UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

PALOMA VIANA PORTO

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS E SUAS REPRESENTAÇÕES

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
ABRIL 2016

PALOMA VIANA PORTO

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS E SUAS REPRESENTAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.ª Dr.ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
ABRIL 201

PALOMA VIANA PORTO

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS E SUAS REPRESENTAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB / Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.ª Dr.ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

Vitória da Conquista, 25 de Abril de 2016.

BANCA EXAMINADORA

Prof.ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão - Orientadora
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof.º Ana Paula Perovano dos Santos Silva
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Prof. º Altemar Brito Lima
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por estar sempre ao meu lado me protegendo, amparando e cuidando de mim nos momentos mais difíceis.

Agradeço a minha família por todo amor dedicado a mim, especialmente à minha mãe, ao meu pai, e ao meu esposo que puderam me compreender em todas as etapas da minha vida.

Agradeço a minha orientadora Tânia Gusmão, um exemplo de educadora, que serei eternamente grata.

Agradeço a todos os professores do curso, que de alguma maneira contribuíram de forma positiva para minha formação.

Agradeço aos meus amigos e companheiros nessa jornada, Michelle, Josiane, Isa Caroline e Lucas, pelo carinho que dedicaram a mim e pelos momentos felizes que me proporcionaram.

Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão.

PAULO FREIRE

RESUMO

O objetivo deste estudo é analisar o desempenho dos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental com relação às operações de soma e subtração de Números Inteiros Relativos e suas representações, baseando-nos no trabalho de Hillesheim (2013) e a partir daí buscamos fazer um estudo comparativo. Esta é uma pesquisa qualitativa, e a coleta de dados foi feita em uma escola pública da cidade de Vitória da Conquista por meio de um questionário validado por Hillesheim (2013). Os resultados da pesquisa sobre o desempenho dos alunos durante a resolução de questões que envolviam várias representações das operações de soma e subtração com números inteiros, confirmam os achados por Hillesheim (2013), no que diz respeito a falta de habilidade dos alunos em lidar com as várias representações dos números inteiros. Tais resultados poderão servir como contribuição para a prática docente, no sentido de entender melhor a grande dificuldade dos estudantes em compreender esse conteúdo, bem como de buscar diferentes maneiras para se trabalhar com os números relativos levando em conta suas várias representações.

Palavras-chaves: soma e subtração no conjunto dos Inteiros, Ensino Fundamental, Educação Matemática

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the performance of 8th graders of elementary school with respect to whole numbers Relating and their representations, based on the work of Hillesheim (2013) and from there we seek to make a comparative study. This is a qualitative research and data collection was done in a public school in the city of Vitoria da Conquista through a questionnaire validated by Hillesheim (2013). The results of research on student performance during the resolution of issues involving several representations of addition and subtraction with whole numbers, confirm the findings by Hillesheim (2013), regarding the lack of students' ability to deal with the various representations of integers. These results may serve as a contribution to the teaching practice, to better understand the great difficulty of students to understand that content, and to seek ways to work with the figures taking into account its various representations.

Keyboards: addition and subtraction in the set of Inteires, Elementary Education , Mathematics Education

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO: **9**

CAPÍTULO 1: Apresentando o conceito das operações de adição e subtração com números inteiros relativos. **12**

1.1: Panorama Histórico **12**

1.2: O ensino do conceito de adição e subtração de números inteiros relativos nas escolas **13**

1.3: Abordagem dos números inteiros relativos nos PCN's **17**

1.4: Representação semiótica, congruência semântica e a atividade de conversão **18**

1.5: As operações de adição e subtração com números inteiros relativos à luz da teoria dos registros de representação semiótica. **22**

CAPÍTULO 2: Metodologia **25**

CAPÍTULO 3: Análise dos Dados **30**

CONSIDERAÇÕES FINAIS: **41**

REFERÊNCIAS: **43**

ANEXOS: **45**

Anexo 01 – Termo de Consentimento **46**

Anexo 02 – Questionário **47**

INTRODUÇÃO

A matemática costuma ser uma disciplina na qual os alunos sentem uma maior dificuldade de aprendizado na escola. Como mostra Lorenzato (2008, p.1) “a exclusão escolar, seja por evasão, seja por repetência é grande, e a matemática é a maior responsável por isso.”. Segundo esse autor o aluno tem o direito de receber do professor um conteúdo tratado de forma clara e correta, mas para que isso aconteça é necessário que esse educador conheça profundamente a matemática e a sua didática.

Dentre os vários conteúdos matemáticos que estão incluídos no currículo escolar, a compreensão dos números inteiros relativos, bem como das suas operações é fundamental para o processo de ensino – aprendizagem. Segundo Brasil (1998) os alunos ao concluir o ensino fundamental deveriam ter pleno domínio desse conteúdo, sendo capacitados para resolver problemas mais complexos envolvendo os números inteiros. Porém, na maior parte das vezes isso não ocorre. Segundo Klein (2006) o aluno geralmente chega no 9º ano do ensino fundamental apresentando uma enorme dificuldade nos conteúdos básicos.

Assim o conteúdo de soma e subtração de números inteiros relativos sempre despertou o meu interesse, por se tratar de conteúdo aparentemente simples, mas que é fundamental para aprendizagem da maioria dos conteúdos matemáticos. Esse interesse foi reforçado durante o meu estágio supervisionado II, que se realizou em uma turma de 9º ano de uma escola pública, onde eu pude notar uma dificuldade muito grande dos alunos em compreender o conteúdo que eu estava ministrando por não conseguirem realizar de forma correta as operação de adição e subtração no conjunto dos inteiros, se atrapalhando muito na hora de aplicar as “regras de sinais”. Foi a partir daí que percebi como esse conteúdo é fundamental para o ensino – aprendizagem da matemática e como, muitas vezes, ele é aplicado para os alunos de maneira rasa e livre contextualizações.

Canal e Queiroz concluem através de suas pesquisas que não é a ausência de reconhecimento da diferença entre números positivos e negativos que determina a contagem incorreta, mas, segundo eles, isso se da porque,

> Muitas vezes na escola, um conceito é formulado em termos linguísticos sem aplicação cotidiana pelos alunos. Assim também acontece com os números inteiros, muitas vezes ensinado por premissas e regras. Logo ao terem que operarem com os números inteiros, aparecem dificuldades provenientes dessa incompreensão em ação. (2012, p.32)

Durante o estágio o pude perceber por parte dos alunos muita dificuldade para resolver problemas que envolviam operações com números inteiros, o que não deveria mais ser um problema para eles. Foi a partir daí que comecei a me interessar por esse conteúdo, para tentar entender de onde vem tanta dificuldade por parte dos alunos em compreendê-lo.

Através do estágio também pude notar que quando essas operações apareciam de forma clara, na sua representação aritmética, mesmo se confundindo um pouco, os alunos conseguiam fazer as regras de sinais e resolver, porém quando essas operações vinham representadas de outras formas, em um problema, envolvendo também outros conteúdos, e até a construção da na reta numérica eles sentiam dificuldades de fazer. A partir disso, conversei com a minha orientadora e resolvemos realizar um trabalho que abrangesse esse conteúdo, para entendermos melhor as causas dessa dificuldade por parte dos alunos e assim conseguirmos analisar possíveis soluções para esse problema.

Dessa forma, a leitura dos trabalhos de Hilleshem e Moretti (2012) e Hillesheim (2013), nos despertou um grande interesse, pois eles apresentam um ponto crucial para o entendimento dos números inteiros relativos e suas operações na sala de aula, que diz respeito à utilização das várias representações que esses números podem assumir. Os autores afirmam ainda que um conteúdo matemático é compreendido de fato quando o aluno consegue identificá-lo em qualquer uma de suas representações, bem como fazer a conversão de um registro de representação em outro. Segundo Hillesheim e Moretti (2013), fazer a conversão de um registro de representação em outro, consiste em pegar uma expressão matemática escrita em uma linguagem (natural, numérica, geométrica, etc.) e transforma-la em outra, mantendo o mesmo sentido.

Diante disso, pudemos notar que um dos motivos pelos quais os alunos sentiam tanta dificuldade nesse conteúdo era o fato deles não o conhecerem bem, ou seja, quando eles estudaram as operações com números inteiros provavelmente não foram apresentadas a eles as várias formas que essas operações podiam vir representadas, o que seria necessário para se atingir uma compreensão verdadeira e aprofundada do conteúdo.

Assim, decidimos analisar uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental, que provavelmente, já estudou o conteúdo de soma e subtração com números inteiros na série anterior, para saber se esses alunos estão aptos a identificar essas operações em diversos registros de representações, bem como realizar a conversão de um registro em outro, e por fim, comparar este estudo com os achados por Hisllesheim (2013).

Para realização da pesquisa foi aplicado um questionário retirado do trabalho de Hillesheim, contendo seis questões onde as operações de soma e subtração com números inteiros vinham representadas de diversas formas, para que os alunos resolvessem realizando a conversão de um registro de representação para outro, tendo por base os trabalhos de Hillesheim e Moretti (2012) e Hillesheim (2013).

CAPÍTULO I: APRESENTANDO O CONCEITO DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS

1.1. Panorama Histórico

Os números são de extrema importância para a vida dos seres humanos. Atualmente é impossível encontrar qualquer setor da sociedade onde eles não estejam, de alguma forma, inseridos. Eles estão nas medidas, na engenharia das construções que vemos todos os dias, nas resoluções de problemas que encontramos no cotidiano etc. Hoje as pessoas não conseguem nem imaginar um mundo onde os números não existam.

