UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ISA CAROLINE MOURA SANTOS

ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS.

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
OUTUBRO 2015

ISA CAROLINE MOURA SANTOS

ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.ª Ms.: Ana Paula Perovano dos Santos Silva.

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
OUTUBRO 2015

S233e Santos, Isa Caroline Moura.

Estratégias utilizadas por alunos do 3º ano do ensino médio na resolução de problemas envolvendo as estruturas multiplicativas. / Isa Caroline Moura Santos, 2015.

53f.

Orientador (a): Ms. Ana Paula Perovano dos Santos Silva.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2015.

Inclui referência 49.

1. Matemática (Ensino médio) – Estudo e ensino. 2. Educação matemática. 3. Estruturas multiplicativas. I. Silva, Ana Paula Perovano dos Santos. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. III. T.

CDD: 510

Catalogação na fonte: Juliana Teixeira de Assunção
UESB – Campus de Vitória da Conquista-BA

FOLHA DE APROVAÇÃO

ISA CAROLINE MOURA SANTOS

ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à banca examinadora da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB / Campus de Vitória da Conquista – BA, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Prof.ª Ms.: Ana Paula Perovano dos Santos Silva.

Vitória da Conquista, 20 de Outubro de 2015.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof.ª Ana Paula Perovano dos Santos Silva - Orientadora
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

_____

Prof.º Antônio Augusto Oliveira Lima
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

_____

Prof. º Jonson Ney Dias da Silva
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por está sempre ao meu lado, apoiando, cuidando e me levantando a cada obstáculo enfrentado durante essa trajetória.

Agradeço a minha família pela compreensão dos momentos em que me ausentei, em especial, minha mãe, o meu porto seguro.

Agradeço a minha orientadora Ana Paula Perovano, um exemplo de profissionalismo, uma educadora, amiga e paciente que serei eternamente grata.

Agradeço aos professores do curso, que de maneira voluntária ou involuntária contribuiu para o meu aprendizado e amadurecimento.

Agradeço aos meus fiéis amigos de caminhada, Michelle, Josiane, Paloma e Lucas, pelo carinho, companhia e pelas tardes alegres que me proporcionaram.

“Onde quer que haja mulheres e homens, há sempre o que fazer, há sempre o que ensinar, há sempre o que aprender.”

PAULO FREIRE

RESUMO

O objetivo deste estudo é analisar as estratégias dos alunos do 3º ano do Ensino Médio com relação as Estruturas Multiplicativas baseado nos trabalhos de Magina, Santos e Merlini fundamentados nas ideias do teórico Vergnaud em sua Teoria dos Campos Conceituais e nos Parâmetros Curriculares Nacionais no que diz respeito ao primeiro e segundo ciclo e Ensino Médio para o Ensino da Matemática. Para isso, nos apoiamos nos princípios da pesquisa qualitativa, realizando a coleta de dados em uma escola pública da cidade de Vitória da Conquista a partir de um questionário retirado do trabalho de Magina, Santos e Merlini. Como resultado da pesquisa, encontramos estratégias de resolução dos problemas propostos apresentadas pelos alunos, o algoritmo da multiplicação e divisão, a regra da proporção simples, erros e acertos, que poderão contribuir para a prática docente na busca de encontrar novos meios para tentar, mesmo que no Ensino Médio, trabalhar a operação de multiplicação em diferentes situações.

Palavra-chave: Matemática, Estruturas Multiplicativas, Ensino Médio, Educação Matemática.

ABSTRACT

The objective of this study is to analyze the strategies of the students of the 3º year of high school regarding the multiplicative structures based on the works of Magina, Santos and Merlini based on Vergnaud theoretical ideas in his Theory of Conceptual Fields and the National Curriculum Guidelines when it Regarding the first and second cycle and High School for Teaching Mathematics. For this, we rely on the principles of qualitative research, making data collection in a public school in the city of Vitoria da Conquista from a questionnaire taken from work Magina, Santos and Merlini. As a result of research, we obtained various solving strategies of the proposed problems presented by the students, the multiplication and division algorithm, the rule of simple proportion, trial and error, which may contribute to the teaching practice in the quest to find new ways to try, even in high school, working the multiplication operation in different situations.

Keyboards: Mathematics, multiplicative structures, secondary education, mathematics education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO: Trajetória pessoal e motivação para realizar a pesquisa **10**

Relevância e delimitação do problema **11**

Descrição da monografia **12**

CAPÍTULO 1: Ensino da Matemática segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais **13**

CAPÍTULO 2: Estruturas Multiplicativas **18**

CAPÍTULO 3: Metodologia **27**

CAPÍTULO 4: Análise dos Resultados **32**

- **4.1:** Relações Quaternárias **33**
- **4.1.1:** Eixo Proporção Simples **33**
- **4.1.2:** Eixo Proporção Múltipla **36**
- **4.2:** Relações Ternárias **40**
- **4.2.1:** Eixo Comparação Multiplicativa **40**
- **4.2.2:** Eixo Produto de Medidas **41**

CONCLUSÃO: **45**

REFERÊNCIAS: **49**

ANEXOS: **50**

Anexo 01 – Termo de Consentimento **51**

Anexo 02 – Questionário **52**

INTRODUÇÃO

Motivação para realizar a pesquisa

Meu primeiro contato como estagiária no Ensino Médio se deu durante minha graduação no período da disciplina de Estágio Supervisionado III e minha participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, no subprojeto do Ensino Médio. Durante minhas observações, percebi a dificuldade presente na maioria dos alunos para interpretar problemas e resolver questões relacionadas as Estruturas Multiplicativas.

Durante observações realizadas na escola participante do PIBID, notei também que a Matemática não agradava a maioria dos alunos e o seu resultado com relação as outras disciplinas eram menores. Os alunos não se sentem estimulados em aprender e conhecer melhor os conteúdos da disciplinas e erros básicos relacionados as quatro operações me chamou atenção.

Foi comum, durante meu contato com turmas do Ensino Médio, encontrar alunos desestimulados e com dificuldades em Matemática, muitas vezes a justificativa para essa situação é o fato de não usar, nem precisar da Matemática no dia a dia. Mesmo assim, esperava-se que as quatros operações básicas estivessem bem compreendidas para que os demais conteúdos trabalhados no decorrer dos anos letivos fossem aprendidos sem maior dificuldade.

Esta realidade porém não é encontrada facilmente em qualquer turma, o meu interesse em analisar uma turma do Ensino Médio se deu primeiramente pelas dificuldades encontradas em conteúdos como função e equação, no qual o aluno se sentia desestimulado por não conseguir chegar ao resultado esperado da questão por não saber resolver a operação de multiplicação.

Além disso, a leitura de um dos trabalhos de Magina, Santos e Merlini, aumentou meu interesse, pois eles apresentaram algumas estratégias utilizadas por alunos do ensino fundamental na resolução de questões de multiplicação, assim como as dificuldades mais frequentes. Então, decidir em analisar as

estratégias de resolução de alunos do 3º ano do Ensino Médio em questões do campo multiplicativo.

Relevância e Delimitação do Problema

A Matemática é uma disciplina vista pelos alunos desde os anos inicias da escola, porém ela está presente a todo momento no cotidiano das pessoas, desde dividir uma bala entre um colega, até mesmo realizar um empréstimo no banco. Pequenos detalhes do dia a dia nos levam a pensar, analisar e resolver determinados problemas.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997) ensinar a disciplina de Matemática é desenvolver o raciocínio lógico do aluno, transformando-os em cidadãos críticos, portanto o conhecimento das quatro operação (adição, subtração, multiplicação e divisão) é indispensável para que o aluno consiga maior compreensão em conteúdos futuros.

No Ensino Médio, conteúdos como Funções, Equações, Porcentagem, Produto Cartesiano, Combinatória, dentre outros utilizam com frequência as quatro operações, dentre elas a multiplicação e divisão. Como foi citado anteriormente, tive contato com turmas do Ensino Médio no período de estágio supervisionado e durante esse período era visível a dificuldade da professora regente em conseguir ensinar estes conteúdos e que a maioria dos alunos compreendessem.

Sabemos que as quatro operações são ensinadas nos anos iniciais, porém os alunos do Ensino Médio ainda encontram dificuldades nas resoluções de problemas que envolvam as Estruturas Multiplicativas. Na busca de conhecer as estratégias mais utilizadas pelos alunos aplicamos um questionário e partir dele coletamos os dados para análise.

O nosso trabalho se delimita então em analisar e compreender quais são as estratégias que os alunos do 3º ano do Ensino Médio estão utilizando na resoluções dos problemas propostos relacionadas a multiplicação.

A partir disso, acreditamos ser de grande importância para os professores que estão atuando no Ensino Médio, assim como os futuros professores analisar estratégias utilizadas por alunos em questões que envolva as operações, tendo uma noção das dúvidas e dificuldades frequentes dos alunos, podendo assim, buscar meios que possa suprir essa falha vinda de séries anteriores durando o período escolar.

Descrição da monografia

Apresentamos na Introdução primeiramente o que nos motivou para realizar esta pesquisa, assim como a delimitação do problema.

O primeiro capítulo: O Ensino da Matemática, traz um levantamento sobre o que os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) nos diz com relação a operação multiplicação no primeiro e segundo ciclo de ensino e os Parâmetros Curriculares Nacionais (2000) no que diz respeito ao ensino da Matemática no Ensino Médio. Finalizando o capítulo como uma comparação entre os anos atuais e o que orienta os PCN.

O próximo capítulo que tem como título Estruturas Multiplicativas, trata-se de apresentar este tema baseado nas teorias de Vergnaut, dentro dos trabalhos de Magina, Santos e Merline. Apresentaremos a tabela das Estruturas Multiplicativas, explicando e exemplificando cada classificação presente nela.

Na metodologia, apresentamos e descrevemos o nosso instrumento de coleta de dados e o questionário aplicado com os alunos para a análise das estratégias utilizadas.

Assim, apresentamos os dados coletados durante nossa investigação, dando destaque para a quantidade de erros e acertos e as estratégias de resolução usadas pelos alunos.

Por fim, concluiremos o trabalho com a conclusão na qual o nosso objetivo é responder a questão problema da pesquisa.

CAPÍTULO I: ENSINO DA MATEMÁTICA SEGUNDO OS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

O presente capítulo traz as recomendações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997) que referem-se ao primeiro e segundo ciclos e os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (2000) que referem-se ao Ensino Médio, ambos relacionados ao ensino da Matemática.

Os PCN são um conjunto de volume que apresentam orientações para o trabalho das áreas de ensino, que busca garantir que toda criança e adolescente possa ter um conjunto de conhecimentos necessário para o exercício da cidadania. Não é obrigatório a sua utilização nas escolas, porém cada vez mais vem sendo referência no ensino brasileiro.

