UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANÉSIO SOUSA SANTOS NETO

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA ANÁLISE SOBRE AS POTENCIALIDADES DO USO DO VICMETRO EM SALA DE AULA

VITÓRIA DA CONQUISTA
JUNHO DE 2018

ANÉSIO SOUSA SANTOS NETO

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA ANÁLISE SOBRE AS POTENCIALIDADES DO USO DO VICMETRO EM SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática, sob a orientação da professora Esp. Cristina de Andrade Santos Reis

VITÓRIA DA CONQUISTA
JUNHO DE 2018

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA ANÁLISE SOBRE AS POTENCIALIDADES DO USO DO VICMETRO EM SALA DE AULA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB/ Campus de Vitória da Conquista, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática, sob a orientação da Profª. Esp. Cristina de Andrade Santos Reis.

Vitória da Conquista, 06 de junho de 2018.

Componentes da Banca Examinadora:

____

Cristina de Andrade Santos Reis
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

____

Ana Paula Perovano dos Santos Silva
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

____

Altemar Brito Lima
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer primeiramente a Deus que permitiu que tudo isso acontecesse, ao longo de minha vida, e não somente nestes anos como universitário, mas que em todos os momentos é o maior mestre que alguém pode conhecer.

A minha família, meus irmãos Jânio Filho, Felipe Rocha e Paulo Sergio que fazem parte dessa jornada, proporcionando harmonia, paz, amor, alegrias, companheirismo e apoio nos momentos difíceis. Não posso deixar de agradecer de modo muito especial aos meus heróis, o meu Pai Jânio Sousa Santos e minha Mãe Zuleide Rocha Santos, os maiores contribuintes e incentivadores ao longo dessa caminhada. Só tenho a dizer, obrigado meus guerreiros.

Agradeço as professoras Cristina de Andrade Santos Reis e Ana Paula, minha orientadora e minha ex-orientadora, pelas suas competências, apoio, paciência, incentivos, e dedicação durante o desenvolvimento desse trabalho. Dois grandes exemplos a serem seguidos!

Aos meus amigos, colegas e em especial a Lucas Botelho, Darlan Figueiredo e Bianca Prado, sempre presente nessa caminhada, agradeço a todos pelo, carinho, compreensão, paciência e pelos momentos de apreensão, resenhas e felicidades durante o curso.

Agradeço a todos os professores por me proporcionar o conhecimento não apenas racional, mas a manifestação do caráter e afetividade da educação no processo de formação profissional, por tanto que se dedicaram a mim, não somente por terem me ensinado, mas por terem me feito aprender. A palavra mestre, nunca fará justiça aos professores dedicados aos quais sem nominar terão os meus eternos agradecimentos.

A banca examinadora, por terem aceitado o convite de participarem da banca, aceitando prontamente as exigências desta missão.

À escola, agradeço a todos, Direção, funcionários, e em especial a professora, Maria Nilza e à turma, por aceitarem participar e contribuírem para essa pesquisa.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo, analisar como o uso do Vicmetro pode auxiliar na resolução de questões relacionadas as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo com duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Vitória da Conquista – BA, ao resolverem questões envolvendo este conteúdo com a utilização do Vicmetro. O referencial teórico foi pautado em uma atividade investigativa sobre Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, embasando no contexto histórico de Costa (2003), e analisando todos os anais do Encontro Nacional em Educação Matemática – ENEM, com enfoque nos trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa. Para abordarmos sobre o Vicmetro tivemos como base as ideias de Prado Filho (2010), e para a análise do conteúdo de Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo em âmbito educacional, o livro didático de Dulce e Iracema (2015). Apoiamos nos princípios da pesquisa qualitativa, dos autores Lüdke e André (2005), e como instrumento de coleta de dados, foram aplicados dois questionários. Ao final dos resultados da pesquisa, identificamos a importância do uso do Vicmetro nas resoluções de questões sobre Trigonometria, e a contribuição de instrumentos como esse aos alunos que possuem dificuldades de aprendizagem Matemática.

Palavras-chave: trigonometria, triângulo retângulo, Vicmetro.

ABSTRACT

This work aims to analyze how the use of Vicmetro can help in the resolution of questions related to the Trigonometric Reasons in the Rectangle Triangle with two classes of the 9th Year of Elementary School in a public school in Vitória da Conquista - BA, when solving questions involving this with the use of Vicmetro. The theoretical reference was based on a research activity on Trigonometric Relations in the Rectangle Triangle, based on the historical context of Costa (2003), and analyzing all the annals of the National Meeting on Mathematical Education - ENEM, focusing on the works related to the theme of this research. In order to approach the Vicmetro we had as a base the ideas of Prado Filho (2010), and for the analysis of the content of Trigonometric Relations in the Triangle Rectangle in educational scope, the textbook of Dulce and Iracema (2015). We supported the principles of qualitative research, authors Lüdke and André (2005), and as a data collection instrument, two questionnaires were applied. At the end of the research results, we identified the importance of the use of Vicmetro in the resolutions of questions about Trigonometry, and the contribution of instruments like this to students who have difficulties in learning Mathematics.

Keywords: trigonometry, triangle rectangle, Vicmetro.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

Motivação

Ao meu ver, a trigonometria é um conteúdo bastante importante até mesmo para o dia-a-dia, e que por sua vez é deixado a desejar no ensino básico pelos professores. Em particular na escola em que fiz o Ensino Fundamental e o Ensino Médio o mesmo foi um conteúdo abordado sem parecer ter tanta importância, e por já ser um conteúdo considerado por muitos como complicado é a partir daí que se tem as dificuldades. Ao chegar no nível superior no curso de licenciatura em matemática, foi que me fez sentir bastante dificuldade, pois era um pré-requisito de bastante importância para se dar continuidade no curso, e poderia observar facilmente que essa dificuldade não era apenas minha, mas também de muitos dos meus colegas que ali estavam comigo. No decorrer do curso me lembro até de ter sido trabalhado esse conteúdo em algumas das práticas de uma forma diferenciada.

A partir daí que me veio a vontade de trabalhar então com trigonometria e em especial as relações trigonométricas no triângulo retângulo, para que assim pudesse me aprimorar cada vez mais em um conteúdo que me fez sentir bastante dificuldade.

Profissionalmente falando, estudar sobre as relações trigonométricas irá me ajudar bastante, pois irei me aperfeiçoar cada vez mais no conteúdo no qual me fez sentir bastante dificuldades no passado, assim então estarei sabendo da tão grande importância do mesmo, para ser ministrado com bastante cautela em sala de aula, ajudando não só a mim, mas principalmente aos meus futuros alunos que verão um conteúdo de bastante importância para sua vida sendo abordado com a atenção que se precisa realmente ser trabalhado.

Delimitação do problema

Mesmo sendo uma pesquisa de conclusão de curso, o mesmo deve trazer uma contribuição para a nossa formação acadêmica e profissional na área. Neste trabalho procuramos estudar as principais dificuldades encontradas por parte dos alunos na disciplina de Matemática, em especial, o estudo da Trigonometria (Relações

Trigonométricas no Triângulo Retângulo) e suas críticas, sugestões ou dificuldades quanto ao aprendizado do público alvo, e também à abordagem dos conteúdos quanto aos professores.

A Matemática está inserida no nosso cotidiano, porém, ao longo do curso com as experiências adquiridas durante os estágios, notamos algumas defasagens em leituras, interpretações, rejeição a disciplina, e algumas metodologias pouco voltadas para o cotidiano do aluno quanto a exploração de Situações Problemas. Nesse contexto, nossa pesquisa apresenta o passo a passo e estratégias para a sua resolução, acreditamos que seja de grande importância para os profissionais da área, para que os mesmos possam utilizar esse instrumento em sala de aula, tendo um conhecimento acerca das presentes dificuldades dos alunos, buscando assim, meios em que possam suprir essa defasagem.

Objetivo

A pesquisa a qual estamos apresentando tem como objetivo analisar como o uso do Vicmetro pode auxiliar na resolução de questões relacionadas as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo em duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Vitória da Conquista - BA ao resolverem questões envolvendo esse conteúdo com a utilização do Vicmetro.

Descrição da monografia

Apresentamos na introdução a motivação que nos levou a realização desta pesquisa, e a delimitação do problema, assim como o nosso objetivo.

No primeiro capítulo, apresentaremos uma abordagem histórica sobre o desenvolvimento da Trigonometria e das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo com a finalidade de proporcionar uma reflexão a respeito do tema que pode contribuir para uma melhor apresentação deste conteúdo.

No segundo capítulo traremos alguns elementos acerca das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo baseando nos autores Mori e Onaga (2016) e Iezzi (1981), além de analisar o que os Parâmetros Curricular Nacionais – PCN e Base Nacional Comum Curricular abordam sobre este conteúdo, e falaremos sobre as análises de todos os anais dos Encontros Nacionais em Educação Matemática – ENEM’S, com enfoque nos trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa e no fim deste capítulo falaremos sobre o uso das Tecnologias da informação e comunicação - TICs em relação a esse conteúdo e falaremos também sobre o Vicmetro.

No capítulo 3 apresentaremos a metodologia e a descrição do instrumento de coleta de dados, bem como os questionários aplicados para análises de dados.

No capítulo 4 apresentaremos os dados coletados durante a nossa pesquisa destacando o passo a passo e as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução das questões com o Vicmetro.

E por fim, apresentaremos a nossa conclusão, a qual as apresentamos nossas considerações finais sobre o trabalho.

CAPÍTULO 1: Contexto Histórico

Neste capítulo, apresentamos uma abordagem histórica sobre o desenvolvimento da Trigonometria com a finalidade de proporcionar uma reflexão a respeito do tema o que pode contribuir para o ensino e aprendizagem dos alunos.

De acordo com Costa (2003), antes de falar sobre a história da trigonometria, deveremos analisar que se tomarmos como a ciência analítica estudada atualmente, teremos origem no século XVII, após o desenvolvimento do simbolismo algébrico, mas, se tomarmos para significar a geometria acoplada à Astronomia, as origens remontarão aos trabalhos de Hiparco, no século II a.C., embora existam traços anteriores de seu uso. Se o considerarmos, ainda, para significar literalmente medidas do triângulo, a origem será no segundo ou terceiro milênio antes de Cristo.

Segundo Costa (2003), a partir do cálculo de raízes entre números e entre lados de triângulos que surgiram os primeiros indícios de trigonometria no Egito e também na Babilônia, "no Egito, isto pode ser observado no Papiro Ahmes, conhecido como Papiro Rhind, que data de aproximadamente 1650 a.C." (COSTA, 2003, p.2.). O autor menciona ainda a importância de manter a inclinação das faces na construção das pirâmides, levando os egípcios a introduzirem o Seqt, representante da razão entre afastamento horizontal e elevação vertical.

Costa (2003) relata que "apareceu no Egito (1500 a.C. aproximadamente) a ideia de associar sombras projetadas por uma vara vertical a sequências numéricas, relacionando seus comprimentos com horas do dia (relógios de sol). "(COSTA, 2003, p.2-3.). Isso além da utilização da trigonometria nas medições das pirâmides. O autor diz ainda que, devido as necessidades de medição de alturas e distâncias que se deu o surgimento da tangente e da cotangente, e que essas ideias estavam anunciando a chegada dessas funções, séculos depois.

Como já comentado, início da trigonometria se deu no Egito e na Babilônia, o interesse dos babilônios eram pela Astronomia, pela conexão com o calendário e as épocas de plantio e também por razões religiosas. Para estes as utilizações de triângulos eram muito importantes para o estudo das fases da Lua, pontos cardeais e as estações do ano. (COSTA, 2003). Além disso eles foram astrônomos bastantes influenciadores para gerações posteriores, construindo "no século 28 a.C., durante o reinado de Sargon, um calendário astrológico e elaboraram, a partir do ano 747 a.C, uma tábua de eclipses lunares. Este calendário e estas tábuas chegaram até os nossos dias".(COSTA, 2003, p.3.).

Costa (2003) afirma que aproximadamente 1110 a.C., foi encontrada uma trigonometria também no Oriente, na China, no reinado de Chóu-pei Suan-king, o qual se utilizavam os triângulos retângulos para medição de distâncias, comprimentos e profundidades.

Baseando no historiador Heródoto (490 - 420 a.C.), Costa (2003), afirma que "foram os gregos que deram o nome gnômon ao relógio de sol que chegou até eles através dos babilônios, embora já tivesse sido utilizado pelos egípcios antes de 1500 a.C.." (COSTA, 2003, p.4.).

O desenvolvimento do ensino da trigonometria e da geometria estão ligados um ao outro, como afirma o autor:

> O desenvolvimento da trigonometria está intimamente ligado ao da geometria. Neste campo, a Grécia produziu grandes sábios; entre eles Thales (625 - 546 a.C.), com seus estudos de semelhança que embasam a trigonometria, e seu discípulo Pitágoras (570 - 495 a.C.). Conjectura-se que este último tenha feito a primeira demonstração do teorema que leva seu nome: *'Em todo triângulo retângulo a Área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual soma das Áreas dos quadrados construídos sobre os catetos"*. Deste teorema deriva a relação fundamental da trigonometria. (COSTA, 2003, p.5.).

De acordo com Costa (2003), foi por volta de 180 a.C., que apareceu a primeira amostra de contribuição grega para a trigonometria, quando influenciado pela cultura babilônica, Hispeis dividiu o zodíaco em 360 partes, ideia que foi após generalizada por Hiparco. O autor relata ainda que:

> Por volta do ano 200 a.C. os astrônomos gregos estavam muito interessados em calcular a distância entre dois pontos da superfície terrestre e também o raio da Terra. Foi Erastóstenes de Cirene (276 - 196 a.C.), contemporâneo de Arquimedes (287-212 a. C.) e Aristarco (310-230 a. C.) que produziu a mais notável medida da Antiguidade para a circunferência da Terra, usando semelhança de triângulos e razões trigonométricas, o que o levou a perceber a necessidade de relações mais sistemáticas entre ângulos e cordas. Salientamos que, para tornar possível o trabalho de Erastóstenes, foi determinante na Época o conhecimento do conceito de ângulo e de como medi-lo. O tratado sobre a medida da Terra resume as conclusões a que ele chegou, mas, infelizmente, esses escritos se perderam e tudo o que conhecemos sobre o assunto chegou até nós pelos relatos de Ptolomeu e Heron. (COSTA, 2003, p.5.).

Pode concluir que a trigonometria esteve engatilhando na Grécia, durante os dois séculos e meio compreendidos entre Hipócrates e Erastóstenes. (COSTA, 2003).

Segundo Costa (2003), um grande marco na história da trigonometria surgiu na segunda metade do século dois a.C., Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.), ele "construiu o que foi presumivelmente a primeira tabela trigonométrica com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180°, em cuja montagem utilizou interpolação linear."(COSTA, 2003, p.6.). O autor relata ainda que Hiparco foi muito importante no avanço da Astronomia e recebeu o título de "Pai da Trigonometria"

Já no século IV de nossa era, devido as invasões dos germânicos e com a queda do Império Romano, a Europa Ocidental entrou em crise, e "o centro da cultura começou a se deslocar para índia, que revolucionou a trigonometria com um conjunto de textos denominados Siddhanta, que significa sistemas de Astronomia." (COSTA, 2003, p.9.).

O desenvolvimento da trigonometria teve também a contribuição dos Árabes, com grande influência na fundação da Escola de Bagdad, tendo como um de seus maiores expoentes "o príncipe da Síria Mohamed-ben-Geber, conhecido como AL Battani (aproximadamente 850 a 929 d.C.), ou Albategnius, nas traduções latinas, chamado o Ptolomeu de Bagdad." (COSTA, 2003, p.10.). O autor relata ainda que:

> Os estudos de AL Battani ficaram entre o Almagesto e Siddhanta e foi por sua influência que a trigonometria hindu foi adotada pelos Árabes, principalmente a partir de sua genial ideia de introduzir o círculo de raio unitário e com isso demonstrar que a razão jiva é válida para qualquer triângulo retângulo, independentemente do valor da medida da hipotenusa. (COSTA, 2003, p.10.).

O que teve uma grande influência também foi o conhecimento árabe sobre os Europeus, o qual diversos astrônomos Árabes foram trabalhar e passar o saber na Espanha, como diz Costa(2003), abaixo:

> Os mais importantes escritores foram os astrônomos Ibrâhîm ibn Yahyâ al Naqqâsh, (conhecido como Abû Ishâq ou Ibn al-Zarqâla ou, nas traduções latinas como Arzachel, e que viveu em Córdoba) autor de um conjunto de tábuas trigonométricas em 1050, e Jabir ibn Aflah (conhecido como Jeber ibn Aphla, tendo vivido em Sevilha), cujos estudos astronômicos de 1145 se mostraram tão interessantes que, séculos mais tarde (1543), foram publicados em Nuremberg. (COSTA, 2003, p.12.).

Podemos analisar que a Trigonometria teve grandes contribuições desde antes de Cristo até hoje, começando assim os seus indícios no Egito e também na Babilônia, e com o tempo sendo encontrada uma Trigonometria também no Oriente, na China, e existindo também contribuições Gregas, Árabes, até chegar na Trigonometria que temos hoje.

Nesse sentido, analisamos as várias contribuições para a criação da Trigonometria, sendo um conteúdo discutido desde séculos antes de Cristo, percebemos também inúmeras formas e conceitos, em que podemos utilizar para apresentar os conteúdos de Trigonometria, especialmente as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, explorando-os em contextos culturais, sociais, entre outros.

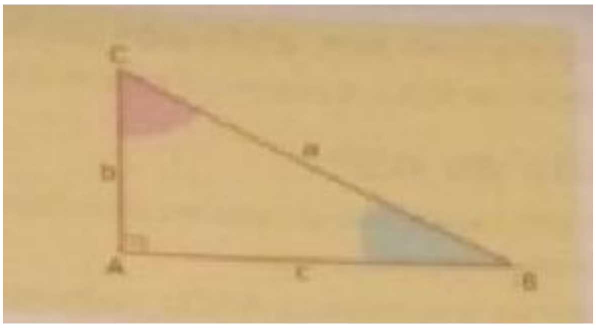
CAPÍTULO 2: Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

Para a definição das Relações Trigonométricas utilizamos o livro didático Matemática Ideias e Desafios dos autores Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga, a escolha deste livro se deu por ser o livro utilizado na turma a qual fizemos a nossa pesquisa, especificando essas definições logo abaixo.

De acordo com Mori e Onaga (2016), “ao estudarmos semelhanças entre triângulos retângulos, podemos observar as razões entre os lados dos triângulos que resultam em propriedades de ângulos, essas propriedades determinam as relações trigonométricas” (p.238). Os autores comentam ainda que, “em um triângulo retângulo, cada um dos ângulos agudos é formado pela hipotenusa e por um cateto. Esse cateto é chamado de cateto adjacente a esse ângulo agudo e o cateto que não forma o ângulo em questão é chamado de cateto oposto a esse ângulo” (p.238).

Dessa maneira, Mori e Onaga (2016) definem as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, ou seja, de modo geral em um triângulo retângulo ABC, como ilustra a figura 01, dizemos que:

Figura 01: Triângulo Retângulo



Fonte: Mori e Onaga (2016, p.243).

1. Seno de $B = \frac{Cateto\ oposto\ a\ B}{Hipotenusa}$

Seno $B = \frac{b}{a}$

2. Cosseno de $B = \frac{Cateto\ adjacente\ a\ B}{Hipotenusa}$

$\text{Cosseno } B = \frac{c}{a}$

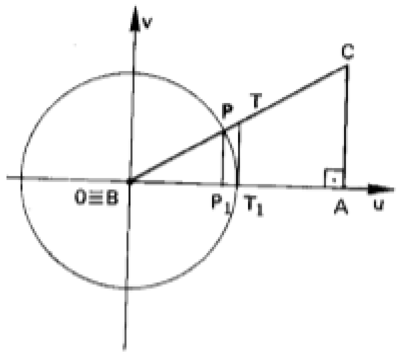
3. $\text{Tangente de } B = \frac{\text{Cateto oposto a } B}{\text{Cateto adjacente a } B}$

$\text{Tangente } B = \frac{b}{c}$

Para provar essas três Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo nos baseamos no livro Fundamentos de Matemática Elementar 3 de Gelson Iezzi, este foi o livro que encontramos com provas mais compreensivas sobre essas relações.

Para isso Iezzi (1981) considera uma circunferência de raio unitário e centro no vértice B e fixa um sistema u0v de referência como mostra a figura 02, definindo os lados opostos aos ângulos Â, B e C de a, b e c.

Figura 02: Prova das Relações Trigonométricas



Fonte: Iezzi (1981, p.146.).

