



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ARTHUR GOMES PINHEIRO SILVA

**DIFICULDADES DOS ESTUDANTES EM REALIZAR OPERAÇÕES COM OS
NÚMEROS RACIONAIS**

VITÓRIA DA CONQUISTA – BAHIA
JUNHO 2023

ARTHUR GOMES PINHEIRO SILVA

DIFICULDADES DOS ESTUDANTES EM REALIZAR OPERAÇÕES COM OS
NÚMEROS RACIONAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática, sob orientação da Prof.^a Dr.^a Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

VITÓRIA DA CONQUISTA – BAHIA
JUNHO 2023

ARTHUR GOMES PINHEIRO SILVA

**DIFICULDADES DOS ESTUDANTES EM REALIZAR OPERAÇÕES COM OS
NÚMEROS RACIONAIS**

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a Dr.^a Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Orientadora

Prof.^a Dr.^a Galvina Maria de Souza
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Examinadora

Prof. Ms. Antônio Augusto Oliveira Lima
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Examinador

Agradecimentos

Primeiramente agradeço a Deus, pelo dom da vida, por sempre me abençoar e iluminar os meus passos.

Agradeço a minha família, meus pais Adelmiro e Adriana, minha irmã Ana Beatriz, por serem meu alicerce, por sempre acreditarem em mim e me darem forças para seguir na minha jornada.

Agradeço a toda minha família, avós, avô, tios, tias, primos e primas, em especial minhas primas Ivana, Karoline, Milena e Saionara, pelo apoio e carinho de sempre.

Agradeço as minhas amigas Karen, Mércia e Poliana que mesmo de longe sempre torceram muito por mim.

Tenho muito a agradecer as minhas colegas/amigas que a UESB me trouxe, Yasmim, Ana Caroline, Jaqueline e Stéfane, pelos momentos de estudos, a troca de conhecimentos, os momentos de descontração e risadas pela UESB.

Em especial, agradeço a minha orientadora, à Professora e Doutora Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão, por todo incentivo e ajuda durante o desenvolvimento desse trabalho e do curso.

Aos professores Augusto e Galvina, por se disponibilizarem a participar da banca desse trabalho, os meus sinceros agradecimentos.

E agradeço também aos demais professores do curso, que de alguma forma contribuíram muito para a minha formação profissional.

Resumo

O presente trabalho tem como principal objetivo identificar e caracterizar as dificuldades remanescentes de estudantes do Ensino Médio ao realizar problemas com os números racionais. Os números racionais incluem frações, decimais e porcentagens e o seu entendimento e manipulação são fundamentais para o desenvolvimento das habilidades matemáticas. Algumas das principais dificuldades identificadas são: compreender o conceito das frações, realizar as operações básicas, conhecer e converter os números em diferentes representações e resolver alguns problemas envolvendo os racionais. Nessa pesquisa utilizamos uma abordagem qualitativa para a coleta de dados. Um questionário foi aplicado em duas turmas do 1º ano do Ensino Médio da cidade de Vitória da Conquista, com questões subjetivas e objetivas, com o propósito de identificar as dificuldades dos estudantes. Em seguida realizamos uma comparação dos nossos resultados com os resultados da pesquisa de Sales (2021). O resultado da nossa pesquisa não foi muito satisfatório, percebemos que muitos são os estudantes que não conhecem os números racionais e têm dificuldades em lidar com eles. Como sugestão para esses problemas, destacamos que os professores podem usar materiais manipulativos como modelos concretos, jogos educativos, tecnologias digitais, coisas que prendem a atenção dos estudantes e facilitem no aprendizado. A formação contínua dos professores é outra possível estratégia para dirimir o problema, pois assim sempre vão estar inovando as suas práticas dentro da sala de aula e quem sabe até mesmo trabalhar com problemas que envolvem situações cotidianas para melhorar o aprendizado.

Palavras chaves: Números racionais; Dificuldades; Estudantes.

Abstract

The present work has as main objective to identify and characterize the remaining difficulties of high school students when performing problems with rational numbers. Rational numbers include fractions, decimals and percentages and their understanding and manipulation are fundamental to the development of

mathematical skills. Some of the main difficulties identified are: understanding the concept of fractions, performing basic operations, knowing and converting numbers into different representations and solving some problems involving rational numbers. In this research we used a qualitative approach for data collection. A questionnaire was applied to two classes of the 1st year of high school in the city of Vitória da Conquista, with subjective and objective questions, with the purpose of identifying the students' difficulties. We then performed a comparison of our results with the results of the survey by Sales (2021). The result of our research was not very satisfactory, we realized that many students do not know rational numbers and have difficulties in dealing with them. As a suggestion for these problems, we highlight that teachers can use manipulative materials such as concrete models, educational games, digital technologies, things that hold students' attention and facilitate learning. The continuous training of teachers is another possible strategy to resolve the problem, as they will always be innovating their practices within the classroom and who knows, maybe even working with problems that involve everyday situations to improve learning.

Keywords: Rational numbers; Difficulties; Students.

Lista de Gráficos

Gráfico 1: Respostas da primeira questão	26
Gráfico 2: Resultados dos estudantes em porcentagem	27
Gráfico 3: Resultados dos estudantes	29
Gráfico 4: Resultados dos estudantes em porcentagem	30
Gráfico 5: Respostas dos estudantes	45

Lista de Imagens

Imagem 1: Problema sobre reta numérica	25
Imagem 2: Problema sobre reta numérica	26
Imagem 3: Problema sobre unidades de medidas	28
Imagem 4: Problema sobre décimo terceiro.....	31
Imagem 5: Registro do estudante A.....	32
Imagem 6: Registro do estudante B.....	33
Imagem 7: Registro do estudante C.....	33
Imagem 8: Registro do estudante D.....	33
Imagem 9: Problema sobre quociente	34
Imagem 10: Registro do estudante G	36
Imagem 11: Registro do estudante H.....	36
Imagem 12: Problema envolvendo fração.....	37Erro! Indicador não definido.
Imagem 13: Registro do estudante I	38
Imagem 14: Registro do estudante J	39
Imagem 15: Registro do estudante K.....	39
Imagem 16: Problema sobre interpretação de gráfico.....	40
Imagem 17: Problema sobre área e razão	41
Imagem 18: Registro do estudante L	42
Imagem 19: Registro do estudante M	43
Imagem 20: Registro do estudante N.....	43
Imagem 21: Problema sobre razão	44
Imagem 22: Problema envolvendo os números decimais e fracionários	44
Imagem 23: Problema sobre as representações de um número racional.....	46

Lista de Tabelas

Tabela 1: Respostas dos estudantes	25
Tabela 2: Registros dos estudantes.....	27
Tabela 3: Resultados dos estudantes	29
Tabela 4: Quantidade de respostas dos estudantes	30
Tabela 5: Quantidade de respostas dos estudantes	32
Tabela 6: Quantidade de registros dos estudantes	35
Tabela 7: Respostas dos estudantes	37
Tabela 8: Respostas dos estudantes em cada alternativa	40
Tabela 9: Quantidade de respostas dos estudantes	42

Sumário

INTRODUÇÃO	11
CAPÍTULO 1: REVISÃO DE LITERATURA	14
1.1 Um pouco sobre a história dos números racionais	14
1.2 Dificuldades no Ensino de Números Racionais	16
CAPÍTULO 2: METODOLOGIA	19
2.1 Participantes e Lócus do Estudo	19
2.2 Instrumentos e aplicação.....	20
CAPÍTULO 3: DISCUSSÃO E ANÁLISE DE DADOS	25
CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
REFERÊNCIAS	50
ANEXOS	52
ANEXO A	52

INTRODUÇÃO

Muitos alunos possuem dificuldade com a disciplina de matemática, alguns tem medo, outros chegam a dizer que não possuem aptidão para aprendê-la e, outros, mencionam dificuldade de compreender alguns de seus conteúdos. Em se tratando de dificuldades de conteúdo, iremos adentrar no que diz respeito aos Números Racionais-bastante presente no nosso dia a dia.

A falta de compreensão dos significados por trás dos Números Racionais é ressaltada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculos, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal. (BRASIL, 1988, p. 100 e 101)

Os números racionais é um conteúdo muito importante para um estudante, pois estão cada vez mais presentes no seu dia a dia, por isso que se faz necessário a compressão deles. Este conteúdo é abordado no segundo ciclo do ensino fundamental, só que as dificuldades apresentadas são tanto pelos estudantes do ensino fundamental II quanto por estudantes do ensino médio e superior.

Algumas das dificuldades apresentadas pelos estudantes se dão na realização das operações básicas como adição, subtração, multiplicação e divisão com números racionais. Um exemplo disso é no caso da multiplicação, muitos deles não possuem domínio em realizar essa operação quando vão multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$. (BRASIL, 1998).

Outro exemplo de dificuldades se dá na comparação entre números. No conjunto dos números naturais, os estudantes conseguem distinguir um número maior de um número menor. Já no conjunto dos números racionais, esse reconhecimento não se dá de imediato quando, por exemplo, são apresentados na forma de fração, muitos não sabem se $\frac{1}{2}$ é maior do que $\frac{1}{3}$. (BRASIL, 1998).

De acordo com Brasil (1998), os estudantes apresentam dificuldades em conhecer as diferentes maneiras de representação de um número racional e

relacionar quando eles são iguais, por exemplo saber que $\frac{3}{5} = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{12}{20}$ ou então saber quando um número decimal é maior que o outro, isso se dá na comparação entre eles.

Outra dificuldade encontrada nos estudantes é no momento em que é solicitado para eles a localização dos números racionais em uma reta numérica, segundo a pesquisa de Oliveira (2016). Alguns deles sabem que 0,5 está entre 0 e 1, mas não conseguem relacionar que $0,5 = \frac{1}{2}$, desse modo se for solicitado para eles encontrarem na reta numérica o número expresso por $\frac{11}{4}$ eles nem sempre conseguem.

O estudo realizado por Sales (2021), teve entre seus objetivos identificar os significados pessoais e conflitos que alunos da 1ª série do Ensino Médio atribuem aos números racionais. A autora utilizou de um questionário estruturado com perguntas sobre números racionais, envolvendo o uso da linguagem simbólica e do sistema conceitual, próprios do objeto matemático pesquisado. Sales ainda salienta que a maioria das questões de seu questionário foi aplicado de forma online, devido ao período pandêmico pela Covid-19, trazendo prejuízos para as suas análises. Entre os resultados desta pesquisa a autora destaca

As respostas registradas confirmam dificuldades no aprendizado dos racionais, ratificando que não basta oferecer atividades diversificadas que oportunizem a construção do conhecimento, é necessário ter conhecimentos sobre os fatores envolvidos na aprendizagem de cada conceito matemático e, para isso, é necessário conhecer teorias sobre ensino e aprendizagem, que possam além de embasar novas metodologias, possibilitar uma intervenção comunicativa que desafie a produção e argumentação no processo de aprender. (SALES, 2021, p.97-8)

O estudo de Sales nos foi extremamente útil, de modo que decidimos replicar este estudo em nosso contexto, agora de forma presencial, decidindo ademais um comparativo entre nossos resultados com os encontrados pela autora.

