UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS– DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MICHELLE SILVA SERAFIM

O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II SOBRE FRAÇÕES

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
OUTUBRO 2015

MICHELLE SILVA SERAFIM

O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II SOBRE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.ª Drª.: Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
OUTUBRO 2015

S487c Serafim, Michelle Silva.

O conhecimento de alunos do ensino fundamental II sobre frações. / Michelle Silva Serafim, 2015.

45f.

Orientador (a): Dra. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2015.

Inclui referência 42.

1. Fração – Estudo e ensino. 2. Educação matemática. 3. Matemática. I. Gusmão, Tânia Cristina Rocha Silva. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. III. T.

CDD: 513.2607

Catalogação na fonte: Juliana Teixeira de Assunção
UESB – Campus de Vitória da Conquista-BA

FOLHA DE APROVAÇÃO

MICHELLE SILVA SERAFIM

O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL II SOBRE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB / Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.ª Drª.: Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

Vitória Conquista, _____ de Outubro de 2015.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof.ª Drª.: Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão-
Orientadora
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

_____

Prof.º Antônio Augusto Oliveira Lima
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

_____

Prof. ª Ana Paula Perovano
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

AGRADECIMENTOS

Primeiramente quero agradecer a Deus, por ter me dado forças para chegar até aqui.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram nos piores e melhores momentos. Sempre serão meu tudo.

Aos meus colegas Isa, Josiane, Lucas e Paloma pelo apoio e incentivo no decorrer do curso, pelos momentos descontraídos que passamos mesmo na correria da vida na Universidade.

À minha orientadora Tânia Gusmão, que contribuiu de maneira indispensável para a realização do meu trabalho.

Aos professores do curso, que de maneira direta e indireta, contribuíram para minha formação como pessoa e como profissional.

A todos que mesmo involuntariamente contribuíram para minha formação e me ajudaram de alguma forma nesta caminhada.

Meu muito obrigada a todos.

“A esperança tem duas filhas lindas, a indignação e a coragem; a indignação nos ensina a não aceitar as coisas como estão; a coragem, a mudá-las.”

Santo Agostinho

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar o desempenho dos alunos de 6º e 9º ano do Ensino Fundamental II frente a problemas que envolvem o conceito de fração e busca responder às seguintes questões de pesquisa: Qual o desempenho dos alunos do 6º e 9º ano frente a problemas que abordam os cinco significados de fração (número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo) e quais os erros mais frequentes? Para isso, utilizamos um questionário composto de 10 questões, aplicados em duas turmas, sendo 22 alunos do 6º ano e 19 do 9º ano, de uma escola pública do município de Vitória da Conquista. A análise dos dados constou de duas fases: uma quantitativa em que foram construídas tabelas e gráficos para uma melhor representação e leitura dos dados e outra qualitativa, em que foi analisado quais os principais erros dos alunos e em quais significados eles demostraram um maior conhecimento. Os resultados apontam um baixo conhecimento dos estudantes com respeito ao conceito de fração, suas diferentes formas de representação, e um manejo inadequado de técnicas de manipulação de algoritmos. Por fim, inferimos que o atual tratamento dado ao conceito fração parece não garantir que o aluno tenha sucesso na construção do mesmo.

PALAVRA-CHAVE: Fração, Matemática, Educação Matemática.

ABSTRACT

This work aims to analyze the performance of students of 6th and 9th grades of Elementary School II facing problems involving the concept of fraction and seeks to answer the following research questions: What is the performance of the 6th and 9th grade students facing problems that address the five fraction of meanings (number, part-whole, measured, and multiplying the quotient operator) and what the most common mistakes? For this, we used a questionnaire composed of 10 questions, applied in two classes, with 22 students from 6th grade and 19 from the 9th grade to a public school in the city of Vitória da Conquista. Data analysis consisted of two phases: a quantitative where tables and graphs were built for better representation and reading of data and other qualitative, which analyzed which the principal errors of the students and what meanings they have shown greater knowledge. The results show a low knowledge of the students with respect to the concept of fraction, its different forms of representation, and inadequate management algorithms manipulation techniques. Finally, we infer that the current treatment of the concept fraction seems not guarantee that the student has successfully built the same.

KEYWORDS: Fraction, Mathematics, Mathematics Education.

Sumário

INTRODUÇÃO 10

CAPÍTULO 1: APRESENTANDO O CONCEITO DE FRAÇÕES 16

1.1 Breve panorama histórico ..... .16

1.2 A fração como objeto matemático ..... .19

1.3 Abordagem de frações nos PCN (1997) ..... .20

1.4 Estudos correlatos ..... .22

1.5 Cinco *significados* de frações ..... .23

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA 28

2.1 Participantes e contexto da pesquisa ..... .29

2.2 Instrumentos e aplicação ..... .29

CAPÍTULO 3: DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS DADOS 32

3.1 Análise do 6º ano ..... .33

3.2 Análise do 9º ano 37

CONSIDERAÇÕES FINAIS 40

REFERÊNCIAS 42

ANEXOS: 43

Questionário 43

INTRODUÇÃO

Neste trabalho, visamos apresentar o resultado de um estudo feito sobre o conhecimento dos alunos no Ensino Fundamental II acerca dos números racionais em sua forma fracionária. Este conteúdo previsto para ser estudado desde os Anos Iniciais, é tratado muitas vezes como um dos grandes vilões da matemática nas escolas.

Porém, mesmo sendo um fato comum, não deixa de ser preocupante. Não parece certo, que um conteúdo que geralmente é ensinado desde os Anos Iniciais, ainda seja manejado com dificuldade no 9º ano, principalmente considerando o fato de que a fração está bastante presente na vida cotidiana dos alunos.

Um dos grandes problemas que os alunos enfrentam no entendimento de frações é a falta de ligação entre este e o conhecimento adquirido em outros conteúdos, a exemplo dos Números Naturais. Neste conjunto, não se é possível fazer certos cálculos que agora são podem ser feitos utilizando-se do conjunto dos Números Racionais o que marca a passagem dos Naturais para os Racionais.

Podemos tomar como exemplo a divisão de certos números, como o caso de 2÷4. No campo dos Números Naturais não se podia dividir 2 por 4, pois 2 é menor que 4. No entanto, depois de começar a estudar Números Racionais e por conseguinte frações, fazendo a divisão 2÷4 temos como resultado 0,5, ou em fracão, $\frac{1}{2}$.

A maioria dos alunos não entende porque antes não era possível fazer essa divisão e depois de iniciado o conteúdo dos Números Racionais, não só pode dividir um número menor por um maior como também há mais de uma forma de escrever o resultado.

Outro problema reside no fato de que muitas vezes os alunos não entendem a notação da fração e acabam considerando a fração como apenas um número em cima do outro separados por um traço (MERLINI, 2005). Isto prejudica o aluno, pois se ele não consegue entender a notação, ele não irá avançar no estudo deste conteúdo. É necessário frisar que a fração representa

o quociente de dois números($\frac{a}{b}$, com $b \neq 0$), e por ser algo completamente novo, demanda tempo para que a aprendizagem aconteça.

A ordenação dos números fracionários também é um grande problema. Antes, a ordenação era feita ordenando na forma crescente, por exemplo, ensinamos os alunos a pegar o menor número e ir procurando sempre o próximo, ou seja, o anterior mais um (MERLINI, 2005). Desta forma, para um aluno que sabe contar, fica claro que 6>5.

Por outro lado, no campo das frações, temos que estimar o valor da fração para conseguir ordená-la corretamente e para isso, por vezes precisamos antes transformar a fração em número decimal para fazer a comparação (PCN, 1997). O aluno terá que perceber que, enquanto 6>5, $\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$, pois 1÷6 resulta em um número menor que 1÷5.

Outra confusão se dá no momento em que os alunos percebem que no campo dos números racionais, muitas vezes ao se multiplicar dois números, o resultado diminui (PCN, 1997). Isto confunde muito a cabeça dos alunos que estão acostumados a multiplicar dois números, diferentes de 0 e 1 e ter um resultado sempre de valor maior que os dois números que foram multiplicados.

Podemos dar os seguintes exemplos para as situações listadas no parágrafo acima: quando fazemos $4 \div \frac{1}{2}$, temos como resultado 8, ou seja um número maior que o dividendo. Já no produto $4 \times \frac{1}{2}$ temos como resultado $\frac{4}{2}$, que simplificando é equivalente a 2, ou seja, o produto diminuiu, ao invés de aumentar. Essa mudança de papéis se mostra bastante confusa na cabeça dos alunos.

As frações estão presentes em muitos momentos da nossa vida. Por exemplo, quando vamos ao mercado, não pedimos 0,5 (zero vírgula cinco) quilos de carne, e sim $\frac{1}{2}$ (meio) quilo. Ou, então, nos livros de receitas onde sempre achamos quantidades como $\frac{1}{3}$ de xícara de farinha de trigo ou $\frac{1}{2}$ colher de chá de fermento.

Porém, algumas vezes o uso dessas frações acaba passando despercebido sem que as pessoas reflitam quanto tal quantidade realmente significa. Pelo fato de serem tão utilizadas, tanto em outros conteúdos

matemáticos, como na própria sociedade, é notória a importância de se aprender a utilizá-lo de forma correta.

