UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS– DCET
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LEANDRO DA LUZ ARAÚJO

ERROS COMETIDOS POR ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS QUANDO LIDAM COM NOÇÕES DE MEDIDAS E GRANDEZAS

Vitória da Conquista - BA
2013

LEANDRO DA LUZ ARAÚJO

ERROS COMETIDOS POR ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS QUANDO LIDAM COM NOÇÕES DE MEDIDAS E GRANDEZAS

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB / Campus de Vitória da Conquista - BA, para obtenção do título de Licenciado em Matemática, sob orientação da Profª Drª. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

Vitória da Conquista - BA

2013

FOLHA DE APROVAÇÃO

LEANDRO DA LUZ ARAÚJO

ERROS COMETIDOS POR ESTUDANTES DOS ANOS INICIAIS QUANDO LIDAM COM NOÇÕES DE MEDIDAS E GRANDEZAS

Monografia apresentada como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB.

Aprovada em _____de _____de_____

Componentes da banca examinadora:

_____

Profª Drª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão
Orientadora

_____

Profª Ms. Taise Sousa Santana

_____

Profº Dr. Benedito Gonçalves Eugênio

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, acima de tudo agradeço a Deus, pois sem Ele não teria conseguido enfrentar as dificuldades e superar todos os obstáculos durante o período de realização deste trabalho de conclusão de curso, pois as experiências serviram como degrau para alcançar meus objetivos.

Gostaria também de agradecer em especial a minha mãe Dirce Maria da Luz Araújo, que mesmo estando longe, sempre me deu o apoio diante das minhas impaciências e angústias, incentivando-me a persistir.

Agradeço ainda meus avós e tias maternas, que não mediam dificuldades para me ajudar, quando as circunstâncias eram as mais adversas possíveis.

Aos meus colegas e amigos, em especial, Ludimila, Edinéia, Luciana e Marina, pois sua amizade, consideração e incentivos, algumas vezes com muita diversão, tornavam meus dias mais especiais.

Fica também o meu agradecimento a Profª Drª. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão que muito contribuiu neste meu processo de aprendizagem e realização deste trabalho, com toda resignação, dedicação, carisma e atenção.

“A educação é um processo social, é desenvolvimento, não é a preparação para a vida, é a própria vida”.

(John Dewey)

RESUMO

Este trabalho tem como finalidade analisar alguns erros cometidos por estudantes dos Anos Iniciais quando trabalham com Medidas e Grandezas. O nosso estudo está fundamentado nas pesquisas realizadas por Chamorro e Belmonte (2000; 2001; 2003), Toledo (1997), Gusmão (2004), dentre outros. Utilizamos como metodologia um processo de intervenção pautado no diálogo como elemento chave para a aprendizagem (GUSMÃO, 2006) com vistas a um estudo qualitativo dos dados coletados e registrados em um diário de bordo. Sendo assim, procuramos diagnosticar os erros que geralmente os alunos cometem, apresentando de uma forma mais viável, alternativas para que estes erros tornem perceptíveis aos estudantes, conduzindo-lhes a auto-correção. Ao criar estratégias de ensino e melhoria da aprendizagem Matemática, especificamente referente ao Eixo de conteúdo Medidas e Grandezas, os resultados deste trabalho apontam o potencial de aprendizagem que os alunos carregam e alcançam a partir de um trabalho alternativo, dialogado e diferenciado, com o uso de materiais como o metro, a fita métrica, cartolina, e objetos da sala de aula.

Palavras-chave: Medidas e Grandezas, Matemática nos Anos Iniciais, Erros.

SUMÁRIO

1.0 INTRODUÇÃO …….....……..... 08

1.1 MEMORIAL PESSOAL: da Infância para a universidade..... 10

1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS..... 12

2.0 REVISÃO DA LITERATURA..... 16

2.1 *Apresentando o conceito de medidas e grandezas.....* 16

2.2 Abordagem do Eixo Medidas e Grandezas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),Prova Brasil e no Nacional Councin of Teachers of Mathematics (NCTM) 18

2.3 Erros comumente cometidos por estudantes ao lidarem com noções de medidas e grandezas …..... 24

3.0 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS..... 31

4.0 CONSIDERAÇÕES FINAIS 49

REFERÊNCIAS 50

1. INTRODUÇÃO

O trabalho em torno de conteúdos e conceitos matemáticos quase sempre é tratado com uma tarefa difícil tanto para alunos quanto para professores, na maioria das vezes pela dificuldade em apresentá-los de uma maneira mais clara, que possibilite uma transposição didática dos conteúdos aprendidos em sala com situações corriqueiras vivenciadas por estudantes. É inegável que a matemática é importante nas mais diversas situações que seguem a vida das pessoas. No entanto, de acordo com os PCN (1997), existem duas situações conflitantes, que são notórias quando nos referimos à disciplina de Matemática.

> O ensino de Matemática costuma provocar duas sensações contraditórias, tanto por parte de quem ensina, como por parte de quem aprende: de um lado, a constatação de que se trata de um a área de conhecimento importante; de outro, a insatisfação diante dos resultados negativos obtidos com muita frequência em relação à sua aprendizagem. (BRASIL, 1997, p.15)

O papel da Matemática se dá ainda nas suas aplicações no mundo do trabalho e na construção de conhecimentos em outras áreas curriculares apoiadas em suas noções e suas apreciações, que permitem solucionar os mais diversos problemas da vida cotidiana. Este fato, inclusive, pode ser percebido ao lidarmos com as Medidas e Grandezas, pois elas estão presentes em torno de contextos conhecidos dos alunos, facilitando assim sua aprendizagem.

O professor deve aproveitar ao máximo as ideias, intuições dos alunos, geralmente construídas em experiências vivenciadas em seu grupo sociocultural. Segundo os PCN (1997, p.25), os alunos chegam à sala de aula com diferenciadas ferramentas básica para, por exemplo, classificar, ordenar, quantificar e medir. Além disso, aprendem a atuar de acordo com os recursos, dependências e restrições de seu meio.

Embora se reconheça a importância da Medida, muitos alunos revelam suas dificuldades em trabalhar com essa temática. Na maioria das vezes, o discente não é considerado como o sujeito que constrói, que levanta hipóteses, experimenta e faz deduções necessárias que possibilitem tirar suas próprias conclusões, que tornem as medidas e grandezas mais significativas. Por outro lado, a problemática também abrange docentes, como menciona Chamorro (2003, p.122).

> Los maestros se suelen limitar al trabajo de cambio de unidades del Sistema Métrico Decimal, que es presentado de forma algorítima, pues lo que se trará es de manejar una regla para dominar de manera rápida las equivalencias entre unidades, por lo que no es de se estrañar que sea considerado por los profesores como un tema abstracto y !poco práctico!

São diversas as situações em que utilizamos as medidas e grandezas, na maioria das vezes não dando muita importância a este fato. Exemplos bem claros podem ser notados pelo simples fato de comprarmos tecido, alimentos, ou quando somos indagados sobre que horas são; estes aspectos evidenciam a necessidade de aprofundarmos a contextualização deste conteúdo analisando a realidade e o nível intelectual dos estudantes, como destaca os PCN:

> (...) é fundamental que o professor, antes de elaborar situações de aprendizagem, investigue qual é o domínio que cada criança tem sobre o assunto que vai explorar, em que situações algumas concepções são ainda instáveis, quais as possibilidades e as dificuldades de cada uma para enfrentar este ou aquele desafio. (BRASIL, 1997, p.45).