Embora o estudo dos Números Racionais seja trabalhado na etapa do Ensino Fundamental, levantamos como premissa que os estudantes chegam na etapa do Ensino Médio com dificuldades remanescentes de anos anteriores.

Assim, estabelecemos os seguintes objetivos de estudo: **identificar e caracterizar dificuldades remanescentes de estudantes do Ensino Médio ao lidar com os Números Racionais e; comparar os resultados desse estudo com os encontrados na pesquisa de Sales (2021).**

Sendo assim, estruturamos nosso trabalho da seguinte maneira: por esta introdução, na qual apresentamos algumas dificuldades apresentadas pelos estudantes e os objetivos do estudo. Capítulo 1, destinado a revisão de literatura apresentando um pouco sobre a história dos números racionais e como surgiu e mais alguns estudos sobre as dificuldades no ensino de números racionais. No capítulo 2, trazemos a metodologia utilizada no estudo, sendo esta de abordagem qualitativa, especificamos os materiais e métodos utilizados. No capítulo 3 apresentamos as discussões e as análises acerca das respostas dos alunos, fazendo uma comparação dos resultados obtidos, com o trabalho de Sales, (2021), já que o questionário utilizado aqui foi o mesmo que ela utilizou. Por fim, nas considerações finais, escrevemos algumas observações sobre o trabalho que foi realizado, e algumas reflexões sobre o processo de ensino-aprendizagem da Matemática nesse contexto.

Capítulo 1: Revisão de Literatura

1.1 Um pouco sobre a história dos números racionais

A matemática é uma das ciências exatas mais complexa que existe, por isso acaba sendo muito rejeitada. São muitas as histórias de quem não gosta dessa disciplina por alguma experiência desagradável, aparecendo aí sentimentos de medo, fobia e ansiedades.

Apesar de sua complexidade, a utilidade e presença da Matemática no dia a dia é inegável, a exemplo dos Números racionais, foco desse estudo, presentes na vida de cada um e, mesmo sem escolaridade as pessoas conseguem resolver situações em que esses números aparecem, ao fazer compras, ao manejar com o dinheiro, ao tomar medidas etc. Já quando as pessoas se deparam com situações que envolvem fração ou números decimais já não têm muito êxito, conforme ressalta Rosa (2007).

Segundo Costa (2010), o conjunto dos números racionais representado pela letra Q , surgiu por volta dos anos 3000 a.C., com a necessidade de representar as partes de um inteiro. Isso se deu por conta das inundações que o Rio Nilo sofreu durante as chuvas, deixando a terra com vários nutrientes e cada vez mais férteis para as plantações. Quando as águas baixavam era necessário remarcar todos os limites de cada proprietário, para fins econômicos.

Segundo o historiador Heródoto, o rei Sesóstris:

[...] realizou a partilha das terras, concedendo a cada egípcio uma porção igual, com a condição de lhe ser pago todos os anos um certo tributo; se o rio carregava alguma parte do lote de alguém, o prejudicado ia procurar o rei e expor-lhe o acontecido. O soberano enviava agrimensores ao local para determinar a redução sofrida pelo lote, passando o dono a pagar um tributo proporcional à porção restante. (COSTA, 2010, p.06)

Estes agrimensores citados acima eram responsáveis pela medição para determinar a redução do lote através de cordas com uma unidade de medida definida. Porém, por mais adequado que fosse essa unidade, raramente cabia um número inteiro, ou exato de vezes nos limites dos lotes. Perceberam que os inteiros eram insuficientes para mostrar as medidas menores dos segmentos. Por consequência, os egípcios começaram a usar partes de um número inteiro,

que teve o conceito de fração, “que tem como raiz palavras como ‘fratura’ e ‘fragmento’”. (COSTA, 2010)

Conforme essa ideia das frações se espalhava, outros novos sistemas estavam sendo desenvolvidos, como por exemplo de pesos e outras medidas conforme a demanda necessária, isto é, unidades básicas de medidas menores para uma maior precisão.

Em razão desse processo de se usar as frações para marcar as terras do Rio Nilo, gerou-se então essa nova classificação, para esses números que ficou conhecido como o conjunto dos números racionais, que é definido da seguinte forma: “número racional é todo número que pode ser representado por uma fração $\frac{a}{b}$ sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$ ”.(BROETTO; SANTOS-WAGNER; 2017. p. 24).

Nos dias de hoje podemos encontrar vários exemplos na qual os números racionais estão presentes. Se atentarmos no caso das frações, podemos observar um pouco por exemplo, nos marcadores de combustível dos carros. Outro exemplo também que podemos encontrar as frações são nas receitas de um bolo, na maioria das vezes escrito assim: $\frac{1}{2}$ xícara de óleo, ou então $\frac{1}{2}$ de açúcar.

Não podemos esquecer que todo número inteiro e todo número natural também é um número racional, logo os exemplos de situações que envolvem o conjunto dos números naturais e inteiros, servem para o conjunto dos números racionais. Dito isso, podemos encontrar vários exemplos de situações no nosso dia a dia.

De acordo com Quaresma e Ponte (2012), o conjunto dos números racionais possui diversas definições, veremos agora cinco tipos diferentes, segundo Charalambous e Pitta-Pantazi (2007): (i) parte-todo - caso em que existe uma comparação entre a parte de um todo contínuo ou discreto, ou seja, o número racional representa a relação entre o numerador que indica o número de partes que se tomam do todo e o denominador que é o número de partes em que o todo está dividido, a compreensão deste significado é fundamental para a compreensão dos restantes significados; (ii) razão – designa uma comparação

entre duas quantidades da mesma natureza ou de natureza distinta; (iii) operador – transforma o cardinal de um conjunto discreto, pode ser partitivo (no caso da fração $\frac{1}{b}$) ou multiplicativo partitivo (no caso da fração $\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$); (iv) quociente – um número racional visto como resultado de uma divisão entre dois números naturais, em que o numerador e o denominador representam o todo; e (v) medida – situação que se traduz na comparação entre duas grandezas, em que uma delas é considerada a unidade.

Os tipos de representações dos números racionais, segundo Duval (2003) está diretamente relacionada ao reconhecimento, na medida em que os conceitos matemáticos só são acessíveis por meio de suas representações.

De acordo com Broetto e Santos – Wagner (2017, p.24), “a representação decimal é uma forma compacta de escrever um número como uma soma de frações cujos denominadores são 10, 100, 1000, ..., que são chamadas frações decimais. Por exemplo:

$$\frac{5}{4} = \frac{125}{100} = \frac{100}{100} + \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{100} = 1,25$$

$$\frac{7}{8} = \frac{875}{1000} = \frac{800}{1000} + \frac{70}{1000} + \frac{5}{1000} = \frac{8}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000} = 0,875” .$$

1.2 Dificuldades no Ensino de Números Racionais

As dificuldades na aprendizagem do conjunto dos números racionais são alvo de várias pesquisas (VALERA, 2003; ONUCHIC; ALEVATTO, 2008; QUARESMA; PONTE, 2012; LIMA, 2013).

Segundo Quaresma e Ponte (2012), quando é ensinado o conteúdo dos números racionais e os seus tipos de representações aos estudantes, eles:

Têm então de aprender rapidamente a operar com estas representações, que não chegam a ser devidamente trabalhadas. Isso implica que os alunos têm que compreender as novas representações dos números racionais e, ao mesmo tempo, tornar-se capazes de operar e resolver problemas com eles. Ou seja, exigimos um grande número de destrezas e conhecimentos aos alunos num curto espaço de tempo, o que leva a que eles não aprendam com compreensão os números racionais e tenham muitas dificuldades na resolução de problemas que envolvam estes números (QUARESMA; PONTE, 2012, p. 39).

Segundo BRASIL (1998), “uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais”. Ainda apresenta alguns obstáculos que os estudantes enfrentam, como:

cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots$ são diferentes representações de um mesmo número;
 a comparação entre racionais: acostumados com a relação $3 > 2$, terão de compreender uma desigualdade que lhes parece contraditória, ou seja, $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$;
 se o tamanho da escrita numérica, no caso dos naturais, é um bom indicador da ordem de grandeza ($8345 > 83$), a comparação entre 2,3 e 2,125 já não obedece ao mesmo critério;
 se, ao multiplicar um número natural por outro natural (sendo este diferente de 0 ou 1) a expectativa é a de encontrar um número maior que ambos, ao multiplicar 10 por $\frac{1}{2}$ se surpreenderão ao ver que o resultado é menor do que 10;
 se a sequência dos números naturais permite estabelecer sucessor e antecessor, para os racionais isso não faz sentido, uma vez que entre dois números racionais quaisquer é sempre possível encontrar outro racional; assim, o aluno deverá perceber que entre 0,8 e 0,9 estão números como 0,81, 0,815 ou 0,87. (BRASIL, 1998. p. 101).

De acordo com Maranhão, um aluno pode até saber que ele deve dividir 1 por 4 para obter a representação racional da fração $\frac{1}{4}$, mas pode ser que ele não reconheça que 0,25 também é uma representação dessa mesma fração. Percebe-se que a maioria dos alunos, tem essa dificuldade de associar os diferentes tipos de representações de um mesmo número. Cato (2000), destaca que:

Observações realizadas em diferentes fases da aprendizagem da Matemática têm mostrado que essa atividade de conversão por meio da mudança de registro é de fato muito difícil. Para uma grande maioria de alunos, o conteúdo fica restrito a um único registro de representação, o que acaba limitando os tratamentos possíveis. Essa falta de reconhecimento do representado (o número racional) e as diferentes formas de representação, representante, levam os alunos a um trabalho desconexo de significação, a ponto de deixarem de estabelecer ligação entre os registros na forma fracionária, $\frac{1}{4}$ e a decimal 0,25, embora os tratamentos no interior de cada registro sejam realizados corretamente. (CATOO, 2000, p.30).

Falando ainda sobre as dificuldades dos estudantes, Monteiro e Pinto (2007) relatam que alguns deles apresentam dificuldades na representação de um número racional na forma decimal, como:

confusão entre décimas e centésimas. Por exemplo, confundem 2,5 com 2,05;
acham que entre 0,1 e 0,2 não existem números racionais.
(MONTEIRO; PINTO, 2007, p.11).

Outra dificuldade encontrada pelos estudantes, é na localização de números racionais na reta numérica, principalmente quando esses números estão representados em forma de fração, como por exemplo, localizar o número $\frac{1}{4}$ na reta numérica.