Não se sabe a data exata de quando os números começaram a fazer parte da vida dos seres humanos. Sabe-se apenas que eles surgiram, principalmente, da necessidade humana de realizar contagens. Segundo Boyer (2003) é impossível que uma ideia tão complexa tenha sido uma descoberta de um indivíduo ou de uma dada tribo, é mais plausível que essa percepção tenha sido gradual, e tenha surgido durante o desenvolvimento cultural do homem. Ainda, de acordo com o autor, durante muito tempo a matemática só era considerada do ponto de vista que os nossos sentidos percebiam, por isso que boa parte da matemática que conhecemos hoje é derivada dos conceitos de número, grandeza e forma.

Com isso, podemos perceber que a matemática foi originada a partir da necessidade humana de resolver problemas práticos do dia a dia. Ainda segundo Boyer (2003) é essa percepção abstrata que certos elementos têm em comum, conhecida por nós como número, que representa um passo fundamental para o desenvolvimento da matemática moderna.

Notamos assim que a necessidade de indicar quantidades fez com que o homem ao decorrer do tempo criasse a ideia de número bem como as suas representações. Porém esse conceito evoluiu, e o estudo dos números foi se tornando cada vez mais complexo e avançado. Foi então que começou a surgir a necessidade de utilização de números que fossem menores do que zero: os números negativos.

Boyer (2001) relata que desde o ano 300 d.C., aproximadamente, os chineses faziam suas contagens utilizando barras sobre uma tábua de madeira,

onde eles já realizavam cálculos de contagem envolvendo números negativos, para isso as barras ficavam divididas em duas coleções de cores, as vermelhas que indicavam os números positivos e as pretas que representavam os números negativos. Apesar de já realizarem cálculos envolvendo os negativos, os chineses acreditavam que não podiam utiliza-los para solucionar problemas.

Segundo Canal e Queiroz (2003) a primeira vez que a aritmética dos números negativos encontra – se sistematizada é na obra do matemático hindu Beahmagupta, no ano 628 d.C., que propôs soluções de equações quadráticas, incluindo duas raízes, mesmo que uma fosse negativa. Os autores relatam ainda que em 1948, Johann Widman apresentou em sua obra, pela primeira vez na história, os sinais "+" e "–" representado os sinais de positivo e negativo, respectivamente.

Anjos (2008) afirma que ao criar um método geral para resolver equações do 1º grau, foi notado, em alguns casos, um tipo diferente de raízes, as negativas, o que para ele não correspondia ao que tinha sido estudado até então, já que os números estavam ligados à ideia de quantidade, essas "quantidades" negativas tornaram – se um sério problema. Canal e Queiroz (2012) dizem que na idade moderna, Albert Girard, foi o primeiro a admitir soluções negativas para as raízes das equações do 1º grau, antecipando também a ideia de oposição entre números negativos e positivos.

O estudo dos números negativos só atinge um nível mais avançado, em 1867, a partir dos estudos de Hernann Hankell. Canal e Queiroz (2012) afirmam que ele "considerou os números negativos como números inventados ampliando o conjunto dos números inteiros para abrigar também os números negativos.". Segundo Sá e Anjos (2011), foi ele quem definiu as leis de crescimento e diminuição pelos sinais + e -, e as quantidades negativas como grandezas que diminuem e que são representadas por um número precedido do sinal "–". Logo, a legitimidade dos números negativos foi definida por Hermann Hankel em 1987.

1.2. O Ensino Dos Conceitos de Adição e Subtração de Números Inteiros Relativos nas Escolas

Como vimos, os números inteiros negativos passaram por uma longa trajetória histórica, com uma lenta evolução. Glaser (1981) enfatiza a difícil

aceitação desses números, o que ele chama de “desejo de evitar os negativos”, e dá como exemplo a escala Fahrenheit que foi criada pelo físico Daniel Gabriel Fahrenheit com o objetivo de evitar as temperaturas negativas.

Porém, graças ao princípio de Hankel, “que consiste em preservar as leis formais já estabelecidas anteriormente” (POMMER, 2010), hoje podemos entender melhor esses números, no ponto de vista matemático.

Nos números naturais IN, a operação de soma se trata da operação matemática a + b = c, onde a, b e c pertencem a IN. Desse modo, à subtração envolvendo números naturais aparece como oposto da soma e se trata da operação a – b = c, onde a tem que ser maior do que b. Porém quando nos deparamos com a operação a – b = c, onde a é menor do que b, nesse caso não temos uma solução dentro do conjunto dos números naturais, e é aí que entram os números negativos como uma extensão do conjunto dos naturais.

Assim, segundo Pommer (2010),

> Numa linguagem formal, dados dois números naturais ***a*** e ***b*****,** aplicando-se o *princípio da extensão*, originou-se uma nova definição, denominada *número relativo,* dada por ***a*** – ***b***. Se **a** > **b**, a diferença será positiva; se **a** = **b**, a diferença será nula e se **a** < **b**, a diferença será negativa. (pg.3).

Dessa forma foi criado um novo domínio: O conjunto dos números inteiros relativos, que abrange os números naturais, o zero e o novo conjunto dos números negativos. Assim o zero passa a ter dois sentidos: zero absoluto e zero como origem.

A percepção de números negativos e positivos “permitiu significar os cálculos aritméticos e as regras de sinais nas operações de adição/subtração e multiplicação/divisão” (POMMER, 2010). É muito importante entender que essas regras não podem ser provadas e sim justificadas, no entanto elas não foram simplesmente inventadas, mas ocorrem da necessidade de manter os princípios fundamentais da Matemática.

Como vimos o problema dos números negativos já foi solucionado do ponto de vista matemático, mas do ponto de vista didático ainda são cometidos muitos erros na hora de trabalhar esse conteúdo com os alunos. Geralmente ao ensinar as operações de soma/subtração os professores impõem as regras de sinais de forma abstrata sem significação e contextualização, ou seja, sem

nenhuma demonstração prática ou matemática, o que confunde ainda mais os alunos. (TEIXEIRA, 1993; MORETTI, 2012; GLASER, 1985)

É importante que o professor entenda a dificuldade enfrentada pelos alunos nesse conteúdo, para que ele possa realizar um trabalho satisfatório, onde haja um aprendizado verdadeiro. Para isso é importante que ele deixe claro que os números negativos são uma ampliação do conjunto dos naturais demonstrando que as regras do sistema de numeração continuam sendo seguidas, para com isso mostrar que esses números não são uma mera invenção da mente humana, mas que foram criados para manter a coerência nos fundamentos da matemática. (TEIXEIRA, 1993; MORETTI, 2012; GLASER, 1985)

Glaser (1985) aponta as dificuldades para a compreensão dos números inteiros relativos, são algumas delas:

1. A dificuldade em manipular quantidades negativas isoladas;
2. A dificuldade em dar sentido a essas quantidades;
3. Diferenciar o zero absoluto do zero como origem;
4. A dificuldade de separar–se do sentido “concreto” dos números, proveniente do estudo dos números naturais;
5. Inaptidão para unificar a reta numérica, diferenciando os números negativos dos positivos;

Com isso a compreensão do indivíduo em relação a esse conceito se torna algo extremamente complicado, pois segundo Teixeira (1993) não se trata somente de entender as propriedades, mas é necessário aplicá–las a um novo contexto, com outros significados, supondo um novo sentido para a ideia de número, na medida em que são incorporadas a eles qualidades desconhecidas até então.

Quando o aluno começa a estudar o conteúdo de números inteiros relativos, ele se vê diante de uma situação jamais considerada antes, tudo começa a se tornar confuso e perturbador quando se depara com a ideia de que uma subtração (a – b) também possui solução quando b>a, isso desconstrói tudo que o estudante acreditou até então, gerando um resultado que até aquele momento era inexistente para ele, com isso ele se encontra diante de um conteúdo novo e precisa admitir a existência de outra classe de números, que são os negativos. (TEIXEIRA, 1993)

A concepção de somar/subtrair também se apresenta de uma forma diferente nesse conteúdo, da mesma maneira que os números naturais, os inteiros também são resultado de uma operação de soma ou subtração, porém agora com dois sentidos diferentes: esses números representam estados e operações, ou seja, podem ser vistos como um valor que representa posições na reta numérica, bem como o deslocamento de uma posição a outra Por exemplo, o número -5, nessa nova concepção, representa duas posições abaixo de zero e ao mesmo tempo equivale a um deslocamento de 5 posições à um determinado sentido (no caso dos negativos o deslocamento é para a esquerda). (TEIXEIRA, 1993).

Com isso percebemos que nos números inteiros, ao contrário dos naturais onde as operações de somar e subtrair significavam respectivamente “acrescentar” ou “diminuir”, nem sempre somar significa “adicionar” ou subtrair tem o mesmo sentido de “tirar”. Nesse caso a soma de dois números relativos pode significar um acréscimo, uma diminuição, ou o resultado pode ate ser zero. Por isso Teixeira (1993) defende que os conceitos de adição e subtração precisam ser ampliados, não se limitando a ideia de acrescentar ou diminuir. Dessa forma para operar com números inteiros relativos, antes, é preciso se certificar de qual operação está em jogo, o que é bem complicado se tratando de operar com números negativos e positivos.

