



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS –DCE
COLEGIADO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



MIRIAN CRISTIAN CARVALHO SANTOS

**Early Algebra em artigos brasileiros de 2012 a 2019: elementos
fundamentais à Educação Algébrica**

Vitória da Conquista
2021

MIRIAN CRISTIAN CARVALHO SANTOS

**Early Algebra em artigos brasileiros de 2012 a 2019: elementos
fundamentais à Educação Algébrica**

Trabalho de conclusão de curso de graduação em Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito para obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Prof. Dr^a Roberta D'Angela Menduni Bortoloti.

TERMO DE APROVAÇÃO

MIRIAN CRISTIAN CARVALHO SANTOS

Early Algebra em artigos brasileiros de 2012 a 2019: elementos fundamentais à Educação Algébrica

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Roberta D'Angela Menduni Bortoloti (orientadora)
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Jonson Ney Dias Da Silva– UESB

Irani Parolin Sant'Ana– UESB

Vitória da Conquista,
dezembro de 2021

AGRADECIMENTOS

Me sinto muito feliz por ter chegado até aqui. Foram muitos sonhos, planos, erros e acertos. Buscando a cada dia motivações e acreditando que é necessário dar um passo de cada vez. Sou grata a Deus, que sempre me sustentou, me fortaleceu e permaneceu fiel mesmo nos momentos em que fraquejei.

Agradeço a meus pais que acreditaram em mim, me apoiaram, me mostrando que a melhor coisa que poderiam pensar para mim era meu estudo. Algo de valor, que ninguém poderia tirar de mim.

Agradeço aos familiares que acolheram, pois para realizar a graduação tive que sair de minha cidade, além de me dar suporte com moradia, me ajudaram com muitas questões pessoais.

Agradeço a excelente profissional que é a professora Roberta, ao qual tem sido de extrema importância, nos andamentos das disciplinas, na produção desse trabalho. Comprometida com nossa formação e preocupada com o tipo de professor que está se formando.

Um agradecimento aos que passaram por minha vida na Universidade, aos que andaram juntos, aos que apoiaram e que compartilharam experiências.

E muito obrigada, à todos aqueles que acreditam na educação, que enxergam o professor como um instrumento de transformação, que respeitam nosso trabalho, que atribuem valor ao ensino e a aprendizagem, que entendem que a educação é um mérito que não deve ser negado a nenhum ser humano. Que em qualquer canto do mundo se faça conhecer e exercer a educação.

RESUMO

O presente trabalho de natureza qualitativa, é um estudo que apresenta como questão investigativa “como artigos brasileiros de 2012 a 2019 vem apresentando e discutindo a *Early Algebra*?” e tem por objetivo levantar formas de implementar a educação algébrica nos anos iniciais a partir de resultados de pesquisas. Assim adotamos como procedimento metodológico a análise documental e utilizamos a Análise Textual Discursiva (ATD), para a análise dos dados. Apresentamos um panorama do que vem sendo discutido sobre a temática, apontando estudos que se tornaram relevantes para que a educação algébrica se faça presente desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Para a análise, utilizamos 7 artigos que foram levantados no portal da CAPES. Com o *corpus* definido, destacamos as unidades de significado que resultaram na elaboração de três categorias: 1) Possibilidades para o ensino de Álgebra nos anos iniciais; 2) Características do pensamento algébrico e 3) Tarefas no contexto da *Early Algebra*. Como resultado destacamos que propiciar a inclusão de elementos referentes ao campo algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, se faz importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que documentos, no âmbito oficial, trazem orientações que buscam implementar essa prática, assim como conhecer os elementos que compõe o pensamento algébrico e interpretá-los, contribuem com os professores a agir mais positivamente na educação algébrica dos alunos. Por fim, utilizar de atividades que tem por objetivo desenvolver o pensamento algébrico, são ações que tornam possível o trabalho com a Álgebra mais oportuno e viável.

Palavras-chave: *Early Algebra*. Educação Algébrica. Séries Iniciais

ABSTRACT

The present work of qualitative nature, is a study that presents as an investigative question "how Brazilian articles from 2012 to 2019 have been presenting and discussing Early Algebra?" and aims to raise ways to implement algebraic education in the early years from research results. Thus we adopted as methodological procedure the document analysis and used the Textual Discourse Analysis (TDA), for the data analysis. We present an overview of what has been discussed about the theme, pointing out studies that have become relevant for algebraic education to be present since the early years of elementary school. For the analysis, we used 7 articles that were searched in the CAPES portal. With the corpus defined, we highlighted the units of meaning that resulted in the elaboration of three categories: 1) Possibilities for teaching Algebra in the early years; 2) Characteristics of algebraic thinking and 3) Tasks in the context of Early Algebra. As a result, we highlight that promoting the inclusion of elements related to the algebraic field in the early years of elementary school is important for the development of algebraic thinking, since official documents bring guidelines that seek to implement this practice, as well as knowing the elements that make up algebraic thinking and interpreting them, contribute with teachers to act more positively in the algebraic education of students. Finally, using activities that aim to develop algebraic thinking are actions that make the work with Algebra more opportune and feasible.

Keywords: Early Algebra. Algebraic Education. Early Grades

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Agora você cria a regra	34
Figura 2. Resolução do aluno E.25	35
Figura 3. Padrões 1	38
Figura 4. Padrões pictóricos	38
Figura 5. Sequência numérica	39
Figura 6. Sequência pictórica	39
Figura 7. Tarefa 1	40
Figura 8. Tarefa 2	41
Figura 9. E se adicionares duas linhas da tabuada?	43
Figura 10. Sequência didática	45
Figura 11. O problema da balança	48

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Informações dos textos selecionados.....	27
Quadro 2: Formação das categorias.....	29

SUMÁRIO

1.Introdução.....	10
2. Construção da Álgebra.....	11
2.1 A Álgebra no Brasil.....	14
2.2 Early Algebra.....	15
2.3 Pensamento algébrico.....	17
2.4 Aritmética generalizada e Pensamento funcional: caminhos para o pensamento algébrico.....	18
2.5 Uma teia de aprendizado: Aritmética, Álgebra e Geometria.....	19
2.6 A Álgebra na formação dos professores.....	20
2.7 Padrões em sequências.....	22
3.Procedimento metodológico.....	23
3.1 Análise Textual Discursiva (ATD).....	25
4.Fundamentação metodológica.....	27
5. Possibilidades para o ensino de Álgebra nos anos iniciais.....	30
6. Características do pensamento algébrico.....	33
7. Tarefas no contexto da Early Álgebra.....	36
8. Considerações finais.....	49
9. Referências.....	51

1.Introdução

O ensino da Álgebra é um grande desafio aos professores de Matemática. Visto que, a maioria dos alunos não consegue assimilar os conteúdos, não compreendem o uso da linguagem e não relacionam à sua realidade. Vale salientar que muitos pesquisadores vêm se debruçando em seus trabalhos uma maneira de amenizar as dificuldades atribuídas aos conteúdos algébricos: por um lado, a aritmética que é ensinada primeiro, como aponta Lins e Gimenez (2001). E por outro lado o formalismo presente na linguagem matemática que é empregada desde os primeiros anos a partir dos conteúdos aritméticos e posteriormente aos conteúdos algébricos.

Se analisarmos a forma como o livro didático dispõe seus conteúdos, é possível perceber que todo conteúdo aritmético é apresentado antes do algébrico e além dessa separação, a forma como muitos professores introduzem os conteúdos algébricos, de maneira descontextualizada, faz com que os alunos não compreendam sua abordagem, sua aplicabilidade e não faça ligação com outros conteúdos e outras áreas.

Durante muito tempo a álgebra era vista como uma linguagem que se debruçava nas operações com números e a resolução de equações (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009). Essa forma de olhar para a Álgebra não está errada, até porque, ela surgiu nessa perspectiva: como forma de resolver necessidades práticas, que naquela época se voltava para resoluções de equações. Acontece que essa concepção passou a abranger aspectos que vão além da resolução de problemas. Kieran (2007), aponta que além da simbologia a Álgebra consiste numa ferramenta que permite generalizar relações matemáticas, logo também é encarada como forma de pensamento e raciocínio.

Dessa forma, esse trabalho foi motivado a partir de experiência com a sala de aula por meio do estágio. Ao expressar uma generalização que envolvia o conteúdo de radiciação os alunos não entendiam o significado da expressão, uma vez que estão acostumados com procedimentos numéricos.

Por algumas das vezes a Matemática é abordada como uma disciplina que só apresenta um caminho. Que seria o caminho mostrado pelo professor, um único algoritmo a ser seguido. Essa forma de conceber a Matemática limita o aluno, o prende em uma única forma de resolver o que lhe é imposto e não permite que ele avance ou descubra novas formas de chegar onde se quer.

Entendendo que esse conteúdo sempre foi uma área de extrema importância, embora

seu ensino fosse por muito tempo promovido com um certo descaso. Nos últimos anos entrou em discussão a reforma da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), algumas mudanças ocorreram e o fato da Álgebra ser inserida agora como um eixo temático, trouxe um elemento que para nós é essencial ao seu ensino: O pensamento algébrico. Esse tipo especial de pensamento vem sendo discutido e faz parte de uma corrente desenvolvida internacionalmente: a *Early Algebra*. Podemos traduzi-la para nosso português e dizer que estamos tratando de “Álgebra inicial” ou “Álgebra precoce”. Por acreditar que não cabe em sua tradução a quantidade de abordagens que a mesma apresenta, manteremos a forma original.

Desta forma, esse trabalho visa esclarecer algumas dúvidas sobre o ensino da Álgebra, de reafirmar alguns posicionamentos e que fosse um meio, um veículo de informação para todos aqueles que se sintam interessados a tornar o ensino da Álgebra mais significativo, com elementos que são validados, que fazem parte dos documentos e currículos oficiais e que precisam estar presentes nas aulas de Matemática.

Assim, essa pesquisa traz como questão investigativa: como a *Early Algebra* está sendo apresentada e discutida nos artigos brasileiros? E tem por objetivo levantar formas de implementar a educação algébrica nos anos iniciais a partir de resultados de pesquisas.

Para a realização desta pesquisa, e para melhor exposição do tema em estudo e visando alcançar o objetivo proposto além da introdução e considerações finais, dividimos este trabalho a partir da revisão de literatura, que será abordada da seção 2 até a 2.7.

Os procedimentos metodológicos abordados na seção 3, cuja técnica de análise está na subseção 3.1, a análise textual discursiva. A explicação de como ocorreu a fundamentação metodológica está apresentada na seção 4. E a análise dos artigos é apresentada por categorias. As três categorias são apresentadas nas seções 5, 6 e 7 e, por fim, as considerações finais, na seção 8.

2. construção da álgebra

A Matemática advém de diversas preocupações, necessidades e conflitos humanos. Sua consolidação se deu por meio de um vasto conjunto de elementos que foram desenvolvidos por diversas culturas e sociedades. Assim, a Álgebra também surge com o propósito de resolver problemas, muitas vezes privilegiando um conjunto de técnicas, abrindo

mão de seus conceitos e formas de pensar, dando espaço para que a maioria dos estudantes entenda que seu ensino está voltado unicamente para a resolução de equações.

Para chegar na consolidação simbólica que se conhece hoje, a Álgebra passou por várias mudanças tanto na construção dos conteúdos, como no ensino. Sendo um elemento essencial nos documentos oficiais e currículos, não apenas se restringindo ao estudo de equações, e tão pouco com técnicas operatórias. Segundo Coelho e Aguiar (2018), desde o início, quando a álgebra ainda se dedicava ao estudo de equações até o momento presente, no qual é considerada como abstrata, entre os problemas encontrados, há uma grande sedimentação teórica.

A Álgebra é entendida como uma variante latina da palavra árabe *al-jabr* que apareceu em uma das obras do matemático e astônomo *Al-Khwarizmi*, onde por meio de palavras explicava um sistema de soluções. Mesmo sendo uma tarefa imprecisa estabelecer o seu surgimento, muitos entendem que sua origem está associada à antiga Babilônia onde os matemáticos haviam desenvolvido um sistema aritmético avançado, que permitia resolver cálculos algébricos.

Não se restringindo apenas a soluções de equações, mais tarde passou a abranger sentidos mais específicos. Com várias contribuições e aperfeiçoamento na linguagem a Álgebra se concretiza entre dois períodos: clássico e moderno. O primeiro relativo às operações, coeficientes, incógnitas e raízes. E o segundo ao estudo aprofundado de estruturas conhecidas como: corpos, anéis, grupos etc.(PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Da necessidade de se trabalhar com variáveis que não eram conhecidas, surgiu esse importante campo da matemática. Segundo Eves (1997), as notações algébricas evoluíram durante três estágios; a retórica (caracterizada pela forma verbal), sincopada (pelo uso de abreviações das palavras) e a simbólica.

Não sendo possível definir com exatidão o surgimento da Álgebra, possivelmente ela tenha se desenvolvido primeiramente com os Babilônios, por volta de 1970 a. C. Se apresentava por meio do estilo retórico, apresentando um grau sofisticação onde havia a descrição ou transcrição de todo processo que envolvia os cálculos. Esses povos eram habilidosos em solucionar uma grande variedade de equações Ferreira e Nogueira (2007, p.5). De forma semelhante e praticamente no mesmo momento, a Álgebra Egípcia se apresentava no mesmo estilo, mas de forma não tão rebuscada.