De modo geral, as pesquisas observam que os estudantes mesmo avançando de ano escolar, seguem apresentando muitas dificuldades com números racionais.

Capítulo 2: Metodologia

Trata-se de um estudo de abordagem qualitativa, caracteriza pelo enfoque interpretativo (TEIS; TEIS, 2012). Este tipo de pesquisa possui algumas características básicas como: “o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental; ela é uma pesquisa do tipo descritiva e os pesquisadores utilizam o enfoque indutivo na análise de seus dados;” (GODOY, 1995, p. 62-63)

Ainda sobre a pesquisa qualitativa, “a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc.” (GOLDENBERG, 2004, p.14).

Consideramos esse estudo qualitativo porque tentamos compreender e interpretar as dificuldades dos estudantes em resolver problemas que envolvem os números racionais. Sabemos que esse tipo de estudo se preocupa em coletar dados descritivos e ricos em detalhes.

2.1. Participantes e lócus do estudo

Os participantes da pesquisa foram 73 estudantes que cursam o 1º Ano do Ensino Médio, de duas turmas de uma escola pública da cidade de Vitória da Conquista.

A escolha da escola e de seus estudantes foi pelo fato da professora orientadora do trabalho, conhecer alguns professores e facilitar o acesso a uma sala de aula para que a pesquisa fosse realizada. Uma das turmas tinha 35 estudantes presentes e na outra havia 38 estudantes perfazendo um total de 73 participantes. A faixa etária estava entre 14 e 17 anos e do total 36 eram mulheres. Após o contato com o professor de Matemática dessas turmas, fez-se um acordo com os dias que seriam destinados a realizar a coleta de dados.

Nos dias de aplicação, foi apresentado os objetivos deste trabalho, explicando que a participação dos estudantes seria voluntária. Todos gentilmente e espontaneamente desejaram participar.

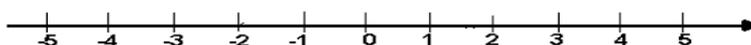
No primeiro dia, o professor regente apresentou a turma quem aplicaria o questionário e, em seguida a diretora entrou na sala, conversou um pouco com eles, explicando a importância de responder a atividade proposta. Depois disso, saiu e me deixou sozinho com a turma. Foi entregue para cada um, o questionário contendo as 12 perguntas, em alguns momentos era possível tirar as suas dúvidas, em outros momentos não era, pois se não a resposta seria divulgada. No segundo dia, a forma de aplicação seguiu os mesmos passos do primeiro, porque as turmas eram diferentes, porém era a mesma ideia.

2.2 Instrumentos e aplicação

Utilizamos o questionário¹ de Sales (2021) na íntegra. Este tem 12 questões, sendo algumas fechadas e outras abertas, que conforme a autora visava compreender as habilidades relacionadas à resolução de problemas, o uso da linguagem simbólica e do sistema conceitual, próprios do objeto matemático números racionais.

QUESTIONÁRIO

Questão 01: Localize na reta numérica o número 0,3



Você deve descrever em sua resposta a localização aproximada do número, por exemplo: entre 1 e 2, exatamente no meio; ou entre 3 e 4, mais próximo do três que do quatro.

Questão 02: Observe a etiqueta e analise os números registrados. Qual a unidade de massa utilizada?

- () Grama
- () Quilograma
- () Miligrama
- () Preço
- () Outro:

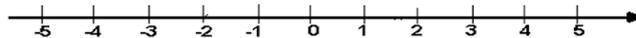


¹ Questionário aplicado na pesquisa de Lourdes Cleide Santana Sales, (2021) no Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Científica e Formação de Professores.

Questão 03: Em relação ao número que representa o "peso" registrado na etiqueta da questão anterior, podemos afirmar que:

- É maior que meio quilo
- É menor que meio quilo
- É maior que um quilo
- Vale 1 quilo e 60 gramas
- Outro:

Questão 04: Localize na reta numérica o número $1/2$ *



- Entre os números 0 e 1, exatamente no meio.
- Entre os números 0 e 1, mais próximo do 1 que do 0
- Entre os números 1 e 2, mais próximo do 1 que do 2
- Entre os números 1 e 2, exatamente no meio
- Entre os números 1 e 2, mais próximo do 2 que do 1
- Não sei responder
- Outro:

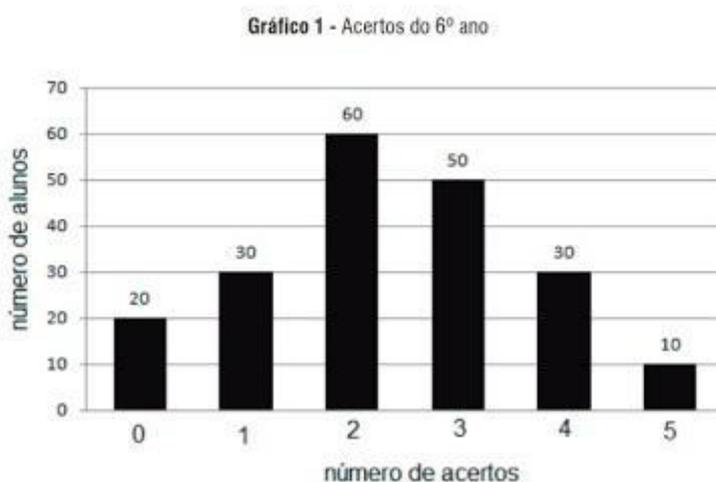
Questão 05: O décimo terceiro salário, direito garantido pela CF/88 (art. 7º VIII), consiste no pagamento ao empregado de $1/12$ da remuneração devida no mês de dezembro, por mês de serviço prestado ou fração superior a 15 dias. Com base nas informações, calcule o décimo terceiro de uma pessoa que está trabalhando há cinco meses em uma empresa com salário mensal de R\$ 954,00. (Além da resposta, você deve tentar explicar o raciocínio utilizado para chegar ao resultado).

Questão 06: Uma professora deu três folhas de papel para ser dividido igualmente em um grupo de cinco alunos. Qual o número que representa a quantidade de papel que cada aluno recebeu?

- $1/2$
- $5/3$
- $1/3$
- $5/4$
- $2/3$
- Não sei responder
- $3/2$
- Não é possível dividir
- $3/5$
- Outro:
- $5/2$

Questão 07: Numa viagem de 72 km, já foram percorridos $\frac{3}{4}$. Quantos km já foram percorridos? (Além da resposta, você deve tentar explicar o raciocínio utilizado para chegar ao resultado).

Questão 08: (OBMEP 2009) Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões.



Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- Apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões.
- A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões.
- Menos de 200 alunos fizeram a prova.
- 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões
- Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão

Questão 09: Numa sala de reuniões, de 4 m de largura por 4 m de comprimento estão 12 pessoas. Em outra, de 6 m de largura por 4 m de comprimento estão 15 pessoas. As pessoas espalharam-se nas salas, ocupando o espaço disponível. Em que sala as pessoas estão mais concentradas? Explique como você pensou para responder a essa questão. Você pode redigir sua resposta, representá-la por meio de um diagrama ou de alguns cálculos.

Questão 10: Especialistas recomendam uma mistura de água sanitária e água para higienização de ambientes contra o corona vírus. A dose recomendada de

água sanitária é uma medida para 19 medidas de água. O número fracionário que melhor expressa a quantidade de água sanitária nesta mistura é:

- a) $1/20$ b) $1/19$ c) $19/20$ d) $10/100$ e) Outros

Questão 11: Quais dos números abaixo também podem representar a quantidade de água sanitária recomendada na mistura?

- a) 10 %
b) 0,19
c) 0,20
d) 5%
e) 0,05
f) 1%
g) 19%
h) Outro:

Questão 12: O número $18/3$ é:

- () Natural
() Inteiro
() Racional
() Irracional
() Outro:

Em conformidade com a autora apresentamos as seguintes considerações sobre as questões desse questionário:

As questões 1 e 4 exigem o conhecimento dos estudantes em relação a localização dos números racionais, na reta numérica. É necessário compreender esses números tanto na sua representação decimal quanto na sua representação fracionária. “O uso da representação na reta numérica é muito poderoso para o reconhecimento da equivalência e contribui para melhorar o conhecimento formal de fração. ” (GIMENEZ; BAIRRAL, 2005, p.15)

Nas questões 2 e 3 trabalha-se com os números racionais e o sistema de medida, na etiqueta da compra de um produto. O primeiro questionamento é sobre qual a unidade de medida foi utilizada para medir o produto e o segundo é sobre ao número que representa o ‘peso’, se ele é maior ou menor que meio quilo.

Na questão 5 a ideia é ver como os estudantes interpretam o problema que faz parte do dia a dia na sociedade de alguns deles e assim analisar a

resolução que apresentaram, desde os cálculos necessários até a explicação do raciocínio utilizado. Na questão 6 o objetivo é bem simples, na qual os estudantes devem dividir três folhas para cinco pessoas, que envolve fração e traz uma ideia de quociente.

A questão 7, está voltada a operação de um número natural por uma fração. Vale ressaltar que o estudante deve explicar o passo a passo que ele utilizou para resolver o problema. É necessário multiplicar 72 km por $\frac{3}{4}$ para que se obtenha o resultado correto, que equivale a quilometragem percorrida.

Na questão 8, é um desafio da OBMEP de 2009, na qual é necessário a leitura e interpretação do gráfico minuciosamente, conhecimento sobre porcentagem e cálculo simples para resolver. A ideia é fazer com que os estudantes analisem as alternativas e diga qual está correta em relação a uma prova realizada por uma turma do sexto ano.

Na questão 9, um problema envolvendo área e ocupação de duas salas com medidas de comprimento e largura diferente é apresentada, cabe ao estudante analisar, calcular, dizer em que sala as pessoas estão mais concentradas e assim explicar com suas palavras ou cálculos os resultados encontrados.

A questão 11 complementa a 10, sendo que na questão 10 o objetivo é misturar uma unidade de água sanitária para 19 medidas de água, a resposta deve ser expressa na forma fracionária, já na questão 11 os estudantes devem olhar para essa fração encontrada e expressar agora, na forma percentual ou decimal, de acordo a alternativa correta. Por fim, no último problema os estudantes devem dizer se é natural, inteiro, racional ou irracional o número $\frac{18}{3}$.

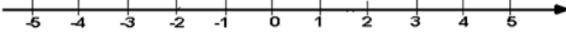
Capítulo 3: DISCUSSÃO E ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo vamos apresentar algumas discussões e análises acerca das respostas apresentadas pelos estudantes ao questionário.

Questão 01

Imagem 1: Problema sobre reta numérica

Questão 01: Localize na reta numérica o número 0,3



Você deve descrever em sua resposta a localização aproximada do número, por exemplo: entre 1 e 2, exatamente no meio; ou entre 3 e 4, mais próximo do três que do quatro.

Fonte: Sales, 2021.