Observe as operações +8+2=10 e -5-3=-8, percebemos aqui que em ambos os casos temos uma adição, pois como os números tem sinais iguais ele produzem movimento em um mesmo sentido, logo se os sinais fossem opostos produziriam movimentos em sentidos contrários, dai surge a regra: “sinais iguais soma” e “sinais diferentes subtrai”.

Como podemos perceber, esse se trata de um conteúdo complexo e de difícil assimilação pelo aluno, porém mesmo assim alguns professores insistem em ensinar esse conteúdo, tão importante e necessário para a aprendizagem da matemática, de forma rasa sem demonstrações, livre de contextualizações e sem considerar o conhecimento prévio do aluno, o resultado disso é, muitas vezes, o indivíduo chegando em séries mais avançadas, onde deveriam já ter pleno domínio desse conteúdo, com um conhecimento pequeno e insuficiente, que algumas vezes só os permite calcular operações simples, através de “regras de sinais” decoradas sem nenhum entendimento mais aprofundado,

que os capacite a entender os números inteiros relativos em suas múltiplas representações. (MORETTI, 2012)

Diante disso, percebemos que o ensino apropriado desse conteúdo é de extrema importância para o rendimento do aluno durante toda a sua trajetória escolar. Assim é muito importante que o professor consiga compreender as dificuldades do discente, e dessa forma trabalhar de maneira para que possa suprir essas dificuldades, aprofundando mais nesse conteúdo, através de demonstrações e contextualizações, e não apenas de uma maneira rasa através de “regras de sinais” decoradas que, para o aluno, não fazem nenhum sentido.

1.3. Abordagem dos Números Inteiros Relativos nos PCN

Esse tópico traz as recomendações para o ensino de matemática, em particular para o conteúdo de números inteiros relativos, presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1998) que se refere ao terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental.

Os PCN são um conjunto de diretrizes criadas pelo governo federal com objetivo de orientar as equipes escolares na execução de seus trabalhos. Eles estão divididos por matérias e entre Ensino Fundamental e Médio, abrangendo desde as práticas de organização do conteúdo até as formas como esse conteúdo deverá ser passado para os alunos. Eles foram criados com o objetivo de padronizar e formalizar o ensino no país.

Quanto ao ensino de matemática os PCN (1998) enfatizam a importância de levar em consideração os conhecimentos prévios dos alunos na construção do conhecimento e também a responsabilidade da escola de inseri–los no contexto social como cidadãos atuantes na sociedade onde vivem. Dentre os objetivos específicos para o terceiro ciclo temos:

> _ Ampliar e construir novos significados para os números naturais, inteiros e racionais a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção;
> _ Resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e a partir delas ampliar e construir novos significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
> _ Identificar, interpretar e utilizar diferentes representações dos números naturais, racionais e

> inteiros, indicadas por diferentes notações, vinculando-as aos contextos matemáticos e não-matemáticos. (BRASIL, 1998, p.64).

Ou seja, no terceiro ciclo o aluno deverá ampliar e construir novos significados para os seus conceitos de números naturais, inteiros e racionais, desenvolver a habilidade de resolver situações-problemas envolvendo esses conteúdos e de reconhecer, interpretar e utilizar as suas diferentes representações.

Já para o quarto ciclo dois dos objetivos propostos pelos PCN são:

> _ Resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
> _ Selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais. (BRASIL, 1998, p.)

Assim, como subtende–se que no terceiro ciclo o aluno já tenha desenvolvido plena capacidade de trabalhar com os números inteiros, no quarto ciclo ele deverá utilizar esse conhecimento para resolver cálculos mais complexos, ampliando a sua visão para os conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Sobre os números inteiros e suas operações, os PCN (1998) trazem que o aluno deverá adquirir a capacidade de reconhece-los em diferentes contextos: históricos e cotidianos. Também deve haver exploração de situações-problema em que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos. Já no que diz respeito às operações com números inteiros, os PCN (1998) apontam que os alunos deverão ser capacitados a resolver cálculos (mentais ou escritos) envolvendo essas operações por meio de estratégias variadas compreendendo os processos nelas envolvidos.

Logo concluímos que a proposta dos PCN para o estudo da matemática é formar alunos capacitados para ler e interpretar textos matemáticos dentro das suas várias representações. E também formar um senso crítico no estudante para que ele seja capaz de reconhecer a importância dessa disciplina no seu cotidiano. Em resumo, é muito importante que a escola forme

cidadãos atuantes na sociedade onde estão inseridos, e para isso é preciso que a matemática seja vista de uma forma mais ampla.

1.4. Representação Semiótica, Congruência Semântica e a Atividade de Conversão

Segundo a Teoria dos Registros de Representações Semióticas o estudo da matemática esta baseado na utilização das suas diversas representações, ou seja, um mesmo objeto matemático pode ser representado de muitas formas diferente, através de uma escrita, de um símbolo, de uma notação. Mas segundo Hillesheim e Moretti (2013) é muito importante que os objetos matemáticos não sejam confundidos com as suas representações e que saber distinguir esses dois conceitos é de extrema importância para o estudo da matemática.

Sendo assim o que importa é o objeto representado e não suas representações, mas é importante saber que “as representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias” (DUVAL, 1993 apud MORETTI, 2012, p. 268), pois, esses objetos não apresentam uma percepção imediata, como no caso dos objetos “observáveis” por conta disso é importante representá-los de alguma forma, até mesmo porque somente através dessas representações que é possível a realização de atividades sobre os objetos matemáticos. Nessa perspectiva, fica claro que os registros de representações semióticas são indispensáveis para o estudo da matemática.

Assim é imprescindível, durante as aulas de matemática, os professores utilizarem muitos registros de representações semióticas (figuras, gráficos, símbolos, linguagem natural, etc.) no desenvolvimento das atividades, pois é preciso que “o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis.” (DUVAL, 1993 apud MORETTI, 2012, p. 270). Dessa forma uma representação tem a função de dar acesso ao objeto em questão.

Para Duval (1993) apud Moretti (2012), para que um sistema semiótico possa se constituir como um registro de representação é preciso estabelecer três atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

1) *A formação de uma representação identificável* trata–se basicamente das regras e leis que já fazem parte da matemática, e que os alunos deverão se apropriar desse conhecimento, não cabendo a eles criar essas regras, mas somente reconhecê-las. Dessa forma para Durval "o conhecimento de regras de conformidade não está relacionado à competência para formar representações, mas somente para reconhecê-las." (2012, p. 272, tradução Moretti) (HILLESHEIM E MORETTI, 2013)
2) *O tratamento* de uma representação é uma transformação interna a um registro, ou seja, trata–se de uma transformação da representação para o mesmo registro ao qual ela foi formada. Hillesheim e Moretti (2013) citam como exemplo, que ao trabalhar com adição de números inteiros relativos, o tratamento faz com que seja necessário compreender, primeiramente, as regras algorítmicas próprias desses números. (HILLESHEIM e MORETTI, 2013)
3) A *conversão* de uma representação trata–se da transformação da mesma em uma representação de outro registro conservando todo ou uma parte do conteúdo da representação inicial. Por exemplo, trata–se de uma conversão quando passamos a representação numérica da operação (-4)+(+7) para a sua representação geométrica na reta numérica. (HILLESHEIM e MORETTI, 2013)

A conversão é muitas vezes desconsiderada nas aulas de matemática durante o processo de ensino–aprendizagem, segundo Hillesheim e Moretti (2013) um dos motivos pelos quais isso talvez ocorra é o fato da conversão não ter um papel de prova ou justificação nos processos matemáticos, mas eles concluem afirmando que, para ter um aprendizado real de um determinado conteúdo matemático, é necessário a mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representações ao mesmo tempo, e que "é no trânsito entre esses diversos registros de representação que se encontram a 'chave' para a aprendizagem em matemática."(HILLESHEIM e MORETT, 2013, p.123).

Para haver a conversão de um sistema de representação em outro é necessário que entre eles haja congruência referencial, ou seja, eu posso transformar uma expressão matemática em outra, contato que elas queiram dizer a mesma coisa.

Segundo Duval (1993) apud Moretti (2012),

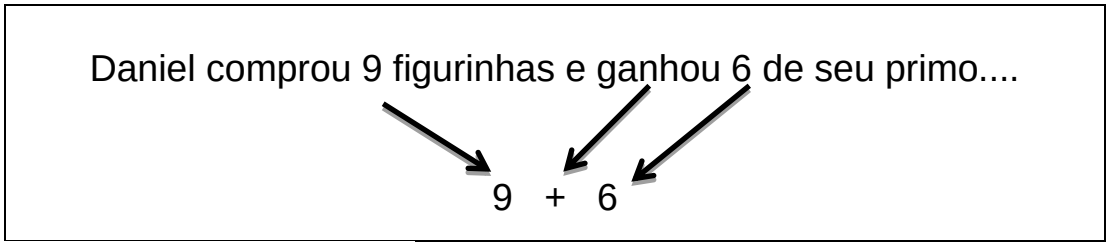
> Substituir uma formulação ou uma apresentação por outra, referencialmente equivalente, é um processo essencial para o pensamento matemático. E esta substituição, em geral, exige algumas condições para que haja sentido no pensamento matemático. (p.100)

Quando essa conversão de uma representação semiótica para outra expressão ocorre de maneira espontânea, dizemos que há congruência semântica entre elas. Existem três critérios para indicar se duas expressões possuem congruência semântica:

> CRITÉRIO 1: Correspondência entre as unidades significativas próprias a cada registro; CRITÉRIO 2: Univocidade para cada unidade significativa a ser convertida. Para uma unidade de partida, não há mais de uma unidade (significativa) possível no registro de chegada. Critério 3: a ordem na organização das unidades significativas de partida é conservada na representação de chegada. (Duval, 2004, p. 79 - 93 apud Moretti, 2012, p. 704).