O trabalho com medidas exige que o professor seja capaz de possibilitar a oportunidade para o estabelecimento do uso de materiais concreto, tais como a balança, a fita métrica e relógio, conferindo a este um cunho acentuado de suas aplicações. No que se refere ao conhecimento social, percebemos que a medida está presente em grande parte das relações familiares. Sendo assim os alunos acabam adquirindo conhecimento que serão imprescindíveis para construção de significados didáticos, que mais tarde serão trabalhados no espaço escolar. Para tanto, o professor deve apresentar situações em que seus alunos criem mecanismos para relacionar os conceitos e aspectos que envolvem medidas e grandezas estudadas formalmente com circunstâncias aprendidas no convívio social. Chamorro (2003, p.123) afirma:

> El reto didáctico va a consistir en encontrar situaciones didácticas que permitan lá construcción con significado de los conceptos esenciales de medida, poro lo cual habrá que implicar al alumno, al que se debe proporcionar las herramientas necessárias para desenvolverse en su vida como ciudadano.

É nesse sentido que caminha esta pesquisa, no estudo dos “erros” que geralmente são cometidos por estudantes, principalmente na dificuldade de relacionar as Medidas e Grandezas com situações vivenciadas por eles em sala de aula. Este estudo já vem sendo realizado no município de Vitória da Conquista - BA,

desde abril de 2010, por meio de atividades desenhadas, desenvolvidas, aplicadas e avaliadas pelo Projeto “Sequências Didáticas para o aumento da Cognição e Metacognição Matemática de Estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental”, no qual atuei inicialmente como colaborador e mais tarde como bolsista de iniciação científica. Gusmão (2009, p.4) afirma que:

> Este projeto tem por meta criar um espaço de colaboração com as escolas de educação básica para realizar experiências e produzir conhecimento contrastado por meio de sequências de ensino, que possuem condições e características tais que impactem no aumento da cognição e metacognição matemática de estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e também, na melhoria do ensino básico.

Esta monografia é fruto de nossa ação junto a esse projeto e com base nele reaplicamos uma sequência de atividades com 82 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma Escola pública sediada no Município de Vitória da Conquista-BA, objetivando diagnosticar através do diálogo quais as dificuldades e erros cometidos por estes quando lidam com noções de Medidas e Grandezas.

A nossa pesquisa procura responder a seguinte questão-problema: Quais os erros comumente cometidos por estudantes dos Anos Iniciais com noções de Medidas e Grandezas? Com a pesquisa objetivamos:

- Analisar os erros cometidos por estudantes dos Anos Iniciais quando lidam com noções de Medidas e Grandezas;
- Desenvolver conceitos que envolvem noções de Medidas e Grandezas por meio do diálogo utilizado situações da sala de aula;
- Diagnosticar por meio do diálogo os erros cometidos por estudantes quando lidam com Noções de Medidas e Grandezas;
- Construir através do diálogo estratégias para conduzirem os alunos auto-correção dos seus erros.

1.1 MEMORIAL PESSOAL: da Infância para a universidade

Sou Leandro da Luz Araújo, filho de Dirce Maria da Luz Araújo e Leonardo Araújo Neto, atualmente separados. Tenho dois irmãos Haroldo Grizente Araújo Neto e Tássia da Luz Araújo. Vim de Taperoá, cidade localizada no Baixo Sul da Bahia, próximo a capital Salvador, tendo saído de lá devido a necessidade de cursar

em uma universidade pública. Minha mãe sempre representou para mim meu braço forte, fazendo sempre o possível para me incentivar a prosseguir nos estudos. Sempre fui aluno de Escola pública.

Quando comecei a prestar o ensino médio, o qual fiz dois cursos o científico e o magistério. O primeiro cursei na EMARC- VÇa – Escola Média de Agropecuária Regional da CEPLAC de Valença, a mesma exige uma prova de seleção para entrada,o que garante um ensino de qualidade; o magistério cursei até o 3º ano na Escola Municipal São Brás em Taperoá e o 4º ano no Colégio Estadual de Valença, onde pude aprender e me encontrar na carreira de professor. Após concluir o ensino médio na EMARC, tentei uma bolsa no PROUNI e comecei a fazer o curso de Administração, tendo sempre como concepção que o meu objetivo era ingressar numa universidade pública, apesar de que os vestibulares que eu prestava eram sempre para Direito. Foram meus amigos que incentivaram a prestar vestibular para Matemática, já que eu tinha afinidade com a disciplina e também de lecionar. Foi então que decidir fazer todos os vestibulares da UESB, UNEB, UFBA, optando por Licenciatura Plena em Matemática. Passei nos três e decidir então optar pela UESB de Vitória da Conquista, já que não havia passado na 2ª fase da UFBA.

Daí em diante, minha vida acadêmica começava, longe de minha cidade, familiares, amigos e em uma cidade que eu não conhecia. No início foi difícil, já que morei um bom tempo na ocupação feita por estudantes num prédio da Universidade. Depois fui transferido para a Residência Universitária. Lá os problemas permaneciam, diante da irresponsabilidade e desprezo dado por algumas pessoas responsáveis em coordenar a casa. A partir do 5º semestre as coisas começavam a melhorar quando comecei atuar como bolsista de iniciação científica do Projeto *Sequências Didáticas para o aumento da cognição e Metacognição Matemática de Estudantes das Anos Iniciais do Ensino Fundamental,* coordenado pela professora Drª Tânia Gusmão, a partir deste momento foi possível vivenciar a realidade da pesquisa, percebendo assim a importância do trabalho de extensão durante este período da graduação, tendo realizado 7 publicações científicas de caráter regional, nacional e internacional. Logo em seguida resolvi alugar uma casa, já que as condições da residência universitária não eram boas para me dedicar mais aos estudos. Foi a partir deste momento que comecei a viver o espaço de pesquisa da Universidade, tendo publicado alguns artigos em eventos regionais e nacionais.

Além disso, mesmo diante dos obstáculos, percebo que meu objetivo maior é vencer cada obstáculo, afinal, ser professor foi um talento que eu já exercia até mesmo quando brincava durante a infância.

1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa tem uma abordagem qualitativa, pois segundo Neves (1996, p.1) “o desenvolvimento de um estudo de pesquisa qualitativa supõe um corte temporal-espacial de determinado fenômeno por parte do pesquisador”. O nosso trabalho, tem caráter descritivo, abstendo-se de gráficos e estimativas com números, ou seja, sem cunho estatístico. A partir dos dados obtidos procuramos ideias e entendimentos, por meio de uma interpretação do diálogo realizado em sala de aula com os alunos.

Usamos também de um processo de intervenção em sala que segundo, Pádua (1996, *apud* MENEGHETTI, 2001, p.8),

> A intervenção também se caracteriza como um estudo de caso, na medida em que estamos considerando o desenvolvimento de uma unidade social como um todo. O pesquisador está sendo colocado no papel de professor, desempenhando o papel de orientador nas situações de aprendizagem sempre buscando assumir uma postura construtivista, no sentido de transferir para o estudante a responsabilidade na construção do conhecimento.

Em nossa pesquisa buscamos esta intervenção, exploramos o diálogo com os alunos, dando-lhes a responsabilidade na construção do conhecimento.