Para esta questão tivemos os seguintes resultados:

Tabela 1: Respostas dos estudantes

RESPOSTAS	QUANTIDADE DE RESPOSTAS
Entre 0 e 1, mais próximo do 0	12
Entre 0 e 1, mais próximo do 1	3
Entre 0 e 1	10
Representaram apenas na reta numérica	17
Em branco	8
Outras respostas erradas	23

Fonte: Dados da pesquisa.

Apenas 12 (doze) estudantes responderam o esperado, que o número 0,3 está entre 0 e 1 e, ainda, afirmaram que está mais perto do 0 que do 1. Listamos na tabela acima outras respostas destacadas pelos estudantes, na qual variou muito como por exemplo, o número 0,3 está entre 0 e 1, mais perto do 1, outros deixaram em branco, alguns que apenas representaram na reta numérica, e várias outras respostas. Vejamos esse resultado também no gráfico:

Gráfico 1: Respostas da primeira questão



Fonte: Acervo pessoal

A maioria dos participantes não respondeu com êxito a questão indicando as dificuldades em relação a problemas que envolvem a localização de números racionais na reta numérica.

De acordo com Severo (2009), “O entendimento de representações gráficas é fundamental, atualmente, para que um cidadão possa entender informações divulgadas em relatórios, jornais, televisão ou Internet. Entretanto, os dados, em geral, não são representados por inteiros e é necessário saber localizar valores fracionários ou aproximados”.

No trabalho de Sales, dos 15 (quinze) participantes da pesquisa da autora apenas 05 (cinco) responderam corretamente e os outros apresentaram diversas respostas tal como em nossa pesquisa, a minoria respondeu corretamente e os outros apresentaram diversas respostas, chegando até mesmo deixar em branco.

Questão 04

Imagem 2: Problema sobre reta numérica

Questão 04

Localize na reta numérica o número $1/2$ *

() Entre os números 0 e 1, exatamente no meio.

() Entre os números 0 e 1, mais próximo do 1 que do 0

() Entre os números 1 e 2, mais próximo do 1 que do 2

() Entre os números 1 e 2, exatamente no meio

() Entre os números 1 e 2, mais próximo do 2 que do 1

() Não sei responder

() Outro:

Fonte: SALES, 2021.

A tabela 2 apresenta os resultados para essa questão:

Tabela 2: Registros dos estudantes

RESPOSTAS	QUANTIDADE DE RESPOSTAS
Entre os números 0 e 1, exatamente no meio	15
Entre os números 0 e 1, mais próximo do 1 que do 0	1
Entre os números 1 e 2, mais próximo do 1 que do 2	20
Entre os números 1 e 2, exatamente no meio	28
Entre os números 1 e 2, mais próximo do 2 que do 1	6
Não sei responder	3
Outro	

Fonte: Dados da pesquisa.

Para essa questão todos os entrevistados assinalaram uma alternativa. Se esperava como resposta a primeira alternativa: 'entre os números 0 e 1, exatamente no meio', de todas as respostadas analisadas 21% responderam corretamente. Os resultados apontam que muitos dos estudantes parecem não possuírem domínio na conversão de frações para números racionais, apresentando dificuldade na localização de um racional na reta numérica.

O gráfico 2 mostra a porcentagem das respostas obtidas. Percebe-se a dificuldade dos estudantes em localizar um número fracionário na reta numérica, ou até mesmo relacionar que $\frac{1}{2} = 0,5$, e que esse número é um decimal e que ele está entre o número 0 e o número 1.

Gráfico 2: Resultados dos estudantes em porcentagem



Fonte: Dados da pesquisa

Nos resultados obtidos da pesquisa de Sales (2021), apenas 05 (cinco) estudantes conseguiram responder corretamente e os outros 10 (dez) não conseguiram relacionar $\frac{1}{2}$ com 0,5 e localizar na reta numérica, tal como na nossa pesquisa, na qual apenas 15 (quinze) alunos responderam corretamente e os outros 58 (cinquenta e oito) não responderam correto, mostrando assim que a maioria dos estudantes que responderam à pergunta não possui domínio sobre esses problemas.

De modo geral, nas questões 1 e 4 tentamos trabalhar com números representados na sua forma decimal e na sua forma fracionária. De acordo os dados obtidos parecem que a maioria dos estudantes tem dificuldades em compreender as possíveis operações que podem ocorrer dentro do conjunto dos números racionais, impedindo de resolver com êxito um problema simples de localização na reta numérica e de conversão de um número na sua forma fracionária para um número na sua forma decimal.

Questões 02 e 03

Imagem 3: Problema sobre unidades de medidas

Questão 02: Observe a etiqueta e analise os números registrados. Qual a unidade de massa utilizada?

() Grama
 () Quilograma
 () Miligrama
 () Preço
 () Outro:



Questão 03: Em relação ao número que representa o "peso" registrado na etiqueta da questão anterior, podemos afirmar que:

() É maior que meio quilo
 () É menor que meio quilo
 () É maior que um quilo
 () Vale 1 quilo e 60 gramas
 () Outro:

Fonte: Sales, 2021.

Nas questões 2 e 3, conforme Sales, voltamos o olhar do estudante para problemas com números racionais, dentro do sistema de medidas. Apresentamos abaixo a tabela 3 com as respostas da questão 2:

Tabela 3: Resultados dos estudantes

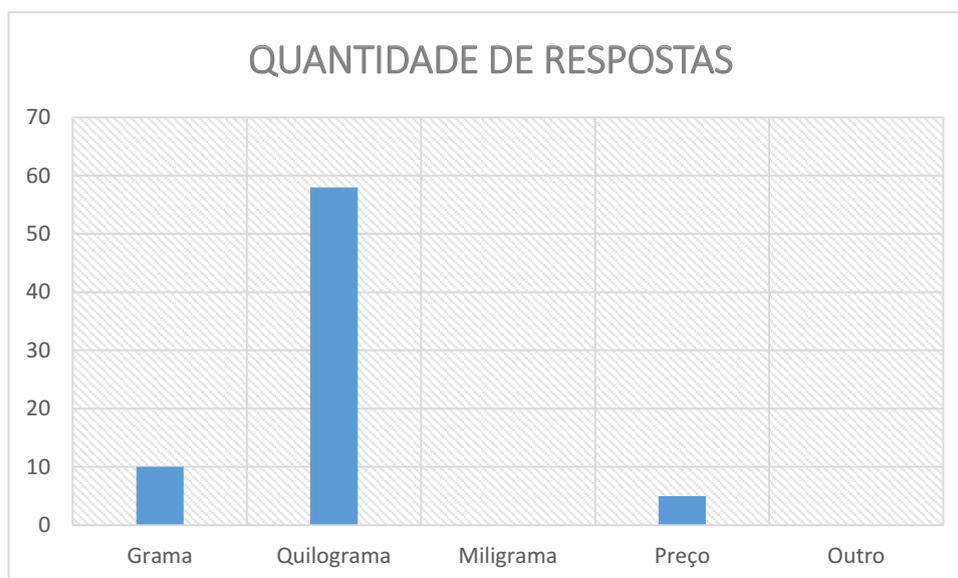
RESPOSTAS	QUANTIDADE DE RESPOSTAS
Grama	10
Quilograma	58
Miligrama	
Preço	5
Outro	

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa questão a ideia era analisar se os entrevistados possuíam conhecimento em relação as grandezas de medidas, em relacionar cada unidade de medida a sua representação como por exemplo o kg ao quilograma. Do total de estudantes, 58 (cinquenta e oito) responderam que a unidade de massa utilizada nessa etiqueta é o quilograma, 10 (dez) responderam que a unidade é a de grama.

Das respostas assinaladas 05 (cinco) estavam na opção que diz que a unidade de medida utilizada nessa etiqueta é o preço, o que nos leva a pensar que esses estudantes não interpretaram o problema direito ou que não possuem conhecimento sobre o sistema de medidas e cada um de seus tipos ou ainda analisaram apenas o valor que a pessoa iria pagar e relacionou isso com o preço.

Gráfico 3: Resultados dos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa

Na pesquisa de Sales (2021), a maioria dos entrevistados respondeu o esperado, com um total de 08 (oito) respostas, tal como em nossa pesquisa em que a maioria dos estudantes responderam corretamente perfazendo um total de 58 (cinquenta e oito) entrevistados. Tanto nessa pesquisa, quanto na de Sales (2021) tiveram os que não conseguiram responder corretamente. Na tabela 4, encontra-se os resultados obtidos na questão 3:

Tabela 4: Quantidade de respostas dos estudantes

RESPOSTAS	QUANTIDADE DE RESPOSTAS
É maior que meio quilo	6
É menor que meio quilo	52
É maior que um quilo	4
Vale 1 quilo e 60 gramas	11
Outro	

Fonte: Dados da pesquisa.

Na terceira questão o intuito era saber se os entrevistados sabem se o número que representa o 'peso' registrado na etiqueta da questão anterior é maior, igual ou menor que meio quilo, 71% dos entrevistados responderam corretamente que 0,160 kg é menor que meio quilo, conforme mostra o gráfico 4.

Gráfico 4: Resultado dos estudantes em porcentagem



Fonte: Dados da pesquisa

Das respostas acima tivemos que 06 (seis) estudantes marcaram a alternativa na qual diz que o número é maior que meio quilo, 52 (cinquenta e dois) disseram que é menor que meio quilo, 04 (quatro) disseram que é maior que um quilo e 11 (onze) que esse número vale 1 quilo e 60 gramas. Essa questão trazia um pouco do cotidiano de alguns dos alunos na pesagem de alimentos em uma balança de um supermercado, só que nem todos conseguiram ter esse raciocínio e utilizar para responder esse problema.

Na pesquisa de Sales (2021), dos 15 (quinze) entrevistados, 12 (doze) responderam que 0,160kg é menor que meio quilo e os outros 3 (três) disseram que esse número é maior que meio quilo, já na nossa pesquisa 52 (cinquenta e dois) dos 73 (setenta e três) entrevistados responderam que o número acima é menor que meio quilo. Percebemos com isso que tanto na nossa pesquisa quanto na de Sales (2021), uma maioria significativa compreende o registro numérico como sendo um valor menor que meio quilo, não apresentando dificuldade.

Análise da questão 05:

Imagem 4: Problema sobre décimo terceiro

Questão 05: O décimo terceiro salário, direito garantido pela CF/88 (art. 7º VIII), consiste no pagamento ao empregado de $\frac{1}{12}$ da remuneração devida no mês de dezembro, por mês de serviço prestado ou fração superior a 15 dias. Com base nas informações, calcule o décimo terceiro de uma pessoa que está trabalhando há cinco meses em uma empresa com salário mensal de R\$ 954,00. (Além da resposta, você deve tentar explicar o raciocínio utilizado para chegar ao resultado).