Para entendermos melhor o que o autor quis dizer vamos seguir com o seguinte exemplo:

Figura 1 – Congruência semântica entre frase e expressão aritmética



Fonte: Elaborada pelos autores

Observando a Figura 1 podemos perceber que a frase e a expressão aritmética são semanticamente congruentes, com base nos três critérios apresentados, pois na frase as expressões: C*omprou 9 figurinhas, ganhou e 6* correspondem as três unidades significativas na expressão aritmética: “9”, “+” e “6”, também notamos que a ordem dos dados numéricos na frase estão na mesma ordem que na operação. Nesse caso também podemos dizer que há congruência referencial.

Agora, observe o seguinte exemplo, retirado do trabalho de Hillesheim e Moretti (2012): *Marcelo (M) tem 8 figurinhas a mais do que Debora (D),* perceba que essa frase possui congruência semântica à expressão aritmética "M + 8 = D", porém a frase e a expressão não possuem congruência referencial. Agora observe que essa mesma frase não possui congruência semântica com a expressão M – 8 = D, no entanto a frase e a expressão são referencialmente congruentes.

> Duas expressões diferentes podem ser referencialmente equivalentes sem que sejam semanticamente congruentes. Inversamente duas expressões podem ser semanticamente congruentes sem que sejam referencialmente congruentes. (DUVAL, 1995 apud MORETTI, 2012, p.100)

Ainda nessa perspectiva Hillesheim e Moretti (2013) afirmam que:

> O professor deve ficar atento ao fato de que nem sempre a congruência semântica conduz a resultados bem sucedidos na resolução de problemas matemáticos. Além disso, produzindo diferentes formulações para um mesmo problema, poderá contribuir para uma verdadeira compreensão matemática. (p.124)

Assim, concordamos com os autores ao dizerem que um aluno realmente aprendeu um conteúdo em matemática quando ele consegue identificar um mesmo objeto matemático em diferentes representações, e também consegue realizar a conversão de um registro de representação em outro. Nesse sentido, se conclui que a atividade de conversão é fundamental para uma compreensão significativa do objeto matemático.

1.5. As Operações de Adição e Subtração Com Números Inteiros Relativos à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

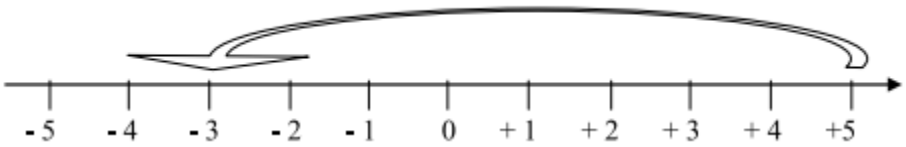
Para Hillessheim e Moretti "na atividade matemática o ato de substituir uma fórmula ou um cálculo por outra expressão referencialmente equivalente é essencial" (2013, p.127), nesse contexto o ato de substituir expressões é uma conduta muito comum e imprescindível nos procedimentos matemáticos, afinal seria impossível resolver uma situação–problema, por exemplo, na sua linguagem natural sem substituí–la por uma outra forma de representação.

É por isso que as noções de congruência semântica e congruência referencial são tão importantes na atividade de substituição. Segundo Duval (1993) apud Moretti (2012),

> A substitutividade é uma característica fundamental do funcionamento cognitivo do pensamento matemático e, é relativamente a esta substitutividade que os fenômenos de congruência semântica e não congruência semântica são importantes (p.113)

Como exemplo disso, Hillesheim e Moretti (2012) apresentam a figura abaixo, que se trata da representação geométrica de uma operação de adição com números inteiros, a qual possui congruência referencial com a expressão numérica (+5) + (-8), mas para chegar a esse resultado, perceba que foi preciso realizar uma substituição de registro, que não possui congruência semântica com a sua representação geométrica. Se fossemos utilizar a congruência semântica para substituir esse registro, chegaríamos na operação (+5) + (-3), sendo que a mesma não possui congruência referencial com a figura.

Figura 2: Representação geométrica da operação (+5) + (-8)



Fonte: Hillesheim e Moretti (2013)

Assim os autores concluem que a passagem de um registro de representação semiótica para outro referencialmente congruente se torna um ato muito mais complexo quando não há congruência semântica entre esses dois registros, exigindo assim um trabalho cognitivo maior por parte dos alunos. Nessa perspectiva eles esclarecem que uma tarefa matemática pode ser bem–sucedida até o ponto em que não exija uma transformação de representações congruentes, mas que essa mesma tarefa, quando a sua resolução implicar em uma manipulação de dados não congruentes, pode conduzir o aluno ao insucesso. Mas, de acordo com Duval (1993) apud Moretti (2012),

> [...] aprender a articular vários registros de representação da informação e aprender a diferenciar diversos tipos de funcionamento cognitivos poderão ser uma finalidade do ensino de matemática que se mostra interessante e útil aos não matemáticos. [...] A linguagem natural não pode estar em oposição de modo simples e global à linguagem lógico – matemática e às representações figurais ou gráficas [...]. (p.116)

Assim é muito importante que, para uma compreensão legítima dos números inteiros relativos e das suas operações de soma e subtração, os alunos sejam aptos a realizar essas substituições inter-registros, mesmo que as mesmas não possuam congruência semântica. Para Duval (1995), o que bloqueia muitos alunos durante o aprendizado da matemática durante essa substituição de uma representação a outra não é a não congruência, mas é justamente a congruência semântica. Assim, conclui-se que ao se trabalhar com o conjunto dos números inteiros relativos e suas operações de adição e subtração é imprescindível que se leve em conta as suas várias representações.

CAPÍTULO 2: METODOLOGIA

O presente trabalho caracteriza-se por uma pesquisa de abordagem qualitativa, e se busca analisar o desempenho de alunos do 8º ano do Ensino Fundamental em relação às regras de sinais para soma e subtração de números inteiros relativos, diante das suas várias representações.

A pesquisa qualitativa segundo Godoy (1995) trata-se de uma pesquisa de caráter descritivo, com um enfoque indutivo, onde o ambiente natural é a fonte direta de dados e tem o pesquisador como instrumento principal. Ainda sobre esse tipo de pesquisa, o autor prossegue dizendo que, o ambiente e as pessoas inseridas ali devem ser observados como um todo, não sendo resumidas a variáveis.

Assim a coleta dos dados se realizou em uma turma de 8º ano do ensino fundamental, de uma escola estadual, localizada em Vitória da Conquista. A escola foi escolhida com base no estágio do ensino fundamental, que ocorreu em uma turma de 9° ano desse colégio, e foi onde pudemos ter acesso a esses alunos e perceber que apesar de já terem concluído o 3º ciclo do Ensino Fundamental e, consequentemente, precisarem ter todo o domínio das regras de sinais para as operações com números inteiros, o que deveria permitir que eles partissem para o estudo de conteúdos mais avançados, os quais tinham esse assunto como pré–requisito, eu pude perceber que não era isso que ocorria, muitos não conseguiam acompanhar e sentiam muita dificuldade nas aulas, não por conta do conteúdo dado, mas por causa das regras de sinais, as quais todos já deveriam dominar. Também pudemos perceber que essa dificuldade se dava por que os alunos não tinham recebido um conhecimento aprofundado, mas apenas haviam decorado essas regras, e assim, por conta de não compreenderem assumiam-nas como verdade, sem saber o motivo, fazendo com que eles se confundissem muito na hora de realizar tais operações.

Essa coleta se deu por meio da aplicação de um questionário, contendo seis questões que foram retiradas do trabalho de Hillesheim (2013). Para aplicação desse teste foram necessárias duas aulas (1h40min), e contamos com a participação de 23 dos 27 alunos que compõe essa turma de 8º ano. Depois de recolhidos os questionários enumeramos os alunos com letras de A

à Z, para iniciarmos a coleta dos dados. A seguir apresentamos as seis questões que compõem esse questionário.

Figura 3: Questão 01 do questionário

1) Resolva as operações e justifique a sua resolução:

Operação	Justificativa
$+12 + (-5) =$	
$(+8) + (+9) =$	
$(-17) + (+3) =$	
$(-8) + (-5) =$	

Fonte: Hillesheim (2013)

De acordo com Hillesheim (2013) a primeira questão esta associada a operações simples de soma envolvendo números inteiros, e tem como objetivo analisar se o aluno conhece as regras básicas de sinais para essa operação e se caso eles conseguirem realizar as operações, saber se eles conseguem justificar o porque delas ou se apenas conseguem fazer mecanicamente de forma decorada.

Figura 4: Questão 02 do questionário

2) Leia e responda as questões: Um caracol pretendia chegar ao topo de um muro; no entanto, subia alguns centímetros e escorregava outros.

a) Certa vez ele subiu 8 cm e escorregou 6 cm. Houve avanço ou retrocesso? De quanto?

b) Já em outra ocasião, ele subiu 9 cm, escorregou 15 cm e subiu 4 cm. Houve avanço ou retrocesso? De quanto?

c) Represente, por meio da reta dos inteiros, os movimentos feitos por ele no item a.

d) Represente, por meio da reta dos inteiros, os movimentos feitos por ele no item b.