No primeiro caso podemos observar que o triângulo BPP1 é semelhante ao triângulo BCA, então temos a relação seno sendo provada na figura 03 abaixo:

Figura 03: Prova da relação seno

$$\frac{P_1P}{BP} = \frac{CA}{BC} \Longrightarrow \frac{\text{sen } \hat{B}}{1} = \frac{b}{a} \Longrightarrow \boxed{\text{sen } \hat{B} = \frac{b}{a}}$$

Fonte: Iezzi (1981, p.146.).

Isto é, o seno de um ângulo agudo é igual ao quociente da divisão do cateto oposto ao ângulo pela hipotenusa.

No segundo caso podemos observar que o triângulo BPP1 é semelhante ao triângulo BCA, então temos a relação cosseno sendo provada na figura 04 abaixo:

Figura 04: Prova da relação cosseno

$$\frac{BP_1}{BP} = \frac{BA}{BC} \Longrightarrow \frac{\cos \hat{B}}{1} = \frac{c}{a} \Longrightarrow \boxed{\cos \hat{B} = \frac{c}{a}}$$

Fonte: Iezzi (1981, p.146.).

Isto é, o cosseno de um ângulo agudo é igual ao quociente do cateto adjacente ao ângulo pela hipotenusa.

No terceiro caso podemos observar que o triângulo BTT1 é semelhante ao triângulo BCA, então temos a relação tangente sendo provada na figura 05 abaixo:

Figura 05: Prova da relação tangente

$$\frac{T_1T}{OT_1} = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}} \Longrightarrow \frac{\text{tg}\, \hat{B}}{1} = \frac{b}{c} \Longrightarrow \boxed{\text{tg}\, \hat{B} = \frac{b}{c}}$$

Fonte: Iezzi (1981, p.146.).

Isto é, a tangente de um ângulo agudo é igual ao quociente do cateto oposto pelo cateto adjacente ao ângulo.

Nessa seção apresentamos assim as definições da Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo de acordo com o livro didático de Mori e Onaga (2016) e também apresentamos as provas dessas Relações de acordo com o livro de Fundamentos de Matemática Elementar 3, sendo de extrema importância para os alunos saberem essas definições e observar sua prova.

2.1: Parametros Curriculares Nacionais – PCN e Base Nacional Comum Curricular – BNCC

Segundo as recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) apresentam como um de seus objetivos gerais para o Ensino Fundamental, em especial àquele que mais se aproxima e reflete ao estudo da Geometria:

> Comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas; (BRASIL, 1998, p. 48).

Dessa forma, entendemos que os PCN de Matemática (1998) afirmam a importância de se trabalhar na Geometria com situações-problema para que desperte no aluno a capacidade de argumentação e consistência do pensamento geometrico.

Ainda acerca do estudo de Geometria no Ensino Fundamental, "trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa" (BRASIL, 1997, p. 39). Daí a necessidade em explorar as demonstrações nessas tarefas, inclusive no conteúdo sobre Triângulos Retângulos.

Quanto à organização e seleção dos conteúdos de Geometria, temos que os Pcn´s que norteiam o ensino matemático em território nacional, específicos ao Ensino Fundamental, se dividem em dois documentos: o primeiro abrange aos quatro primeiros anos, (BRASIL, 1997) compreendendo aos 1º e 2º ciclos e o segundo documento, aos quatro anos finais (BRASIL, 1998) e são destinados aos 3º e 4º ciclos.

Em relação aos 3º e 4º ciclos, correspondentes do 6º ao 9º ano, os conteúdos que constituem o bloco de conteúdo *Espaço e Forma* se encontram distribuídos das seguintes maneiras: No 3º ciclo, temos:

> Interpretação, a partir de situações-problema (leitura de plantas, croquis, mapas), da posição de pontos e de seus deslocamentos no plano, pelo estudo das representações em um sistema de coordenadas cartesianas [...] Quantificação e estabelecimento de relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e de pirâmides, da relação desse número com o polígono da base e identificação de algumas propriedades, que caracterizam cada um desses sólidos, em função desses números. • Construção da noção de ângulo associada à idéia de mudança de direção e pelo seu reconhecimento em figuras planas. •

> Verificação de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º. (BRASIL, 1998, p. 73).

Pode-se perceber que neste ciclo a Geometria é enfatizada com mais significância, uma vez que os alunos do terceiro ciclo do Ensino Fundamental irão necessitar, dentre outras competências, “resolver situações-problema de localização e deslocamento de pontos no espaço, reconhecendo nas noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo” (BRASIL, 1998, p. 64-65), que são fundamentais para o estudo das coordenadas cartesianas e consequentemente essencial quando forem trabalhar com o conteúdo de *Funções.*

Por fim, no 4º ciclo deverão ser abordados:

> [...] Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas [...] Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos [...] Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro). (BRASIL, 1998, p. 89).

Fazendo uma leitura sobre os conteúdos dispostos acima, é notório que no quarto ciclo as propriedades sobre triângulos serão fundamentais para que o aluno perceba a questão das medidas das figuras geométricas, podendo assim compreender as noções essenciais que se deve ter a respeito das figuras geométricas.

O PCN de Matemática do Ensino Fundamental II organiza os conteúdos em blocos, sendo eles: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. O conteúdo de Triângulo Retângulo faz parte do bloco Espaço e Forma, bloco este que apresenta como objetivo para o ensino de Geometria a capacidade do aluno em desenvolver “um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51).

O PCN é o documento oficial do Ensino Fundamental e se encontra organizado por ciclos: O 1º ciclo corresponde aos 2º e 3º anos do Ensino Fundamental I; o 2º ciclo referente aos 4º e 5º anos, também do Ensino Fundamental II; o 3º ciclo, que corresponde aos 6º e 7º anos do Ensino Fundamental II e o 4º ciclo, que corresponde aos 8º e 9º anos do Ensino Fundamental II.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), na disciplina de Matemática um dos conteúdos de extrema importância para o Ensino Fundamental é a parte geométrica, pois através dela os alunos conseguem compreender de forma organizada o mundo em que vivem, eles costumam se interessar naturalmente por esse tema, além disso, o trabalho com espaço e forma, "obriga" que o professor faça algumas construções, e às vezes com a utilização de régua e compasso. Ademais, o PCN sugere que:

> É fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p.46).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017) reforça também a fala sobre a geometria, destacando sua importância e sua grande ligação com o cotidiano.

> Assim, a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas sobre relações de proporcionalidade em situações relativas a feixes de retas paralelas cortadas por retas secantes ou do teorema de Pitágoras. A equivalência de áreas, por exemplo, já praticada há milhares de anos pelos mesopotâmios e gregos antigos sem utilizar fórmulas, permite transformar qualquer região poligonal plana em um quadrado com mesma área (é o que os gregos chamavam "fazer a quadratura de uma figura"). Isso permite, inclusive, resolver geometricamente problemas que podem ser traduzidos por uma equação do 2º grau. (BRASIL, 2017, p.270-271).

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), podemos analisar que o conteúdo que trabalha especificamente com o triângulo retângulo é o último o qual fala sobre verificações experimentais, aplicações e demonstração do teorema de Pitágoras, não chegando assim até as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, tem também a parte que fala sobre a soma dos ângulos internos de um triângulo igual a 180°, o que serve também para os Triângulos Retângulos.

Por outro lado, temos a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017), que apresentará como propostas no que tange aos objetivos gerais para o Ensino Fundamental e específicos à área de Matemática, a necessidade em desenvolver nos alunos a capacidade em resolver problemas do mundo físico e ao mesmo tempo estabelecer "conexões" com as definições, propriedades e teoremas que são vistos em sala (construir, representar e fazer uma interdependência), fundamentais no ensino geométrico. Sobre isso, temos que:

> estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2017, p. 269).

Ou seja, é essencial que a comunicação matemática e a formação do raciocínio hipotético-dedutivo sejam contempladas, até porque o aspecto funcional (transformações geométricas) é um fator que deve estar presente no processo de ensino e aprendizagem de Geometria durante todo o Ensino Fundamental.

No que tange à organização e seleção dos conteúdos de Geometria apresentados pela BNCC (2017), o documento em questão apresenta uma organização dos conteúdos de acordo com cada bloco e o ano correspondente. Como divisão do Ensino Fundamental em dois grrupos, o BNCC (2017) identifica como *Anos Finais*, o período compreendido entre o 6º e 9º anos.

Para compreendermos melhor essa organização de conteúdos no bloco de Espaço e Forma, vejamos no quadro seguinte:

Quadro 1: Organização dos conteúdos de Geometria segundo a BNCC (2017)

6º ANO	- Plano cartesiano: associação dos vértices de um polígono a pares ordenados - Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas) - Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados - Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas - Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares. (BRASIL, 2017, p. 300).
7º ANO	- Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano: multiplicação das coordenadas por um número inteiro e obtenção de simétricas em relação aos eixos e a origem - Simetrias de translação, rotação e reflexão - A circunferência como lugar geométrico - Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal - Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos - Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero. (BRASIL, 2017, p. 306).
8º ANO	- Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros - Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares - Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas - Transformações

	geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação. (BRASIL, 2017, p. 312).
9º ANO	- Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal - Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo - Semelhança de triângulos - Relações métricas no triângulo retângulo - Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração - Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais - Polígonos regulares - Distância entre pontos no plano cartesiano - Vistas ortogonais de figuras espaciais. (BRASIL, 2017, p. 316).

Fonte: BRASIL, 2017.

Na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017), temos os conteúdos Relações métricas no triângulo retângulo e Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração o qual tem como habilidades:

> 1: Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.
> 2: Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes (BRASIL, 2017, p.316-317.).

Fazendo uma comparação detalhada entre a BNCC e os PCN's na questão do ensino e aprendizagem em geral, podemos evidenciar diferenças e semelhanças entre esses documentos.

Enquanto a BNCC apresenta de forma mais específica e clara sobre como e o que os alunos devem aprender, os PCN's propõem recomendações de normas e planejamentos didáticos para serem seguidos pelos professores e a escola. Apesar da BNCC ter sido elaborada de acordo com contribuições dos PCN's, o primeiro coloca os objetivos disciplinares ano a ano, com mais descrição, uma vez que a BNCC se encontra obrigatória em todas as redes de ensino.

Contudo dentre as semelhanças entre a BNCC e os PCN's, podemos destacar que ambos foram construídos por especialistas e profissionais da educação, e com orientações e aprovação do Ministério da Educação – MEC. Além disso, ambos também relatam acerca da necessidade de se ensinar Matemática de forma contextualizada e disciplinar. Também fazem referências ao uso de materiais que desenvolvam atividades lúdicas e construtivas, uma vez que tanto na BNCC quanto nos PCN's as recomendações e objetivos se dividem em áreas do conhecimento.

Nessa seção buscamos, por meio de documentos oficiais como o PCN (1998) e a BNCC (2016), identificar e analisar os objetivos e recomendações que são feitas para o Ensino Fundamental. Em especial, o conteúdo de Triângulo Retângulo, que é enfoque neste trabalho.

Na próxima seção iremos analisar o ensino da Matemática através dos Encontros Nacionais de Educação Matemática-ENEN.

2.2. O Ensino da Matemática e das Relações Trigonométricas Através dos Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM:

Analisando os anais do Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM ao longo de 20 anos, ou seja, de 1987 a 2017 sendo ocorrido de três em três anos, e alguns textos, notamos que já foram feitos vários trabalhos que tinham como objetivo a melhoria do ensino das Relações Trigonométricas. Observamos que a preocupação com as dificuldades dos alunos e com a maneira com que os professores ministram aulas sobre Trigonometria se tem desde 1988, desde quando já vinham sendo feitos alguns trabalhos e minicursos pensando na solução para esse problema.

Cunha (2001) comenta que fazer matemática está muito além de apenas, receber o pronto e se acomodar a isso, "Fazer matemática significa não mais receber coisas prontas para memorizar e sim, inventar no concreto, para relacionar e entender melhor o abstrato, desenvolvendo um trabalho em que o pensamento constrói. " (CUNHA, 2001, p.1).

Para Cunha (2001), buscar o lado abstrato vindo do lado sensível, é muito importante para o ensino da Matemática, um aspecto que é também de extrema importância é a demonstração, sempre que for possível, buscando assim outras alternativas possibilitando melhor o entendimento e visualização dessa passagem para o abstrato. Cunha (2001), afirma que: “Um dos aspectos entre os que mais se destaca: é ensinar matemática visando ao desenvolvimento do raciocínio e incentivando a criatividade do aluno. ” (CUNHA, 2001, p.1).

Segundo Cunha (2001), o professor, segue o livro de certa forma, que aceitando o que o livro traz, sem fazer críticas, se acomodando assim a esse ensino, e acomodando de certa forma o aluno também. Foi percebido então a melhoria do material didático, percebendo a necessidade de um material que possibilitassem uma melhor compreensão dos alunos.

Concordamos com os autores quando dizem que os professores devem estar sempre investigando e buscando novas ideias, como afirma abaixo:

> A investigação tem que fazer parte da formação do professor, com o objetivo de construir novos saberes, assimilar novos conhecimentos, desenvolver competências, conhecer novas práticas pedagógicas e o uso de novas tecnologias. (Silva, *et al*., 2007, p.4.).

Estendendo as palavras do autor, temos o exemplo do VICMETRO, instrumento este que foi criado para trabalhar com a Trigonometria, o qual os professores podem estar buscando aprimorar se sobre esse instrumento para a melhor compreensão dos alunos sobre a Trigonometria.

Para Santos e Souza (1995), saber Matemática é privilégio apenas de alguns alunos, sendo que um dos tópicos que colabora para essa triste realidade é a Trigonometria. (SANTOS; SOUZA,1995, p.142). Na visão dos autores, o saber da Matemática é considerado algo bem complexo, e que o Ensino da Trigonometria os torna ainda mais complexo.

No segundo Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM ocorrido no ano de 1988, foi apresentado o minicurso intitulado: "Por que ter medo de trigonometria? ", o qual o público alvo eram professores que sentiam dificuldades em transmitir ou abordar esse conteúdo. "Oferecer aos professores uma oportunidade de terem uma visão mais simples de Trigonometria, assunto em que geralmente sentem dificuldades em abordar" (AGUIAR,1988, p. 87) era o objetivo do referido minicurso. Neste minicurso o autor ver as dificuldades dos professores em ministrar o conteúdo de Trigonometria como um dos aspectos preocupantes para o Ensino da Trigonometria.

Ainda no segundo ENEM ocorreu outro minicurso intitulado: "Trigonometria: Um método alternativo de ensino", o projeto de pesquisa através de um método alternativo para o ensino da trigonometria na escola de Ensino Fundamental e Ensino Médio visa a melhoria do ensino da Matemática propiciando melhores resultados no processo de ensinar e aprender.

Um grupo de licenciados do Curso de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, visando as dificuldades de ensinar trigonometria no Ensino Fundamental, iniciou um trabalho através de uma abordagem mais teórica (na disciplina Ensino Aprendizagem de Matemática Elementar I), logo após foi feita uma abordagem experimental com alunos do Ensino Fundamental e Ensino Médio (no laboratório de Ensino de Matemática), "um método alternativo que possibilita a construção da trigonometria através do triângulo retângulo utilizando um material didático."(KLUSENER; BUGARÍN; FEIL,1988, p.126).

O público do projeto eram professores em formação do Curso de Matemática da UFRGS e também professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio em exercício que procura conhecer e adequar esse método, sendo assim importante a interação do professor em formação com o professor em exercício, sendo uma parceria da Universidade com a Escola.

No terceiro e no quarto ENEMs não foram apresentados trabalhos sobre o Ensino da Trigonometria, já no quinto ENEM tivemos o minicurso intitulado: Facilitando o Ensino da Trigonometria, ministrado por Ana Maria Kaleff Beatrix Pinagel Lucas, Dulce Monteiro Reis, Simone dos Santos Garcia, José Luiz M. Díniz Jr e Lisete Godinho Lustosa. O qual tinha como objetivo trabalhar as noções básicas de Trigonometria, através da geometria, desenvolvendo o pensamento geométrico, resgatando conceitos geométricos e suas aplicações onde o público desse trabalho são os alunos de quinta a oitava series. Os resultados obtidos foram positivos, os autores afirmam que a falta do ensino da geometria é um aspecto preocupante para o ensino da trigonometria, e isso ocorre muito, como explicam abaixo:

> A Trigonometria é geralmente ensinada através de uma abordagem algébrica, pois a grande maioria dos alunos desconhecem procedimento geométricos que podem contribuir favoravelmente para a formação dos conceitos trigonométricos. (KALEFF, *et al*., 1995, p.103-104.).

Concordamos com os autores quando dizem que a falta do ensino da geometria, pode prejudicar no ensino de Trigonometria e principalmente nas Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo a qual precisa saber sobre o triângulo e suas semelhanças.

No sexto ENEM ocorreu um minicurso Intitulado “Trigonometria: uma proposta prática” ministrado por Marjúnia Édia Zimmer Klein em 1998, esse minicurso teve os seguintes temas: A trigonometria no triângulo retângulo, definição do seno, cosseno e tangente. Havendo assim também a construção e o uso do “Astrolábio” (instrumento usado, desde a antiguidade, para medir alturas).

O minicurso tinha como objetivos: Construir triângulo retângulos com o uso do transferidor, efetuar medidas, definir seno, cosseno e tangente, construir um astrolábio e medir alturas de objetos utilizando o astrolábio.

O público alvo desse minicurso foram professores que trabalham com o 9º ano do Ensino Fundamental ou com o 1° ano do Ensino Médio, na qual “o docente solicitará a realização de tarefas, em ordem, de acordo com folha a ser reprografada, afim de, pela experiência concreta de construção os alunos definam seno, cosseno e tangente.”(KLEIN,1998, p.162). Os alunos poderiam reunir em grupo somente para analisarem seus resultados, mas a atividade era realizada individualmente. “Após, serão analisados os resultados, pelo grande grupo, podendo o professor fazer um resumo dos mesmos no quadro verde. ” (KLEIN,1998, p.162). Primeiramente seriam definidas as relações trigonométricas e logos após passaria para a construção do “astrolábio” na qual seria utilizado o transferidor, uma fita métrica, uma caneta vazia e transparente, fio de linha e peso para dar prumo, fita durex e calculadora científica. Logo após iremos para o pátio, no qual, separados em grupos, escolheriam dois objetos para saber sua altura. Definir um objeto comum seria interessante, “pois uma análise dos resultados obtidos por todos os grupos, ao utilizarem o astrolábio, também se faz necessária, durante a atividade o professor é orientador e não se manifestar. ” (KLEIN,1998, p.162). Falaremos mais à frente sobre os recursos para o Ensino das Relações Trigonométricas.

No sétimo ENEM ocorrido no ano de 2001, teve a comunicação Intitulado “REPRESENTAÇÃO GRÁFICA: importante recurso na formação de conceitos trigonométricos” realizada pela professora Dra. Maria José Lourenção Brighenti, como professora de Matemática na Universidade Estadual Paulista– UNESP de Bauru, a professora comenta sobre sua preocupação “com as falhas conceituais existentes nos alunos que ingressavam no 3º grau, oriundas das disciplinas estudadas no nível médio, especificamente as que tratavam dos conceitos trigonométricos.”(BRIGHENTI, 2001, p.01.).

Pensando em tais preocupações a professora elaborou então uma pesquisa, sugerindo uma nova sequência para o ensino dos conceitos trigonométricos, que por sua vez, hoje acaba sendo bem utilizado por vários autores de livros, propondo também “atividades para serem desenvolvidas nas salas de aula de modo que os alunos mediam, recortavam, desenhavam, enfim, utilizavam as representações gráficas para a construção do conceito que estava sendo estudado” (BRIGHENTI, 2001, p.2.).

A influência das representações gráficas na formação dos conceitos desenvolvidos, ajudando à aprendizagem nos conceitos trigonométricos, foram um dos resultados satisfatórios que surgiram da pesquisa do seu mestrado (BRIGHENTI, 2001).

Brighenti (2001) diz que na pesquisa e doutorado em (1998) a investigação era verificar “se a proposta sugerida poderia ser apropriada, no seu dia-a-dia, por professores de Matemática, em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes escolas. ” (BRIGHENTI, 2001, p.2.). Encontrando assim então, dados referentes ao ensino.

Para Brighenti (2001), as atividades sugeridas nas duas pesquisas realizadas, modificando a sequenciação hierárquica dos conceitos e possibilitando “desenvolver ações metodológicas diferenciadas, facilitavam tanto o ensino quanto a aprendizagem dos conceitos trigonométricos. ” (BRIGHENTI, 2001, p.3.).

De acordo com as pesquisas realizadas, ficou devidamente comprovado, “que os alunos compreendem melhor os fatos ao utilizarem a representação gráfica, pois além de observarem e discutirem com seus colegas os procedimentos realizados, visualizam o que acontece. ” (BRIGHENTI, 2001, p.9.).