Fonte: Sales, 2021.

Segundo Sales, a ideia da questão 5 era analisar como os estudantes resolveriam problemas do dia a dia que envolvem as operações com os números racionais. Esse problema era aberto, na qual o entrevistado poderia realizar qualquer cálculo para chegar no resultado, ou resolver por qualquer método, desde que no final ele explique o raciocínio utilizado para chegar ao resultado. Na tabela 5 mostra as respostas obtidas de todos os estudantes:

Tabela 5: Quantidade de respostas dos estudantes

RESPOSTAS DOS ESTUDANTES	QUANTIDADE
Respondeu correto	3
Respondeu pela metade	10
Respondeu errado	10
Não respondeu	50
TOTAL	73

Fonte: Dados da pesquisa.

Do total de 73 (setenta e três) estudantes que responderam o questionário, apenas 3 (três) estudantes responderam corretamente, descrevendo assim o processo que realizou para chegar no resultado obtido. Dois deles resolveram da mesma forma, na qual multiplicaram o valor do salário mensal pela quantidade de meses que foi trabalho e em seguida dividiram o resultado por 12, encontrando assim o décimo terceiro que o empregado irá receber, conforme a Imagem 5 abaixo.

Imagem 5: Registro do estudante A

Handwritten work by Student A:

$$\begin{array}{r} 954 \\ \times 5 \\ \hline 4770 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4770 \overline{) 12} \\ \underline{-36} \\ 3975 \\ \underline{-108} \\ 0090 \\ \underline{-84} \\ 060 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 397.5 \\ \times 5 \\ \hline 1987.5 \end{array}$$

Multiplique o salário pelos meses de trabalho e divide por 12. Então ele receberá R\$ 397,5

Fonte: Estudante A.

E o terceiro estudante que resolveu correto, primeiramente dividiu o valor do salário mensal por 12, que é a quantidade de meses de um ano, descobrindo assim o valor que corresponde ao décimo terceiro de cada mês, em seguida multiplicou esse valor por 5, que foi a quantidade de meses que o empregado trabalhou, chegando no resultado final, conforme a Imagem 6 abaixo.

Imagem 6: Registro do estudante B

Indicamos teremos será 397,5
 porque ele trabalhou 5 meses
 e o salário de mês dele para
 013º é 79,5 então assim ele só
 acumulou 397,5.

$$\begin{array}{r} 954 \overline{) 397,5} \\ 114 \\ \hline 60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \\ 79,5 \times \\ \hline 397,5 = \end{array}$$

Fonte: Estudante B.

Conforme apresentado na tabela 5, 10 (dez) alunos responderam à questão pela metade, 08 (oito) deles apenas multiplicaram o valor do salário mensal por 5, que é a quantidade de meses trabalhada pelo empregado, de acordo a imagem 7 abaixo.

Imagem 7: Registro do estudante C

$$\begin{array}{r} 954 \\ \times 5 \\ \hline 4770 \end{array}$$

Através de uma multiplicação, podemos descobrir quanto uma pessoa que está trabalhando há cinco meses ganharia no décimo terceiro.

Fonte: Estudante C.

E os outros 02 (dois) só dividiram o valor do salário mensal que é R\$954,00 pela quantidade de meses que tem um ano que é 12, ou melhor dizendo, eles resolveram apenas a seguinte expressão $\frac{1}{12}$ de 954, e não multiplicaram o resultado encontrado pela quantidade de meses que o empregado trabalhou. Segue o registro na imagem 8 abaixo:

Imagem 8: Registro do estudante D

$$\begin{array}{r} 954 \overline{) 12} \\ -84 \\ \hline 514 \\ -508 \\ \hline 0060 \\ -60 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 8 \\ \hline 96 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 7 \\ \hline 84 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 9 \\ \hline 108 \end{array}$$

$\frac{1}{12}$ de 954,00

Será pago R\$79,50 ao emp.
 empregado, pois é o equivalente a
 $\frac{1}{12}$ de R\$954,00

Fonte: Estudante D.

De acordo a tabela 5, a terceira linha marca os estudantes que responderam errado, desses entrevistados 06 (seis) tentaram resolver e explicar o seu raciocínio, só que não alcançaram o resultado esperado, segue alguns exemplos desses alunos:

“Eu calculei multiplicando o salário por 5 e deu 4770 mil reais e somei mais 427 que é a metade do salário mínimo o resultado é 5197 mil”. (Estudante E).

“Se é 954 reais o salário, e ele tinha trabalhado por 5 meses, ele tinha R\$ 4775, porem, para o 13º falta 8 meses, logo, ele ganhará R\$ 38.200, dividido pelos 8 meses. O seu 13º é de R\$ 4775”. (Estudante F).

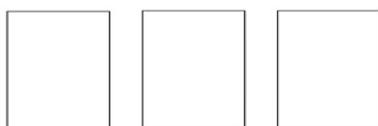
Os outros 04 (quatro) alunos escreveram apenas o resultado e não explicaram nada, a falta da explicação impossibilitou no entendimento do raciocínio desses entrevistados. Por fim, a última linha da tabela 5 é referente aos estudantes que deixaram em branco essa questão, equivalendo a um total de 50 (cinquenta), isso mostra que a maioria deles possui muita dificuldade em interpretar e resolver problemas desse nível.

Comparando esses resultados com o da pesquisa de Sales (2021), percebemos que na pesquisa dele dos 15 (quinze) estudantes 08 (oito) responderam corretamente, dizendo que o décimo terceiro de uma pessoa que está trabalhando há cinco meses em uma empresa com salário mensal de R\$ 954,00 é R\$ 397,50, já na nossa pesquisa percebemos que a maioria dos entrevistados não conseguiu responder à questão, que é totalmente o oposto da pesquisa de Sales.

Análise da questão 06:

Imagem 9: Problema sobre quociente

Questão 06: Uma professora deu três folhas de papel para ser dividido igualmente em um grupo de cinco alunos. Qual o número que representa a quantidade de papel que cada aluno recebeu?



- | | |
|------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 1/2 | <input type="checkbox"/> 5/3 |
| <input type="checkbox"/> 1/3 | <input type="checkbox"/> 5/4 |
| <input type="checkbox"/> 2/3 | <input type="checkbox"/> Não sei responder |
| <input type="checkbox"/> 3/2 | <input type="checkbox"/> Não é possível |
| <input type="checkbox"/> 3/5 | dividir |
| <input type="checkbox"/> 5/2 | <input type="checkbox"/> Outro: |

Fonte: Sales, 2021.

De acordo com Sales (2021), na questão 06, o objetivo é que os estudantes leiam e entendam que para resolver esse problema eles devem dividir três folhas de papel para cinco pessoas, remetendo a uma ideia de quociente, na qual a resposta correta seria $\frac{3}{5}$. Na tabela 6, encontra-se os resultados dessa questão:

Tabela 6: Quantidade de registros dos estudantes

Resposta	Quantidade
$\frac{1}{2}$	3
$\frac{1}{3}$	7
$\frac{2}{3}$	2
$\frac{3}{2}$	2
$\frac{3}{5}$	21
$\frac{5}{2}$	1
$\frac{5}{3}$	3
$\frac{5}{4}$	4
Não sei responder	7
Não é possível dividir	22
Outro	1

Fonte: Dados da pesquisa.

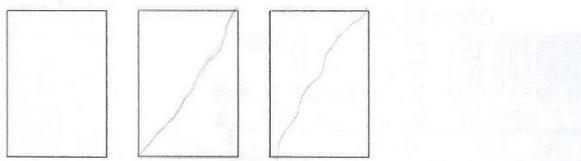
De um total de 73 (setenta e três) estudantes entrevistados, desses 22 (vinte e dois) afirmaram que não é possível dividir, o que nos leva a pensar que eles não possuem domínio na divisão na qual o dividendo é menor que o divisor, resultando em um quociente decimal, 22 (vinte e dois) estudantes assinalaram a resposta incorreta, 7 (sete) disseram que não sabem responder e apenas 21 (vinte e um) responderam corretamente. Um aluno em especial não marcou a alternativa $\frac{3}{5}$, ele assinalou a alternativa outro e resolveu a divisão de $\frac{3}{5}$ que é igual a 0,6, isso mostra que ele não consegue relacionar que $\frac{3}{5} = 0,6$.

Segundo Sales,

Observa-se nessa questão um distanciamento do conceito de fração com o de divisão. É provável que, se a questão propusesse alguma escrita na forma $3 \div 5$, obtivéssemos um número maior de acertos. No entanto, a escrita fracionária parece não se conectar com o sentido da operação proposta, a divisão. Além disso, há um fator a ser observado nessa questão: a imagem apresentada não colabora para uma materialização da questão, no sentido que imaginar a divisão das três folhas para os cinco alunos não é uma tarefa fácil. Isso decorre do fato de os números 3 e 5 serem primos entre si e, por consequência, o mínimo múltiplo comum entre eles se dá por $3 \cdot 5 = 15$. A partir disso, podemos concluir que, o processo mais curto para obter pedaços iguais de papel na divisão proposta seria dividindo cada folha em cinco partes e entregando três dessas partes para cada pessoa. (SALES, 2021, p. 84)

Para alguns o desenho realmente acabou atrapalhando, eles não souberam usá-lo ao seu favor, tentaram dividir as três folhas para as cinco pessoas, só que não perceberam que da forma que dividiram estava incorreto, o tamanho dos cinco pedaços não ficou igual, o que levaram a marcar a opção errada, segue registros nas imagens 10 e 11.

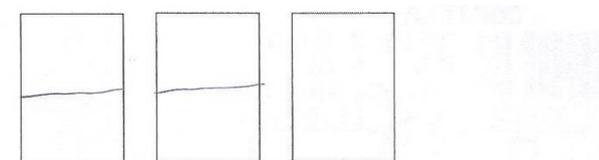
Imagem 10: Registro do estudante G



$1/2$ $5/3$
 $1/3$ $5/4$
 $2/3$ Não sei responder
 $3/2$ Não é possível
 $3/5$ dividir
 $5/2$ Outro:

Fonte: Estudante G.

Imagem 11: Registro do estudante H



$1/2$ $5/3$
 $1/3$ $5/4$
 $2/3$ Não sei responder
 $3/2$ Não é possível
 $3/5$ dividir
 $5/2$ Outro:

Fonte: Estudante H.

Fazendo uma comparação com a pesquisa de Sales (2021), dos 15 (quinze) estudantes entrevistados, apenas 02 (dois) responderam o esperado que é $\frac{3}{5}$, na qual corresponde a parte minoritária da amostra, já na nossa pesquisa obtemos dos 73 (setenta e três) entrevistados, 21 (vinte e dois) respostas corretas, que também corresponde a uma quantidade minoritária da amostra.