•

A motivação para pesquisar sobre este tema teve início a partir vivência escolar e da experiência de trabalhar com alunos que tinham muita dificuldade com frações. A partir disso, foi iniciada uma pesquisa com o intuito de entender mais do assunto e de descobrir quais as maiores dificuldades que os alunos encontram ao resolver questões relacionadas às frações, quais os erros mais comuns.

A partir de nossa experiência na Educação Básica, pudemos perceber que muitos alunos passam toda a vida escolar sem aprender verdadeiramente o conceito de fração. Seja por falta de uma preocupação maior com o aprendizado, pela pequena quantidade de tempo reservada para cada conteúdo no ano letivo, ou mesmo pela falta de interesse dos alunos, os mesmos acabam deixando de aprender verdadeiramente e recorrendo a outros meios para conseguir nota suficiente para ser aprovado.

Por vezes, professores se mostram presos a fórmulas e algoritmos e acabam por não "traduzir" a linguagem matemática para uma situação problema contextualizada, utilizando um pouco da experiência do aluno com os problemas matemáticos que ele encontra diariamente. Sobre este problema, os PCN afirmam:

> Também a importância de se levar em conta o "conhecimento prévio" dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderada. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática da criança, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal. (BRASIL, 1997, p. 22).

Presenciamos em sala de aula, vários alunos que têm grande dificuldade de lidar com os cálculos quando escritos em linguagem matemática, em suas atividades escolares, mas se saem muito bem se transformarmos a questão em um problema do cotidiano o qual pode se deparar a qualquer momento. Por exemplo, em uma atividade no caderno do aluno ele não sabe calcular $\frac{1}{2}$ de 50,

porém, se perguntarmos quanto é a metade de 50 reais, ele prontamente nos responde que é 25. Concordamos com os PCN, quando aponta:

> A construção e a utilização do conhecimento matemático não são feitas apenas por matemáticos, cientistas ou engenheiros, mas, de formas diferenciadas, por todos os grupos socioculturais, que desenvolvem e utilizam habilidades para contar, localizar, medir, desenhar, representar, jogar e explicar, em função de suas necessidades e interesses. (BRASIL, 1997, p. 27-28).

Isto se deve ao fato de que a notação ou mesmo a linguagem na qual a pergunta está escrita na atividade do aluno não lhe é clara, ou ele não fez ainda a conexão que lhe permite entender o significado da fração. Por isso, é importante que os professores, ao apresentarem frações para os alunos, a apresentem de variadas formas e relacionem todas elas, que pergunte de várias maneiras até que perceba que os alunos realmente entenderam o significado do conceito.

Segundo os PCN:

> No entanto, apesar dessa evidência, tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, 1997, p. 29).

Por tais motivos listados acima, e talvez por outros não citados, o ensino acaba ficando vazio e os alunos não veem utilidade para o que estão estudando. Muitas vezes os alunos decoram macetes e algoritmos para passarem nas provas, entretanto, uma semana depois não se lembram mais como resolver até as questões mais fáceis. Por isso a necessidade de conhecer as dificuldades dos alunos em aprender o conceito para futuramente encontrar meios de amenizar o problema.

- Justificativa e questão de pesquisa

Segundo os PCN (1997), os alunos devem estudar frações já no segundo ciclo do Ensino Fundamental. No entanto, é bastante comum que os alunos cheguem a anos posteriores sem ter estudado, ou sem ter de fato aprendido o conteúdo. Consequentemente, todo o ensino vindouro acaba ficando defasado.

Estas mudanças quando ficam sem explicação, causam uma confusão tremenda na cabeça dos alunos, principalmente por que muitos professores não têm a preocupação de dizer aos alunos que será estudado um outro tipo de número no futuro, e que ele não poderia por enquanto fazer certas operações.

A noção de equivalência também é essencial e, igualmente, causa problemas. Muitos alunos tem dificuldade em enxergar que mesmo duas frações diferentes, podem ter o mesmo valor ou mesmo que um número natural pode ser escrito na forma de fração e além disso, pode ser escrito de diversas formas.

A partir dessas considerações podemos inferir que existem muitas complicações no ensino e na aprendizagem das frações e dos Números Racionais como um todo.

Neste contexto, este trabalho tem por objetivo analisar o desempenho e os erros mais comuns apresentado pelos alunos no Ensino Fundamental II no conteúdo frações a partir de um questionário retirado e adaptado da dissertação de Merlini (2005).

- Hipótese e questão de pesquisa

Nossas questões de pesquisa são: "**Qual o desempenho dos alunos do 6º e 9º ano frente a problemas que abordam os cinco *significados* de frações (número, parte-todo, medida, quociente e operador multiplicativo) e quais os erros mais frequentes?**

Como premissa de pesquisa nos baseamos no documento do INEP (2003) que defende que "Os dados são enfáticos em demonstrar que o sistema de ensino brasileiro não está sendo eficiente para os alunos de 4ª série do ensino fundamental.". Ainda segundo o mesmo documento:

> Na dimensão curricular Números e Operações, não efetuaram cálculo de resultados simples envolvendo as quatro operações quando estas exigem, por exemplo, multiplicações com número de dois algarismos, a resolução de problemas do cotidiano e não identificaram posições dos números numa reta numérica. (INEP, 2003, p.10).

Isto é muito grave, pois se os alunos não conseguem realizar as quarto operações, consequentemente não saberão fazer cálculos com frações, já que para isso, é necessário dominar as quatro operações. Ainda de acordo com o INEP (2003), menos de 7% dos alunos mostra um desempenho adequado e avançado na Provinha Brasil, pouco mais de 250 mil de um total de mais de 3,5

milhões de alunos. A situação é preocupante, já que a maioria esmagadora dos alunos não conseguiu um desempenho aceitável como bom.

A partir destas considerações, parece que a educação não está conseguindo cumprir sua função principal que é criar alunos capazes de analisar, identificar e resolver problemas matemáticos. De que adianta o aluno estudar anos se quando ele é confrontado com situações problema ele não consegue resolvê-las? Assim se faz necessário procurar respostas para toda essa problemática.

- Organização do trabalho

Nesta perspectiva organizamos nosso trabalho em três capítulos.

No primeiro capítulo temos o marco teórico, onde apresentamos a revisão da literatura sobre frações traçando um breve panorama histórico do seu surgimento apoiados em Boyer (1974). Depois apresentamos definições no que diz respeito às frações de acordo com a Álgebra e após este tópico trazemos as abordagens sobre o tema nos Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (1997). Em seguida, apresentamos a classificação dos *significados* da fração e as pesquisas realizadas no contexto de ensino sobre frações, reportando aos estudos de Merlini (2005) em sua pesquisa com alunos de 5ª e 6ª série e o desempenho destes frente ao conceito de fração e Santos (2005) em sua pesquisa direcionada aos professores.

No capítulo 2 apresentamos a metodologia. Comentamos a abordagem metodológica qualitativa de pesquisa utilizada, detalhando os materiais e métodos, quais sejam: um questionário adaptado de Merlini (2005) aplicado a 41 alunos e os critérios para aplicação e análise dos mesmos.

No capítulo 3 temos a análise e o resultado dos dados. Aqui, buscamos analisar as informações coletadas à luz do marco teórico ressaltado e comparando com os resultados obtidos em pesquisas anteriores.

Nas considerações finais, tecemos algumas reflexões sobre o trabalho realizado, apontando algumas dificuldades, resgatando alguns questionamentos e tentando respondê-los.

CAPÍTULO 1: APRESENTANDO O CONCEITO DE FRAÇÕES

Neste capítulo, fazemos um estudo geral sobre a fração, desde a trajetória da construção do conceito, passando pela formalização do mesmo, pelos objetivos apresentados pelos PCN (1997) acerca do aprendizado esperado dos alunos frente as frações e por pesquisas realizadas sobre o tema no contexto da Educação Matemática.

1.1. Breve panorama histórico

Os números são de grande importância nos dias atuais, seja para fazer compras, contagens, medidas e também para a resolução de vários outros problemas que encontramos no dia-a-dia. Fica difícil imaginar uma época em que não houvesse a presença efetiva dos números na vida dos seres humanos.

A teoria mais difundida é a de que os números, mesmo que não na forma que conhecemos atualmente, surgiu das necessidades diárias do homem, principalmente em contar. Segundo Merlini (2005), são do período Paleolítico que datam as mais antigas informações sobre a ideia de número, porém, poucos progressos foram feitos entre esse período e o Neolítico, quando já era existente uma atividade comercial importante entre diversos povos.

Acerca disso, Boyer comenta:

> Noções primitivas relacionadas com os conceitos de número, grandeza e forma podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, e vislumbres de noções matemáticas se encontram em formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade. (BOYER, 1974, p. 1)

A partir disso, constatamos que as noções primitivas matemáticas surgiram bem antes do que consideramos. Para Merlini (2005), as frações tiveram seu auge de descobertas entre a Pré-história e a Idade Média. Podemos inferir que, assim como a ideia de número, o conceito de fração levou um bom tempo para ser construído.