1.2.1 Sujeitos da pesquisa

Participaram como sujeitos 82 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de uma Escola pública na sede do município de Vitória da Conquista- Ba. A escolha da mesma se deu por de fato ficar nas proximidades do Museu pedagógico da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, onde desenvolvemos as ações do projeto, planejamos as atividades aplicadas aos alunos e onde fizemos análises dos resultados obtidos durante a pesquisa. O processo de intervenção foi realizado em 4 dias (de 26/11 à 29/11/12), cada dia da aplicação da atividade nomeamos por 1º encontro, 2º encontro, e assim sucessivamente, cada aplicação tinha duração de 2

horas, totalizando portanto, 08 horas de aplicação do nosso trabalho em sala de aula. Nossas atividades foram pautadas no diálogo, que fora gravado e transcrito, completando um diário de bordo.

Na Escola, conversamos com a coordenadora pedagógica, e explicamos os objetivos da pesquisa que se tratava de reaplicar o que já havíamos feito esta mesma atividade em anos anteriores com os alunos, fomos bem recebido. Procuramos conversar também com os professores das 3 turmas do 5º ano, as quais vou denominar aqui **turma A**, **turma B**, **turma C.** Os docentes ficaram felizes com nossa presença, afirmando que os alunos estavam precisando mesmo de um apoio com relação a matemática.

Fomos conhecer os alunos e descobrimos que alguns já haviam participando do nosso projeto algum tempo atrás (em 2010, quando cursavam o 3º ano do Ensino Fundamental) e o mais interessante é que durante a aplicação das atividades percebíamos que eles ainda lembravam da maioria das perguntas que fazíamos e também das respostas corretas.

Das três turmas (A, B, C), a turma C, possuía o maior número de alunos que já conheciam o nosso projeto e por incrível que pareça, foi nessa turma que os estudantes reagiram com maior atenção e menos barulho possível.

Relatando um pouco sobre as turmas, temos que na **turma A** os alunos eram conversadores, barulhentos, ficam em pé na sala durante a atividade e quase todos queriam falar ao mesmo tempo, o que nos obrigava a reclamar com eles constantemente. Além disso, a turma tinha algumas deficiências em noções básicas da matemática e às vezes tínhamos a impressão que alguns não levavam o trabalho a sério, estavam na maior parte do tempo dispersos. Deixamos claro aqui que alguns alunos participavam ativamente das atividades, respondendo as perguntas que eram feitas.

Já a **turma B**, tinha muitos alunos repetentes, pois a professora havia avisado quando chegamos, sendo a maioria com idades avançadas em relação à série que cursavam. Tivemos algumas dificuldades em trabalhar com esta turma, devido a pouca motivação deles. Entretanto, durante as atividades alguns reagiram mais, empenhando-se a conseguir compreender o que queríamos com cada pergunta realizada.

Quanto à **turma C**, me senti realizado, a motivação era enorme em responder as perguntas, e todos os alunos realizavam as atividades, esta havia sido a turma que havíamos trabalhado antes, foi a que melhor desenvolvera e compreendeu os conceitos e significados que estavam por trás de nosso diálogo.

1.2.2 Instrumentos utilizados

Na coleta dos dados desta pesquisa utilizamos uma sequência de atividades com relação ao Eixo de conteúdo Medidas e Grandezas que faz parte do Projeto *Sequência didáticas pra o aumento da cognição e metacognição matemática de estudantes das Séries Iniciais do Ensino Fundamental,* que é um conjunto de atividades que foi desenhada para estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, cujo objetivo é avaliar e desenvolver destrezas cognitivas e metacognitivas desses estudantes, em relação ao conteúdo mencionado, por meio da aprendizagem significativa de conceitos e do desenvolvimento da aprendizagem científica., coordenado pela professora Tânia Gusmão, desde 2009.

Para aplicação das sequências, utilizamos dos seguintes recursos didáticos: cartazes, metro de cartolina, cordões de diferentes comprimentos, caderno, estojo, caneta, borracha, cadeira, mesa do professor, o livro didático adotado pela escola.

Conforme Caraça (2003, *apud* Cunha, 2008, p 32), “o estudo de medida envolve os aspetos experimental e teórico”. Em nossa pesquisa,segundo orientação de Gusmão (2009-2012) ao tempo em que trabalhávamos com o experimental, introduzíamos conceitos sobre medida, cogitávamos aos alunos o sentido de percepção e comparação (usando uma linguagem matemática precisa) com o objetivo de conduzi-los a entender o processo de medida através da utilização de seu próprio corpo e de objetos. Assim que, partes teóricas e experimentais estiveram juntas.

As nossas intervenções tinham como base o seguinte plano de conteúdo: sentido de percepção, sentido de comparação, classificação, ordem e medidas padrões de comprimento.

A nossa pesquisa foi organizada em quatro partes: a **primeira** é esta introdução que aqui apresentamos; na **segunda**, fazemos a revisão da literatura**,** apresentando o conceito de medidas, revisitando a literatura de Chamorro e

Belmonte (2000; 2001; 2003), Toledo (1997), Cunha (2008), Gusmão (2004; 2010), entre outros, que apontam a importância desta temática e sua presença no cotidiano; fazemos uma abordagem do Eixo Medidas e Grandezas segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a Prova Brasil e o Nacional Coucin of Teachres of Mathematics (NCTM), ressaltando alguns objetivos essenciais que alunos dos Anos Iniciais devem adquirir nesta fase escolar; e apresentamos os principais erros que estudantes dos Anos Iniciais cometem quando trabalham com noções de Medidas e Grandezas, fundamentado na literatura revisada; Na **terceira**, apresentamos o processo de análise dos dados que apontam o efeito do processo de intervenção, não somente no diagnóstico dos erros, mas também na produção de significados, toda vez que os alunos refletiam sobre os erros e faziam a auto-correção; e por fim, na **quarta** parte tecemos algumas considerações finais, fazendo uma reflexão deste trabalho no âmbito escolar onde a Medida necessita de um trabalho contextualizado, dinâmico e efetivo e, também, no âmbito pessoal, uma vez que este trabalho oportunizou-me uma experiência ímpar e me considero mais maduro e reflexivo para galgar a minha carreira no Magistério.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Apresentando o conceito de medidas e grandezas

Segundo Toledo (1997, p.271), as medidas estão de forma presentes em nossas atividades cotidianas, que não há como tratá-las de maneira isolada. Este fato possibilita um novo estímulo quanto à técnica de ensinar tais conteúdos, especificamente no que se refere à contextualização e interdisciplinaridade destes. Contudo, de acordo com Nogueira (2004, p.2) esta realidade é bem diferente, quando fazemos alusão ao ciclo de ensino dos anos iniciais.

> De fato, não é muito frequente o aparecimento de referências e trabalho realizados sobre as práticas de exploração do bloco de Grandezas e Medidas, além disso, e no âmbito da nossa prática na forma inicial e contínua de professores deste ciclo de ensino, temos a sensação que a exploração deste bloco de conteúdos continua a ser caracterizada quase exclusivamente mediante propostas de realização de tarefas rotineiras de cálculo e medidas, de aplicação de fórmulas e conversão de unidades.

Diversas são as situações em que as crianças envolvem com as medidas, mesmo antes de sua inserção no espaço escolar, essas ocorrências geralmente se dão no convívio social com a família ou com colegas. Não é difícil notar esta realidade quando, por exemplo, uma criança pergunta ou afirma: *Que horas são? Quem pesa mais? Eu sou mais alto que você; O meu copo tem mais suco que de todos os meus colegas.* Apesar destes conceitos estarem tão inseridos no nosso cotidiano, Lanner Moura (2003, p.4 *apud* CUNHA 2008, p.12) afirma que “sua experiência com docentes comprova que no ensino da medida, na escola é enfatizada a manipulação mecânica, o pronto e acabado.”