Análise da questão 07:

Imagem 12: Problema envolvendo fração

Questão 07: Numa viagem de 72 km, já foram percorridos $\frac{3}{4}$. Quantos km já foram percorridos? (Além da resposta, você deve tentar explicar o raciocínio utilizado para chegar ao resultado).

Fonte: Sales, 2021.

Para essa questão, segundo Sales, o objetivo é fazer com que o estudante calcule uma fração de um número natural, a ideia é descobrir quantos quilômetros já foram percorridos a partir das informações apresentadas no problema, após o cálculo é necessário apresentar o raciocínio que foi utilizado para chegar ao resultado. Na tabela 7, apresentamos os resultados obtidos:

Tabela 7: Respostas dos estudantes

RESPOSTAS	QUANTIDADE
Respondeu correto	23
Respondeu errado	18
Não sabem responder	2
Deixou em branco	30
TOTAL	73

Fonte: Dados da pesquisa.

Do total de 73 (setenta e três) estudantes participantes, 30 (trinta) deixaram a questão em branco, 02 (dois) disseram que não sabem resolver, 18 (dezoito) responderam errado e 23 (vinte e três) responderam o esperado, só que desses apenas 18 (dezoito) explicaram o raciocínio que utilizaram para chegar no resultado final.

De acordo com Sales, a quantidade de estudantes que:

[...] apresentaram uma resposta sem sentido aparente, que afirmam não saber e ainda que não responderam foi alto, o que nos permite inferir que o conceito de número racional, como operador multiplicativo, não foi construído no Ensino Fundamental, de forma efetiva” (SALES, 2021, p. 86).

De acordo com Rodrigues (2005, p. 208) “as atividades desenvolvidas na escolarização inicial podem não estar sendo suficientemente abrangentes para que se construa esse conceito em todos os seus aspectos”. Logo abaixo, encontra-se três registros dos estudantes que responderam corretamente o problema, todos responderam da mesma forma, porém alguns explicaram o raciocínio com textinho curto, outros com um texto longo e um estudante utilizou uma regrinha que chamou bastante atenção.

Na imagem 13 o estudante I, dividiu 72 por 4, e deu 18, depois multiplicou 18, 3 vezes.

Imagem 13: Registro do estudante I

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 4} \\ \underline{32} \\ 32 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

Já foram percorridos 54 km
 Eu dividi 72 por 4, e deu 18, depois multipliquei 18, 3 vezes

Fonte: Estudante I.

Na imagem 14 o estudante J, utilizou uma regrinha básica, que tem a mesma ideia do resultado anterior, que é dividir o número natural (72), pelo denominador (4) e em seguida multiplicar pelo numerador (3), com isso encontrou que já foram percorridos 54 km.

Imagem 14: Registro do estudante J

Já foram percorridos 54 km. $\times \frac{3}{4}$ de 72

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 18} \\ \underline{4} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

Fonte: Estudante J.

O estudante K, na imagem 15, disse que “já foram percorridos 54 km”, para explicar o resultado, afirmou que “se $\frac{3}{4}$ de 72 km já foram percorridos, podemos resolver isso dividindo 72 por 4, obtendo, assim $\frac{1}{4}$ do percurso. Após isso, multiplicamos o valor de $\frac{1}{4}$ do percurso por 3, obtendo $\frac{3}{4}$ ”.

Imagem 15: Registro do estudante K

Já foram percorridos 54 km. $\frac{3}{4}$

Se $\frac{3}{4}$ de 72 km já foram percorridos, podemos resolver isso dividindo 72 por 4, obtendo, assim $\frac{1}{4}$ do percurso. Após isso, multiplicamos o valor de $\frac{1}{4}$ do percurso por 3, obtendo os $\frac{3}{4}$.

$$\begin{array}{r} 72 \overline{) 18} \\ \underline{32} \\ 00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 3 \\ \hline 54 \end{array}$$

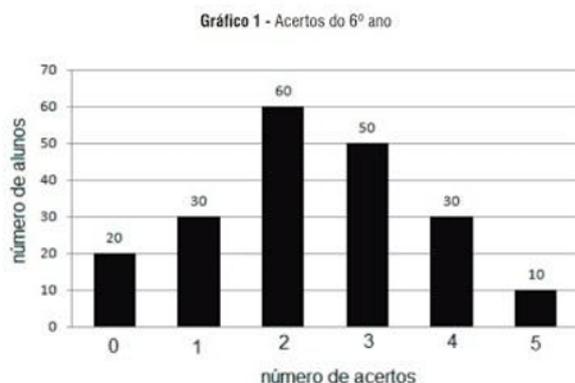
Fonte: Estudante K.

Na pesquisa de Sales (2021), dos 15 (quinze) estudantes entrevistados 08 (oito) conseguiram resolver a questão corretamente, na qual corresponde a maior parte dos entrevistados, já na minha pesquisa dos 73 (setenta e três) estudantes apenas 23 (vinte e três) responderam corretamente, logo percebemos que essa quantidade é a menor parte do total de entrevistados.

Análise da questão 08:

Imagem 16: Problema sobre interpretação de gráficos

Questão 08: (OBMEP 2009) Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões.



Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- Apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões.
- A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões.
- Menos de 200 alunos fizeram a prova.
- 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões
- Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão

Fonte: Sales, 2021.

O objetivo dessa questão, de acordo com Sales (2021), é fazer com que o estudante leia o enunciado, interprete o gráfico, realize os cálculos necessários para se obter o resultado correto. O problema envolve um dos números racionais, aborda um pouco sobre a porcentagem. Na tabela 8, representamos todas as respostas encontradas:

Tabela 8: Respostas dos estudantes em cada alternativa

RESPOSTAS	QUANTIDADE
Apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões	14
A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões	34
Menos de 200 alunos fizeram a prova	7
40 alunos acertaram pelo menos 4 questões	7
Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão	8
Não entenderam o problema	3

Fonte: Dados da pesquisa.

Entre todas as respostas obtidas, 14 (quatorze) entrevistados afirmaram que alternativa correta é a primeira, “apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões” demonstrando que não entenderam o que a questão estava pedindo; 34 (trinta e quatro) optaram pela segunda alternativa, “a maioria dos alunos acertou mais de 2 questões”, mostrando que interpretaram errado, em que olham a partir da 2 coluna, e não percebem a expressão ‘mais de 2’, na qual interfere no entendimento da alternativa.

Tivemos 7 (sete) que marcaram a terceira alternativa, “menos de 200 alunos fizeram a prova”; apenas 7 (sete), assinalaram a alternativa esperada que era a quarta, “40 alunos acertaram pelo menos 4 questões” e 8 (oito) acharam que alternativa correta era a última, “exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão”. E 2 (duas) pessoas não entenderam o problema, uma delas respondeu colocando verdadeiro ou falso nas alternativas e outra marcou, mas de uma alternativa.

Nessa questão ficou claro que a maioria não possui domínio na interpretação de questões desse tipo, quando digo falta de interpretação me refiro a termos que mudam totalmente o sentido da frase, como por exemplo: ‘exatamente’, ‘pelo menos’, ‘mais de’, entre outros termos, mostrou também que eles não sabem interpretar gráfico e resolver problemas que envolvem porcentagem.

Podemos analisar desses resultados que apenas 07 (sete) estudantes marcaram a resposta correta, um número muito baixo em relação ao total de entrevistados, já na pesquisa de Sales (2021), apenas 03 (três) estudantes responderam corretamente, um número baixo também se compararmos com o total de entrevistados.

Análise da questão 09:

Imagem 17: Problema sobre área e razão

Questão 09: Numa sala de reuniões, de 4 m de largura por 4 m de comprimento estão 12 pessoas. Em outra, de 6 m de largura por 4 m de comprimento estão 15 pessoas. As pessoas espalharam-se nas salas, ocupando o espaço disponível. Em que sala as pessoas estão mais concentradas? Explique como você pensou para responder a essa questão. Você pode redigir sua resposta, representá-la por meio de um diagrama ou de alguns cálculos.

Fonte: Sales, 2021.

Para esse problema, de acordo com Sales (2021), necessitava o entendimento dos estudantes em relação ao conteúdo de área, um pouco da ideia de proporcionalidade, e a realização de alguns cálculos para chegar no resultado correto. Para ilustrar melhor os dados obtidos como respostas para esse problema utilizamos a tabela 9:

Tabela 9: Quantidade de respostas dos estudantes

RESPOSTAS	QUANTIDADE
Sala 4m x 4m	18
Sala 6m x 4m	14
Em branco	31
Respondeu errado	10

Fonte: Dados da pesquisa.

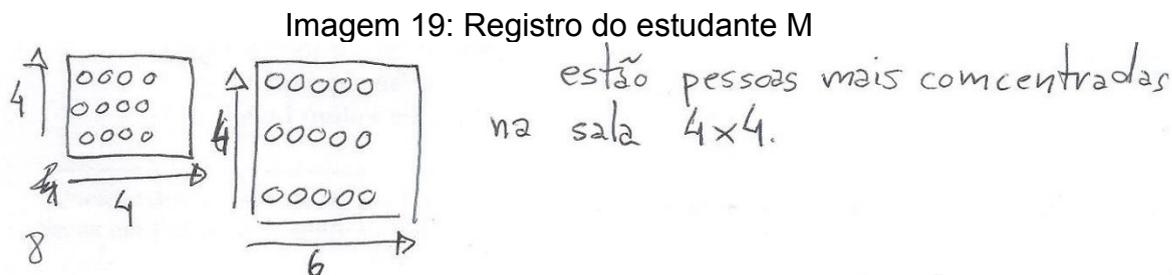
Analisamos as respostas e encontramos, 31 (trinta e uma) questões em branco, 10 (dez) com respostas erradas, 14 (quatorze) afirmando ser a sala '6m x 4m', que possui mais pessoas concentradas e apenas 18 (dezoito) entrevistados responderam o esperado, que era a sala com 4 m de largura por 4 m de comprimento com 12 pessoas, na qual tinha uma maior concentração de pessoas.

Alguns dos estudantes só chutaram que eram a primeira sala, não explicaram o raciocínio para chegar a essa conclusão. Alguns apenas desenharam e afirmaram que era a sala com as medidas de 4m por 4m. Uns tentaram explicar o seu pensamento com algumas palavras só que não foram muito claros e objetivos. Por fim teve os que conseguiram expressar o seu pensamento pela forma de diagramas, desenhos, cálculos e até mesmo palavras, como os registros nas imagens 18 e 19, que se encontram abaixo.

Imagem 18: Registro do estudante L

Por mais que a primeira sala tenha uma menor quantidade de pessoas, a segunda sala é maior, fazendo com o que as pessoas fiquem mais espalhadas. Então, a sala em que as pessoas estão mais concentradas é a primeira.

Fonte: Estudante L.



Fonte: Estudante M.