Segundo Santos (2005), no período Paleolítico a ideia de número era manejada com pouca clareza. As pessoas já utilizavam, por exemplo, a ideia de diferenciação entre um, dois e muitos, e a construção de uma linguagem para expressar essas ideias. Com o passar do tempo, os homens começaram a refletir

acerca dos números e suas propriedades, mesmo que estes já estivessem presentes em suas vidas, sentiu-se a necessidade de se estudar mais detalhadamente aqueles que os permitiam fazer negociações, medir, contar (SANTOS, 2005).

Assim, concordamos que a Matemática surgiu principalmente pela necessidade do homem em resolver problemas e situações oriundas de sua vida cotidiana. Mesmo que hoje estudemos conceitos bem mais avançados, a essência da Matemática é buscar a solução para problemas pertinentes em nossa vida. Com as frações não foi diferente.

Sobre o surgimento das frações, este se deu bem depois dos números Naturais. Deste modo saímos do surgimento do conceito de número que data de milhões de anos atrás e partimos para um outro contexto, onde "Com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade de Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de fração e de notação para frações. (BOYER, 1974, p. 9).

Podemos ver que, assim como a maioria dos conceitos matemáticos, o surgimento do conceito de números fracionários se deu a partir da necessidade de fazer cálculos, os quais não eram possíveis utilizando-se dos conjuntos numéricos já existentes. Talvez pelo fato de ser mais recente que os outros conjuntos de números, como os inteiros, por exemplo, não houve muitas mudanças significativas ao longo da história, como no caso dos inteiros que tiveram várias bases seguindo o contexto de cada povo que os utilizava. Acerca disso, Boyer discorre:

> A noção de fração racional, porém, surgiu relativamente tarde e em geral não estava relacionada de perto com os sistemas para os inteiros. Entre as tribos primitivas parece não ter havido praticamente nenhuma necessidade de usar frações. Para necessidades quantitativas o homem prático pode escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações. Portanto não houve um progresso ordenado de frações binárias para quinarias para decimais, e as frações decimais foram essencialmente um produto da idade moderna da matemática, não do período primitivo. (BOYER, 1974, p. 4)

A partir do surgimento das frações, o problema passou a ser como representá-las. Os egípcios, segundo Boyer (1974), utilizavam frações na forma, que hoje são chamadas de frações unitárias. Eles escreviam de uma forma

diferente da atual, e a fração $\frac{1}{2}$ tinha um símbolo especial, diferente do padrão utilizado para escrever as outras frações unitárias. Já a fração $\frac{2}{3}$ era a única a não ser unitária e mesmo assim ter uma representação no sistema de numeração egípcio.

Em algumas civilizações, no entanto, as frações não eram consideradas como números. Esta palavra tinha diferentes significados para cada cultura e isto é esclarecido a seguir por Boyer:

> Número no Egito significava o domínio dos números naturais e frações unitárias; entre os babilônios o corpo das frações racionais. Na Grécia a palavra número era usada só para os inteiros. Uma fração não era considerada como um ente único mas como uma razão ou relação entre inteiros. (BOYER, 1974, p. 39)

Houve uma grande discrepância no tratamento das frações nos diferentes contextos em que ela era usada na antiguidade. A diferença também estava na escrita. Enquanto os egípcios usavam geralmente as frações unitárias e sua escrita fosse bem confusa se comparada com a atual, Boyer afirma que “Frações comuns eram usadas com certa frequência pelos gregos, a princípio com o numerador colocado abaixo do denominador e depois com as posições trocadas (e sem barra separando os dois) (...)” (BOYER, 1974, p. 126).

Segundo Merlini (2005) no século XV com a era das navegações e a grande importância das cidades mercantes, bem como os estudos agronômicos e da agrimensura, as frações passaram a ser usadas para solucionar problemas e para que isso fosse possível, as representações e os conceitos foram aperfeiçoados.

De acordo com Santos (2005), a notação moderna é atribuída aos hindus devido a sua numeração decimal de posição e também aos árabes que criaram a barra horizontal que separa numerador de denominador. De acordo com Boyer:

> A barra horizontal para frações, por exemplo, era usada regularmente por Fibonacci (e já era conhecida antes na Arábia), mas somente no século dezesseis seu uso tornou-se comum. (A barra inclinada foi sugerida em 1845 por de Morgan). (BOYER, 1974, p. 185).

Levando tudo isto em conta percebemos o quanto as frações demoraram para ter a representação que utilizamos hoje e o quanto isto é recente se comparado com outros conceitos matemáticos.

1.2. A fração como objeto matemático

Em certo ponto da história, percebeu-se que os números utilizados até então não eram suficientes para realizar os cálculos necessários para resolver problemas encontrados no dia a dia.

Caraça (1951) apresenta o conceito de número racional expondo o conceito de medida com segmentos e logo depois mostrando o empasse contido no caso em que um segmento não cabe no outro um número de vezes precisas. A partir daí surge a questão, ou se abriria mão de medir desta forma, ou reconhecer-se-ia a necessidade de reformular a teoria dos conjuntos dos números naturais.

Caraça (1951) define os números racionais da seguinte forma: Dois segmentos de reta $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, em um dos quais se contém um número inteiro de vezes o segmento u-$\overline{AB}$ contem *m* vezes e $\overline{CD}$ contém *n* vezes o segmento *u*. Assim por definição, a medida do segmento $\overline{AB}$, tomando $\overline{CD}$ como unidade, é o número $\frac{m}{n}$, e escreve-se

I. $\overline{AB}=\frac{m}{n}\cdot\overline{CD}$

Quaisquer que sejam os inteiros *m* e *n* com *n* diferente de zero; Se *m* for divisível por *n*, o número $\frac{m}{n}$ coincide com o resultado da divisão; se *m* não for divisível por *n*, o número $\frac{m}{n}$ é designado como fracionário.

O número $\frac{m}{n}$ é racional independentemente de *m* ser ou não divisível por *n*. Chamamos *m* de numerador e *n* de denominador. Como caso particular da igualdade acima também podemos escrever as seguintes igualdades:

II. $\frac{n}{1}$=*n*, pois $\overline{AB}= n\cdot\overline{CD}$ e também $\overline{AB}=\frac{n}{1}\cdot\overline{CD}$ e também o seguinte

III. $\frac{n}{n}$=1, pois as igualdades $\overline{AB}=\overline{AB}$ e $\overline{AB}=\frac{n}{n}\cdot\overline{AB}$ são equivalentes.

Utilizando o rigor matemático presente na Álgebra a partir de Domingues e Iezzi (1982), podemos definir o conjunto dos Racionais como um corpo a partir da seguinte definição: Um anel K, comutativo com unidade recebe o nome de

corpo se todo elemento não nulo de K admite simétrico multiplicativo. Para que um conjunto seja anel comutativo e com unidade, ou seja, um corpo, tem que atender às seguintes propriedades:

- Associativo em relação à adição e multiplicação;
- Comutativo em relação a adição e multiplicação
- Existe o elemento neutro em relação à adição e multiplicação;
- Existe o elemento simétrico em relação a adição;
- Distributiva da multiplicação em relação à adição;
- Existe o simétrico da multiplicação.

Estas propriedades nos permitem realizar as operações no conjunto dos números racionais. Sobre o conceito de ordenação, segundo Merlini (2005), se estabelece a partir do seguinte: sejam a e b números racionais, Se a diferença a-b é positiva, a é maior que b. Se for negativa, b é maior que a. Ou ainda segundo Merlini (2005), também podemos definir ao conceito de ordenação geometricamente, da seguinte forma: “um número que está à esquerda é menor do que um número que está à direita na reta numerada”.

1.3. Abordagem de frações nos PCN (1997)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são documentos referências utilizados principalmente para difundir as mudanças feitas no currículo e nortear os professores no desenvolvimento das aulas inserindo nas mesmas a contextualização dos conteúdos e a interdisciplinaridade. O documento está dividido em áreas de estudo e em níveis. Neste caso iremos nos basear nos volumes de Matemática do primeiro ao quarto ciclo, em que a abordagem de frações se faz bem presente.

No que diz respeito ao conteúdo frações de acordo com os PCN (1997), ao chegar no segundo ciclo do Ensino Fundamental há várias aptidões que se espera que os alunos demonstrem. Podemos destacar a necessidade de reconhecer os números fracionários, de escrevê-los, compará-los, e ordená-los na reta numérica, tanto na forma decimal quanto fracionária (PCN, 1997). Diante disso, é notável a preocupação de que o aluno esteja seguro em “caminhar” dos números escritos na forma fracionária para a decimal e da decimal para a

fracionária e que também esteja claro a noção de “maior que” e “menor que”, já que a ideia de fração traz consigo a ideia de ruptura com os conceitos de número natural.

Um ponto importante no entendimento do princípio de ordenação dos números racionais e consequentemente das frações, é a necessidade de fazer a “formulação de hipóteses sobre a grandeza numérica, pela identificação da quantidade de algarismos e da posição ocupada por eles na escrita numérica” (BRASIL, 1997, p. 50). O aluno precisa se dar conta que nem sempre o número com mais algarismos é o maior.