Referindo-se ao ensino da Matemática, os PCN (1997) destacam a importância de valorizar e utilizar, tanto no primeiro ciclo quanto no segundo ciclo, os conhecimentos prévios dos alunos, conhecimentos estes que são adquiridos no ambiente escolar ou não. Dentre os objetivos para o segundo ciclo temos:

- Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades.
- Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social.
- Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal.
- Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais.
- Ampliar os procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pelo conhecimento de regularidades dos fatos fundamentais, de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados.
- Refletir sobre procedimentos de cálculo que levem à ampliação do significado do número e das operações, utilizando a calculadora como estratégia de verificação de resultados. (BRASIL, 1997, p. 56)

Ou seja, no segundo ciclo os alunos passam a ampliar conceitos já trabalhados durante o primeiro ciclo, por exemplo. Dentro das operações espera-se que aluno consiga progredir e obter confiança em si próprio, valorizando as suas estratégias pessoais, porém esse ciclo não representa que estes conceitos estão firmados na aprendizagem dos alunos, a continuidade desse processo segue em cada nova etapa da vida escolar.

As quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) são conteúdos já vistos pelos alunos do primeiro ciclo, no qual o professor deverá considerar e aproveitar as estratégias apresentadas pelos alunos nas resoluções para dá continuidade ao ensino aprendizagem, já que no segundo ciclo essas operações serão consolidadas e novas situações são apresentadas para os alunos.

O referido documento indica que um dos maiores desafios encontrados no trabalho da Multiplicação é a sua relação com a soma de parcelas iguais. Algumas situações problemas nos permitem utilizar desta soma para se obter o resultado, essa estratégia é válida e usada, muitas vezes, para introduzir o conteúdo de multiplicação na sala de aula. Este método, porém não é suficiente para que o aluno possa compreender e resolver todas as situações relacionadas à multiplicação. De acordo os PCN:

> Assim como no caso na adição e as subtração, destaca-se a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado. (BRASIL, 1997, p. 72)

Diante disso, fica evidente a importância de criar essa relação entre uma operação e sua inversa na busca de fazer com que o aluno passe a adquirir maior conhecimento e melhor raciocínio nas resoluções de diversas situações problema.

Para apresentar os tipos de situações relacionadas a multiplicação e divisão os PCN (1997) apresentam quatro grupos de situações relacionadas à multiplicação, são elas a multiplicação comparativa, na qual é possível formular

situações que envolvam divisão, a ideia de proporcionalidade que são frequentes no cotidiano e por isso é o mais compreendido pelos alunos, a configuração retangular e a ideia de combinatória que também é frequente no cotidiano e se é possível formular situações que envolvam divisão.

O objetivo desses grupos é apresentar as crianças do primeiro e segundo ciclo diferentes significados que a operação traz consigo, todos eles serão definidos e exemplificados adiante. Essa sugestão de trabalho para ensinar a Multiplicação está presente no PCN desde 1997, hoje, em 2015 são poucos professores que seguem estas recomendações, possivelmente por falta de tempo, porém essa falha no primeiro e segundo ciclo podem provocar uma dificuldade na aprendizagem dos alunos do decorrer dos anos.

Outro fator importante que o PCN (1997) apresenta é o desenvolvimento do cálculo, que se dá quando o aluno possui uma boa habilidade no domínio da contagem. O fato do aluno ter a tabuada memorizada não implica que ele conseguirá resolver qualquer questão que seja proposta, a memorização se dá a partir de um trabalho que envolva construção e organização nos dados da questão, que tem como consequência a memorização, ou seja, diante do hábito de resolver problemas o aluno passa então a adquirir certas estratégias que facilitem o cálculo, como por exemplo, na tabuada do cinco todos os resultados terminam em cinco ou zero.

Assim, o aluno que possui essa habilidade no domínio da contagem, adquirindo estratégias de resolução consegue desenvolver bem o raciocínio fora da escola, em situações cotidianas, na qual não é utilizado lápis e papel para o calculo, visto que o uso da calculadora é frequente, porém é preciso compreender a situação, assim como a operação necessária para obter o resultado.

Já nos PCN (2000) do Ensino Médio, no que diz respeito a Matemática e suas Tecnologias, algumas novas propostas são apresentadas, levando em conta que o aluno saiu preparado do ensino básico para conhecer novas conteúdos, novos meios de aprendizado e também estão em condições de ampliar os vários campos matemáticos que se aproximou no ciclo anterior. De acordo os PCN do Ensino Médio:

> [...] pretende-se contemplar a necessidade da sua adequação para o desenvolvimento e promoção dos alunos, com diferentes motivações, interesses e capacidades, criando condições para a sua inserção num mundo em mudança e contribuindo para desenvolver as capacidades que deles serão exigidas em sua vida social e profissional. (BRASIL, 2000, p. 40)

O nosso cotidiano traz várias situações em que a Matemática é preciso, uma bastante comum é o hábito da compra e venda, que exige o conhecimento dos números e suas operações na realização de troco, por exemplo. O objetivo então do PCN para o Ensino Médio é fazer com que o aluno tenha essa capacidade para resolver qualquer problema que venha surgir na vida pessoal de cada um.

Na etapa no Ensino Médio é comum encontrar alunos que dizem não gostar da disciplina Matemática porque não a utiliza em lugar nenhum, os PCN (2000) nos diz porém que ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias que serão utilizadas em outras áreas do conhecimento e também no campo profissional. O aluno não necessariamente precisa dominar todos os conteúdos, ou saber resolver toda situação problema que a Matemática apresenta, mas na tentativa, no erro e acerto de cada um que eles vão adquirindo experiência e passando a ver a Matemática como algo fundamental e importante. Dentre os objetivos da Matemática no Ensino Médio estão:

- Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral.
- Aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas
- Desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo.
- Utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos.
- Expressar-se oral, escrita e graficamente em situações matemáticas e valorizar a precisão da linguagem e as demonstrações em Matemática.
- Reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações.

- Promover a realização pessoal mediante o sentimento de segurança em relação às suas capacidades matemáticas, o desenvolvimento de atitudes de autonomia e cooperação. (BRASIL, 2000, p. 42)

Dessa maneira, o ensino da Matemática deve garantir que o aluno adquira maturidade para lidar com diversas situações que venha aparecer tanto dentro da disciplina de Matemática ou em outras disciplinas. O professor deve incentivar o aluno a buscar soluções, utilizar o raciocínio próprio e seus conhecimentos, colaborando assim para que ele posso ter autoconfiança em suas resoluções, promovendo a realização pessoal.

Diante disso, os PCN do Ensino Médio possuem como proposta que o professor consiga levar o aluno a desenvolver e sistematizar procedimentos de cálculos e estratégias para tornar capaz de solucionar questões dentro do contexto escolar e fora dele.

Espera-se que o aluno desenvolva habilidades como ler e interpretar textos de Matemática, identificar e interpretar o problema, formular hipóteses, selecionar estratégias de resolução, utilizar o raciocínio dedutivo e intuitivo e desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção do real, ou seja o ensino da Matemática deve formar cidadãos críticos, reconhecendo a presença da Matemática do cotidiano de todos.

CAPÍTULO 2: ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

O campo conceitual das estruturas multiplicativas é formado por um conjunto de situações que exige o uso de variedades de conceitos matemáticos na resolução das questões, melhor dizendo, utiliza da relação entre um procedimento e outro, na busca pela qual o aluno deve compreender além do conteúdo em si como também essa ligação existente.

A ideia de que a multiplicação é simplesmente o fato de calcular um número ‘vezes’ o outro não é válida para qualquer tipo de problema, muitas vezes o conhecimento do aluno precisa ir além da operação, dominando também a interpretação. A memorização da tabuada é importante, o aluno que sabe a tabuada ganha tempo na resolução de determinada questão, porém essa memorização não deve existir antes da aprendizagem e compreensão do conteúdo.

A maneira de ensinar o conteúdo de multiplicação não utilizando o método da pergunta e resposta, mas sim do problema e da resolução na ligação de um conteúdo com outro, faz com que nenhum conteúdo seja decorado nem esquecido. O aluno passa então a rever frequentemente vários conceitos da Matemática, ganhando prática e habilidade. De acordo Magina, Santos e Merlini (2011):

> Em suma, essas considerações nos remetem à teoria *vergnaudiana* que postula que os conceitos matemáticos traçam seus sentidos com base em uma variedade de situações e, normalmente, cada situação, não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito. (p. 12)

Essa teoria refere-se a importância da compreensão de conceitos matemáticos e a ligação que um possui com o outro. Uma situação mesmo que simples exige vários conceitos para que possa ser resolvida. Portanto cabe ao professor trabalhar de maneira esclarecedora com os alunos sobre essas estruturas, a ligação que elas possuem e a maneira como eles devem escolher o método de resolução adequado para determinado problema.

A situação problema presente no campo conceitual das estruturas multiplicativas exige além da interpretação do problema, também o processo de

resolução. Isto leva a várias multiplicações e/ou divisões na busca do resultado, além de vários outras teorias dentro e fora do campo Matemático.

Baseado nas Teoria de Verganud, de acordo Santos, Magina e Merlini (2013):

> [...]é necessário um trabalho consistente com um conjunto de situações que progressivamente irão dar sentido ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas e por extensão irão conferir significados para os conceitos de multiplicação e divisão. (p. 2)

Não é suficiente que o aluno simplesmente decore a tabuada. Muitos acreditam ser a melhor maneira de aprender a operação de multiplicação, porém este método vai tanto contra as recomendações dos PCN, quanto a teoria de Vergnaud. De acordo os PCN (1997), eles defendem que deve haver um problema, uma busca de solução, no qual o professor deve fazer com que o aluno consiga compreender essa operação, dando sentido assim a este campo conceitual, facilitando também a compreensão da operação de divisão. Não é tão simples ‘apenas’ ter esse domínio, pois muitas vezes estudantes que sabem a tabuada não conseguem resolver problemas que utiliza da multiplicação para obter o resultado, pois a interpretação do problema é necessária para que ele consiga compreender com quais fatores essa multiplicação deve ser calculada.

A multiplicação é vista por muitos como uma soma de parcelas repetidas, o aluno pode conseguir chegar a um resultado de determinado procedimento utilizando este recurso. Entretanto, vale ressaltar que este método passa a não ser tão útil se tratando de números maiores, no qual se resolvido pela multiplicação tem mais eficácia. Isto é, a soma de fatores iguais resulta na multiplicação, mas ela passa a facilitar a resolução de um problema, como por exemplo o tempo ganho ao trocar, quando possível, a operação de adição pela multiplicação.