Fonte: Hillesheim (2013)

Como podemos notar esta questão está dividida por letras a, b, c e d, onde, para Hillesheim (2013), nas duas primeiras questões os alunos deverão analisar os movimentos do caracol e dizer se houve avanço ou retrocesso na sua tentativa de subir o muro, e também devem dizer de quanto foi esse avanço ou retrocesso. Nesse caso busca analisar se o aluno consegue fazer a interpretação correta do texto matemático ao converte–lo para a linguagem aritmética no momento da resolução, enfim saber se os alunos conseguem ligar a palavra retrocesso aos números negativos e, da mesma forma, a palavra avanço aos positivos, bem como fazer a operação corretamente. Já nas letras c e d, pede-se para os alunos converterem a situação inicial para a reta numérica, e com isso, saber se os alunos conseguem representar geometricamente os elementos do conjunto dos números inteiros e suas operações de soma e subtração.

Figura 5: Questão 03 do questionário

3) Pedro está jogando bolinhas de gude. Na primeira partida perde seis. Joga uma segunda partida. Depois dessas duas partidas, ele nem perdeu, nem ganhou. O que aconteceu na segunda partida?

Fonte: Hillesheim (2013)

Nesta questão é colocada a situação de um jogo de gude, com duas partidas, onde na primeira partida o jogador perdeu seis bolas, e terminou o jogo da mesma maneira que começou, sem perder nem ganhar e a questão quer saber o que deve ter acontecido na segunda partida. Da mesma forma que na primeira questão, aqui os alunos também terão que converter a expressão dada em uma expressão na linguagem numérica, para assim resolver a situação. (HILLESHEIM, 2013)

Figura 6: Questão 05 do questionário

5) Escreva uma situação que represente a operação:
(+ 20) – (- 5).

Fonte: Hillesheim (2013)

Para a questão 05, Hilleseim (2013) ressalta que os alunos deverão converter uma expressão na linguagem numérica, para outra que expresse a mesma operação. Essa questão, também, visa analisar a capacidade do aluno ao trabalhar com várias representações das operações de soma e subtração com números inteiros relativos.

Figura 7: Questões 04 e 06 do questionário

4) Uma pessoa encontra-se em uma câmara frigorífica cuja temperatura é de – 8º C. Ao sair, encontrará uma temperatura ambiente de 23º C. Qual a variação de temperatura que essa pessoa terá de suportar?

6) Durante as férias, Carla e Mateus foram para a serra. No início da viagem, ainda em sua cidade, Mateus verificou que a temperatura local era de 25° C. Já na serra, Carla viu que a temperatura era de 18° C. Qual foi a variação da temperatura ao longo da viagem?

Fonte: Hillesheim (2013)

Nas questões 04 e 06 são colocadas para os alunos duas situações onde ocorrem variações de temperatura, nesse caso os alunos deverão interpretar corretamente os dados e dizer de quanto é essa variação em cada uma das questões. (HILLESHEIM, 2013)

Quando os alunos terminaram de responder os questionários, os mesmos foram recolhidos, e passaram por uma análise de dados, a qual os seus resultados apresentamos no próximo capitulo.

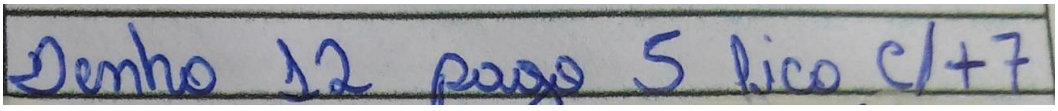
CAPÍTULO 4: ANÁLISE DOS DADOS

Para realizar a coleta dos dados nos baseamos no trabalho de Hillesheim (2013), onde foi realizada uma pesquisa, também qualitativa, que tinha como objetivo analisar o desempenho de alunos do 7º ano do ensino fundamental em relação aos números inteiros relativos e suas operações de soma, subtração e multiplicação, quando o conteúdo era explicado a partir do princípio da extensão, que consiste em aplicar o conteúdo a partir da ampliação da reta dos naturais, para abranger assim o conjunto dos números inteiros negativos. Para isso foi aplicadas sequências didáticas, para explicar os conteúdos de soma, subtração e multiplicação com números inteiros relativos e no fim de cada sequência era aplicado um teste que visava analisar o aprendizado desses alunos em relação aos conteúdos apresentados nas sequências didáticas.

Assim, ao realizarmos a análise dos dados presentes na pesquisa, dividimos as respostas por categorias, como fez Hillesheim (2013), (I): os números relativos são vistos pelos alunos como naturais; (II): a reta numérica é unificada e os problemas aditivos são resolvidos nos relativos, (III): os alunos conseguem representar os relativos de várias maneiras.

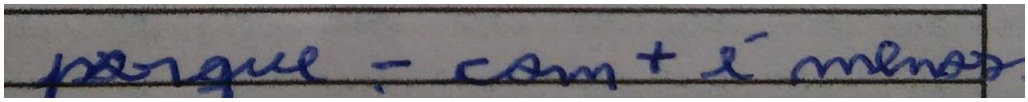
Na questão 1, a primeira operação +12 + (- 5) foi respondida corretamente por quatro alunos, de forma errada por quinze, e quatro não responderam. Quanto às justificativas, apenas dois alunos fizeram, sendo que desses, um respondeu de modo correto a adição, e o outro erroneamente. Em sua justificativa, o aluno que acertou a questão ligou a operação de adição com números inteiros com o modelo comercial (ganho/perda). Já o outro aluno que justificou, mas errou os cálculos, utilizou o “jogo de sinais” para a multiplicação em vez da adição. Vejamos os exemplos das justificativas dadas:

Figura 8 – Justificativa apresentada pelo aluno A



Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 9 – Justificativa apresentada pelo aluno B



Fonte: Dados da Pesquisa

É importante destacar que o aluno A provavelmente aprendeu o conteúdo de adição com números inteiros relativos na série anterior pelo modelo comercial, é normal que ele ainda não tenha conseguido se desprender dessa experiência de ensino vivenciada, já que o ano letivo tinha acabado de começar. Já no caso do aluno B percebe–se a confusão entre as regras pré – estabelecidas, mostrando que provavelmente esse aluno decorou essas regras, sem nenhum entendimento real do conteúdo.

O segundo item desta questão se tratava de uma adição simples envolvendo dois números positivos: (+ 8) + (+ 9). Entre os alunos, quatorze acertaram, seis erraram e três simplesmente não responderam. Podemos perceber que o número de acertos foi bem maior do que na anterior, provavelmente porque só havia números positivos e eles já estejam acostumados com esse tipo de operação no conjunto dos números naturais.

Assim como na adição anterior somente os alunos A e B apresentaram justificativas, sendo que essas seguíam as mesmas lógicas usadas por eles anteriormente, a única diferença é que nesse caso, por coincidência, mesmo utilizando a mesma lógica, o aluno B acabou acertando o resultado da soma.

A terceira operação correspondia à soma de um número negativo com um número positivo: (-17) + (+3), sendo que essa foi respondida corretamente por dez alunos, da maneira errada por nove e quatro deixaram em branco. Novamente o cálculo só foi justificado pelos alunos A e B seguindo a mesma lógica.

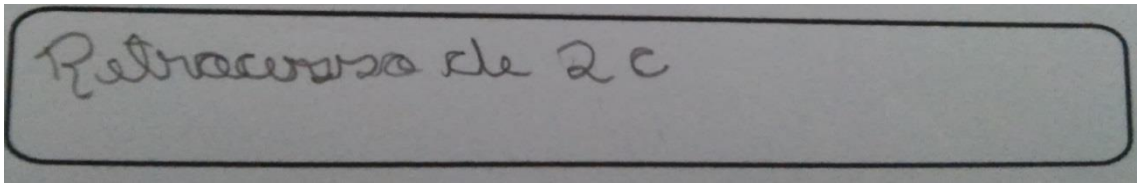
O quarto e último item apresentava uma soma de dois números negativos: (-8) + (-5). Para essa operação obtivemos dez respostas corretas, oito erradas e cinco em branco. Quanto às justificativas, foram feitas apenas pelos alunos A e B mais uma vez, sendo que o aluno B, coincidentemente, conseguiu acertar mesmo utilizando o conceito errado.

Podemos notar que a maioria dos alunos não justificaram suas repostas, provando que o conhecimento deles em relação aos números inteiros

parece ser bem limitada, muitas vezes eles até acertam os cálculos, provavelmente se utilizando de regras pré–estabelecidas, mas com pouco aprendizado real, eles não sabem o porque dessas regras, apenas as transcrevem da maneira que lhes foi passada.

Com relação ao primeiro item da questão 2, constatamos que ele foi respondido corretamente por treze alunos, aos quais responderam que houve um avanço do caracol de 2 centímetros; da maneira errada por três, parcialmente correta por seis e um não respondeu. Dentre os que responderam parcialmente corretas podemos notar uma confusão entre os termos “avanço” e “retrocesso”. Vejamos um caso:

Figura 10 – Resposta apresentada pelo aluno C



Fonte: Dados da Pesquisa

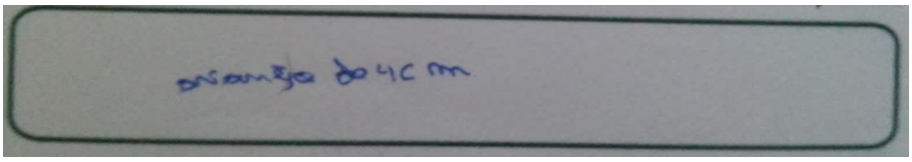
Notamos aqui que esse aluno, apesar de ter chegado ao resultado correto, +2, não conseguiu ligar o sinal positivo a um avanço, mas ligou a situação a um retrocesso, talvez pelo fato do caracol ter escorregado no final.