Para que isso seja possível, o aluno necessita ter conhecimento principalmente de como fazer a “leitura, escrita, comparação e ordenação de notações numéricas pela compreensão das características do sistema de numeração decimal (base, valor posicional)” (BRASIL, 1997, p. 50). Só assim ele será capaz de entender, por exemplo, que 1,0 é maior que 0,00001, mesmo que o ultimo contenha mais algarismos. Também notar que isto se deve ao fato de o ultimo ter mais números, mas os mesmos estão posicionados à direita da vírgula enquanto que a esquerda dela está somente o zero, o que faz o número ser menor que 1,0.

Outro quesito indispensável quando se trata de estudar os números fracionários é saber que uma fração pode ser escrita de infinitas formas utilizando frações equivalentes e que um número natural também pode ser escrito na forma fracionária. (PCN, 1997). É necessário que os alunos saibam fazer a relação entre o número escrito tanto na forma fracionária quanto na decimal, a partir disso poderá também reconhecer o uso das porcentagens como um cálculo em que se utilizam tanto números decimais quanto frações. (PCN, 1997).

Nos PCN (1997), podemos perceber a preocupação em que os alunos analisem, interpretem e resolvam situações problema com o uso de frações e decimais. Porém, apenas três *significados* são considerados até o segundo ciclo: quociente, parte-todo, razão. O conceito de operador é citado como um conceito que será trabalhado em ciclos posteriores (PCN, 1997).

No quesito operações com números racionais, os PCN (1997) defendem que os alunos precisam entender que uma operação pode resolver vários problemas, mesmo com abordagens distintas, da mesma forma que uma mesma

questão pode ser resolvida utilizando-se de várias operações diferentes. Ainda na parte de operações o documento chama a atenção para a importância do desenvolvimento e utilização de várias técnicas de resolução bem como de verificação da resposta, utilizando por exemplo o cálculo mental ou a calculadora.

A partir de várias considerações feitas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, atestamos a importância de se trabalhar os Números Racionais nas escolas de forma bastante abrangente e utilizando da representação fracionária, mesmo que os números decimais estejam ganhando cada vez mais utilização do que a primeira. É importante também saber trabalhar os conceitos, sempre fazendo uma ponte de mão dupla que por um lado está ligando o conteúdo à situações do dia a dia e de outro faz o caminho contrário, mostrando aos alunos que o conhecimento que ele traz do seu dia a dia pode ser utilizado no que está sendo aprendido. Acerca disso, os PCN defendem:

> Os alunos trazem para a escola conhecimentos, ideias e intuições, construídos através das experiências que vivenciam em seu grupo sociocultural. Eles chegam à sala de aula com diferenciadas ferramentas básicas para, por exemplo, classificar, ordenar, quantificar e medir. Além disso, aprendem a atuar de acordo com os recursos, dependências e restrições de seu meio. (...) um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, impedindo o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente. (BRASIL, 1997, p. 25)

Por isso é importante que valorizemos cada experiência do aluno, independente do contexto em que ele se encontra ou do conteúdo estudado. Sabemos, por exemplo, que as experiências vividas por um aluno de uma grande cidade não são as mesmas de um aluno da zona rural, mas acima de tudo, precisamos saber que cada experiência tem a sua importância na construção do conhecimento.

1.4. Estudos correlatos

Merlini (2005), em seu trabalho buscou conhecer quais as estratégias de resolução dos alunos frente a problemas que abordam frações na perspectiva

dos cinco significados da fração. Ela aplicou um questionário em 4 turmas sendo duas de 5ª série (atual 6º ano) e duas de 6ª série (atual 7º ano) do Ensino Fundamental II em duas escolas públicas de São Paulo totalizando 120 alunos, 30 de cada turma.

A pesquisa de Merlini (2005) constou de duas fases: uma em que foi aplicado o questionário e uma segunda em que foram feitas entrevistas a uma parte dos alunos, contando 12% da amostra. A análise também constou de duas fases, sendo uma quantitativa e outra qualitativa, em que se analisou as estratégias que levaram ao erro na resolução das questões.

Como resultado, foi obtido um total de menos de 25% de acertos no questionário e com isto foi inferido que a abordagem feita em relação ao conceito da fração não garante o sucesso dos alunos na construção do referido.

Já Santos (2005) procurou conhecer as concepções dos professores polivalentes e especialistas que atuam no Ensino Fundamental em escolas no estado de São Paulo acerca do conceito de frações. A pesquisa se deu em dois momentos: primeiro foi solicitado que os professores construíssem 6 problemas envolvendo o conceito de fração e num segundo momento foi solicitado que os mesmos resolvessem os problemas criados pelos mesmos.

Na análise da pesquisa de Santos (2005), que foi feita primeiro observando o enunciado do problema e depois as estratégias de resolução, foi notado uma tendência em valorizar o conceito de operador multiplicativo. Já na resolução foi notada a valorização do uso de algoritmos o que levou à conclusão de que não há diferença, nos aspectos analisados, entre professores polivalentes e especialistas.

1.5. Cinco *significados* de frações

De acordo com Santos (2005), para que um símbolo tenha significado, devemos inseri-lo em uma situação. O número $\frac{1}{4}$, por exemplo, pode ter vários significados dependendo do contexto em que ele está inserido. Nesta linha de pensamento, segundo Merlini (2005) podemos criar diversas situações-problema

cuja resolução tenha como resposta este número. E cada situação criada requer um domínio cognitivo para sua resolução de acordo com o *significado* que lhe for atribuído.

De acordo com o contexto que utilizamos, podemos classificar as variáveis do problema como quantidades contínuas ou discretas.

Tomamos as definições de quantidade continua e discreta da seguinte forma: contínuas são aquelas quantidades que podem ser divididas exaustivamente sem que percam suas propriedades (SANTOS, 2005).

Já quantidades discretas "dizem respeito a um conjunto de objetos idênticos, que representa um único todo, em que o resultado da divisão deve produzir subconjuntos com o mesmo número de unidades." (SANTOS, 2005, p. 49-50)

Podemos dar como exemplos os mesmos que Santos (2005). Para a primeira um chocolate que pode ser dividido várias vezes e nem por isso deixa de ser um chocolate. Já para a segunda, podemos citar um conjunto de sete bolinhas para 3 crianças, onde resultará em duas bolinhas para cada uma e sobrando uma. Aqui não faz sentido dividir a bolinha para as três crianças. Mas no caso do chocolate

- **Número**

Segundo Merlini (2005) as frações, assim como os números inteiros, são números que não precisam essencialmente se referir a quantidades específicas e pode ser representada em forma ordinária e decimal. Ao admitir o *significado número* não é preciso fazer referência a situação. Também não há sentido em falar em representação contínua e discreta.

Exemplo 1: Represente a fração $\frac{5}{2}$ na reta numérica.

Exemplo 2: Escreva $\frac{3}{5}$ na forma decimal.

Nesses casos, o aluno precisa notar que o *significado* das frações é estritamente numérico e não precisa de nenhuma situação específica para que a questão possa ser resolvida. Porém, ele precisa ter pleno conhecimento de posicionamento e ordem para localizar o número na reta numérica. Para resolver os exemplos acima, será necessário saber a quanto equivale cada fração para localizá-la na reta numérica. Para isto, precisa ter domínio da divisão para

transformar números fracionários em números decimais. Algo indispensável para o aluno nesta fase é entender que existem infinitos números, inclusive fracionários entre um número e outro.

- **Parte-todo**

O *significado parte-todo* é o mais usado nas aulas, principalmente para introduzir o conceito de fração. Nele, a fração toma a forma de um "todo" dividido em *n* partes em que cada parte é a fração unitária $\frac{1}{n}$ (SANTOS, 2005). Aqui geralmente os professores usam os exemplos como divisão de pizzas em que o aluno conta as partes em que o todo foi dividido e por conseguinte a quantidade "pintada", onde a quantidade em que o todo foi dividido é o denominador e o número de partes tomadas, o numerador. Nessas condições o todo pode ser contínuo ou discreto. Dizemos que uma quantidade é discreta se ela pode ser expressa com números inteiros. Por outro lado, quando a quantidade é contínua a divisão pode ser feita sem a preocupação de o resultado dar um número inteiro.

Voltando para os exemplos citados anteriormente: Se dividirmos 5 bolas para duas crianças, serão duas bolas para cada e sobrará uma bola, já que não faz sentido dividir uma bola ao meio. Neste caso a quantidade é discreta, pois ao falarmos de bola, não faz sentido dividir uma só bola em partes. Já para dividirmos 5 barras de chocolate para duas crianças, cada criança ganhará duas barras e ainda podemos dividir a barra que sobra no meio e dar uma metade para cada criança, resultando em que cada uma receberá $\frac{5}{2}$ do chocolate, ou $2+\frac{1}{2}$ (duas barras e meia de chocolate). Neste caso faz sentido dividir a barra de chocolate ao meio.

- **Medida**

Segundo Santos (2005), o *conceito de medida* geralmente é utilizado quando se fala em proporção, probabilidade, ou eventos em que se precise medir quanto equivale uma quantidade em relação a outra, ou seja, mede a relação entre duas variáveis.