Não devemos, a partir dessas opções garantir que o aluno está apto a resolver qualquer tipo de problema que utiliza a operação da multiplicação, pois antes de qualquer conteúdo matemático a interpretação do problema é

fundamental e o desenvolvimento na resolução também. De acordo com Taxa-Amaro e Fini (2004)

> [...] o ensino da matemática na escola tende a privilegiar a memorização e automatização de procedimentos em detrimento da compreensão, desconsiderando noções espontâneas das crianças. (p. 180)

A maioria dos professores utilizam um método que leva o aluno a decorar o algoritmo da resolução, impendido-o de raciocinar e buscar suas próprias soluções, visto que, em muitos casos, as questões são elaboradas de forma completamente fora da realidade dos alunos. Além disso, quando o aluno consegue chegar na solução, porém com um método diferente, sem utilizar de fórmulas ou algoritmos o professor não aceita esta resposta, não procura identificar e compreender o percurso que o aluno seguiu para obter a sua solução. Ainda de acordo os PCN (1997).

> Evidente, a aprendizagem de um repertório básico de cálculos não se dá apenas pela simples memorização de fatos de uma determinada operação, mas sim pela realização e um trabalho que envolve a construção, a organização e, como consequência, a memorização compreensiva desses fatos. (p.74)

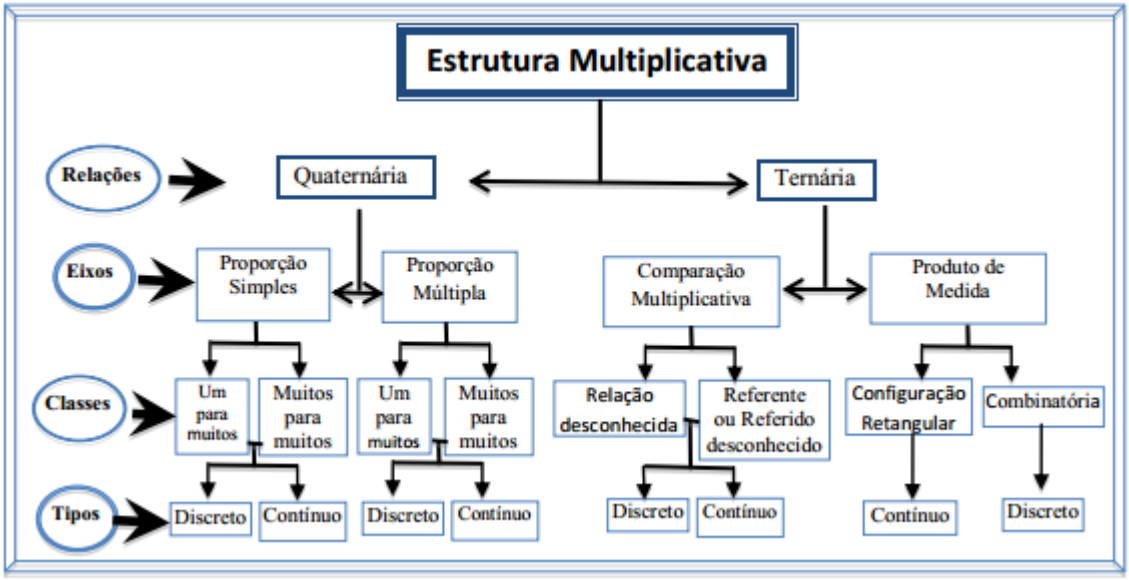
Nas séries iniciais esse processo deve ser bastante exercitado , pois a falha desse aprendizado em alunos nestas séries fundamentais acarreta várias outras dificuldades com conteúdos mais avançados, visto que a resolução de problemas que envolve as quatro operações básicas é pré requisito durante toda a vida escolar do aluno, não apenas em Matemática, mas em outras matérias como química, física, desenho geométrico .

Prova disso são os alunos que estão chegando no Ensino Médio, que não ‘lembram’ quanto é 6 vezes 6, ou 4 vezes 9, pois quando aprenderam foi de forma decorada. Assim que se passava os anos, essa memorização ia ficando cada vez mais fraca, e isso faz com que o andamento nos demais conteúdos seja prejudicado, pois os alunos erram contas como multiplicação, divisão e subtração e muitas vezes acabam se desinteressando em aprender mais pela preguiça de pensar e resolver contas básicas.

Dessa maneira, a busca por metodologias para uma melhor aceitação relacionada ao raciocínios dos alunos deve ser feita, pois até mesmo quando eles erram a resposta, o professor com um maior atenção pode passar a entender qual a dificuldade que esta formada na mente deste aluno, levando-o ao melhor aprendizado. Consequentemente, há a necessidade de se trabalhar o conteúdo matemático de maneira que leve o aluno a pensar, realizar análise, fugindo do 'decorar' e sim aprender como desenvolver qualquer tipo de problema.

De acordo às ideias teóricas de Vergnaud com elaboração de Magina, Santos e Merlini (2010), para uma melhor compreensão das Estruturas Multiplicativas é apresentado esta tabela:

Figura 1: Esquema do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina, Santos e Merlini (2014)

A estrutura multiplicativa é dividida em duas partes: a relação quaternária que por sua vez é dividida em dois eixos, o de proporção simples e proporção múltipla; e a relação ternária dividida entre os eixos de comparação multiplicativa e produto de medidas. Os eixos também são divididos, para as relações quaternárias temos um para muitos e muitos para muitos. Para as relações ternárias temos no eixo de comparação multiplicativa as classes relação desconhecida e referente desconhecido, já para o outro eixos temos a configuração retangular e a combinatória, todos estes são classificados em discreto ou contínuo.

Na busca pela compreensão da organização desta tabela, iniciaremos com a diferenciação das relações quaternárias e ternárias. As relações quaternárias são compostas por problemas que ofereçam três grandezas e buscam o quarta. Por exemplo:

Exemplo 01: Um álbum de figurinhas precisa de 20 figurinhas para ser preenchido, quantas figurinhas precisarei para completar 3 álbuns?

Neste exemplo, podemos identificar as três grandezas presentes no problema, o álbum, as figurinhas necessárias para preencher um álbum e três álbuns que devem ser preenchidos a partir da relação entre 1 álbum e 20 figurinhas. Portanto a solução para este problema se dá a partir da relação de que se 1 álbum precisa de 20 figurinhas, então 3 álbuns precisam de 3 x 20, ou seja 60 figurinhas.

Nas relações ternárias, por outro lado, são oferecidos duas grandezas e se busca pelo terceira. Esta terceira é formado pela operação de duas grandezas do mesmo conjunto, como segue:

Exemplo 02: Júlia tem 12 anos e seu irmão possui o dobro da sua idade. Quantos anos seu irmão tem?

No problema acima, podemos perceber as duas grandezas existentes, que são a idade de Júlia e a relação de dobro que há entre a idade dos dois. A solução do problema se dá a partir da relação multiplicativa 12 x 2, logo o irmão de Júlia possui 24 anos.

A partir da definição e exemplificação das relações, vamos apresentar as subdivisões apresentadas na tabela, iniciando a partir dos eixos presentes na relação quaternária. Sendo um deles o eixo proporção simples, que engloba uma relação entre elementos distintos, sendo dois de um tipo e dois de outro, como no Exemplo 01 descrito acima, no qual esta relação se dá entre quantidade de figurinhas e quantidade de álbuns.

Este eixo é subdividido em duas classes, um para muitos e muitos para muitos. A primeira classe ocorre quando o problema apresenta uma relação explícita, podendo também ser observado no exemplo 01, já na segunda, esse

relação está implícita, cabendo ao aluno identificar e explicitar a relação. Um exemplo desse tipo é descrito a seguir:

Exemplo 03: Três carros têm doze rodas, quantas rodas possuem dois carros?

Para obter a solução do problema é necessário que o aluno descubra a relação existente entre a quantidade de rodas e a quantidade de carros para assim partir para a resolução. No caso, inicialmente ele deverá descobrir quantas rodas possui um carro, para assim descobrir quantas rodas dois carros possuem.

Já as classes são classificadas entre contínuo em que é possível realizar a relação um para muitos, visto no Exemplo 03 e discreto, no qual não podemos explicitar esta relação. Como será exemplificado a seguir:

Exemplo 04: Numa certa loja, a cada três peças de roupa compradas você ganha uma de brinde. Se você comprou seis peças, quantas de brinde ganhou?

Neste tipo de problema não é possível fazer a relação de um para muitos, ou seja, ela é classificada como discreta. Se você comprar uma peça apenas você não vai adquirir nenhum brinde, visto que ao realizar a operação 1 ÷ 3 você obtém 1/3 ou 0,3 da brinde, mas não faz sentido ganhar 0,3 de brinde, pois não há como dividir a peça de roupa em três partes.

Além do eixo de proporção simples, encontramos também o eixo de proporção múltipla que refere-se aos problemas onde encontramos três ou mais elementos relacionados dois a dois. Esse eixo possui a mesma classificação do eixo anterior, contendo a classe um para muitos e muitos para muitos, que por sua vez são também divididos entre discretos e contínuos.

Exemplo 05: Uma pessoa adulta necessita de uma dieta alimentar que lhe ofereça 4800 kcal em dois dias. Quantas kcal uma família com 3 pessoas deve consumir em uma semana?

Assim, no Exemplo 05, podemos fazer a relação de um para muitos, ou seja, analisando o problema podemos afirmar que uma pessoa em media precisa consumir 2400 kcal, portanto ela se classifica em contínua.

Exemplo 06: Uma empresa de reflorestamento deseja recuperar uma área de 25 km² plantando 200 árvores. Sabendo-se que em 5 dias, 4 pessoas plantam 17 árvores, quanto tempo eles levarão para reflorestar toda esta área?

Não é possível fazer esta relação no exemplo 06, pois matematicamente podemos fazer 17÷5=3,4 e depois 3,4÷4= 0,85, mas não é possível que uma pessoa em um dia plante 0,85 árvores, logo, não podemos estabelecer a relação um para muitos, de modo que este problema se enquadra na relação muito para muitos, ou seja, não é possível explicitar a relação, então ela se enquadra no tipo discreto.

Seguindo a lógica das divisões das relações quaternárias, abordaremos as subdivisões das estruturas ternárias. Esta relação inicialmente se divide em dois eixos, que vem a ser comparação multiplicativa, que se trata de, como o nome já diz, comparação entre dois elementos de mesma natureza, conforme o exemplo 02. E produto de medidas que é a relação entre três elementos, sendo que a terceira é o produto das outras duas.

A comparação multiplicativa se divide entre as classes de relação desconhecida, pela qual podemos identificar no problema as duas variáveis, porém, a relação não está explícita, por exemplo:

Exemplo 07: Comprei uma caneta por R$1,00 e um livro por R$20,00.Quantas vezes o livro foi mais caro que a caneta?

Para obter a solução deste problema devemos identificar a relação entre os dois preços, assim encontraremos que o livro é 20 vezes mais caro que a caneta. Já nos casos em que o problema se enquadra na classe referido desconhecido, temos uma variável e a relação existente, procuramos então a outra variável, como no exemplo 02.