Diante da ocasião torna-se impossível, não apresentar no espaço formal (escola), o conceito de medir, já que está ação é admitida em vários contextos de nossos alunos. No entanto, é preciso compreender como se dá a aprendizagem de um conceito. Conforme Lanner de Moura (2001, *apud* Cunha, 2008, p.26) a aprendizagem do conceito envolve:

> Discutir o conceito pretende ser um aprofundamento de seu movimento de criação na história humana buscando encontrar elementos pedagógicos tensionados, da (re) criação conceitual em que ensina e em quem aprende; ao entender que o elemento tensionador é determinante para estabelecer uma relação subjetiva do sujeito, com o conceito.

Conforme Cunha (2008, p.12), “muitas palavras atualmente têm sua origem no entendimento da palavra medida”. “Temos como exemplo, a palavra *mederi* (raiz moderna da palavra medicina) que deriva de uma raiz que significa medir.” (Bohn, 1980 *apud* Cunha, 2008, p.12).

Logo, apresento aqui duas definições sobre o que é medir, a primeira definida por Toledo (1997) e a segunda pelo dicionário Aurélio (2001).

> Pode-se afirmar que medir é comparar grandezas de mesma espécie, sendo o resultado de cada medição expresso por um número. (TOLEDO, 1997, p.271)
>
> Medir é determinar, verificar, tendo por base uma escala fixa, a extensão, medida ou a grandeza. (FERREIRA, 2001, p.453)

Assim, em nossa pesquisa, o conceito de medir que melhor se adquequa, “é comparar grandezas de mesma espécie”, suponhamos, por exemplo, que quiséssemos medir o comprimento da mesa do professor em centímetros, usando uma fita métrica, iríamos comparar o tamanho deste comprimento com a medida encontrada, neste caso expressa por um número.

Entende-se ainda que a “medida concreta de objetos deva ser expressa por um número e uma unidade”, pois se expressarmos, por exemplo: Este caderno tem 20, sem mencionarmos a grandeza (comprimento, superfície ou capacidade), fica clara a insignificância da afirmação representada, impossibilitando que a criança avance nas atividades e ações que envolvem a cognição matemática de conceitos posteriores. Vejamos o que afirma Chamorro (2004, p.128).

> Así, la medida concreta de los objetos, expresada por un número y una unidade, sirve de soporte a la mayoría de las actividades que se proponen a los alumnos, substituyéndose las engorrosas prácticas de medición de objetos por operaciones aritméticas elementales o ejercicios de ordenacíon de números, que suplen las tareas de clasificar y ordenar objetos atendiendo a una magnitud.

Além disso, conforme Toledo (1997, p.271), “existe alguns aspectos muito importantes relacionados às medidas: para medir uma grandeza, é necessário escolher uma unidade de medida; escolher a unidade mais adequada à situação e; a unidade escolhida para medir uma grandeza deve ser conhecida pelos interessados na medição, pois apenas o número, sem referência à unidade, nada significa”.

De acordo, com Cunha (2008, p. 40), “medir envolve além do ato de medição, reflexão sobre os aspectos discretos e contínuos sobre os quais se pode abordar a natureza”. Por isso, o ensino do bloco de conteúdo Medidas e Grandezas deve contemplar a aprendizagem de conceitos matemáticos vinculados ao cotidiano, no qual o aluno está inserido, abordando assim reflexões que vão além do simples trabalho com cálculos que envolvem número-medida e conceitos, permitindo, portanto, que os alunos apresentem suas próprias conclusões.

Segundo Gusmão et al (2004, p.110),

> Nos livros de textos não se evidencia, em geral, a estrutura subjacente à noção matemática de grandeza (percepção, comparação, classificação, ordem, etc.), e quando se faz, estabelecem-se diretamente sobre números-medidas, perdendo-se de vista propriedades inerentes às grandezas e as ricas relações que se estabelecem quando se manipulam quantidades.

Paz, Nunes e Gusmão (2010, p.28) afirmam ainda que:

> Um tratamento didático para o ensino de Medidas deveria passar primeiro pelo desenvolvimento do sentido de percepção e paralelamente a este o sentido de comparação. Os estudantes deveriam participar ativamente de situações que determinem perceber a qualidade dos objetos, a fazer comparações, ou seja, que possam ser solicitados a contar de forma organizada, a analisar o objeto que está sendo medido com relação a suas propriedades, para que enfim consigam realizar e registrar suas decisões.

É nesse sentido, que há uma grande necessidade dos alunos vivenciarem situações que envolvam percepção, comparação e classificação, como por exemplo, pedindo para que eles peguem na superfície de uma carteira ou do seu corpo, identificando características inerentes a estes; solicitando que eles comparem objetos, identificando qual é maior ou menor, mais leve ou mais pesado. A partir de então, o aluno vai notar que tais atividades estão relacionadas às Medidas.

2.2 Abordagem do Eixo Medidas e Grandezas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Prova Brasil e no Nacional Councin of Teachers of Mathematics (NCTM)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Prova Brasil e NCTM e outros Parâmetros Internacionais têm abordado sobre aspectos relacionados ao ensino da

Matemática, servindo com referencial. Os PCN tem destacado os quatro principais blocos a serem trabalhados (Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação). No nosso caso nos propusemos a fazer alusão ao Eixo de conteúdo Grandezas e Medidas. Um dos objetivos do Ensino Fundamental, citado pelos PCN (1997, p.15) é que os alunos "sejam capazes de posicionar-se de maneira crítica, responsável e construtiva nas diferentes situações sociais, utilizando o diálogo como forma de mediar conflitos e de tomar decisões coletivas.".

Sabe-se ainda que os resultados negativos em Matemática tem revelado grande insatisfação por parte da sociedade.

> A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama. (BRASIL, 1997, p.15)

Portanto, professores devem refletir de como tem sido realizadas as aulas de Matemática, pois sem atrativos didáticos e materiais concretos nos Anos Iniciais está disciplina torna-se muito abstrata e muitas vezes sem significado diante de inúmeros conceitos que não estão contextualizados com a realidade dos alunos.

Em se tratando das Medidas e Grandezas, Gusmão *et al* (2004, p.110) ressalta que:

> Os currículos oficiais de distintas épocas sempre consideraram como aspectos básicos: a) as unidades usuais de medidas, com predomínio do sistema métrico decimal e b) o conhecimento e manejo de instrumentos de medida comuns (sobretudo de medida de longitude). É concedido grande importância ao estudo do sistema métrico decimal, tratando-se tanta as unidades correspondentes às grandezas lineares (longitude, massa, capacidade,...), como às bidimensionais (superfície).

Sendo assim, tanto em outras épocas como atualmente, os currículos vêm dando destaque ao sistema métrico decimal e ao manejo de instrumentos convencionais de medição, abstendo-se na maioria das vezes de contextos peculiares dos alunos, de situações que envolvem medições não convencionais (com o uso do dedo, do palmo, do pé, do passo) e utilização de instrumentos, como por exemplo, de barbante para efetuar medições.

