\\_barbosa.pdf](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_ufpr_geo_artigo_edriani_donizete_labegalini_barbosa.pdf).

BOLLAS, C. Criatividade e psicanálise. J. psicanal., São Paulo, v.43, n. 78, p.193-209, jun. 2010. Disponível em [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-58352010000100013&lng=pt&nrm=iso](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-58352010000100013&lng=pt&nrm=iso). Acessado em 16 ago. 2021

BÓZIO, L. R.. **Freud: Primeira tópica ou teoria topográfica**: a abertura para o consciente, pré-consciente e inconsciente. [Brasília]: Don Leon, 2020.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de Quinta a Oitava séries Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acessado em Agosto de 2021.

BRUM, M. G. N.; BISOGNIN, E. **Atividades Investigativas no Ensino de Matemática**: relato de uma experiência. 2011. II CNEM.

CARVALHO, O. V. **Criatividade e Abertura de Espaço**: um estudo jungiano. 2012. 76 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Psicologia, Puc, São Paulo, 2012. Coleção VI - Educação Matemática na Amazônia - V. 8

DILTS, R. B.; EPSTEIN, T.; DILTS, R. W. **Ferramentas para sonhadores**: estratégias para criatividade e a estrutura da inovação. Rio de Janeiro: Rocco, 2004.

EUCLIDES. **Os elementos**; tradução e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009

FREUD, S. (1900) **Eu e o Id**. Vol. IV Obras Psicológicas Completas de Sigmund Freud edição Standart brasileira. Rio de Janeiro: Imago 1996.

FREUD, S. (1923b) **A interpretação dos Sonhos**. Vol. XIX Obras Psicológicas Completas de Sigmund Freud edição Standart brasileira. Rio de Janeiro: Imago 1996.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em Matemática e a motivação em Matemática de alunos do Ensino Médio**. 2007. 188 f. Tese (Doutorado) - Curso de Psicologia, Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

HOOKS, B. **Ensinando a Transgredir**: a educação como prática da liberdade. 2. ed. São Paulo: Wmf Martins Fontes, 2017. Tradução de Marcelo Brandão Cipolla.

MENDES, I. A. **Criatividade na história da criação Matemática**. Belém: Sbem, 2019

PATY, M. **A criação científica segundo Poincaré e Einstein**. S.L. 2001. Tradução de Sérgio Alcides.

POINCARÉ, H. **L'INVENTION MATHÉMATIQUE**. S.L: 1908. Acessado em Setembro de 2021 < [E-Periodica - L'INVENTION MATHÉMATIQUE 1](#)>

PONTE, J. P. da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. S.L: Autêntica, 2003

RAMO, L. B. **Investigação e o Ensino de Matemática**: uma proposta didática no desenvolvimento do conteúdo de estatística. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, 2019.

ROGERS, C. **Tornar-se Pessoa**. São Paulo: Livraria Martins Fonte, 1997. Tradução Manuel José do Carmo Ferreira.

SCHMITT, F. E. **Abordando Geometria por meio da Investigação Matemática**: um comparativo entre o 5º e o 9º anos do ensino fundamental. 1025. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Exatas, Centro Universitário Univates, Lajeado, 2015.

STEWART, I. **Os problemas da matemática**. Lisboa: Gradiva, 1996

VIGOTSKY, L. S.. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fonte, 2001. Tradução Paulo Bezerra.

## Anexos

Quadro 1 – Escala unidimensional de avaliação dos relatórios (PONTE, 2003)