Já o eixo produto de medidas se divide nas classes configuração retangular e combinatória. A primeira classe indica que o problema pode ser organizado de maneira retangular, o que significa que podemos resolver a situação com uma multiplicação, como segue o exemplo:

Exemplo 08: Qual a área de um tabuleiro retangular que possui 10 cm de largura e 8 cm de comprimento?

De maneira bem clara, o problema é resolvido multiplicando a largura pelo comprimento, obtendo 80 cm² de área. As questões deste tipo geralmente envolvem cálculos de áreas, na qual basta multiplicar uma variável pela outra, pois como se trata de retângulo, sempre iremos realizar a operação de multiplicação.

A segunda classe denominada combinatória, também está relacionado ao nome, podemos organizá-la numa tabela que representa o plano cartesiano formado por pares de conjuntos não relacionados entre si. Segue exemplo:

Exemplo 09: Marlene foi ao shopping comprar roupas novas para ir à academia. Comprou 3 shorts e 4 camisetas, quantas combinações ela pode fazer para ir à academia?

Nesta resolução, podemos perceber que as combinações são compostas por um short e uma camiseta, ou seja, um elemento do primeiro grupo com um elemento do outro grupo. Podemos também verificar que a quantidade de combinações é dada a partir do produto entre os shorts e as camisetas, 3 x 4 resultando em 12 combinações.

Estas classes, assim como a da relação quaternária são subdivididas entre os tipos discreto e contínuo. Exceto a classe combinatória que é apenas em discreto.

Diante disso, podemos perceber que existem vários tipos de problema aos quais o professor possa recorrer para introduzir o conceito de multiplicação, fugindo do ‘decorar’ e utilizando de situações conhecidas pelos alunos e não somente apresentando questões que não sejam contextualizadas. Segundo Lara (2011):

> Problemas de multiplicação estão presentes no cotidiano dos alunos desde cedo, pois estão inseridos em situações reais vividas no seu dia-a-dia, envolvendo variáveis que podem ser facilmente representadas por materiais concretos. (p. 119)

Ao utilizar problemas envolvendo objetos de fácil visualização pelos alunos, como por exemplo balas, bombons, figurinhas, estamos levando a operação de multiplicação para a vida deles, fazendo com o que eles se sintam instigados a resolverem o problema.

A criança que foi preparada dessa maneira nos anos iniciais terá visto os conteúdos matemáticos necessários para chegarem ao Ensino Médio com uma base para resolver e conhecer outros tipos de problemas e conteúdos, fazendo relação entre um e outro. Dessa forma eles passam a inicialmente analisar e interpretar o problema, traçando estratégias de resolução, onde ele utilizará a operação como um meio para se chegar na solução. Deste modo a operação não se limitará apenas ao algoritmo, mas passará a ter significado.

Por fim, o Campo das Estruturas Multiplicativas mostra ser um caminho de grande valia e bastante proveitoso no ensino da Multiplicação, ele leva o aluno a estar preparado para qualquer situação problema que envolva este conceito. A partir disso o aluno passa então a se sentir seguro e consegue relacionar o conteúdo com outros conteúdos matemáticos durante todo processo escolar, desde os anos inicias ao Ensino Médio.

METODOLOGIA

A pesquisa se apoiou nos princípios da pesquisa qualitativa, baseado em Ludke e André (1986) que dizem que esta abordagem busca investigar e interpretar dados no qual o pesquisador é o único responsável pela coleta desses dados. O objetivo da nossa pesquisa é analisar as dificuldades dos alunos do 3º ano do Ensino Médio relacionados com as Estruturas Multiplicativas.

A fim de alcançar os objetivos propostos realizamos a coleta de dados com uma turma de 3º ano do Centro Territorial de Educação Profissional de Vitória da Conquista, composta por 20 alunos, no turno matutino. A escolha da escola foi determinada a parti da minha participação no PIBID, no qual realizei observações e intervenções em turmas dessa escola e durante este processo ficou evidente a dificuldade dos alunos com relação a multiplicação. Já a escolha pela turma do 3º ano se deu pelo fato de ser o último ano escolar da Educação Básica, na qual os alunos estão sendo preparados para o ingresso no campo profissional.

O instrumento utilizado na coleta e análise dos dados foi um questionário que está disponível no anexo II. Ludke e André (1986) apresentam o questionário como instrumento de pesquisa útil que pode permitir o aprofundamento dos pontos levantados pelo pesquisador. Assim, neste estudo utilizamos o questionário com o objetivo de avaliar as estratégias apresentadas pelos alunos na resolução das mesmas

As questões foram retiradas da pesquisa de Magina, Santos e Merlini (2014) que traziam questões do tipo: duas do eixo proporção simples, uma da classe um para muitos e outra da classe muitos para muitos, duas do eixo de proporções múltiplas das classes correspondência um para muitos e muitos para muitos, duas de comparação multiplicativa com as classe de relação e referido desconhecido e por fim, duas questões de produto de medidas das classes de configuração retangular e combinatória. Essas questões são relacionadas ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, baseado das

Teorias de Vergnaud para os alunos. Apresentarei os detalhes do questionário a seguir.

Figura II: Questões 1 e 2, referente ao perfil dos alunos.

1) Você gosta de Matemática?
( ) Não gosto ( ) Gosto mais ou menos ( ) Gosto muito
Por quê? _____

2) Quantas horas por semana você estuda matemática em casa?
( ) não estudo ( ) menos que 1 hora ( ) mais que uma hora

A questão número 01 e 02 refere se a perguntas pessoais aos alunos, se gostam ou não da disciplina de Matemática e quantas horas por semana estudam para mesma, a partir das respostas será possível identificar se existe o hábito de estudar em casa.

Figura III: Questões 3, 4 e 5 relativas as situações problema.

3) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

4) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

5) Uma pessoa deveria beber em média 5 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

Seguindo a ordem das questões, temos a questão 3, esta questão é classificada no eixo de proporção simples, na classe um para muitos, o objetivo com essa questão é observar se o aluno ao responder utiliza as relações entre as grandezas carro e rodas, para responder essa questão o aluno deve

multiplicar a quantidade de carros pelo número de rodas de cada carro encontrando o total de rodas que os cinco carros possuem.

Na questão 4, também do eixo proporção simples, porém da classe muitos para muito. Espero com ela que o aluno identifique a relação presente entre três bombons e um caramelo, assim conseguindo encontrar o resultado de caramelos referente aos 15 bombons.

Para a questão 5, do eixo proporções múltiplas, estão presentes duas situações, a quantidade que uma pessoa bebe em dois dias e a quantidade que uma pessoa toma em 30 e sequentemente 5 pessoas em 30 dias. O objetivo dela é que os alunos possam compreender o problema e a relação da classe um para muitos presentes nela.

Figura IV: Questão 6, relativas as situações problema.

6) Comprei uma boneca por R$21,00 e uma bola por R$ 3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?

A questão 6 é classificada no eixo de comparação multiplicativa, da classe relação desconhecida. Busca se que o aluno possa encontrar essa relação, podendo utilizar o algoritmo da divisão para encontrar este resultado, visto que ele é o inverso da multiplicação.

Figura V: Questão 7 e 8, relativas as situações problema.

7) A idade de Paulo é 5 vezes maior que a idade do seu filho. Seu filho tem 6 anos. Qual é a idade de Paulo?

8) Qual a área de um terreno de formato retangular, sabendo que tem 15 metros de frente e 35 metros de comprimento?

A questão 7, também pertencente ao eixo de comparação multiplicativa, porém da classe referido desconhecido, assim como na questão anterior, o objetivo desta questão, além da interpretação do problema, o aluno precisa identificar o algoritmo a ser usado para obter o resultado da questão. Já a questão 8 pertence ao eixo produto de medidas da classe configuração retangular, espero que o aluno tenha uma noção de área, comprimento, largura e figuras geométricas na resolução do problema.

Figura VI: Questões 9 e 10, relativas as situações problema .

9) Um grupo de 50 pessoas vai passar 28 dias de férias no campo. Eles precisam comprar uma quantidade de açúcar suficiente. Eles sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 4Kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?

10) Numa festa há quatro meninas e três meninos. Cada menino quer dançar com cada uma das meninas, e cada menina também quer dançar com cada um dos meninos. Quantos pares diferentes de menino-menina são possíveis de serem formados?

A questão 9, entendemos que necessita de uma maior atenção, pertencente ao eixo de proporções múltiplas, da classe correspondência de muitos para muitos, ela apresenta duas situações, no qual não se faz sentido obter a relação um para muitos, porém o aluno pode encontrar este resultado, e realizar a multiplicação referente a quantidade de açúcar durante os 28 dias, ou realizar regra de três composta, chegando ao resultado mais rapidamente. Já a questão 10, é do eixo produto de medidas, da classe combinatória e espero que o aluno faça a associação com produto de medidas entre dois objetos diferentes, no caso meninas e meninos, realizando a multiplicação para obter o resultado esperado.

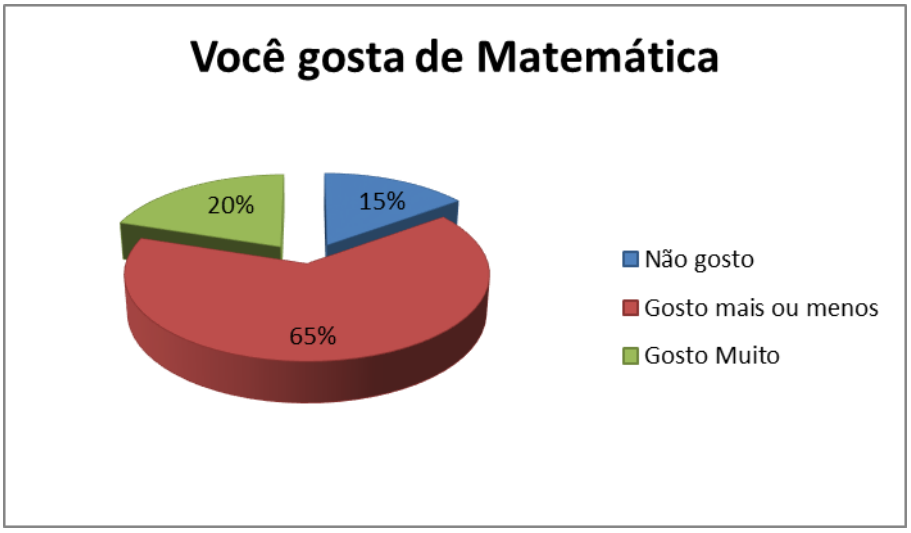
Portanto, a partir desse questionário, realizei a análise das resoluções, de acordo com três aspectos: interpretação do problema, e uso do algoritmo. Este material foi aplicado pela professora, na qual nenhum tipo de dúvida foi atendido, nem entre aluno e aluno, professor e aluno. Além disso, foi solicitado aos alunos que todos os cálculos e tentativas de resoluções fossem anotado na folha de resposta, assim se tornou possível uma tentativa de compreensão das soluções encontradas.