Para Brighenti (2001), de acordo com os professores, a atividade foi bastante motivadora para os alunos, onde nem viam a hora passar. A representação gráfica mostrou ainda mais sua importância, quando o envolvimento dos alunos era bem maior quando utilizavam as construções do mesmo, ou até mesmo algum outro material, que permitiria refletir sobre os conceitos envolvidos. Com a nossa pesquisa como o VICMETRO ficou bem visível essa ideia, a qual os alunos compreenderam bem melhor o Ensino das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

Segundo Brighenti (2001), o prazer em aprender está relacionado tanto às ações concretas, quanto às construções geométricas realizadas, isso de acordo com os procedimentos realizados e as condições materiais utilizadas.

Para Brighenti (2001) pela falta de pré-requisitos, tal como desenho geométricos, a representação gráfica teria sido apontado também como um elemento dificultador em alguns momentos, mas mesmo assim, “o uso das transparências ou da representação gráfica no ciclo também, foi um aspecto citado pelas professoras como facilitador da aprendizagem. ” (BRIGHENTI, 2001, p.10.).

Para Bredariol e Passos (2001), a trigonometria é um conteúdo atualmente obrigatório no Ensino Médio, mas mesmo assim os alunos chegam ao nível superior sem o conhecimento necessário sobre o mesmo. Concordamos com a autora, citando como exemplo minhas dificuldades e de alguns colegas ao chegar ao curso de Licenciatura em Matemática.

No oitavo ENEM não foi apresentado nenhum trabalho sobre o Ensino da Trigonometria, mas no nono ENEM em 2007 tivemos um minicurso e um pôster. No minicurso intitulado por “APRENDENDO TRIGONOMETRIA COM O TABULAE” foi realizada pelos professores: Ana Lucia Vaz da Silva, Ana Patrícia Trajano de Souza, Andreia Carvalho Maciel Barbosa, Marilia Nascimento Robinson.

Segundo Silva, *et al* (2007), com material produzido pelos autores para o Ensino Médio, tendo como recurso o computador, e que foi trabalhado em sua íntegra com alunos da 3ª série do Ensino Médio de duas Unidades Escolares do Colégio Pedro II, nessa oficina será trabalhado com exploração e investigação conceitos e relações da Trigonometria.

Foram desenvolvidas as atividades no Tabulae, sendo o mesmo “um software de geometria dinâmica que foi totalmente desenvolvido pela UFRJ” (SILVA, *et al*.,2007, p.1). Para os autores, com visão de integrar as facilidades dos programas com a prática de sala de aula, foi surgido a proposta dessa oficina com a formação de um grupo de trabalho entre professores da UFRJ e do Colégio Pedro II.

Segundo Silva, *et al* (2007), a realização de construções geométricas como numa folha de papel e a capacidade de movimentá-las, é uma das maiores riquezas no uso do software.

> O caráter dinâmico gera vantagens para o ensino, como a de acelerar o tempo das construções, encorajar a tentativa e erro, construir figuras geométricas mais trabalhosas, além de permitir conjecturas e simulações de situações que não poderiam ser exploradas com lápis e papel (SILVA, *et al*.,2007, p.1).

Os autores Silva *et al* (2007) pensando em desmistificar as dificuldades com utilização de programa educativo no ambiente escolar, com essa intenção apresentaram o software geométrico como parte integrante da prática do professor.

> Para isso, trabalharemos atividades que reproduzam o ambiente de sala de aula, suas dificuldades e características. Iniciaremos pela livre exploração do software para que o aluno se adapte aos principais comandos do programa e suas funcionalidades. Da nossa experiência com a geometria dinâmica, percebemos que essa livre exploração é muito mais profícua que a apresentação dos comandos ou de telas pré-elaboradas, pois as descobertas individuais geram maior motivação na manipulação do Tabulae (SILVA, *et al*.,2007, p1-2).

Para Silva, *et al* (2007), ocorre uma mudança de perspectiva ao sair da construção no papel ou quadro negro para a representação através do software, mudando então do referencial estático para um referencial dinâmico. “Dessa forma, com a visualização e a livre movimentação, possibilitamos a exploração de figuras geométricas em várias posições e, assim, fornecer o instrumental necessário às construções para a resolução de problemas ”(SILVA, *et al*., 2007, p.2). As telas elaboradas estimularam os participantes integrando os dois objetivos principais, conteúdo e forma, “a partir da investigação, manipulação e visualização, fazer observações que os encaminhem para o desenvolvimento do conteúdo. ” (SILVA, *et al*.,2007, p.2). Silva, *et al* (2007) citando Nasser (1991), aponta a visualização como aspecto muito importante, ajudando os alunos na dedução, e a descobrir as regras existentes e questionar a veracidade

Silva, *et al* (2007) diz que durante a oficina será discutido a abordagem desenvolvida na Trigonometria e o uso do software como recurso pedagógico, além de relatar várias atividades realizadas com os alunos.

Para Silva, *et al* (2007), o laboratório ajuda bastante, pois surgem várias discursões estabelecendo uma relação mais direta com o aluno e a sua pratica pedagógica, produzindo novos saberes, motivações e ideias, por isso seja interessante que o professor vivencie esse ambiente de ação reflexiva conjunta.

Concordamos com os autores quando dizem que os professores devem estar sempre investigando e buscando novas ideias, como afirma abaixo:

> A investigação tem que fazer parte da formação do professor, com o objetivo de construir novos saberes, assimilar novos conhecimentos, desenvolver competências, conhecer novas práticas pedagógicas e o uso de novas tecnologias. (SILVA, *et al*., 2007, p.04).

Sendo responsabilidade dos professores "acompanhar o desenvolvimento da Matemática e da Educação Matemática" (SILVA, *etal*.,2007,p.04).

Silva, *et al* (2007) comenta que o uso de tecnologias pode ajudar nesse processo. Ao oferecer uma dinâmica de ensino que favoreça o trabalho coletivo, e ao criar condições para aprendizagem e determinados procedimentos o professor se destaca como figura central.

Segundo Silva, *et al* (2007) citando Valente (1993), as diferentes modalidades do uso do computador mostram que essa tecnologia pode ser bastante útil no processo de ensino-aprendizagem. O autor ressalta que novas modalidades do uso do computador na educação estão redimensionando o seu papel. Ele deixa de ser uma "máquina de ensinar" e passa a se afirmar como ferramenta educacional, possibilitando uma mudança na qualidade do ensino. Essa mudança de função acontece junto com o questionamento do papel da escola, do professor e do modelo educacional. O professor abandona o papel de "ensinar" e passa a ser o agente que promove o aprendizado e aprende junto. As pesquisas sobre a utilização do computador indicam que ele pode ser um "provocador" de fortes mudanças na área de educação.

Concordamos plenamente com os autores quando dizem a utilização das tecnologias só será produtiva quando domina criticamente a tecnologia:

> A utilização das tecnologias na sala de aula só auxiliará o desenvolvimento de uma educação transformadora se for baseada em um conhecimento que permita ao professor interpretar, refletir e dominar criticamente a tecnologia. (SILVA, *et al*., 2007, p.05).

E o pôster Intitulado por “produção coletiva de objeto de aprendizagem: construindo Relações Trigonométricas” foi realizada pelo os professores: Mariana Martins Pereira, Arlindo José de Souza Júnior, Deive Barbosa Alves, Lóren Grace Kellen Maia Amorim no nono ENEM em 2007.

O trabalho intitulado “Construindo Relações Trigonométricas” apresentado por Pereira, *et al* (2007), no qual recebeu um prêmio do MEC, e teve repercussão nacional, e objetivo de aprendizagem realizado para o concurso Rede Interativa Virtual de Educação – (RIVED-Brasil).

Pereira, *et al* (2007) diz que o material foi preparado pensando em servir como ferramentas para professores de ensino fundamental ou médio, no ensino da matemática, e tal preocupação era preparar um material, em um ambiente computacional. Vivemos atualmente em um momento que temos muitos recursos eletrônicos a nossa disposição, pensando nisso foi pretendido com esse projeto a realização de aula interativa aproximando da realidade do aluno.

Pereira, *et al* (2007), comentam que atualmente a informática é inevitável, através disso que foi criado o trabalho intitulado “Construindo relações trigonométricas” permitindo ao professor uma maneira diferenciada de ministrar suas aulas, deixando a mesmice das aulas tradicionais. Segundo os autores a atividade virá com guias que deverá ser seguido pelos professores, tendo também sugestões de livros e sites com maiores informações sobre o mesmo, sendo muito importantes e ajudando o professor a realizar um trabalho bem feito, “um bom professor não é aquele que só propõe um trabalho legal e interessante para o aluno desenvolver, mas sim aquele que oferece condições para que tal ocorra” (PEREIRA, *et al*.,2007, p.3.). O objeto foi desenvolvido num ambiente computacional, sendo especificados no guia os requerimentos técnicos necessários.

Muitos professores de matemática estão despreparados para trabalhar com as novas tecnologias, mesmo assim os autores afirmam que: “A escola tem um papel fundamental na produção e distribuição dos produtos provenientes dos avanços científicos e tecnológicos” (PEREIRA, *et al*.,2007, p.7.).

Pereira, *et al* (2007), diz que o aprimoramento do processo de produção de objetos de aprendizagem a partir do olhar crítico dos futuros professores de Matemática, esse estudo nos mostrou uma reflexão sistemática em relação a isso.

Podemos entender que nesse processo “o objeto de aprendizagem pode ser melhorado constantemente nos diferentes diálogos com os professores e no trabalho educativo com os alunos” (PEREIRA, *et al*.,2007, p.7.).

No décimo ENEM não foi apresentado trabalho sobre o Ensino da Trigonometria, já no décimo primeiro ENEM ocorreu um pôster Intitulado por “Trigonometria, Cálculo, Ensino e Aprendizagem”, foi realizada pelos professores Steffani Maiara Colaço Miranda, Susana Lazzaretti Padilha e Andréia Buttner Ciani do décimo primeiro ENEM em 2013.

Segunda Miranda; *et al* (2013) o relato de experiência foi elaborado de acordo suas dificuldades no início ao curso de Licenciatura em Matemática, que se tornaram maiores na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. “Atribuímos a principal razão de nossas dificuldades no curso e, em especial nesta disciplina, ao nosso Ensino Médio. ” (MIRANDA; *et al*, 2013, p.1.).

Miranda, *et al* (2013) deixando a condição de apenas atribuir culpas ao sistema de ensino, e partindo para condições de futuros professores de Matemática, passaram a refletir de que modo fariam para que os futuros alunos não passem esse mesmo drama que eles, principalmente aos quais se depararam ao ingressar na Universidade. Para o autor devido à falta de hábito de estudo, já tinham consciência de que obter bons resultados no curso de Licenciatura em Matemática seria muito difícil. Na qual o Ensino Médio que foram realizados todos em escola pública, e que a reprovação ocorria apenas em casos extremos, não exigiriam o estudo e aprendizagem exigidos na Universidade. Não sendo uma garantia de que se os alunos fossem reprovados, aprenderiam, mas se nos casos mais graves fossem ocorridos, os alunos se sentiriam mais obrigados a estudar, a procura de bons resultados e aprovação.

De acordo com Miranda, *et al* (2013) diz que esses ruins resultados obtidos em Escola Pública podem decorrer também devido ao desinteresse dos alunos, desmotivando os professores a ministrar os conteúdos como deveriam realmente ser abordados. Na tentativa de os professores ministrarem atividades de forma a contemplá-lo intimamente, são interrompidos pelo desinteresse dos alunos, não conseguindo ministrar uma aula de boa qualidade. Devido a essa triste realidade os mesmos iam perdendo a motivação de ensinar. Além do mais, após toda avaliação havia uma recuperação, e com muito pouco já era suficiente para ser promovido.

Um dos aspectos importantes observados por Miranda, *et al* (2013), é que ainda não houve efetivação do desenvolvimento do hábito de estudar, não acontecendo nem com o final do Ensino Médio. Dessa maneira existe um sentimento negativo, “choque”, devido ao impacto da passagem da Educação Básica para o modelo da Universidade, o que Miranda, *et al* (2013) diz ter acontecido com eles nos primeiros dias de aula, principalmente em Cálculo I.

Os autores Miranda, *et al* (2013) buscando responder a seguinte pergunta “Como aprender Cálculo sem Trigonometria? ” Por conta de ter sido uma dificuldade por eles sentidas, sendo que algumas delas foram inevitáveis. Citando um fato ocorrido na disciplina de Cálculo Diferencial Integral I, dizem que no primeiro momento os conteúdos abordados eram compreendidos, porém em algum momento foi abordado um conteúdo que exigiria o conhecimento de TRIGONOMETRIA, no qual o que achavam saber se tornou insuficiente. Como na época do Ensino Médio parecia algo muito fácil, então achávamos que Trigonometria já era um assunto dominado intelectualmente. Miranda, *et al* (2013) diz também que a Trigonometria aprendida por eles no Ensino Médio se resume em apenas tabelas com valores conhecidos de seno, cosseno e tangente, as relações fundamentais no triângulo retângulo. Os autores pensando em responder também a seguinte pergunta: “Estudar “mais” Trigonometria da mesma maneira ajuda na compreensão do Cálculo? ” No primeiro momento acreditavam que seria pela falta de conteúdo, devido as poucas aulas de Matemática no Ensino Médio, duas ou três aulas apenas, sendo culpado pelas dificuldades enfrentadas. Porém segundo os autores ao estudar um pouco mais, sobre as disciplinas do primeiro ano do curso e nas reuniões do PIBID, foi percebido que talvez mais tempo não implicaria na aprendizagem de boa qualidade.

Na fala de Miranda, *et al* (2013) uma alternativa para uma boa compreensão dos conteúdos seria a utilização de materiais manipuláveis. Esse pensamento se deu devido experiência própria obtidos no primeiro ano de curso, no Laboratório de Ensino de Matemática, no qual as professoras utilizaram diversos materiais, auxiliando aprender certos conceitos matemáticos que deveriam ter sido aprendido no Ensino Médio. Miranda, *et al* (2013) fala também sobre a utilização do Teodolito, um objeto construído para a mediação e visualização de ângulos, ajudando o aluno a entender melhor determinado conteúdo.

Miranda, *et al* (2013) falam também sobre a extrema importância de as demonstrações serem feitas pelos professores do Ensino Fundamental e Médio, mostrando os alunos a origem de determinada formulas. Segundo os autores falar sobre a abordagem histórica da Trigonometria mostrando sua origem e que a Matemática é algo descoberto por gênios, ou inventada por alguns estudos abstratos, desvinculados do mundo prático e útil, pode ajudar bastante na aprendizagem dos alunos.

Nesse texto foram relatados alguns obstáculos encontrados pelos autores Miranda, *et al* (2013) no processo de aprendizagem, pontos que chamaram atenção da mudança de alunas para futuras professoras, onde vimos que os problemas educacionais não estão focados apenas aos professores, colégio e o sistema de ensino.

No trabalho desses autores observamos dificuldades encontradas por eles ao chegarem no curso de Licenciatura em Matemática, assim como foram encontradas por mim também ao ingressar nesse curso.

No décimo segundo ENEM, que é o último até o momento também não foi apresentado trabalho relacionado as relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

Na seção seguinte iremos ver como o uso de materiais e das Tecnologias da Informação - TICS podem auxiliar no ensino da trigonometria.

2.3. Uso de materiais e das TiCs:

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), a sociedade sofre grandes transformações e um dos principais agentes desta transformação são as tecnologias. Desta forma, surge mais um desafio para as escolas: o de como incorporar ao seu tradicional trabalho novas formas de comunicar e conhecer. O uso de recursos tecnológicos, tais como, calculadoras, computadores e outros estão cada vez mais presentes na população e, o uso destes podem trazer diversas contribuições para o ensino e a aprendizagem da Matemática à medida que:

> relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente; 2 evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; 3 possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem; 4 permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo. (BRASIL, 1998, p. 43-44.).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998), na maioria das escolas ainda não se tem computadores disponíveis, mas este é um instrumento que pode ajudar e facilitar bastante o Ensino da Matemática, tendo assim algumas finalidades, tais como:

> como fonte de informação, poderoso recurso para alimentar o processo de ensino e aprendizagem; 2: como auxiliar no processo de construção de conhecimento; 3: como meio para desenvolver autonomia pelo uso de softwares que possibilitem pensar, refletir e criar soluções; 4: como ferramenta para realizar determinadas atividades - uso de planilhas eletrônicas, processadores de texto, banco de dados etc. (BRASIL, 1998, p.44.).

Ademais, a Tecnologia pode ajudar positivamente no desenvolvimento cognitivo dos alunos, permitindo que os alunos aprendam com seus erros. A utilização dos computadores em aulas pode ser um fator positivo na interação professor - aluno, trazendo uma maior proximidade entres estes, portanto o computador não vem substituir o professor, mas sim o reforçar na preparação, condução e avaliação do processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL, 1998).

Na visão de Cunha (2001), o uso de certos materiais, tais como a régua trigonométrica, e o ensino concreto facilita bastante o ensino da trigonometria, como antes não tinham esses conhecimentos, o entendimento, era feito apenas com livros, revistas, dispositivos de transparências, por isso o ensino da trigonometria era de difícil entendimento.

Pensando em melhorar esse ensino, Cunha (2001) desenvolveu um protótipo da régua, o qual foi apresentada na reunião dos professores de matemática em 1992. A ideia foi bem aceita pelos seus colegas, que resolveram utilizar o material com seus alunos, obtendo assim ótimos resultados. Hoje, esse material já é comercializado em vários tamanhos para uso dos alunos e dos professores. O dispositivo desenvolvido por Cunha (2001) foi:

> Um dispositivo móvel, que foi adaptado ao ciclo trigonométrico e, acionando este mecanismo obtêm-se os arcos e os valores nos seus respectivos eixos, inclusive podendo-se relacionar com os outros quadrantes, bem como obter uma visão global que contribui bastante para o aprendizado. (CUNHA, 2001, p.1)

Para Cunha (2001), os resultados obtidos foram ótimos e gratificantes, o uso desse material ajudou e está ajudando bastante no ensino da trigonometria, que por sua vez era considerada bem mais difícil, antes do uso desse material.

Silva, *et al* (2007) também vem falando sobre instrumentos que são importantes para o Ensino das Relações Trigonométricas, tal como construções geométricas como numa folha de papel e a capacidade de movimentá-las, é uma das maiores riquezas no uso do software. O caráter dinâmico também é bastante importante, como aborda o autor logo abaixo:

> O caráter dinâmico gera vantagens para o ensino, como a de acelerar o tempo das construções, encorajar a tentativa e erro, construir figuras geométricas mais trabalhosas, além de permitir conjecturas e simulações de situações que não poderiam ser exploradas com lápis e papel (Silva, *et al*.,2007, p.1).

Os autores Silva *et al* (2007) pensando em desmistificar as dificuldades com utilização de programa educativo no ambiente escolar apresentaram o software geométrico como parte integrante da prática do professor, explicando logo abaixo, como foi feito esse processo:

> Para isso, trabalharemos atividades que reproduzam o ambiente de sala de aula, suas dificuldades e características. Iniciaremos pela livre exploração do software para que o aluno se adapte aos principais comandos do programa e suas funcionalidades. Da nossa experiência com a geometria dinâmica, percebemos que essa livre exploração é muito mais profícua que a apresentação dos comandos ou de telas pré-elaboradas, pois as descobertas individuais geram maior motivação na manipulação do Tabulae (SILVA, *et al*.,2007, p1-2.).

Para Silva, *et al* (2007), ocorre uma mudança de perspectiva ao sair da construção no papel ou quadro negro para a representação através do software, mudando então do referencial estático para um referencial dinâmico. "Dessa forma, com a visualização e a livre movimentação, possibilitamos a exploração de figuras geométricas em várias posições e, assim, fornecer o instrumental necessário às construções para a resolução de problemas "(SILVA, *et al*., 2007, p.02).

As telas elaboradas estimularam os participantes integrando os dois objetivos principais, conteúdo e forma, "a partir da investigação, manipulação e visualização, fazer observações que os encaminhem para o desenvolvimento do conteúdo. " (SILVA, *et al*.,2007, p.02). Silva, *et al* (2007) citando Nasser (1991), aponta a visualização como aspecto muito importante, ajudando os alunos na dedução, e a descobrir as regras existentes e questionar a veracidade

Para Silva, *et al* (2007), o laboratório de Matemática ajuda bastante, pois surgem vários discursões estabelecendo uma relação mais direta com o aluno e a sua pratica pedagógica, produzindo novos saberes, motivações e ideias, por isso seja interessante que o professor vivencie esse ambiente de ação reflexiva conjunta.

Concordamos com os autores quando dizem que os professores devem estar sempre investigando e buscando novas ideias, como afirma abaixo:

> A investigação tem que fazer parte da formação do professor, com o objetivo de construir novos saberes, assimilar novos conhecimentos, desenvolver competências, conhecer novas práticas pedagógicas e o uso de novas tecnologias. (SILVA, *et al*.,2007, p.4).

Sendo responsabilidade dos professores "acompanhar o desenvolvimento da Matemática e da Educação Matemática."(SILVA, *et al*.,2007, p.4). Silva, *et al* (2007), diz que o uso de tecnologias pode ajudar nesse processo. Ao oferecer um dinâmica de ensino que favoreça o trabalho coletivo, e ao criar condições para aprendizagem e determinados procedimentos o professor se destaca como figura central.

Apoiamos os autores quando dizem a utilização das tecnologias só será produtiva quando domina criticamente a tecnologia:

> A utilização das tecnologias na sala de aula só auxiliará o desenvolvimento de uma educação transformadora se for baseada em um conhecimento que permita ao professor interpretar, refletir e dominar criticamente a tecnologia. (SILVA, *et al*., 2007, p.5).

Muitos professores de matemática estão despreparados para trabalhar com as novas tecnologias, mesmo assim os autores afirmam que: "A escola tem um papel fundamental na produção e distribuição dos produtos provenientes dos avanços científicos e tecnológicos" (PEREIRA, *et al*.,2007, p.3).

Costa e Souza (2011) citando Souza (2001), afirmam especificamente em relação a matemática, que os projetos da educação com o decorrer do tempo mudaram, porém, o ensino da matemática continua basicamente o mesmo. (COSTA; SOUZA,2011, p.33.). O ensino da matemática, apesar de terem sido mudados no projeto da educação, na realidade escolar continua praticamente o mesmo, com o mesmo ensino de forma tradicional e pouco motivador para os alunos, um aspecto que pode mudar um pouco essa realidade é o uso dos recursos tecnológicos no ensino da matemática.

Costa e Souza (2011) citando Ribeiro (2010), afirmam que o ensino das relações trigonométricas, se torna desmotivador e sem rendimento quando se trabalha apenas a parte teórica sem utilização de situações problemas. "Uma das possibilidades de mudar esta cena mecanizada e pouco produtiva à aprendizagem é a utilização de recurso informatizado. " (COSTA; SOUZA,2011, p.35.).

Segundo Costa e Souza (2011), os avanços tecnológicos estão trazendo cada vez mais melhoria e facilidade para a população, sendo um meio de comunicação bem mais viável e ajudando bastante também na educação:

> A tecnologia advinda da evolução humana veio subsidiar a melhoria/ facilidade na comunicação, educação e no processo de ensino e aprendizagem, além de englobar as informações culturais e coletivas de todo o planeta. Ademais, a tecnologia, além de evoluir fortemente com o passar dos anos, proporciona maior alcance de recursos (sons, imagens, softwares, etc.). (COSTA; SOUZA, 2011, p.36.).

A tecnologia vem tendo um avanço muito grande a cada dia, trazendo assim muitas vantagens e facilidades para a população tais como, vários aplicativos para celulares: para acesso e realização de operações bancárias, para ver o horário do ônibus, e vários software com aplicativos matemáticos, como o Geogebra, Vicmetro e muitos outros, podendo ajudar positivamente no Ensino da Matemática. Na próxima seção iremos apresentar o Vicmetro.

2.4. O Vicmetro:

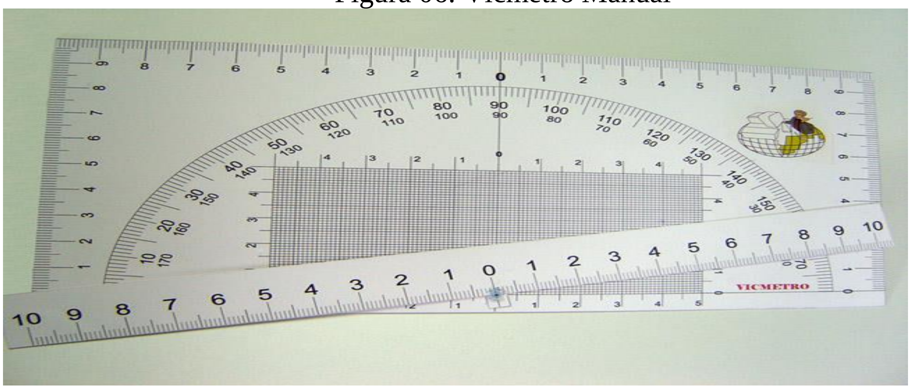
O Vicmetro é um instrumento tecnológico criado com o objetivo de unir a teoria e a prática da Trigonometria, com ele é possível fazer medição e aferição de ângulos, catetos, hipotenusa e cálculos trigonométricos. Com este instrumento é possível fazer a leitura direta dos elementos matemáticos acima elencados, possibilitando resoluções imediatas nos exercícios sem utilização de calculadoras, tabelas de seno, cosseno, tangente e cotangente, apresentando grande eficiência para medir, aferir, conferir e transferir ângulos e na solução de cálculos trigonométricos.

O Vicmetro foi criado por Vicente Parra Filho, 65 anos de idade e sua formação profissional é Técnico Industrial, a sua cidade natal é São Paulo e a cidade em que reside atualmente é Campinas – SP.

Em uma entrevista que realizamos através de e-mail com o autor ele menciona que o incentivo para a construção do Vicmetro foi em observar as dificuldades dos alunos no entendimento da Trigonometria, buscando tirar esse conteúdo do abstrato, unindo a teoria e a prática. E o objetivo de se criar esse instrumento trata-se de um gabarito para conferir a exatidão dos cálculos trigonométricos, bem como, facilitar o ensino e o aprendizado da trigonometria.

Existe o instrumento manual como ilustra a figura 06 e também já existe o aplicativo dele, o qual apresentaremos na figura 07:

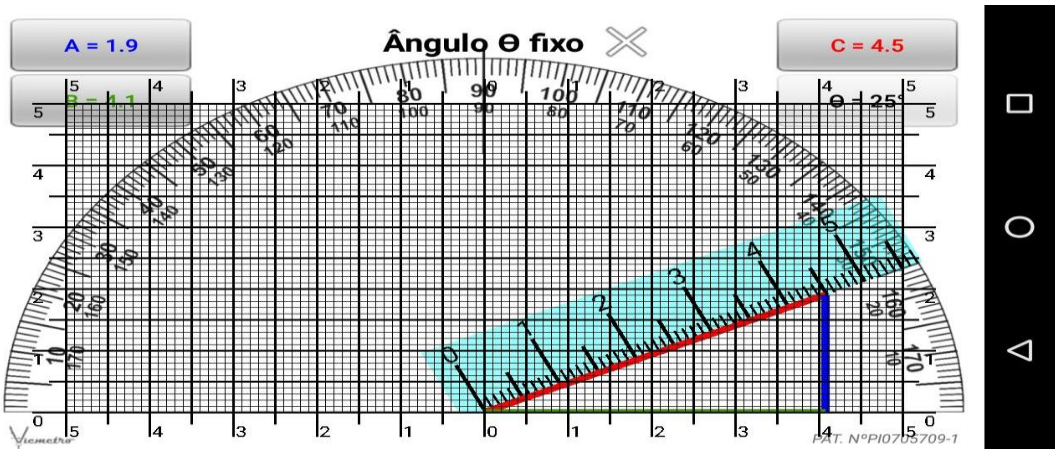
Figura 06: Vicmetro Manual



Fonte: Material do Vicmetro

De acordo com o autor os aspectos relevantes sobre o Vicmetro manual é a possibilidade de manipulação facilitando o entendimento e o aprendizado, despertando o interesse do aluno pela matéria, pois torna a aula mais interativa.

Figura 07: Aplicativo do Vicmetro



Fonte: Aplicativo do Vicmetro

E os aspectos relevantes sobre o Aplicativo do Vicmetro facilidade de utilização e manipulação através do celular. O aplicativo é totalmente gratuito e fácil de ser baixado para qualquer celular que possui androide, baixando direto do PlayStore.

Com a utilização do Vicmetro podemos desenhar o Triângulo Retângulo facilmente, ficando bem mais prático para resolução de questões que seriam resolvidas através das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, e no meu ver com o aplicativo fica bem mais tranquilo no manuseio deste instrumento, uma vez que podemos fixar um lado ou o ângulo que já temos do triângulo, para assim encontrar o lado ou ângulo que queremos.

Durante o manuseio do aplicativo para resolução de algumas questões analisamos que as vezes o aplicativo apresentar alguns resultados diferentes, mas segundo o autor isso ocorre pois existe uma diferença milimetricamente muito pequena, mesmo que não der para observar, e quer teríamos que buscar a posição totalmente correta para o acerto da questão.

No próximo capítulo iremos abordar os procedimentos metodológicos e a análise do livro didático.

CAPÍTULO 3: Procedimentos Metodológicos

Como nosso objetivo é analisar como o uso do Vicmetro pode auxiliar na resolução de questões relacionadas as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo com duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Vitória da Conquista- BA, ao resolverem questões envolvendo esse conteúdo com a utilização do Vicmetro adotando a abordagem qualitativa. Baseamos nas ideias Lüdke e André (2005), segue que:

> Os focos de observações nas abordagens qualitativas de pesquisas são determinados basicamente pelos propósitos específicos do estudo, que por sua vez derivam de um quadro teórico geral, traçado pelo pesquisador. Com esses propósitos em mente, o observador inicia a coleta buscando sempre manter uma perspectiva de totalidade, sem se desviar demasiado de seus focos de interesse. (LÜDKE; ANDRÉ, 2005, p.30).

Dessa forma, registraremos e analisaremos as estratégias dos alunos, objetivando as interações e relações ao resolverem questões com o Vicmetro envolvendo o referido conteúdo.

A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Vitória da Conquista, com alunos de duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental. A escolha da escola e das turmas se deu, pelo fato de que, já tinha uma certa proximidade com a Professora a qual cedeu as turmas, por já ter feito estágio e também participar do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID com ela.

Empregamos, como instrumento de coleta de dados, dois questionários. De acordo com Lorenzato e Fiorentini (2006) o questionário é um instrumento atualmente bastante utilizado para coleta, podendo ser compostos por diversas perguntas e questões, sejam elas, fechadas abertas e mistas.

O primeiro questionário contém algumas questões pessoais a qual abordam a sua, idade, se gosta da disciplina de Matemática, se já foi reprovado nessa disciplina e uma atividade com as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo. O segundo questionário possui uma seção de questões, algumas sem contexto e outras contextualizadas. As questões dos questionários foram retiradas de livros didáticos e do trabalho intitulado O Ensino das Relações Trigonométricas no Triângulo por Atividades de autoria de Gomes (2013). Para Lüdke e André (2005):

> Analisar os dados qualitativos significa "trabalhar todo o material obtido durante a pesquisa, ou seja, os relatos de observação, as transcrições de entrevistas, as análises de documentos e as demais informações disponíveis. A tarefa de analise implica, num primeiro momento, a organização de todo o material, dividindo-o em partes,

> relacionando essas partes e procurando identificar nele tendências e padrões relevantes. (LÜDKE; ANDRÉ, 2005, p.45).

Os dados fornecidos pelos grupos nos questionários serão tabulados, e logo serão apontados, caso existirem, diferentes estratégias de resoluções ali apresentadas por eles. Na primeira atividade participaram 10 alunos do 9°ano A e 21 alunos do 9°ano B, totalizando em 31 alunos e na segunda atividade a qual participaram exatamente 10 alunos do 9°ano A e 12 alunos do 9°ano B, totalizando 22 alunos.

3.3: Análises do Livro Didático

O objetivo de analisar o livro didático foi para saber como o conteúdo seria abordado para o público da pesquisa e também para nos ajudar na elaboração das atividades que seriam aplicadas com os alunos.

Iniciamos a análise com a identificação de um livro didático do 9º ano do Ensino Fundamental, tendo o título: Matemática Ideias e Desafios. O qual aborda os conteúdos de Relações trigonométricas.

O livro analisado é dos autores Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga. Como nosso foco de análise são os conteúdos de Relações Trigonométricas e em especial as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, analisaremos o capítulo XII que fala sobre as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo destinado ao 9° ano do Ensino Fundamental. Foi publicado no ano 2017 pela Editora Saraiva e pertencem ao PNLD – Programa Nacional do Livro Didático.

O livro no geral traz uma abordagem interessante, em todos os conteúdos neles ministrados, iniciando então com algum contexto atual ou histórico com o cotidiano, podendo chamar a atenção do público alvo, dando seguimento com algumas charge, figuras, tentando unir o conteúdo abordado com a realidade e buscando deixar o conteúdo abordado mais atrativo, já no decorrer das atividades são apresentados alguns quadrinhos sejam eles, para mencionar algum desafio para o leitor, ou até mesmo, relacionando o tema com alguma atividade do nosso cotidiano, tanto nos exercícios propostos quanto nos temas iniciais de cada subtema. O que transforma a coleção bem mais rica em conhecimentos diversos.

Relações trigonométricas:

O livro Matemática: Ideias e Desafios é dividido em 12 capítulos, na seguinte sequência: Números Reais e Potências; Radiciação e suas propriedades; Equações do 2° grau; Equações de 2° grau e formas redutíveis; Tales e a proporcionalidade; Semelhança e proporcionalidade; Semelhança e medidas; Estatística e proporcionalidade; Funções; Função de 2° grau; Circunferências; Relações trigonométricas. Todos esses conteúdos são indicados para o 9° ano. Ao realizar a análise, foi dado que os campos da matemática escolar contidos no livro são: Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Números e Operações; Pensamento Algébrico; Tratamento da Informação; dando mais enfoque aos conteúdos de Pensamento Algébrico e, espaço e Forma, o que é aceitável por ser indicado a essa série, o qual possam servir como base para a continuidade dos estudos no ensino médio.

Todos os capítulos do livro se iniciam com uma ou mais imagens e um texto de introdução falando um pouco sobre o relativo conteúdo na antiguidade e também fala sobre o conteúdo no cotidiano. Os conteúdos são abordados praticamente com a mesma ênfase para todos.

O capítulo sobre Relações Trigonométricas é subdividido em tópicos: Relações trigonométricas nos triângulos retângulos, Relações métricas em polígonos regulares, Leitura- " Pirâmides: o mapa e o céu". Verdade ou ficção científica? e Revisão cumulativas e testes, o autor inicia o conteúdo com as noções de semelhanças de triângulos retângulos, logo em seguida fala sobre as relações contidas neste, introduzindo assim o conceitos de seno, cosseno e tangente.

Após a introdução das relações trigonométricas no triângulo retângulo, são propostos vários exercícios de fixação do conteúdo, o livro se preocupa com vários exemplos do cotidiano procurando deixar o conteúdo bem mais atrativo para o público alvo mas contendo vários outros também mais diretos, após qualquer explicação dos conteúdos são propostos muitos exercícios, os níveis das questões vão aumentando cada vez mais.

O autor apresenta algumas atividades que buscam uma ênfase a outros recursos, além do livro didático, envolvimento do cotidiano em alguns exercícios como: calcular a altura de uma determinada torre, determinar altura de um determinado prédio, dentre outros, isso juntos com aplicação de outras atividades.

No próximo capítulo iremos mostrar os resultados das análises obtidas nas aplicações dos questionários.

CAPÍTULO 4: Análises dos Dados

O objetivo deste capítulo é apresentar os resultados encontrados, com a resoluções de questões que seriam resolvidas através das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo com a utilização do Vicmetro, com duas turmas do 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Vitoria da Conquista.

Inicialmente apresentaremos o perfil das turmas, na primeira atividade participaram 10 alunos do 9°ano A e 21 alunos do 9°ano B, totalizando em 31 alunos.

Tabela 1: Faixa etária dos alunos por turma

Idade	Quantidade de alunos por turma	
	9º ano A	9º ano B
14 anos	3	7
15 anos	1	13
16 anos	3	0
17 anos	2	0
18 anos	0	0
19 anos	1	0
Não respondeu	0	1
Total	10	21

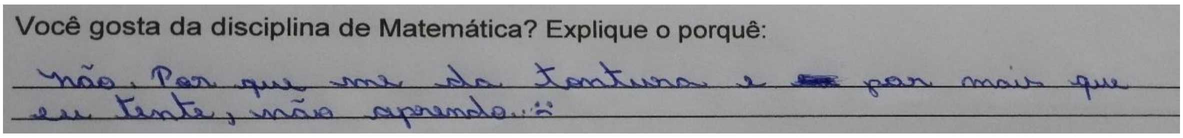
Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar pela tabela 1 acima que a maioria dos alunos, totalizando 24 estão na faixa etária de 14 a 15 anos, considerada normal para o 9°ano do Ensino Fundamental, e temos 3 alunos com idade igual a 16 anos, o que não é correto para o 9°ano do ensino Fundamental II, mas não está distante da idade correta, porém ainda existem alguns com faixa etária de 17 a 19 anos, totalizando 3 alunos e temos que um aluno não respondeu a sua idade.

Questionamos se os alunos gostavam da disciplina de Matemática, 12 alunos afirmaram não gostar dessa disciplina, 14 alunos afirmaram gostar e 5 alunos disseram gostar mais ou menos. Podemos observar que apesar de uma grande parte dos alunos afirmarem não gostar de Matemática, a maioria dos alunos afirmaram gostar que é um aspecto positivo.

Os alunos que afirmam não gostar da disciplina comentaram que a disciplina é chata, muito complicada, que sente tontura e por mais que tente não consegue compreender. A Figura 08 ilustra uma dessas respostas.

Figura 08: Resposta do aluno A1.10

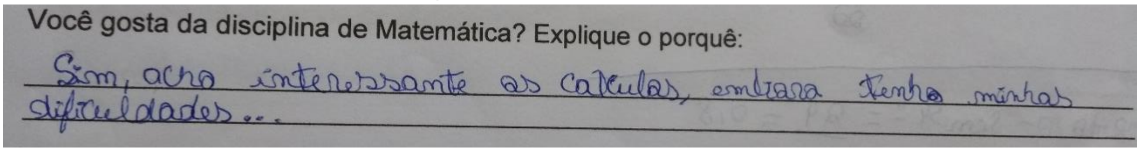

Você gosta da disciplina de Matemática? Explique o porquê:

não, Por que me da tontura e por mais que eu tente, não aprendo...

Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos que dizem gostar da disciplina comentam que, acha interessante, mas na maioria das vezes não entende as dificuldades, porque a Matemática é utilizada em tudo ao seu redor, porque aprende rápido e está presente no nosso dia a dia. A Figura 09 ilustra uma dessas respostas.

Figura 09: Resposta do aluno B1.15

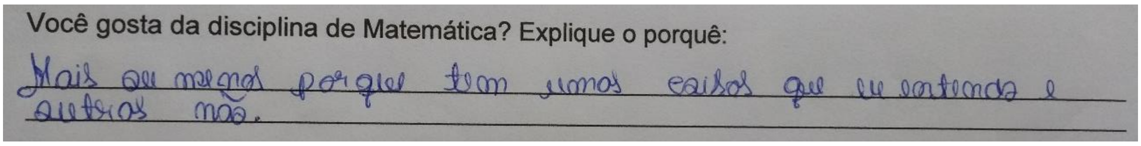

Você gosta da disciplina de Matemática? Explique o porquê:

Sim, acho interessante os calculos, embora tenho minhas dificuldades...

Fonte: Dados da pesquisa

Os alunos que dizem gostar mais ou menos comentam que, tem coisas que entendem e outras não, cada vez que passa fica mais difícil. A Figura 10 mostra uma dessas respostas.

Figura 10: Resposta do aluno A1.4


Você gosta da disciplina de Matemática? Explique o porquê:

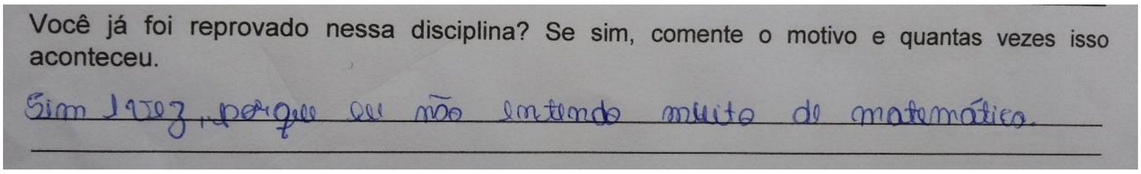
Mais ou menos porque tem umas coisas que eu entendo e outras não.

Fonte: Dados da pesquisa

Sobre ser reprovado na disciplina de Matemática, 13 alunos afirmaram que já foram reprovados e 28 alunos disseram nunca terem sidos reprovados na disciplina.

Os alunos que já foram reprovados dizem ser por falta de interesse, faltas, por não entender muito, por não ter estudado. A Figura 11 ilustra uma dessas respostas.

Figura 11: Resposta do aluno A1.4



Você já foi reprovado nessa disciplina? Se sim, comente o motivo e quantas vezes isso aconteceu.

Sim 1 vez, porque eu não entendo muito de matemática.

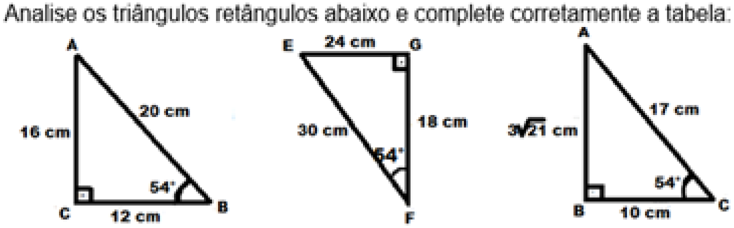
Fonte: Dados da pesquisa

Pela resposta do aluno, entendemos que ele alega que perdeu o ano por que não entende muito de Matemática. O mal entendimento de Matemática pode prejudicar o aluno e fazer com que este repita novamente um ano, seria de extrema importância a ajuda dos pais nessas horas, incentivando o aluno a estudar mais já que ele não entende fácil a disciplina, o incentivo do professor também é bastante importante.

Foi proposto para os alunos responderem a seguinte atividade, cujo mostra a figura 12:

Figura 12: Primeira atividade

1) Analise os triângulos retângulos abaixo e complete corretamente a tabela:



Procedimento:

Para cada triângulo retângulo a cima, faça o seguinte:
- Determine o seno do ângulo marcado.
- Determine o cosseno do ângulo marcado.
- Determine a tangente do ângulo marcado.

Com os dados preencha a tabela abaixo:

Triângulo	$Sen\ 54°$	$Cos\ 54°$	$\frac{Sen\ 54°}{Cos\ 54°}$	$Tg\ 54°$
1				
2				
3				

Com os dados obtidos você notou alguma característica especial? Explique.

Fonte: Dados da pesquisa

Nessa atividade o objetivo é que os alunos percebam, que independentemente do tamanho do triângulo, se os ângulos correspondentes forem iguais, suas medidas sempre serão proporcionais, ou seja o Seno, Cosseno e a Tangente sempre será o mesmo e analisar também que a tangente pode ser escrita como o Seno sobre o Cosseno.

Após o preenchimento da tabela os alunos teriam que responder a seguinte pergunta "Com os dados obtidos você notou alguma característica especial? Explique." A tabela 2 abaixo representa perfeitamente as respostas feitas pelos alunos.

Tabela 2: Repostas dadas pelos alunos.

ALUNOS	RESPOSTAS
A1.1	Respostas iguais, e mesma resposta nos sen54°/cos54° e Tg 54°.
A1.2	Percebi que o valor das bases é sempre o mesmo e do seno e cosseno também.
A1.3	Que as formas dos triângulos são diferentes, porém os resultados são iguais no final.
A1.4	As medidas dos ângulos são tudo diferentes e os resultados tudo igual.
A1.5	Sim, notei que todos os triângulos tem largura diferente mas todos os triângulos darão os mesmos resultados, mas também percebi que sen54°/cos54° darão o mesmo resultado que a Tg 54°.
A1.6	Que os resultados deram tudo a mesma coisa.
A1.7	Que os resultados deram tudo igual e os triângulos são todos diferentes.
B1.3	Os lados dos triângulos são diferentes e os resultados dos sem, cos e tg são iguais.
B1.4	Sim, que dão as mesmas respostas.
B1.6	As medidas dos triângulos são diferentes, mas os resultados das tangentes são iguais.
B1.9	As medidas dos lados são diferentes, mas os resultados são os mesmos.
B1.10	O resultado do sen54°/cos54° é o mesmo da Tg 54°.
B1.11	Todos os resultados são iguais.
B1.15	Os lados são diferentes, mas os resultados são iguais.
B1.17	Todos os resultados são iguais.
B1.18	Sim, que apesar dos lados serem diferentes os resultados são iguais.
B1.19	Sim, o sen, cos e tg de todos são iguais, mesmo com todos tendo os lados diferentes.
B1.21	Mesmo com lados diferentes o resultado foi sempre o mesmo, além disso, sen54°/cos54° é o mesmo da Tg 54°.

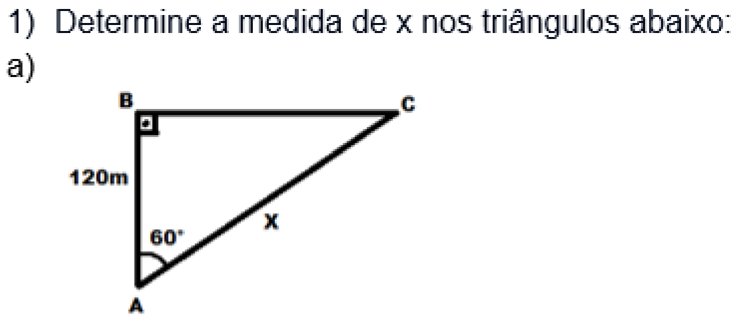
Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com o quadro acima, temos que dois alunos responderam exatamente como esperado, que foi os alunos A1.5 e B1.21, a resposta do aluno A1.5 ilustra essa resposta que foi, Sim, notei que todos os triângulos tem largura diferente mas todos os triângulos darão os mesmos resultados, mas também percebi que sen54°/cos54° darão o mesmo resultado que a Tg 54°. Dois alunos responderam também uma parte do esperado, que foi os alunos A1.1 e B1.10, tendo uma de suas respostas como, O resultado do sen54°/cos54° é o mesmo da Tg 54°. Nove alunos responderam a outra parte do esperado, uma de suas respostas é, Sim, o sen, cos e tg de todos são iguais, mesmo com todos tendo os lados diferentes. Os demais alunos, totalizando cinco alunos, responderam que, Todos os resultados são iguais.

Os resultados obtidos pelos alunos foram bastante positivos, pois mesmo que todos não tenha respondido perfeitamente como o esperado, mas todos eles analisaram uma parte, e ponderam observar que independentemente do tamanho do triângulo, se os ângulos correspondentes forem iguais, suas medidas sempre serão proporcionais, ou seja o Seno, Cosseno e a Tangente sempre será o mesmo e analisar também que a tangente pode ser escrita como o Seno sobre o Cosseno.

Foi proposto para os alunos responderem uma segunda atividade, na qual participaram exatamente 10 alunos do 9°ano A e 12 alunos do 9°ano B, totalizando 22 alunos, como mostramos logo abaixo:

Figura 13: Questão 1 – letra a

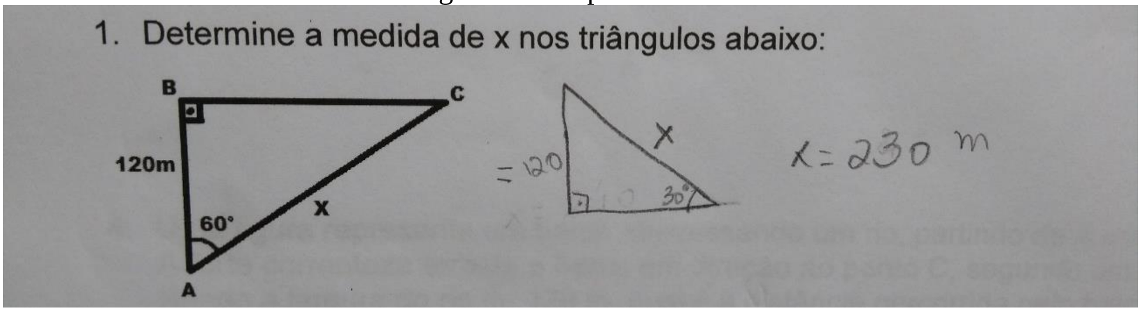


Fonte: Dados da pesquisa

Nessa questão na qual o triângulo já vem desenhado sem contexto algum, onde o aluno só observará qual relação trigonométrica irá utilizar, no caso o cosseno e chegará ao resultado. E com a utilização do Vicmetro, ele chegará ao resultado sem precisar calcular o cosseno.

Seis alunos acertaram a questão encontrando o valor de x=240m que é a resposta correta da questão, e oito alunos responderam à questão encontrando o valor de x=230m, que foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível pois como comentou o autor do Vicmetro, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que estes alunos erraram a questão. As Figuras 14 e 15 ilustra uma dessas respostas e seu print do aplicativo tirado pelo aluno.

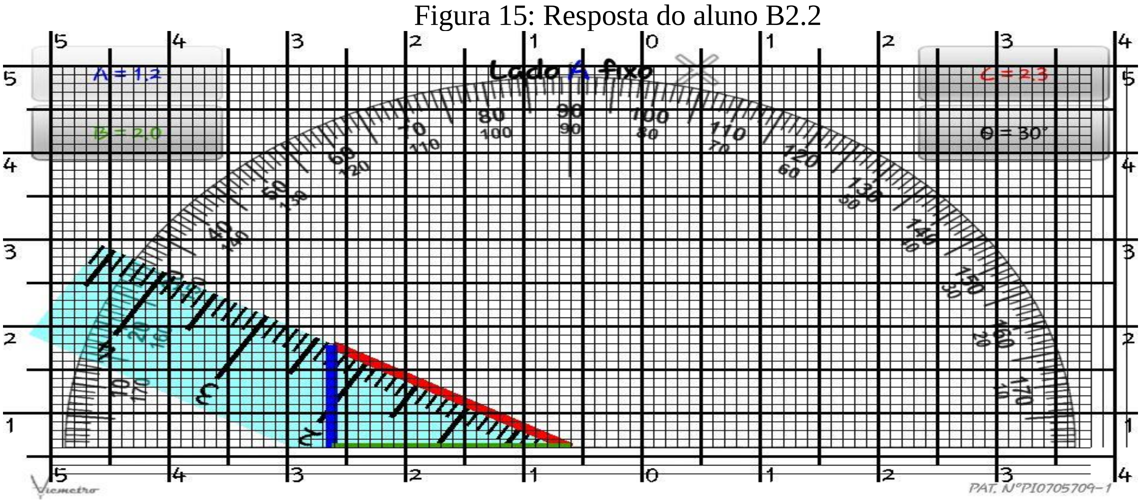
Figura 14: Resposta do aluno B2.2



Fonte: Dados da pesquisa

Cabe chamar atenção para os erros que são apresentados pelo aplicativo, o que de acordo com o autor do instrumento é que existe uma diferença milimetricamente muito pequena a qual ao alunos não conseguem observar facilmente.

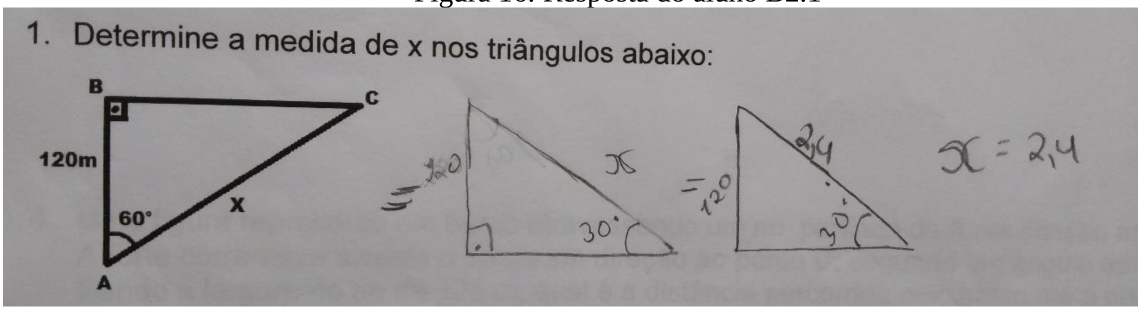
Figura 15: Resposta do aluno B2.2



Fonte: Dados da pesquisa

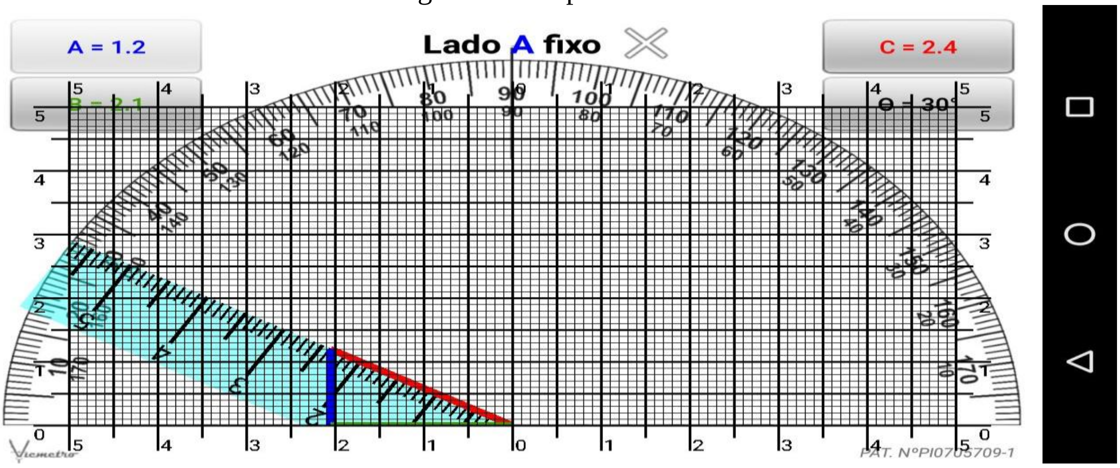
6 alunos colocaram 2,4, ou seja, esqueceu de fazer a transformação de medida necessária para a resolução dessa questão através do Vicmetro. As Figuras 16 e 17 mostra uma dessas respostas e um print tirado pelo aluno.

Figura 16: Resposta do aluno B2.1



Fonte: Dados da pesquisa

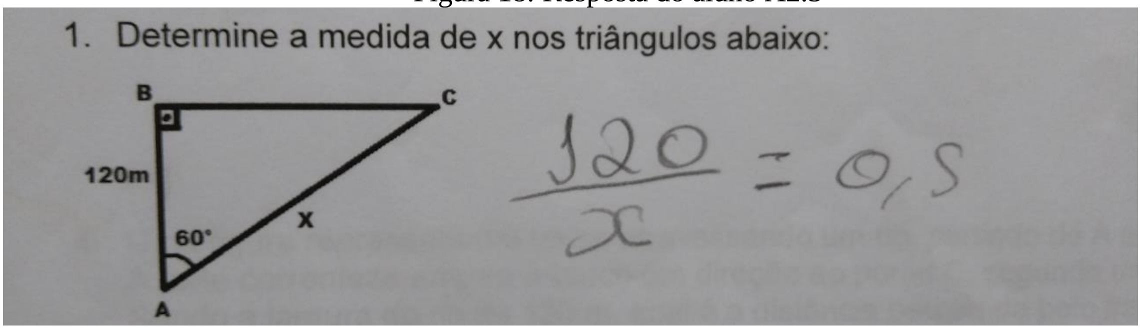
Figura 17: Resposta do aluno B2.1



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A2.3 tentou resolver pelas as Relações Trigonométricas, utilizando a relação cosseno corretamente, e pela tabela trigonométrica encontrou o cosseno de 60° que é 0,5, mas quando necessitava multiplicar o meio pelos estremos para encontrar o valor de X, o aluno não fez, deixando no meio do caminho. A Figura 18 ilustra essa resposta.

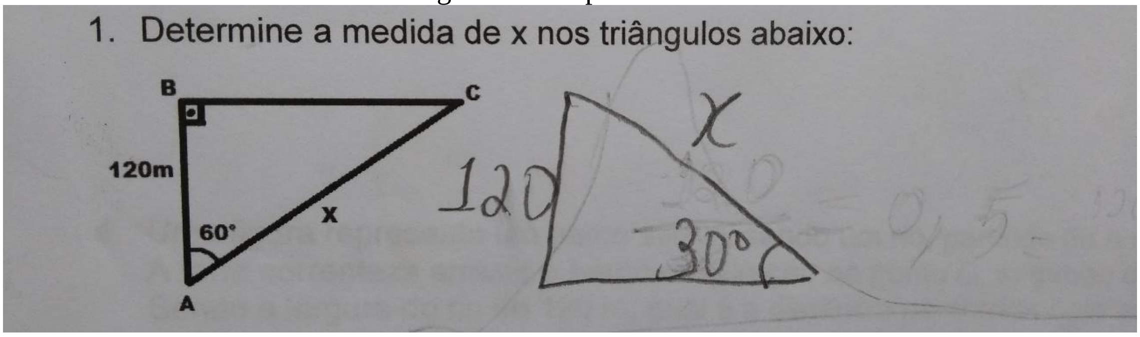
Figura 18: Resposta do aluno A2.3



Fonte: Dados da pesquisa

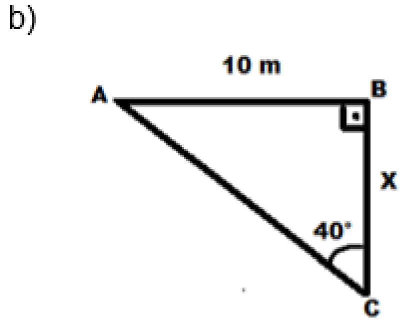
O aluno A2.2, fez corretamente a rotação do triângulo, mas não colocou a resposta, certamente não conseguiu encontrar a resolução pelo VICMETRO. A Figura 19 ilustra essa resposta.

Figura 19: Resposta do aluno A2.2



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 20: Questão 1 - letra b

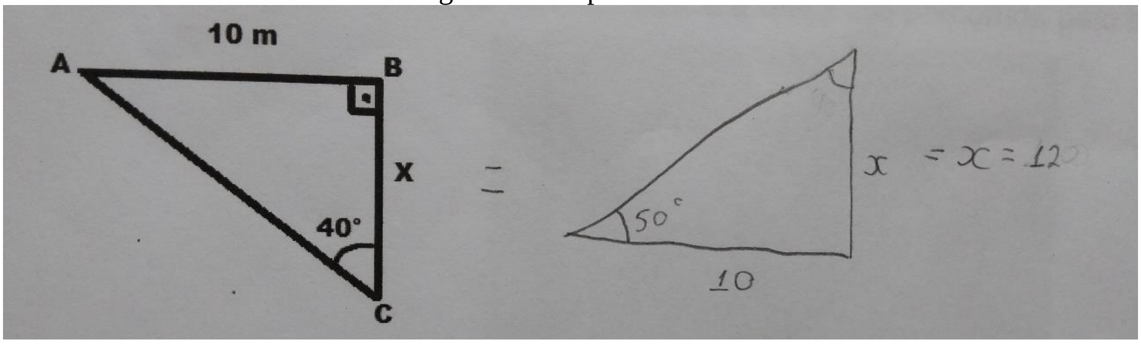


Fonte: Dados da pesquisa

Tal como a questão anterior, essa questão também já vem o triângulo desenhado sem contexto algum, onde o aluno só observará qual relação trigonométrica irá utilizar, no caso a tangente e chegará ao resultado. E com a utilização do Vicmetro, ele chegará ao resultado sem precisar calcular o cosseno.

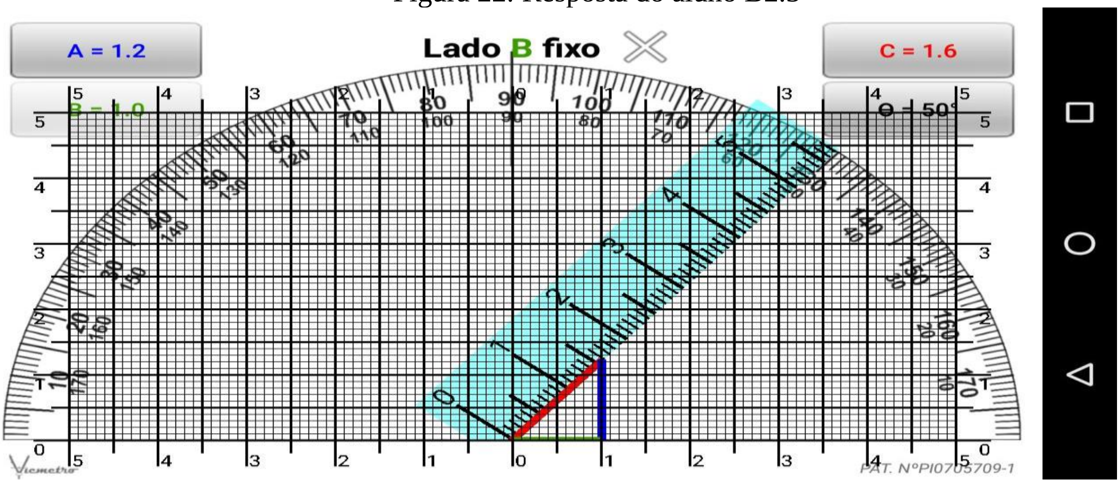
Nove alunos acertaram a questão encontrando x=12m que é a resposta correta da questão e oito responderam à questão encontrando o valor de x=13m, que foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que estes alunos erraram a questão. As Figuras 21, 22, 23 e 24 ilustra uma dessas respostas e seus respectivos prints tirado pelo os alunos.

Figura 21: Resposta do aluno B2.3



Fonte: Dados da pesquisa

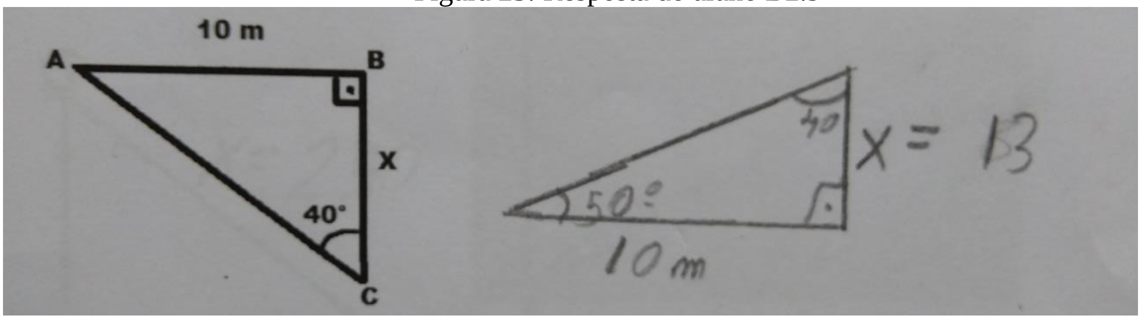
Figura 22: Resposta do aluno B2.3



Fonte: Dados da pesquisa

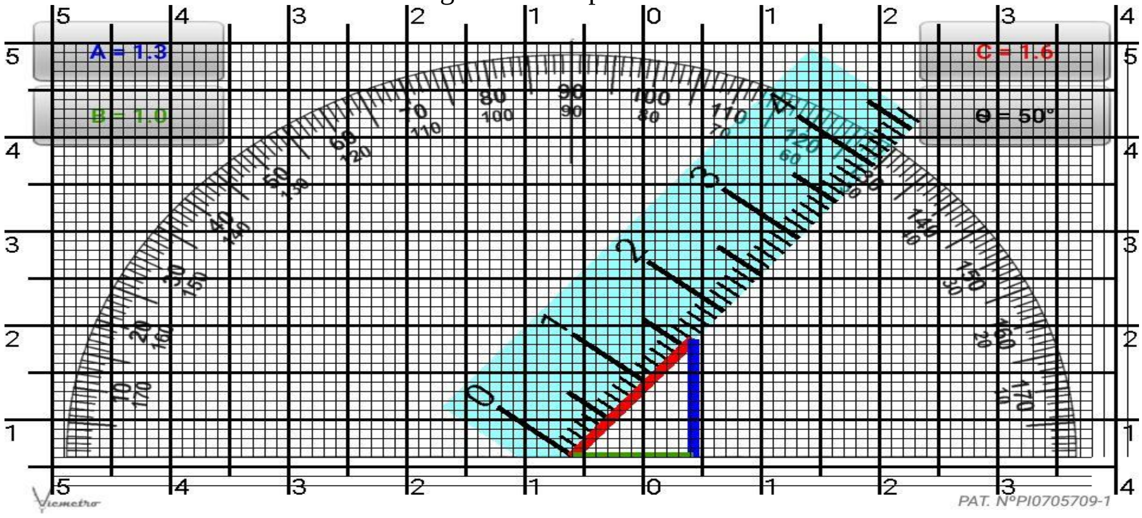
Podemos observar que o aluno das figuras 21 e 22 encontraram corretamente a resposta da questão, e analisamos que o aluno das figuras 23 e 24 encontrou resposta diferente, o qual foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, como podemos analisar na figura 24, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que este aluno errou a questão.

Figura 23: Resposta do aluno B2.9



Fonte: Dados da pesquisa

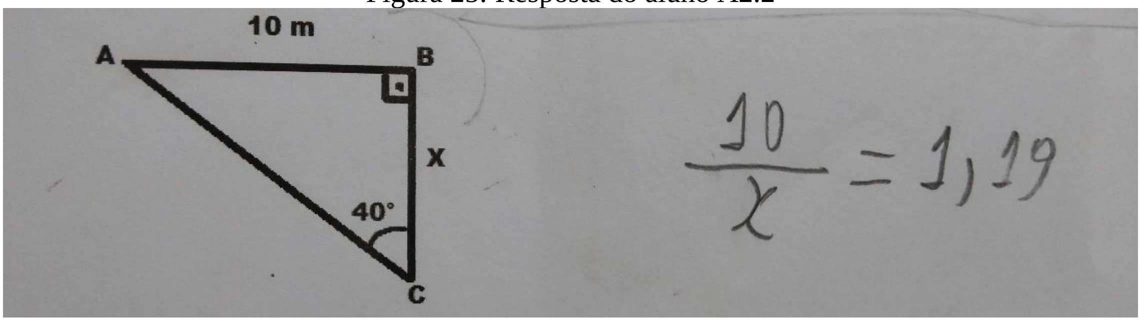
Figura 24: Resposta do aluno B2.9



Fonte: Dados da pesquisa

Três alunos tentaram resolver pelas Relações trigonométricas e não conseguiram chegar ao resultado correto, acabando que erraram ou deixaram incompleto a questão e um aluno não fez a questão. A Figura 25 ilustra uma dessas respostas.

Figura 25: Resposta do aluno A2.2

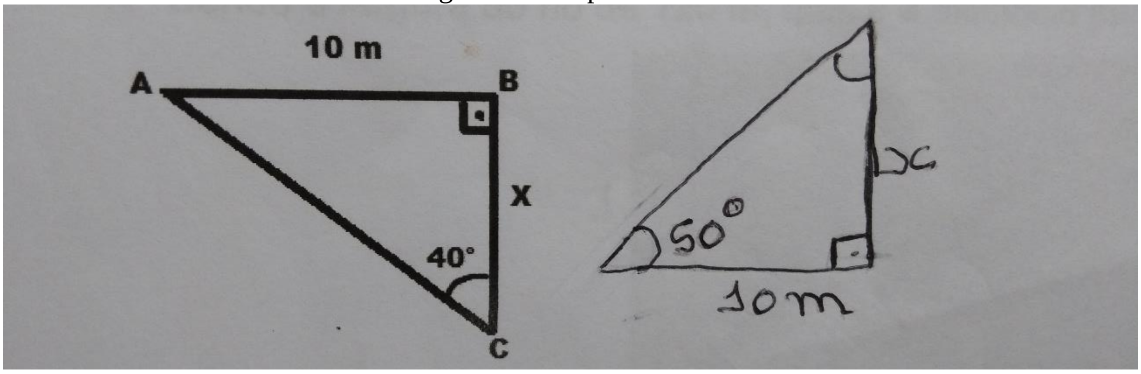


Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a Figura 15, podemos analisar que o aluno utilizou a relação tangente corretamente, mas ao colocar o valor da tangente, ao invés dele utilizar a tangente do ângulo de 40° que seria 0,8, ele acabou utilizando a tangente do ângulo de 50° que tem como tangente 1,19, além disso, esqueceu de multiplicar o meio pelos extremos para encontrar o valor de x.

Dois alunos apenas desenharam o triângulo, mas não encontraram a resposta. A Figura 26 ilustra um desses resultados.

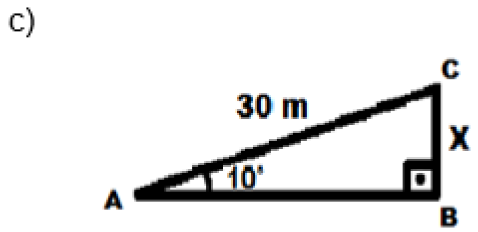
Figura 26: Resposta do aluno B2.8



Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a resposta do aluno B2.8, podemos observar que ele fez a rotação correta do triângulo, porém na hora de encontrar o resultado ele não fez, talvez não tenha encontrado o resultado através do Vicmetro.

Figura 27: Questão 1 – letra c



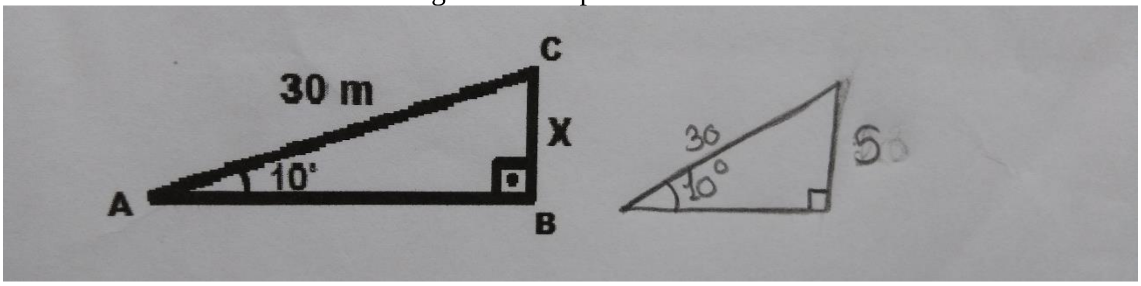
Fonte: Dados da pesquisa

Essa questão também já vem o triângulo desenhado sem contexto algum, onde o aluno só observará qual relação trigonométrica irá utilizar, no caso o seno e chegará ao resultado. E com a utilização do Vicmetro, ele chegará ao resultado sem precisar calcular o seno.

Oito alunos acertaram a questão encontrando x=5 que seria a resposta correta da questão e 9 alunos acertaram a questão encontrando x=6, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que estes alunos erraram a questão. As

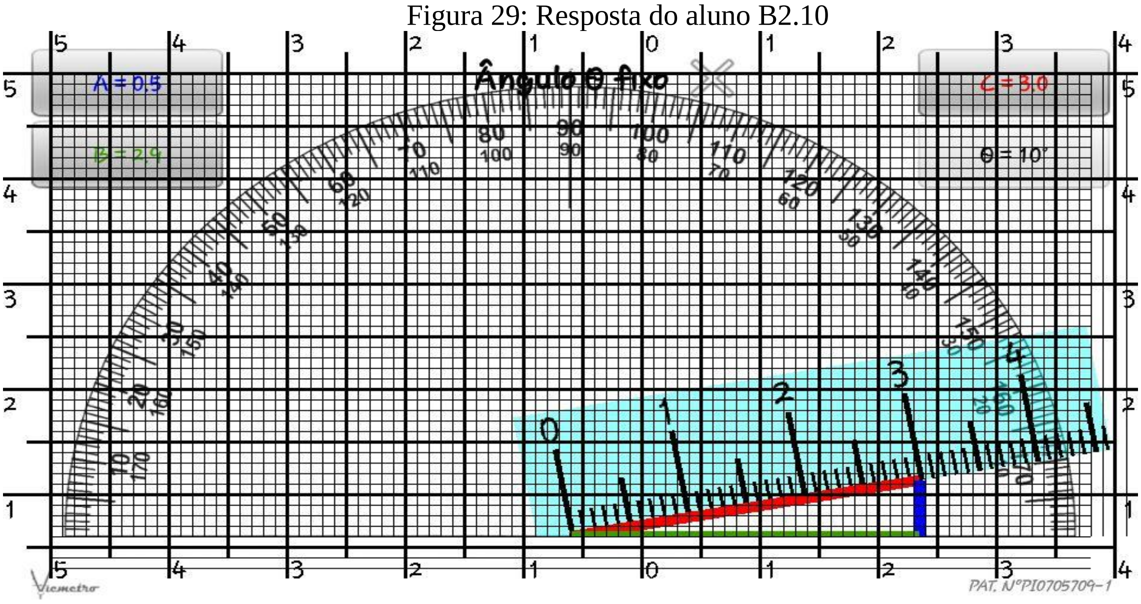
Figuras 28, 29, 30 e 31 ilustra uma dessas respostas e seus respectivos prints tirados pelos os alunos.

Figura 28: Resposta do aluno B2.10



Fonte: Dados da pesquisa

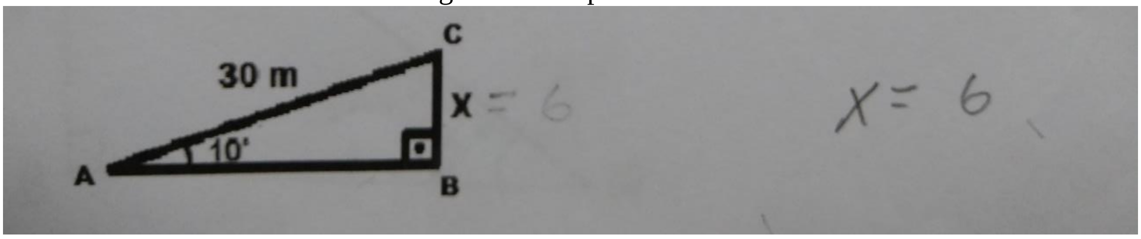
Figura 29: Resposta do aluno B2.10



Fonte: Dados da pesquisa

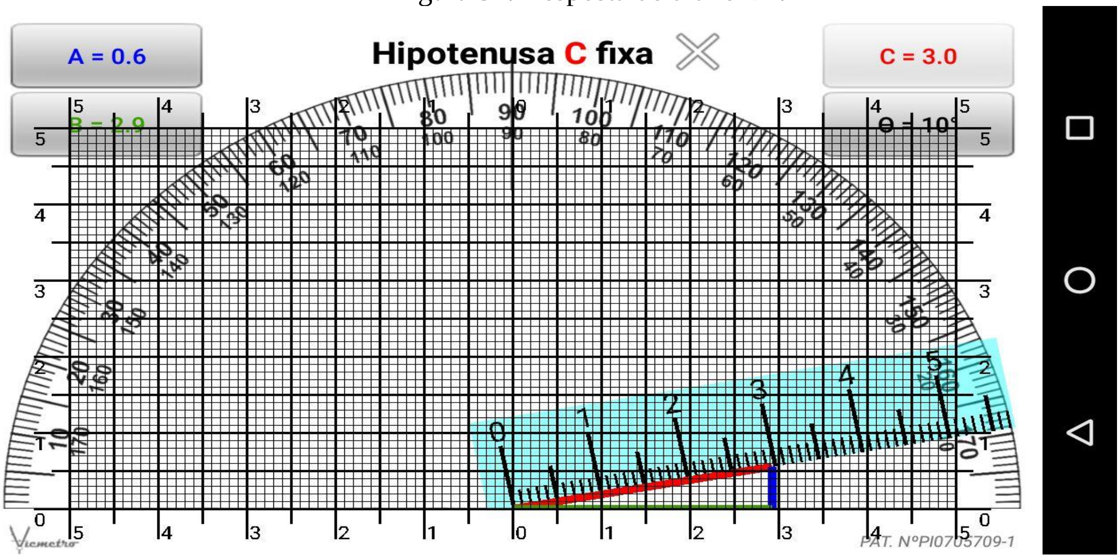
Podemos observar que o aluno das figuras 28 e 29 encontraram corretamente a resposta da questão, e analisamos que o aluno das figuras 30 e 31 encontrou resposta diferente, o qual foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, como podemos analisar na figura 24, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que este aluno errou a questão.

Figura 30: Resposta do aluno B2.2



Fonte: Dados da pesquisa

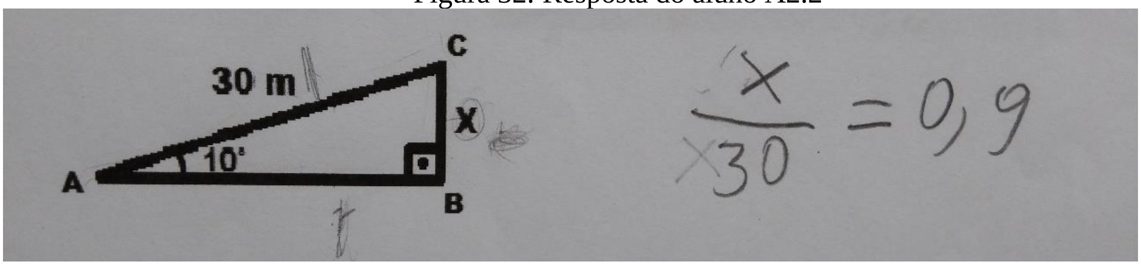
Figura 31: Resposta do aluno B2.2



Fonte: Dados da pesquisa

Três alunos tentaram fazer pela as Relações Trigonométricas, mas não conseguiram chegar ao resultado correto da questão, e um aluno não fez a questão. A Figura 32 ilustra uma dessas respostas.

Figura 32: Resposta do aluno A2.2

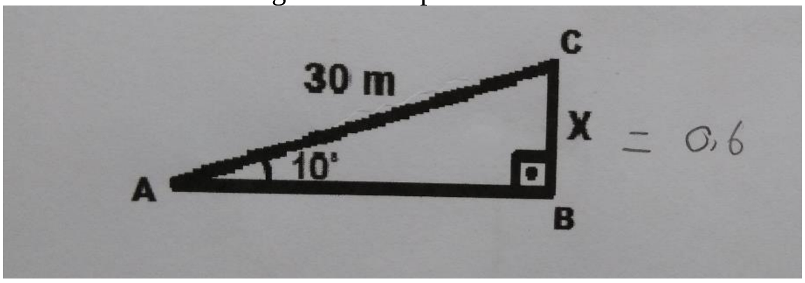


Fonte: Dados da pesquisa

De acordo com a resposta do aluno A2.2, analisarmos que este fez a utilização da relação seno corretamente, mas ao colocar o valor do seno de 10° ele acabou errando, um possível erro pode ter sido ao interpretar a tabela trigonométrica, e acabou colocando o seno do ângulo de 65° que é 0,9, outro erro possível pode ter sido a confusão que ao invés de colocar o valor do seno de 10° que seria 0,17, o aluno acabou colocando o valor do cosseno de 10° que é aproximadamente 0,98. Além disso o aluno não fez a resolução da equação do primeiro grau, para assim encontrar o valor correto de x.

O aluno B2.3 esqueceu de fazer a transformação de medida, que seria necessária para a resolução dessa questão com a utilização do Vicmetro. A Figura 33 ilustra esse resultado.

Figura 33: Resposta do aluno B2.3

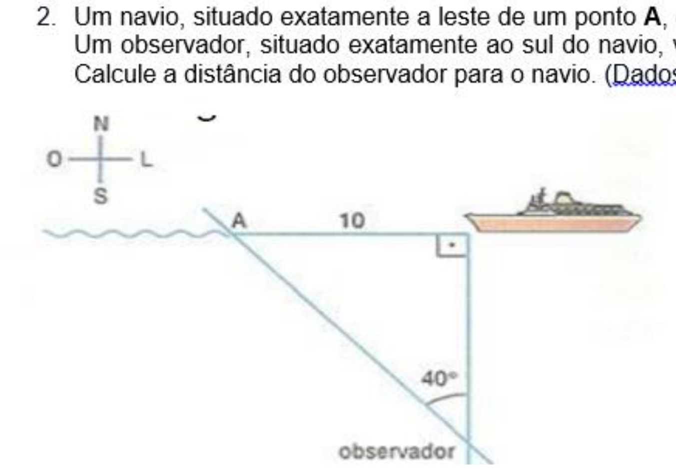


Fonte: Dados da pesquisa

Fazendo uma análise geral da primeira questão, na letra a) temos que 14 alunos acertaram a questão, considerando o possível erro do aplicativo como certo, e seis alunos esqueceram de fazer a transformação de medida que seria necessária para a resolução dessa questão, um aluno deixou a questão incompleta e um aluno errou a questão. Na letra b, temos que 17 alunos acertaram a questão, considerando o possível erro do aplicativo como certo, dois alunos deixaram a questão incompleta e três alunos erraram a questão. Na letra c, 17 alunos acertaram a questão, considerando o possível erro do aplicativo como certo, um aluno esqueceu de fazer a transformação de medida que seria necessária para a resolução dessa questão, um aluno não fez a questão e três alunos erraram a questão.

Analisando o geral, podemos observar que na letra a, b e c a maioria dos alunos acertaram a questão, sendo um resultado bastante positivo, e qual o número de erros foi bastante pequeno.