<b>Nível</b>	<b>Caracterização</b>
4 - Bom	<p>Ideia principal é comunicada com clareza e maturidade.</p> <p>As ideias estão bem organizadas do ponto de vista lógico.</p> <p>O conteúdo está bem desenvolvido.</p> <p>A linguagem (incluindo vocabulário) é boa ou excelente.</p> <p>A estrutura gramatical (incluindo pontuação) é boa ou excelente.</p> <p>A apresentação (incluindo ortografia) é boa ou excelente.</p>
3 - Aceitável	<p>Ideia principal é comunicada de modo satisfatório.</p> <p>As ideias estão organizadas de modo satisfatório.</p> <p>O conteúdo é aceitável.</p> <p>A linguagem (incluindo o vocabulário) é satisfatória.</p> <p>A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) é satisfatória.</p> <p>A apresentação (incluindo ortografia) é satisfatória.</p>
2 - Insuficiente	<p>Ideia principal está vagamente apresentada.</p> <p>As ideias estão mal organizadas.</p> <p>O conteúdo está mal desenvolvido.</p> <p>A linguagem (incluindo o vocabulário) é algumas vezes apropriada.</p> <p>A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) contém erros.</p> <p>A apresentação (incluindo ortografia) é fraca.</p>
1- Muito deficiente	<p>Ideia principal não se percebe.</p> <p>As ideias estão muito mal organizadas.</p> <p>O conteúdo é muito pobre.</p> <p>A linguagem (incluindo o vocabulário) é inadequada.</p> <p>A estrutura gramatical (incluindo a pontuação) é incorreta.</p> <p>A apresentação (incluindo ortografia) é de má qualidade.</p>

Quadro 2 – Escala multidimensional de avaliação de relatórios (PONTE, 2003)

Nível	Conhecimento Matemático	Estratégias e processos de raciocínio	Comunicação
4	Mostra compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa terminologia e notação apropriada. Executa completa e corretamente os algoritmos.	Usa informação exterior relevante de natureza formal ou informal. Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da relação entre eles. Indica uma estratégia apropriada e sistemática para a resolução do problema e mostra, de forma clara o processo de solução. O processo de solução é claro e sistemático	Apresenta uma resposta completa com uma descrição ou explicação clara e não ambígua. Inclui um diagrama completo e apropriado. Comunica efetivamente com a audiência. Apresenta, como suporte, argumentos fortes, lógicos e completos. Inclui exemplos e contraexemplos.
3	Mostra compreender, quase completamente, os conceitos e princípios matemáticos do problema. Usa quase corretamente a terminologia e notação apropriada. Executa completamente os algoritmos. Cálculos estão na generalidade corretos, contendo eventualmente pequenos erros.	Usa informação exterior relevante de natureza formal ou informal. Identifica todos os elementos importantes do problema e mostra uma compreensão da relação entre eles. Mostra, de forma clara o processo de solução. O processo de solução é completo, ou quase completo, e sistemático.	Apresenta uma resposta completa com uma razoável explicação ou descrição. Apresenta um diagrama apropriado e quase completo. Na generalidade, comunica efetivamente com a audiência e apresenta como suporte argumentos que estão logicamente corretos, embora contendo pequenas imperfeições.
2	Mostra compreender	Identifica alguns elementos	Mostra um progresso

	alguns dos conceitos e princípios matemáticos do problema. A resposta tem erros de cálculo.	importantes do problema, mas mostra apenas uma compreensão limitada da relação entre eles. Mostra alguma evidência do processo de solução, mas esse está incompleto ou pouco sistematizado.	significativo na direção de completar o problema, mas a descrição ou explicação é ambígua ou pouco clara. Inclui um diagrama pouco claro ou pouco preciso. A comunicação é caga ou de difícil interpretação e os argumentos são incompletos ou baseados em premissas pouco importantes.
1	Mostra uma compreensão muito limitada dos conceitos e princípios matemáticos do problema. Falha no uso dos termos matemáticos. A resposta tem erros de cálculo graves.	Usa informação exterior relevante. Falha na identificação, quase por completo, de aspectos importantes ou coloca muita ênfase em elementos pouco importantes. Reflete uma estratégia inadequada para resolver o problema. Dá evidência incompleta do processo de solução. O processo de solução não existe, é de difícil identificação ou não está sistematizado.	Apresentação alguns elementos satisfatórios, mas omite partes significativas do problema. Inclui um diagrama que representa a situação problemática de uma forma incorreta ou o diagrama é pouco claro ou de difícil interpretação. Falta a explicação ou descrição ou é difícil de seguir.
0	Mostra não compreender os conceitos e princípios matemáticos do problema.	Tenta usar informação exterior irrelevante. Falha na indicação de quais os elementos do	Comunica de forma ineficaz. Integra desenhos que não representam de

		problema são apropriados para a resolução. Copia partes do problema, mas sem procurar a solução.	todo a situação problemática. As palavras não refletem o problema.
--	--	---	---