CAPÍTULO 4: ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este capítulo apresenta a análise dos dados coletados na aplicação do questionário que foi resolvido por 20 alunos do 3º ano da turma de Edificações de uma escola profissionalizante de Vitória da Conquista.

Inicialmente na questão um, indagamos ao aluno se ele gosta da disciplina de Matemática, abaixo segue um gráfico que representa a reposta dada por eles.

Gráfico I: Você gosta de Matemática?



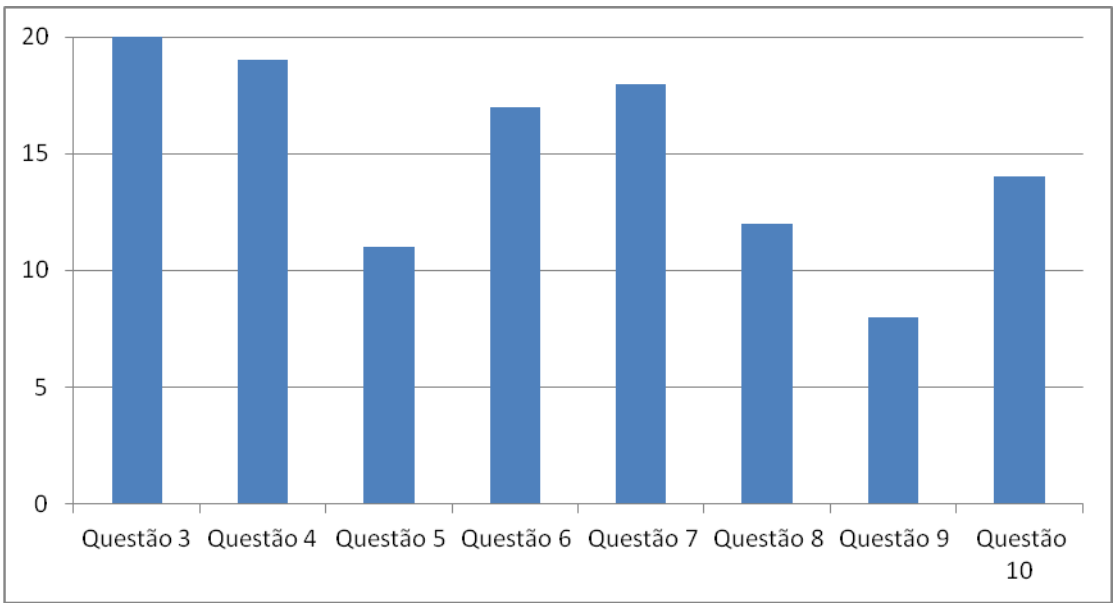
A partir dos dados retratados no Gráfico I, podemos observar que a maioria dos alunos disse gostar mais ou menos da disciplina Matemática. A percepção que os alunos possuem da Matemática pode torná-la um tanto difícil de ser ensinada. Eles já crescem, na maioria das vezes, presenciando as reclamações dos pais em relação às dificuldades na disciplina e isso pode afetá-los diretamente.

Analisando a questão 2, questionamos quantas horas semanais eles dedicam para estudar a disciplina de Matemática. Consideramos algo preocupante a resposta deles, pois nove alunos estudam menos que uma hora por semana, dois não responderam, sete não estudam e dois estudam mais

que uma hora. Diante destes dados, podemos perceber que a maioria dos alunos estuda menos que uma hora semanal.

As próximas questões são situações problemas do Campo Conceitual Multiplicativo. A seguir apresentamos o gráfico II com a quantidade de acertos por questões.

Gráfico II: Quantidade de acertos por questão.



Fonte: Dados coletados

Analisando o Gráfico II podemos perceber que o número de acertos predominou em todas questões. Para realizar a análise as questões foram separadas de acordo suas relações (quaternária ou ternária) e os eixos pertencentes a elas.

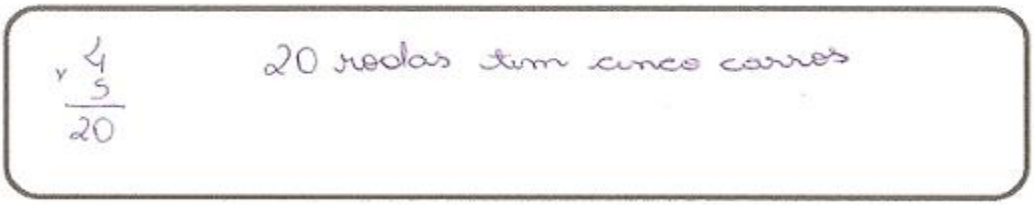
4.1 RELAÇÕES QUATERNÁRIAS:

4.1.1 Eixo Proporção Simples

Pertencendo a este eixo temos a questão 3 e 4. Tal como mencionamos no capítulo da metodologia a questão 3 trata-se de uma situação problema da estrutura multiplicativa de relação quaternária do eixo de proporção simples e classe um para muitos. A questão 4 é também classificada no eixo de proporção simples, porém na classe muitos para muitos.

Analisamos a questão 3 que trouxe a seguinte situação: “*Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?”*, esperava-se que o aluno conseguisse fazer a associação um para muitos, a relação da quantidade de rodas presentes em um carro e com a quantidade de rodas existentes em cinco carros. Todos os 20 alunos encontraram a resposta correta, dentre eles quatro não registraram cálculos. Para ilustrar as estratégias utilizadas pelos alunos, apresentaremos duas formas utilizadas pelos alunos, quais sejam: algoritmo e o método da proporção simples, denominada de regra de três:

Figura VII: Extrato do Aluno (G)



Pelo registro do aluno G estamos partindo do pressuposto que o estudante conhece a operação de multiplicação. Ele armou a conta corretamente colocando a unidade 5 representando a quantidade de carros de forma correspondente à unidade 4 representando a quantidade de rodas de cada carro.

Essa organização traz indícios de que o estudante possui algum tipo de conhecimento que lhe permite armar e efetuar essa operação de maneira correta. É possível que o estudante conheça a forma de organização do sistema numérico decimal e as regras do algoritmo da multiplicação, o que permitiu que ele efetuasse corretamente a operação. Além deste aluno, 10 outros também utilizaram essa estratégia.

Chamamos atenção que ao usar essa mesma estratégia no caso de questões da classe muito para muitos não garante a resposta esperada, não é suficiente realizar a multiplicação das quantidades apresentadas no problema.

A seguir outro exemplo de resolução.

Figura VIII: Extrato do Aluno (C)

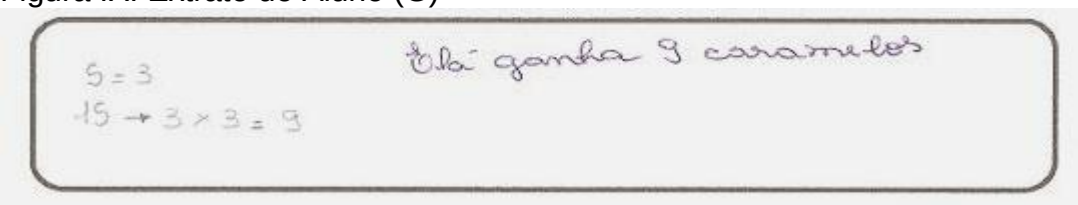
Entendemos que o aluno faz a associação da quantidade de carro com a quantidade de rodas e organizou a estrutura do problema multiplicando a quantidade de rodas presente em um carro, pela quantidade de carros pedido da questão e obteve o resultado. Como a questão faz parte da classe um para muitos, dentro da Teoria dos Campos Conceituais essa estratégia é válida e bastante comum nas resoluções. Não identificamos o registro de nenhum aluno utilizando a soma de parcelas repetidas para solucionar este problema.

A questão quatro que apresentava o seguinte problema: *"A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 bombons, quantos caramelos ela ganhará?"*.

Para esta questão encontramos 19 acertos, dentre eles nove alunos não apresentaram cálculos, e um erro. Ponderamos que o número de acertos nessa questão diminuiu em relação à anterior, visto que não seria suficiente simplesmente utilizar os dados do problema no algoritmo da multiplicação.

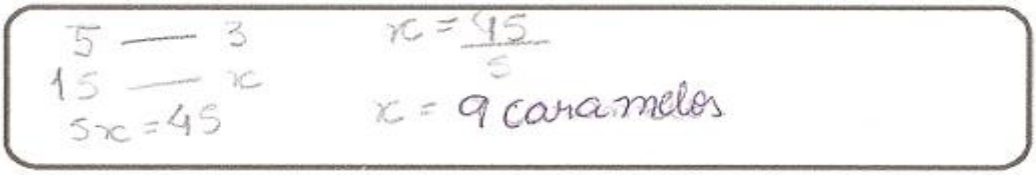
Observe a estratégia utilizada pelo aluno G na figura IX a seguir:

Figura IX: Extrato do Aluno (G)



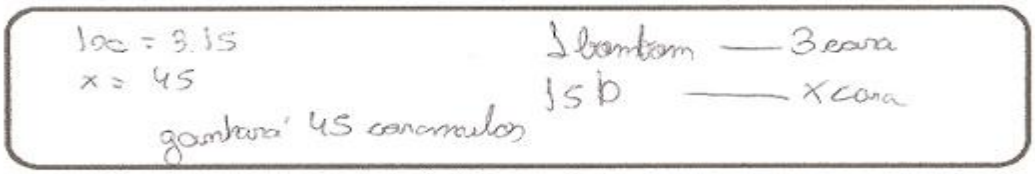
O aluno usou a informação contida no problema, identificando o valor pelo qual o 5 foi multiplicado para encontrar 15, que no caso foi o 3 e multiplicou este na quantidade de caramelos, obtendo a quantidade correta. Este caminho foi utilizado apenas por este aluno, os demais que apresentaram resolução utilizaram a proporção simples. Segue abaixo uma ilustração.

Figura XX: Extrato do Aluno (S)



Esta figura apresenta a resolução pela proporção simples, o aluno fez a relação entre bombons e caramelos, encontrando a quantidade de caramelos esperada. Dentre os resultados encontrados, segue abaixo o extrato do aluno que não conseguiu chegar à resposta correta.

Figura X: Extrato do Aluno (F)



Estamos partindo do pressuposto que este estudante conhece a operação da multiplicação, porém ele não conseguiu armar a conta corretamente nem relacionar as unidades correspondentes. Neste tipo de questão não é possível estabelecer a relação um para muitos, para descobrir quantos caramelos ganharia na compra de um bombom, o aluno deveria realizar uma divisão, três caramelos divididos por cinco bombons, o que não faz sentido falar neste problema, pois o resultado não seria um número inteiro, não existe a possibilidade de comprar apenas um bombom e ganhar 0,6 caramelos, logo a falha do problema se deu na tentativa de encontrar a relação um para muitos.