A Álgebra Grega apresentava elementos geométricos, Pitágoras de Samos (c. 570 – 495 a.C.) Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.) foram dois matemáticos que fizeram

consideráveis contribuições a esse período por meio da escola pitagórica Oliveira; Lima e Siva (2020).

Segundo Santos (2016) credita-se que Álgebra no estilo sincopado tenha surgido com Diofanto de Alexandria, uma vez que ele foi o primeiro a utilizar símbolos para a representação da incógnita por meio da letra “sigma” do alfabeto grego e ainda contribuiu para a reapresentação de equações. Fatos históricos relatam que a Álgebra na Índia recebeu contribuições de vários povos.

O grau de influência da matemática grega, da babilônica e da chinesa sobre a matemática hindu e vice-versa, ainda é uma questão não esclarecida, mas há evidências de que em ambos os sentidos ela foi apreciável. Um dos benefícios claros da Pax Romana foi o intercâmbio de conhecimento entre Oriente e Ocidente, desde muito cedo a Índia enviou diplomatas para o Ocidente e o extremo Oriente. (EVES, 2011, p.249)

Para Eves (2011) os matemáticos hindus eram considerados célebres na Aritmética e Álgebra, utilizavam o método da falsa posição, assim como os egípcios para solucionar problemas. Por falar em célebres, dois grandes matemáticos que se dedicavam à Álgebra dessa época foram Bháskara e Brahmagupta.

Já a Álgebra simbólica passa por um aprimoramento com François Viète que, segundo Eves (2011), fazia uso de vogais para designar incógnitas e consoantes para as constantes e que mais tarde Descartes viria a utilizar as vogais para as constantes e as consoantes para as incógnitas, notações que se assemelham as nossas. Segundo Boyer (1974, p.248):

[...] O uso de letras do começo do alfabeto para parâmetros e das do fim como incógnitas, a adaptação da notação exponencial a essas, e o uso dos símbolos germânicos + e -, tudo isso fez com que a notação de Descartes se assemelhasse à nossa, pois naturalmente tiramos a nossa dele. Havia, porém, uma diferença importante na maneira de ver as coisas, pois ao passo que pensamos em parâmetros e incógnitas como números, Descartes pensava neles como segmentos.

Já a Álgebra simbólica passa por um aprimoramento com François Viète e mais tarde René Descartes concluiu a transição da álgebra sincopada para a álgebra simbólica em sua obra *La Géométrie*. Segundo Ferreira e Nogueira (2007, p.5):

Viète introduziu o uso das letras para indicar números desconhecidos da forma como são utilizadas até hoje, escrevendo equações e estudando suas propriedades. Ele foi o primeiro a utilizar letras como coeficientes genéricos (positivos) aproximando a representação simbólica das equações à praticada atualmente. [...] Apesar do avanço proporcionado pelos estudos de Viète e da beleza da Álgebra elaborada por ele, esta ainda estava incompleta e a Álgebra de Descartes veio não apenas completá-la, mas

também complementá-la, ao possibilitar a síntese entre Geometria e Álgebra, agora de uma maneira sistematizada e formal, transformando a Álgebra geométrica dos gregos, em uma Geometria algébrica, utilizando os principais objetos algébricos, as equações, para representar entes geométricos, como retas, curvas, planos, sólidos, entre outros.

Então, a partir de todo o desenvolvimento da escrita algébrica, foi que surgiu uma álgebra simbólica, onde os problemas algébricos são escritos com uso de símbolos, as equações ganham destaque e ficam conhecida como o idioma da álgebra (OLIVEIRA, SILVA E LIMA, 2020). Assim várias contribuições fizeram da Álgebra uma importante área de conhecimento.

2.1 A Álgebra no Brasil

O ensino da Matemática passou por muitas mudanças. Algumas foram determinantes para educação e marcaram algumas épocas. Segundo Miguel, Fiorentini e Miorim (1992) a Álgebra passou a ser pensada oficialmente no ano de 1799, mais precisamente em 19 de agosto com a carta Régia.

Durante o período de domínio do modelo jesuíta no Brasil, a Matemática era só um recurso auxiliar para os estudos de Física e Geografia, cuja base estava estabelecida em Os Elementos, uma obra famosa escrita por Euclides (MONDINI, 2013).

Se ocorreram muitas evoluções com o campo algébrico com o passar dos anos, o mesmo não aconteceu com a forma de ensinar a Álgebra. Até então o sua abordagem se dava de forma mecânica, totalmente reprodutiva.

O movimento da matemática moderna trouxe para o Brasil mudanças que causaram impacto na educação. A maior intenção desse movimento era a de trazer mais rigor à teoria de conjuntos e à Álgebra. Como aponta Moreira (2019, p.51), o Movimento da Matemática Moderna - MMM “pretendia aproximar a Matemática trabalhada na Educação Básica à aquela que deveria ser acessível a todos, com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área nos centros de investigação”. Assim as propriedades operatórias seriam suficientes para que os estudantes fossem capazes de identificá-las em outros contextos. Dessa forma os tópicos algébricos foram reorganizados. Dessa forma o ensino da álgebra seguia uma linha mais rigorosa. Segundo Miorim, Miguel e Fiorentini (1993, p.21):

[...] há uma tentativa de superar o caráter pragmático, mecânico e não justificado do ensino de álgebra, substituindo-o por uma abordagem que enfatiza a precisão da linguagem matemática, o rigor e a justificação das transformações algébricas através das propriedades estruturais; [...].

Com o passar do tempo o MMM perdeu visibilidade e entrou em declínio, conteúdos como a Geometria e a Álgebra foram menos prestigiados. A partir da década de 70, há a preocupação de resgatar a importância da Geometria e a Álgebra a ser tratada como antes: de forma mecânica e descontextualizada.

A Álgebra tem sido privilegiada nas atuais orientações curriculares. Exigindo-se um olhar crítico e construtor que busca trabalhar com o cotidiano dos alunos, porém deve haver um esforço maior em tratá-la de forma mais prática que busque dar sentido aos conceitos.

2.2 Early Algebra

A matemática é muitas vezes depreciada pelos estudantes e muitos deles apresentam dificuldades no campo algébrico ao ingressarem nos anos finais do ensino fundamental. Se por um lado temos um ensino fundamentado na manipulação mecânica dos cálculos, por outro está o fato de muitos alunos não terem contato com ferramentas algébricas nas séries anteriores (FERREIRA, PRESTES E PIRES, 2021). Esse cenário impulsionou o desenvolvimento de várias pesquisas que chamam a atenção para o Ensino da álgebra e em especial para sua introdução, a partir dos anos iniciais do ensino fundamental (LINS; GIMENEZ, 2005; BLANTON E KAPUT, 2005; CARRAHER; BLANTON, 2008; KIERAN, 2004).

Muitas dessas pesquisas surgiram a partir do propósito internacional de um grupo de professores, pedagogos e pesquisadores preocupados com os problemas enfrentados no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra (FERREIRA, LEAL, MOREIRA, 2020). Esse movimento internacional propiciou a criação de uma corrente que ficou conhecida como Early Algebra. Visto que:

Early Algebra é um projeto que foi criado em 1998, a qual conta com uma equipe de psicólogos e educadores matemáticos, em que se destacam Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher, que trabalham com professores e estudantes colaborando com escolas de Boston. Neste projeto são desenvolvidos materiais sobre a álgebra do Ensino Fundamental que tratam de vários temas matemáticos, como por exemplo, números, símbolos, comparações, etc., focando na aprendizagem e raciocínio dos estudantes (SILVA E SAVIOLI; 2012, p.208).

Abordamos, então, esse campo de estudo, como uma área de pesquisa que visa trabalhar elementos da álgebra a partir dos primeiros anos do ensino fundamental, visto que no Brasil essa discussão é recente:

a *Early Algebra* foi introduzida apenas em 2012, pelo documento “Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”⁹, que foi elaborado com o intuito de divulgar orientações para as práticas educativas, tendo como propósito assegurar a cada estudante do Ensino Fundamental o direito à apropriação, ampliação e consolidação de conhecimentos imprescindíveis para sua formação integral e cidadã (LUNA, SOUZA E BORTOLOTTI, 2017, p.3).

Decorre desses fatos que trabalhos relacionados com essa temática são atuais, e se voltam numa perspectiva de como o Pensamento Algébrico pode ser manifestado através de tarefas, análises de documentos, dentre outras formas.

Entendemos que essa área de pesquisa tem por objetivos tornar o Ensino da Álgebra mais significativo desde os Anos Iniciais, trabalhando com elementos que já são do conhecimento dos alunos, dessa forma relacioná-la com a Aritmética e outras áreas, sendo de suma importância que o professor propicie um ensino também contextualizado para que se perceba as aplicabilidades da Álgebra no cotidiano.

A Álgebra passou a ser tratada com mais rigor após o Movimento da Matemática Moderna e foram anos de restaurações e contribuições até essa área se consolidar como uma linguagem simbólica e uma ferramenta para generalização. Por essa visão de rigorosidade que a Álgebra apresenta, ainda existe um distanciamento entre a aprendizagem efetiva da Álgebra com os alunos, parecendo impossível torná-la uma disciplina que tenha uma roupagem diferente da que conhecemos, como se o único objetivo fosse memorização os processos necessários para resolver uma equação.

A Álgebra vem durante séculos sendo pensada como um processo de maturação, onde só é possível aprender, desenvolver, manipular este conteúdo depois de ter adquirido domínio na Aritmética. Se formos olhar para a Educação brasileira, percebemos que muitas vezes esse processo para muitos é tardio. Então o que vem sendo pesquisados já há algum tempo são propostas de iniciar o desenvolvimento da álgebra nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental.

Autores como Blanton e Kaput (2005), Brizuella e Schilieman (2004), Carpenter; Franke e Levi (2003), Carraher et.al (2006) consideram que é possível trabalhar com aspectos algébricos já nos anos iniciais, de tal forma que seja possível conciliar a Álgebra com a Aritmética. Assim não é pensar nas diferenças entre as duas áreas, mas sim conciliá-las de forma a tornar o processo de aprendizagem mais significativo.

Entendemos assim, que essa área de pesquisa (*Early Algebra*), tem por objetivos tornar o Ensino da Álgebra mais significativo desde os anos iniciais, trabalhando com

elementos que já são do conhecimento dos alunos e dessa forma relacioná-la com a Aritmética e outras áreas, sendo de suma importância que o professor anos iniciais propicie um ensino também contextualizado.

2.3 Pensamento algébrico

Com a reformulação da BNCC, a Álgebra passa a ser tratada como uma unidade temática, dando início nas séries iniciais e sequencialmente nas próximas séries. Nos iniciais devem estar presentes elementos que possibilitem aos alunos desenvolver um tipo especial de pensamento: o pensamento algébrico.

Considerando que a Early Algebra é o campo que concentra questões relativas ao ensino da Álgebra para as crianças, então o centro dela é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Haja vista, que esse tipo de pensamento é considerado o responsável por fazer uso de “modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (BRASIL, 2017, p. 268).

O pensamento algébrico sempre esteve presente na evolução da Matemática, por volta de 1700 a.C já existia um sistema simbólico que servia para representar e resolver equações, embora não houvesse ainda o formalismo, “[...] o pensamento algébrico se fez anterior à linguagem simbólica, o qual foi apresentado por diferentes civilizações com mudanças de palavras para símbolos em um processo contínuo de adequação da linguagem resultando na atual linguagem simbólica” (SILVA, 2013, p.16).

Pesquisas de Fiorentini; Miorim; Miguel (1993); Lins; Gimenez (2005); Kieran (2004); Kaput; Carraher; Blanton (2008), defendam a implementação do pensamento já nas séries iniciais, contudo, não há uma definição unificada sobre o assunto.

Dessa forma, Blanton e Kaput (2005, p. 413) defendem que o pensamento algébrico é “um processo no qual os alunos generalizam ideias matemáticas de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações por meio do discurso da argumentação, e expressam-nas, cada vez mais em caminhos formais e apropriados à sua idade”. Considerando-se que a Álgebra para os anos iniciais, busca privilegiar conceitos fundamentais à Álgebra sem necessariamente fazer uso de símbolos, mas que promova a compreensão e construção de generalizações, como ações firmadas para resolver problemas que não encontram no campo aritmético, meios para produzir resultados (ABREU; MEGID;

ALMEIDA; 2018)

O pensamento algébrico inclui a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Além de incluir, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas necessárias na interpretação e resolução de problemas matemáticos e outros domínios (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009).

Nessa mesma perspectiva, ao desenvolver o pensamento algébrico, a criança seja capaz de estabelecer:

[...] relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos; percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema; produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema; ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; desenvolve algum tipo de processo de generalização; percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias; desenvolve/cria uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente (FIORENTINI, FERNANDES, CRISTÓVÃO, 2005, p.5).