No caso da medida, as unidades podem ser extensivas e intensivas. Quando falamos em quantidades extensivas estamos calculando a medida entre

duas quantidades de mesma natureza. Já em quantidades intensivas estamos calculando a medida entre duas quantidades de naturezas diferentes.

Exemplo 1 (Probabilidade- quantidade discreta): Numa rifa da igreja, dona Maria comprou 5 dos 100 bilhetes que estavam sendo vendidos. Qual a probabilidade de ela ganhar o prêmio?

Exemplo 2 (Proporção- quantidade contínua): Érica irá pintar o cabelo com uma mistura de 150 ml de tinta e 50 ml de água oxigenada. Quanto representa a quantidade de água oxigenada em relação ao total da mistura?

Quando falamos em probabilidade, calculamos a chance de um evento acontecer dividindo o número de casos favoráveis pelo total de chances do evento ocorrer, o que na maioria das vezes nos leva a uma fração que representa a divisão de duas quantidades de mesma natureza, no caso do exemplo 1, onde as duas quantidades dizem respeito a bilhetes de uma rifa. No caso do exemplo 2 utilizamos duas variáveis de naturezas distintas: tinta e agua oxigenada.

- **Quociente**

Neste caso, o *significado quociente* representa o resultado da divisão utilizada na resolução de certa situação, ou, nas palavras de Santos (2005, p. 54) “(...) conhecido o número do grupo a ser formado, o quociente representa o tamanho de cada grupo.”

Exemplo 1 (quantidade contínua): Na aula de Artes, a professora queria dividir um pote de tinta para seus três alunos. Cada aluno receberá mais ou menos da metade do conteúdo do pote? Qual fração representa a quantidade que cada aluno receberá?

Exemplo 2 (quantidade discreta): Em um saco de balas há 100 balas e Seu Raimundo precisa dividi-las entre seus 5 netos. Quantas balas cada neto receberá? Que fração representa a quantidade que cada um receberá?

- **Operador multiplicativo**

A ideia do *operador multiplicativo* é de transformar o número a partir da multiplicação. Para isso, assumimos a fração $\frac{a}{b}$ como um operador em um certo

número que aumenta ou diminui o número em questão (MERLINI, 2005). Ou seja, o operador serve como um multiplicador ou divisor do número no processo.

Exemplo 1 (quantidade contínua): Téo tomou $\frac{1}{2}$ de seu refrigerante de 350 *ml*. Quanto, em *ml*, Téo bebeu?

Exemplo 2 (quantidade discreta): Júlia deu $\frac{2}{5}$ de sua coleção de bonecas para sua irmã mais nova. Considerando-se que Júlia possuía 15 bonecas em sua coleção, quantas bonecas a irmã de Júlia ganhou?

Com esses exemplos, esperamos esclarecer a ideia de cada *significado* levando em consideração a situação em que o problema está inserido.

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA

O caráter metodológico de uma pesquisa, de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009) se caracteriza por um processo de estudo que consiste na busca metódica de compreensões acerca de um problema ou questão da realidade que inquieta o pesquisador a partir do que se sabe ou se diz a respeito.

O presente estudo tem como característica a abordagem qualitativa, onde "a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc." (GOLDENBERG, 2004, p. 14).

No contexto de uma pesquisa qualitativa, cabe salientar que a mesma não está livre da subjetividade do pesquisador. A esse respeito Goldenberg (2004) destaca:

> Partindo do princípio de que o ato de compreender está ligado ao universo existencial humano, as abordagens qualitativas não se preocupam em fixar leis para se produzir generalizações. Os dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenómenos sociais apoiados no pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social. [...] Enquanto os métodos quantitativos supõem uma população de objetos comparáveis, os métodos qualitativos enfatizam as particularidades de um fenómeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado. (GOLDENBERG, 2004, p. 14).

Deste modo, iremos tratar os dados de forma a evitar pré-julgamentos dos mesmos e não buscando generalização, mas sim entender o problema de forma contextualizada no ambiente em que se encontra e sem fazer interferências.

No contexto da pesquisa qualitativa, o estudo é de tipo descritivo, que na perspectiva de Rampazzo "observa, registra, analisa e correlaciona fatos ou fenômenos (variáveis) sem manipulá-los; estuda fatos e fenômenos do mundo físico, e especialmente, do mundo humano, sem a interferência do pesquisador." (RAMPAZZO, 2005, p. 53)

2.1. Participantes e contexto da pesquisa

Os participantes foram alunos de duas turmas de uma escola pública do município de Vitória da Conquista. Foi aplicado o questionário em uma turma de 6º ano e uma turma de 9º ano. A escolha do 6º e 9º ano se deu por se tratarem das séries que marcam o início e o fim do Ensino Fundamental II e para que fosse possível comparar o rendimento das duas e também inferir se os alunos voltam a estudar as frações de maneira significativa entre o 6º e o 9º ano.

A escolha do colégio foi feita por motivos de comodidade, pelo fato de a orientadora do trabalho ser coordenadora do subprojeto Institucional de Bolsas de Iniciação à Pesquisa, tendo a escola como parceira. Após o contato com o colégio e a apresentação da proposta da pesquisa, uma das professoras se ofereceu gentilmente a ajudar na pesquisa e coincidentemente ela dava aula em uma turma de 6º e outra de 9º ano, no período da manhã. A turma de 6º ano contava com 22 alunos e a de 9º ano contava com 19 alunos. A turma de 6º ano estava no momento sob responsabilidade de uma estagiária, que também concordou em ceder sua aula. Após o contato com as professoras, foi combinado o horário e duas semanas depois o questionário foi aplicado pela pesquisadora, nas duas turmas e no mesmo dia.

2.2. Instrumentos e aplicação

Nossa pesquisa buscou analisar o desempenho dos alunos do 6º e do 9º ano do Ensino Fundamental II acerca de suas habilidades com o conteúdo frações e descobrir quais os erros mais frequentes cometidos pelos mesmos. Para isto utilizamos um questionário e analisamos as respostas dadas pelos alunos.

Este questionário provém da pesquisa de Merlini (2005) onde é apresentado um questionário composto por 20 questões e destas, selecionamos apenas as duas de cada significado de forma aleatória, totalizando 10 questões. Na escolha, selecionamos duas questões abordando cada *significado* e quantidades contínuas e discretas. Algumas questões também continham ícones. O questionário que consta no ANEXO I foi impresso em duas páginas, com as

figuras coloridas para facilitar o entendimento. Optamos pelo questionário de Merlini (2005) por se tratar de um instrumento já validado.

A seguir temos um quadro construído por nós, no qual salientamos a intenção educativa de cada questão, destacando o que esperamos dos alunos em cada uma.

Quadro 1: Questões x Intenção educativa.

QUESTÃO	CONCEITO TRABALHADO	INTENÇÃO EDUCATIVA
Questão 1	Parte-todo	Espera-se com essa questão que o aluno faça a relação entre o todo que é o total de bonés e a parte que se pede para exprimir que são os bonés vermelhos.
Questão 2	Quociente	Espera-se que o aluno saiba fazer a relação entre as bolinhas e as crianças e consiga calcular quantas cada criança receberá. O aluno para isto precisar ir além do *significado* parte-todo, pois na questão temos a relação entre duas variáveis diferentes.
Questão 3	Medida	Espera-se que os alunos faça a relação entre as variáveis para achar a chance do dado evento acontecer. Para isto ele terá que dividir o número de chances pelo total de bilhetes. Neste caso a situação é um pouco diferente do que a que os alunos estão acostumados.
Questão 4	Parte-todo	O esperado é que os alunos façam a relação da parte com o todo e represente a situação dada. Por ser um significado bastante explorado, espera-se que os alunos consigam um bom resultado neste *significado*.
Questão 5	Medida	Esta questão difere da anterior que aborda o mesmo significado por tratar de um contexto completamente diferente. Os alunos tem que perceber que mesmo que a quantidade de tinta seja diferente, a proporção é mantida.
Questão 6	Quociente	Neste caso espera-se que o aluno utilize-se da divisão para resolver o problema e ligue a operação ao conceito de fração, e realize também a ligação entre duas as variáveis.
Questão 7	Operador multiplicativo	Nesta questão o aluno terá que operar a fração e transformá-la, partindo do todo e delimitando apenas a quantidade consumida.
Questão 8	Número	O aluno terá que fazer a conexão entre a fração e sua forma decimal, e ainda saber localizar o número na reta. Exige que o aluno saiba estimar o valor da fração.
Questão 9	Operador multiplicativo	Espera-se que o aluno opere o todo de acordo ao que se pede, encontrando o valor a partir da transformação do valor inicial.
Questão 10	Número	O esperado é que os alunos saibam caminhar de um número na forma fracionária para o número na forma decimal.

A aplicação do questionário foi feita seguindo algumas regras. Foi aplicado primeiro no 6º ano. Entramos na sala, eu e a professora estagiária, demos bom dia e ela me apresentou aos alunos. Ela começou dizendo que seria solicitado que eles respondessem algumas perguntas. Os alunos estavam bem inquietos e fizeram várias perguntas: se valeria nota, de que assunto se tratava, entro outras.