4.1.2. Eixo Proporção Múltipla

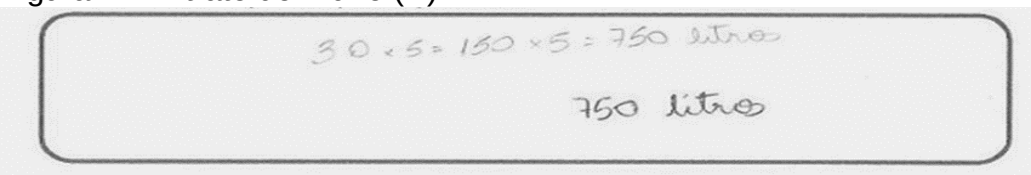
Pertencentes a este eixo temos a questão 5 da classe um para muitos e a questão 9 da classe muitos para muitos. A questão 5 teve 12 acertos, porém quatro alunos não apresentaram cálculos, dois erros e seis alunos que deixaram em branco.

Para a resolução da questão 5 que questionava: *"Uma pessoa deveria beber em média 5 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?",* esperava-se que o aluno conseguisse descobrir a

quantidade que uma pessoa bebe em um mês e depois as cinco pessoas, para isso, primeiramente o aluno deveria realizar uma multiplicação a fim de descobrir a quantidade que uma pessoa consome de água em trinta dias, levando em consideração que o problema trouxe a quantidade deste consumo por pessoa em dois dias.

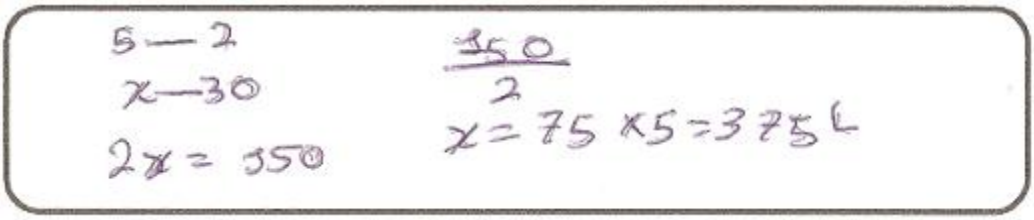
Segue o extrato de um aluno que resolveu sucessivas multiplicações, porém não obteve o resultado correto.

Figura XI: Extrato do Aluno (D)



Nesta resolução o aluno iniciou o cálculo, porém não atentou a informação de que 5 litros são ingeridos em dois dias, após realizar a operação de multiplicação para descobrir quantos litros de água uma pessoa consome, o aluno deveria ter realizado o algoritmo da divisão, visto que esse valor foi dado em dois dias, para assim finalizar a conta, descobrindo a quantidade de água para cinco pessoas. Entendemos que o aluno conheça o algoritmo da multiplicação o que permitiu que mesmo errando o resultado final do problema, ele conseguiu efetuar esta operação corretamente.

Figura XII: Extrato do Aluno (P)



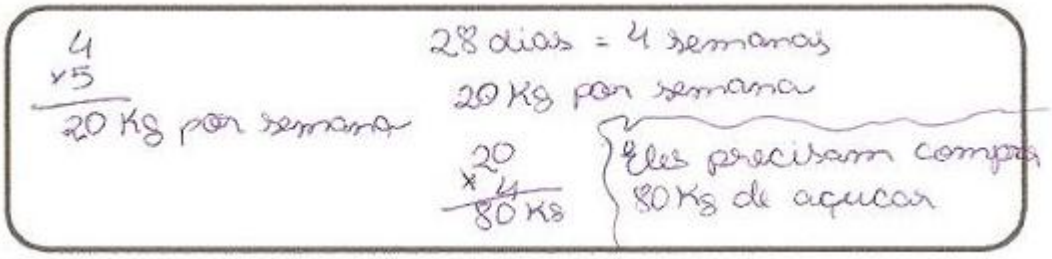
O aluno P partiu do mesmo raciocínio do aluno D, porém ele se ateve ao fato que a quantidade consumida foi dada em dois dias, logo a operação de divisão foi utilizada para chegar ao resultado esperado para esta questão, o aluno apresentou que possui conhecimento com relação a operação de multiplicação quanto a divisão e isso lhe permitiu efetuar corretamente as operações.

A questão 09 traz o seguinte problema: *"Um grupo de 50 pessoas vai passar 28 dias de férias no campo. Eles precisam comprar uma quantidade de*

açúcar suficiente. Eles sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 4 kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?”. Para solucionar este problema, o aluno deveria se atentar aos dados do problema, diferente das questões que pertencem a classe uma para muitos, aqui não faz sentido segui por este caminho, pois o problema nos apresenta a quantidade relativa para 10 pessoas e busca a resposta para 50 pessoas. Outra informação importante é dada na relação entre 28 dias e uma semana, no qual o aluno precisa compreender e fazer esta conversão, realizar os cálculos baseados em dias, ou em semanas.

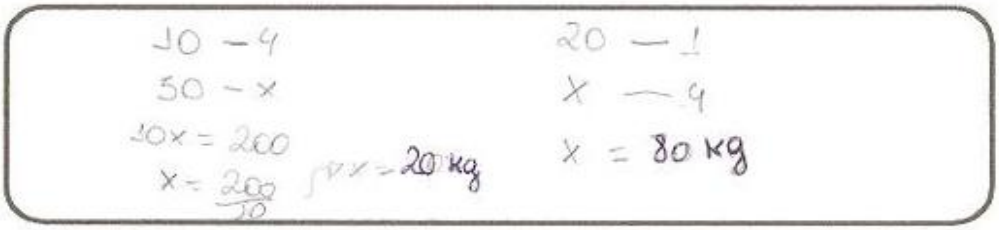
Para solucionar esta questão, o aluno deve descobrir primeiramente o quanto 10 pessoas consomem nos 28 dias de férias e depois as 50 pessoas. Abaixo apresento algumas das resoluções que nos chamou atenção.

Figura XIII: Extrato do Aluno (T)



Pelo registro do aluno (T) podemos observar que o mesmo descobriu inicialmente a quantidade que as 50 pessoas consumiam de açúcar em uma semana e depois nos 28 dias, que ele preferiu trabalhar com quatro semanas, que são equivalentes. Essa organização traz indícios de que o estudante possui algum tipo de conhecimento que lhe permite armar e efetuar essa operação de maneira correta.

Figura XIV: Extrato do Aluno (Q)



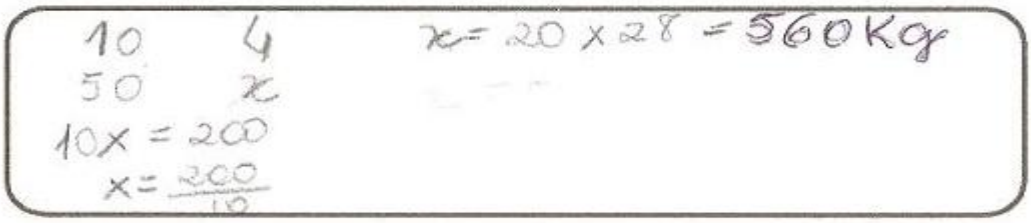
Nesta resolução o aluno (Q) utilizou a regra da proporção simples para descobrir a quantidade que as 50 pessoas consumiam de açúcar durante uma semana e posteriormente utilizou novamente a proporção para descobrir a

quantidade de açúcar em todo o período de férias. Essa resolução mostra que o aluno possui conhecimento tanto na operação de multiplicação quanto a divisão, conseguindo assim obter a resposta correta para a questão.

Fazendo uma análise comparativa entre a resolução do aluno T e o aluno Q, conseguimos observar que a interpretação do problema foi comum nos dois, porém o aluno Q optou em seguir a resolução pelo método da proporção simples, já o aluno T utilizou somente o algoritmo da multiplicação. Esses dois métodos de resolução são válidos para este tipo de questão.

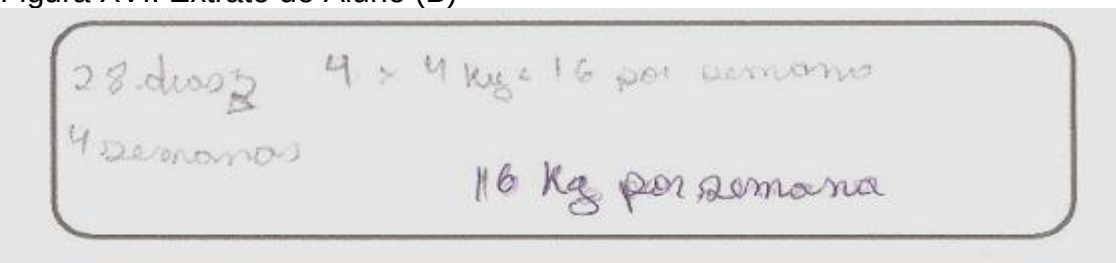
Nessas duas estratégias de resolução que os demais alunos que acertaram se basearam. Para esta questão houve oito acertos, três sem resolução, e nove erros. Esta foi a questão com o maior número de erros do questionário. Dentre os erros, o mais comum esta apresentado abaixo.

Figura XV: Extrato do Aluno (S)



Podemos perceber que o aluno iniciou a resolução do problema buscando a quantidade que as 50 pessoas consomem de açúcar em uma semana, encontrando como resultado 20 quilos. A segunda etapa da resolução, que seria para descobrir a quantidade total deste grupo nos 28 dias, o aluno não se ateve a conversão de dias em semanas, e realizou a multiplicação que seria equivalente dizer que este grupo consumia 20 quilos de açúcar por dia, logo não acertou completamente a questão. Consideramos que seus registros trazem indícios de que a falta de interpretação da questão dificultou o aluno a encontrar a resposta correta.

Figura XVI: Extrato do Aluno (B)



A partir do extrato do aluno (B) observamos que ele fez a transformação de dias em semana, em seguida realizou a multiplicação e obteve a quantidade que as 10 pessoas consumiriam durante o período de férias, porém, não concluiu o problema, porque não fez os cálculos para descobrir o consumo para as 50 pessoas que a questão solicitava.

Discutiremos as relações ternárias a seguir.

4. 2. RELAÇÕES TERNÁRIAS

4. 2. 1. Comparação Multiplicativa

Dentro deste bloco estão presentes a questão 6, da classe relação desconhecida e a questão 7, da classe referido desconhecido.