A partir dessas definições, surgem características que vão sinalizar quando o aluno está pensando algebricamente e principalmente, quando está, ainda que forma incompleta, desenvolvendo algum tipo de generalização.

Não se trata de uma tarefa simples, uma vez que aparecem várias formas de conceber esse pensamento. Se trata de um trabalho que requer esforço para compreender as ferramentas e estruturas que a Álgebra deve abordar nos anos iniciais.

2.4 Aritmética generalizada e Pensamento funcional: caminhos para o pensamento algébrico

Ao que diz respeito sobre o pensamento algébrico, Blanton e Kaput (2005) chamam a atenção para o que define como: categorias (portas de entrada), sendo que estas englobam duas capacidades relativas aos Anos Iniciais: *Aritmética Generalizada* e *Pensamento funcional*, que remete ao uso da aritmética como domínio para expressar e formalizar generalizações e a segunda para os padrões numéricos, para desenvolver relações funcionais.

Esses elementos que levam à construção do pensamento algébrico trazem alguns objetivos claros que ajudam a diferenciá-los. Dessa forma, Blanton e Kaput (2005) apontam

que por meio da aritmética generalizada é possível:

- Explorar propriedades e relações de números inteiros;
- Explorar propriedades das operações com números inteiros;
- Explorar a igualdade como expressão de uma relação entre quantidade;
- Tratar o número algebricamente
- Resolver expressões numéricas com número desconhecido.

Já o pensamento funcional procura: simbolizar quantidades e operar com as expressões; representar dados graficamente; descobrir relações funcionais; prever resultados desconhecidos usando dados conhecidos e identificar e descrever padrões numéricos e geométricos.

O aspecto sintático da álgebra surge aqui para descrever regularidades por meio de símbolos ou para alterar a forma das expressões que traduzem regularidades, para comparar diferentes expressões relativas à mesma regularidade ou para determinar valores particulares de uma função motivada, por exemplo, pela necessidade de previsão (CANAVARRO, 2007, p.90).

Podemos dizer então que o pensamento funcional vem através da aritmética construir elementos que levam a um entendimento sobre funções, um conteúdo que traz em si, talvez o conceito mais utilizado na matemática, e que as noções envolvidas nessa categoria vêm a ser uma forma mais profunda de conceitos aritméticos.

2.5 Uma teia de aprendizado: Aritmética, Álgebra e Geometria

Considerando as dificuldades que os alunos apresentam no que se refere a aprendizagem algébrica, em especial no momento da passagem da Aritmética para a Álgebra. Prever uma forma de minimizar este problema se faz necessário, tendo em vista que o pensamento algébrico faz-se presente antes mesmo de se consolidar a linguagem simbólica.

Autores como Lins e Gimenes (1997) e Kieran (2004) defendem um ensino integrado entre essas áreas. A criança chega na escola com uma bagagem de conhecimentos, Educação não é algo que é promovido apenas entre professor, existe a contribuição da família, da sociedade, sendo assim não limita aos muros da escola, como nos mostra Lins (1997) em seu livro *Perspectivas em Aritmética e Álgebra Para o Século XXI*, muitas vezes a escola

nega a legitimidade que tem a Matemática da rua e assim também, a rua nega os saberes da escola.

Um fator que deve ser considerado é que por vezes, nem mesmo o livro didático traz uma abordagem significativa, nem mesmo faz associação entre as áreas, e se pudermos analisar os documentos oficiais, é algo que já está previsto.

Dessa forma, os alunos sentem dificuldades em interpretar o significado algébrico das equações e expressões, porque seu pensamento está estruturado de uma forma sequencial que os impedem de analisar estruturas que envolvem outros elementos.

Assim também a Geometria pode ser estabelecida como ferramenta que visa a construção de conhecimentos algébricos. Os PCNs reafirmam essa relação quando nos mostra que:

a geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações problemas e é tema pala qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças diferentes, identificar regularidades e vice-versa. (BRASIL, 1997, p.39)

Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar “abstratamente”, se lhes forem proporcionadas experiências variadas, envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética e a Geometria. Assim os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica de significados (BRASIL, 1997).

2.6 A Álgebra na formação dos professores

Conforme Araújo (2008), “O ensino da álgebra nas escolas de educação básica deve ser uma das preocupações dos cursos de licenciatura em Matemática na busca de uma melhor formação aos professores”. Vale salientar da importância de projetos que ligam a escola básica e a Universidade, a troca de conhecimentos é algo de muito valor para os sujeitos envolvidos, professores e alunos de lados opostos promovendo Educação.

Se considerarmos em conjunto o sistema professores e alunos, encontraremos nos dias atuais uma forte tensão. Para os professores, de um lado, a álgebra representa a ferramenta matemática por excelência; poder-se-ia dizer que eles se formam numa matemática algebrizada. Os alunos, de outro lado, veem a álgebra como fonte infinita de incompreensão e de dificuldades operacionais insuperáveis. (SESSA, 2009, p.6)

Nos Cursos de Licenciatura em Matemática geralmente é apresentada uma Matemática mecanizada, onde se reproduzem os conteúdos da mesma forma sempre, usam dos mesmos materiais, metodologias, mesmas avaliações, porque assim como no Ensino Básico precisamos de nota para ter aprovação. Para o professor é muito cômodo adotar essa prática, pois para ele é muito confortável saber os exercícios que são fáceis, os que apresentam dificuldades, os que dão muito trabalho e os que colocam na prova. Visto que em sua maioria chegam na sala de aula com suas verdades, tomam seus conhecimentos como superiores e pronto.

Neste sentido, faça-se necessário uma atenção especial para os profissionais que os Cursos Licenciatura em Matemática estão a formar, se são competentes, éticos e humanos. Entendendo que, não é o professor formador que escolhe como será a prática na sala de aula dos futuros professores, mas seu discurso e sua prática são modelos no dia a dia da sala de aula. Segundo Araújo (2008, p.342):

O Parecer CNE/CES nº 1302/2001, que define as diretrizes para os Cursos de Matemática, no item 4.2 Licenciatura, recomenda que o conteúdo de Fundamentos de Álgebra seja comum a todas as licenciaturas, assim como Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Ensino de álgebra e formação de professores, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica. Complementa afirmando que a parte comum deve ainda incluir: a) conteúdos matemáticos presentes na educação básica nas áreas de Álgebra, Geometria e Análise; b) conteúdos de áreas afins à Matemática, que são fontes originadoras de problemas e campos de aplicação de suas teorias; c) conteúdos de Ciência da Educação, da História e Filosofia das Ciências e da Matemática. Outras recomendações recaem sobre o uso de tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática.

Esta autora destaca, que não há orientações que se voltam para o ensino da Álgebra para o Ensino Básico. Assim, o desenvolvimento do pensamento algébrico deve ser discutido na formação inicial do professor e em seguida na prática, por meio de observações dos estudantes. Sendo esse um processo que só se torna eficiente quando criamos condições para que ele aconteça.

Por esse viés que a Educação Matemática junto aos pesquisadores desta área propicia com suas pesquisas, criar espaços para a discussão. Assim, a universidade se torna de fato um ambiente de comunicação e de troca de experiências.

Sobre a formação inicial e continuada dos professores, os PCNs enfatizam que esses programas seriam mais eficientes se conduzidos em função das necessidades identificadas na prática docente. Muitos estudantes continuam não vendo sentido na aprendizagem da álgebra por lhes ser apresentada de forma descontextualizada. A álgebra ainda não tem significado para muitos alunos, que se preocupam em gerar

estratégias para memorizar dados e aplicar fórmulas que serão logo esquecidos, sem que cheguem a desenvolver o pensamento algébrico. (ARAUJO, 2008, p. 343)

Desta maneira, se verifica a importância de viabilizar um trabalho algébrico com professores que estão sendo formados, para que apresentem segurança e clareza nos conteúdos ao que deve ser ministrado na sala de aula, como forma de promover o pensamento algébrico e identificar como estes estão sendo desenvolvido nos estudantes, as estratégias que utilizam e a forma como aplicam tais recursos.

2.7 Padrões em sequências

A Álgebra não se define apenas com notações simbólicas, nem se traduz em um único conceito. É de suma importância atrelar a Matemática ao cotidiano dos alunos, partindo de algo comum e visivelmente perceptível ao cotidiano. Pois a Matemática uma ciência que lida com padrões, a exemplo, nos deparamos com mosaicos e elementos presentes na natureza, nas melodias presentes nas músicas e até mesmo em alguns jogos matemáticos.

Assim, compartilhamos da ideia de Lopes (2012), ao expressar que na Matemática é do nosso espírito procurar por relações. Genericamente, o padrão é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se encontram regularidades, dessa forma os padrões podem ser utilizados para desenvolver o raciocínio matemático e principalmente o pensamento algébrico (VALE, 2013). Podemos encontrar através de padrões atividades que envolva os alunos a procurem alguma regularidade e que os permita chegar num processo de generalização.

Sequências, padrões e regularidades, são termos que encontramos com bastante frequência na unidade temática Álgebra, presente na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e se constituem como objetos de conhecimentos a serem desenvolvidos já nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

São termos concebidos antes mesmo da linguagem simbólica. Historicamente as sequências estão relacionadas ao sistema de contagem e ao desenvolvimento dos sistemas de numeração (OLIVEIRA; 2011, p.11). Assim, a ideia de traçar padrões para situações cotidianas, já era uma situação realizada por civilizações mais antigas. Essa mesma autora, salienta que no Egito havia a necessidade de prever os períodos das enchentes, por isso criaram um padrão para que as águas do rio Nilo não afetassem a plantação, assim perceberam que o rio subia depois que a estrela síria se levantasse a leste, fato que ocorria a

cada 365 dias. Construíram assim um calendário e dividiram em três estações com quatro meses cada uma: período de semear, período de crescimento e período de planta. Os babilônicos registravam quadrados e cubos de números inteiros em tábuas. Já os gregos faziam uso de sequências numéricas notáveis, como o crivo de Eratóstenes que é utilizado para determinar a sequência de números primos.

O estudo de padrões e regularidades é central em matemática e, naturalmente, atividades envolvendo padrões e regularidades atravessam o currículo dos três ciclos de educação básica. O campo dos números é propício a este tipo de atividades, as quais contribuem para desenvolver o raciocínio e estabelecer conexões entre as diversas áreas da matemática. (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999, p.49)

Por se tratar de um elemento comum no dia a dia, principalmente pelo que nos chama a atenção através do olhar, trabalhar com padrões pode proporcionar uma aprendizagem com mais significado. Desta maneira, a Matemática se torna mais atrativa aos olhos dos estudantes e assim, são instigados pelo espírito investigativo. O uso de padrões em atividades algébricas permite que eles expressem seu modo de pensar e principalmente induzem o pensamento algébrico, levando-os a traçarem conjecturas e generalizações.

O documento elaborado pelo Ministério da Educação -MEC, *Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental* (BRASIL, 2012), expõe a Matemática como um campo que comporta relações e que nos permite generalizar, o que favorece estruturar pensamentos e desenvolver o raciocínio lógico. Assim traz como o segundo direito de aprendizagem e desenvolvimento da área da Matemática: II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecida. Assim é exposto ainda segundo o documento citado, que:

A Matemática comporta um amplo campo de relações, regularidades e coerências que despertam a curiosidade e instigam a capacidade de generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico (BRASIL, 2012, p.67).

O trabalho com padrões proporciona um conhecimento vasto na área da Matemática, se constituem de elementos comuns a outros conteúdos e se tornam uma forma eficaz de promover o pensamento algébrico.

3. Procedimentos metodológicos

O presente trabalho foi desenvolvido no âmbito da Educação Matemática, trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa do tipo documental. Haja vista que,

Numa abordagem qualitativa, o pesquisador coloca interrogações que vão sendo discutidas durante o próprio curso da investigação. Ele formula e reformula hipóteses, tentando compreender as mediações e correlações entre os múltiplos objetos de reflexão e análise. Assim, as hipóteses deixam de ter um papel comprobatório para servir de balizas no confronto com a realidade estudada (SUASSUNA, 2008, p.349)

Pesquisas de natureza qualitativa não segue um padrão. Embora seja necessária que haja rigor e validade dos métodos, a compreensão dos fenômenos investigados passa a ser um processo mutável, onde questões podem ganhar novos significados e a compreensão de mundo é algo fundamental e determinante para que esse processo (pesquisa), se estabeleça como produto que tenha características do pesquisador.

Neste aspecto, “Cada pesquisador tem perspectivas, propósitos, experiências anteriores, valores e maneiras de ver a realidade e o mundo que, ao interagirem com o objeto pesquisado, orientam seu foco de atenção para problemas específicos [...]”(ANDRÉ, 1983, p.69). Assim suas experiências pessoais, suas inquietações, dúvidas e certezas são elementos importantes para a pesquisa. Tendo em vista que “as principais características da pesquisa qualitativa são: empatia, contextualização, flexibilidade” (MELO, 2020, p.553).

No que se refere a pesquisa do tipo documental, definir um documento é em si um desafio. Principalmente pelo fato da história e principalmente a história de todas as ciências sociais atribuir a maior importância a essa definição (CELLARD, 2012, p.296).