Foi dito aos alunos que o questionário constava de 10 questões e não foi dito sobre qual conteúdo eram as mesmas para evitar que eles fossem influenciados. Depois foi dito aos alunos que o questionário seria distribuído para cada um e deveria ser respondido de maneira individual e sem consulta a nenhum material, ou aos colegas, professor ou algum outro meio. Deste modo se esperava que fosse evitado que eles copiassem uns dos outros ou recebessem qualquer tipo de influência ou ajuda.

Chamamos a atenção de que não valeria nota mas era importante que todos fizessem silencio até que todos acabassem e que poderia ser usado lápis ou caneta para responder. Também foi dito que só seriam respondidas perguntas sobre o enunciado que não influenciassem na resposta, como por exemplo, dúvidas na leitura de alguma palavra.

Depois de distribuídas as folhas, as questões foram lidas em voz alta pelo pesquisador sem mudança do tom de voz ou dicas que pudessem deixar implícito o que era para ser feito na resolução do problema. Foi feita a leitura para evitar que os alunos tivessem dificuldades devido à leitura errada de alguma palavra. Não foram respondidas perguntas dos alunos acerca das questões, sobre a operação a ser usada, estratégias de resolução, nem se algum cálculo estava certo ou errado. Com isso esperava-se que o aluno pensasse por si próprio e evitando que ele fosse influenciado de qualquer forma.

A professora ficou a maior parte do tempo na sala durante a aplicação, que teve duração de 50 minutos. Mesmo assim foi difícil controlar os alunos e fazer com que ficassem quietos no decorrer da resolução do questionário. Muitos colegas tentaram ajudar uns aos outros e foi solicitado que eles não fizessem isso. Assim que os alunos responderam, os questionários foram recolhidos, agradeci e me dirigi à sala de 9º ano.

Na turma de 9º ano, foi feito o mesmo procedimento, exceto pelo fato de que, por se tratarem de alunos em uma série mais avançada, o questionário não foi lido em voz alta. Nesta turma os alunos foram bem mais comportados e quase não tiveram dúvidas. A sala permaneceu em silêncio e foi bem mais tranquilo aplicar o questionário. O tempo cedido para a aplicação foi o mesmo, porem a maioria dos alunos responderam antes do fim do tempo, enquanto que no 6º ano a maioria usou todo o tempo para a resolução.

CAPÍTULO 3: DISCUSSÃO E ANÁLISE DOS DADOS

A nossa análise será feita partindo de 2 aspectos: os cinco *significados* da fração e as variáveis. Sobre os cinco *significados* iremos considerar número, operador multiplicativo, parte-todo, medida e quociente. Sobre as variáveis iremos considerar dois tópicos: a natureza da quantidade, que se divide em contínua ou discreta e o tipo de representação que pode ter ou não a presença de ícones. Nossa análise irá seguir a mesma linha de raciocínio da análise proposta por Merlini (2005).

Nas tabelas a seguir temos as distribuições das questões de acordo com os *significados* e as variáveis. Algumas alternativas das questões foram suprimidas por servirem apenas como base para a resposta seguinte e não conter o conceito de fração, como por exemplo o quesito *a* da segunda questão.

Quadro 2: Questões e seus significados.

Significados	Questões
Parte-todo	1 e 4
Quociente	2.b e 6
Medida	3, 5.a ,5.b
Número	8 e 10
Operador multiplicativo	7 e 9

Quadro 3: Questões e suas variáveis.

Variáveis	Questões
Contínua	4, 5.b, 6, 7, 8, 10
Discreta	1, 2.b, 3, 9
Icônica	1, 2.b, 5.b, 6, 7, 8, 9
Não icônica	3, 4, 10

Inicialmente, vamos fazer um apanhado geral dos acertos dos alunos das duas turmas. Considerando todas as alternativas do questionário, a possibilidade de acerto do questionário era de 16, o que daria um total de 352 acertos em toda a turma de 6º anos e de 304 na turma de 9º ano. Na Tabela 1 podemos ver o resultado geral do questionário.

Tabela 1: Quantidade de acertos no questionário

Série	Número de acertos	Porcentagem de acertos
6º ano	95 de 352	26,98%
9º ano	102 de 304	33,55%
Total	197 de 656	30,03%

Percebemos que o resultado foi bastante alarmante, pois os alunos acertaram pouco. Inclusive no 9º ano em que o aluno já teria que estar com o conteúdo bastante desenvolvido, teve praticamente o mesmo patamar de acerto do 6º ano, com menos de 7 pontos percentuais de diferença. Isto nos induz a acreditar que eles não aprendem muito mais sobre frações enquanto estão no Ensino Fundamental II.

Feito o apanhado geral, partimos para uma análise mais detalhada, considerando o ano e sua quantidade de acertos segundo os enfoques listados acima.

3.1. Análise 6º ano

Iniciaremos a analise mostrando a Tabela 2 de relação do desempenho dos alunos do 6º ano no questionário.

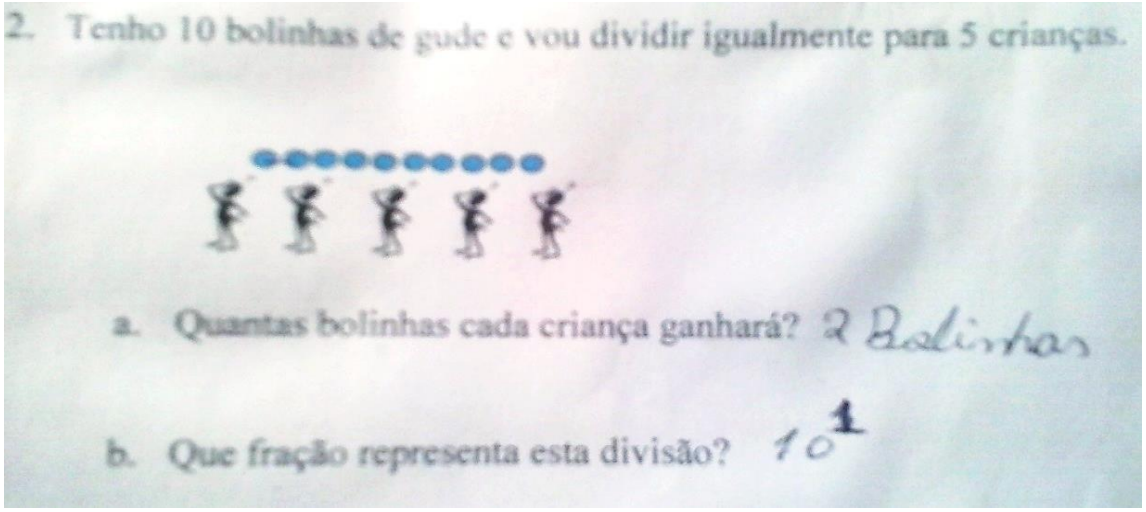
Tabela 2: Relação do desempenho 6º ano

Questões	Acertos	Erros	Em branco
1.	0	22	0
2. A	21	1	0
2. B	9	12	1
3	0	21	1
4	7	13	2
5	6	7	9
5. A	4	17	1
5. B	2	18	2
6. A	16	4	2
6. B	15	5	2
6. C	3	18	1
7	9	12	1
8	0	5	17
9	3	18	1
10. A	0	17	5
10. B	0	19	3

No 6º ano, percebemos que na primeira questão nenhum aluno acertou, embora todos tenham respondido. Esta questão apresenta o *significado* parte-todo com presença de ícone e quantidade discreta. A maioria não considerou o todo e sim as partes que o continham para formar a resposta. Isto se repetiu também na outra questão de parte-todo, que foi a questão 4. Porém, na última o desempenho dos alunos foi bem melhor (7 acertos), enquanto na questão 1 nenhum aluno conseguiu acertar.

Na questão 2.b e na questão 6.c, onde o *significado* presente foi o de quociente, poucos alunos acertaram, com um total de 12 acertos para 44 respostas. Embora nas alternativas anteriores (2.a, 6.a, 6.b) das mesmas questões os alunos tenham conseguindo uma grande quantidade de acertos (51 de 66 possíveis acertos), nas alternativas que seriam de fato analisadas eles não se saíram bem. Ambas as questões apresentavam ícones, porém na questão 2 a quantidade presente era discreta enquanto na 6 a quantidade era contínua. Talvez os alunos tiveram menos dificuldade em lidar com quantidades discretas do que com contínuas.