A questão 6 traz o seguinte problema: *"Comprei uma boneca por R$21,00 e uma bola por R$3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?"*. Observe que para este tipo de problema é esperado que o aluno identifique por quanto à boneca é mais cara que a bola. Tivemos 17 alunos que acertaram, porém, destes apenas sete apresentaram cálculos, dois que erraram, porém também não apresentaram cálculos e/ou justificativas e apenas um que deixou em branco.

Figura XVII: Extrato do Aluno (G)

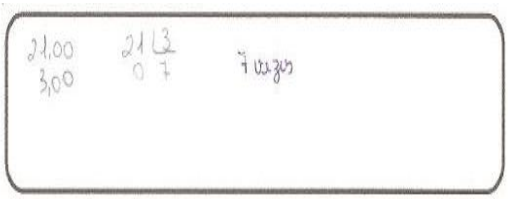
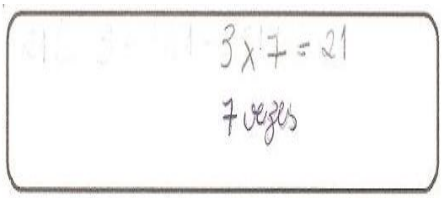


Figura XVIII: Extrato do Aluno (S)

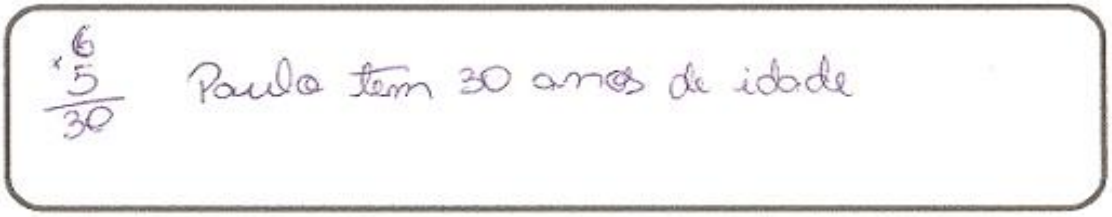


Observe que o aluno (G), assim como os demais alunos, exceto o (S), utilizou a operação inversa a multiplicação para obter a resposta, dividiu o valor da boneca pelo valor da bola e encontrou a resposta da questão, o que era o esperado para este tipo de questão no qual a relação não está explícita. Já o aluno (S), multiplicou o preço da bola pelo algoritmo 7, e obteve o preço da boneca, o que também é uma estratégia válida, porém, considero que seria mais difícil seguir este caminho com algarismos com valores maiores.

A questão 07 apresentava o seguinte problema: *"A idade de Paulo é 5 vezes maior que a idade do seu filho. Seu filho tem 6 anos. Qual a idade de Paulo?".* Para essa questão os alunos tiveram um total de 19 acertos, dentre estes cinco apresentaram somente o resultado e um errou. Para este tipo de questão era esperado que os alunos realizassem a multiplicação para obter a idade de Paulo, o que de fato ocorreu, pois os alunos que apresentaram seu raciocínio optaram por segui este passo.

Figura XIX: Extrato do Aluno (J)

Figura XX: Extrato do Aluno (T)



Diante dessas amostras de figuras, está representado os tipos de resoluções dos alunos que conseguiram acertar o problema, o algoritmo da multiplicação tanto pode ser montado verticalmente ou horizontalmente, não influenciando no resultado do problema. Pelas duas resoluções acima, percebemos que os alunos não sentiram dificuldades na resolução da operação, o aluno (T) se ateve a colocar a resposta encontrada por extenso.

4. 2. 2. Produto de Medidas

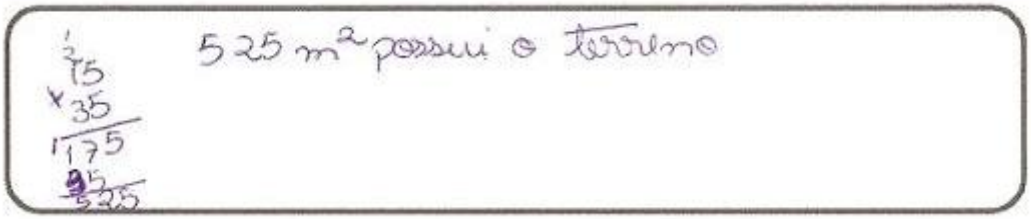
Pertencente ao eixo de Produto de Medidas temos duas classes: configuração retangular, na qual pertence a questão 8 e combinatória na qual pertence a questão 10.

Na resolução da questão 08 que dizia: *"Qual a área de um terreno de formato retangular, sabendo que tem 15 metros de frente e 35 metros de comprimento?",* era esperado que os alunos conseguissem interpretar a

questão e resolve-la corretamente realizando uma multiplicação com a medida de frente do terreno e o seu comprimento, visto que essa é a maneira de se descobri medidas de áreas de figuras retangulares, pois esses tipos de questões que utilizam área e perímetro são visto em disciplinas como Física, logo ela é praticado não só nas aulas de Matemática. A área de uma região retangular é dada pelo produto do seu comprimento com sua largura.

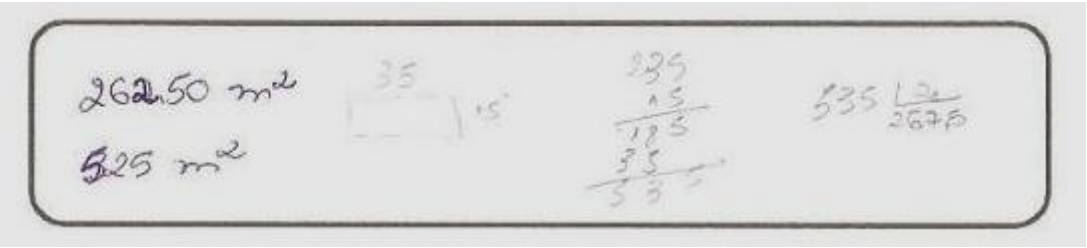
Neste problema tivemos 10 alunos que acertaram, mas apenas quatro apresentaram os cálculos, cinco que deixaram em branco e cinco erraram. Para ilustrar apresentarei um modelo de resolução correta e algumas estratégia dos erros encontrados nos alunos que não chegaram a resposta final correta.

Figura XXI: Extrato do Aluno (T)



Os quatro alunos que acertaram e apresentaram cálculos utilizaram o mesmo passo a passo da Figura XXI, realizaram o algoritmo da multiplicação, ou seja, eles multiplicaram o medida da frente do terreno com o comprimento, obtendo a sua área. Podemos perceber que estes alunos possuem conhecimento da operação de multiplicação, desde ao armar a conta colocando unidades equivalente e realizando os cálculos até chegar no resultado final.

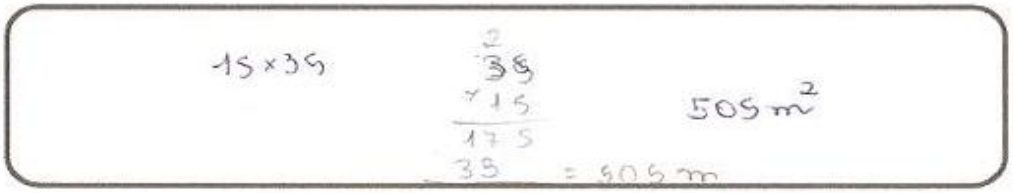
Figura XXII: Extrato do Aluno (D)



O aluno (D) fez um esboço da região retangular, representou suas medidas, realizou a operação de multiplicação corretamente, como o modelo anterior, porém, além disso, ele ainda utilizou o algoritmo da divisão, mas não

deixou claro o motivo de seguir este passo, assim não obteve a resposta final correta, pois apresentou duas respostas.

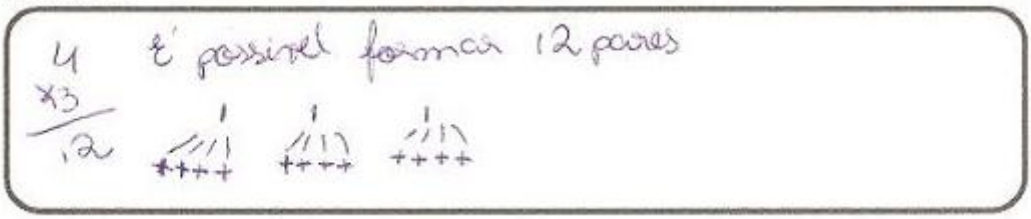
Figura XXIII: Extrato do Aluno (G)



Nesta resolução, podemos identificar pela resolução do alunos que o mesmo multiplicou primeiramente o algarismo da unidade e encontrou 175, em seguida, multiplicou o algoritmo das dezenas encontrando 33, o que levou o ao erro, visto que o resultado desta segunda operação é 35, assim o resultado do problema deu errado.

A última questão deste questionário traz um problema classificado no eixo de produto de medidas da classe combinatória: *"Numa festa há quatro meninas e três meninos. Cada menino quer dançar com cada uma das meninas, e cada menina também quer dançar com cada um dos meninos. Quantos pares diferentes de menino-menina são possíveis de serem formados?.* Assim como foi dito na metodologia, para esta questão esperava-se que o aluno fizesse uma multiplicação entre a quantidade de meninas e meninos, levando em consideração que cada par só pode ser contabilizado uma única vez. A quantidade de acertos foram quartoze, no qual apenas 7 apresentaram suas contas.

Figura XXIV: Extrato do Aluno (T)



Nesta resolução, além deste aluno, outros dois utilizaram do mesmo artifício para resolver o problema, ele indicou os meninos com uma barra e as meninas como uma cruz e fez a associação de meninas para cada menino, em seguida realizou a multiplicação e conferiu seu resultado. Esta resolução é

válida, porém o uso de desenhos em questões como essa não era esperado em alunos de 3º ano do Ensino Médio, pois bastava realizar apenas a multiplicação que a questão estava solucionada.

Figura XXV: Extrato do Aluno (C)

Os demais alunos que fazem parte do grupo de acertos seguiram este mesmo método de resolução, a multiplicação do número de meninos por meninas. Para esta questão tivemos apenas um aluno que não resolveu, e cinco que erraram a resposta, porém não apresentou nenhum cálculo, o que não é interessante aqui considerar.

Assim, a partir das resoluções apresentadas conseguimos identificar em quais tipos de questões os alunos possuem mais facilidade e dificuldade na resolução e as estratégias utilizadas por eles na tentativa de alcançar o resultado correto.

CONCLUSÃO

Este capítulo tem como objetivo apresentar as conclusões da pesquisa a partir da análise dos dados e do nosso referencial teórico. Iniciaremos relatando então todo este processo.

O Campo Conceitual Multiplicativo foi o tema que despertou nosso interesse na realização dessa pesquisa. Nosso objetivo foi analisar as estratégias de alunos do Ensino Médio na resolução de questões de estruturas multiplicativas.