Os documentos são uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas constatações que busquem dar fundamentos e evidências ao pesquisador, surgem como uma fonte “natural” de informações que surgem em um determinado contexto e fornecem informações sobre esse mesmo contexto (GUBA; LINCOLN, 1981). Assim, Fonseca (2002, p.32) nos mostra que a pesquisa documental trilha os mesmos caminhos da pesquisa bibliográfica, não sendo fácil por vezes distingui-las. A pesquisa bibliográfica utiliza fontes constituídas por material já elaborado, constituído basicamente por livros e artigos científicos localizados em bibliotecas. A pesquisa documental recorre a fontes mais diversificadas e dispersas, sem tratamento analítico, tais como: tabelas estatísticas, jornais, revistas, relatórios, documentos oficiais, cartas, filmes, fotografias, pinturas, tapeçarias, relatórios de empresas, vídeos de programas de televisão, etc.

E assim, estes se constituem de uma importante fonte de informações que determinam aspectos de uma época ou sociedade. São confrontados a fim de revelar mudanças ou posicionamentos. Quem trabalha com documentos deve estar atento às informações e ciente da credibilidade que ele apresenta, deve verificar os referenciais e aceitar que algumas constatações podem ser contrárias à do pesquisador, uma vez que pode conter informações rasas e imparciais. É necessário ser crítico em sua análise, uma vez que determinados objetos de pesquisas são poucos avaliados e a quase inexistência de documentos limita o acervo do pesquisador.

Embora os documentos sejam fontes limitadas, se constituem como um método investigativo e proporciona ao pesquisador traçar compreensões sobre o fenômeno investigado. Como uma fonte recorrente da história, liga fatos de diferentes épocas e permitem a produção de novos conhecimentos.

3.1 Análise Textual Discursiva (ATD)

No movimento de investigação, interpretação e descrição dos resultados faremos uso da Análise Textual Discursiva.

A Análise Textual Discursiva é uma metodologia que vem ganhando cada vez mais espaço nas pesquisas em Educação e Ciências, por meio de uma abordagem qualitativa. Embora todo movimento empregado na pesquisa seja de fundamental importância, a escolha da metodologia e a análise do material se constitui como um dos momentos mais difíceis para o pesquisador. Essa metodologia foi desenvolvida por Moraes e Galiazzi e se configura em uma metodologia que aborda aspectos semelhantes da Análise de Conteúdo e da Análise de Discurso, tipos mais comuns de metodologias. Na ATD o pesquisador deve se permitir ser livre e construir novos entendimentos. Oportuniza confrontar ideias e com as múltiplas leituras e o constante movimento de ir e vir é possível atribuir significados ao fenômeno analisado.

Há várias denominações para a ATD: Moraes e Galiazzi (2016), chamam de “técnica de análise”, Medeiros e Amorim (2017), denominam de “dispositivo analítico”. Para dar corpo a uma pesquisa, seja ela uma monografia, uma dissertação ou uma tese, o pesquisador deve estar ciente do seu papel de produzir um novo material que futuramente possa vir a ser o *corpus* da análise de alguém. Assim impregnado nesse processo hermenêutico, Moraes e Galiazzi (2006) afirma que o pesquisador deve se aprofundar em seu objeto de pesquisa, assumindo suas próprias interpretações.

A primeira atitude do pesquisador ao escolher o tema de sua pesquisa é definir o “corpus”, ou seja, escolher um conjunto de documentos que origine sua análise. São textos ou entrevistas que precisam ser escolhidos previamente ou produzidos no decorrer da pesquisa. Definido o material que será a fonte de informações para o pesquisador começa a construir sua pesquisa.

Essa forma de analisar os dados segundo Morais e Galiazzi (2016), consiste em processo dividido em fases. A unitarização que consiste em fragmentar os textos após uma análise profunda. Essa fase apresenta um momento de muita importância para a pesquisa e de atenção, pois é por meio da unitarização que surgem as unidades de análise. Assim a leitura se constitui de movimento que proporciona traçar os significados da pesquisa ao fenômeno estudado, assim o corpus se constitui em significantes que o pesquisador atribui sentidos e significados.

A segunda fase é denominada de categorização, que é construída organizando elementos semelhantes encontradas nas unidades de análises. Com a produção das categorias é possível interpretar e descrever novas compreensões. Talvez esse modo de organizar as ideias seja um dos momentos mais inseguros do pesquisador, mas tende a se tornar um processo cada vez mais familiar e refinado que condensa e dá validade ao objeto de pesquisa. A categorização aborda dos tipos de teorias utilizadas: teoria a priori e a teoria emergente. No primeiro tipo as teorias são definidas e assumidas desde o início, assim também as categorias neste caso também são denominadas a priori. No segundo modo as teorias são construídas no decorrer da pesquisa. Por último, a criação do meta-texto, que pode ser assumido como: [...] expressão por meio da linguagem das principais ideias emergentes das análises e apresentação dos argumentos construídos pelo pesquisador em sua investigação, capaz de comunicar a outros as novas compreensões atingidas” (MORAES; GALIAZZI, 2011, p.94).

Ou seja, o produto final gerado das interpretações e análises do pesquisador. Se trata de expressar suas próprias caracterizações, considerações e críticas partindo de um conjunto de informações.

A ATD se torna uma metodologia diferente porque não prende e não limita o pesquisador a seguir um único caminho, assim é possível escolher por exemplo, os métodos que serão utilizados. Embora seja trabalhosa se configura em um processo “auto-organizado” (MORAIS, 2003), que resulta em novas compreensões em que os resultados finais não podem ser previstos.

Por meio da ATD procuramos formas de estabelecer um conjunto de informações que viessem traçar considerações sobre a abordagem da Early Algebra em artigos publicados de 2012 a 2020, possibilitando novas formas de compreensão a partir do material selecionado.

4. Fundamentação Metodológica

O corpus da pesquisa em questão é constituído por um conjunto de textos que foram selecionados por meio do portal de periódicos da Capes, que se constitui em uma das mais importantes bibliotecas virtuais do país e oferece conteúdo científico selecionado no âmbito nacional e internacional. Essa busca aconteceu no dia 10 de Agosto de 2021, onde em “buscar assunto”, inserimos o termo “early algebra”. Em seguida, recorremos a um refinamento nas nossas buscas, selecionando trabalhos na modalidade artigo, entre o período 2012 até 2020 e apenas os que estivessem na língua portuguesa (Brasil). Com todas as restrições citadas, levantamos um total de 19 artigos, em 12 periódicos revisados por pares. Cuidadosamente fizemos uma seleção, de modo que ainda descartamos trabalhos em outras línguas 5 em espanhol e 2 em inglês. Também optamos por excluir 5 trabalhos que, embora estivessem em português, não abordavam a *Early álgebra* até o 6º ano. Com todos os critérios de exclusão, prevaleceu um total de 7 Artigos, os quais constituem o *corpus* de análise.

A seguir apresentamos, no quadro 1, os textos selecionados, ano e autores. Estão dispostos na ordem em que foram selecionados e foram classificados como: **T.1** para designar o texto 1, **T.2** para o texto 2 e assim sucessivamente, como forma de simplificar o enquadramento nas respectivas categorias provenientes da análise.

Quadro 1- Informações dos textos selecionados

Classificação	Título	Ano	Autores
T.1	Caracterizações do pensamento algébrico manifestadas por estudantes em uma tarefa da Early Algebra	2015	Daniele Peres Da Silva; Angela Marta Pereira Das Dores Savioli ; Marinez Meneghello Passos
T.2	O pensamento funcional e a capacidade de perceber o pensamento funcional de futuras educadoras e professoras dos anos iniciais	2019	Joana Cabral, Hélia Oliveira, Fátima Mendes
T.3	A educação algébrica e a resolução de problemas numéricos no 6º. ano do ensino fundamental: prelúdio ao pensamento algébrico	2019	Marcia Azevedo Campos, Luiz Márcio Santos Farias

T.4	Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental	2013	Ana Virgínia de Almeida Luna, Cremilzza Carla Carneiro Ferreira Souza
T.5	Invariantes Operatórios de Equilíbrio Algébrico Presentes nas Estratégias de Estudantes do 3º Ano do Ensino Fundamental	2013	Vinicius Carvalho Beck, João Alberto da Silva
T.6	O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental	2019	Adriana Jungbluth, Everaldo Silveira, Regina Célia Grandó
T.7	Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental	2019	Vanessa de Oliveira, Rosa Monteiro Paulo

Fonte: Dados da pesquisa

Diante do que foi apresentado, procuramos identificar nos artigos analisados por meio de uma leitura, ainda fluente, algumas informações como: questão investigativa, objetivos e relevância. Encerrada essa fase, partimos para uma análise mais profunda a fim de identificar e interpretar como esses artigos apresentam a *Early Algebra*, o foco para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que mudanças significativas ocorreram nos documentos oficiais.

Desta forma, dos desdobramentos das leituras e impregnação da Análise Textual Discursiva, emergiram três categorias. As categoriais foram construídas a partir de semelhanças encontradas após a definição das unidades de análise. Na primeira parte da Análise Textual Discursiva, segundo Morais e Galiuzzi (2007), deve ser realizado um movimento de desconstrução do texto, onde surgem as unidades de análise. As unidades de análise são levantadas como uma forma de agregar sentido aos elementos que retratam o fenômeno estudado. Assim, elas devem apresentar um recorte do texto original, sem perda de generalidade. As unidades de análise foram definidas por palavras e expressões utilizadas pelos autores dos artigos ao proporem os objetivos de suas pesquisas.

As unidades de análise: *Pesquisas em Educação Matemática e Documentos oficiais* permitiram construir discussões sobre as possibilidades para o ensino da Álgebra nos anos iniciais. Desta forma nos permitiu criar a primeira categoria ao qual intitulamos: Possibilidades para o ensino de Álgebra nos anos iniciais.

Já as unidades de análise: *expressões generalização, regularidade, relações, linguagem mais concisa e propriedades matemáticas* foram utilizadas pelas autoras para expressarem ideias e características relativas ao pensamento algébrico. A partir das unidades

estabelecidas criamos a segunda categoria ao qual intitulamos: Características do pensamento algébrico

As unidades de análise: *sequências, padrões, pensamento funcional e aritmética generalizada* foram utilizadas com o intuito de estabelecer ações que são pertinentes ao pensamento algébrico. Ainda que não estejam expressos por escrito em todos os artigos, intuitivamente nos direcionam para tarefas que geralmente são aplicadas no sentido da *Early Algebra*. Assim criamos a terceira categoria intitulada de: Tarefas no contexto da *Early Algebra*.

A análise dos sete artigos resultou na criação das três categorias que buscaram sintetizar as discussões do Ensino da Álgebra, a partir dos primeiros anos do Ensino Fundamental I.

Na primeira categoria - *Possibilidades para o ensino de Álgebra nos anos iniciais* - acomodamos os trabalhos que discutiram sobre a implementação de ferramentas algébricas a partir dos primeiros anos de escolaridade.

Na segunda categoria - *Características do pensamento algébrico* – alocamos o trabalho que buscou por meio de atividades, caracterizar esse tipo de pensamento e as diferentes estratégias utilizadas para solucionar problemas.

Na terceira categoria – *Tarefas no contexto da Early Algebra*- foram dispostos os trabalhos que trouxeram propostas de atividades que promovem o pensamento algébrico e podem ser encontradas nos materiais didáticos ou websites.

Como as categorias se formaram estão no quadro 2 e correspondem às respectivas unidades de análise e a distribuição dos trabalhos, sendo que as mesmas não são excludentes, ou seja, um trabalho pode estar em mais de uma categoria.

Quadro 2- Formação das categorias

Categorias	Unidades de análise	Trabalhos analisados
Possibilidades para o ensino de Álgebra nos anos iniciais	Pesquisas em Educação Matemática. Documentos oficiais	T.7- (Oliveira; Paulo, 2019) T.4- (Luna; Souza, 2013)
Características do pensamento algébrico	Generalização Regularidade Relações Linguagem mais concisa Propriedades matemáticas	T.1- (Silva; Savioli; Passos, 2015)

Tarefas no contexto da Early Algebra	Sequências Padrões Pensamento funcional Aritmética generalizada	T.2-(Cabral; Oliveira; Mendes, 2019) T.3- (Campos; Farias, 2019) T.4-(Luna; Souza, 2013) T.5-(Beck; Silva, 2013) T.6-(Jungbluth; Silveira; Grandó, 2019) T.7-(Oliveira; Paulo, 2019)
--------------------------------------	--	---

Fonte: Autoria própria

A seguir, discutimos cada uma das categorias apresentando assim nossa análise dos resultados dos artigos. Essa análise poderá ser lida nos tópicos 5, 6 e 7.

5. Possibilidades para o ensino de Álgebra nos anos iniciais

Essa categoria parte de uma interpretação feita segundo documentos apresentados no âmbito oficial, que apontam caminhos legais que orientam quanto à implementação da Álgebra, nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental e de pesquisas em Educação Matemática que se debruçaram em traçar compreensões a cerca do pensamento algébrico e da Álgebra.