Compreendemos, portanto, a grande necessidade de estudantes dominarem técnicas que envolvam medição, bem como saber relacionar Grandezas e Medidas com contextos vividos no seu cotidiano, já que os PCN (1997, p. 56) vem enfatizar esta realidade ao afirmar que:

> Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. Na vida em sociedade, as grandezas e as medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo, desempenham papel importante no currículo, pois mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano.

A utilidade das Grandezas e Medidas, no 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental está bem mencionada pelo PCN (1997), que mostra claramente quais estratégias são essências quando trabalhamos com situações que envolvem medição. De acordo com o PCN (1997, p. 47), no 1º ciclo o ensino da Matemática deve levar o aluno a atingir alguns objetivos, como por exemplo:

- Reconhecer grandezas mensuráveis, como comprimento, massa, capacidade e elaborar estratégias pessoais de medida;
- Utilizar instrumentos de medida, usuais ou não, estimar resultados e expressá-los por meio de representações não necessariamente convencionais.

Estes objetivos destacam que os alunos precisam perceber quais atributos podem ser medidos, bem como notar qual grandeza queremos medir desses objetos, como por exemplo, o comprimento, a massa, a superfície, altura, a largura. Além disso, é imprescindível que eles representem os resultados das medidas encontradas com uma unidade, seja esta padronizada ou não, desde que o instrumento utilizado para medir seja o mais adequado para cada situação.

Os PCN (1997, p. 49) afirmam também que:

> Tanto no trabalho com números e operações como no trabalho com espaço e forma, grandezas de diversas naturezas estarão envolvidas. Pela comparação dessas grandezas, em situações-problema e com base em suas experiências pessoais, as crianças deste ciclo usam procedimentos de medida e constroem um conceito aproximativo de medida, identificando quais atributos de um objeto são passíveis de mensuração.

Este documento explica que “não é objetivo deste ciclo a formalização de sistemas de medida, mas sim levar a criança a compreender o procedimento de medir, explorando para isso tanto estratégias pessoais quanto ao uso de alguns instrumentos.” (p.49).

Ainda os PCN (1997, p.52) destacam que de acordo com os procedimentos conceituais e procedimentais, é necessário que os alunos façam comparação de grandezas de mesma natureza, por meio de estratégias pessoais e uso de instrumentos de medida conhecidos — fita métrica, balança, recipientes de um litro, etc. Além disso, para o 1º Ciclo do Ensino Fundamental,

> Espera-se que o aluno saiba medir fazendo uso de unidades de medida não convencionais, que sejam adequadas ao atributo que se quer medir. O conhecimento e uso de unidades e instrumentos convencionais não são essenciais até o final do primeiro ciclo e dependem da familiaridade que os alunos possam ter com esses elementos em situações do cotidiano. Outro aspecto a ser observado é a capacidade do aluno de realizar algumas estimativas de resultados de medições. (BRASIL, 1997, p.53,54)

Podemos por exemplo, usar a fita métrica para realizar algumas medições de objetos da sala (mesa do professor, comprimento da sala), altura dos alunos, afim de que eles entendam a necessidade do uso de medidas convencionais.

Já para o 2º Ciclo do Ensino Fundamental é preciso:

> Utilizar procedimentos e instrumentos de medida usuais ou não, selecionando o mais adequado em função da situação-problema e do grau de precisão do resultado.
> Representar resultados de medições, utilizando a terminologia convencional para as unidades mais usuais dos sistemas de medida, comparar com estimativas prévias e estabelecer relações entre diferentes unidades de medida (BRASIL, 1997, p.56).

Durante o 2º ciclo o professor espera que seus alunos, já tenham maturidade suficiente para utilizar instrumento de medição, como a fita métrica e balança, representando os resultados das medidas encontradas com unidades adequadas, estabelecendo estimativas, quando necessário, e resolvendo situações-problemas com resultados precisos, sendo ainda capazes de fazer mudanças de unidades básicas (como de quilômetro para metro, de quilograma para grama, de litro para mililitro). Os PCN (1997, p. 63), vêm ressaltar com mais evidência ao afirmar que neste ciclo de ensino “espera-se que o aluno saiba escolher a unidade

de medida e o instrumento mais adequado a cada situação, fazer previsões razoáveis (estimativas) sobre resultados de situações que envolvam grandezas de comprimento, capacidade e massa, e saiba ler, interpretar e produzir registros utilizando a notação convencional das medidas".

Conforme NCTM (2000, p.106, *apud* WALLE, 2001, p. 412), "durante à 2ª série (3º ano), sugere-se que os estudantes se familiarizem com os atributos de comprimento, volume, área e tempo". Porém, os autores enfatizam que as "medidas lineares são ênfase principal dos anos primários (p.103)". Os "professores não podem ter certeza de que os alunos compreenderam completamente medidas, mesmo que eles sejam capazes de dizer quanto mede o comprimento de um objeto quando ele está alinhado a uma régua" (p.106).

Walle (2001, p.424) afirma também que:

> Talvez o maior erro no ensino de Medidas seja o fracasso em reconhecer e separar dois tipos de objetivo: primeiro, compreender o significado e técnicas de medir um atributo particular e, segundo aprender sobre as unidades padrão comumente usadas para medir aquele atributo.

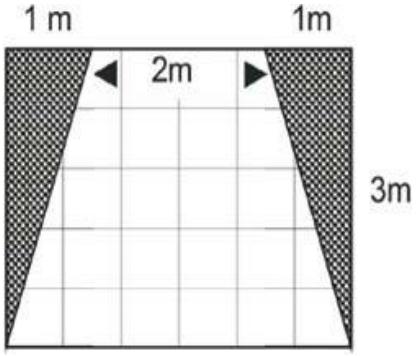
Conforme a Matriz de Referência para Avaliação da Alfabetização Matemática Inicial da Provinha Brasil (2008, p.9) "uma das competências que os alunos devem possuir é a de identificar, comparar e relacionar e ordenar grandezas".

Medidas e Grandezas para o 5º ano do Ensino Fundamental, fazendo destaque aqui aos principais:

- Estimar a medida de grandezas utilizando unidades de medida convencionais ou não;
- Resolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm, kg/g/mg, l/ml. (http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf)

Apresentamos a seguir uma das questões da Prova Brasil, que menciona sobre cálculo de superfície de uma área plana, mostrando como a mesma pode ser calcula de diferentes formas, de acordo com a habilidade do aluno, tendo como resposta o item **c**, que está de negrito.

O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido de cerâmica.



Qual é a área do piso que será revestido de cerâmica?

(A) 3 m^2

(B) 6 m^2

(C) 9 m^2

(D) 12 m^2

A Provinha Brasil e a Prova Brasil, fazem referências aos objetivos dos PCN (1997) para alunos do 1º e 2º ciclos respectivamente, apresentando habilidades (classificação, comparação e ordenação das grandezas de objetos) que estes devem adquirir. É necessário também que estudantes do 2º ciclo saibam utilizar estimativas, medidas convencionais e não convencionais para encontrar resultados dos atributos dos objetos a serem medidos.

> O trabalho com medidas dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção desse conhecimento, uma vez que, desde a Antiguidade, praticamente em todas as civilizações, a atividade matemática dedicou-se à comparação de grandezas. Assim, por exemplo, a utilização do uso de partes do próprio corpo para medir (palmos, pés) é uma forma interessante a ser utilizada com os alunos, porque permite a reconstrução histórica de um processo em que a medição tinha como referência as dimensões do corpo humano. (BRASIL, 1997, p.83)

Atualmente as medidas são tomadas a partir de unidades base do Sistema de Unidades Internacional como o metro, o quilograma, segundo, minuto. É nesse sentido que compreendemos a necessidade de que os alunos saibam lidar com as Medidas e Grandezas, da maneira mais contextualizada possível, já que além de suas noções serem antigas, nos dias de hoje é indispensável não percebê-las em situações do nosso cotidiano. Trabalhar apenas com números e operações é insuficiente para que alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sejam capazes de desenvolver o raciocínio lógico e adquirir autonomia na tomada decisões.