Um estudante em exceção, resolveu o problema de duas maneiras, utilizando a fórmula de densidade, utilizou também a proporcionalidade em relação aos quadradinhos pintados em seus desenhos. Reescrevendo a sua fala: “A sala A, pois se adaptarmos a fórmula de densidade veremos que a mais gente para menos espaço ou se for feito um desenho veremos que na sala A proporcionalmente a B mais quadrados são pintados”.

Imagem 20: Registro do estudante N

Questão 09: Numa sala de reuniões, de 4 m de largura por 4 m de comprimento estão 12 pessoas. Em outra, de 6 m de largura por 4 m de comprimento estão 15 pessoas. As pessoas espalharam-se nas salas, ocupando o espaço disponível. Em que sala as pessoas estão mais concentradas? Explique como você pensou para responder a essa questão. Você pode redigir sua resposta, representá-la por meio de um diagrama ou de alguns cálculos.

A sala A pois se adaptarmos a fórmula da densidade veremos que a mais gente para menos espaço ou se for feito um desenho veremos que na sala A proporcionalmente a B mais quadrados são pintados.

$\frac{15}{24} = 0,61$
 $\frac{12}{16} = 0,75$

Fonte: Estudante N.

Analisando os resultados dessa pesquisa, percebemos que apenas 18 (dezoito) estudantes responderam o esperado que é na sala 4m x 4m, visto que é uma quantidade de respostas muito pequeno em relação ao total de entrevistados, já na pesquisa de Sales (2021), apenas 04 (quatro) estudantes responderam o esperado, uma quantidade pequena de respostas em relação aos estudantes entrevistados.

Análise da questão 10:

Imagem 21: Problema sobre razão

Questão 10: Especialistas recomendam uma mistura de água sanitária e água para higienização de ambientes contra o corona vírus. A dose recomendada de água sanitária é uma medida para 19 medidas de água. O número fracionário que melhor expressa a quantidade de água sanitária nesta mistura é:

a) $\frac{1}{20}$ b) $\frac{1}{19}$ c) $\frac{19}{20}$ d) $\frac{10}{100}$ e) Outros

Fonte: Sales, 2021.

O propósito dessa questão, segundo Sales (2021), era descobrir a fração que representava a quantidade de água sanitária em uma mistura para combater a corona vírus, trazendo uma ideia de razão.

Do total de entrevistados 3 (três) deixaram em branco, 4 (quatro) afirmaram ser a fração $\frac{1}{20}$, 8 (oito) disseram que é a resposta é a fração $\frac{19}{20}$, 3 (três) afirmaram ser $\frac{10}{100}$, 2 (dois) marcaram a última alternativa, que representa outros e 53 (cinquenta e três) declararam ser a fração $\frac{1}{19}$. Analisando esses resultados percebemos que muitos não conseguiram interpretar o problema direito e perceber que a resposta seria $\frac{1}{20}$, pois o problema que saber qual é o número fracionário que melhor expressa a quantidade de água sanitária na mistura.

Na pesquisa de Sales (2021), percebemos que nenhum estudante marcou a resposta esperada, já na nossa pesquisa apenas 04 (quatro) estudantes marcaram corretamente, um número pequeno em relação ao total de estudantes entrevistados.

Análise da questão 11:

Imagem 22: Problema envolvendo os números decimais e fracionários

Questão 11: Quais dos números abaixo também podem representar a quantidade de água sanitária recomendada na mistura?

a) 10 %
 b) 0,19
 c) 0,20
 d) 5%
 e) 0,05
 f) 1%
 g) 19%
 h) Outro:

Fonte: Sales, 2021.

A questão 11 é meio que uma continuação da anterior, no problema 10 a ideia era fazer com que o estudante encontrasse a fração que representa a mistura de água sanitária e água para higienização contra a corona vírus, neste problema o intuito é pegar essa fração e converte-la ou em um número decimal ou em um número percentual, de acordo com a alternativa correta. Segue a tabela 10 das respostas obtidas:

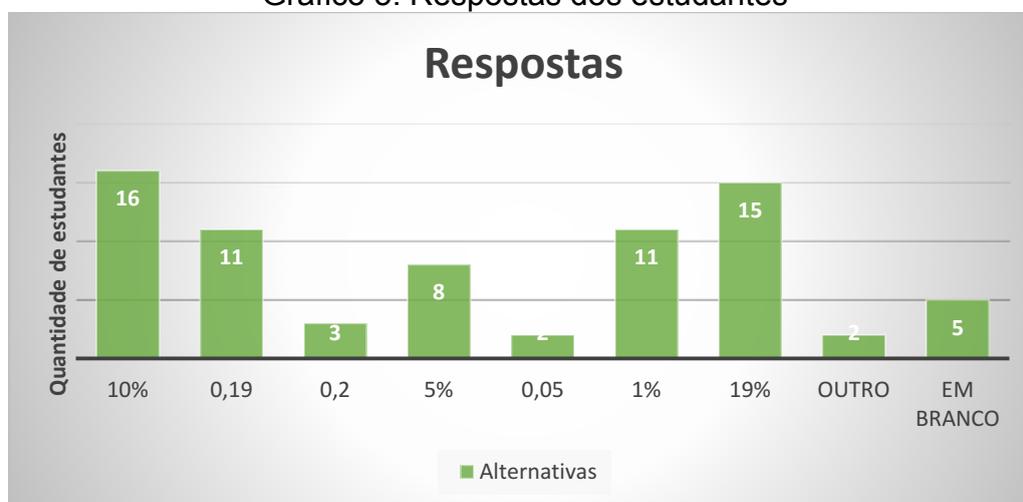
Tabela 10: Quantidade de respostas dos estudantes

RESPOSTAS	QUANTIDADE
10%	16
0,19	11
0,2	3
5%	8
0,05	2
1%	11
19%	15
Outro	2
Em branco	5

Fonte: Dados da pesquisa.

Para a resolução desse problema é necessário ter domínio da conversão de uma fração para sua forma decimal, e também a conversão da fração para representação de um número na forma percentual. Apresentamos abaixo um gráfico com todas as repostas obtidas pelos entrevistados.

Gráfico 5: Respostas dos estudantes



Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo o gráfico 5 cada coluna representa uma resposta apresentada/marcada, e em cada uma delas tem a quantidade de estudantes. O número de respostas em relação a fração $\frac{1}{20}$, foi muito pouco, na qual mostra que os entrevistados não entendem o conceito, nem as possibilidades de representá-los de diferentes formas. Em harmonia com Severo ele diz que “pode-se pensar que o significado de fração não é compreendido por esses respondentes, pois consideram que o numerador é a parte inteira do número, como julgaram ao tentar localizar o numerador na reta numérica”. (SEVERO, 2009, p.52)

Na pesquisa de Sales (2021), nenhuma das respostas se aproximou da razão de $\frac{1}{20}$, na nossa pesquisa apenas 10 (dez) respostas se aproximaram da razão $\frac{1}{20}$, ressaltando que esse número não é o mesmo de respostas correta da questão 11, isso deixa bem claro que os estudantes não conseguem realizar a conversão de uma razão para a sua forma decimal ou então percentual.

Análise da questão 12:

Imagem 23: Problema sobre as representações de um número racional

Questão 12: O número $18/3$ é:

- Natural
- Inteiro
- Racional
- Irracional
- Outro

Fonte: Sales, 2021.

A ideia dessa questão, segundo Sales era “identificar a relação de inclusão entre os conjuntos, reconhecendo que: um número natural também é inteiro; todo número inteiro também é racional; todo número fracionário também é racional”. (SALES, 2021, p.93). Nessa questão, o estudante poderia marcar uma das três primeiras opções, na qual a resposta correta seria tanto um número natural, quanto um número inteiro, quanto racional.

Do total de entrevistados, 8 (oito) disseram que o número era natural, 10 (dez) inteiro, 27 (vinte e sete) racional, teve 18 (dezoito) que disseram que o número é irracional, 2 (dois) deixaram em branco, e 5 (cinco) marcaram outro.

Uma boa parte dos estudantes marcaram a opção racional, por olhar para fração $\frac{18}{3}$, e lembrar da definição de racionais, na qual “um número racional (ou uma fração ordinária), é um número que pode ser colocado na forma $\frac{a}{d}$, em que a e d são inteiros e d não é zero. (NIVEN, 1984, p.30).

Outro fato bem interessante que ocorreu, foi o fato de três estudantes marcarem a opção outro e especificarem dizendo que a resposta correta seria fracionário, a resposta não está errada, mas nos leva a pensar que eles não fazem uma ligação de que os números fracionários, são representados por um fração, as frações estão no conjunto dos racionais, pois de acordo a definição o número racional é representado por $\frac{a}{d}$.

Na pesquisa de Sales (2021), todos os entrevistados marcaram a resposta corretamente, já na nossa pesquisa 48 (quarenta e oito) estudantes marcaram uma das três respostas possíveis para essa questão, os outros não assinalaram a alternativa corretamente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O nosso trabalho teve como objetivo principal, investigar as dificuldades dos estudantes em realizar operações com os números racionais.

Uma das principais dificuldades percebidas foi na parte de compreender o conceito de números racionais, especialmente quando eles estão representados na forma fracionária ou decimal. A falta de uma base sólida no entendimento dos números racionais e das operações fundamentais, como adição, subtração, multiplicação e divisão, muitas vezes contribui para essas dificuldades.

Outro ponto importante é a dificuldade na visualização e interpretação dos números racionais em situações do cotidiano. Os estudantes muitas vezes têm dificuldades em relacionar os números racionais com situações reais, o que afeta sua capacidade de resolver problemas e aplicar conceitos matemáticos de maneira significativa.

A localização de números decimais e principalmente os números fracionários na reta numérica também é outra dificuldade. É fundamental que os educadores estejam cientes dessas dificuldades e adote abordagens pedagógicas que promovem a compreensão conceitual e o uso de diferentes estratégias de ensino.

Esperávamos em nossa pesquisa, que os estudantes do 1º ano obtivessem um desempenho bem melhor que os estudantes da pesquisa de Sales, 2021. Em linhas gerais, a quantidade de estudantes que demonstraram dificuldades em realizar essas operações foi muito grande.

De acordo com as análises realizadas, concluímos que um dos piores resultados obtidos foi na relação dos números decimais e as frações. Deduzimos que esse resultado pode ser pelo fato de que os professores, ao ensinar as frações, podem não mostrar tal relação. Pensamos nisso com base nas ideias de que a maioria dos estudantes do 1º ano não conseguiu localizar as frações ou então os números decimais na reta numérica.