Para Oliveira e Paulo (2019) a história é mais do que uma sucessão de fatos, nos possibilitando compreender o que foi feito pela humanidade, sob certas condições para a época e no caso específico da Matemática, entender que ela é uma construção coletiva de milênios que envolve diversos povos. Nessa perspectiva entendem que a Álgebra teve seu desenvolvimento direcionado às formas de lidar com os objetos matemáticos que, ao serem direcionados a outras perspectivas, permitem novas formas de compreender problemas e propor soluções.

As frequentes mudanças e modos de compreender a Álgebra, fez com que essa área ganhasse cada vez mais espaço, notoriedade no âmbito educacional e conseqüentemente nos documentos oficiais. Formas de organizar ideias, estratégias por meio do raciocínio, conteúdos que promovessem o desenvolvimento do pensamento algébrico passaram a ser abordagens discutidas nos currículos. Luna e Souza (2013) desenvolveram sua pesquisa levantando documentos no âmbito do campo de recontextualização. As autoras apoiadas em Bernstein (2003) sinalizaram que nesse processo, o texto sofre uma série de mudanças para adequar-se ao novo contexto no qual é inserido.

Quando, por exemplo, o texto sobre álgebra é deslocado por um professor para a sala de aula, a partir de propostas de documentos curriculares oficiais

ou no contexto de um curso de formação continuada, os textos que circulam na sala são sempre constituídos por processos de recontextualização. [...] Esse campo se caracteriza propiciar as transformações de textos do campo de produção para o de reprodução, sendo que o campo de produção envolve a produção de novos conhecimentos e de teorias procedentes de instituições de Ensino Superior e institutos de pesquisa, ao passo que o campo de reprodução, se refere ao local de ocorrência da prática pedagógica, como, por exemplo, a sala de aula (LUNA; SOUZA, 2013, p.3)

Assim, o campo de recontextualização é constituído pelo campo de recontextualização oficial e pelo campo de recontextualização pedagógica. No primeiro campo citado ocorrem transformações geridas por meio das Secretarias de Estados, assim as autoras analisaram os documentos impressos: o Referencial Curricular Nacional da Educação Infantil (BRASIL, 1998a), os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental do 2º ao 5º ano (BRASIL, 1997) e do 6º ao 9º ano (BRASIL, 1998) e *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* que foi elaborado pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2008) nos Estados Unidos.

No segundo campo citado, os agentes transformadores são autoridades educacionais de nível superior, por exemplo, publicações em anais de um evento científico e livros envolvendo o ensino de álgebra. Neste campo foram analisados pelas autoras os anais de um evento científico e livros que abordam a temática trabalhada.

Com base na análise elaborada pelas autoras referente ao campo de recontextualização oficial, é possível afirmar que os documentos oficiais, nos mostram que o trabalho com a Álgebra é mais do que utilizar uma linguagem simbólica. Assim, Luna e Souza (2013) afirmam que

[...] os documentos oficiais consultados induzem a uma compreensão da álgebra para além da manipulação de símbolos. Para que os estudantes possam compreender os conceitos algébricos, devem estar imersos nas análises e utilização desses conceitos, desde o início da escolaridade – nos anos iniciais. (LUNA ; SOUZA, 2013, p.10)

Por meio dos documentos analisados por essas autoras, foi possível pensar a Álgebra para os Anos Iniciais é falar de um ensino que visa um horizonte de vastos conceitos, ideias, ferramentas e posicionamentos. Desta maneira, o pensamento algébrico e a Álgebra tendem a ganhar um espaço nos currículos apontando “que cabe às práticas de ensino da matemática, a criação de oportunidades para que o aluno desenvolva o pensamento algébrico, ampliando seus conhecimentos de forma contínua, sem rupturas entre os diferentes segmentos de ensino” (LUNA; SOUZA, 2013, p.17).

Segundo o documento oficial, *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental* divulgado pelo Ministério da Educação em dezembro do ano de 2012, a alfabetização matemática é um ciclo de organização do saber que a criança carrega antes de entrar na escola, levando-a a construir um corpo de conhecimentos articulados que os tornam cada vez mais potentes para a atuação em sociedade. Esse processo é longo e habilita cada vez mais o aluno a utilizar de ferramentas para solucionar diversas situações. Esse documento também traz um entendimento da linguagem simbólica não só como característica do conhecimento matemático, mas também como elementos criadores da comunicação. No que diz respeito ao direito de aprendizagem em relação a área de Matemática, está estabelecido:

- I. Utilizar caminhos próprios na construção do conhecimento matemático, como ciência e cultura construídas pelo homem, através dos tempos, em resposta a necessidades concretas e a desafios próprios dessa construção.
- II. Reconhecer regularidades em diversas situações, de diversas naturezas, compará-las e estabelecer relações entre elas e as regularidades já conhecidas.
- III. Perceber a importância da utilização de uma linguagem simbólica universal na representação e modelagem de situações matemáticas como forma de comunicação.
- IV. Desenvolver o espírito investigativo, crítico e criativo, no contexto de situações-problema, produzindo registros próprios e buscando diferentes estratégias de solução.
- V. Fazer uso do cálculo mental, exato, aproximado e de estimativas. Utilizar as Tecnologias da Informação e Comunicação potencializando sua aplicação em diferentes situações. (BRASIL, 2012, p.67)

E ainda estabelece como papel da Matemática organizar o pensamento e desenvolver habilidades que se relacionam com o raciocínio lógico e que as relações, regularidades e coerências favorece a estruturação do pensamento e do raciocínio lógico (BRASIL, 2012, p.67). Estabelecendo como direito destinado ao ciclo de alfabetização o desenvolvimento do pensamento algébrico. Também assume que elementos relativos ao reconhecimento de padrões se constituem como parte integrante de todos os eixos da Matemática citados no mesmo documento (números e operações, pensamento algébrico e espaço e forma).

Luna e Souza (2013) também fazem ligações entre os documentos oficiais que utilizou em sua análise permitindo concluir que estes estão em consonância com o documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental*. Dessa forma, se faz necessário expressar quais são as considerações trazem essas autoras sobre esses

documentos que nos permite concluir que é possível iniciar um trabalho com a Álgebra a partir das séries iniciais:

- compreensão da álgebra para além da manipulação simbólica;
- A utilização de padrões como fio condutor ao pensamento algébrico;
- Estudo da álgebra por meio da orientação de sua introdução curricular desde os anos iniciais (pré-álgebra), e também nos três primeiros ciclos Ensino Fundamental.

6. Características do pensamento algébrico

Para a escrita do artigo “Caracterizações do pensamento algébrico manifestadas por estudantes em uma tarefa da *Early Algebra*” as autoras (SILVA; SAVIOLI; PASSOS, 2015) utilizaram tarefas retiradas do *website* Fonte: <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>. Esse website é uma plataforma que os professores podem acessar. Ele não só está voltado para *Early Algebra* como também os criadores fazem parte da corrente *Early Algebra* e conta com um grupo de colaboradores e escolas. Além de conter os planos de aulas e as atividades, apresenta sugestões para os professores aplicarem em suas aulas, também conta com explicações sobre a *Early Algebra*.

Além de todo material que citamos, encontramos algumas das perguntas mais frequentes sobre esse tema com as respostas e explicações dos participantes, podendo ajudar a sanar algumas das dúvidas mais frequentes sobre o *website* e também sobre a *Early Algebra*.

Mediante as discussões apresentadas pelas autoras da pesquisa, Silva; Savioli e Passos (2015, p. 15) ao analisarem os registros dos estudantes com o intuito de interpreta-los, consideram que o pensamento algébrico:

- Pode manifestar-se em qualquer nível escolar, uma vez que não tem como pré-requisito que o estudante apresente uma linguagem simbólica algébrica;
- Enfim, este pensamento envolve: estabelecimento de relações; utilização de diferentes notações para uma mesma situação-problema; estabelecimento de regularidades; algum processo de generalização; compreensão de propriedades matemáticas importantes como, por exemplo, a comutatividade na adição, agrupamento, classificação, ordenação etc...

O primeiro ponto é validado na pesquisa das autoras no momento que elas trazem uma proposta de atividade que visa caracterizar o pensamento algébrico com crianças do 5º

ano. Para que o segundo ponto apareça é necessário que características do pensamento algébrico sejam identificadas no desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos.

Os objetivos da pesquisa de Silva, Savioli e Passos (2015) era identificar e analisar as características do pensamento algébrico, por meio dos registros escritos de uma tarefa desenvolvida para uma turma de 5º ano do Ensino Fundamental. A tarefa utilizada pelos professores foi retirada do *website*. Ela é a sexta atividade de uma série de oito e pode ser acessada em: <http://ase.tufts.edu/education/earlyalgebra/default.asp>.

Figura 1- Agora você cria a regra

Tarefa 6

Nome: _____ data: _____

Agora você cria a regra...

Entrada	Saída		
	1ª regra	2ª regra	3ª regra
100			
101			
10			
	14		
		14	
			14
15			
6			
n			

Qual é a primeira regra? _____

Qual é a segunda regra? _____

Qual é a terceira regra? _____

Tarefa 6

Fonte: Silva, Savioli e Passos (2015, p.114)

As autoras optaram por não fazer qualquer levantamento sobre que tipo de tarefa estavam lidando e direcionaram os alunos a solucionarem individualmente todas as tarefas. Todos os alunos registraram cálculos e considerações, ainda que parcialmente, sobre a atividade, e após uma análise desses registros identificaram algumas percepções:

- Completar o quadro parcialmente ou totalmente;

- Criar as regras referentes ao valor de entrada ou referente a coluna anterior descrevendo ou não as regras;
- Para a coluna que tem o “n” atribui uma linguagem simbólica demonstrando generalização ou para “n” atribuem valores numéricos não demonstrando generalização.

Segundo Silva, Savioli e Passos (2015) poucos alunos desenvolveram uma regra para o valor da regra chamada “n”, demonstrando que a maioria não foi capaz de estabelecer um processo de generalização. As autoras deixam claro que apenas 3 estudantes “assinalam características de pensamento algébrico, pois para o valor de entrada ‘n’ expressam um processo de generalização” (SILVA, SAVIOLI ; PASSOS, 2015, p.120).

Figura 2- Resolução do aluno E.25

Entrada	Saída		
	1ª regra	2ª regra	3ª regra
100	+5/100	X2/210	-3/207
101	+5/106	X2/206	-3/203
10	+5/15	X2/30	-3/27
1	+14/5	X2/30	-3/27
2	+5/7	X14/28	-3/25
4	+5/9	X2/25	-14/31
15	+5/20	X2/40	-3/37
6	+5/11	X2/22	-3/20
n	+5/n	X2/n	-3/n

Qual é a primeira regra?
Divisão 5

Qual é a segunda regra?
Multiplicação 2

Qual é a terceira regra?
Subtração 3

Fonte: Silva; Savioli e Passos (2015, p.121)

Como forma de organizar os registros dos estudantes, as autoras elaboraram um quadro, identificando as características que elas identificaram nas resoluções dos estudantes e quais manifestaram tais características. Assim, as características referentes ao pensamento algébrico pontuadas por Silva; Savioli e Passos (2015) foram:

- Estabelece relações/comparações entre as informações descritas na tarefa e percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas da situação-problema;
- Desenvolve uma linguagem mais concisa ao expressar-se matematicamente;
- Demonstra algum tipo de processo de generalização;

- Percebe e tenta expressar regularidades ou invariâncias.

Alguns alunos desenvolveram todas as características citadas acima, ainda que de forma parcial. Assim as características pontuadas, levaram as autoras a constatarem que os estudantes são capazes de lidar com conceitos que promovam o pensamento algébrico já nas primeiras séries do Ensino Fundamental.

Carraher e Schiliemann (2007) relatam que para compreender profundamente a atividade aritmética é necessário utilizar generalizações matemáticas próprias do campo algébrico e que a resolução de problemas se dá de maneira não tão formalizada.

7. Tarefas no contexto da Early Álgebra

Nessa categoria chamamos a atenção para algumas propostas de atividades que são direcionadas para o ensino de aprendizagem de Álgebra nos Anos Iniciais. Algumas delas são direcionadas para determinada turma ou são realizadas com um determinado público, por exemplo, futuras professoras. Outras são apresentadas e os autores discutem pontos que podem ser levantados no contexto da *Early Algebra*.

Atividades em termos da *Early Algebra* se constituem de um importante meio para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. Estas devem ser preparadas como forma de implementar ideias relativas à Álgebra e levar os alunos a estabelecer generalizações ainda que cada uma se expresse por diferentes linguagens e formas.

Apresentaremos algumas das atividades que foram indicadas nos trabalhos analisados, focando na aritmética generalizada e no pensamento funcional, vertentes que abordam, padrões em sequências, regularidades, sentido numérico.

Nessa perspectiva, Jungbluth, Silveira e Granado (2019) buscam descrever e compreender o uso de padrões em sequências repetitivas e recursivas, levando o aluno a construir a ideia de generalização como forma de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico nos anos iniciais, trabalhando com sequências recursivas e repetitivas. Visto que, as sequências representam uma lista de elementos, que podem ou não obedecer a uma ordem.