2.3 Erros comumente cometidos por estudantes ao lidarem com noções de medidas e grandezas

É interessante analisarmos os erros e dificuldades que geralmente os alunos cometem quando trabalham com Grandezas e Medidas. Na maioria das vezes, estes erros são oriundos do processo de ensino dado pelos seus docentes, que na maioria dos casos provem de conceitos e características errôneas adquiridas pela pouca afinidade com a Matemática, ou pela falta de nivelamento com relação aos conteúdos desta disciplina. Percebemos assim que estas dificuldades perduram entre alunos e professores, como mostra Gusmão *et al* (2004, p.109-110):

> A problemática didática associada ao processo de ensino-aprendizagem da medida de grandezas tem, portanto, uma importante relevância, e as investigações realizadas neste âmbito (como por exemplo, por SEGOVIA & RICO, 1996, CHAMORRO, 1996 e 2001 e CAJARAVILE *et al.* 2003) mostram as deficiências, erros e dificuldades com que se encontram estudantes e professores.

Na maioria das vezes, a falta de trabalho com as grandezas e as medidas em situações que estão ao redor do aluno, não apresentando ocasiões de comparar, classificar, ordenar os objetos impossibilita que os alunos entendam conceitos básicos neste âmbito, já que até os livros apresentam atividades que envolvem apenas operação com números-medidas, neste caso, trabalhando apenas a aritmética ao invés dos exercícios que abranjam as grandezas e medidas (GUSMÃO *et al* , 2004, p.111)

> Os problemas e exercícios que se propõem nos textos, partem, nos seus enunciados, de medidas já efetuadas pelo que o trabalho do aluno consiste em operar com números-medidas. Não estão pensados, portanto, para desenvolver destrezas perspectivas e comparativas, nem trabalhar aspectos tão importantes como papel dos instrumentos e o erro nos processos de medição.

Sabemos que a criança já traz consigo, conhecimentos prévios sobre medir, contudo estes precisam ser trabalhados intensamente na sala de aula, sem que sejam descartados, pois é durante os anos iniciais que estudantes sentem motivados a aprender de uma forma lúdica e concreta nas diversas relações que fazem com seu convívio social. Conforme *Princípios Y Estandares para la Educación*

Matemática (2000, p.175), é nesta etapa da vida que estas afinidades precisam ser estabelecidas.

> Al ir aprendiedo sobre la medida y cómo se mide, deberían participar activamente utilizando contextos familiares y asequibles. Por ejemplo, en estos niveles deberían medir objetos y espacios del aula (...) Deberían determinar una unidad apropriada para medir el área del piso de la clase, estimar el tiempo que lleva realizar determinadas tareas, y medir y representar los cambios que experimentan ciertos atributos, como sus estaturas.

Segundo Chamorro (2001, apud GUSMÃO *et al* 2004, p.111) identificamos alguns fenômenos didáticos que originam determinadas carências, erros e obstáculos na aprendizagem das grandezas e a sua medida, que se fazem patentes nos diferentes níveis educativos.

> A medida, como objeto de ensino, não está bem definida: existe uma substituição de saberes (medida por aritmética) não confessada nem assumida.
> No ensino de medida existe uma importante defasagem entre a prática e a cultura didática.
> O uso exclusivo de superfícies desenhadas constitui um obstáculo didático no tratamento escolar da superfície, que tem como efeito perverso um reforço do obstáculo perímetro/superfície.

Segundo os PCN (1997, p.41),

> Na aprendizagem escolar o erro é inevitável e, muitas vezes, pode ser interpretado como um caminho para buscar o acerto. Quando o aluno ainda não sabe como acertar, faz tentativas, à sua maneira, construindo uma lógica própria para encontrar a solução. Quando o professor consegue identificar a causa do erro, ele planeja a intervenção adequada para auxiliar o aluno a avaliar o caminho percorrido. Se, por outro lado, todos os erros forem tratados da mesma maneira, assinalando-se os erros e explicando-se novamente, poderá ser útil para alguns alunos, se a explicação for suficiente para esclarecer algum tipo particular de dúvida, mas é bem provável que outros continuarão sem compreender e sem condições de reverter à situação.

Perante as dificuldades apresentadas por professores e alunos em relação ao Eixo de conteúdo Medidas e grandezas, destacamos aqui os principais erros geralmente cometidos ao lidarem com estes conceitos e atividades que envolvem percepeção, unidades, grandezas, manejo de instrumentos de medição, aproximação. Listamos os erros mais fundamentais analisados por Chamorro e Belmonte (2000) referentes às Medidas e Grandezas. Denominamos em nossa

pesquisa, as dificuldades, confusões e deficiências cometidas por estudantes dos Anos Inicias como erros, tomando por base a classificação dos autores citados acima.

2.3.1 Mau uso dos sentidos

Geralmente nos deparamos com ocasiões em que os estudantes dos Anos Iniciais insistem em fazer comparações da massa de objetos ou de quantidade do volume de um líquido com a visão, conduzindo-os assim ao uso errado dos sentidos. Vejamos o que nos afirmam Chamorro e Belmonte (2000, p.45).

> Estimar la masa com la vista o la capacidad por el tacto es ciertamente inadecuado, pero sólo puede ser percibido como tal por el niño si ha tenido libertad par explorar con sus sentidos, para ensayar y recomenzar si no ha obtenido resultados positivos.

Coforme Constance Kamii (1983, p. 29, *apud* CHAMORRO e BELMONTE 2000, p.45): “Si no hubiera propriedades físicas reconocibles el niño no podría establecer conexiones de similitudes o diferencias y, por lo tanto, no habría para él uma estructura lógico-matemática”.

2.3.2 Uso e manejo inadequados de instrumentos

Muito dos erros estão intimamente ligados ao uso errado de instrumentos de medição, pois na maioria dos casos alunos não convivem em situações dentro e fora da sala de aula que possibilitem encontrar medidas de diferentes objetos que está ao seu redor. Sendo assim, Chamorro e Belmonte (2000, p.45), destacam:

> Que estes erros ocorrem porque o aluno não tem ocasiões frequentes para medir e, consequentemente, não se vê obrigado a elaborar estratégias para buscar entre os objetos que cercam como instrumentos de medida. E também porque, um uso incorreto de instrumentos provoca nos poucos erros de medições e é comum ver crianças, por exemplo, de como colocar a régua de modo que o zero não coincide com o final do comprimento a ser medido,obtendo assim o resultado inferior ao da medida real.

Além disso, conforme nos afirma *Princípios Y Estandares para lá Educación Matemática* (2000, p.177).

> Los alumnos deberían disponer de um número amplo de instrumentos de medida. Cuando utilicen instrumentos convencionados, como la regla graduada o la cinta métrica, necessitan recibir instruciones para aprender a usarlos apropriadamente; en especial, para saber determinar su apreciación y donde se localiza el “0” o punto de comienzo.