O segundo tópico que indagava: “Já em outra ocasião, ele subiu 9 cm, escorregou 15 cm e subiu 4 cm. Houve avanço ou retrocesso? De quanto?”, nesse caso notamos sete respostas corretas, onde os alunos apontavam que houve um retrocesso de – 2cm, oito erradas, seis parcialmente corretas, onde os alunos acertaram o movimento e erraram os cálculos ou vice-versa; e duas em branco.

Dentre as respostas erradas e parcialmente corretas, percebemos que os alunos ficaram muito presos às movimentações realizadas pelo caracol, indicando que houve avanços e retrocessos e não consideraram o balanço final das movimentações realizadas por ele, errando assim os cálculos no final. Muitas vezes eles conseguiam até ter uma idealização correta sobre o

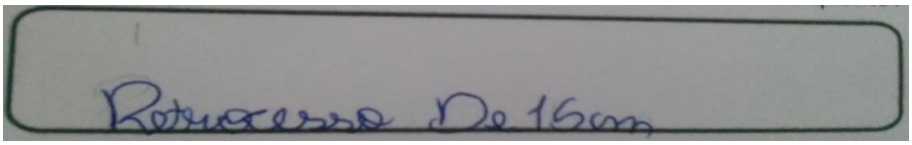
movimento do caracol na reta numérica, porém nota-se que não conseguiram operar esses dados da maneira certa. Vejamos alguns exemplos:

Figura 11 – Resposta apresentada pelo aluno D



Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 12 – Resposta apresentada pelo aluno E



Fonte: Dados da Pesquisa

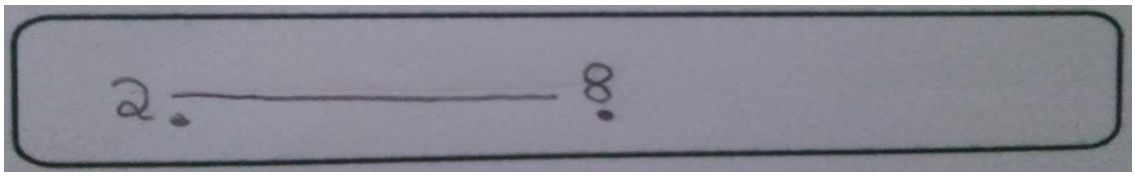
Nos dois casos que apresentamos, os alunos não consideraram todo o conjunto de movimentos que foram realizados pelo caracol, mas levaram em conta apenas alguns desses movimentos. Percebe–se também que, de um modo geral, eles conseguem distinguir estes movimentos corretamente, assimilando de maneira adequada os dados que aparecem na questão, associando os termos escorregou a um retrocesso e subir a um avanço.

Já no terceiro item da questão, foi pedido aos alunos que representassem por meio da reta numérica os movimentos feitos pelo caracol no primeiro item. Dentre os desenhos apresentadas, três representaram a situação corretamente, treze estavam errados, quatro estavam parcialmente corretos, e quatro alunos não fizeram. Percebe–se nesse caso uma grande quantidade de erros, mostrando que esses alunos mesmo tendo pouco tempo que estudaram esse conteúdo, não estavam acostumados a representar os números inteiros relativos e as suas operações de soma e subtração na reta numérica.

Observando as questões incorretas podemos perceber que a maior parte dos alunos apresentaram respostas completamente aleatórias, mostrando que eles não sabiam nem construir a reta dos elementos do conjunto dos números inteiros relativos, outros, até conseguiam desenhar a

reta corretamente, no entanto, não sabiam como representar as movimentações do caracol. Observemos um exemplo:

Figura 13 – Resposta apresentada pelo aluno J

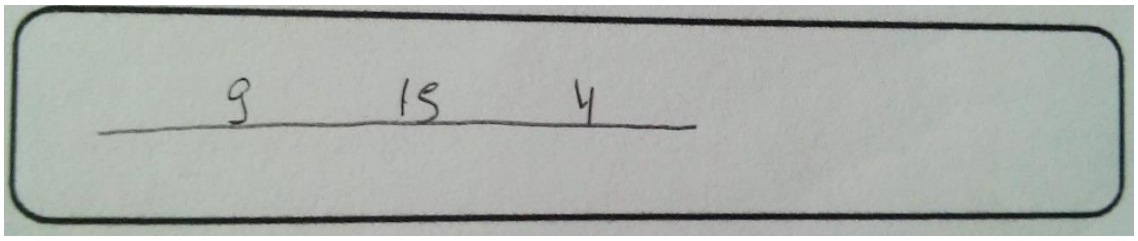


Fonte: Dados da Pesquisa

Na figura acima percebemos que o aluno J teve uma ideia do movimento feito pelo caracol, porém ele não soube como representar essa movimentação através da reta numérica, o que mostra que ele não foi acostumado a trabalhar com os números inteiros relativos através da reta.

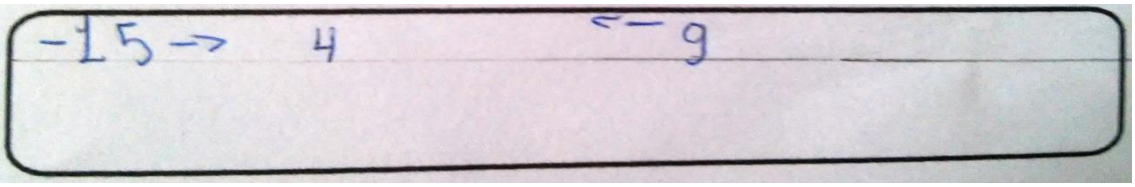
No último tópico da questão foi pedido que os alunos representassem, por meio da reta numérica, os movimentos feitos pelo caracol no segundo item. Dentre o conjunto de alunos que participaram do teste, um fez o registro corretamente; dezoito incorretos e quatro deixaram a questão em branco. Como podemos notar esse item teve um índice exorbitante de erros, sendo que das respostas erradas apenas um aluno desenhou a reta numérica corretamente, e não fez o registro dos deslocamentos da maneira correta; o restante não conseguiu desenhar a reta, mostrando que, ao aprender esse conteúdo, não foram acostumados a mudar o registro da linguagem natural para a geométrica, e por isso eles apresentaram respostas completamente aleatórias. Vejamos alguns exemplos:

Figura 14 – Resposta apresentada pelo aluno L



Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 15 – Resposta apresentada pelo aluno I



Fonte: Dados da Pesquisa

Em ambos os casos, assim como na grande maioria das repostas apresentadas, os alunos tentaram responder de maneira completamente diferente do que foi solicitado, provando que não conseguem representar os números inteiros relativos através da reta numérica, mesmo esse tipo de registro sendo fundamental para a aprendizagem desse conteúdo matemático. Lembrando que esses discentes acabaram de chegar no 8º ano do ensino fundamental, e por isso já deveriam ter o domínio desse conteúdo, bem como das suas várias representações, visto que essa é uma exigência dos PCN para os alunos que concluem o terceiro ciclo de aprendizagem (6º e 7º anos).

Para a terceira questão do questionário, dos 23 alunos que participaram desse teste, temos os seguintes resultados: sete alunos obtiveram êxito; dois deixaram a questão em branco, seis disseram que “ele empatou”, quatro alunos apontaram que “ele ganhou”, porém não especificou a quantidade; e quatro alunos responderam de maneiras variadas como, por exemplo: “aconteceu que ele nem perdeu nem ganhou”, “ele jogou com -6 bolinhas”, entre outras.

Nessa questão, podemos notar um índice de acertos bem pequeno, o que talvez se deva ao fato da não congruência semântica entre a expressão e o seu registro, assim acreditamos que se essa mesma situação fosse colocada de uma outra forma, onde expressão e o seu registro apresentasse congruência semântica, o mais certo é que a quantidade de erros teria sido inferior.

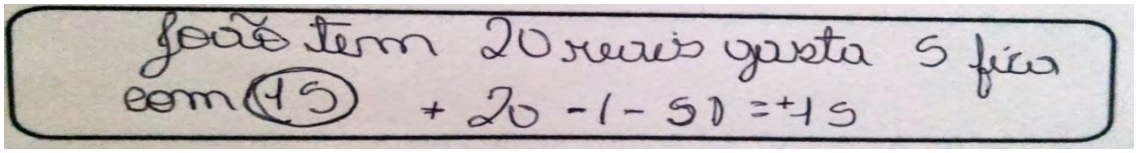
Na quarta questão desse teste, entre os alunos que participaram do teste, encontramos quinze respostas corretas, em que os alunos indicaram que houve uma variação de sete graus; quatro respostas incorretas e quatro em

branco. Pode–se notar que o índice de acertos nessa questão foi bastante elevado, o que nos leva a pensar que a maioria dos alunos consegue realizar deslocamentos sobre a reta numérica, mesmo que intuitivamente, e realizar subtrações básicas com os números relativos.

Na quinta questão, os alunos deveriam escrever uma situação que representasse a seguinte operação de subtração de um número negativo: (+ 20)-(- 5). Ninguém conseguiu escrever uma situação que representasse de fato a operação, cinco alunos escreveram situações ligadas a perder ou gastar, doze resolveram a subtração e apresentaram um resultado numérico, e cinco alunos deixaram em branco. Podemos observar que a necessidade de mudar de registro, passando da linguagem numérica para a escrita natural, provavelmente deve ser a explicação para que todas as respostas fossem erradas e em branco.