A BNCC (2017) retrata a importância da Álgebra com a unidade temática de números e operações quanto ao trabalho com as sequências (recursivas e repetitivas). Dessa forma Jungbluth, Silveira e Granado (2019) salientam que geralmente as atividades que

envolvem a observação e a generalização de padrões em sequências, solicitam que o aluno descubra o padrão da sequência para continuá-la; que indique termos ausentes da sequência, de tal forma que possam começar pela posição mais próxima da última figura da sequência (generalização próxima) e ir se distanciando; ou que procure um termo numa posição qualquer, distante dentro da sequência. Assim é possível descrever uma lei de formação (generalização distante) para uma sequência qualquer, estabelecer uma ordem. Em caso de sequências numéricas, por exemplo, é possível classificá-las pela quantidade de termos (finita ou infinita) e pelo comportamento, dizendo se ela é decrescente, crescente, oscilante ou constante.

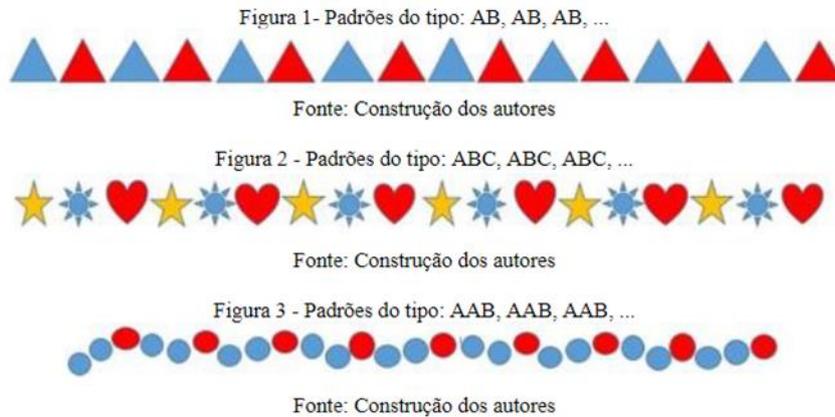
Após a identificação de padrões em sequência o aluno pode descrever esse padrão com o uso de palavras, desenhos ou símbolos e descrever os elementos de uma sequência numérica com números naturais, com objetos ou com figuras (BRASIL,2017).

Observamos que algumas características do pensamento algébrico se aplicam ao estudo e desenvolvimento de sequências: conjecturar (BLANTON; KAPUT, 2011), “perceber estruturas, estudar a mudança, generalizar, resolver problemas, modelar, justificar e prever” (KIERAN, 2014).

Acreditamos que através resolução de problemas, onde a procura de padrões seja uma estratégia fundamental, os estudantes possam experienciar a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento de novos conceitos, e os professores possam encontrar contextos interessantes para desenvolver o poder matemático dos alunos (Vale et al, 2011). Por meio de sequências, sejam elas definidas por símbolos, números, desenhos ou letras, é possível indicar se existe uma regularidade. Entendendo, assim que a regularidade é um padrão que se repete.

O estudo de sequências se revela tão importante para a educação básica que estão presentes nos quatro primeiros anos do Ensino Fundamental I. Logo, nas primeiras séries o estudo com padrões de repetição se torna viável por não exigir cálculos extensos. Segundo Vale et.al (2011). Um padrão de repetição é definido como: “um padrão no qual há um motivo identificável que se repete de forma cíclica indefinidamente”. Como é mostrado a seguir:

Figura 3- Padrões 1



Fonte: Jungbluth, Silveira e Granado (2019, p.104)

Chamamos a atenção para o que Luna e Souza (2013) comentam quando se referem ao trabalho com a análise de números particulares até os números generalizáveis, podendo ser desenvolvido por meio da investigação de regularidades para a identificação de padrões, não só por meio de números, mas envolvendo imagens. Assim o trabalho é semelhante com o que é apresentado por Jungbluth, Silveira e Granado (2019).

Figura 4 – Padrões pictóricos

<p>A) Observe a sequência:</p> <p>Qual Das alternativas a seguir, dá continuidade a sequência?</p>	<p>B) O que vem depois?</p>	<p>C) Observe a sequência:</p> <p>Como podemos representar essa sequência utilizando letras?</p> <p>ABB</p> <p>ABA</p> <p>AAB</p>
--	-----------------------------	---

Fonte: Luna e Souza (2013, p.830)

Podemos dizer que uma sequência é recursiva quando determinado termo é encontrado por meio dos antecessores. Atividades com esse tipo de sequência podem ser produzidas com material manipulável, como forma de chamar a atenção dos alunos e leva-los a descobrir termos próximos. Mesmo quando não são manipuláveis, os padrões figurativos são facilmente identificados, por chamar atenção pela forma ou cor. A seguir as autoras

apresentam dois exemplos figurativos de seqüências recursivas, ambas do 2º ano e que foram retiradas de livros didáticos. A primeira é uma seqüência numérica e a segunda é uma seqüência pictórica.

Figura 5- Seqüência numérica

Descubra o padrão de cada seqüência e complete-a.

a) 33 30 27

b) 75 65 45

c) 20 44 56

Fonte: Jungblut, Siveira e Grandó (2019, p.109)

Figura 6 - Seqüência Pictórica

OBSERVE A SEQUÊNCIA DE IMAGENS E OS TRACINHOS.



TRACINHOS. TRACINHOS. TRACINHOS. TRACINHOS.

A) DESCUBRA UMA REGULARIDADE PARA A SEQUÊNCIA, DESENHE A 4ª IMAGEM E CONFIRA COM OS COLEGAS.

B) ESCREVA O NÚMERO DE TRACINHOS DESENHADOS EM CADA IMAGEM.

Fonte: Jungblut, Siveira e Grandó (2019, p.109)

Ao trabalhar com seqüências numéricas o professor estará fazendo ligação entre dois eixos temáticos, podendo assim, relacionar vários conteúdos. Os alunos também começarão a ter noções que futuramente podem ajuda-los nas progressões aritméticas e geométricas. No que diz respeito à seqüências pictóricas, o aspecto visual possibilita uma compreensão mais instantânea sobre as generalizações, que pode facilitar ou dificultar a exploração da seqüência.

As tarefas propostas por Cabral, Oliveira e Mendes (2019), são seqüências matemáticas, mas com foco no pensamento funcional. As autoras fazem um trabalho voltado

para futuras professoras de Matemática, visto que na maior parte das vezes temos educadores que não tiveram oportunidade de lidar com o pensamento algébrico. No primeiro momento é discutido quais as características do pensamento funcional são desenvolvidas pelas futuras professoras e em outro momento, visa discutir a capacidade que elas têm de perceber (notcing) o pensamento funcional dos alunos. O pensamento funcional está relacionado a ideia de função.

Segundo Canavarro (2007, p. 90): o aspecto sintático da álgebra surge aqui para descrever regularidades por meio de símbolos ou para alterar a forma das expressões que traduzem regularidades, para comparar diferentes expressões relativas à mesma regularidade ou para determinar valores particulares de uma função motivada, por exemplo, pela necessidade de previsão.

O pensamento funcional se faz presente sempre que o aluno tenta expressar variações de quantidades ou tentam descrever determinada situação problema identificando alguns elementos (incógnita, variável dependente, variável independente, etc.). Propiciar o desenvolvimento do pensamento funcional desde os anos iniciais é um movimento que tende a ser ampliado tanto no quesito linguagem, quanto no entendimento de funções.

Alguns autores (BLANTON; KAPUT, 2005; CANAVARRO, 2007), chamam bastante atenção para o trabalho envolvendo o uso de padrões como forma de desenvolver o pensamento funcional. Assim, por meio de sequências pictóricas foram apresentadas duas atividades apresentadas a seguir:

Figura 7- Tarefa 1

ANEXO 1 - Tarefa de diagnóstico

Considere a seguinte sequência de figuras.

1. Desenhe a figura seguinte e indique o número de pentágonos que a constituem.
2. Determine o número de pentágonos da figura 10. Mostre como pensou.
3. Quantos pentágonos terá a figura 42? Explique como pensou.
4. Existe alguma figura com 396 pentágonos? Justifique a sua resposta.
5. Descreva uma regra que permita saber o número de pentágonos necessários para construir uma qualquer figura.
6. Escreva o termo geral da sequência de pentágonos. Justifique a sua resposta.



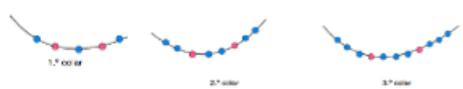
Tarefa adaptada de SANTOS, M. *Generalização de padrões: um estudo no 5.º ano de escolaridade*. 2008. Tese (Mestrado em Educação) - Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

Fonte: Cabral; Oliveira e Mendes (2019,p.74)

Figura 8 – Tarefa 2

ANEXO 2 - Os colares II

Parte 1 - A Beatriz decidiu construir novos colares, desta vez com um padrão diferente mas mantendo as cores, como mostra a figura.



1. Seguindo o mesmo padrão, quantas contas terá o quarto colar construído pela Beatriz? Explique como pensou.
2. Quantas contas terá o colar número 12? Mostre como pensou.
3. Encontre uma regra que lhe permita dizer qual o número total de contas em qualquer colar deste tipo.

Tarefa adaptada de MESTRE, C. *O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: Uma experiência de ensino*. 2014. 357 f. Tese (Doutoramento em Educação, Didática da Matemática) - Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.

Fonte: Cabral, Oliveira e Mendes (2019, p.74)

As autoras destacam que ao pensamento funcional está relacionado a exploração de relações e as generalizações, enquanto a capacidade de perceber está em: descrever e interpretar.

Por meio das duas dimensões citadas acima (pensamento funcional e capacidade de perceber), é possível estabelecer quais características seriam esperadas que fossem apresentadas pelas futuras educadoras.

Ao pensamento funcional no quesito de explorar relações: Identificar a estrutura da sequência, visando a relação entre as variáveis, identificando se elas estavam na forma *recursiva*: relação entre termos consecutivos, analisando apenas a variável dependente. *Covariação*: perceber que as duas quantidades envolvidas variam simultaneamente, assim também, deve-se quantificar essa variação. *Correspondência*: identificar uma regra explícita para cada valor da variável independente, um único valor da variável dependente. Quanto ao quesito generalização:

Identificar fatores comuns e estabelecer uma regra que pudesse ser aplicada na identificação de qualquer termo da sequência. Além, da forma de expressão, em linguagem natural (retórica), sincopada ou simbólica.

Quanto a capacidade de perceber, a dimensão *descrever* está ligada a identificação de aspectos matemáticos estabelecidos pelos alunos ao recontar e basicamente as correções ou incorreções dos alunos. Enquanto *interpretar* implica raciocinar a partir do que foi reconhecido e do que descreveram, além de perceberem os motivos que levaram os alunos a acertarem ou não.

De uma forma geral, as futuras educadoras apresentaram as características referentes ao pensamento funcional, ainda que de forma incompleta. Assim estabeleceram as relações entre as variáveis, identificaram a estrutura da sequência, o que foi facilitado devido ao

aspecto visual das sequências pictóricas e fizeram cálculos para identificar outros termos, embora no quesito de generalizar os resultados nem sempre foram satisfatórios.

No que se refere a capacidade de perceber o pensamento funcional dos estudantes, as formandas, quanto a dimensão *interpretativa*, identificaram aspectos relacionados à coerência ou incoerência dos estudantes, e assim também *buscaram descrever* as regras apresentadas pelos estudantes. Algumas das futuras educadoras foram capazes de perceber alterações entre o que foi registrado e o que expresso verbalmente, embora nem sempre se mostraram capazes de identificar os motivos que levaram os alunos a darem tal resposta. Isso mostra que embora as futuras educadoras e professoras sejam capazes de identificar e descrever as características do pensamento funcional dos estudantes, há diferentes níveis de percepção, algumas mostram ter um entendimento mais apurado das resoluções, uma vez que interpretar se configure em uma atividade mais difícil do que a de descrever.

Assim preparar os futuros professores e professoras quanto a exploração de atividades que se voltam para o pensamento funcional e principalmente ao pensamento algébrico, permitem com que estes percebam com mais clareza quais as características que seus alunos estão apresentando, bem como as dificuldades. São as experiências que com o profissional tenha cada vez mais clareza da importância de trabalhar com a *Early Algebra*.

Percebemos que o processo de formação profissional se dá de forma contínua, em todos os segmentos. Ainda que tenha sido uma experiência nova para algumas das formandas, percebemos que elas expressam ainda que de forma incompleta ou parcialmente correta, elementos referentes ao pensamento funcional, uma vertente direcionada ao pensamento algébrico e ligado ao ensino de funções. Podemos notar o quanto é enfatizado o termo “relacionar” e quanto está presente no trabalho, identificando a ideia mais presente na definição de funções.

Dessa forma, Blanton e Kaput (2011, p. 15) afirmam que o pensamento funcional infantil “pode ajudar as crianças a desenvolver ferramentas de representação e linguística críticas para analisar, descrever e simbolizar padrões e relações” Esses elementos são determinantes para o desenvolvimento matemático do aluno, que acaba por ser estendido à vários conteúdos.