Figura 1: Questão 2, aluno 1

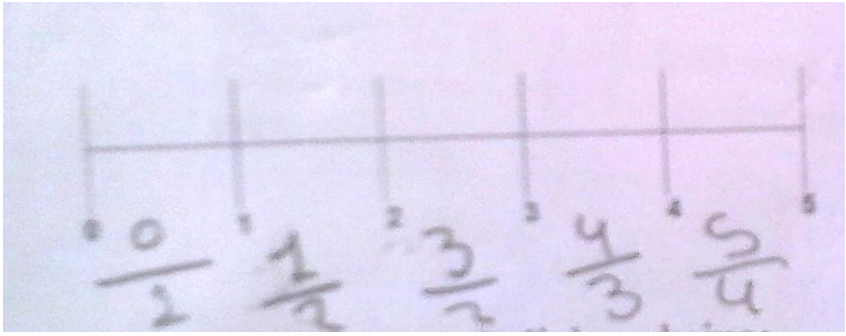


O que chamou nossa atenção na resposta da Figura 1 foi o fato e o aluno responder com uma potência onde seria uma fração. Isto mostra que provavelmente, ele confundiu os dois conceitos, provavelmente desconsiderando o traço característico da notação da fração. Inclusive foi questionado por um aluno nesta sala o que era fração.

No *significado* medida, presente nas questões 3, 5.a e 5.b, percebemos um baixíssimo desempenho. Apenas 6 acertos nas três alternativas. Isto levando em conta que na questão 3 não houve nenhum acerto. Isto é alarmante, já que de um total de 66 respostas apenas 6 estavam corretas. Na questão 3, muitos alunos colocaram respostas em que não foi possível analisar a lógica presente. Na questão 5, mesmo com a presença de ícone, que parecia facilitar na hora da resolução, os alunos não foram bem e dois deles mesmo acertando o quesito a, erraram o quesito b que se tratava da mesma pergunta, apenas mudando a quantidade.

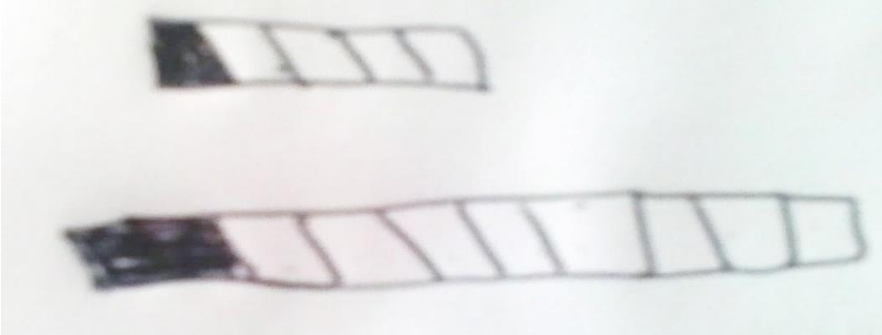
O *significado* número esteve presente nas questões 8 e 10. Em ambas a quantidade apresentada foi a contínua, porém na questão 8 usamos ícones, enquanto na questão 10 a questão não contava com a presença de ícones. Nas duas questões o número de acertos foi nulo. A maioria não fez a questão 8 e os que fizeram erraram. Muitos responderam de tal forma que não foi possível nem entender qual o raciocínio utilizado para responder a questão.

Figura 2: Questão 8, aluno 2



No caso da Figura 2 o aluno criou uma lógica própria para dispor os números na reta numérica que não condiz com o que esperávamos e até de difícil interpretação.

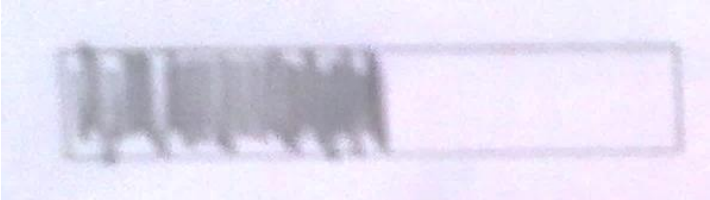
Figura 3: questão 10, aluno 3



Na Figura 3 vemos que o aluno não representou a fração na forma decimal como foi pedido e sim utilizou-se de figuras para representar as frações solicitadas. Esta foi a resposta mais bem formulada da turma na questão, porém, não atendeu ao que foi pedido.

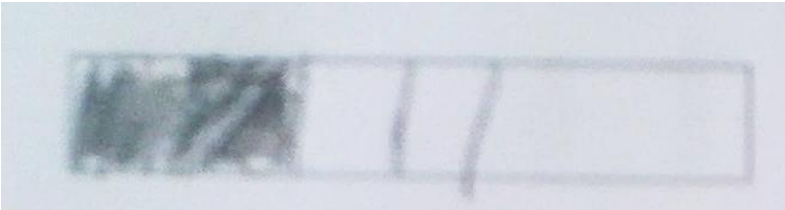
Nas questões 7 e 9, o *significado* presente era o de operador multiplicativo. A questão 7 apresentava quantidade continua e ícone, enquanto que a questão 9 também apresentava ícone, porém a quantidade era discreta. A maior quantidade de acertos foi na questão 7, onde 9 alunos acertaram. Nas duas questões o total de acertos foi de 12, num total de 44 possibilidades de acertos. A maioria errou e principalmente na questão 7 as respostas foram bastante confusas.

Figura 4: Questão 7, aluno 4.



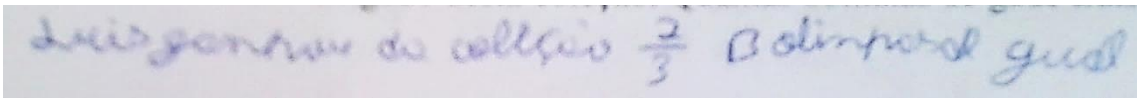
Na Figura 4 vemos que o aluno pintou um pedaço qualquer da figura, porém não especificou qual é a quantidade pintada. Podemos apenas fazer a relação visual, onde a parte pintada corresponderia à metade da figura.

Figura 5: questão 7, aluno 5.



No caso da Figura 5, o aluno dividiu em 5 partes e pintou duas, porém não de forma que todas as partes tivessem o mesmo tamanho. A partir disso surge o questionamento de que o aluno pode não ter ideia de que quando se fala em dividir o todo em uma quantidade de partes, cada parte deve ser de igual tamanho que as demais.

Figura 6: Questão 8, aluno 6



Na Figura 6 aluno fez uma coisa curiosa. Ele respondeu dando o próprio valor da questão, porém sem calcular a quanto correspondia $\frac{2}{3}$ que era o objetivo principal na questão.

No geral, podemos perceber que os piores desempenhos foram nas questões 1, 3, 8 e nas duas alternativas da questão 10. O pior desempenho de todos foi no *significado* número. Comparando nossos resultados com os de Merlini (2005), vemos que alguns resultados coincidem com os nossos. Em sua pesquisa, o pior desempenho no 6º ano antiga (5ª série) foi também no *significado* número. O mesmo se repetiu no 7º ano (antiga 6ª série).

Já o melhor resultado na pesquisa de Merlini (2005) no 6º ano foi nos *significados* parte-todo e quociente, enquanto no nosso caso foram nos *significados* quociente e operador multiplicativo, onde o número de acertos foi de 12 em ambos.

3.2. Análise 9º ano

Inicialmente apresentamos a Tabela 3 de relação do desempenho da turma de 9º ano:

Tabela 3: Relação do desempenho 9º ano

Questões	Acertos	Erros	Em branco
1.	7	12	0
2. A	19	0	0
2. B	5	13	1
3	1	14	4
4	11	7	1
5	5	4	10
5. A	7	11	1
5. B	7	11	1
6. A	19	0	0
6. B	19	0	0
6. C	9	11	0
7	12	7	0
8	1	10	8
9	6	8	5
10. A	0	12	7

10. B	0	12	7

No 9º ano o desempenho foi ligeiramente melhor do que no 6º.

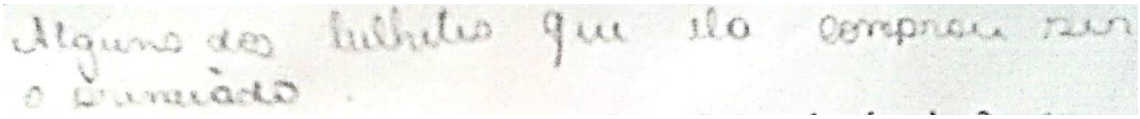
No *significado* parte-todo, obtiveram um total de 7 acertos na questão 1 e 11 acertos na questão 4, totalizando 18 acertos de um total de 38 possíveis acertos. Neste quesito os alunos tiveram uma quantidade de acertos significativamente maior em relação a turma do 6º ano. Principalmente na questão 1.

Em relação ao *significado* quociente, os alunos acertaram 5 na questão 2.b e 9 no quesito 6.c, totalizando 14 acertos de um total de 38 possibilidades. Nos quesitos 2.a, 6.a e 6.b, todos os alunos acertaram, porém estes eram apenas para servirem de base para a resposta dos itens subsequentes das questões e não entram na contagem porem, vale ressaltar que nenhum aluno errou esses quesitos, o que é uma boa notícia entre tantas más.

No *significado* medida, presente nas questões 3 e 5.a e b, os alunos conseguiram um total de 15 acertos, sendo um na questão 3 e 7 em cada alternativa da questão 5. A questão 3 nas duas turmas teve um resultado ruim. Talvez por se tratar de um conceito que geralmente não é visto na escola. Por outro lado é um tema que está bastante presente no nosso dia a dia: a probabilidade de se ganhar numa rifa.