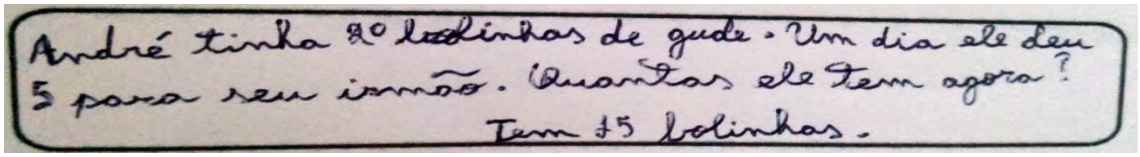
Ao analisarmos as repostas percebemos que o conceito de subtração, na concepção dos alunos, ainda se encontra ligado, de uma maneira muito forte, ao conceito de tirar ou gastar. Eles ainda não conseguiram se desprender do conceito de subtração aprendida quando eles lidavam apenas com o conjunto dos números naturais, ou seja, os alunos ainda não desenvolveram a habilidade de ampliar o conceito de subtração nos números inteiros relativos. Vejamos algumas situações que reforçam a nossa afirmação:

Figura 16 – Resposta apresentada pelo aluno S para a questão 5


João tem 20 reais gasta 5 fica com 15 + 20 -(- 5) = +15

Fonte: Dados da Pesquisa

Figura 17 – Resposta apresentada pelo aluno P para a questão 5


André tinha 20 bolinhas de gude. Um dia ele deu 5 para seu irmão. Quantas ele tem agora?
Tem 15 bolinhas.

Fonte: Dados da Pesquisa

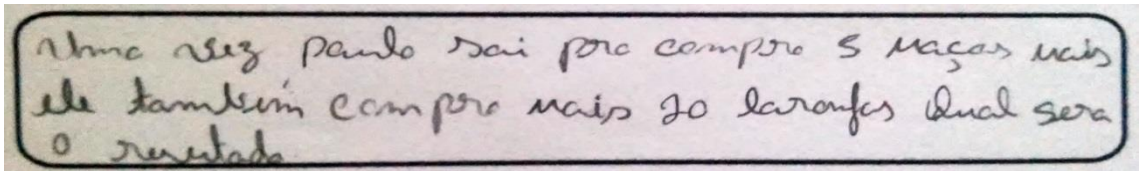
As situações apresentadas nas figuras acima nos permite notar a concepção de subtração que ainda vigora na turma. Embora eles já tenham trabalhado com esse conteúdo, podemos perceber que, para eles, o conceito de subtração aprendido no estudo dos números naturais ainda não foi ampliado no conjunto dos números inteiros relativos. No caso do aluno S, percebemos claramente, através do cálculo que foi realizado, que para ele o conceito de subtração ainda não foi ampliando e que ele ainda não compreendeu que para subtrair um número negativo é preciso somar, o mesmo podemos perceber na resposta apresentada pelo aluno P, que também utilizou o conceito de “tirar” para representar a subtração. Para Teixeira (1993) relata que,

> Para operar com inteiros é fundamental que o esquema de assimilação para a subtração esteja estruturado com base na abstração do invariante da inversão e não simplesmente no conceito de tirar. Subtrair inteiros significa trabalhar com operadores negativos, ou seja, números que operam transformações de oposição. (p.64)

Assim, comparando as respostas apresentadas pelos alunos na quinta questão com as outras questões do teste, percebemos que o conceito de adição com números inteiros parece não gerar grandes dificuldades. Contudo, a operação de subtração parece ainda não ter sido superada por eles, pois a ideia de tirar objetos ainda esta muito fixa na mente deles, e precisa ser aprimorada para que haja um aprendizado real desse conteúdo.

Dentre as situações apresentadas pelos alunos para representar a operação, houve uma em especial que merece ser destacada. Nela o aluno conseguiu perceber que precisava realizar uma soma para resolver o problema. Porém, ele escreveu uma situação envolvendo uma operação de adição, quando deveria escrever uma expressão que representasse a subtração de um número negativo.

Figura 18 – Resposta apresentada pelo aluno L para a questão 5



Fonte: Dados da Pesquisa

Nesse caso é possível notar que o aluno compreende que para subtrair um número negativo é necessário somar, pois, diferente dos alunos S e P, ele escreve uma situação que sugere um acréscimo. Porém, ele não conseguiu pensar em uma situação que realmente representasse essa subtração, apresentando, de maneira equivocada, uma adição entre dois números positivos.

Na sexta e última questão do questionário, do total de alunos que fizeram o teste, apenas quatro responderam da maneira correta, dezesseis erroneamente e três não responderam. Um fato interessante ao qual notamos entre as respostas erradas foi que treze delas apontavam como resultado para a variação de temperatura o valor de 15 graus. Ou seja, os alunos acabaram se confundindo e adicionando (-8) ao invés de subtrair. Assim, reforçamos o que foi dito anteriormente, que a subtração de números inteiros negativos, com o seu sentido de oposição, ainda não foi bem assimilada pelos alunos.

Outro fator que provavelmente contribuiu para o elevado índice de insucessos nesta questão foi o fato da situação apresentada não possuir congruência semântica com a expressão +23-(-8), que por sua vez possuía equivalência referencial com a situação, e assim representava a resolução do problema, por outro lado a situação possuía congruência semântica com a expressão – 8+23, por conta disso a maior parte dos alunos apresentaram essa resposta, mesmo a expressão não tendo equivalência referencial com o problema.

Diante disso Duval (2009, p.116, apud HILLESHEIM 2013, p.167) afirma que a grande maioria dos insucessos cometidos pelos alunos durante a realização das atividades matemáticas está fortemente ligada aos fenômenos da congruência semântica sendo que a fronteira a qual bloqueia a maioria dos alunos durante o processo de transformação de um registro de representação em outro é a congruência e a não congruência semântica. Logo, durante a resolução dessa questão, a grande maioria dos alunos não conseguiu resolver da maneira adequada porque seguiu o caminho da congruência semântica.

Também podemos notar que essa questão apresenta uma situação que poderia ser usada como resolução da questão anterior, pois representam a mesma situação, onde na quinta questão foi usado um registro numérico e na sexta a linguagem natural, modificando apenas os valores. Nesse caso,

percebemos que ambas as situações expressam uma subtração com um número negativo, porém em registros diferentes. Mas, mesmo assim os alunos não conseguiram perceber a ligação entre as duas questões, o que mostra que eles não estão aptos a lidar com os diferentes registros dentro do conteúdo de subtração com números relativos.

Refletindo sobre os dados adquiridos através da aplicação deste questionário e estabelecendo relações com o trabalho de Hillesheim (2013), podemos notar que, os números inteiros relativos não são vistos pelos alunos como números naturais, ou seja, essa diferenciação já está clara para eles, percebemos isso nas respostas apresentadas na primeira questão, pois mesmo que esses alunos não tenham efetuado o cálculo adequadamente, pois ao operarem um número eles consideram a sua condição de ser positivo ou negativo, ou seja, constatamos que os números inteiros relativos não são tratados, pelos alunos, como naturais.

Os alunos ainda não unificam a reta numérica, uma vez que eles não conseguiram associar os cálculos realizados nos itens a e b a deslocamentos sobre a reta dos relativos. No que diz respeito a problemas aditivos com números relativos, notamos que quando a situação é apresentada através de uma expressão numérica, como na primeira questão, o índice de acertos é maior do que quando essa adição ou subtração é apresentada através de uma situação problema, nesse caso, notamos muita dificuldade tanto para escreverem uma situação que representasse uma subtração ou adição, como na questão cinco, quanto para resolver situações que envolviam essas operações, como ocorreu nas questões dois, três, quatro e seis. Outro fato que percebemos foi que o conceito de subtração ainda está fortemente ligado à ideia de tirar, ideia essa que está atrelada ao conceito de subtração aprendido nos números naturais, o que agora traz grande dificuldade durante o aprendizado dos números inteiros relativos.

Por fim, percebemos que os alunos ainda não conseguem, na maior parte dos casos, transformar um registro de representação em outro, o que provavelmente os levou a ter um índice elevado de insucessos nas questões que exigiam esse tipo de mudança de registro, como na questão dois que eles tinham que passar a operação de soma apresentada na linguagem natural para o registro geométrico, representado pela reta dos relativos; ou nas questões

três, quatro e seis, onde para resolver os problemas propostos eles deveriam transformar as operações na linguagem natural para uma expressão numérica; e ainda na quinta questão onde foi dada uma expressão numérica para que eles transformassem na linguagem natural. Sendo que a mesma dificuldade não foi encontrada na primeira questão onde eles não tinham que mudar de registro para resolver os cálculos, mostrando assim que esses alunos ainda não estão aptos a lidar com as múltiplas representações dos números inteiros relativos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As múltiplas representações das operações de soma e subtração de números inteiros relativos despertaram nosso interesse e por isso esse tema foi escolhido por nós para a realização da pesquisa. Tivemos como objetivo analisar as estratégias apresentadas por alunos do ensino fundamental durante a resolução de questões que envolviam soma e subtração de números inteiros, sendo que para resolve–las eles teriam que realizar conversões de um registro de representação para outro referencialmente congruente. Queríamos com isso averiguar a capacidade dos alunos em lidar com os números relativos e suas várias formas de representações.