Uma abordagem sugerida para trabalhar tais dificuldades é o uso de materiais manipulativos e visualizações como modelos concretos, jogos

educativos e tecnologias digitais, para auxiliar na compreensão dos números racionais, pois é importante o professor conhecer as diversas possibilidades de trabalho para construir a sua prática. Além disso, é importante enfatizar a resolução de problemas do mundo real, que permite aos alunos conectar os números racionais com situações práticas e praticar suas habilidades matemáticas de forma contextualizada. (MODESTO; RUBIO, 2014)

A formação contínua dos professores também é essencial para lidar com as dificuldades dos alunos em operar com números racionais. Os educadores devem estar sempre atualizados com as melhores práticas de ensino de matemática, bem como desenvolver intervenções inovadoras nos contextos de desempenho profissional. (COSTA E SILVA, 2000).

É necessário realizar uma pesquisa com os professores que atuam na sala de aula, para assim, compreender um pouco melhor sobre como se dá o ensino dos números racionais e perceber as dificuldades que eles encontram no meio do processo.

Em resumo, o estudo das dificuldades dos estudantes em realizar operações com os números racionais revelou a necessidade de se trabalhar abordagens pedagógicas, recursos didáticos eficazes e formação contínua dos professores. Superar essas dificuldades é essencial para promover uma compreensão sólida dos números racionais, permitindo que os alunos desenvolvam suas habilidades matemáticas e apliquem-nas de forma significativa em suas vidas.

REFERÊNCIAS

- [1] BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília, Ministerio da Educação, 1998.
- [2] OLIVEIRA, Jéssika Naves de. **Dificuldades na Aprendizagem dos Números Racionais: Confrontando dois níveis de escolaridade**. Comunicação Científica - São Paulo. 2016.
- [3] ROSA, Rosane Ratzlaff da Rosa. **Dificuldades na Compreensão e na formação de conceitos de números racionais: Uma proposta de solução**. 2007. 85 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – PUCRS, Porto Alegre, 2007.
- [4] MARANHÃO, M. C; IGLIORI, S. B. C. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em matemática - registros de representação semiótica**. São Paulo: Papirus, 2003, p. 57-70.
- [5] CATOO, G. G. **Registros de Representação e o Número Racional: Uma abordagem nos livros didáticos**. 2000. 168 f. Dissertação (Mestrado) — PUC, São Paulo, 2000.
- [6] COSTA, A. C. **Referenciais Históricos e Metodológicos para o Ensino de Frações**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: 2010.
- [7] BROETTO, Geraldo Claudio; SANTOS-WAGNER, Vânia Maria Pereira dos. **Números irracionais para professores (e futuros professores) de Matemática: uma abordagem direcionada a sala de aula**. Vitoria – ES: Edifes, 2017.
- [8] QUARESMA, M; PONTE, J. P. **Compreensão dos Números Racionais, Comparação e Ordenação: O caso de Leonor**. Projecto IMLNA – Improving Mathematics Learning in Numbers and Algebra, apoiado pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia. 2012.
- [9] LIMA, F. S. **Números Racionais na forma Fracionária: Atividades para Superar Dificuldades de Aprendizagem**. Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2013.
- [10] VALERA, A. R. **Uso social e Escolar dos Números Racionais: Representação fracionária e decimal**. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Marília. 2003.
- [11] ONUCHIC, L. R. ALLEVATO, N. S. G. **As Diferentes “Personalidades” do Número Racional Trabalhadas através da Resolução de Problemas**. Bolema, Rio Claro, ano 21, nº 31, p.79-102, 2008.
- [12] MONTEIRO, M. C.; PINTO, H. G. **Desenvolvendo o sentido do número racional**. Lisboa: APM. 2007.
- [13] DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. 2. ed. Campinas: Papirus, 2003. p. 11–33.
- [14] GODOY, A. S. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. São Paulo, v.35, n.2, p. 57-63.

- [15] GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 8ª Edição. Rio de Janeiro: Record. 2004.
- [16] GIMENEZ, Joaquim; BAIRRAL, Marcelo. **Frações no currículo do ensino fundamental: conceituação, jogos e atividades lúdicas**. Seropédica, RJ: GEPEM/EDUR, 2005. v.2
- [17] SEVERO, Daniela Fouchard. **Números Racionais e Ensino Médio: uma busca de significados**. 2009. 65 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.
- [18] SALES, Lourdes Cleide Santana. **Aprendizagem de números racionais: um estudo sobre os significados pessoais após o ensino fundamental**. 2021. 112 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2021.
- [19] NIVEN, Ivan Morton. **Números: Racionais e Irracionais**. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984. Disponível em: https://docs.ufpr.br/~akirilov/ensino/2022/docs/ivan_niven.pdf. Acesso em: 28 de mar. 2023.
- [20] MODESTO, Monica Cristina; RUBIO, Juliana de Alcântara Silveira. **A importância da Ludicidade na Construção do Conhecimento**. Revista Eletrônica Saberes da Educação - Vol 5 - nº 1 - 2014.
- [21] COSTA E SILVA, Ana Maria. **A formação contínua de professores: uma reflexão sobre as práticas e as práticas de reflexão em formação**. Educação e Sociedade, agosto, 2000. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/es/a/g5ZVLVWTNXd7rrr6ZbKynDr/?format=html>. Acesso em: 17 de maio de 2023.

ANEXOS

ANEXO A – QUESTIONÁRIO

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

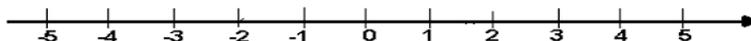
Agradeço a sua disponibilidade e participação!

Qual a sua idade?

Com qual gênero você se identifica?

- () Masculino
() Feminino
() Prefiro não dizer

Questão 01: Localize na reta numérica o número 0,3



Você deve descrever em sua resposta a localização aproximada do número, por exemplo: entre 1 e 2, exatamente no meio; ou entre 3 e 4, mais próximo do três que do quatro.

Questão 02: Observe a etiqueta e analise os números registrados. Qual a unidade de massa utilizada?

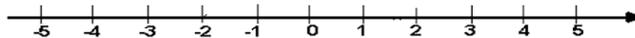
- () Grama
() Quilograma
() Miligrama
() Preço
() Outro:



Questão 03: Em relação ao número que representa o "peso" registrado na etiqueta da questão anterior, podemos afirmar que:

- () É maior que meio quilo
() É menor que meio quilo
() É maior que um quilo
() Vale 1 quilo e 60 gramas
() Outro:

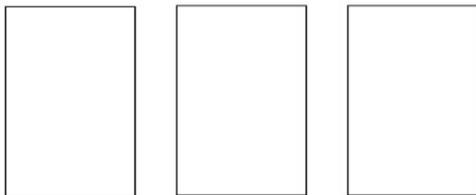
Questão 04: Localize na reta numérica o número $1/2$ *



- Entre os números 0 e 1, exatamente no meio.
- Entre os números 0 e 1, mais próximo do 1 que do 0
- Entre os números 1 e 2, mais próximo do 1 que do 2
- Entre os números 1 e 2, exatamente no meio
- Entre os números 1 e 2, mais próximo do 2 que do 1
- Não sei responder
- Outro:

Questão 05: O décimo terceiro salário, direito garantido pela CF/88 (art. 7º VIII), consiste no pagamento ao empregado de $1/12$ da remuneração devida no mês de dezembro, por mês de serviço prestado ou fração superior a 15 dias. Com base nas informações, calcule o décimo terceiro de uma pessoa que está trabalhando há cinco meses em uma empresa com salário mensal de R\$ 954,00. (Além da resposta, você deve tentar explicar o raciocínio utilizado para chegar ao resultado).

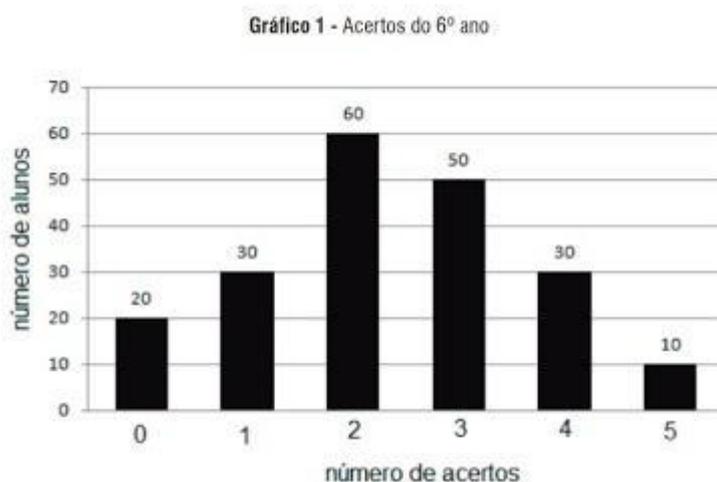
Questão 06: Uma professora deu três folhas de papel para ser dividido igualmente em um grupo de cinco alunos. Qual o número que representa a quantidade de papel que cada aluno recebeu?



- $1/2$
- $1/3$
- $2/3$
- $3/2$
- $3/5$
- $5/2$
- $5/3$
- $5/4$
- Não sei responder
- Não é possível dividir
- Outro:

Questão 07: Numa viagem de 72 km, já foram percorridos $3/4$. Quantos km já foram percorridos? (Além da resposta, você deve tentar explicar o raciocínio utilizado para chegar ao resultado).

Questão 08: (OBMEP 2009) Os alunos do sexto ano da Escola Municipal de Quixajuba fizeram uma prova com 5 questões. O gráfico mostra quantos alunos acertaram o mesmo número de questões; por exemplo, 30 alunos acertaram exatamente 4 questões.



Qual das afirmações a seguir é verdadeira?

- Apenas 10% do total de alunos acertaram todas as questões.
- A maioria dos alunos acertou mais de 2 questões.
- Menos de 200 alunos fizeram a prova.
- 40 alunos acertaram pelo menos 4 questões
- Exatamente 20% do total de alunos não resolveram nenhuma questão

Questão 09: Numa sala de reuniões, de 4 m de largura por 4 m de comprimento estão 12 pessoas. Em outra, de 6 m de largura por 4 m de comprimento estão 15 pessoas. As pessoas espalharam-se nas salas, ocupando o espaço disponível. Em que sala as pessoas estão mais concentradas? Explique como você pensou para responder a essa questão. Você pode redigir sua resposta, representá-la por meio de um diagrama ou de alguns cálculos.

Questão 10: Especialistas recomendam uma mistura de água sanitária e água para higienização de ambientes contra o corona vírus. A dose recomendada de água sanitária é uma medida para 19 medidas de água. O número fracionário que melhor expressa a quantidade de água sanitária nesta mistura é:

- a) $1/20$ b) $1/19$ c) $19/20$ d) $10/100$ e) Outros

Questão 11: Quais dos números abaixo também podem representar a quantidade de água sanitária recomendada na mistura?

- a) 10 %
- b) 0,19
- c) 0,20
- d) 5%
- e) 0,05
- f) 1%
- g) 19%
- h) Outro:

Questão 12: O número $18/3$ é:

- () Natural
- () Inteiro
- () Racional
- () Irracional
- () Outro: