



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS – DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUIS GUILHERME DA SILVA

**A CONECTIVIDADE DA MATEMÁTICA COM A ARTE: ANÁLISE DE
ATIVIDADES QUE APRESENTAM AS OBRAS DE M.C. ESCHER**

Vitória da Conquista - BA
2024

A CONECTIVIDADE DA MATEMÁTICA COM A ARTE: ANÁLISE DE ATIVIDADES QUE APRESENTAM AS OBRAS DE M.C. ESCHER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).
Orientação: Prof^o. Claudinei de Camargo Sant'Ana.
Coorientação: Prof^a. Dra. Irani Parolin Sant'Ana.

FOLHA DE APROVAÇÃO

A CONECTIVIDADE DA MATEMÁTICA COM A ARTE: ANÁLISE DE ATIVIDADES QUE APRESNTAM AS OBRAS DE M.C. ESCHER

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito para a obtenção do título de Graduado no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.

Aprovado em _____ de julho de 2024.

Componentes da Banca Examinadora

Prof.º Dr. Claudinei de Camargo Sant'Ana – UESB
(Orientador)

Prof.º Dr. Zenildo Santos
(Examinador)

Prof.º Me. Felipe Queiroz da Silva
(Examinador)

Prof.ª Ma. Taniele de Sousa Pereira
(Examinadora)

Prof.ª Ma. Thaiana Martins Marques
(Examinadora)

Prof.ª Ma. Veronice Meira da Silva
(Examinadora)

Prof.ª Dr.ª Irani Parolin Sant'Ana – UESB
(Examinadora)

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, eu gostaria de expressar minha gratidão a Deus por ter me dado a oportunidade de concluir mais uma etapa da minha jornada. Sou muito grato por ter sido abençoado com a vida e por ter sido capaz de superar todos os obstáculos encontrados ao longo do caminho.

Agradeço também aos meus pais Catia Aparecida Teixeira da Silva e Carlos Alberto da Silva, que sempre estiveram ao meu lado me incentivando e ajudando a superar as dificuldades dessa trajetória. Agradeço também ao meu irmão João Carlos da Silva pela companhia, conselhos e paciência durante esse momento de nossas vidas. Dedico todo meu esforço a vocês.

Expresso minha gratidão ao Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM), à Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e a todos aqueles que contribuíram na minha trajetória.

Agradeço também à turma de licenciandos de matemática 2020.1, especialmente aos colegas de IC Antônio Iury Santos Messias e Emiliane Barreto Gama, por compartilharem o dia a dia acadêmico e por contribuírem para o meu crescimento pessoal, bem como para esta pesquisa.

Agradeço também à Prof.^a. Irani Parolin Sant'Ana e ao Prof.^o Claudinei de Camargo Sant'Ana pelas orientações, críticas construtivas e sugestões que foram de grande ajuda ao longo deste período. Cada momento foi uma oportunidade de aprendizado e reflexão. Os ensinamentos e experiências que vivenciei com vocês foram imprescindíveis e, sem dúvida, farão parte da minha trajetória acadêmica e pessoal.

RESUMO

Esta pesquisa visou apresentar as contribuições da arte no ensino de matemática, explorando como os conceitos matemáticos podem ser ensinados utilizando a arte como recurso. Comumente, os conceitos matemáticos são considerados por muitos como difíceis e complexos. Nesse sentido, trazer a matemática relacionada à arte pode ser uma alternativa para dissolver esta ideia estimulando o interesse pela matemática escolar. Reconhecendo que essas duas áreas do conhecimento sempre estiveram interligadas, este estudo visa investigar a seguinte questão: De que maneira são articulados os conteúdos matemáticos ensinados na educação básica nas obras de artes de Escher? O objetivo principal é proporcionar uma compreensão abrangente dessa relação e mostrar, por meio das atividades analisadas a presença de conceitos matemáticos ensinados na educação básica através das obras de Escher. Trata-se de uma pesquisa de caráter bibliográfico de natureza qualitativa. De forma geral, ao analisar o *corpus* das pesquisas, observou-se a presença significativa do artista M.C. Escher, cuja as obras são amplamente utilizadas para ilustrar diversos conteúdos matemáticos. Essa utilização estabelece uma conexão relevante entre Matemática e Arte, ampliando e contribuindo para o contexto do ensino da matemática escolar.

Palavras-chave: Matemática; Arte; Escher.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Escher, M.C	12
Figura 2 – Castrovalva (1930) e Atrani, Coast of Amalf (1931).....	13
Figura 3 - Mosaicos de Alhambra	14
Figura 4 - Mosaicos	15
Figura 5 - Registros particular sobre divisões regulares do plano.....	16
Figura 6 - Superfície com peixes de asas	17
Figura 7 - Superfície com pássaros.....	18
Figura 8 - Processo de formação da figura	18
Figura 9 - Anjos e Demônios - 1941	19
Figura 10 - Atividade desenvolvidas pelos estudantes	36
Figura 11 - Mosaicos desenvolvidos pelos estudantes	38
Figura 12 - Slide apresentado pela a autora.....	39
Figura 13 - Apresentação e criação de uma mandala	39
Figura 14 - Mandalas produzidas pelos estudantes	40
Figura 15 - Trabalhos apresentados pelos estudantes.....	41
Figura 16 - Aplicações de anamorfismo no cotidiano	42
Figura 17 - Anamorfismo cilíndrico.....	43
Figura 18- Produções dos estudantes.....	43
Figura 19 - Situações anamórficas apresentas aos estudantes	44
Figura 20 - Imagem registras pelos estudantes.....	45
Figura 21 - Imagens analisadas por meio do Software Geogebra	45
Figura 22 – Objetos artesanais apresentados aos estudantes	46

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
1. MAURITS CORNELIS ESCHER: VIDA, ARTE E CONTRIBUIÇÕES.....	12
1.1. As obras de Escher e a matemática/ geometria e arte.....	14
2. MATEMÁTICA E ARTE: O QUE ABORDAM AS PESQUISAS	20
2.1. Análise de dados.....	22
2.2. Matemática e Arte na formação do professor.....	23
2.3. Matemática e Arte: intervenções em sala de aula	27
3. UMA PERSPECTIVA PARA A MATEMÁTICA ESCOLAR	35
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	48
REFERÊNCIAS.....	49

INTRODUÇÃO

A presença da Matemática na vida do ser humano remonta aos tempos mais antigos, quando nossos antepassados viviam da caça e da pesca. Podemos assim reconhecê-la como uma criação humana que nasceu das necessidades sociais, pois mesmo que de forma intuitiva, já era utilizada para resolver problemas cotidianos (Miguel; Miorim 2011).

A matemática relaciona-se com as mais diversas áreas do conhecimento, nos ajudando a compreender e tomar decisões no cotidiano. Entretanto, quando falamos a respeito desta área do conhecimento, percebe-se que muitas pessoas não têm afinidade com ela. De acordo com Silva, Sant’Ana e Sant’Ana, (2022, p. 39) “[...] Uma queixa comum entre parte dos estudantes da Educação Básica, é de que não conseguem entender Matemática, o que, quase sempre se reflete no rendimento destes”. Isso pode ocorrer devido à maneira como ela é apresentada na escola, geralmente por meio de abordagens que priorizam regras e fórmulas sem conexão com o cotidiano. Como resultado, os estudantes não percebem o sentido na ciência dos números levando-os a julgarem como difícil e desinteressante.

Desta forma, faz-se necessário buscar maneiras de mudar esta percepção dos estudantes em relação a esta disciplina, isso é, alternativas capazes de promover a aproximação do estudante com a Matemática. Como expressam Nacarato, Mengali e Passos (2009, p. 34), “a aprendizagem da Matemática não ocorre por repetições e mecanizações, mas se trata de uma prática social que requer envolvimento do aluno em atividades significativas” (Nacarato; Mengali; Passos, 2009, p. 34). Concordando com as afirmações dos autores, tem-se que a forma como o educador encaminha as aulas também pode determinar a compreensão do ensino, tendo em vista que,

[...] o conhecimento da matemática necessário para ensinar é mais do que saber matemática para si próprio, é compreender corretamente conceitos, bem como realizar procedimentos, mas também ser capaz de compreender os fundamentos conceituais desses conceitos e procedimentos (Serrazina, 2014, p.1054).

Isso implica que o conhecimento da matemática necessário para ensinar vai além da simples compreensão pessoal dos conceitos matemáticos. É fundamental que os professores dominem não apenas os conceitos e procedimentos, mas também os fundamentos que os sustentam. Nesse sentido, a licenciatura em Matemática deve promover a compreensão tanto dos conceitos teóricos quanto das metodologias práticas de ensino, para que este possa promover a aprendizagem de maneira significativa.

Ao vivenciar situações que interliguem teoria e prática, a formação se torna mais robusta, capacitando os futuros professores a aplicarem os conhecimentos teóricos de maneira prática e contextualizada, melhorando a qualidade do ensino e a aprendizagem dos estudantes.

No que diz respeito a essa formação, no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), são promovidas diversas discussões relacionadas aos conceitos e metodologias do ensino da matemática. Essas discussões têm como objetivo preparar os futuros professores para enfrentar o cotidiano escolar e os desafios desta área na educação básica, conforme preconiza o Projeto Pedagógico do Curso. Dessa forma, durante o período de formação, nas disciplinas Teorias e Tendências do Ensino da Matemática, Prática como Componente Curricular I, II, III e IV, Tecnologia na Educação Matemática e nos Estágios Curriculares Supervisionados I, II, III e IV, busca-se, por meio de suas ementas e objetivos, proporcionar a compreensão de como apresentar e desenvolver a disciplina de maneira que os estudantes compreendam os conceitos e entendam como aplicá-los no dia a dia.

Vale destacar que a licenciatura oferece inúmeras possibilidades para a formação docente, incluindo a iniciação científica (IC). Este programa oferece uma maneira de introduzir os estudantes universitários ao universo da pesquisa científica. Para Oliveira e Fernandes (2018), trata-se de uma grande oportunidade para aqueles que aspiram a seguir uma carreira como pesquisadores, contribuindo tanto para sua formação acadêmica quanto profissional.

Para desenvolver o projeto de pesquisa, o estudante pode adquirir conhecimentos específicos pertinentes à sua área de atuação e ao tema em questão participando de um grupo de pesquisa. E no nosso processo formativo, enquanto estudante da Licenciatura Matemática pude frequentar o Grupo de Estudos em Educação Matemática (GEEM¹) vinculado à UESB. O GEEM, tem como objetivo a disseminação de produções nas áreas envolvendo a educação matemática, abrangendo tanto professores do Ensino Fundamental, Médio e Superior, quanto estudantes de Graduação e Pós-Graduação. De acordo com Sant'Ana; Sant'Ana (2011) este grupo oportuniza um espaço de reflexão, explorando diversas abordagens metodológicas para o ensino da matemática.

Uma das ações do Grupo, refere-se ao Salão de Arte Matemática, evento realizado pelo Grupo de Estudos em Educação Matemática, através do programa de extensão Atividades Colaborativas e Cooperativas em Educação, na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, bem como estudos desenvolvidos no grupo envolvendo arte na educação matemática, a exemplo, de Silva (2021) e Silva, Sant'Ana e Sant'Ana (2022), surgiu a motivação para

¹ Acesso ao site: <https://www.geem.mat.br/>

investigar a possibilidade de discutir as relações existentes entre a Matemática e a Arte como um recurso facilitador para o ensino da matemática no presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

Entendendo que assim como a Matemática, a Arte é uma forma de expressão humana que existe desde os primórdios, embora aparentemente distintas, veremos que essas duas Ciências possuem diversas conexões. Para Silva (2021, p. 27), a Arte “[...]se concretiza por meio de manifestações diversas, estéticas e comunicativas, sempre repletas de mensagens, explícitas ou não” sendo que “a Arte está relacionada às emoções, à idealização do que é belo” Silva (2021, p. 8). Diante da relação direta e indireta entre o fazer artístico e o fazer matemático, é perceptível que a arte se manifesta em diversas atividades matemáticas e vice e versa, como na construção de templos, a realização de pinturas, esculturas e a elaboração de padrões, tornando-se essencial em todas as civilizações.

Para Sampaio (2012, p. 49), a Matemática “[...] sempre caminhou ao lado da Arte. A criatividade, a beleza e o dinamismo são algumas das qualidades que associamos à Arte, mas também à Matemática”. Quando discutimos beleza e dinamismo, podemos observá-los nas obras do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972), amplamente reconhecido por sua habilidade em incorporar a geometria em seus esboços e gravuras. Segundo a autora, as criações e imagens de Escher têm o potencial de facilitar uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos e, conseqüentemente, melhorar o desempenho nas questões relacionadas a esses conceitos.

Nesse sentido, esta pesquisa tenciona entrelaçar estas duas áreas do conhecimento, articulando conceitos matemáticos através do uso da Arte como recurso pedagógico. Assim busca responder à questão norteadora: De que maneira são articulados os conteúdos matemáticos ensinados na educação básica nas obras de artes de Escher? Para responder essa questão, temos como objetivo geral: identificar na literatura a presença de conceitos matemáticos ensinados na educação básica através das obras de Escher.

A presente pesquisa é de caráter bibliográfico de natureza qualitativa. Para Andrade (2010, p. 25), este método de investigação “é habilidade fundamental nos cursos de graduação, uma vez que constitui o primeiro passo para todas as atividades acadêmicas”. Ressalta ainda, Amaral (2007), que esta é uma etapa que influenciará todas as etapas seguintes, uma vez que este levantamento de informações estará relacionado com a temática da pesquisa, fornecendo assim embasamento teórico fundamental para a escrita desta.

Nesse sentido, este trabalho foi estruturado, além desta introdução, em 3 capítulos. O primeiro capítulo consiste em apresentar um pouco da trajetória do artista holandês Maurits Cornelis Escher, discutindo sobre as influências matemáticas em suas obras e em seu fazer artístico, bem como evidenciaremos os conceitos matemáticos presentes nestas obras. Apesar da relação matemática e arte ser bem ampla, este capítulo pode ser compreendido como uma justificativa da utilização das obras de arte, mais especificamente, as obras de Escher para ensinar matemática.

No segundo capítulo, foi feita uma pesquisa bibliográfica sobre a relação entre Matemática e Arte na Matemática Escolar, com o objetivo de compreender as discussões em curso na comunidade acadêmica, bem como identificar as influências das obras de Escher nesse contexto.

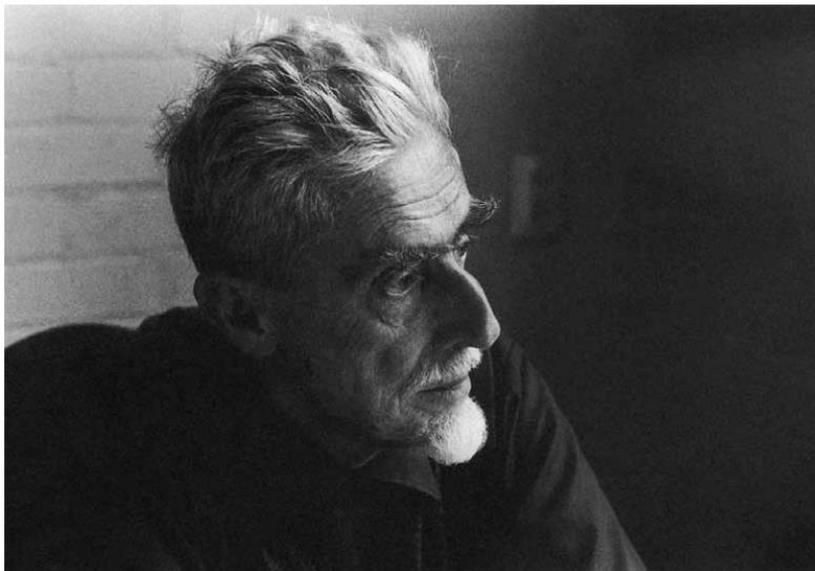
No terceiro capítulo serão apresentadas algumas aplicações práticas analisadas nos trabalhos encontrados e como esses conceitos matemáticos presentes nas obras de arte podem potencializar e valorizar a curiosidade e o senso crítico dos estudantes em sala de aula.

E por fim, serão apresentadas as considerações sobre o que foi discutido durante o texto, e as possíveis contribuições para essa área de estudo.

1. MAURITS CORNELIS ESCHER: VIDA, ARTE E CONTRIBUIÇÕES

Segundo a bibliografia retirada dos estudos de Barth (2006), Eugênio (2012), Alves (2014), Schattschneider (2016) e Tacoronte (2021), o artista gráfico Maurits Cornelis Escher (Leeuwarden, 17 de junho de 1898 - Hilversum, 27 de março de 1972), nasceu na Holanda, filho de George Arnold Escher, engenheiro civil e Sara Gleichman, sendo o mais novo dentre três irmãos, (Figura 1). Em 1903 sua família mudou-se para Amhelm, onde frequentou o ensino primário e secundário e viveu sua infância e adolescência.

Figura 1 - Escher, M.C



Fonte: Escher; Tjabbes, (2011)

Mesmo não sendo matemático, Escher ficou conhecido por incorporar em suas obras diversos elementos matemáticos, especialmente a geometria. Através de suas gravuras e desenhos abstratos

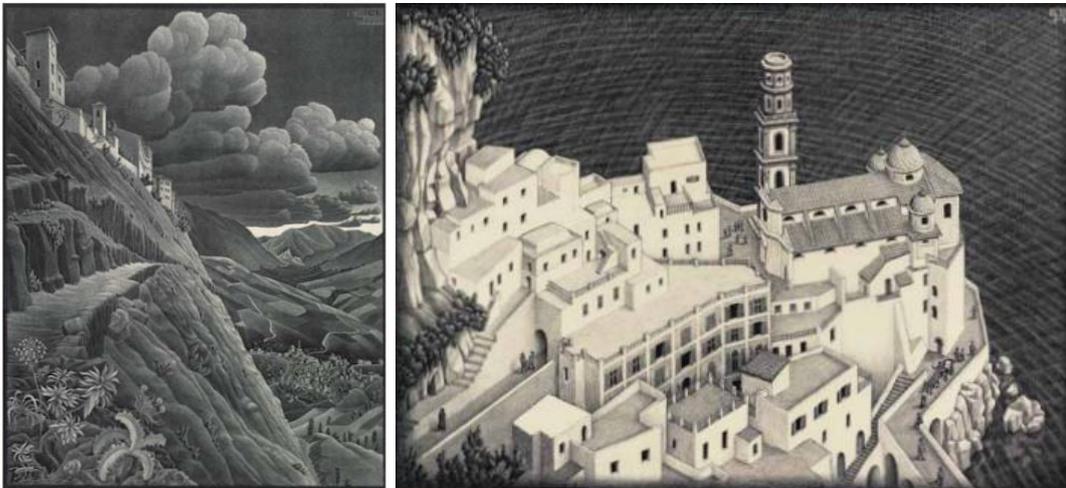
Escher criou a alguns dos desenhos intelectualmente mais estimulantes de todos os tempos. Muitos deles têm origem em paradoxos, ilusões ou duplos sentidos. Os matemáticos estiveram entre os primeiros admiradores dos desenhos de Escher; o que é compreensível, uma vez que estes se baseiam, com freqüência, em princípios matemáticos de simetria ou de padrões... (Hofstadter, 2001, p. 11)

Apesar desse reconhecimento, Escher não se destacava nessa disciplina, sendo um aluno mediano em aritmética e álgebra. De acordo com Cláudio Fragata Lopes (apud FIUZA, 2014, p. 13), “(...) Escher sequer foi um bom aluno. Ele mesmo admitiu mais tarde que jamais ganhou, ao menos, um "regular" em matemática”. Não demonstrava interesse pela Matemática, mas possuía uma grande habilidade para os desenhos. Em 1919 ingressou na escola de Arquitetura e Arte Decorativas, em Haarlem, para se tornar arquiteto por influência de seu pai. No entanto,

pelo seu talento no desenho e na gravura e por incentivo de seu professor Samuel Jessurun de Mesquita, abandonou o curso de Arquitetura e dedicou-se as artes, no Curso de Arte Decorativas de Haarlem, Tjabbes (2011).

Em 1922, Escher terminou seus estudos e viajou por toda a Itália e Espanha, descobrindo durante sua peregrinação, as paisagens responsáveis por marcar a primeira fase de sua vida artística, e foi considerado como um artista clássico (Tjabbes, 2011). Neste ano, acumulou um grande número de esboços de paisagens e cidades, representando com precisão detalhes de edifícios, manipulando a atmosfera da paisagem através de diferentes perspectivas, e por isso “[...] esses locais aparecem menores, mais agradáveis” (Tjabbes, 2011, p.21), como visto na Figura 2.

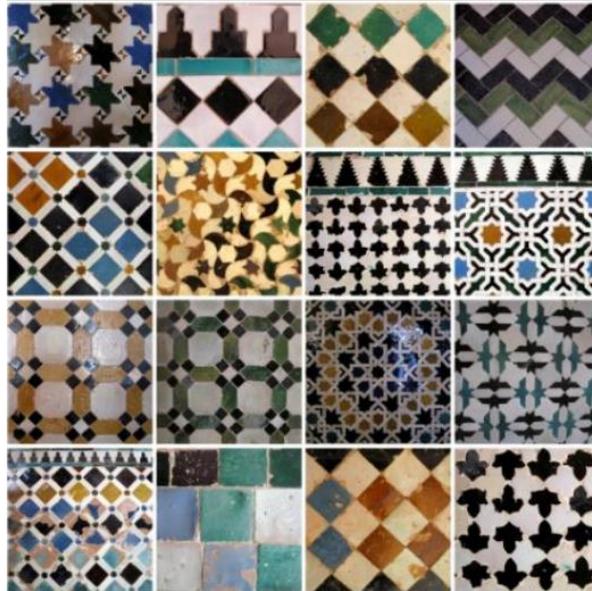
Figura 2 – Castrovalva (1930) e Atrani, Coast of Amalf (1931)



Fonte: Escher; Tjabbes, (2011)

A forma com que Escher produzia arte teve grande influência de diferentes culturas observada durante suas viagens. Em uma dessas viagens, ele conheceu a arte islâmica no palácio de Alhambra situado em Granada, na Espanha, sendo este repleto de azulejos que formavam lindos mosaicos coloridos, caracterizados especialmente por formas geométricas que preenchia todo espaço da superfície. Observando com atenção estes padrões geométricos, mostrada na figura 3, Escher ficou curioso para compreender a divisão regular do plano e tentar reproduzir esta técnica (Barth, 2006).

Figura 3 - Mosaicos de Alhambra



Fonte: Torres (2017)

As obras de Escher começam a ganhar destaque principalmente pela geometria, derivada de seus estudos na Arte islâmica, sobretudo por substituir as formas geométricas por figuras reais, como peixes, pássaros, figuras humanas entre outros.

Escher fez duas contribuições específicas aos ladrilhamentos, que assim vieram a desempenhar papel-chave em sua arte: primeiro ele substituiu as formas geométricas nuas, tais como paralelogramos, por imagens realísticas; depois, ele se mostrou capaz de transformar essas imagens, fazendo-as evoluir em vez de se repetirem num padrão estático (Tjabbes 2011, p. 25).

Escher faleceu em 27 de março de 1972 aos 74 anos, na Holanda (Tjabbes, 2011). Responsável por cerca de 2 mil esboços de desenhos e 448 gravuras e litografias, alguns de seus trabalhos inspiraram diversas investigações matemáticas que observaremos na próxima seção, pois utilizava conceitos da isometria, translação, rotação.

1.1. As obras de Escher e a matemática/ geometria e arte

Nesta seção veremos que Maurits Cornelis Escher explora, por meio de suas obras, o campo da Matemática e da Arte através de suas tesselações. Através do preenchimento da superfície, técnica inicialmente abordada de forma intuitiva, Escher atrelou a Matemática a esta, trazendo notoriedade para suas obras.

As tesselações é um tipo específico de ladrilhamento, no qual se utilizam figuras geométricas para cobrir uma superfície, onde estas unidades se repetem e se encaixam

perfeitamente criando assim um padrão. A utilização desta técnica remonta a antiguidade, presente “[...] nas civilizações assíria, babilônia, persa, egípcia, grega, chinesa e outras, empregados em padrões presentes em pisos, tetos e painéis de parede atestando a relação entre padrões e arte da decoração” (Leitão, 2015, p. 37). Também são encontrados na natureza alguns exemplos clássicos, como o favo de mel, as escamas dos peixes, algumas carapaças de tartaruga, entre outros, sendo bastante comuns em nosso cotidiano.

Figura 4 - Mosaicos



Fonte: Leitão (2015, p. 37)

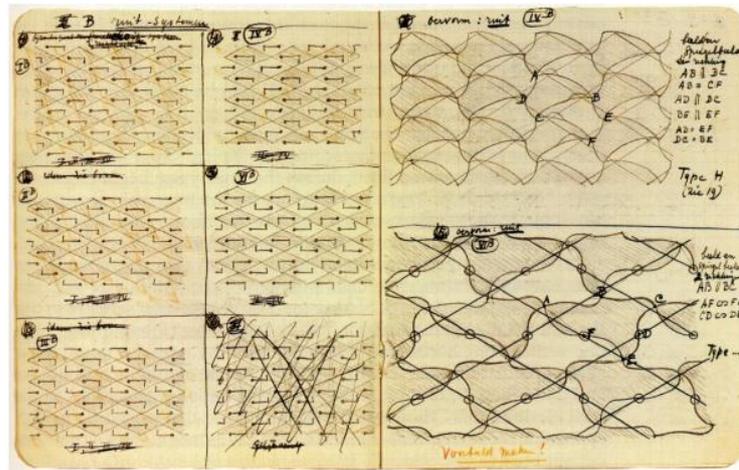
Gradualmente, as tesselações têm se tornado interesse de estudo no campo da ciência, pela sua abrangência de aplicações, como exemplo “[...] nos tecidos celulares de plantas e animais, nas estruturas cristalinas, na criação de códigos corretores de erros e criptografias, impressão em 3D de próteses humanas e nas engenharias e arquitetura” (Leitão, 2015, p. 13).

Ainda sobre essas construções, de acordo com Alves (2014), são encontradas as tesselações regulares, onde é utilizada a repetição de um mesmo polígono regular; as semirregulares, que são feitas com dois ou mais polígonos regulares; e as demirregulares, nas quais são utilizados polígonos iguais, mas não regulares.

Segundo Leitão (2015), as tesselações regulares de Escher podem ser utilizadas para tornar o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos mais atraentes, integrando saberes matemáticos e artísticos. Segundo Tjabbes (2011), quem primeiro estudou e apresentou a matemática presente na obra de Escher, foi o seu irmão mais velho Berend, Professor da Universidade de Leiden, fornecendo a Escher informações sobre a estreita relação entre seu fazer artístico e a Matemática.

Schattschneider (2016), menciona que Escher descobriu que poderia preencher uma superfície de diversas formas diferentes, a partir dos trabalhos de Haag's "regular division of the plane" e Pólya's. Ele questionou-se sobre os formatos dos ladrilhos que resultariam na divisão regular no plano, além de estudar de que forma as arestas das figuras estavam relacionadas entre si, registrando muitas de seus estudos em um caderno, onde compilava diversas representações desta técnica.

Figura 5 - Registros particular sobre divisões regulares do plano



Fonte: Schattschneider (2016, p. 708)

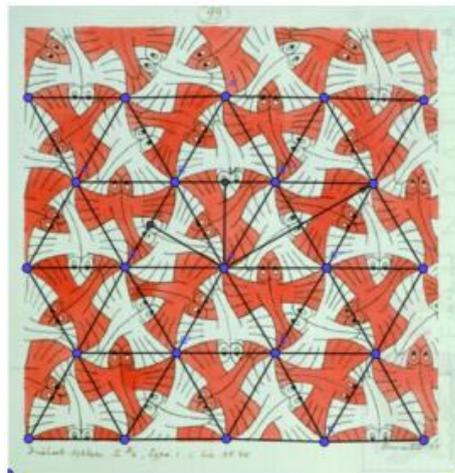
Para realizar esse tipo de pavimentação, são utilizados polígonos regulares com o mesmo número de lados, de modo que a fronteira entre essas figuras seja sempre arestas completas, Leitão (2015). De acordo com Tacoronte (2021) as tesselações são formadas com polígonos em que a soma de seus ângulos internos com vértices em um nó seja igual a 360° , estes "nós" são os pontos onde os vértices das figuras se encontram. Essa ideia associada à divisão regular do plano, pode ser entendida da seguinte forma:

Observamos que no caso do polígono regular com o menor número de lados, o triângulo equilátero, teremos seis triângulos em um nó cuja soma é dada por $60^\circ \times 6 = 360^\circ$. No caso do quadrado, teremos quatro quadrados em um nó e novamente $90^\circ \times 4 = 360^\circ$. Note que no pentágono cada ângulo interno mede 108° e como 108 não é divisor de 360 não é possível fazer a tesselação. No caso do hexágono regular, teremos três em um nó e mais uma vez concluímos que $120^\circ \times 3 = 360^\circ$ (Tacoronte, 2021, p. 79).

De maneira simplificada, Leitão (2015) explica que a quantidade máxima e mínima de polígonos regulares em torno de um nó está relacionada com a maior e menor medida do ângulo interno do polígono usado para a pavimentação. Nesse sentido, o máximo seriam seis polígonos (triângulo equilátero) e no mínimo três (hexágono), em torno deste nó.

Em muitas de suas obras, Escher produzia uma transição em que uma imagem se transforma em outra sem deixar o padrão inicial da obra, continuando assim com o aspecto simétrico e harmonioso. Na figura a seguir, observamos, de acordo com a análise de Tacoronte (2021), a divisão regular da superfície presente na obra composta por peixes com asas, no qual tem-se a tesselação pela rotação da figura base, no caso um peixe, onde este é formado a partir de regiões de um triângulo equilátero.

Figura 6 - Superfície com peixes de asas



Fonte: Tacoronte (2021, p. 87)

Na simetria por rotação, observamos que a imagem é girada em torno de um ponto, permanecendo inalterada independente do ponto, conservando também a distância destes em relação ao centro de rotação. Por meio desta técnica, a partir da repetição da imagem e pela uniformidade do ângulo, tem-se uma regularidade e consecutivamente a percepção de um padrão que intriga e agrada aos olhos.

O trabalho de Escher demonstra como as imagens podem exemplificar conceitos aparentemente difíceis. Através de sua tesselação pode-se discutir exemplos de transformações planas, como translação, rotação e reflexão. É mais fácil para os nossos olhos. Segundo Alvez, (2014, p. 11)

As obras de Escher são um exemplo concreto de como as imagens podem facilitar o entendimento de alguns conceitos geométricos, através de seus desenhos, numa mistura de simetria e pavimentação do plano (tesselação), ele faz com que o aluno consiga melhor visualizar e destacar os tipos de transformações existentes, tornando-as assim mais simples aos seus olhos

Nesse sentido, a Arte é uma forma de conhecimento e através das artes visuais é possível transmitir, da forma mais intuitiva e clara possível o pensamento ou conhecimento. De fato, por meio de algumas de suas obras, Escher conduz a um novo olhar sobre as ciências exatas, em

especial a matemática, ilustrando, por meio de imagens as dimensões matemáticas, trabalhadas na escola, com as quais se assegura o desenvolvimento das competências que se relacionam com o conjunto de aprendizagens fundamentais a todos os estudantes.

Ainda analisando algumas obras, na perspectiva de Tacoronte (2021), observa-se também a presença desta técnica na obra "Watercolor 106 Bird", formada a partir da repetição da figura de um pássaro, preenchendo assim todo plano. Observa-se nesta obra a tesselação por translação, onde essa figura é transladada por toda região do plano, como intuitivamente imaginamos.

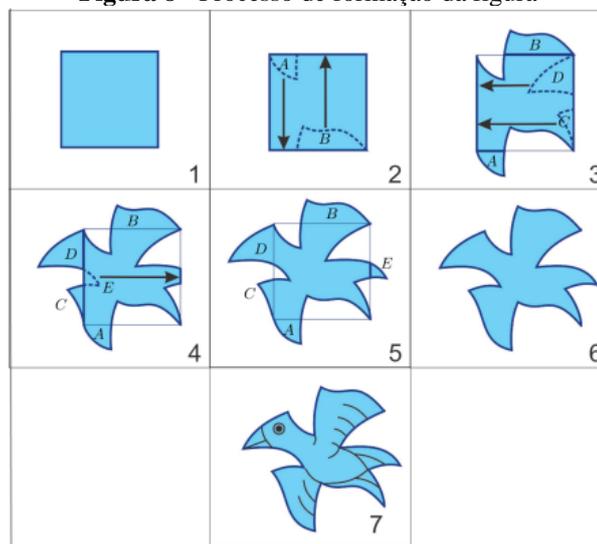
Figura 7 - Superfície com pássaros



Fonte: Tacoronte (2021, p. 87)

A partir de sua figura base, o quadrado, veremos como se dá sua formação. Na Figura 8 a seguir, observamos que as regiões A e B, sofrem translações na vertical, culminando com a formação da figura do quadro 3. Nos quadros 3 e 4 as regiões C, D e E sofrem uma translação na horizontal. Observando os sete quadros, temos a formação da figura, neste caso, um pássaro.

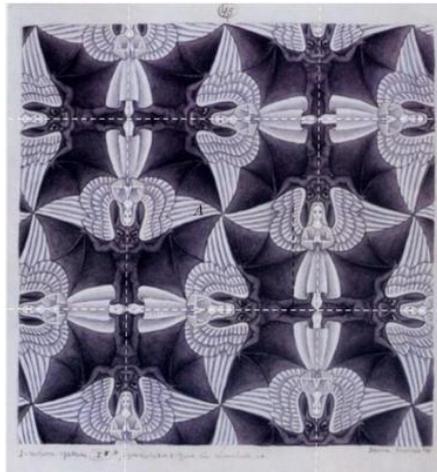
Figura 8 - Processo de formação da figura



Fonte: Torres (2017, p. 80)

Trazendo outro exemplo para ilustrar a presença da matemática em seu fazer artístico, temos a obra "Anjos e Demônios", criada por Escher em 1941. Podemos observar, que este é um exemplo claro da simetria por reflexão, que de acordo com Torres (2017), um objeto ou imagem é obtido a partir da reflexão em relação a um eixo de simetria, de tal forma que exista uma correspondência ponto a ponto com o objeto ou imagem inicial, como fosse realmente um espelho. Torres (2017, p. 83) destaca ainda, que “[...] é comum na obra de Escher encontramos desenhos que podem fazer uso de mais de uma isometria para sua construção” dessa forma, podemos analisar sob a ótica de uma rotação a construção desta obra.

Figura 9 - Anjos e Demônios - 1941



Fonte: Torres (2017, p. 83)

A partir da apresentação sintética da vida e de algumas obras de Escher, bem como da análise dos trabalhos que relacionam a natureza matemática com a arte em suas criações, apresentadas no capítulo anterior, foi possível identificar e conjecturar algumas relações matemáticas que podem servir como subsídios para a prática docente. Nessa perspectiva, a relação Matemática e Arte contribui para um olhar diferente sobre a ideia que se tem sobre esta disciplina, usualmente pautada em cálculos e assuntos pouco relacionados com o cotidiano, ilustrando com a utilização prática e simplificada, os conceitos de forma que promovam um aprendizado significativo da Matemática. A seguir, analisaremos a presença e a influência do artista M.C. Escher nas pesquisas que tratam da relação entre Matemática e Arte, compreendendo como suas obras têm sido utilizadas para ilustrar conceitos matemáticos no contexto da matemática escolar.

2. MATEMÁTICA E ARTE: O QUE ABORDAM AS PESQUISAS

Este capítulo, dedicamos à análise das pesquisas científicas, no caso dissertações e teses, que abordaram a relação entre a Matemática e Arte no ensino de conteúdos matemáticos. Nesse sentido, buscou-se apresentar um panorama geral para compreender e conhecer as tendências neste campo de estudo. Além disso, esse levantamento teve como objetivo identificar e analisar a presença e a influência do artista M.C. Escher no contexto da matemática escolar.

Inicialmente, através de um Mapeamento Sistemático, identificamos na literatura as pesquisas disponíveis relevantes para a temática da nossa proposta. Para Kitchenham (2004, p. 7), “Um Mapeamento Sistemático é uma forma de identificar, avaliar e interpretar todas as pesquisas disponíveis relevantes para uma questão de pesquisa particular”, ou seja, o Mapeamento permite a síntese e a consolidação do conhecimento existente sobre um determinado tema, oferecendo uma visão abrangente e atualizada das pesquisas realizadas até o momento.

A primeira etapa de um Mapeamento Sistemático consiste em estabelecer um protocolo de pesquisa bem definido para obter os dados de interesse. Seguindo as instruções de Motta e Kalinke (2021), é recomendado que este seja organizado em quatro fases: planejamento, condução, descrição e apresentação.

A fase de planejamento pode ser considerada a mais importante na realização dos estudos primários sobre o tema de interesse. Nesta fase, Motta e Kalinke (2021) propõe seis etapas: “I) Estudo de viabilidade e escopo; II) Definição das questões de pesquisa; III) Definição das bases de dados; IV) Definição dos descritores de busca; V) Definição dos critérios de seleção; e VI) Avaliação do Protocolo” (Kitchenham, 2004, p. 29).

Para Motta e Kalinke (2021), o pesquisador começa com o estudo de viabilidade e escopo, definindo o objetivo geral do estudo. Em seguida, as questões de pesquisa são formuladas para guiar todo o processo, respeitando o objetivo e o foco da pesquisa. A definição da base de dados é a próxima etapa, na qual o pesquisador decide onde buscar os trabalhos relevantes à temática investigada. Após isso, são estabelecidos os descritores e *strings*, termos de busca utilizados para identificar os trabalhos nas bases de dados. Com os descritores definidos, os critérios de seleção e qualidade são determinados para incluir ou excluir trabalhos, garantindo a relevância e a qualidade dos dados. Finalmente, a avaliação do protocolo envolve um teste piloto para validar as informações obtidas e ajustar o protocolo conforme necessário antes de avançar para as fases subsequentes.

Em suma, após essa seleção de trabalhos recomenda-se a organização destes de forma que sistematizem e agrupem as informações extraídas durante esse processo, objetivando que essa estrutura ajude a responder à questão estabelecida na fase de planejamento.

Tendo em mente toda a discussão supracitada, o primeiro passo consistiu em descrever o objetivo e a questão da pesquisa. A questão de pesquisa foi formulada da seguinte maneira: de que maneira são articulados os conteúdos matemáticos ensinados na educação básica nas obras de arte de Escher? De forma abrangente, o objetivo foi analisar, na literatura, como a relação entre Matemática e Arte é utilizada no ensino de conceitos matemáticos, com ênfase especial nas obras de Escher. Além disso, buscou-se apresentar como a matemática escolar é abordada em pesquisas que exploram essa interseção.

A próxima etapa consistiu em selecionar a base de dados para a busca. Optou-se pela Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) devido ao seu objetivo de fornecer um catálogo extenso de teses e dissertações em um único local, facilitando o acesso aos trabalhos de interesse. Através de sua ferramenta de busca, elaboramos um protocolo de pesquisa, onde definimos os descritores, critérios de inclusão e exclusão, para que seguíssemos com os procedimentos de análise e consecutivamente pudéssemos atender ao nosso objetivo.

Em modo de busca avançada, inicialmente definimos os descritores “Matemática” e “Arte” para que esses termos aparecessem no título, obtendo assim um total de 53 trabalhos. É importante observar que o termo “Escher” não foi utilizado como descritor, isso para identificarmos a frequência de suas obras nas pesquisas encontradas que versam sobre Matemática e Arte. Para que fosse viável a leitura e interpretação deste material, considerando a disponibilidade de dados, foi necessário limitar a busca entre 2013 a 2023. Esse recorte temporal foi adotado devido ao número reduzido de trabalhos encontrados quando utilizávamos um intervalo de tempo menor. Com essa abordagem, obtivemos um total de 34 (trinta e quatro) trabalhos. Identificamos também 3 (três) trabalhos duplicados, reduzindo o *corpus* da busca a 31 (trinta e um).

O primeiro critério de exclusão consistiu em desconsiderar os trabalhos que não abordavam a Matemática Escolar, bem como aqueles que não estavam disponíveis na íntegra. Isso resultou na exclusão de 2 (dois) trabalhos. Além disso, foram excluídos 5 (cinco) trabalhos que se enquadravam em categorias como “Revisão de Literatura”, “Estado da Arte” ou “Estado do Conhecimento”, e 3 (três) trabalhos relacionados a criptografia e algoritmos. Após aplicar esses critérios de exclusão, restaram 21 (vinte e um) trabalhos que atenderam aos objetivos da pesquisa.

2.1. Análise de dados

Apresentamos nesta seção, os resultados da busca das dissertações e teses. Cabe mencionar, que para efeito de simplificação da escrita, será atribuída a cada trabalho a letra T relacionada às teses e D ao se tratar de dissertações, seguidas de um algarismo numérico para que possamos citá-las no decorrer do texto, sem necessariamente escrever o título do trabalho. Assim, no Quadro 1, a seguir, temos descritos o título, o autor, ano de publicação em ordem crescente a partir do ano 2013 conforme recorte temporal e a unidade da federação.

Tabela 1-Pesquisas relacionadas à Matemática e Arte

Ordem	Título	Autor(a)	Ano de publicação	UF
D1	Educação matemática pela arte: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da matemática	GUSMÃO, L. D.	2013	PR
D2	Releitura de obras de arte pelo viés da geometria analítica: uma proposta interdisciplinar para o ensino da matemática	SEGURA, C. S. C.	2013	PR
D3	Ensino de geometrias não-euclidianas usando arte e matemática	SEMMER, S.	2013	PR
D4	Matemática na Arte: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG)	SILVA, A. P.	2013	MG
D5	Anamorfose: uma arte no ensino de matemática e sua aplicação em atividades interdisciplinares	IAVORSKI, C.	2014	PR
D6	Matemática e arte: explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher	MODESTO, C. F.	2015	PR
D7	Geometria Projetiva: Matemática e Arte	MALTEZ, L. S. C.	2015	BA
D8	Educação matemática e arte na infância: uma utopia transdisciplinar possível	FEITOSA, M. R. M.	2015	RN
D9	Matemática e arte, um diálogo possível: trabalhando atividades interdisciplinares no 9º ano do ensino fundamental	FERREIRA, R. J.	2015	MG
D10	A linguagem audiovisual do cinema como elemento integrador da arte e ciência na formação cultural dos professores de ciências e matemática	SILVA, M. R.	2015	RN
D11	Arte e Matemática: nas interfaces do teatro e da educação	CAMPOS, E. P.	2015	SP
D12	A Arte na matemática: contribuições para o ensino de geometria	BARROS, P. B. Z.	2017	SP
T1	Visualidades Movimentadas em Oficinas- Dispositivo Pedagógico: Um Encontro entre Imagens da Arte e Professores que Ensinam Matemática	WAGNER, D. R.	2017	SC
T2	Olhares que sentem e pensam: a arte como potência na formação de professores que ensinam matemática	CÂNDIDO, P. T.	2019	SP
D13	Desenho de mangá e paper toys: a cultura otaku e a linguagem audiovisual articulando matemática e arte na educação escolar	PEREIRA, G. P.	2019	RS
D14	O infinito em dois fragmentos: arte e matemática	LISBOA, G. R.	2019	GO
D15	Transformações geométricas: fazendo arte na aula de matemática	SANCHES, A. S. C.	2021	SP
D16	Matemática, Tecnologia e Arte: uma proposta de ensino de Isometrias para a Educação Básica	CANELLA, A. C.	2021	RJ
T3	Por uma educação matemática com arte: passagens pelo pensamento de Walter Benjamin	SCHUCK, C. A.	2021	SC
T4	Modelagem matemática e a arte de Escher na formação do professor de matemática na educação básica	KOMAR, M. F. C.	2022	PR
T5	Vídeos Digitais e Educação Matemática: Uma possibilidade de Pesquisa Educacional Baseada em Arte	GIMENEZ, H.	2023	SP

Fonte: Elaboração própria a partir de pesquisa na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações.

Concentraremos a análise em 3 questionamentos base: Como os conceitos matemáticos são abordados e representados através da Arte? Quais foram os métodos de ensino utilizados? e de acordo com cada autor(a), como o uso da arte para ensinar matemática contribuiu para a

aprendizagem dos estudantes? A partir desses questionamentos, no próximo passo, iniciaremos a análise e discussão sobre cada pesquisa.

Vale destacar que, à medida que selecionamos os trabalhos a serem analisados, observamos dois grandes blocos: um que diz respeito à formação do professor e outro com propostas e intervenções em sala de aula. Com isso, separamos os trabalhos em duas seções, uma para cada vertente.

2.2. Matemática e Arte na formação do professor

Durante a formação do professor de matemática, percebe-se que os saberes base para o ensino de matemática se limitam apenas aos saberes específicos da disciplina, deixando de lado os aspectos pedagógicos da profissão, como aponta Tardif (2002). Para esse autor, os saberes profissionais precisam integrar questões de natureza social que abranjam a diversidade do conhecimento, bem como suas fontes. Nessa perspectiva, integrar Arte e a Matemática pode proporcionar uma mudança no processo de ensino e aprendizagem, tornando a matemática em sala de aula não apenas uma transferência de conhecimento, mas também um processo de construção contínua do conhecimento do estudante.

Neste discurso, a formação do professor é concebida como um processo contínuo que impacta tanto o conhecimento específico quanto o pedagógico. Considerando a relevância dessa temática para o ensino da matemática, é essencial entender os momentos de reflexão e discussão sobre questões inerentes à docência, os quais conferem uma nova qualidade aos envolvidos. A sociedade tem demandado uma nova configuração de papéis, onde o professor atua como mediador e o aluno se torna o protagonista da aprendizagem. Nesse contexto, esse processo permitirá uma reflexão aprofundada sobre as práticas pedagógicas e sua relação com a sala de aula, promovendo uma integração mais eficaz entre teoria e prática.

Direcionamos agora nossa atenção para uma leitura que atenda especificamente ao propósito desta seção: a formação do professor. Realizaremos uma leitura dos resumos, buscando características que nos permitam fazer agrupamentos durante a análise.

Em um primeiro momento, ao analisar os resumos destes trabalhos encontramos 7 (sete) que abordam a relação Matemática e arte no que tange à formação do professor. Em D1, D8, D10, D11, D14, T1, T2, T3, T4 e T5, são discutidos a apropriação das formas de enxergar a matemática provenientes na arte e suas diversas manifestações, construindo princípios que nortearam a prática docente.

Na D14, Lisboa (2019) analisa o conceito de infinito matemático através das pinturas e desenhos de Jan van Eyck e Maurits Cornelis Escher, que abordaram, cada um com suas particularidades esse conceito em suas obras, objetivando elucidar e disponibilizar informações que tratam dos temas relacionados ao infinito matemático. De acordo com o autor, por meio da arte é possível

[...] entender que utilização de elementos plausíveis, concretos e até tangíveis podem ajudar na apreensão do infinito matemático. Então, essa relação entre a Arte e a Matemática mostrou-se bastante eficiente. Afinal, os estudantes conseguem perceber pelos sentidos o infinito e a partir daí entendê-lo (Lisboa, 2019, p.63).

Desta forma, tornar os conceitos matemáticos complexos e pouco discutidos em sala de aula, mais simples e tangíveis por meio da Arte “[...] é algo grandioso para um professor” (Lisboa, 2019, p.13). Em suma, com esta proposta o professor é convidado e incentivado a conhecer novas práticas, refletindo no seu trabalho em sala de aula e conseqüentemente na aprendizagem dos estudantes.

Por este mesmo viés, na T4, Komar (2022) trata da formação de professores de Matemática na Educação Básica tendo como foco “O que se mostra das práticas com Modelagem e a arte de Escher na formação do professor de Matemática da Educação Básica?” (Komar, 2022, p.20). A metodologia utilizada se deu por meio de uma pesquisa qualitativa com professores e acadêmicos de matemática, foram desenvolvidas atividades “[...] sobre a metodologia da Modelagem Matemática, a incorporação dos resultados dos trabalhos obtidos nos grupos, pela Arte de Escher, apresentado pelas técnicas de litografia” assim fazendo “[...] Ciência, que encanta e oportuniza o cenário dos conceitos, em detrimento aos conteúdos.” (Komar, 2022, p.189).

Por meio desta investigação, foi possível conhecer uma nova possibilidade metodológica para o ensino e aprendizagem da Matemática, mediante os conceitos apresentados no texto, bem como nas discussões relacionadas a Educação Matemática e a Arte de Escher. Essa iniciativa priorizou a compreensão dos conceitos, em detrimento da simples aplicação dos conteúdos, proporcionando ações que oportuniza o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo dos professores, tendo em vista os desafios relacionados à educação.

Já a D1, de Gusmão (2013), teve como base a leitura das obras de Herbert Read explorando as seguintes questões “Como a arte pode ser fonte de conhecimento para a matemática, visando seu ensino?” e “Em que medida a arte pode contribuir para uma metodologia de ensino da matemática que incorpore aspectos da estética da matemática?” Para

a autora é “[...] essencial uma educação mais abrangente, um sistema de ensino que leve em consideração não só os aspectos lógico-conceituais do saber, mas considere também o saber sensível e o estético.” (Gusmão, 2013, p 135).

Desta forma, a pesquisa versa sobre a educação matemática e as contribuições das funções pedagógicas da arte podem reconectar o sentir, pensar e o fazer matemático como uma atividade humana. E a interdisciplinaridade descrita neste trabalho, pressupõe que a arte com suas potencialidades pode promover o desenvolvimento de uma “Educação Matemática pela Arte”, possibilitando o estímulo do pensamento matemático ao proporcionar experiências que objetivam despertar o prazer na atividade do pensamento humano.

Na perspectiva da Educação Infantil, na escrita da D8, Feitosa (2015) teve como proposta a formação de um grupo de estudos, em que fosse possível desenvolver práticas que posteriormente seriam aplicadas em sala de aula com os estudantes, com o objetivo de “Analisar como as práticas pedagógicas dinamizadoras que envolvam arte e ludicidade podem constituir princípios norteadores para o exercício de uma educação matemática na formação continuada de professoras da Educação Infantil.” (Feitosa, 2015, p. 22). Por meio de jogos e brincadeiras são concebidas e estabelecidas relações espaciais entre elementos mediante as suas representações, onde “[...] permitem à criança realizar ações concretas, reais, relacionadas com sentimentos que de outro modo ficariam guardados, permitem ainda a possibilidade de elas estabelecerem todas as relações possíveis frente a uma questão ou problema.” (Feitosa, 2015, p. 67).

Com isso, por intermédio do trabalho realizado, verificou-se que é possível que as linguagens da arte oportunizem a aprendizagem dos conceitos utilizando a própria forma de produção. Através do lúdico, propiciado pela arte, essa experiência tende a contribuir para quem trabalha com a educação infantil, uma vez que se faz necessária outra forma de pensar a prática, visto os resultados insatisfatórios em relação à matemática em momentos posteriores à educação infantil.

A pesquisa representada por D10, de Silva (2015), analisou a importância e o potencial educativo do cinema para a formação de professores de Ciências Naturais e Matemática, no caso licenciandos, “[...] visando nesse processo aproximar a linguagem audiovisual do Cinema como elemento integrador na Formação Cultural e profissional do professor” (Silva, 2015, p. 42). Por meio desta pesquisa foi evidenciada a necessidade de discussões e reflexões durante a graduação, a fim de consolidar a importância da Arte no âmbito educacional.

Sob essa mesma ótica, o foco da dissertação D11 de Campos (2015) está nas reflexões de diversos educadores sobre possíveis conexões entre artes/educação, educação e educação matemática. Com o intuito de “criar evidências para uma pesquisa sobre as reflexões desses educadores”, a autora busca “teorizações de [...] autores que apresentam uma visão da arte como orientadora do trabalho escolar” (Campos, 2015, p. 18-19). Por meio desta pesquisa de cunho qualitativo, foi possível verificar que

Traçar essa relação entre os campos Arte e Matemática, no cenário escolar é complexa, dadas as experiências vividas pelos próprios personagens desse cenário. Na fala dos nossos depoentes, foi possível perceber o quanto existe um distanciamento daqueles que servem à área das artes com relação à matemática e o contrário também, pelas próprias experiências que viveram enquanto alunos ou na formação inicial, que [...] na universidade aparecem completamente disjuntas. (Campos, 2015, p. 148-149)

Em linhas gerais, apesar das experiências vividas pelos professores, tem-se que essa argumentação interdisciplinar, em especial o teatro, permitiu compreender a importância de se trabalhar pela formação integral dos estudantes, levando em consideração as necessidades pertinentes à sociedade que requerem senso crítico e sensibilidade.

Agora, em relação às teses T1 e T2, verificamos que ambas também trazem uma abordagem no âmbito da formação de professores. Cândido (2019), busca proporcionar momentos de imaginação ampliando o olhar dos participantes para o ensino e aprendizagem pela arte por meio dos seguintes questionamentos

[...] podemos dizer que para eles, a arte é o que promove a possibilidade de criação? O que está contido nas narrativas dos professores que ensinam matemática que passaram por uma experiência de formação envolvendo arte? Há pistas de deslocamento? (Cândido, 2019, p. 7).

A pesquisa de Wagner (2017), na escrita da T2, propõe-se por meio de oficinas “[...] movimentar visualidades, descrever e analisar discursos disparados e atravessados em um espaço de formação de professores que ensinam matemática”. Através de imagens, “Potencializou a emergência de visualidades, ao estabelecer uma relação entre matemática e arte” (Wagner, 2017, p.23). Segundo a autora,

Junto à problematização do olhar, um modo de pensar e propor a formação de professores foi posto em suspensão e problematizado, levando-nos a pensar que uma formação docente, pautada em processos de conscientização, de reflexão e apropriação de modos de ensinar, não leva à desnaturalização de verdades, mas, ao contrário, funciona como um dispositivo mantenedor de práticas de subjetivação e objetivação de professores.

Desse modo, as teses supracitadas buscaram estabelecer a relação Matemática e Arte a partir de experiências com grupos de professores, cada uma com suas particularidades. Nesse sentido, por meio dessas iniciativas o professor tem a oportunidade de conhecer práticas de ensino que certamente reverberam em sala de aula e consecutivamente na aprendizagem do estudante, uma vez que o conhecimento dos estudantes depende em grande parte do explorar de novas oportunidades de aprendizagem pelo professor.

A pesquisa de Schuck (2021), representada por T3, discute a integração da arte com a educação matemática à luz dos pensamentos de Walter Benjamin. A autora apresenta uma forma de despertar o pensamento e criar uma experiência educacional efetiva por meio da arte, em detrimento das abordagens tecnicistas tradicionais. Para a autora, a educação matemática pode ser vista como uma forma artística de vida. A arte é usada para provocar pensamentos e questionamentos, permitindo que os conceitos matemáticos sejam explorados de maneira mais criativa e menos técnica. A autora menciona que a arte afeta intensamente o corpo, levando a problematizações que mobilizam o pensamento matemático, enfatizando a importância da experiência e da reflexão na aprendizagem, incentivando a criatividade e a reflexão crítica nos estudantes.

Gimenez (2013), em sua pesquisa representada aqui por T5, oferece uma perspectiva acerca da produção de vídeos com a seguinte questão central “Como um coletivo de Seres-Humanos-Com-Mídias utilizou a Arte na produção de vídeos digitais com conteúdo de Matemática em um Festival?” (Gimenez, 2023, p. 23). Utilizando de figuras de linguagens e metáforas, o autor enfatiza a importância da experiência estética na educação matemática para melhorar o processo de ensino-aprendizagem, destacando a criação coletiva de conhecimento que envolveu alunos e professores durante a produção de vídeos educacionais. Este buscou identificar a relação Matemática e Arte, nos elementos artísticos e em suas funções pedagógicas para o processo de comunicação de ideias matemáticas, contribuindo para a aprendizagem dos estudantes ao promover estranhamentos que os levam à reflexão e aos questionamentos.

2.3. Matemática e Arte: intervenções em sala de aula

Com relação ao ensino da Matemática, apesar dos diversos estudos que destacam a importância de uma abordagem contextualizada, esta ainda é frequentemente marcada por aulas teóricas descontextualizadas, fragmentadas e repetitivas, “em que ensinar se resume à ‘transmissão’ do conhecimento e aprender à ‘recepção’ de conteúdos frequentemente

desconexos da realidade ou sem significado para o aprendiz” (Gonçalves e Santos, 2019, p. 87). Esse cenário pode ser um dos motivos pelo qual os estudantes demonstram desinteresse na disciplina e encontram dificuldades em seu aprendizado. Nesse contexto, integrar Arte no ensino de Matemática pode tornar a disciplina mais atraente e acessível aos estudantes, possibilitando que compreendam as aplicações matemáticas em contextos reais, tornando o ambiente de aprendizagem mais dinâmico e significativo.

Contudo, para muitas pessoas, a aproximação entre essas áreas do conhecimento pode parecer contestável e até mesmo sem sentido. Isso ocorre devido ao fato de que a Matemática é uma ciência exata, caracterizada pela racionalidade e objetividade, enquanto a Arte pertence ao campo das ciências humanas, sendo mais emocional e subjetiva. No entanto, quando exploramos detalhadamente esta conexão descobrimos que ambas compartilham diversos pontos em comum, pois

aprender Matemática por meio da arte é uma ideia que pode ser percebida ao longo da história dessa ciência, pois muitos filósofos, geômetras e arquitetos desenvolveram projetos nos quais a Matemática foi elemento e a partir dos quais lhes foi necessário descobrir propriedades, criar fórmulas, enfim, aprender Matemática (Silva, 2022, p. 43).

Assim, reconhecemos que a Arte e a Matemática têm suas particularidades e são compreendidas de maneiras diferentes. No entanto, essas diferenças não as separam, nem impedem a integração de seus conhecimentos e a criação de conexões entre elas. Pelo contrário, essa integração pode favorecer o ensino e aprendizagem da Matemática, permitindo uma abordagem interdisciplinar, fomentando a criatividade e o pensamento crítico, características fundamentais para o desenvolvimento acadêmico e pessoal dos estudantes.

Considerando essa discussão e o presente levantamento bibliográfico, analisamos nessa seção, pesquisas que produziram sequências didáticas voltadas para a sala de aula. Nosso objetivo é analisar essas pesquisas, identificando suas metodologias, resultados e impactos no processo de ensino-aprendizagem.

Para facilitar a compreensão, organizamos esses trabalhos em categorias. O Quadro 2 apresenta os conteúdos matemáticos abordados, bem como o público-alvo para o qual foram desenvolvidos, distinguindo entre Ensino Fundamental (EF) e Ensino Médio (EM). Essa primeira classificação refere-se ao alinhamento desses conteúdos com os objetivos educacionais propostos pelas diretrizes curriculares.

Quadro 1 - Dissertações publicadas na BDTD – Conteúdos/ Nível de ensino

Ordem	Conteúdo Matemático	Nível de Ensino
D2	Geometria Analítica: Estudo do Plano, Estudo da Reta, Estudo da Circunferência.	3º ano EM
D3	Anamorfose, geometrias plana, espacial, elíptica e projetiva.	2º ano EM
D4	Formas geométricas, razão, proporção, simetria, semelhança, inscrição e circunscrição de figuras; Ponto, linha, ângulos, superfícies, simetria, retas perpendiculares e paralelas, elementos da perspectiva	9º ano EF
D5	Geometria: anamorfose	6º ano EF
D9	Geometria: figuras equivalentes, polígonos, sólidos geométricos, área de figuras, quadriláteros, áreas de figuras equivalentes, números racionais e irracionais, Operações com Números Naturais inteiros e Irracionais Sequências Numéricas:	9º ano EF
D12	Simetria, proporção, polígonos, poliedros, pontos, retas, curvas, ângulos, cores, figuras e formas geométricas,	6º ano EF
D13	Geometria Plana e Espacial, proporção e perspectiva	6º ano EF
D15	Transformações geométricas	8º ano EF
D16	Transformações geométricas, mais especificamente, isometrias de translação, de rotação e de reflexão.	1º ano EM

Fonte: dados da pesquisa

Em linhas gerais, estas pesquisas apontam para a geometria como conteúdo que aproxima as áreas do conhecimento, matemática e arte. Verificou-se também que foram utilizadas tecnologias digitais para fazer essa ponte. Todas as dissertações, com exceção de D4 e D9, recorreram a estes recursos, para desenvolverem suas atividades tendo em vista a fácil visualização e compreensão dos conceitos geométricos por meio do uso de tecnologias digitais, em sua maioria, *softwares* de geometria dinâmica.

Durante o desenvolvimento das pesquisas, os autores, usualmente, analisaram e discutiram as funções pedagógicas da arte como forma de motivar e possibilitar a aprendizagem significativa dos conteúdos matemáticos. Vale destacar que as artes plásticas são as manifestações artísticas mais utilizadas para ensinar conteúdos matemáticos. O teatro, cinema e produção de vídeo, também foram formas que os autores trouxeram para relacionar Matemática e arte.

Na dissertação D2, Segura (2013), apresentou uma sequência didática onde foram aplicados conceitos da Geometria Analítica, utilizando releituras de obras de arte e o software *GeoGebra* como recurso. Segundo a autora, na formulação das atividades, decidiu-se pela releitura de obras de arte, mais especificamente, as obras do movimento Abstracionista, “[...] tendo em vista a premissa de que a abstração constitui o cerne da Matemática, e de maneira recíproca, a Matemática é o instrumento adequado para lidar com conceitos abstratos de todos os tipos” (Segura, 2013, p. 26).

Sob essa ótica, na D16, Canella (2021, p.20) teve a ideia “[...] de criar uma atividade para o ensino de Isometrias que integrasse tecnologia e Arte, que despertasse o interesse de alunos e alunas pelo tema” Por meio da análise de algumas obras M. C. Escher foram desenvolvidas mandalas, símbolo formado por um círculo com diferentes formas geométricas em seu centro, além de um bordado, produto artesanal formado pela ornamentação de tecidos, formando diferentes desenhos. Constituindo-se como uma pesquisa qualitativa, a partir dos *feedbacks* dos participantes verificou-se que esta prática ajudou a promover a fixação de conceitos, visto que boa parte dos participantes declararam ter gostado e ter se envolvido com a atividade.

A pesquisa D6, de Modesto (2015) propõe um trabalho voltado para turmas do Ensino Médio do Instituto Federal do Paraná. A autora explorou a Geometria dos Fractais e as obras do artista gráfico Maurits Cornelis Escher, trabalhou os conceitos matemáticos por meio da observação e construções de fractais, como também a exploração das obras do Escher. Da mesma forma que as pesquisas de Segura (2013) e Canella (2021), a dissertação de Modesto também propõe a utilização de tecnologias digitais, no caso o *GeoGebra*, para a visualização dos objetos, seus elementos, construções e transformações. Segundo a autora, a estratégia empregada proporcionou aos estudantes uma aprendizagem mais efetiva e agradável, pois usualmente, conteúdos de geometria não são abordados no Ensino Médio.

Ainda na perspectiva das obras de arte, D9 de Ferreira, (2015) investigou a Matemática e a Arte, em uma abordagem interdisciplinar, de maneira a favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática por meio das pinturas que vão desde o período renascentista até os dias atuais. Com a seguinte questão de pesquisa: “Como a matemática e a Arte, através de uma abordagem disciplinar, podem favorecer o ensino e a aprendizagem da Matemática no 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da cidade de São Gonçalo, RJ?” (Ferreira, 2015, p.85). Por meio das atividades desenvolvidas a autora afirma que

[...] a Arte pode nos oferecer subsídios para que novas formas de aprender, de conceber, de ensinar e de pensar Matemática possam estar disponíveis ao professor em seu trabalho diário com seus alunos. Além disso, percebemos através das atividades trabalhadas em sala de aula, o quanto o uso de tais atividades interdisciplinares foram fundamentais para que um novo pensamento em relação à Matemática surgisse entre os alunos” (Ferreira, 2015, p. 116).

O objetivo desta pesquisa foi criar um ambiente de ensino favorável à aprendizagem dos conteúdos propostos, estimulando a participação, troca de experiências, o trabalho colaborativo e a interdisciplinaridade entre as disciplinas, destacando a necessidade de desenvolver um ambiente motivador onde há uma maior participação do estudante como

protagonista da aprendizagem, e o docente assume o papel de mediador e facilitador da aprendizagem.

Este mesmo viés é o enfoque de D4, que Silva (2013), por meio das pinturas do Renascimento, buscou aliar os conhecimentos da História, Geografia, Matemática e Artes ao abordar o “[...]desenvolvimento de conceitos geométricos de modo a criar um ambiente de aprendizagem estimulante, interdisciplinar, criativo e voltado para uma compreensão do processo de desenvolvimento de cada área” (Silva 2013, p. 69).

Essa pesquisa buscou responder à questão:

Como a pintura, e em especial, a perspectiva na pintura renascentista, enquanto contexto para aulas de Matemática, pode contribuir para a mudança de participação nas aulas de Matemática e para a apropriação/aprofundamento de conceitos geométricos no 9º ano do Ensino fundamental?

Por meio das atividades, a autora concluiu que a proposta de ensino que integra a pintura renascentista e a Geometria pode enriquecer a aprendizagem de conceitos geométricos. O maior interesse e envolvimento dos estudantes sugere um impacto positivo da arte na motivação para aprender Matemática.

Já a dissertação D3, Semmer (2013), teve como objetivo introduzir conceitos básicos de geometria não-euclidianas para uma turma do Ensino Médio, a começar pela aplicação de sequências de atividades envolvendo anamorfose, bem como a aplicação de uma oficina investigativa, abordando a geometrias plana, espacial, elíptica e projetiva. Nessa perspectiva,

[...] uma das formas de se ensinar Geometrias pode estar alicerçada nos conceitos de anamorfose, pois suas aplicações, dependendo do ponto de vista do observador, propiciam uma visão diferente da Geometria Euclidiana. Sendo anamorfose, conteúdo ligado diretamente à perspectiva, configura-se conteúdo tanto de Matemática quanto de Arte” (Semmer, 2013, p. 205).

Baseando-se nessa concepção, essa proposta apresentou-se como uma oportunidade de envolver diversos conhecimentos além dos matemáticos. Por meio de *softwares*, fotografias, objetos artesanais os estudantes foram incentivados a trabalhar a geometria usando a arte para isso, possibilitando o desenvolvimento de saberes fundamentais para a formação social e intelectual do educando.

De modo semelhante a Semmer (2013), na dissertação D5, Iavorski (2014) apresenta também a anamorfose, discutindo os aspectos matemáticos associados ao processo de produção artística. Utilizando elementos históricos e artísticos, o autor objetivou por meio da interdisciplinaridade, apresentar a técnica de anamorfose como um recurso motivador no aprendizado matemático, com o intuito de “estabelecer relações entre o cotidiano do aluno e a

anamorfose” (Iavorski, 2014, p. 15). Para além da oficina, o autor sugere atividades que podem ser adaptadas e reproduzidas, de acordo com os conteúdos e interesse do professor, oportunizando um material de apoio para os professores que desejam trabalhar com esta técnica.

Na dissertação D12, Barros (2017) objetivou a “revitalização” do ensino da geometria através da relação entre Matemática e Arte. Tendo a seguinte questão “[...]Como propiciar a revitalização do ensino de “Geometria” utilizando a Arte de modo interdisciplinar com a Matemática?” (Barros, 2017, p. 168), A autora aplica 3 (três) Sequências Didáticas, utilizando recursos tecnológicos, obras de arte e um banco de questões que abordava habilidades geométricas e leitura visual.

No que diz respeito às obras de arte, ela optou por analisar os conceitos geométricos presentes nas obras de Tarsila do Amaral, Ivan Cruz, Eduardo Kobra, João Carvalho e Maurits Cornelis Escher, para a apropriação dos conceitos matemáticos. Por meio desta pesquisa, a autora observou que essa temática “[...]promoveu a melhoria significativa no processo ensino/aprendizagem da “Geometria básica”, a revitalização do ensino de “Geometria” e demonstrou a importância de se trabalhar os conceitos geométricos nos currículos escolares” (Barros, 2017, p. 171).

Na dissertação D15, Sanches (2021) apresenta atividades pedagógicas elaboradas para serem aplicadas de forma online, com o objetivo de analisar o estudo da simetria, utilizando recursos computacionais para relacionar os conteúdos de Geometria com as obras de arte. Nesta pesquisa, a autora trabalhou com transformações geométricas, destacando a presença desses conceitos nas obras de Maurits Cornelis Escher.

Devido o contexto pandêmico, a relação com os participantes ocorreu de maneira remota, através dos aplicativos *Google Meet*, *WhatsApp* e *Classroom*, sendo os conteúdos apresentados pelo *PowerPoint*, e por meio do *GeoGebra*, *Paint 3D* ou lápis e papel, foram incentivados a criar suas próprias obras de arte.

Com esta pesquisa, evidenciou-se que integrar o ensino da geometria à vida cotidiana é altamente benéfico para os estudantes. Dessa forma, torna-se visível para eles que os conceitos ensinados na escola têm aplicações em diversas áreas do conhecimento, proporcionando uma compreensão mais ampla e significativa do mundo ao seu redor.

Agora, Maltez (2015), com a dissertação D7, objetiva, por meio das técnicas relacionadas à Perspectiva presentes nas obras de arte, “[...] contribuir para uma melhor introdução ao estudo de Geometria Espacial no que tange à visão da figura tridimensional vista no plano bidimensional por intermédio da sua construção” (Maltez, 2015, p. 6). Para isso, o

autor enfatiza, em primeiro momento, alguns conceitos associados à Álgebra Linear, propondo, posteriormente, uma atividade para sala de aula utilizando o *GeoGebra* para apresentar as noções de Geometria associadas a linhas paralelas que simulam formas de objetos no espaço. Com este recurso, os conceitos geométricos, majoritariamente associados à arte, ganham, através dos *softwares*, a dinamicidade que permite a visualização das propriedades matemáticas de forma muito mais simples. Além disso, Maltez (2015) revisita os conceitos fundamentais da Geometria Projetiva e oferece uma proposta didática para introduzir noções de perspectiva no contexto educacional, enriquecendo assim o currículo de matemática.

O estudo mostrou que a integração da arte no ensino de matemática é apresentada como uma forma de motivar os estudantes e facilitar a compreensão de conceitos geométricos. A pesquisa histórica sobre a arte, especialmente da Renascença, é incentivada para estabelecer uma conexão entre matemática e arte, enriquecendo a experiência de aprendizagem dos estudantes.

Na pesquisa conduzida por Pereira (2019) sobre a cultura *otaku*, a autora discute as potencialidades dessa prática cultural entre os jovens. Através de uma narrativa sobre representações culturais, a autora aborda questões que vão desde o reconhecimento da presença da matemática em obras de arte, como as de Escher, até a ilustração da conexão entre matemática e arte por meio da cultura audiovisual, de modo a responder o seguinte questionamento: “como promover a articulação entre arte e matemática, por meio dos desenhos de mangá?” (Pereira, 2019, p. 90). Utilizando técnicas de desenho de mangá e de dobradura de *paper toys*, são realizadas oficinas “[...] visando abordar a visão do tridimensional e sua representação no plano, de modo a que estabelecessem a diferença conceitual entre figuras geométricas planas e espaciais” (Pereira, 2019, p. 92), explorando também conceitos básicos associados à unidade de medida, usando instrumentos manuais de desenho, régua, compasso e transferidor.

Destacando a relevância da cultura *otaku* e a linguagem audiovisual na educação escolar, a autora propôs uma abordagem pedagógica que integra a matemática com elementos culturais e artísticos que são significativos para os educandos. Além disso, o estudo visou a produção de materiais didáticos e o reconhecimento das potencialidades da cultura audiovisual no ensino de matemática, promovendo uma aprendizagem mais dinâmica e contextualizada.

Em resumo, nas pesquisas que envolveram oficinas ou sequências didáticas, houve a predominância de pesquisas qualitativas, em que o trabalho analítico está pautado na observação e nas inferências a partir das atividades realizadas. Cabe mencionar que estas

atividades associavam a Geometria às manifestações artísticas, dando um foco especial para a Pintura, mas aparecendo também o Cinema e Teatro, como forma de viabilizar o ensino da Matemática, relacionando estas áreas do conhecimento.

Verifica-se também que a predominância dos *Softwares* para a apresentação dos conceitos matemáticos, como vemos nas pesquisas de Segura (2013), Canella (2021), Modesto (2015), Semmer (2013), Iavorski (2014), Barros (2017), Sanches (2021), Maltez (2016). Sabendo que as tecnologias digitais estão cada vez mais presente em nosso cotidiano, o uso dessas em sala de aula se configura como um recurso muito poderoso,

pois consegue auxiliar tanto o professor quanto o aluno na explicação e na compreensão dos conteúdos. Com a tecnologia na aula os alunos sentem-se mais motivados a aprender e a partir disso o docente consegue ensinar de forma mais dinâmica e criativa (Sá; Machado, 2017, p. 1).

Desse modo, as tecnologias podem ser grandes aliadas para a educação, pelo seu poder de flexibilizar e facilitar o acesso a informações, conteúdos e *softwares*, promovendo uma maior interatividade e engajamento dos estudantes, haja vista a autonomia e familiaridade que os jovens atuais têm com estes recursos.

Outro aspecto importante nas produções analisadas é a presença significativa do artista Maurits Cornelis Escher, na articulação entre Matemática e Arte. Sua relevância se deve ao fato de a geometria ser uma das vertentes matemáticas mais proeminentes em suas obras, demonstrando uma intensa conexão entre esses dois campos. Entre as pesquisas analisadas, observou-se que 11 das 21 mencionavam M. C. Escher, destacando sua influência na interseção entre essas áreas do conhecimento, como observado nas pesquisas de Barros (2017), Canella (2021), Komar (2022), Lisboa (2019), Modesto (2015), Pereira (2019), Schuck (2021), Semmer (2013), Ferreira (2015), Sanches (2021) e Silva (2013).

A seguir, apresentamos as propostas de atividade que objetivaram contribuir para o ensino da matemática, por meio de algumas sugestões didáticas das pesquisas selecionadas. Para além daquelas que trazem diretamente as ideias das obras de Escher, traremos também as que se propuseram a relacionar Matemática e Arte de alguma forma, mostrando os impactos das aplicações em sala de aula.

3. UMA PERSPECTIVA PARA A MATEMÁTICA ESCOLAR

Neste capítulo, apresentamos sugestões didáticas derivadas dos trabalhos analisados no capítulo anterior, bem como uma discussão sobre como essas propostas foram aplicadas no contexto do ensino da matemática. Assim, este capítulo pode servir como subsídios para ensinar alguns conteúdos matemáticos por meio das Arte, trabalhando assim estes conteúdos de maneira interdisciplinar, promovendo o desenvolvimento da intuição, sensibilidade e imaginação no contexto da sala de aula.

Embora o modelo de formação docente tenha enfatizado propostas alternativas que aos poucos vêm ganhando espaço na sala de aula, ainda o que se vê, em relação à prática docente, é uma aula tradicional que, segundo Gonçalves e Santos (2019), se resume à simples transmissão do conhecimento. Com isso, se espera-se de uma resignificação de como se apresenta a matemática por meio da contextualização, ilustrando através da relação entre diversas áreas dos conhecimentos que os saberes não estão dissociados.

Como sugestão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que define as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas nas escolas, tem-se que o conhecimento matemático é fundamental, pela sua aplicabilidade, bem como suas potencialidades para formação do cidadão (Brasil, 2018). Por essa premissa, deve-se considerar e valorizar os conhecimentos que os estudantes possuem, aproximando os conteúdos proposto à realidade destes. Neste sentido, Fiorentini (2004, p.110) afirma que:

[...] para ser professor de Matemática não basta ter um domínio conceitual e procedimental da Matemática produzida historicamente. Sobretudo, necessita conhecer seus fundamentos epistemológicos, sua evolução histórica, a relação da Matemática com a realidade, seus usos sociais e as diferentes linguagens com as quais se pode representar ou expressar um conceito matemático.

Para que as aulas não sejam monótonas e para que seja oportunizado uma melhor dinâmica no processo de ensino e aprendizagem, faz-se necessário o diálogo em sala de aula pela mediação do professor, a fim de promover uma formação crítica-reflexiva, potencializando assim a prática pedagógica do professor. Salientamos ainda, que se recomenda não ensinar matemática como saberes prontos, acabados, mas transformam-se aprendizados através de interações com a realidade, levando em consideração a influência de toda bagagem de saberes que o estudante carrega.

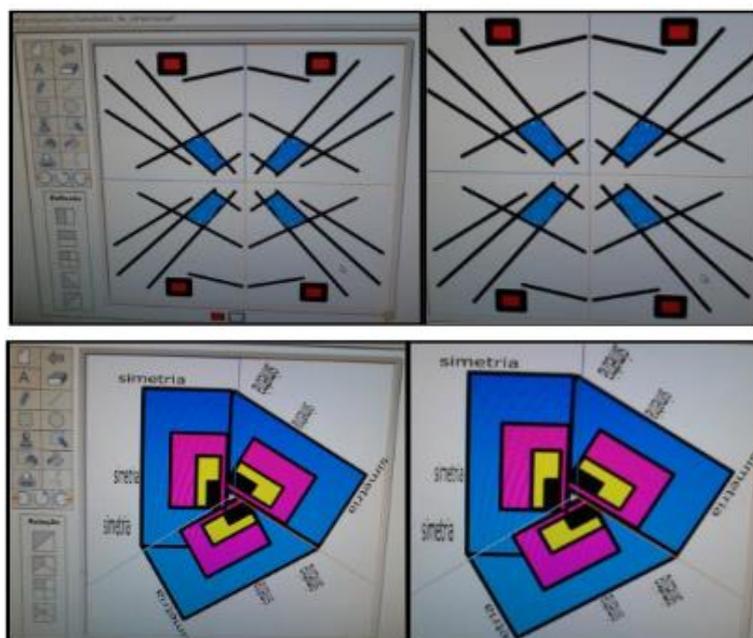
No que se refere à Geometria, conforme afirma Lorenzato (1995), ao priorizar alguns conteúdos matemáticos é bem comum que a Geometria seja deixada de lado nas aulas de matemática. Dessa forma, a partir das análises dos trabalhos levantados no segundo capítulo,

selecionamos algumas sequências de atividades propostas Canella (2021), Sanches (2021), Barros (2017), Iavorski, (2014) e Semmer (2013) que, por meio da expressão artística, buscaram promover o desenvolvimento da percepção crítica do estudante, conduzindo-os a reconhecer as múltiplas conexões entre a Matemática e a Arte.

Na proposta de Barros (2017), como já mencionado neste trabalho, foram trabalhados conceitos como simetria, proporção, formas geométricas, dentre outros, por meio da aplicação das Sequência didáticas que envolviam a utilização da Arte como meio de ensinar Geometria. Esta sequência foi dividida em três, A, B e C, onde foram discutidas, respectivamente, as Transformações Geométricas, em especial a Simetria nas obras de arte, utilizando também *softwares* simetrizadores; as obras de arte, retomando alguns conhecimentos por meio da relação matemática e arte presente nestas obras; um banco de questões, para verificar as contribuições dessa abordagem para o ensino de Geometria.

Em uma das atividades propostas, foram desenvolvidos os conceitos de Transformação Geométrica, utilizando *softwares* simetrizadores para trabalhar com os diferentes tipos de simetria. Na figura abaixo, vemos os principais tipos de simetria, respectivamente, a de reflexão, rotação e translação, feitos pelos estudantes.

Figura 10 - Atividade desenvolvidas pelos estudantes

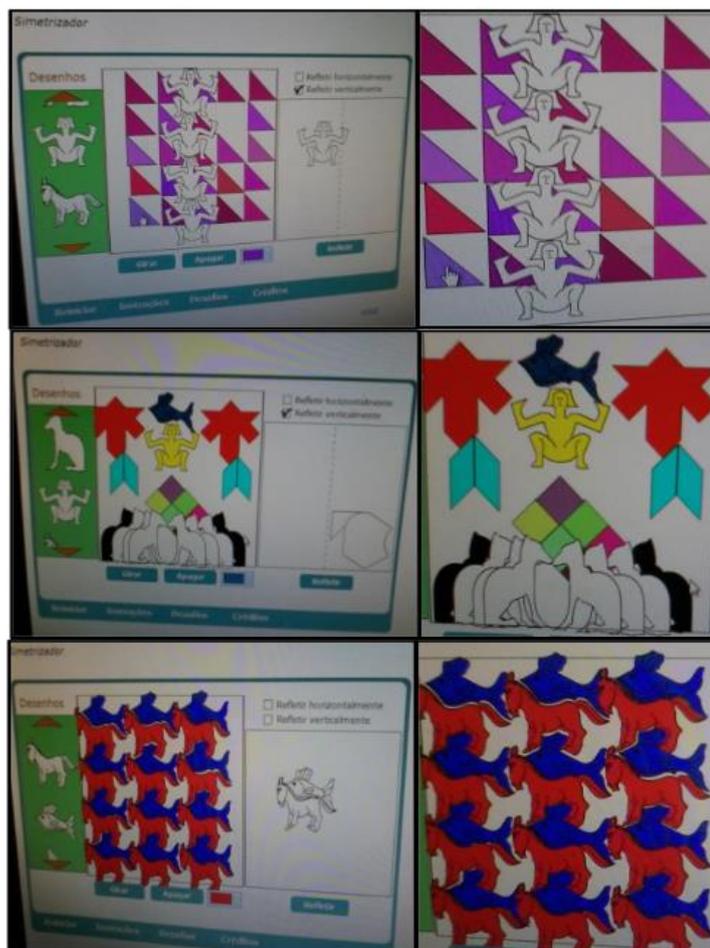




Fonte: Barros (2017, p. 94)

Podemos verificar a seguir outra atividade muito interessante, onde foram criados mosaicos inspirados nas obras de Escher, no qual os estudantes tiveram a liberdade de escolher suas imagens, e realizar suas próprias obras por meio do *Software* simetrizador. A autora ainda comenta, sobre a empolgação e os resultados satisfatórios das atividades desenvolvidas pelos estudantes, que não apenas contribuíram para o aprendizado individual, mas também promoveu a interação e cooperação entre os participantes em sala de aula, estimulando o desenvolvimento do espírito criativo e reflexivo de cada um.

Figura 11 - Mosaicos desenvolvidos pelos estudantes



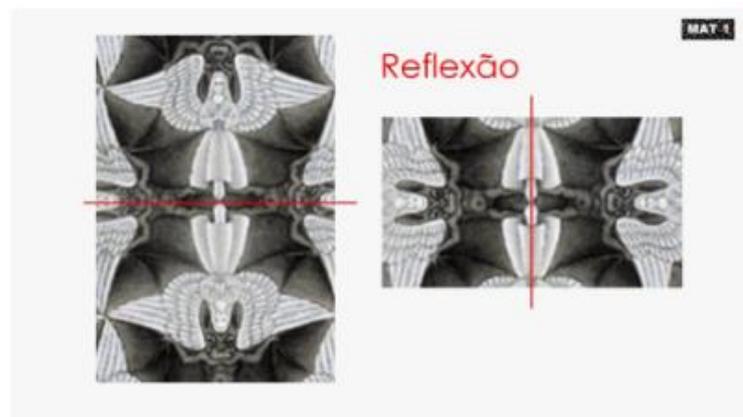
Fonte: Barros (2017, p. 94)

Este trabalho interdisciplinar proposto pela autora, facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, ao utilizar diversos conhecimentos e recursos que oportunizam ao estudante uma nova perspectiva sobre a disciplina. Tendo como objetivo a revitalização do ensino de Geometria, esta pesquisa demonstrou a importância de se trabalhar estes conceitos por meio da interdisciplinaridade, haja vista as necessidades em torno do ensino desta área da Matemática, como também a importância de proporcionar uma aprendizagem significativa por meio da interação e construção de sentidos lógicos vinculados a observação e associação à realidade palpável aos estudantes.

Outra proposta muito interessante foi apresentada por Canella (2021), onde ao procurar contextualizar alguns conceitos matemáticos, buscou-se a interação entre a Matemática e outras disciplinas, dentre elas a Arte, bem como suas aplicações no cotidiano. Nesse sentido, uma das principais propostas da autora, estava em aplicar as isometrias à construção de mandalas, como forma de facilitar o aprendizado destes conceitos. Em sua proposta de atividade, foi escolhido o bordado como forma de expressão artística.

A primeira etapa das atividades tinha como foco a apresentação, por meio de *slides*, das transformações geométricas no plano, mais especificamente as isometrias de translação, de rotação e de reflexão. A autora ainda destaca a projeção sobre o quadro branco, possibilitando eventuais intervenções durante a aula. Nesta etapa, foram analisadas algumas imagens, destacando a presença dos “eixos de simetria”, e com intuito de facilitar ainda mais a assimilação destes conceitos, foram apresentadas obras de Escher, conforme pode ser observada na Figura 12, a seguir.

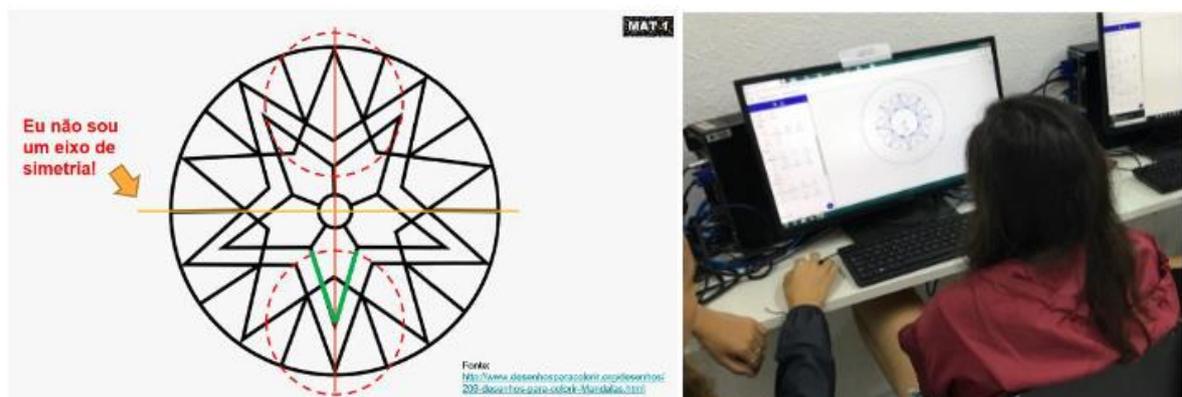
Figura 12 - Slide apresentado pela a autora



Fonte: Canella (2021, p. 39)

Ainda nesta etapa, os mesmos conceitos foram novamente apresentados, desta vez por meio de mandalas, como mostra a Figura 13. Ao apresentar as mandalas aos estudantes, a autora abriu caminho para a realização da próxima etapa, que compreendeu o processo de criação de mandalas por meio do Geogebra, *Software* de geometria dinâmica.

Figura 13 - Apresentação e criação de uma mandala



Fonte: Canella (2021, p. 39)

Na figura 14, vemos os resultados da terceira etapa desta sequência de atividades, em que os estudantes tiveram a oportunidade de trabalhar com o bordado e criação dos móveis. Dividida em três encontros, foram confeccionados o bordado, de maneira simplificada, por meio de uma adaptação para folha de papel, sendo os trabalhos expostos e apresentados à comunidade escolar.

Figura 14 - Mandalas produzidas pelos estudantes



Fonte: Canella (2021, p. 47)

Em resumo, a autora descreve a aplicação de uma atividade que se apresenta como uma possibilidade para o estudo e assimilação dos conteúdos trabalhados em sala de aula. Através de sua pesquisa, foi possível compreender as potencialidades da reunião da Matemática, tecnologias e da Arte, proporcionando aos estudantes, para além dos conhecimentos teóricos, o desenvolvimento de habilidades como a observação, o senso crítico, oportunizando a atribuição de significado aos conteúdos estudados.

Na atividade apresentada por Sanches (2021), a autora apresenta um roteiro das aulas, onde foi desenvolvida uma sequência de atividades, explorando aspectos históricos, bem como algumas construções baseadas nas obras de Escher. Nestes encontros, os estudantes puderam

conhecer um pouco da vida do artista, estabelecer conexões entre algumas obras e elementos presentes em nosso cotidiano, como, por exemplo, na arquitetura, compreender os conceitos relacionados com as transformações geométricas no plano, conhecer as tesselações de Escher, identificando os elementos matemáticos presentes nestas, além de criar obras de arte utilizando os conceitos aprendidos no decorrer dos encontros.

Vale destacar, que estas atividades estavam organizadas em uma sequência de aulas que foram desenvolvidas em encontros remotos, em virtude do contexto pandêmico, através do aplicativo *Google Meet* e da apresentação em *Power Point*, foi explorado inicialmente o significado de simetria, seus eixos e principais tipos. Entre todas as atividades propostas, destaca-se a última apresentada pela autora, na qual os estudantes foram incentivados a criar obras de arte utilizando os conceitos de simetria. Para isso, puderam utilizar aplicativos como *GeoGebra* e *Paint 3D*, fazer suas obras com recortes de papel ou simplesmente utilizar papel e lápis. Na figur15, temos alguns dos trabalhos apresentados pelos estudantes.

Figura 15 - Trabalhos apresentados pelos estudantes



Fonte: Sanches (2021, p. 71)

A autora também comenta que alguns estudantes apresentaram dificuldades em identificar o eixo de simetria nas atividades propostas. Apesar disso, pôde-se observar um maior engajamento dos estudantes, como também o *feedback* positivo desta abordagem, considerando as obras produzidas por eles, que mesmo sendo simples e de maneira remota, evidenciaram que compreenderam os conceitos propostos. De acordo com a autora, é destacado que essas produções foram realizadas em um contexto pandêmico, e apesar de algumas imprecisões no formato do desenho e dificuldades em manter a regularidade durante a rotação das figuras, essa iniciativa demonstrou que é possível estabelecer uma conexão entre a Matemática e a arte, e alcançar bons resultados, oportunizando uma efetiva construção do conhecimento.

Uma ideia, que vale a pena mencionar, foi sugerida por Iavorski (2014), em que o autor apresentou a técnica de anamorfose, como ferramenta motivadora no aprendizado matemático.

Nesta pesquisa, foram trabalhados os aspectos artísticos, ao longo da história, bem como os elementos matemáticos utilizados em sua produção. Vale mencionar as relações feitas com o cotidiano dos estudantes, incentivando-os a interpretar e identificarem estes elementos em seu dia a dia.

Na figura a seguir, nas placas de publicidade e nas vias, são apresentadas situações do cotidiano que envolvem a aplicação do conceito de anamorfose. Esta técnica é amplamente utilizada em diversas áreas e pode ser entendida como uma técnica artística que deforma uma imagem de modo que o observador, a partir de um certo ponto de vista ou utilizando espelhos especiais, consiga vê-la sem a deformação (Iavorski, 2014).

Figura 16 - Aplicações de anamorfismo no cotidiano



Fonte: Iavorski (2014, p. 47)

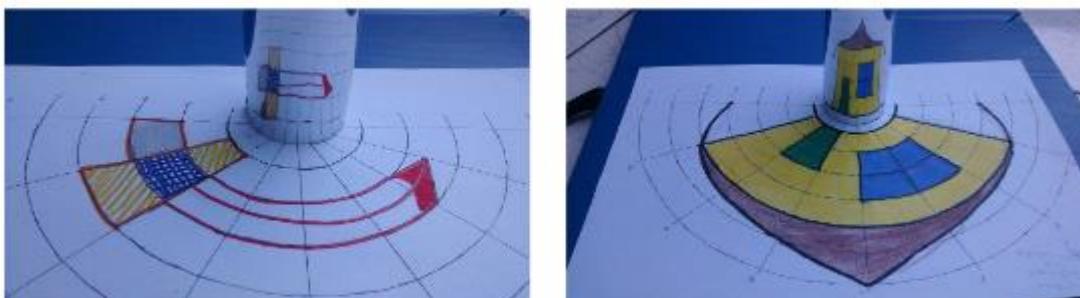
Para a criação destas ilusões de ótica, observamos a presença da ótica geométrica, e para compreendê-la, trabalha-se com as ideias da geometria projetiva. Durante a pesquisa, o autor explica como se dá os diferentes tipos de criação de anamorfismos, contudo, o que chama a atenção é a aplicação da anamorfose no ensino. Sobre esta aplicação, foram trabalhados os conceitos matemáticos sobre reta, quanto ao seu posicionamento em relação a uma outra reta, concorrentes, perpendiculares, paralelas e coincidentes, sendo esses conceitos voltados para estudantes do 6º ano.

Como vemos na figura 17, inicialmente, foram apresentados aos estudantes exemplos de anamorfismos cilíndricos através das obras de István Orosz, sendo este tipo de projeção vista a partir de uma superfície cilíndrica que reflete a imagem distorcida, em um ponto e ângulo específico. Por meio deste exemplo, o autor comenta sobre o estranhamento e curiosidade para notar que a imagem era o produto de um reflexo, sendo, intuitivamente, incentivados a questionar, explorar alternativas e desenvolver habilidades críticas de resolução de problemas.

Figura 17 - Anamorfismo cilíndrico

Fonte: Iavorski (2014, p. 49)

Posteriormente, foi trabalhado com a criação de malhas quadriculadas, explorando as ideias associadas a linhas horizontais, verticais e perpendiculares, além de desenvolver uma estratégia de coordenadas para cada ponto de intersecção, trabalhando assim o conceito de coordenada. Após esse momento introdutório, o autor apresentou aos estudantes uma malha composta por arcos de circunferências, ponto interessantíssimo da aula, sendo solicitado que os estudantes refizessem o desenho antes feito na malha anterior, tendo excelentes resultados tal como é possível observar na figura 18.

Figura 18- Produções dos estudantes

Fonte: Iavorski (2014, p. 49)

Em resumo, essa proposta visou aprimorar a compreensão e construção do conhecimento por meio de práticas e observações do cotidiano. Segundo o autor, foi possível perceber a curiosidade e inclinação dos estudantes em fazer novas perguntas, acreditando assim na potencialidade dessa abordagem na significação dos conceitos através dessa postura questionadora verificada com a aplicação desta atividade.

Outra abordagem que vale a pena explorar foi proposta por Semmer (2013). A autora apresenta uma sequência de atividades que envolvia desde a anamorfose, como também atividades com materiais manipuláveis, para trabalhar aprendizagens relacionadas a Geometria.

Tendo em vista aumentar a motivação dos estudantes, a partir dos filmes “Temple Grandin” e “UP Altas Aventuras” ela trabalha situações de ilusões de ótica. Esta primeira etapa teve como objetivo oferecer aos estudantes a percepção da presença da geometria no dia a dia, através das observações expostas em ambos os filmes.

Posteriormente às exibições, a autora utiliza cenas do filme “UP Altas Aventuras” para abordar as ilusões de ótica, conversando sobre o anamorfismo presentes nestas cenas, apresentando também outras situações em que são encontradas essas situações anamórficas.

Figura 19 - Situações anamórficas apresentadas aos estudantes



Fonte: Semmer (2013, p. 114)

Em seguida, a autora propõe um desafio aos estudantes no qual estes iriam tirar fotos registrando, inicialmente no espaço da escola e posteriormente fora dela, situações que apresente ilusões de ótica, como mostrada nos exemplos dados. Durante as apresentações das fotos, pode-se verificar que os estudantes compreenderem corretamente as ideias explicadas, e o resultados estão expostos na figura a seguir.

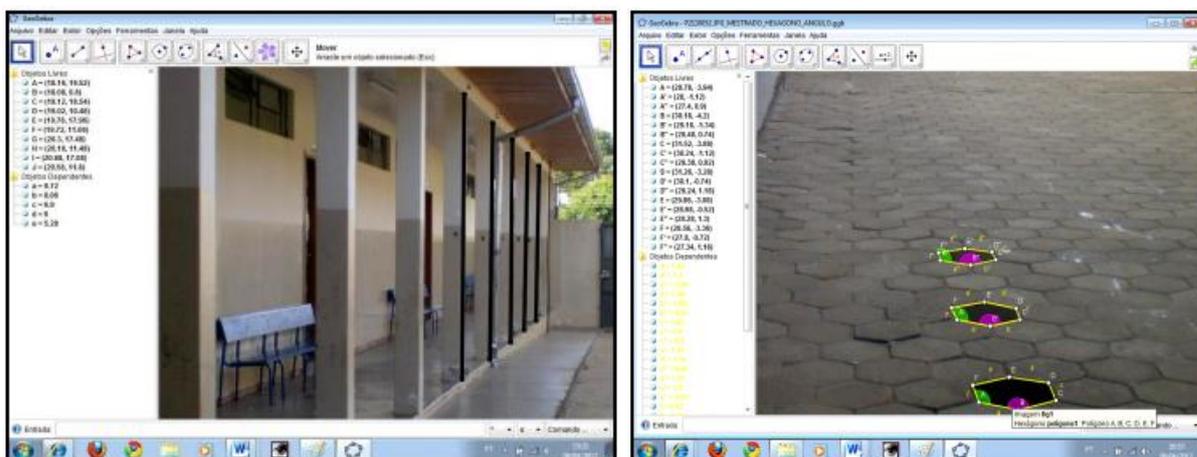
Figura 20 - Imagem registras pelos estudantes



Fonte: Semmer (2013, p. 116)

A etapa seguinte, consistiu em apresentar aos estudantes o contexto histórico, classificações e aplicações da anamorfose no dia a dia, com o intuito de discutir sobre ângulo de visão e a distância dos objetos. Posteriormente a essa discussão inicial, foi solicitado aos estudantes que registrassem imagens a fim de capturar elementos em perspectiva, no ambiente da escola. Por meio do *Geogebra*, os estudantes tinham a tarefa de identificar e estabelecer o padrão de proporcionalidades nas imagens fotografadas por eles. Uma das atividades apresentadas pelos estudantes utilizando o *software*, pode ser visualizada na figura a seguir.

Figura 21 - Imagens analisadas por meio do *Software Geogebra*



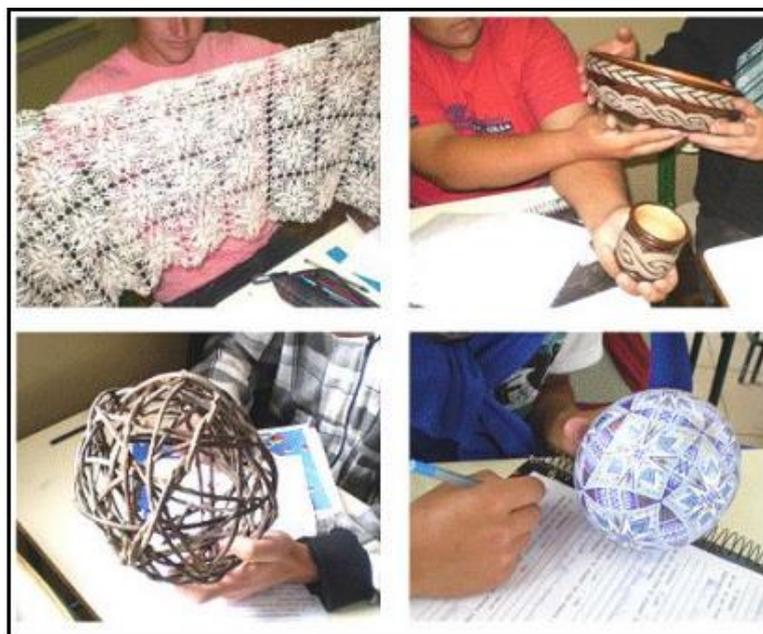
Fonte: Semmer (2013, p. 121)

Nesta prática, ressalta-se a participação ativa dos estudantes, evidenciando uma motivação mais expressiva em virtude da incorporação de recursos tecnológicos. Contudo, devido alguns erros de interpretação, como na comparação das medidas e falta de atenção em manipular as imagens corretamente, a autora comenta que o resultado não saiu como o esperado. Apesar disso, a utilização deste *software* possibilitou o cálculo de área, medir

comprimentos e a marcação de pontos de fuga, mas ressaltou o cuidado ao manipular a proporção da imagem.

Outro elemento dentre as atividades propostas pela autora foi descrito nas "Oficinas de Geometrias". Neste segundo momento da pesquisa, ela propôs analisar um artesanato, dentre eles a *pêssanka*, que, segundo a autora, são ovos coloridos cuja composição envolve tesselação de símbolos ("escrita") e cores, com significados atribuídos pelo povo europeu, estimulando os estudantes a identificarem a presença da matemática nestes objetos artesanais. Com esse objetivo, foram apresentados para a turma objetos artesanais, como toalha de crochê, bordado em ponto de cruz, pote de cerâmica decorado, bola de cipó e *pêssanka*, questionando se os estudantes identificavam a matemática em sua composição. O interessante desta atividade é que estas peças foram apresentadas sem muitas explicações, para que os estudantes pudessem analisar e concluir, de maneira autônoma, os elementos matemáticos, de acordo com seus conhecimentos, referências culturais e observações do cotidiano.