Na figura 8 vemos que o aluno deu uma resposta bastante interessante. Ao invés de calcular a chance ele deu uma resposta simples que não deixa de ser verdadeira. Ele desconsiderou os números e disse apenas que a chance de ganhar a rifa vai depender do fato de um dos bilhetes comprados estar ou não premiado.

Figura 8: Questão 3, aluno 8.



No que diz respeito ao *significado* número, nas questões 8 e 10, os alunos tiveram um total de 1 acerto, que foi na questão 8. Na questão 10 não houve nenhum acerto. Isto evidencia principalmente a dificuldade dos alunos em converter números fracionários na reta numérica, que foi o caso da questão 8 e de expressar as frações na sua forma decimal, que foi o caso da questão 10.

Nas questões 7 e 9 onde esteve presente o *significado* operador multiplicativo, os alunos tiveram um total de 18 acertos dentre os 38 possíveis, ou seja, quase 50% de aproveitamento.

Na questão 7, muitos alunos responderam de forma confusa, não dividindo as partes proporcionalmente.

Na figura 9 temos mais um exemplo de um aluno que dividiu o todo nas 5 partes solicitadas porém não se atentou ao tamanho de cada parte.

Figura 9: Questão 7, aluno 9.

No geral, o pior desempenho foi no *significado* número, assim como na outra turma. Nas questões, o pior desempenho questão 10 seguida das questões 3 e 8. E o melhor desempenho nas questões foi, como na outra turma nas alternativas 2.a, 6.a e 6.b, que não entram na contagem dos *significados*, porém vale ressaltar que todos os alunos acertaram estas questões. Dos que entraram na analise a partir dos *significados*, os maiores acertos foram registrados nas questões 7 e 4, respetivamente com 12 e 11 pontos, sendo a questão 7 com o *significado* operador multiplicativo e a 4 com o *significado* parte-todo.

Vale salientar que no 9º ano encontramos um resultado parecido com o que Merlini (2005) encontrou na sua pesquisa com os alunos no 7º ano (antiga 6ª série). Tanto o *significado* em que tiveram o pior desempenho quanto os que tiveram melhor desempenho foram os mesmos.

O maior número de acertos em geral no 9º ano foi nos s*ignificados* parte-todo e operador multiplicativo, com 18 acertos cada. A semelhança com a turma do 6º ano neste aspecto foi grande, já que mesmo com números diferentes, os piores e melhores resultados considerando cada questão isoladamente foram nas mesmas.

Em linhas gerais, podemos afirmar que o desempenho dos alunos foi bem aquém do esperado. Principalmente o 9º ano por já estar no último ano do Ensino Fundamental e prestes a entrar no Ensino Médio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para finalizar, apresentamos a conclusão da nossa pesquisa. Para isto, levamos em conta todo o processo de construção, do embasamento teórico, até a análise e discussão dos dados.

Nosso trabalho teve como objetivo avaliar o desempenho dos alunos do Ensino Fundamental II no conceito fração. Para isto utilizamos os cinco significados da fração propostos por Merlini (2005) e Santos (2005). Procuramos também retratar o que dizem os PCN (1997) em relação ao ensino e aprendizagem de frações.

Com base em Santos (2005) e Merlini (2005) temos que para cada situação envolvendo estes diferentes conceitos número, parte-todo, quociente, operador multiplicativo e medida, o aluno necessita de um diferente modo de pensar.

Os PCN (1997) consideram que os alunos devem aprender a trabalhar com os Números Racionais já no Ensino Fundamental I. Isto nos leva a crer que, principalmente depois de estar no último ano do Ensino Fundamental II, o aluno já precise dominar o conceito de fração.

Esperávamos, em nossa pesquisa, que os alunos do 9º ano obtivessem um desempenho bem melhor que o 6º ano, principalmente por se tratar de uma turma mais avançada e com tres anos de diferença. Porém, o resultado foi bem parecido entre as duas turmas. Em linhas gerais, a porcentagem de acertos do 9º ano foi de 33,5%, enquanto o 6º ano teve um total de 26,9%.

Partindo para a análise, concluímos que o pior desempenho foi no *significado* número, em ambas as turmas. Acreditamos que este mau desempenho se deva ao fato de que os professores, ao ensinar frações, podem não mostrar a relação entre frações e numeros decimais. Dizemos isto com base no fato de que nenhum aluno do 6º ano conseguiu localizar as frações na reta numérica, nem expressar frações na forma decimal. No 9º ano a situação se repetiu, exceto por um aluno que conseguiu representar as frações na reta.

Já os melhores resultados foram em quociente e operador multiplicativo no 6º ano e de parte-todo e operador multiplicativo no 9º ano.

Em linhas gerais, pudemos notar que o desempenho dos alunos foi muito baixo. Tanto o 6º ano como o 9º apresentaram um rendimento ruim. Os alunos

demonstraram não ter ainda domínio do conceito de frações. Confundiram muito denominador com numerador, não conseguiram expressar as frações na forma decimal nem localizá-las na reta numérica, entre outras dificuldades.

A partir dos resultados apresentados, concluímos que o conhecimento dos alunos acerca do conceito de fração está bastante prejudicado. Daí a importância e a necessidade de se trabalhar melhor o conceito, utilizando-se de várias situações, explorando os diferentes significados para que o aluno aprenda a lidar com diversas situações.

REFERÊNCIAS

BOYER, C.B. *História da Matemática.* Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. *Introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARAÇA, B. J. *Conceitos fundamentais em Matemática.* Lisboa.1951.

DOMINGUES, H. IEZZI, G. *Álgebra Moderna*. 2. ed. São Paulo: Atual, 1982.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3ª Edição. Campinas, SP: Autores Associados. 2009.

GOLDENBERG, M.. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais.* 8 ª Edição. Rio de Janeiro: Record. 2004.

INEP. *Qualidade na educação: uma nova leitura do desempenho dos estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental*. Brasília: Ministério da Educação, 2003.

MERLINI, V. L. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª series do Ensino Fundamental.* Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

RAMPAZZO, L. *Metodologia Científica: para alunos dos cursos de graduação e pós-graduação*. 3. ed. São Paulo: Loyola, 2005.

SANTOS, A. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental.* Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

ANEXOS

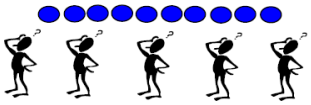
QUESTIONÁRIO

Nome:_____
Série: _____Turma:_____ Turno: _____

Questionário

1. (Merlini, 2005) Em uma loja de presentes há 4 bonés vermelhos e 2 bonés azuis de mesmo tamanho. Que fração representa a quantidade de bonés vermelhos em relação ao total de bonés?

2. (Merlini, 2005) Tenho 10 bolinhas de gude e vou dividir igualmente para 5 crianças.



   a. Quantas bolinhas cada criança ganhará?

   b. Que fração representa esta divisão?

3. (Merlini, 2005) Na escola de Pedro foi feita uma rifa e foram impressos 150 bilhetes. A mãe de Pedro comprou 20 bilhetes dessa rifa. Qual a chance da mãe de Pedro ganhar o prêmio?

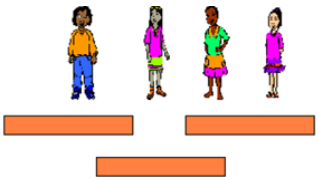
4. (Merlini, 2005) Isabelle ganhou uma barra de chocolate, partiu em 5 partes iguais e deu 2 partes ao André. Que fração representa a parte que André recebeu?

5. (Merlini, 2005) A mistura de tinta vai ter a mesma cor na segunda e na terça-feira, sim ou não?

Que fração representa a quantidade de tinta azul em relação à mistura das tintas azul e branca:

a. Na segunda-feira?
b. E na terça-feira?

6. (Merlini, 2005) Foram divididas igualmente para 4 crianças, 3 barras de chocolate.



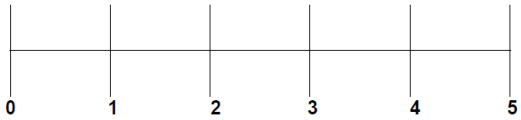
a. Cada criança receberá um chocolate inteiro?

b. Cada criança receberá pelo menos metade de um chocolate?

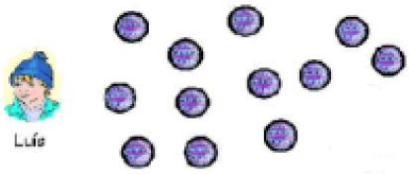
c. Que fração de chocolate cada criança receberá?

7. (Merlini, 2005) Maria ganhou um chocolate e comeu $\frac{2}{5}$. Pinte a quantidade que Maria comeu.

8. (Merlini, 2005) Represente e identifique as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{2}$ na reta numérica abaixo:



9. (Merlini, 2005) Observe a coleção de bolinhas abaixo:



Luís ganhou $\frac{2}{3}$ das bolinhas de gude desta coleção. Quantas bolinhas de gude Luís ganhou?

10. (Merlini, 2005) Represente na forma decimal as seguintes frações:

a. $\frac{1}{5}$

b. $\frac{2}{10}$