Sentido numérico

Uma das atividades apresentadas por Oliveira e Paulo (2019), está relacionada ao sentido numérico, um aspecto muito presente na aritmética generalizada e que aborda as

propriedades das operações e as regularidades presentes nas sequências. A primeira atividade tem como objetivo explorar e generalizar a propriedade distributiva em relação à multiplicação.

Figura 9 – E se adicionares duas linhas da tabuada?

E se adicionares duas linhas da tabuada?

1 x 3 = 3
2 x 3 = 6
3 x 3 = 9
4 x 3 = 12
5 x 3 = 15
6 x 3 = 18
7 x 3 = 21
8 x 3 = 24
9 x 3 = 27
10 x 3 = 30

Já conheces muitas tabuadas. Talvez as saibas todas de cor... Mas talvez não tenhas reparado que há muitas coisas que podemos descobrir nas tabuadas...

Fonte: Oliveira e Paulo (92019, p.86)

Assim todo processo que deve ser realizado pelos alunos e explicado pelos professores:

Para iniciar a exploração a professora toma duas linhas da tabela (tabuada do 3): a segunda ($2 \times 3 = 6$) e a quinta linha ($5 \times 3 = 15$). Solicita que os alunos somem o primeiro fator de cada uma das multiplicações, isto é, somem $2 + 5$, obtendo 7. Ela recomenda que também somem os produtos de 2×3 e 5×3 . Eles obtêm 21. No diálogo, os alunos identificam que as somas expressam dados da sétima linha da tabuada, isto é, $7 \times 3 = 21$. Nesse momento a professora questiona se há possibilidade de estabelecer a mesma relação com outras linhas dessa tabuada. (OLIVEIRA, PAULO, 2019, p. 86)

Questionados se esse processo pode ser efetuado para as demais linhas da tabuada do 3 e para outras tabuadas, os alunos realizaram diferentes tentativas. Isso permitiu que os alunos entendessem processos como a propriedade da comutatividade da multiplicação em relação à adição. Seria possível aplicar o processo à outras tabuadas? Outro questionamento também pode ser levantado: o que justificaria o uso de parênteses, já que esses elementos não são abordados nos anos iniciais. Como estratégias de aprendizagem do sentido numérico, Lins e Gimenez (1997, p.75) consideram importantes as seguintes:

- Uso de números em contextos;
- Importância da visualização numérica;
- Uso de técnicas de agrupamentos e decomposições;

- Compreensão do significado de operações;
- Diversidade de representações;
- Tratamento da ordem;
- Comunicação coletiva de estratégias;
- Controle e reflexão sobre eficiência e aplicabilidade.

Dessa forma, todo processo envolvido nas ramificações que constituem o sentido numérico, leva às soluções contextualizadas onde os alunos experimentam várias tentativas e traçam diferentes estratégias para se chegar ao resultado, podendo ainda utilizar de números particulares para se chegar aos números generalizáveis, tal processo se torna válido aos alunos uma vez que a aritmética e a álgebra são concebidas concomitantemente. Assim, segundo Canavaro (2007, p.89) os alunos analisam as expressões não em torno do valor numérico, mas em termos de sua forma. Além disso, há várias situações que foram observadas, como por exemplo, composição e decomposição de números, mostrando que o aluno conhece o sistema decimal.

Resolução de problemas

Campos e Farias (2019) trouxeram uma sequência didática que se baseia na resolução de problemas numéricos, considerando que a resolução de problemas desde os anos iniciais se apresenta como motivador da aprendizagem matemática, sendo possível explorar as relações numéricas e propriedades das operações, identificando assim processos de regularidades, generalização por meio da linguagem natural que permitisse a passagem para a linguagem algébrica. Vale aqui apresentamos a atividade proposta pela sequência didática. Dentro da sequência as atividades se constituíram no terceiro momento da seção de experimentação.

Figura 10- Sequência didática

Nome: _____ Ano/Turma: _____

ATIVIDADES DE MATEMÁTICA

1) Os números da tabela abaixo obedecem a uma sequência. Descubra os números que estão faltando nos quadradinhos em branco:

a)

9	15	21			39	
---	----	----	--	--	----	--

b) Qual o décimo número dessa sequência?

2) Resolva os problemas:

a) Gabriel, Rodrigo e Henrique têm juntos 36 revistas em quadradinhos. Rodrigo tem o dobro de revistas de Gabriel e Henrique tem 12 revistas a mais que Gabriel. Quantas revistas têm cada um?

b) Clara, Guilherme e Antônio vão repartir 27 bombons de modo que Guilherme receba o dobro de bombons de Clara e Antônio receba três vezes mais bombons que Clara. Quantos bombons receberá cada uma das crianças?

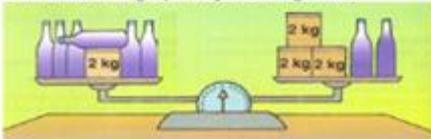
3) Um estacionamento cobra R\$ 3,00 pela primeira hora. A partir da segunda hora, o valor é de R\$ 2,00 por hora adicional.

a) Preencha a tabela abaixo com os valores para cada tempo de permanência:

Tempo (Horas)	1	2	3	7
Preço (R\$)	3,00			

b) Quanto pagará o proprietário de um carro que esteve estacionado durante 7 horas?

4) A balança ilustrada abaixo está com os pratos em equilíbrio. Todas as garrafas têm o mesmo peso e cada lata tem 2kg. Quanto pesa cada garrafa?



Fonte: Campos e Farias (2019, p.152)

A priori, foram estabelecidas algumas estratégias para esses autores abordam que os estudantes poderiam fazer uso para solucionar os problemas:

- E1: A utilização de estimativa ou cálculo mental, através da tentativa e erro.
- E2: A busca da solução utilizando cálculos explícitos, através de tentativa e erro.
- E3: O estabelecimento de relações entre os dados do problema para a busca da solução.
- E4: A utilização do aspecto de observação de regularidades.
- E5: Uso de ostensivos para representar o problema.

O uso de ostensivos refere-se ao uso de elementos visuais (quadrinhos, riscos, etc.) utilizados para aquisição de não-ostensivos, que vem a ser a construção de uma ideia ou conceito. Os autores acreditam que atividades voltadas à resolução de problemas criar oportunidades de várias estratégias de resolução e pluralidade no uso de ostensivos.

A questão 1, apresenta uma sequência do tipo recursiva e traz a tabela como ostensivo. Os autores observaram que uma atividade com um número satisfatório de acertos, uma vez que o raciocínio sequencial já havia sido trabalhado em séries anteriores. Embora

alguns alunos precisassem de outros ostensivos para determinar o valor desconhecido houve um processo de generalização.

A questão 2 teve um baixo número de acerto, uma vez que os próprios autores a classificaram como problemas que exigiam um raciocínio sofisticado. Embora houvesse estabelecimento de algumas relações, estas não foram suficientes para que os alunos resolvessem corretamente o problema, uma vez que não foram excluídos os indicativos do pensamento algébrico. Os autores ainda revelaram que alguns alunos apresentaram dificuldades com os cálculos, uma vez que o *ostensivo* vezes (o sinal que representa a multiplicação), não foi suficiente para evocar a operação.

A questão 3, sob uma nova perspectiva se volta para vertente do pensamento funcional, pois apresenta uma relação de dependência. Dessa forma, as autoras chamam a atenção para o fato dos livros didáticos direcionados ao 6º ano trazerem uma demanda muito grande de problemas aritméticos e assim deixarem de lado a exploração de atividades que abordem a relação funcional.

Algumas resoluções se apresentam no campo da aritmética e os alunos se apoiaram as relações de proporcionalidade para estabelecer relações. Os autores identificaram que o item a teve uma um índice de acertos em torno de 50% , uma vez caracterizaram como um problema simples, em interpretação e solução. Enquanto o item b, da questão 3, se torna um problema que exige um raciocínio mais sofisticado e exige um certo nível de generalização. Assim os autores afirmam que problemas que envolvem o pensamento funcional simples favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico, por meio das estruturas aditivas e ideia de proporcionalidade que traduz uma relação de dependência.

A questão 4, traz o termo *ostensivo* da balança para evocar o *não-ostensivo* equilíbrio algébrico, que se faz presente ao tratar a igualdade como uma equivalência. Os autores perceberam que alguns alunos identificam elementos que se fazem presente em uma equação, construindo algumas relações de igualdade e equivalência, traçando até mesmo estratégias do cálculo mental.

Segundo o documento *Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental* “a resolução de situação-problema surge como núcleo para o desenvolvimento do conhecimento matemático na escola e não apenas em torno da resolução de problemas” (BRASIL, 2012, p. 63).

Consideramos que tais situações promovem um discurso de argumentação das próprias estratégias utilizadas pelos alunos como um dos modos de produção de significado para atividades algébricas, que promovem o conhecimento.

Seguindo uma proposta parecida à última atividade apresentada na sequência que foi sugerida, Beck e Silva (2019) trazem uma atividade voltada para o equilíbrio algébrico. Uma vez que um dos principais focos da álgebra é o estudo de equações. Segundo esses mesmos autores na Educação Básica, o conceito de equação é, em geral, o primeiro a ser ensinado, geralmente nos demais países isso ocorre quando a criança possui entre dez e doze anos de idade, uma vez que equilíbrio algébrico é um assunto tratado em pesquisas internacionais.

Difícilmente são apresentadas discussões que traziam o estudo mais profundo sobre o estudo da igualdade, uma vez que na maioria dos casos, ela é considerada como um elemento que indica um resultado.

Beck e Souza (2019, p.3) apresentam uma atividade voltada para o “equilíbrio algébrico”, que segundo eles é um protótipo do conceito formal de equação. Acreditamos que esse termo induz não só os alunos, mas também os professores a pensar o sinal de igualdade não só como um elemento que induz um resultado. Esses autores afirmam ainda “o que caracteriza esta noção de equilíbrio é o fato de haver um valor desconhecido que torna verdadeira uma igualdade entre duas quantidades. Escolhemos este aspecto para ser analisado com mais profundidade na presente pesquisa”. Os autores optaram por trabalhar a partir de ideias que são traçadas pelos estudantes em relação a função que a igualdade apresenta em uma expressão (pensamento relacional) abordado como esquemas mentais que são utilizados nas resoluções de expressões que apresentam o sinal de igualdade.

Atividade (Problema da Balança): Quatro potes de plástico, preenchidos com bolinhas de argila não visíveis para o participante, são distribuídos igualmente em duas balanças eletrônicas. Pede-se para o participante equilibrar os pesos, de modo que a soma dos dois pesos de uma das balanças seja equivalente à soma dos pesos da outra. Três dos potes contêm uma etiqueta com a quantidade de bolinhas de argila que estão em seu interior, e um deles apresenta apenas um ponto de interrogação no rótulo. Pergunta-se ao participante quantas bolinhas estão contidas no pote com ponto de interrogação. A situação é apresentada a seguir:

Figura 11 – O problema da balança



Fonte: Beck e Silva (2019, p. 7)

Dentro das possibilidades de respostas dadas pelos alunos Beck e Silva (2019) identificaram as que foram aleatórias, ou seja, os que não apresentam um método específico de resolução como podemos observar no diálogo abaixo:

[11] _Quantos tem nesta caixinha aqui? _Três. _Como tu sabe que é três? _Não sei explicar. _Tu fez alguma conta? _Não (Entrevista com aluno 11, 2018).

Outros alunos procuravam determinar a quantidade de bolas pelo peso das caixas, não consideram nenhuma operação aritmética, onde é possível notar que basicamente os estudantes manifestavam uma resposta baseados no peso da caixa e no movimento que as bolas realizavam: [2] _Quantas bolinhas tu acha que tem nessa caixa aqui? _(pega a caixa com ponto de interrogação e sacode perto do próprio ouvido) *Duas, não, três.* _Duas ou três? Só vale uma. _Duas (Entrevista com aluno 2, 2018).

Alguns alunos utilizavam uma regra para determinar uma ordem para sequência, onde os números não poderiam ser repetidos ou pulados. Notamos tal procedimento nas falas do aluno 23: [23] _Quantas tu acha que tem aqui? _Eu acho que tem quatro, eu não sei. _Como é que tu sabe que tem quatro? _Se esse é um, esse dois, e esse é três, então esse só pode ser quatro. _Como é que tu sabe? _Ah, pela ordem, não sei. _E não poderia ser cinco? Por que não poderia ser cinco? _Porque aí eu acho que não estaria na ordem (Entrevista com aluno 23, 2018).

Por último, os autores identificaram estratégias de cálculo mental de alguns alunos que tentaram estabelecer uma relação entre os pesos das caixas e buscavam pelo valor desconhecido. Beck e Silva (2019) consideraram que “este tipo de procedimento se mostrou

bastante sofisticado, tendo em vista que envolve várias habilidades aritméticas e a percepção de valor desconhecido”.