No entanto, na maioria das vezes os alunos não dispõem destes recursos quando professores precisariam desenvolver atividades que utilizassem a fita métrica, a régua, a trena, entre outros instrumentos.

2.3.3 Uso de procedimentos inadequados ou uso de uma unidade inadequada

Escolher a unidade adequada é imprescindível no processo de medição. No trabalho em que o professor utiliza situações em que estão ao redor do aluno, por exemplo, na medição do comprimento da sala com o pé e com passo, o aluno deve perceber que o mais ideal seria medir com o passo; outro exemplo seria na ida da Escola, por exemplo, ao centro da cidade, esperando neste momento que até os alunos citem o metro ou outra unidade padrão. No primeiro exemplo, “faz-se necessário que os alunos façam esta ação, juntamente com o auxílio do professor, até mesmo para que observem os fatores que podem conduzir a medida diferentes”, como afirma *Princípios Y Estandares para lá Educación Matemática* (2000, p.177)

Conforme Chamoro e Belmonte (2000, p.46),

> Elegir una unidad adecuada para hacer uma medida supone hacer uma estimación que compare la cantidad a medir com la unidad elegida.
> Son malos procedimentos el medir uma cuerda no tensa com un instrumento rígido, la perdida de água em el trasvasado de líquidos, el uso de uma balanza mal equilibrada, el pavimento de superfícies dejando huecos, etcétera.

Para os *Princípios Y Estandares para lá Educación Matemática* (2000, p.176), os alunos “deberían darse cuenta de que es necesario elegir la unidad de medida apropriada según sea el atributo que se desea medir. (...) Al principio, poderían usar unidades no estándar para estimar el área, y luego llegar a reconocer la necesidad de emplear las unidades convencionales”.

2.3.4 Erros de avaliação da quantidade e da possibilidade de auto-correção. Confusão entre grandezas

Em muitos casos, os alunos fazem confusão entre as unidades que foram utilizadas para medir os objetos, usando unidades da grandeza massa em situações que envolvem a grandeza comprimento, quando usamos medidas antropométricas, como o pé, o passo, e o palmo, eles insistem, em dar respostas em unidades padrão (como o metro e o centímetro). Isso ocorre, porque em muitas situações os estudantes não realizam atividades desse tipo, e os conceitos de unidade e grandezas, não são definidos claramente. Segundo, *Princípios Y Estandares para la Educación Matemática* (2000, p.176) “los alunos deberían aprender que la longitud, según sea El contexto, tiene nombres específicos:perímetro, ancho, altura, circunferência, distância....”

De acordo com Cavichiolo et al (2011, p.67), o ato de medir requer experiência e prática e o estabelecimento do atributo da grandeza que se quer medir. Portanto, conceitos de “medição” e “grandeza” devem ser discutidos ou retomados e aprofundados.

2.3.5 Solução de problemas com dados errôneos ou irreais

Em grande parte dos livros didáticos usados por professores em sala de aula, os problemas referentes às medidas e grandezas apresentam enunciados com dados irreais, com medidas geralmente fora do contexto, dados “exagerados”, os quais dificultam a estimação dos resultados, quando distancia da realidade dos estudantes. Para Chamorro e Belmonte (2000, p.47),

> Com frecuencia se proponen al escolar, y no solo em el campo de las magnitudes, enunciados que contiene datos que atentan contra el sentido común: famílias que beben al dia 100 litros de agua, ciclistas que recorren 700 kilómetros diarios. Enunciados como éstos dificultan, por uma parte, la estimación y, por outra, la autocorrección, ya que el alumno se habitua a resolver problemas cuyo resultados es irreal, siendo su experiencia um pesado lastre, em lugar de uma ayuda.

Nestes problemas citados por Chamorro e Belmonte, dificultam a realização de estimação dos resultados, causando assim nos alunos um certo impacto diante de dados irreais, que fogem do contexto destes.

2.3.6 Abuso da exatidão na medida

Volta e meia professores e alunos veem nos livros didáticos, atividades que apresentam medidas inteiras, como por exemplo: *a mesa do professor mede1m e 50 cm, ou João tem massa igual a 62 kg.* Esta fato incide fortemente no aprendizado dos alunos,pois quando eles deparam com problemas que envolvem números decimais (não inteiro), fica claro que não conseguem efetuar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão deste tipo. Chamorro e Belmonte (2000, p.47) vem destacar que "con frecuencia se abusa em el uso de las medidas enteras; de esta forma, em los problemas suelen obtenerse siempre números enteros para las soluciones y el alumno tiende a pensar que todas a medidas son así."

Cajaraville *et al* (2003) apud Gusmão *et al* (2004), "vem reforçar ainda que também se observam carências, nos livros de texto, no tratamento da estimação e aproximação de uma medida". Para Segovia & Rico (1996) apud Gusmão et al (2004), "o ensino escolar deve abordar este duplo caráter da matemática, exato e aproximado, e deve proporcionar aos estudantes atividades que o permitam apreciar em que circunstâncias convém utilizar uma e outra".

Além disso, Chamorro e Belmonte (2000) afirmam que:

> Um buen trabajo de aproximación enseñaria al alumno los encuadramientos más apropiados para cada medición em concreto,lo que guarda uma gran relación com el error relativo cometido en la medida.
> Los alumnos deberían saber que, debido a los instrumentos de medida utilizados y a errores humanos em la lectura de sus escalas, las medidas em el mundo real son aproximadas.(CHAMORRO e BELMONTE, 2000, p.47)

Nesse sentido, o professor deve incluir em seu trabalho com medição, exercícios que contenham medidas aproximadas e reais, fazendo com que seus alunos percebam que as medidas dos objetos que estão ao seu redor, não são inteiras, podendo assim, ser representadas por um número decimal (não inteiro).

2.3.7 Escritura errada ou sem sentido

É conveniente que alunos também trabalhem ações que envolvam operar com números, quando trabalhamos com medida, contudo, temos que esclarecer que o conceito de medir nunca deva ser reduzido ao trabalho de operar com os números e aplicação de fórmulas, pois segundo Gusmão *et al* (2004), como já citado acima, “os textos propostos apresentam medidas já efetuadas, restando ao aluno operar com números-medidas”. Assim, os problemas apresentados precisam estar explicitados a grandeza solicitada (comprimento, altura, largura ou volume).

Conforme Chamorro e Belmonte (2000, p.48) é fácil encontrar, sobretudo em resolução de problemas, escrituras do tipo: *7mx4m = 28m² ; 625/5=125 = 125 cm.*

> Aunque los problemas de simbolización son complejos, creemos que seria uma gran ayuda para el alumno dar sentido a cada uno de los pasos que existen em um problema em términos de realidad.(CHAMORRO e BELMONTE,2000, p.48)

Os autores explicam que é preciso que os alunos compreendam, por exemplo, no caso acima, *7mx 4m = 28m²* ? Isso ocorre se especificamos num problema que a grandeza tratada é área, contudo se nos referirmos a grandeza comprimento, *7m x 4m = 28m.* Por este motivo, há uma grande necessidade de apresentar os dados do problema, partindo de um sentido real, e não meramente soltos e sem significado.