Para estruturar nossos estudos nos baseamos nos trabalhos de Magina, Santos e Merlini (2011, 2013, 2014) sobre as Teorias do Campo Conceitual Multiplicativo, assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) sobre o que diz respeito ao ensino da Matemática para o segundo ciclo paralelo aos Parâmetros Curriculares Nacionais (2000) relacionados ao ensino da Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio.

Santos, Magina e Merlini (2013) nos dizem que a maneira como a multiplicação é apresentada, como sendo uma soma de parcelas repetidas, faz com que o aluno não se torne capaz de desenvolver o raciocínio em diversas situações dentro das estruturas multiplicativas no qual esse método não é eficaz. É frequente críticas ao ensino da Matemática no que diz respeito ao aprendizado pela técnica, pelo ‘decoreba’, muitos alunos vêem essa disciplina como um conjunto de regras a serem seguidas para obter êxito na resolução de determinado problema. Um exemplo disso é a Multiplicação, muitos alunos decoram a tabuada, mas isso não implica que estão aptos a resolver qualquer situação problema que envolva esta operação.

Com relação ao ensino da Matemática para as quatro operações os Parâmetros Curriculares (1997) destacam a importância em utilizar os conhecimentos prévios dos alunos na busca da aprendizagem, fazendo com este aluno termine o primeiro ciclo tendo confiança em suas estratégias de resolução, assim ao chegar ao segundo ciclo eles passaram a ampliar os conceitos vistos no primeiro ciclo. O documento apresenta como desafio no

ensino na Multiplicação, a relação existente entre ela e soma de parcelas iguais, estratégia válida e usada muitas vezes, porém não é suficiente para que o aluno compreender e resolva todas as situações relacionadas à multiplicação.

Já no ensino médio, os Parâmetros Curriculares Nacionais (2000) tem como objetivo que o aluno possa ter adquirido, dentro do primeiro e segundo ciclo experiência e se torne capaz de resolver diversas situações problemas, dentro das estruturas multiplicativas, desenvolvendo e sistematizando procedimentos de cálculos e estratégias.

Assim, para realizar a coleta de dados, optamos por uma pesquisa qualitativa, cujo instrumento foi um questionário retirado do trabalho de Magina, Santos e Merlini (2014). Realizamos a investigação com uma turma do 3º ano do Ensino Médio, composta por alunos com faixa etária entre dezesseis e dezenove anos, em uma escola pública da cidade de Vitória da Conquista –BA. Após coleta dos dados, iniciamos a análise e apresentamos aqui os resultados que nos chamou atenção.

Inicialmente dividimos a análise em duas categorias, relações quaternárias e relações ternárias, cada uma delas se divide em dois eixos: proporção simples e proporção múltipla, comparação multiplicativa e produto de medidas respectivamente.

Nas relações quaternárias, no eixo proporção simples temos as questões 3 e 4, uma pertence a classe um para muitos e a outra da classe muitos para muitos. Identificamos que houve maior quantidade de acertos na questão 3, porém na questão 4, na qual não é possível fazer a relação um para muitos o numero de acertos diminuiu, com um total de vinte acertos na questão 3 e dezenove na questão 4.

As estratégias mais utilizada pelos alunos tanto nos acertos, quanto nos erros foi o algoritmo da multiplicação e divisão. Na questão 3, o algoritmo na multiplicação foi suficiente para alcançar a resposta, porém na questão 4 era necessário que a operação de divisão também fosse utilizada, assim os alunos que só utilizaram da multiplicação não encontraram a resposta correta.

Ainda nas relações quaternárias, porém do eixo proporção múltipla temos a questão 5 e a questão 9, a primeira também da classe um para muitos e a segunda da classe muitos para muitos. A quantidade de acertos da questão 9 foram apenas oito, com relação a questão 5 diminuiu, pois para esta tivemos onze acertos.

Na resolução da questão 5, a maioria dos alunos utilizaram da estratégia da proporção simples e alcançaram a resposta correta, já as estratégias de erro se deu a partir de várias multiplicações sucessivas, que não foi suficiente pois o algoritmo da divisão era necessário. Já nas resoluções da questão 9, a estratégia mais utilizada foi também a regra da proporção simples.

Nas relações ternárias, no eixo de comparação multiplicativa temos a questão 6 da classe relação desconhecida e a questão 7 da classe referido desconhecido. Na questão 6, o número de acertos foi dezessete,menor do que a questão 7 no qual a quantidade de acertos foi dezoito.

A estratégia de resolução que os alunos utilizaram na questão 6 foi o algoritmo da divisão, já os alunos que erraram, não apresentaram cálculos, apenas a resposta final. Os alunos que apresentam suas estratégias utilizaram o algoritmo da multiplicação.

Ainda no âmbito das relações ternárias, porém no eixo produto de medidas temos a questão 8 e a questão 10. A questão 8, pertencente da classe configuração retangular, obteve um baixo números de acertos, apenas doze, e a questão 10 classificada na classe de combinatória teve uma maior quantidade de acertos, um total de quatorze.

Percebemos com elas, que os alunos conseguiram resolver estes problemas com mais facilidade por ser algo comum no cotidiano deles, que é a escolha do par, por exemplo, numa quadrilha em época de São João na escola. Tanto na questão 8, quanto 10 as estratégias utilizadas foi o algoritmo da multiplicação, tendo algumas exceções para alguns alunos que fizeram além do algoritmo, ilustraram o problema, eles apresentaram na questão 8 o desenho de como seria a figura e apresentaram as medidas de comprimento e

largura, assim como na questão 10 em que eles fizeram um esboço de cada par que poderia ser formado com as opções disponíveis.

Então, após termos retomado o nosso caminho teórico e metodológico neste trabalho, buscamos assim responder a pergunta que deu origem a pesquisa: Quais estratégias são utilizadas pelos alunos do Ensino Médio em questões relacionadas as Estruturas Multiplicativas?

Através dos resultados apresentado na análise, podemos afirmar que as estratégias mais utilizadas pelos alunos foi o algoritmo da multiplicação. Apesar deles aparentarem possuir domínio da operação de multiplicação e divisão, não conseguiram m utilizá-la em diferentes contextos e situações que o campo multiplicativo apresenta, sentem dificuldades em interpretar o problema e acabam não alcançando o resultado esperado.

Diante do exposto, concluímos nosso trabalho mostrando a importância de se trabalhar à multiplicação e suas diferentes áreas dentro das estruturas multiplicativas, capacitando os alunos a conseguir ter um maior entendimento sobre este conteúdo, identificando e resolvendo diversos tipos de situações tanto no ambiente escolar quanto fora dele.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais. *Introdução aos parâmetros curriculares nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)*. Brasília: MEC, 2000.

LARA, I. C. M. de. *O uso da estrutura multiplicativa na resolução de problemas nos anos iniciais da educação básica.* VIDYA, v. 31, n. 2, p. 105-122, jul./dez., 2011, Santa Maria, 2011.

LUDKE, M. e ANDRÉ, M. E.D.A. *Pesquisa em educação*: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. *Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes*. XIII CIAEM-IACME, Recife, 2011.

_____. *O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. Ciênc. educ. (Bauru)* [online]. 2014, vol.20, n.2, pp. 517-533.

SANTOS, A.; MAGINA, S.; MERLINI, V. *O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas: Análise comparativa entre o prognóstico dos professores e o desempenho dos estudantes.*VII CIBEM, Uruguai, 2013.

TAXA-AMARO, F. O. S. FINI, L. D. T. *Problemas multiplicativos: A solução por meio de somas repetidas e produto cartesiano.* Rev. Teoria e Prática da Educação. v.7. n.2. p.180-189. Maio/ago. 2004.

ANEXOS

I. **Termo de Consentimento**
II. **Questionário**

Termo de Consentimento

Eu,_____
R.G. _____ responsável pelo aluno _____ da Turma _____ autorizo que o mesmo participe como voluntário de pesquisa referente ao trabalho de Conclusão de Curso da licencianda em Matemática: **Isa Caroline Moura Santos** da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia do Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, sob a orientação da Professora **Ana Paula Perovano**. A pesquisa tem como objetivo analisar os procedimentos de solução apresentados por alunos do Ensino Médio, envolvendo a multiplicação.

O nome do aluno não será utilizado em qualquer fase da pesquisa; não será cobrado nada; não haverá gastos nem riscos na sua participação neste estudo; não estão previstos ressarcimentos ou indenizações; não haverá benefícios imediatos na sua participação. Os resultados contribuirão apenas como objeto de pesquisa.

Gostaríamos de deixar claro que a participação é voluntária e que poderá recusar-se a dar seu consentimento, ou ainda descontinuar sua participação se assim, o preferir.

Desde já agradecemos sua atenção e participação e colocamo-nos à disposição para maiores informações.

Em caso de dúvida(s) e outros esclarecimentos sobre esta pesquisa você poderá entrar em contato com Isa Caroline Moura Santos (77) 8842-0297.

Eu,_____ confirmo que **Isa Caroline Moura Santos** explicou-me os objetivos desta pesquisa, bem como, o critério de participação. Eu li e compreendi este termo de consentimento, portanto, eu concordo em dar meu consentimento para participação do aluno (a): _____ como voluntário desta pesquisa.

Vitória da Conquista, _____ de_____ de 2015

_____
(*Assinatura do responsável*)

Nome_____ Idade_____

1) Você gosta de Matemática?
( ) Não gosto ( ) Gosto mais ou menos ( ) Gosto muito
Por quê? _____

2) Quantas horas por semana você estuda matemática em casa?
( ) não estudo ( ) menos que 1 hora ( ) mais que uma hora

3) Um carro tem quatro rodas. Quantas rodas têm cinco carros?

4) A cada cinco bombons comprados, a loja Boa Compra dá três caramelos de brinde. Se Ana comprar 15 bombons, quantos caramelos ela ganhará?

5) Uma pessoa deveria beber em média 5 litros de água em dois dias. Qual é o consumo mensal (30 dias) de 5 pessoas?

6) Comprei uma boneca por R$21,00 e uma bola por R$ 3,00. Quantas vezes a boneca foi mais cara que a bola?

7) A idade de Paulo é 5 vezes maior que a idade do seu filho. Seu filho tem 6 anos. Qual é a idade de Paulo?

8) Qual a área de um terreno de formato retangular, sabendo que tem 15 metros de frente e 35 metros de comprimento?

9) Um grupo de 50 pessoas vai passar 28 dias de férias no campo. Eles precisam comprar uma quantidade de açúcar suficiente. Eles sabem que a média de consumo por semana para 10 pessoas é de 4Kg. Quantos quilos de açúcar elas precisam comprar?

10) Numa festa há quatro meninas e três meninos. Cada menino quer dançar com cada uma das meninas, e cada menina também quer dançar com cada um dos meninos. Quantos pares diferentes de menino-menina são possíveis de serem formados?