[1] _Quantas bolinhas tu acha que tem aqui nesta caixa com ponto de interrogação? _*Acho que tem duas. _Como é que tu sabe que tem duas? _Eu também não sei, mas eu acho que tem, mas eu não consigo explicar. _Mas tu pode tentar só me dizer como é que tu pensou? _Eu acho que tem duas porque já que aqui deu quase a quantidade daqui* (apontando para as caixas contendo os rótulos “1” e “5”, e logo em seguida, para as caixas com rótulos “4” e “?”), *eu acho que tem um pouco ... um pouco menos que tem dessa* (apontando para a caixa com rótulo “4”), *para dar a mesma coisa dali* (Entrevista com aluno 1, 2018).

Atividades com a noção de equilíbrio algébrico são importantes de serem trabalhadas nos Anos Iniciais, uma vez que os alunos tendem a focar no processo do equilíbrio, ainda que se utilize procedimentos direcionados a operações aritméticas, torna-se presente a ideia de equação.

8. Considerações finais

Buscamos neste trabalho traçar algumas considerações acerca da *Early Algebra*. Uma corrente que foi formada por um grupo de pessoas nos Estados Unidos, que manifestaram interesse em solucionar eventuais problemas apresentados por estudantes em avaliações no quesito algébrico. Desta forma o trabalho teve como objetivo levantar formas de implementar a educação algébrica nos anos iniciais a partir de resultados de pesquisas.

A *Early Algebra* se propagou pelos outros países trazendo resultados satisfatórios quanto a abordagem de conceitos algébricos nas séries iniciais, mostrando que esses alunos têm capacidade de desenvolver aspectos fundamentais para a realização de atividades algébricas, sem impor a utilização de variáveis, incógnitas e símbolos, fatores que caracterizam a Álgebra e que fizeram dela um campo a ser implementado nos anos finais do Ensino Fundamental.

Uma vez que o ensino da Matemática tem sido frequentemente modelado de forma a torná-la mais atrativa e assimilável faz parecer-nos improvável pensar na atividade algébrica para além de uma linguagem simbólica e tão pouco torná-la aplicável ao cotidiano dos alunos. Assim, a leitura e análise dos artigos selecionados, nos leva a repensar o modo como a álgebra vem sendo apresentada, segundo aspectos históricos e culturais. Entendemos que há uma ruptura considerável entre a importância da álgebra e seu ensino. Embora essa seja uma

temática ainda recente no cenário brasileiro, hoje o número de pesquisas que tratam da importância de apresentar elementos referentes à Álgebra, para crianças dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental, vem sendo satisfatórios para a Educação Matemática, acrescentando mudanças no cenário educacional e se estabelecendo como um importante eixo temático.

Em relação a atividade algébrica observa-se que ocorreram importantes mudanças nos últimos anos. Entre elas, podemos destacar duas que nortearam o desenvolvimento dessa pesquisa. A primeira, é que esta não deve ocorrer de uma forma isolada, como é comumente apresentada nos livros didáticos, propiciando assim soluções tecnicistas e mecânica. A atividade algébrica deve ser abordada de forma concomitante com a aritmética e a geometria, pois como vimos, ao tratar a Álgebra a partir de elementos aritméticos, a aprendizagem se dá de forma mais significativa, visando amenizar futuras dificuldades. A segunda, é a importância de se trabalhar o pensamento algébrico, que se manifesta a partir de situações comuns e se desenvolve a medida que os alunos são submetidos a situações diversificadas, consolidando-se, por exemplo, ao perceber padrões em sequências, estabelecer generalizações por meio de um conjunto particular de exemplos Blanton e Kaput (2005) e ser capaz expressar-se por meio de uma linguagem mais concisa, que naturalmente levará o aluno a apropriar-se da linguagem simbólica.

As pesquisas feitas no campo da Early Algebra nos mostram que os documentos legais buscam dar respaldo para que seja possível implementar uma educação algébrica nos anos Iniciais do Ensino fundamental. Assim, os professores além de conhecerem os elementos que caracterizam a Early Algebra, podem buscar formas de interpretá-los. Os documentos legais nos revelam a importância de entender o pensamento algébrico e determinar as características que este apresenta, como forma de saber quais as características que os alunos estão desenvolvendo, fazendo com que seja possível que crianças a partir das séries iniciais tenham contato com elementos algébricos de forma com que esses elementos que são identificados por meio de atividades no contexto da Early Algebra venha tornar possível implementar a Educação algébrica nas séries iniciais, mostrando que não há motivos para se tornar tardio o ensino da Álgebra

Entendemos que trabalhar na perspectiva da *Early Algebra*, embora seja um exercício fundamental, é uma atividade que exige preparo contínuo do professor. Uma vez que inspirada nas pesquisas que comprovam a eficiência de trabalhar o pensamento algébrico com crianças, fez da Álgebra uma importante área a ser desenvolvida nos Anos Iniciais, não havendo motivos para tratá-la de forma tardia.

9. Referências

ABREU, M. das G. S., Megid, M. A. B. A., e Almeida, A. R. de. **PENSAMENTO ALGÉBRICO: UMA DISCUSSÃO COM FUTURAS PROFESSORAS**. *Revista De Educação Da Universidade Federal Do Vale Do São Francisco*, 8(16), 16, 2018

ANDRÉ, M. E. D. A. Texto, contexto e significado: algumas questões na análise de dados qualitativos. **Cadernos de Pesquisa**, (45): 66-71, (1983).

ARAÚJO, A. E. **Ensino de álgebra e formação de professores**. *Educ. Mat. Pesqui.*, São Paulo, v. 10, n. 2, pp. 331-346, 2008

BECK, C. V.; SILVA, A. J. **Invariantes Operatórios de Equilíbrio Algébrico Presentes nas Estratégias de Estudantes do 3º Ano do Ensino Fundamental**. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 33, n. 65, 1424-1443, dez. 2019.

BLANTON, M., E KAPUT, J. **Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades**. In J. Cai, & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization. A global dialogue from multiple perspectives* p. 5-23, 2011.

BLANTON, M. L. **Algebra and the Elementary Classroom: Transforming Thinking Transforming Practice**. Portsmouth, NH: Heinemann, 2008.

BLANTON, M. L.; KAPUT, J. **Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning**. In: *Journal for Research in Mathematics Education*. v. 36, n. 5. 2005

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 1ª ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo-SP: Edgar Blücher, 1974.

BRASIL. (2017). **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. _____. Secretaria de Educação Fundamental. **Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º,2ºe3ºanos) do Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 2012.

CABRAL, J.; OLIVEIRA, H.; MENDES. F. **O pensamento funcional e a capacidade de perceber o pensamento funcional de futuras educadoras e professoras dos anos iniciais**. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.21, n.3, pp.50-74, 2019.

CAMPOS. A. M.; FARIAS. S. M. L. **A educação algébrica e a resolução de problemas numéricos no 6º. ano do ensino fundamental: prelúdio ao pensamento algébrico**. *Educ. Matm. Pesq.*, v.21, n.3, pp. 143-166, 2019.

- CANAVARRO, A. P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos.** Quadrante, Lisboa, v. 16, n. 2, p. 81-118, 2007.
- CANAVARRO, A. P. **O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos.** In: Quadrante, v. VXi, n. 2. Portugal, 2007.
- CARPENTER, T. P., FRANKE, M. L., & LEVI, L. **Thinking mathematically: Integrating arithmetic & algebra in elementary school.** Portsmouth, NH: Heinemann, 2003.
- CARRAHER, David et al. **Arithmetic and Algebra in early Mathematics Education.** Journal for research in mathematics education, v. 37, n. 2, p.87-115, mar. 2006.
- CELLARD, André *et al.* **A Pesquisa Qualitativa: Enfoques epistemológicos e metodológicos.** 3. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012. p. 295-316. ISBN 978-85-326-3681-2.
- COELHO, U. F.; Aguiar, M. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino.** ESTUDOS AVANÇADOS 32 (94), 2018
- EVES, H. **Introdução à história da matemática** / Howard Eves; tradução Hygino H. Domingues. 5a ed. – Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.
- EVES, Howard. **Geometria: Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula.** Geometria Tradução Higino H Domingues. São Paulo, Atual, 1997.
- FERREIRA, M. C. N.; RIBEIRO, M.; RIBEIRO, A. L. **Conhecimento matemático para ensinar Álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Revista Zetetiké, v.25, n.3, p.496-514, set-dez. 2017
- FERREIRA, W; LEAL, M; MOREIRA, G. **Early álgebra e Base Nacional Comum Curricular: desafios aos professores que ensinam matemática.** Revista eletrônica de Educação Matemática. 15. 1-21 (2020).
- FIORENTINI, D., MIORIM, M. A., MIGUEL, A. **Contribuições para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar.** Pro-Posições, v. 4, pp. 78 – 91, 1993.
- FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P.; CRISTOVÃO, E. M. **Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico.** Relatório de Projeto da Fapesp [processo 03/11233-4]. FE – UNICAMP: Campinas, 2005.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica.** Fortaleza: UEC, 2002.
- GUBA, E.G; LINCOLN, Y.S. **Effective Evaluation.** São Francisco, Jossey-Bass, 1981
- JUNGBLUTH, A.; SILVEIRA, E.; GRANDO, C.R. **O estudo de sequências na Educação Algébrica nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.3, pp.96-118, 2019.

KAPUT, J., CARRAHER, D. W.; BLANTON, M. L. **Algebra in the early grades**. New York: Lawrence Erlbaum Associates, 2008.

KIERAN, C. **Algebraic thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator**, Georgia, v. 8, n. 1, p. 139-151, 2004.

KIERAN, C. **Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels**. Quadrante, Lisboa, v. 16, n. 1, p. 5-26, 2007.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 5ª Edição. Campinas. Papyrus, 2005

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**, 6ª Edição, Campinas, SP, Papyrus, 1997.

LOPES. T. **Padrões e Regularidades no Ensino Básico**. Departamento de Matemática, p.1-33, 2012.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, C. C. C. F. **Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 15, Número Especial, p.817-835, 2013.

LUNA, A. V. A.; SOUZA, E. G.; BORTOLOTTI, R. M. **Um zoom nas produções discursivas em tarefas de early algebra de crianças dos anos iniciais do ensino fundamental**. Revista Espaço Plural [online]. Paraná, v. 17, n. 36, 2017.

MEDEIROS, E. A. de; AMORIM, G. C. C. **Análise textual discursiva: dispositivo analítico de dados qualitativos para a pesquisa em educação**. Laplage em revista, Sorocaba, v. 3, n. 3, p. 247-260, ago. 2017.

MELO, Julio de Fatimo Rodrigues de. **O paradigma da investigação qualitativa e a forma de garantir a validade e a fidelidade nos estudos científicos de natureza qualitativa**. Id on Line Rev.Mult.Psic., Outubro/2020, vol.14, n.52, p. 549-557. ISSN: 1981-1179

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. **Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo?** Pró-Posições, v. 3, n. 1(7), 1992. p. 39-54.

MONDINI, Fabiane. **A presença da álgebra na legislação escolar brasileira**. 2013. 433 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2013.

MORAES, R. **Análise Textual Discursiva**. 2. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2016

MORAES, R.; GALIAZZI, M. do C. **Análise textual discursiva**. 2. ed. Ijuí: Editora Unijuí, 2011.

MOREIRA, G. E. **Tendências em Educação Matemática com enfoque na atualidade.** In R. S. P. Neves, R. C. Dorr. (Eds.), *Formação de Professores de Matemática: Desafios e perspectivas.* (pp. 45-64). Curitiba: Appris (2019).

OLIVEIRA, P. S. T. *et al.* **Estudo da álgebra: o desenvolvimento histórico da formalização simbólica.** IV Seminário Cearense de História da Matemática Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - Volume 07, Número 20, 347 – 356 (2020).

OLIVEIRA, V.; PAULO, M. R. **Entendendo e discutindo as possibilidades do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.21, n.3, pp.75-95, 2019.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar.** Educação e Matemática. n. 85, 2005. PONTE, João Pedro;

BRANCO, Neusa. **ÁLGEBRA NO ENSINO BÁSICO**, Material de Apoio do Ensino Básico – ME-DGIDC, Lisboa, setembro 2009.

PRESTES, D. B., Ferreira, A. G., & Pires, M. N. M. (2021). **Early algebra nos anos iniciais do ensino fundamental: manifestações do pensamento algébrico.** *Revista Contexto & Educação*, 36(113), 105–115. <https://doi.org/10.21527/2179-1309.2021.113.105-115>

SANTOS, O. A. **A Álgebra no Ensino Fundamental Como Ferramenta de Generalização/** André Oliveira dos Santos-2016.

SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D.; BRIZUELA, B. M. **Algebra in elementary school.** In: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. especial, pp 107 – 122, 2012

SILVA, DP; SAVIOLI, AMPD **Caracterizações do pensamento algébrico em tarefas realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I.** Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, pág. 206-222, mai. 2012.

SUASSUNA. L. **Pesquisa qualitativa em Educação e Linguagem: histórico e validação do paradigma indiciário.** PERSPECTIVA, Florianópolis, v. 26, n. 2, 341-377, jan./jun. 2008

VALE, I.; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A. **Os padrões no ensino e aprendizagem de Álgebra.** Lisboa SEM-SPCE, 2007