Para fundamentar os estudos tomamos como base os trabalhos de Hillesheim e Moretti (2013) e Hillesheim (2013) que tratavam da teoria das representações semióticas de Durval, da congruência semântica e da congruência referencial no ensino dos números inteiros relativos. Também nos baseamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) que se referem ao ensino da Matemática e suas tecnologias para o terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental.

Através dos resultados apresentados na análise, podemos afirmar que os alunos possuem uma noção muito fragilizada e insuficiente das operações de soma e subtração com números inteiros, para resolver as questões eles se utilizaram de regras pré–estabelecidas, decoradas por eles sem entender o sentido real delas, como isso eles acabam se confundindo muito na hora de resolver, e quando as questões exigem uma mudança de registro de representação, então a maioria não consegue fazer, pois não possui um conhecimento aprofundado do conteúdo.

Comparando os resultados obtidos por nos com os que foram apresentados por Hillesheim (2013), percebemos que em relação primeira a questão do questionário, que apresentava operações simples de adição envolvendo os números inteiros relativos, os resultados foram confirmados, pois, tanto em nosso trabalho quanto no da autora, o número de acertos dessa questão foi relativamente alto, e mesmo os que responderam da maneira errada não fizeram confusão com as operações nos números naturais, o que

mostra que os alunos já não tratam mais os números relativos como números naturais. Porém com relação as justificativas que foram pedidas, os resultados não foram os mesmos, pois em seu trabalho, Hillesheim (2013) mostra que quase todos os alunos justificaram suas respostas, já em nossa pesquisa, apenas dois justificaram, mostrando que eles se utilizam de regras de sinais pré-estabelecidas, sem entender o porquê de elas existirem.

Já quando a questão é analisar se a reta numérica é unificada pelos alunos, os resultados também se distanciam, pois na questão 2, itens c e d, que nos permite analisar esse ponto, podemos notar, em nossa pesquisa, um índice extremamente alto de erros nesses dois tópicos, provando que esses alunos não conseguem unificar a reta numérica para abranger os números negativos; o que não ocorreu na pesquisa de Hillesheim (2013), onde grande parte dos discentes responderam corretamente esses dois itens.

Quanto às questões de 2 a 6 do questionário que exigiam dos alunos a conversão de um registro de representação, podemos confirmar os resultados encontrados por Hillesheim (2013), no que diz respeito aos alunos conseguirem representar os relativos de várias maneiras, percebemos nesse caso, que nessas questões que exigiam uma mudança de registro de representação para resolver, eles sentiam uma grande dificuldade, assim o índice de erros nesse caso foi muito grande, tanto na nossa pesquisa quanto na de Hillesheim (2013), principalmente na questão 2, letras (c) e (d), que pedia a conversão de uma operação de adição da linguagem natural para a reta numérica, e na quinta que pedia a transformação de uma expressão numérica, que representava uma subtração de um número negativo, para a linguagem natural.

Diante disso, concluímos nosso trabalho mostrando a importância de se trabalhar os números inteiros relativos e suas operações de soma e subtração através da conversão de situações, que apresentam os números relativos e suas operações, em outras nas quais a congruência semântica se diferencia da equivalência referencial, pois assim os alunos poderão compreender de fato o conteúdo, e não terão a necessidade de decorar regras prontas, sem nenhum entendimento real.

REFERÊNCIAS

ANJOS, Marta Figueiredo dos. *A difícil aceitação dos números negativos: Um estudo da teoria dos números de Peter Barlow(1776 – 1862).* Dissertação de Pós – Graduação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Rio Grande do Norte, 2008.

BOYER, Carl B. *História da matemática (*E. F. Gomide, trad.). São Paulo: Edgard Blucher, 2001.

BOYER, Carl B. *História da matemática (*E. F. Gomide, trad.). 2ª edição; São Paulo: Edgard Blucher, 2003.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. *Introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CANAL, C. P. P; QUEIROZ, S. S. de. *Procedimentos de Contagem de Pontos em um Jogo com Conteúdo Matemático***.** Revista semestral da associação Brasileira de Psicologia escolar e Educacional, SP. Vol. 16, Nº 1, janeiro/junho de 2012: 25 – 33, 2012*.*

GLAESER, G. *Epistemologia dos números relativos*. Trad. Lauro Tinoco. Boletim GEPEM, Rio de Janeiro, v.7, pg.29 – 124, 1985.

HILLESHEIM, S. F.. *Os números inteiros Relativos em Sala de Aula: Perspectivas de Ensino Para a Regra de Sinais.* Dissertação de *mestrado,* Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Santa Catarina, 2013.

HILLESHEIM, S. F.; MORETTI, M. T. *Alguns aspectos da noção de congruência semântica presentes no ensino dos números inteiros relativos*. Passo Fundo, v.20, n.1, p.119-135, jan./jun. 2013.

KLEIN, Ruben*. Como está a educação no Brasil? O que fazer?.* Ensaio: aval. pol. públ. Educ., Rio de Janeiro, v.14, n.51, p. 139-172, abr./jun. 2006.

LORENZATO, Sérgio. *Para Aprender Matemática.* 2ª ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2008. (Coleção Formação de Professores).

MORETTI, M. T.. *A Regra dos Sinais para a Multiplicação: Ponto de Encontro Com a Noção de Congruência Semântica e o Princípio de Extensão em Matemática*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 691 – 714, abr., 2012.

POMMER, W. M. *Diversas abordagens das regras de sinais nas operações elementares em Z*. Seminários de Ensino de Matemática/ SEMA–FEUSP, 2010.

SÁ, P. F. de; ANJOS, L. J. S. dos. *Números Negativos: Uma trajetória Histórica.* Anais do IX Seminário Nacional de História da Matemática, 2011. Disponível em < http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/Comunicacoes/1_S%C3%A1_P_F_N%C3%BAmeros_Negativos_Uma_Trajet%C3%B3ria_Hist%C3%B3rica.pdf>, acesso em 06 de janeiro de 2016.

TEIXEIRA, L. R. M. *Aprendizagem Operatória de Números inteiros: Obstáculos e Dificuldades*. Pro – Posições. V. 4, n.1[10], p. 60–71, 1993.

ANEXOS

I. **Termo de Consentimento**

II. **Questionário**

Termo de Consentimento

Eu,_____
R.G. _____ responsável pelo aluno _____ da Turma _____ autorizo que o mesmo participe como voluntário de pesquisa referente ao trabalho de Conclusão de Curso da licencianda em Matemática: **Paloma Viana Porto** da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, sob a orientação da Professora **Dr.ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão**. A pesquisa tem como objetivo analisar os procedimentos de solução apresentados por alunos do Ensino fundamental, envolvendo a soma e subtração de números inteiros relativos.

O nome do aluno não será utilizado em qualquer fase da pesquisa; não será cobrado nada; não haverá gastos nem riscos na sua participação neste estudo; não estão previstos ressarcimentos ou indenizações; não haverá benefícios imediatos na sua participação. Os resultados contribuirão apenas como objeto de pesquisa.

Gostaríamos de deixar claro que a participação é voluntária e que poderá recusar-se a dar seu consentimento, ou ainda descontinuar sua participação se assim, o preferir.

Desde já agradecemos sua atenção e participação e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

Em caso de dúvida(s) e outros esclarecimentos sobre esta pesquisa você poderá entrar em contato com Paloma Viana Porto (77) 8804-1530.

Eu,_____ confirmo que **Paloma Viana Porto** explicou-me os objetivos desta pesquisa, bem como, o critério de participação. Eu li e compreendi este termo de consentimento, portanto, eu concordo em dar meu consentimento para participação do aluno (a): _____ como voluntário desta pesquisa.

Vitória da Conquista, _____ de_____ de 2016

_____
(*Assinatura do responsável*)

Nome:_____Idade_____

1) Resolva as operações e justifique a sua resolução:

Operação	Justificativa
$+12 + (-5) =$	
$(+8) + (+9) =$	
$(-17) + (+3) =$	
$(-8) + (-5) =$	

2) Leia e responda as questões: Um caracol pretendia chegar ao topo de um muro; no entanto, subia alguns centímetros e escorregava outros.

a) Certa vez ele subiu 8 cm e escorregou 6 cm. Houve avanço ou retrocesso? De quanto?

b) Já em outra ocasião, ele subiu 9 cm, escorregou 15 cm e subiu 4 cm. Houve avanço ou retrocesso? De quanto?

c) Represente, por meio da reta dos inteiros, os movimentos feitos por ele no item a.

d) Represente, por meio da reta dos inteiros, os movimentos feitos por ele no item b.

3) Pedro está jogando bolinhas de gude. Na primeira partida perde seis. Joga uma segunda partida. Depois dessas duas partidas, ele nem perdeu, nem ganhou. O que aconteceu na segunda partida?

4) Durante as férias, Carla e Mateus foram para a serra. No início da viagem, ainda em sua cidade, Mateus verificou que a temperatura local era de 25° C. Já na serra, Carla viu que a temperatura era de 18° C. Qual foi a variação da temperatura ao longo da viagem?

5) Escreva uma situação que represente a operação
(+ 20) – (- 5).

6) Uma pessoa encontra-se em uma câmara frigorífica cuja temperatura é de – 8º C. Ao sair, encontrará uma temperatura ambiente de 23º C. Qual a variação de temperatura que essa pessoa terá de suportar?