Figura 22 – Objetos artesanais apresentados aos estudantes



Fonte: Semmer (2013, p. 134)

Nesta atividade, a autora comenta sobre as possíveis interpretações dos estudantes, sendo estas organizadas em categorias “Números e Operações; Grandezas e Medidas; Espaço e Forma e Crenças Matemáticas” (Semmer, 2013, p.137). Tendo em mente que cada estudante poderia ter uma interpretação dessas peças artesanais com base em sua experiência pessoal, a autora estima as várias explicações que poderiam ser ditas pelos estudantes, dentre elas

“[...]a quantidade de linha; o tempo usado na trama da linha no trançado da agulha; a concepção de espaço; a área utilizada; a simetria radial em cada detalhe e as simetrias bilateral, de translação e de rotação na distribuição dos desenhos sobre o tecido; a rotina da técnica e o estabelecimento de padrões nos traçados” (Semmer, 2013, p.137).

Posteriormente, foi entregue aos estudantes uma ficha contendo perguntas sobre a presença da matemática na confecção dos objetos apresentados pela autora. Mesmo com dificuldades para expressar matematicamente seus comentários, os estudantes destacaram suas percepções sobre a utilização da matemática, especialmente pelos artesãos, identificando características relacionadas às medidas, bem como às relações geométricas presentes nesses objetos. É relevante salientar que o retorno dos estudantes evidenciou uma preferência pela incorporação de investigações desse tipo, visando a aprimorar conceitos relacionados a diversas abordagens geométricas no contexto do ensino de Matemática.

Sabendo que a Matemática é um saber social e culturalmente construído, sendo descrita como “uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural” (D’Ambrósio, 2005, p. 102), é possível compreender seu papel na construção e interpretação de nosso conhecimento e práticas. Com isso, tem-se que para a efetiva aprendizagem desta área do conhecimento é fundamental enriquecer os conceitos ensinados por meio da interdisciplinaridade. A presença da arte, como vimos nas práticas mostradas até então, apresentou-se como uma facilitadora para uma participação mais ativa por parte dos estudantes, haja vista que a curiosidade e a ação reflexiva, mediada pelo professor, indicam a possibilidade de trabalhar os conceitos matemáticos de modo que sejam atribuídos significados e consecutivamente, internalizado estes conhecimentos pelos estudantes.

Em linhas gerais, nas aulas de matemática, é predominante a atuação que denominamos tradicional, isto é, onde o conhecimento matemático é transmitido como produto pronto aos estudantes, usualmente de forma padronizada para todos, desconsiderando as formas de aprendizagens e experiências vividas por eles. No entanto, ensinar matemática no contexto escolar, levando em conta atividades que se aproximem da realidade deste estudante, como, por exemplo através atividades culturais e artísticas, conduz estes a um desejo inconsciente em compreender onde está a matemática nestas práticas, desenvolvendo o espírito crítico capaz de identificar, interpretar e avaliar a Matemática presente na sociedade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No decorrer deste trabalho, verificamos que a Matemática está presente em muitas manifestações artísticas e que a utilização da arte pode favorecer a aprendizagem e motivar o fazer matemático. Com isso, foram traçados alguns percursos para compreender como se tem trabalhado esta relação nas aulas de matemática, por meio da análise de documentos acadêmicos que se propuseram a discutir sobre a temática.

Após as devidas considerações na Introdução sobre os aspectos que permeiam estas duas áreas do conhecimento, seguimos para a investigação de trabalhos que pudessem responder à pergunta que norteou esse trabalho. Com esse propósito, buscamos analisar sobre o que as pesquisas que se dedicaram a explorar a relação Matemática e Arte, trouxeram de contribuição para a matemática escolar. Nesse percurso, percebemos que muitos pesquisadores se empenharam em discutir esta relação, tanto no que se refere a formação do professor, como também práticas de sala de aula, apresentando como sugestão um material de apoio para os professores de Matemática e de outras disciplinas.

De maneira geral, diante das análises destes materiais, foi possível identificar que por meio da Arte pode-se apresentar diversos conteúdos matemáticos, pois no fazer artístico, o artista assim como o matemático, interpreta e reproduz a realidade à sua volta. Diversos trabalhos discutidos ao longo deste texto, trouxeram inúmeros exemplos da Matemática presentes na Arte.

Muitos artistas utilizam dos conceitos matemáticos em suas obras, seja para torná-las mais harmônicas ou para que estas representem fielmente a realidade, como por exemplo, M.C. Escher. Este artista utilizou padrões geométricos, simetrias e tesselações para criar suas gravuras. A partir da tesselação em suas obras, demonstrou a continuidade e a transformação, conceitos fundamentais tanto na arte quanto na matemática, amplamente utilizados nas pesquisas que analisam a relação entre Matemática e Arte.

Assim, as contribuições deste trabalho, consistiram na tentativa de trazer como os conteúdos matemáticos podem ser apresentados através da Arte, favorecendo o processo ensino e aprendizagem. Ao evidenciar as pesquisas sintetizou-se o desenvolvimento de novas metodologias de ensino que integrem arte e matemática, evidenciado a criação de materiais didáticos. Dessa forma, contribui para o fortalecimento da Educação Matemática, incentivando uma visão mais holística da educação, onde diferentes áreas do conhecimento se complementam, proporcionando uma melhor compreensão da realidade.

REFERÊNCIAS

ALVES, C. M. F. **O estudo da simetria através da arte de Maurits Cornelis Escher**. Dissertação (Mestrado) — PROFMAT-IMPA, 2014. Disponível em: BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:

AMARAL, J. J. F. **Como fazer uma pesquisa bibliográfica**. Fortaleza, CE: Universidade Federal do Ceará, 2007. Disponível em: <http://200.17.137.109:8081/xiscanoe/courses1/mentoring/tutoring/Como%20fazer%20pesquisa%20bibliografica.pdf>>A

ANDRADE, M. M. **Introdução à metodologia do trabalho científico: elaboração de trabalhos na graduação**. São Paulo, SP: Atlas, 2010

BARROS, P. B. Z. **A Arte na Matemática: contribuições para o ensino de Geometria**. Orientador: José Roberto Boettger Giardinetto. 2017. 206p. Dissertação - Programa de Pós-Graduação em Docência para a Educação Básica, Mestrado Profissional da Universidade Estadual Paulista – Unesp, Bauru – SP, 2017.

BARTH, G. M. P. **Arte e matemática: subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de M. C. Escher**. Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC – versão final**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em 10 de abril de 2024.

CÂNDIDO, P. T. **Olhares que sentem e pensam: a arte como potência na formação de professores que ensinam matemática**. Orientadora: Luiza Helena da Silva Christov. 2019. 165p. Tese - Programa de Pós-Graduação em Artes do Instituto de Artes – IA da Universidade Estadual Paulista – Unesp, São Paulo - SP, 2019.

CANELLA, A. C. **Matemática, Tecnologia e Arte: uma proposta de ensino de Isometrias para a Educação Básica**. Orientadora: Profa. Dra. Tatiana Fernandes Soderó. 2021. 99 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Pontifícia Universidade Católica (PUC), Rio de Janeiro, RJ, 2021.

CAMPOS, E. P. **Arte e matemática: nas interfaces do teatro e da educação**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015. doi:10.11606/D.48.2016.tde-06102016-155152. Acesso em: 2024-02-03.

D'AMBROSIO, U. **Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e pesquisa, São Paulo, v. 1, no 31, p. 99-120, jan./abr., 2005.

ESCHER, M. C.; TJABBES, P. **O mundo mágico de Escher**. [S.l.]: Brasília: Centro Cultural Banco do Brasil, 2011

EUGÊNIO, T. J. B. **Um olhar evolucionista para a Arte de M. C. Escher**. Ciências & Cognição, Rio de Janeiro, v. 17, n. 2, p. 63-75, set. 2012. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/cc/v17n2/v17n2a07.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2020.

FEITOSA, M. R. M. **Educação matemática e arte na infância: uma utopia transdisciplinar possível**. 2015. 183f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

FERREIRA, R. J. **Matemática e Arte, um diálogo possível: trabalhando atividades interdisciplinares no 9º ano do Ensino Fundamental**. 2015. 133f. Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Instituto de Ciências Exatas. Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, 2015.

FIorentini, D. A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. **Revista de Educação PUC-Campinas**, 2004.

GIMENEZ H. **Vídeos Digitais e Educação Matemática: Uma possibilidade de Pesquisa Educacional Baseada em Arte**. 2023. 225 f. Tese (Doutor em Educação Matemática) - UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”, Rio Claro - SP, 2023.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa; SANTOS, Edvan Ferreira dos. **Discussões Curriculares sobre a Interface Arte e Matemática a partir de uma Perspectiva Crítica e Criativa**. In: Artes em Educação Matemática/ Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva (Org.) -- Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2019.

GUSMÃO, L. D. **Educação matemática pela arte: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da matemática**. 2013. 152f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática). Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR

HOFSTADTER, **Douglas R. Gódel, Escher, Bach: um Entrelaçamento de Gênios Brilhantes**. tradução de José Viegas Filho. Brasília: Editora Universidade de Brasília: São Paulo: Imprensa Oficial do Estado, 2001. 892 p.

IAVORSKI, C. **Anamorfose: uma arte no ensino de matemática e sua aplicação em atividades interdisciplinares**. 2014. 79 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

KITCHENHAM, B. **Procedures for Performing Systematic Reviews**. Keele, UK, Keele University, 2004.

KOMAR, M. F. C. **Modelagem matemática e a arte de Escher na formação do professor de matemática na educação básica**. 2022. Tese (Doutorado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2022.

LEITÃO, M. R. **Tesselações no ensino de geometria euclidiana**. 2015. 59 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

LIAO, T; MOTTA, M. S. Interregno educacional e o cambiar de paradigmas no chão da escola: realidades e simulações. In: MOTTA, M. S; KALINKE, M. A. (Orgs): **Inovações e Tecnologias Digitais na Educação: uma busca por definições e compreensões**. Campo Grande, MS: Life Editora, 2021.

LISBOA, G. R. **O infinito em dois fragmentos: Arte e Matemática**. Orientador: Prof. Dr. Márcio Roberto Rocha Ribeiro. 2019. 67 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Goiás, Catalão, GO, 2019. Disponível

em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=7658989.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar geometria? **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, n.4, p.3-12, jan./jun.1995.

MALTEZ, L. S. C. **Geometria projetiva: Matemática e Arte**. 2015. 56 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2015. Disponível em: <https://goo.gl/PdXJPn>

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. **História na educação matemática: propostas e desafios**. 2. Ed., Belo Horizonte/MG: Autêntica, 2011.

MODESTO, C. F. **Matemática e arte: explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher**. 2015. 146 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015. Disponível em: <https://goo.gl/rSE1Va>

MOROSINI, M. C.; FERNANDES, C. M. B. **Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções**. Educação Por Escrito, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 154–164, 2014. DOI: 10.15448/2179-8435.2014.2.18875. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/poescrito/article/view/18875>. Acesso em: 23 set. 2023.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

OLIVEIRA, Maísa Aparecida de; FERNANDES, Maria Cristina Silveira Galan. Contribuições, sentidos e desafios da Iniciação Científica para o processo formativo do estudante universitário / Contributions, senses and challenges of Scientific Initiation to the formation process of university student. Educação em Foco, [S. l.], v. 21, n. 35, p. 75–95, 2018. DOI: 10.24934/eef.v21i35.1352. Disponível em: <https://revista.uemg.br/index.php/educacaoemfoco/article/view/1352>. Acesso em: 23 jul. 2024.

SÁ, A. L.; MACHADO, M. C. O uso do software GeoGebra no estudo de funções. **XIV EVIDOSOL e XI CILTEC online**, junho 2017. Disponível em: <https://eventos.textolivre.org/moodle/course/view.php?id=12>.

SAMPAIO, P. A. S. Matemática através da Arte de M. C. Escher. **Millenium**, 42 (janeiro/junho), 2012. Pp. 49-58.

SANCHES, A. S. C. **Transformações Geométricas: Fazendo arte na aula de Matemática**. Orientador: Prof. Dr. Pedro Luiz Aparecido Malagutti. 2021. 76 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), São Carlos, SP, 2021.

SANT'ANA, C. C.; SANTANA, I. P. A construção do Grupo de Estudos em Educação Matemática: GEEM. **REMATEC**, [S. l.], v. 6, n. 8, p. 43–45, 2011. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/385>. Acesso em: 13 set. 2023.

SCHATTSCHEIDER, D. The mathematical side of M. C. Escher. **Notices of the American Mathematical Society**, v. 57, n. 6, p. 706-718, 2016.

SCHUCK, C. A. **Por uma educação matemática com arte: passagens pelo pensamento de Walter Benjamin**. 96f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2021.

SEGURA, C. S. C. **Releitura de obras de arte pelo viés da geometria analítica: uma proposta para o ensino interdisciplinar da matemática**. 2013. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <https://goo.gl/anxqzT>

SEMMER, S. **Ensino de geometrias não-euclidianas usando arte e matemática**. 2013. 268 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2013. Disponível em: <https://goo.gl/F5cuAY>

SERRAZINA, M. L. O professor que ensina matemática e a sua formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1.051-1.069, out.-dez. 2014

SILVA, A. P. **Matemática na arte: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG)**. 2013. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013. Disponível em: <https://bit.ly/2BwabcR>

SILVA, V. M. **Matemática e arte: uma análise das obras produzidas para o Salão de Arte Matemática**. / 2021.

SILVA, V. M.; SANT'ANA, C. C.; SANT'ANA, I. P. Pesquisas que relacionam matemática e arte: uma análise dos trabalhos publicados na biblioteca digital brasileira de teses e dissertações. **Com a Palavra, o Professor**, v. 7, n. 18, p. 35–56, 2022. DOI: 10.23864/cpp.v7i18.860. Disponível em: <http://revista.geem.mat.br/index.php/PPP/article/view/860>. Acesso em: 30 mar. 2023.

SILVA, M. R. **A linguagem audiovisual do cinema como elemento integrador da arte e ciência na formação cultural dos professores de ciências e matemática**. 2015. 260f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2015.

PÁDUA E.M.M. **Metodologia da pesquisa: abordagem teórico-prática** 2 ed São Paulo Papirus 1997ia e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2021.

PEREIRA, G. P. **Desenho de Mangá e Paper Toys: a cultura otaku e a linguagem audiovisual articulando matemática e arte na educação escolar**. 2019. 190 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Faculdade de Educação, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2019.

TACORONTE, F. **Escher e a divisão regular do plano**. 2021. 103 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Instituto Federal de Educação, Ciência.

TARDIF, M. (2002) **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TORRES, J. B. A. **Tesselações planas**: apresentar as tesselações do plano e algumas aplicações nas obras de maurits cornelis escher. 2017. 88 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico ou Profissional em 2017) - Universidade Estadual do Ceará, 2017. Disponível em: <<http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=87264>> Acesso em: 17 de janeiro de 2024

WAGNER, D. R. **Visualidades movimentadas em oficinas-dispositivo pedagógico**: um encontro entre imagens da arte e professores que ensinam matemática. 2017. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017. Disponível em: <https://goo.gl/kYxRRn> .