Figura 34: Questão 2

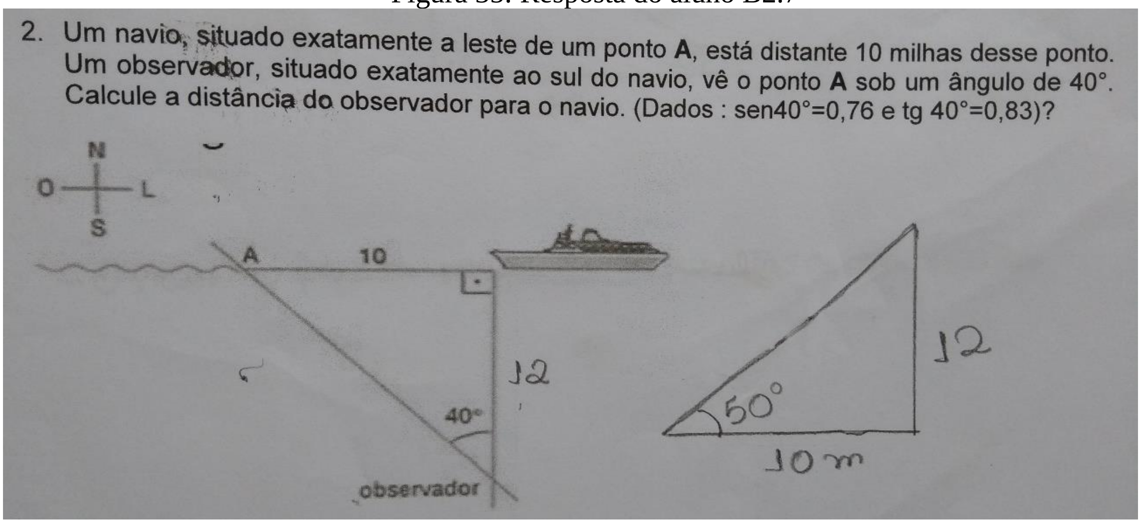


Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 2, o aluno observará pela figura o lado que a questão está querendo, e aplicando a relação trigonométrica tangente obterá o resultado corretamente. E com a utilização do Vicmetro, ele chegará ao resultado sem precisar calcular a tangente.

Vimos que 10 alunos fizeram corretamente a questão, encontrando 12m como respostas que é o resultado correto da questão, oito responderam à questão encontrando o valor de 13m, que foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que estes alunos erraram a questão e quatro alunos não fizeram a questão. As Figuras 35 e 36 ilustra um desses resultados respectivamente.

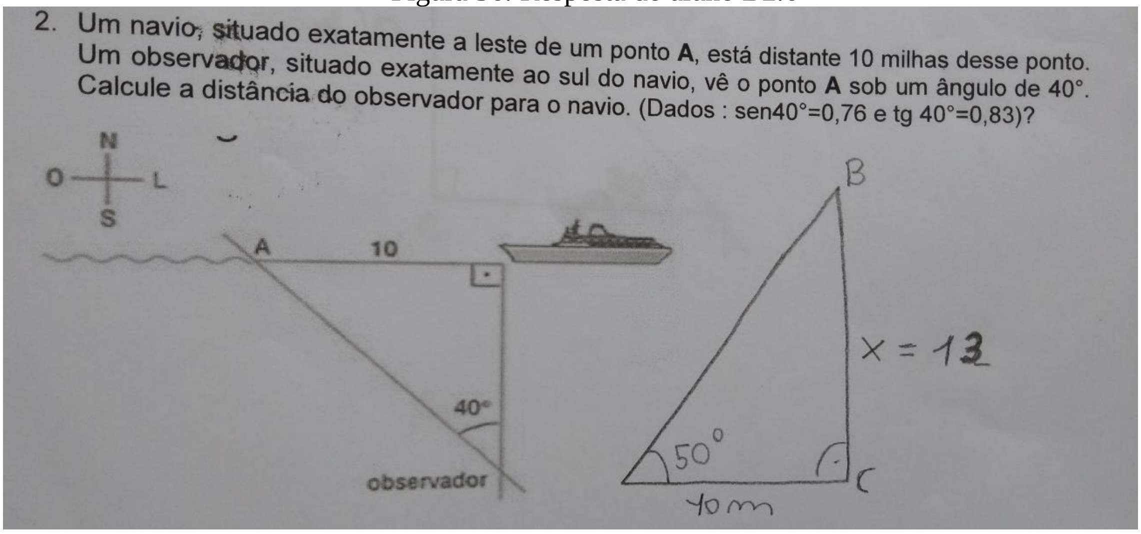
Figura 35: Resposta do aluno B2.7



Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar que o aluno da figura 35 encontrou corretamente a resposta da questão, e analisamos que o aluno da figura 36 encontrou resposta diferente, o qual foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que este aluno errou a questão.

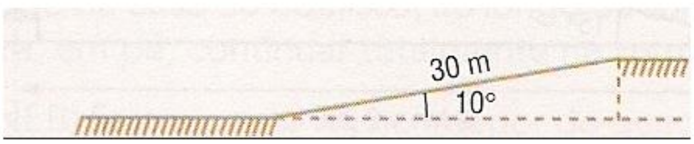
Figura 36: Resposta do aluno B2.6



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 37: Questão 3

3. Um caminhão sobe uma rampa inclinada de 10° em relação ao plano horizontal. Se a rampa tem 30 m de comprimento, a quantos metros o caminhão se eleva, verticalmente, após percorrer toda a rampa?
Dados: (sen 10°= 0,17 , cos 10°= 0,98, tg 10°=0,18)

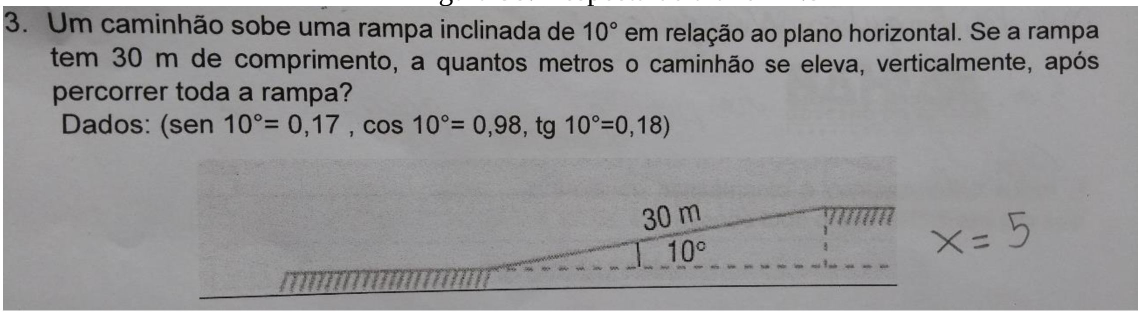


Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 3, o aluno observará pela figura o lado que a questão está querendo, e só aplicar a relação trigonométrica seno obterá o resultado corretamente. E com a utilização do Vicmetro, ele chegará ao resultado sem precisar calcular o seno.

Sete alunos acertaram a questão com respostas iguais a 5m que é o resultado correto da questão e sete responderam à questão encontrando o valor de 6m, que foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível por algum erro no aplicativo, ou seja, podemos considerar que estes alunos também fizeram certo a questão. As Figuras 38 e 39 ilustra respectivamente uma dessas respostas.

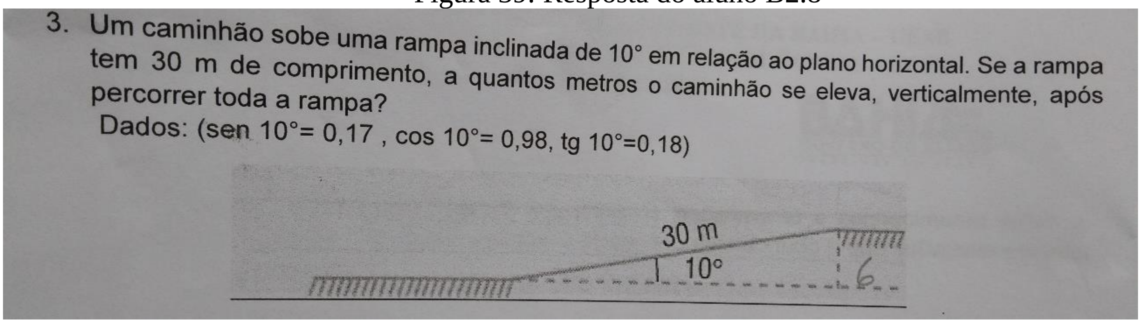
Figura 38: Resposta do aluno B2.5



Fonte: Dados da pesquisa

Podemos observar que o aluno da figura 38 encontrou corretamente a resposta da questão, e analisamos que o aluno da figura 39 encontrou resposta diferente, o qual foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que este aluno errou a questão.

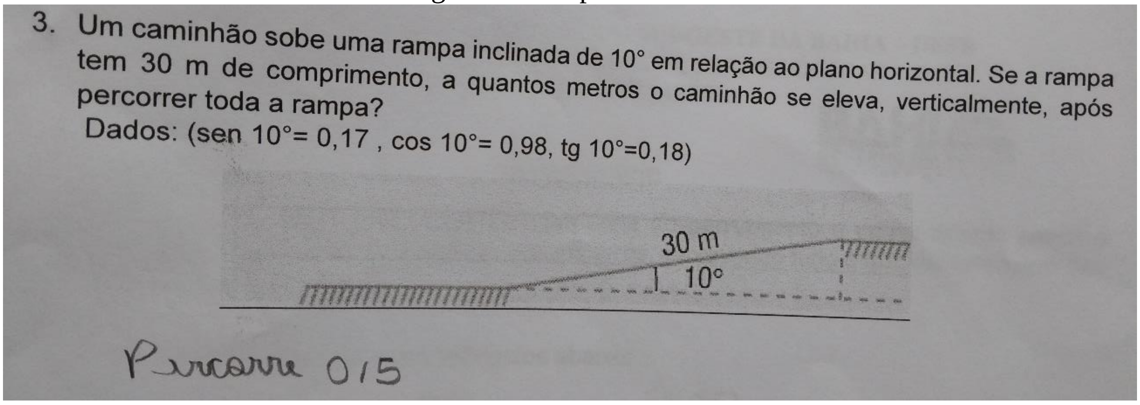
Figura 39: Resposta do aluno B2.8



Fonte: Dados da pesquisa

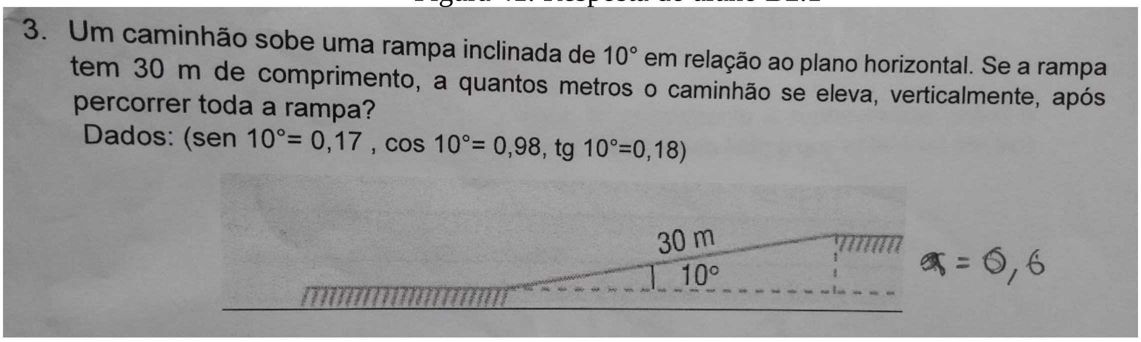
Dois alunos responderam à questão encontrando 0,5m e um aluno encontrou 0,6m, ou seja, esses alunos esqueceram de fazer a transformação de medida necessária para essa questão, quando resolvida através do Vicmetro e cinco alunos não resolveram a questão. As Figuras 40 e 41, mostra respectivamente uma dessas respostas.

Figura 40: Resposta do aluno B2.12



Fonte: Dados da pesquisa

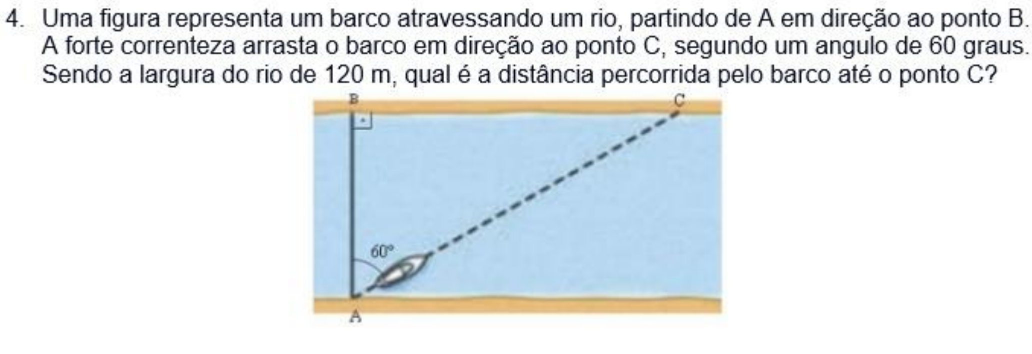
Figura 41: Resposta do aluno B2.1



Fonte: Dados da pesquisa

Podemos analisar que os alunos das figuras 40 e 41 esqueceram ou não souberam fazer a transformação de medida necessaria para a resolução dessa questão com a utilização do Vicmetro, pois como a hipotenusa estava em uma unidade de medida então o cateto encontrado teria que está nessa mesma unidade de medida.

Figura 42: Questão 4

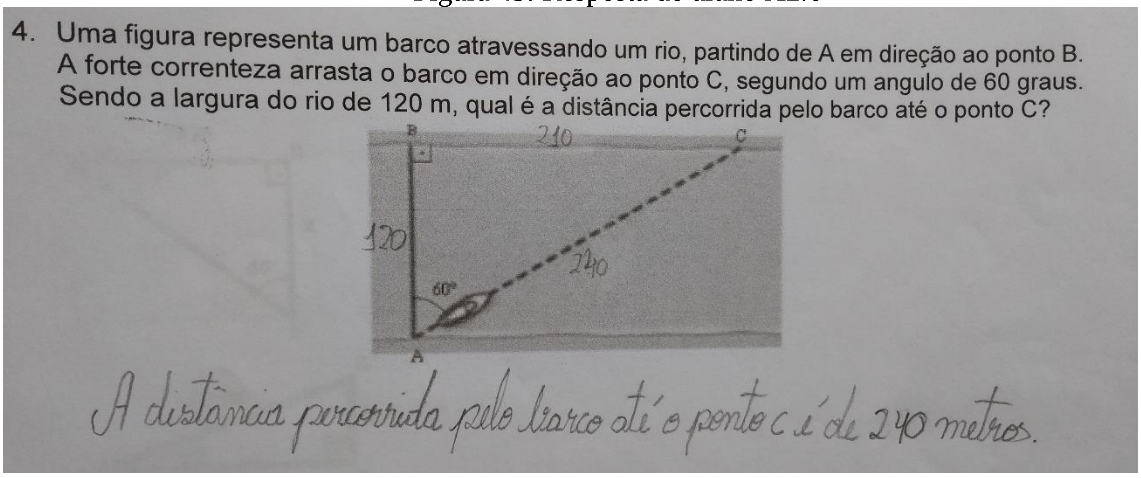


Fonte: Dados da pesquisa

Tal como as questões 2 e 3, o aluno observará pela figura o lado que a questão está querendo, e só aplicar a relação trigonométrica cosseno obterá o resultado corretamente. E com a utilização do Vicmetro, ele chegará ao resultado sem precisar calcular o cosseno.

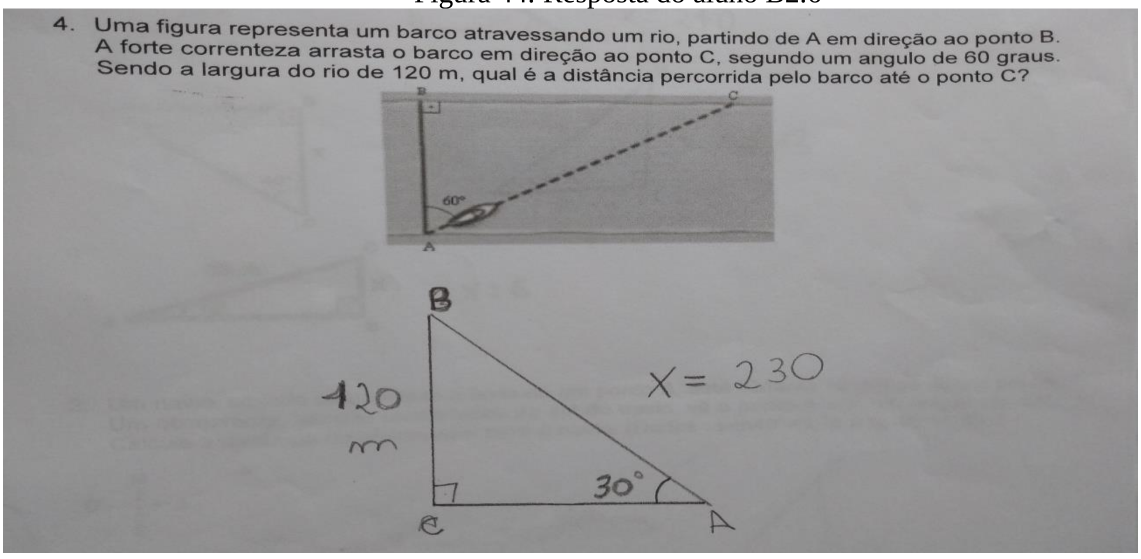
Dos alunos que resolveram a questão, 12 alunos responderam corretamente à questão encontrando o valor de 240m que é a resposta certa da questão e dois alunos responderam à questão encontrando o valor de 230m, que foi a resposta apresentada pelo Vicmetro, possível pois como comentou o autor deste instrumento, existe uma diferença muito pequena que talvez os alunos não percebam, ou seja, não podemos considerar que estes alunos erraram a questão. As Figuras 43 e 44, mostra uma dessas respostas respectivamente.

Figura 43: Resposta do aluno A2.6



Fonte: Dados da pesquisa

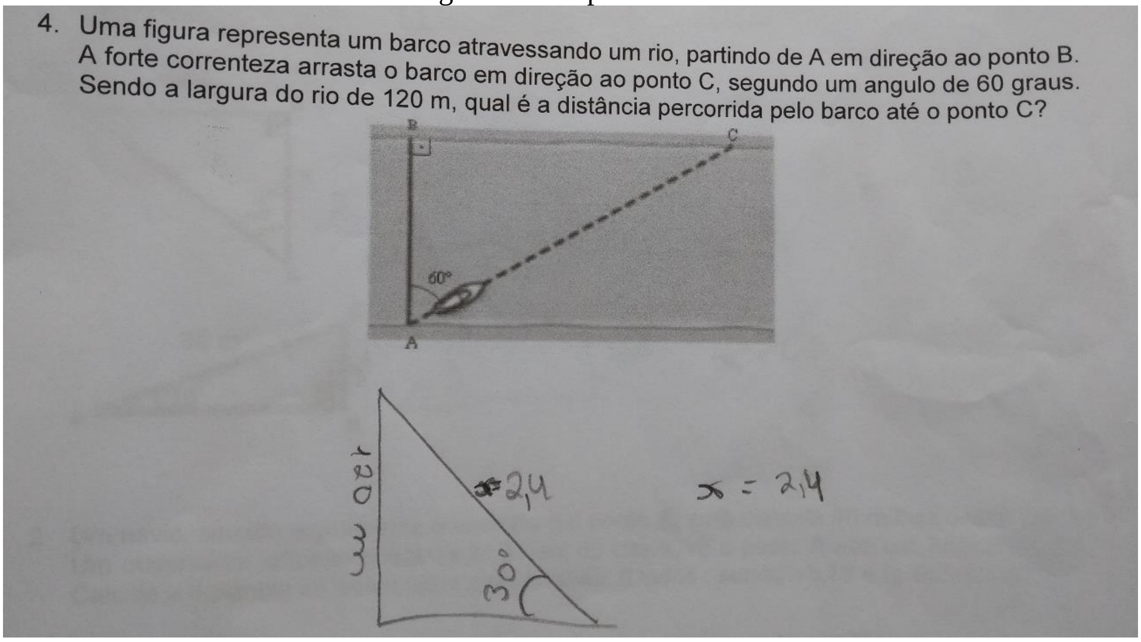
Figura 44: Resposta do aluno B2.6



Fonte: Dados da pesquisa

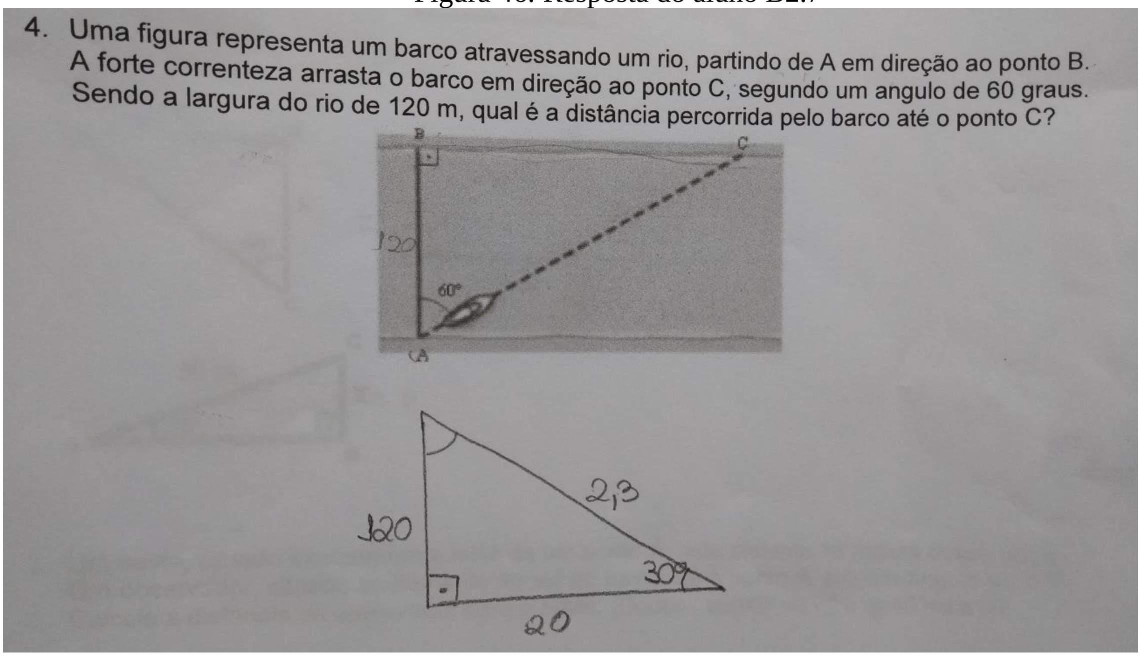
O aluno B2.1 respondeu à questão encontrando 2,4 m e 2 alunos encontraram 2,3 m, ou seja, não fizeram a transformação de medida necessária nessa questão quando a resolução for através do Vicmetro. As Figuras 45 e 46 ilustra respectivamente essas respostas.

Figura 45: Resposta do aluno B2.1



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 46: Resposta do aluno B2.7



Fonte: Dados da pesquisa

Na quinta e última questão que tinha a seguinte pergunta “O Vicmetro facilita no Ensino Da Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo? Por quê? ” As respostas são ilustradas no quadro 2.

Quadro 2: Respostas dos alunos

ALUNOS	RESPOSTAS
A2.1	Sim, O Vicmetro ele facilita muito, não precisa fazer cálculo gostei muito do Vicmetro.
A2.6	Sim, porque ele não é preciso fazer cálculo, é preciso apenas especificar o ângulo e a medida de um dos lados.
A2.7	Sim, porque já dá as respostas.
A2.8	Sim, porque ele já dá as respostas.
B2.1	Acho que com o Vicmetro ajuda bastante pois eu não preciso fazer cálculo.
B2.2	Sim, porque dá o resultado exato da hipotenusa, do cateto oposto e do cateto adjacente.
B2.3	Sim, por que dá todas respostas exatas.
B2.5	Sim, por que ela dá as respostas sem precisar fazer os cálculos.
B2.6	Sim, por que já dá as respostas do triângulo.
B2.7	Facilita por já ter os resultados dos cálculos.
B2.8	O Vicmetro facilita, por já ter os resultados dos cálculos.
B2.9	Sim, por que com o Vicmetro já dá a resposta, não precisa de cálculos.
B2.10	Sim, pois ele já mostra a medida certa de cada lado do triângulo.
B2.11	Sim, por que ele é mais prático.
B2.12	Sim, por que ele é mais prático e fácil.

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando as respostas dos alunos em relação a utilização do Vicmetro, todos que responderam, afirmam que o Vicmetro facilita bastante ao resolverem questões que seriam resolvidas através das Relações Trigonométricas no triângulo Retângulo, pois este já traz as respostas sem o aluno precisar fazer os cálculos. Podemos analisar que fazer cálculo é considerado bastante difícil pela grande parte dos alunos, ou seja, a utilização de instrumentos como estes pode facilitar bastante o entendimento do aluno em determinado conteúdo matemático.

Durante as aulas sobre Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo sem a utilização do Vicmetro, como Professor observei que muitos alunos sentiam dificuldades em relação ao conteúdo, o qual precisava voltar e explicar novamente várias vezes e quando passava exercícios a maioria demorava muito para conseguir resolver, e muitos deles não conseguiam, fiz vários exercícios até eles entenderem melhor o conteúdo, mas mesmo assim ainda sentiam dificuldades.

Logo após mostrei para os alunos como se utilizava o Vicmetro, todos eles entenderam perfeitamente e rapidamente como manusear este instrumento, os que sentiam um pouco mais de dificuldades eram os que não tinha conseguido baixar o aplicativo no celular, ou não tinham ou não estava com o celular, ou seja, pude analisar que o aplicativo do Vicmetro facilita bastante a utilização deste instrumento. Em seguida passei exercícios para que os alunos respondessem com a utilização do Vicmetro, o qual imediatamente os alunos respondiam corretamente os exercícios, os que estavam com o Vicmetro manual que demoravam um pouco mais para conseguir resolver, devido a maior dificuldade de manuseio. Enfim, deu para observar que o Vicmetro facilitou bastante o entendimento dos alunos nas resoluções das questões, ou seja é um instrumento que indico para se trabalhar com esse conteúdo e de preferência com a utilização do aplicativo.

CONCLUSÃO

Essa pesquisa teve como objetivo, analisar como o uso do Vicmetro pode auxiliar na resolução de questões relacionadas as Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo com duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Vitória da Conquista- BA, ao resolverem questões envolvendo esse conteúdo com a utilização do Vicmetro.

O uso do Vicmetro no ensino das resoluções de questões que envolvem as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo chamou a nossa atenção, pois é um instrumento que pode ser utilizado em sala de aula, auxiliando assim o professor para uma melhor apresentação quanto ao conteúdo, facilitando também o entendimento do aluno, além da interação aluno professor. Escolhemos o conteúdo de Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo, pois me surgiu a curiosidade de entender melhor esse conteúdo, devido as dificuldades que tive no Ensino Fundamentar e Médio e após entrar no curso de Matemática, dificuldade essas também encontradas por alguns colegas, e em estágios observamos que os alunos também sentem bastante dificuldades nesse conteúdo, sendo assim, procuramos uma melhor forma para apresentar esse conteúdo para os sujeitos dessa investigação.

Para o desenvolvimento da nossa pesquisa, analisamos os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN e Base Nacional Comum Curricular – BNCC, para observar os objetivos e recomendações para o Triângulo Retângulo para o Ensino Fundamental, baseamos nos anais do Encontro Nacional em Educação Matemática – ENEM, com enfoque nos trabalhos relacionados ao tema desta pesquisa, enriquecendo assim o nosso trabalho. Em Costa (2003), apresentamos o contexto histórico da Trigonometria e suas contribuições em diferentes épocas para o ensino-aprendizagem. Baseamos ainda em autores como, Iezzi (1981), e Site Alunos Online, o qual trazemos as definições e provas, além dos livros didáticos de Dulce e Iracema (2015), para apresentar as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo. E por fim, nos procedimentos metodológicos embasamos nos autores Lüdke e André (2005) e Lorenzato e Fiorentini (2006), com eles, determinamos o tipo de pesquisa em que faríamos e a escolha do nosso questionário para a coleta de dados.

Nossa pesquisa, apresentou-se como qualitativa e utilizamos dois questionários como instrumento para coleta de dados. Os questionários possuíam questões pessoais e questões, em que os alunos teriam que resolvê-las, individualmente, utilizando o Vicmetro. A pesquisa foi realizada em duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de Vitoria da Conquista- Bahia, os sujeitos da pesquisa estavam, na época da coleta de dados, na faixa etária dos 14 aos 18 anos.

Após a coleta de dados, identificamos as principais estratégias de resolução, identificamos que os grupos utilizaram corretamente o Vicmetro.

Notamos que apenas dois alunos tentaram resolver sem a utilização do instrumento apresentado, mas acabaram se enrolando na hora de calcular os resultados.

Observamos que, as principais dificuldades apresentadas pelos alunos no decorrer da pesquisa e das análises foram, nas questões contextualizadas, para encontrar o lado que a questão pedia.

A partir das análises apresentadas, podemos concluir que, apresentar questões que envolvem o conteúdo de Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo com a com a utilização do Vicmetro, pode ser trabalhado em sala de aula, facilitando o ensino desse conteúdo para os alunos, e tendo a interação aluno professor.

Diante do presente trabalho, deixamos como sugestão a realização de uma pesquisa embasada no termo expostos nesse trabalho, sendo assim, fazer a coleta de dados no final do ano, ou que os sujeitos da pesquisa com um público do 9º Ano do ensino Fundamental tenham trabalhado com o conteúdo de Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

Não encontramos muitas dificuldades na aplicação do instrumento, mas uma dificuldade que encontramos foi em ensinar o manuseio para aqueles que, por algum motivo não tinha o aplicativo do instrumento no celular, e para estes o Vicmetro manual era considerado mais complexo do que seu aplicativo. Os resultados encontrados foram satisfatórios o que já era esperado, sendo que o Vicmetro é um instrumento considerado por nós como bastante facilitador no Ensino das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

REFERÊNCIAS

AGUIAR FILHO, Roberto Benedito; Por que ter medo da Trigonometria? **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Paraná, n.02, p. 87, jan. 1988.

BRIGHENTI, Maria José Lourenção; Representação Gráfica: importante recurso na formação de conceitos trigonométricos. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Rio de Janeiro, n.07, p. 01-11, jul. 2001.

BRASIL. Ministério de Educação, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Ensino Fundamental.** Brasília,1998.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC 2ª versão**. Brasília, DF, 2017.

COSTA, Washington Rodrigues Jorge; SOUZA, Fabiano dos Santos. **O Software GeoGebra e a Construção do conceito das relações: Seno, Cosseno e Tangente**. Revista Educação Matemática em Revista. Número 34 - Novembro, 2011. p. 32-43.

CUNHA, V.A; Régua Trigonométrica. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Rio de Janeiro, n.07, p. 01-02, jul. 2001.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção formação de professores).

GOMES, Rosana Pereira; **O Ensino das Relações Trigonométricas no triângulo por Atividades**. 2013. 219 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2013.

IRACEMA, Mori; DULCE, Satiko Onaga. **Matemática:** ideias e desafios. 18.ed. São Paulo-SP: Saraiva, 2016.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de Matemática Elementar.** 2. ed. V.3. São Paulo: Atual, 1981.

KALEFF, A.M; *et al*; Facilitando o ensino da Trigonométria . **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Aracaju, n.05, p. 103-104, jul. 1995.

KIUSENER, R; BURARIM, M.L.F; FEILL, R.D; Tigonométria: um método alternativo de Ensino. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Paraná, n.02, p. 126, jan. 1988.

KLEIN, Marjúnia Édita Zimmer; Trigonometria: uma proposta prática. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, São Leopoldo, n.06, p. 162, jul. 1998.

LEHNEN, angela Maria; Uma nova visão no estudo da Trigonométria. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Aracaju, n.05, p. 159, jul. 1995.

LUDKE, M., ANDRÉ, M. E.D.A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MIRANDA, S.M.C; *et al*; Trigonometria, Cálculo, Ensino e Aprendizagem. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM**, Curitiba, n.11, p. 01-08, jul. 2013.

NACARATO, A.M; BREDARIOL, C.C; PASSOS, M.P.F. TRIGONOMETRIA: uma análise da sua evolução histórica e da transposição didática desse conhecimento presente nos manuais didáticos e propostas curriculares. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEN**, Rio de Janeiro, n.07, p. 01-13, jun. 2001.

PARRA, Vicente. **Trigonometria: teoria e prática enfim juntas**. Vol.1. Campinas - SP: Vicmetro, 2010.

PEREIRA, M.M;; *et al*; **Produção coletiva de objetivo de aprendizagem: Construindo Relações Trigonométricas**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, Belo Horizonte, n.09, p. 01-09, jul. 2007.

SANTOS, M.P; SOUZA. M.C.G; **A Metacoginação revolucionando a Trigonométria.** Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, Aracaju, n.05, p. 142, jul. 1995.

SILVA, A.L.V; *et al*; **Trigonometria: Aprendendo Trigonometria com o Tabulae.** Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, Belo Horizonte, n.09, p. 01-06, jul. 2007.

TENUTA, Luciana; **Trigonometria: Uma abordagem prática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, Rio de Janeiro, n.07, p. 01-06, jul. 2001.

ANEXOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

I - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Convidamos os alunos(as) do 9° ano vespertino do Colégio Centro Integrado de Educação Navarro de Brito – CIENB, como voluntário(a) a participar da pesquisa "RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM A UTILIZAÇÃO DO VICMETRO" de autoria de Anésio Sousa Santos Neto, aluno de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB. Neste estudo pretendemos analisar como a utilização do VICMETRO pode auxiliar na compreensão das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo por alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Vitória da Conquista.

Para este estudo adotaremos o(s) seguinte(s) procedimento(s):

- A pesquisa será realizada através da aplicação de quatro a seis aulas para trabalhar com a aplicação da atividade envolvendo o conteúdo de Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo.

Você não terá nenhum custo, nem vai ser recompensado financeiramente. O participante será devidamente esclarecido(a) em todas as partes que desejar e estará disponível para participar ou recusar-se. Você poderá ausentar-se ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é espontânea e a recusa em participar não trará qualquer punição ou mudança na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá abordar a sua identificação com padrões profissionais de sigilo. O participante não será identificado em nenhuma publicação. O presente estudo não expõe nenhum risco.

Os dados da pesquisa ficarão à sua disposição quando concluídos. Seu nome ou o material que identifique sua participação não será liberado sem a sua autorização. As informações e material utilizados na pesquisa ficarão retidos com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse período serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, o qual uma cópia será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu, ____ responsável por ____ estou ciente dos fins do presente estudo de modo acessível e detalhado e esclareci o que é reservado a minhas dúvidas. Sei que em alguma ocasião poderei solicitar novas informações, e posso ausentar-se de participar se assim o desejar. Declaro que estou de acordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e explicar as minhas dúvidas.

Vitória da Conquista, ____ de ______________de 2017.

____ _______________________________________

Assinatura do (a) responsável

Anésio Sousa Santos Neto

Tel: (75) 99202 - 5790

II- Questionário

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Questionário 1

Qual sua idade? ___________________________

Você gosta da disciplina de Matemática? Explique o porquê:

____
____

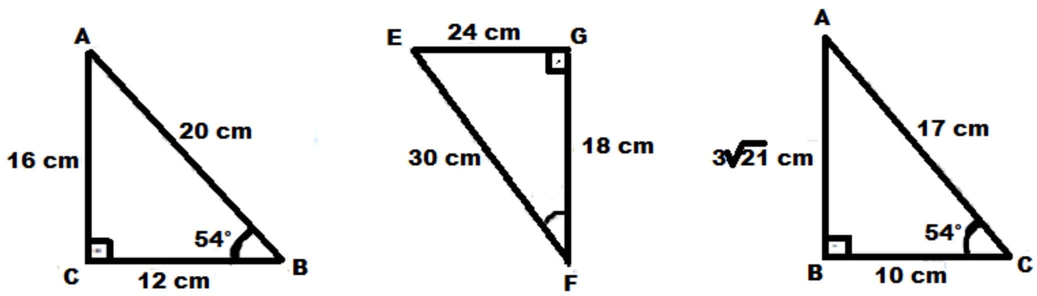
Você já foi reprovado nessa disciplina? Se sim, comente o motivo e quantas vezes isso aconteceu.

____
____

Ao resolverem as questões abaixo, sigam sua linha de pensamento e conhecimento sobre o conteúdo, sem se preocupar com seus receptivos erros, escrevendo tudo o que estiverem em seu pensamento sobre a questão.

ATIVIDADE

1) Análise os triângulos retângulos abaixo e complete corretamente a tabela:



Procedimento:

Para cada triângulo retângulo a cima, faça o seguinte:
- Determine o seno do ângulo marcado.
- Determine o cosseno do ângulo marcado.
- Determine a tangente do ângulo marcado.

Com os dados preencha a tabela abaixo:

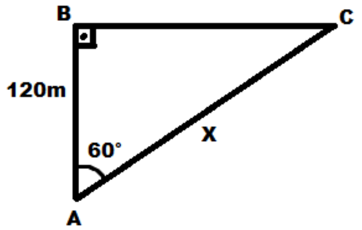
Triângulo	$Sen\ 54°$	$Cos\ 54°$	$\frac{Sen\ 54°}{Cos\ 54°}$	$Tg\ 54°$
1				
2				
3				

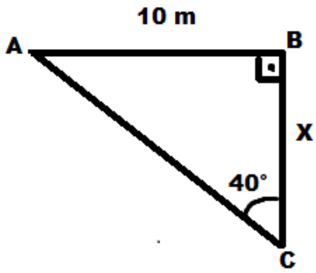
Com os dados obtidos você notou alguma característica especial?

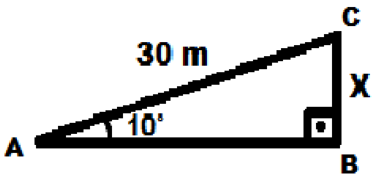
Questionário 2

Ao resolverem as questões abaixo, sigam sua linha de pensamento e conhecimento sobre o conteúdo, sem se preocupar com seus receptivos erros, escrevendo tudo o que estiverem em seu pensamento sobre a questão.

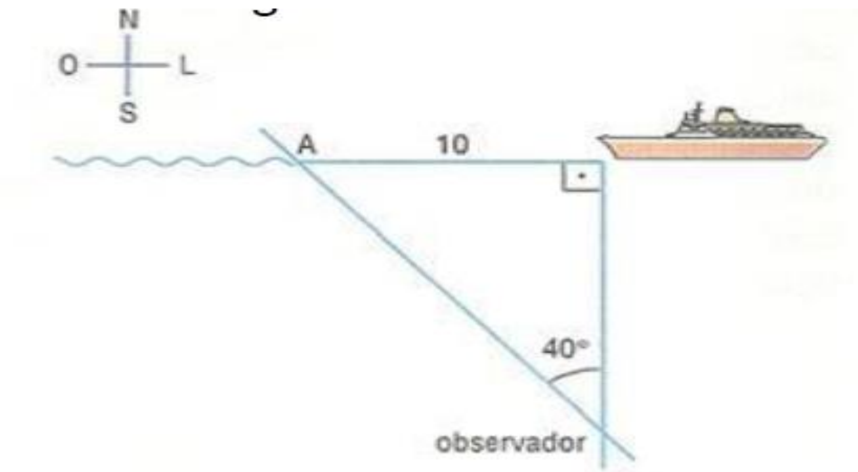
1. Determine a medida de x nos triângulos abaixo:



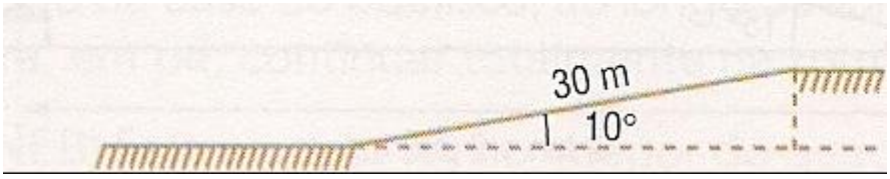




2. Um navio, situado exatamente a leste de um ponto **A**, está distante 10 milhas desse ponto. Um observador, situado exatamente ao sul do navio, vê o ponto **A** sob um ângulo de 40°. Calcule a distância do observador para o navio. (Dados : sen40°=0,76 e tg 40°=0,83)?



3. Um caminhão sobe uma rampa inclinada de 10° em relação ao plano horizontal. Se a rampa tem 30 m de comprimento, a quantos metros o caminhão se eleva, verticalmente, após percorrer toda a rampa?
   Dados: (sen 10°= 0,17 , cos 10°= 0,98, tg 10°=0,18)



4. Uma figura representa um barco atravessando um rio, partindo de A em direção ao ponto B. A forte correnteza arrasta o barco em direção ao ponto C, segundo um angulo de 60 graus. Sendo a largura do rio de 120 m, qual é a distância percorrida pelo barco até o ponto C?