2.3.8 Carência de estratégia para medir objetos comuns

Inúmeros são os casos que alunos defrontam com a carência de instrumentos de medição, como por exemplo, em como se efetuar a área de uma figura irregular ou a superfície de uma bola ou de um dado. Para Chamorro e Belmonte (2000), “conviene exercitar al alumno em la resolución de cuestiones prácticas que encontrará a menudo en la vida real; por tanto, la descomposición de superfícies y sólidos em formas regulares debería ser practicada como estratégia desde el principio. (p.48)

3. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Apresentamos abaixo os resultados da aplicação das sequências nas **turmas A** e **B**, primeiro porque estas apresentaram respostas semelhantes, erros comuns. Depois apresentaremos os resultados da **turma C**, que se mostra mais expressivos, mostrando que os alunos compreenderam o nosso trabalho aplicado a dois anos atrás.

Especificamente pretendemos abordar aqui uma breve análise dos erros cometidos por estes estudantes, deixando claro que o diálogo partiu de noções básicas que compreendemos que alunos do 2º ciclo do Ensino Fundamental devam dominar bem.

Descrevemos agora o 1º encontro e 2º encontro, realizados na segunda e terça (dias 26, 27/11/12), onde trabalhamos o sentido de percepção e comparação, tendo os seguintes objetivos:

- Tocar em objetos da sala de aula explorando a percepção;
- Identificar as características de alguns objetos pela percepção;
- Perceber que medir é comparar;

1º encontro

Inicialmente foi dito que no nosso trabalho não iríamos ficar fazendo "continhas" no quadro. Mas se fazia necessário que todos fizessem silêncio e participassem. Muitos dos alunos se lembraram de que participaram do projeto anterior. Começamos a primeira aula falando para os alunos que iríamos sentir as características de alguns objetos através do toque. Iniciamos pedindo

Pergunta: *Toquem o braço da carteira que vocês estão sentados. Como ele é? Falem um pouco sobre ele, sobre suas características.*

Os alunos começaram a falar: é dura, é lisa, ouve um alvoroço na sala, pois todos falavam ao mesmo tempo, então decidimos pedir para cada aluno dizer uma característica.

Respostas:

Turma A: é muito dura, branca, tem ferro. Poucos alunos responderam a pergunta.

Turma B: *dura, lisa, preta, tem parafuso, mole (os colegas reagiram diferente, mole??), gelada, vermelha, de madeira, madeirada, feita de ferro, confortável, tem ferrinho aqui,suja.*

Turma C: *lisa, de ferro, "de pau", mole (está folgado o parafuso), quente, é de madeira, é confortável.*

Continuamos com o diálogo: *Toquem agora o seu corpo. Como ele é? Falem um pouco sobre ele.*

Novamente, todos queriam falar ao mesmo tempo, então tivemos que perguntar, um por um, as suas respostas. Alguns alunos reclamaram, mas quando viram os colegas respondendo motivaram-se a participar do diálogo.

Respostas:

Turma A: *é lisa, é dura, tem uma ferida aqui.*

Turma B: *tem pele e osso, liso, cabeludo, carnudo, macio, elástica (muito barulho), dura. A todo momento tínhamos que pedir silêncio.*

Turma C: *É mole, tem osso, só pelo e osso, liso, cabeludo, dura (porque tem osso).*

Perguntamos para esses alunos como eles sabem que a superfície do corpo é lisa, um aluno (que já havia participado do projeto anteriormente) respondeu que era pelo tato, sentindo.

Pergunta: *Toquem também a sua mochila. Como é a superfície dela?*

Respostas:

Turma A: *é pesada, é leve, preta, grande.*

Turma B: *macia, de algodão, mole.*

Turma C: *é dura, é do Flamengo, é de tecido, crespa, rosa pink.*

Pergunta: *Vocês tocaram no braço da carteira, no corpo e na mochila. Qual superfície é mais dura: a da cadeira ou da mochila?*

Respostas:

Turma A: *Quase toda a turma disse que claro que é a da cadeira.*

Turma B: *Alguns ficaram em silêncio. Outros responderam a da cadeira*

Turma C: *Todos responderam a da cadeira.*

Pergunta: *Por que vocês sabem que é a mais dura?*

Respostas:

Turma A: *A mochila é mole e cadeira é bem dura.*

Turma B: *Porque é de madeira e a mochila é de tecido, pano.*

Turma C: *Pegando, tocando, sentindo que a cadeira tem madeira.*

Pergunta: *Isso quer dizer que a madeira é mais dura que o tecido?*

Respostas: *Sim! Nas três turmas.*

Pergunta: *Qual a superfície mais dura, a da mochila ou a do corpo?*
Turma A: *As duas são quase iguais, são mole.*
Turma B: *A do corpo, porque tem osso.*
Turma C: *A maioria disse que era do corpo, alguns ficaram divididos na hora de responder.*

Pergunta: *Por quê?*

Respostas:
Turma A: *São moles, parece iguais.*
Turma B: *A do corpo te osso, e a mochila tem pano.*
Turma C: *Quando pegamos dá para sentir que a pele é mole.*

Pergunta: *E agora, qual a superfície mais dura, a do corpo ou a da cadeira?*

Respostas:
Turma A: *Disseram que era a cadeira.*
Turma B: *Alguns afirmaram que era a da cadeira, e outros ficaram em dúvida.*
Turma C: *Todos responderam que é a da cadeira.*

Pergunta: *E como percebemos que uma superfície é mais dura que a outra?*

Respostas:
Turma A: *Pegando, tocando com a mão.*
Turma B: *Passando a mão, pegando.*
Turma C: *Tocando, sentido e pegando.*

Explicamos que com essas atividades estávamos trabalhando com uma grandeza denominada superfície: superfície da carteira, superfície do corpo, da mochila.
Seguimos com o diálogo:
Pergunta: *Toquem no cabelo de vocês.* [risos]. *Ele é longo ou curto?* As respostas foram variadas, os alunos ficaram comparando os cabelos (o de fulano é maior, etc.)
Quem tem o cabelo mais comprido, você ou seu colega? Novamente as respostas foram variadas nas três turmas.
Pergunta: *Como vocês sabem que um cabelo é longo e o outro é curto?*

Respostas:

Turma A: *Vendo, olhando.*
Turma B: *Pegando com as mãos, tocando.*
Turma C: *Pegando, medindo, olhando.*

Explicamos: *nós sabemos que um cabelo é longo, pois conhecemos um outro que é curto.* Exemplificamos: *sei que o meu cabelo é longo, pois conheço o do meu colega que é curto.* Fomos comparando vários outros cabelos na sala.
Comunicamos que estávamos trabalhando com uma grandeza denominada comprimento.
Em seguida, dando ênfase ao significado de medir, utilizamos a grandeza massa.
Prosseguimos: *Vamos pegar a borracha e a caneta, cada uma em uma mão.* [os alunos se agitaram, alguns perguntaram se era pra fazer atividade].
Pergunta: *Qual pesa mais: a caneta ou a borracha?*

Respostas:
Turma A: *não sei pró, a borracha.*
Turma B: *a caneta, a borracha.*
Turma C: *a borracha.*

Pergunta: *Porque vocês acham que a borracha é mais pesada?*

Respostas:
Turma A: *Porque é maior, pesa mais.*
Turma B: *Porque é mais grossa, tem mais massa, é gordinha.*
Turma C: *Porque é maior que a caneta, porque é redonda.*

Pergunta: *E se pegarmos duas borrachas e duas canetas, qual é mais pesada: duas canetas ou duas borrachas?*

Respostas:
Turma A: *duas borrachas,* [alguns ficaram em dúvida].
Turma B: *Depende do peso, duas canetas, duas borrachas.*
Turma C: *Temos que pesa pró, duas borrachas pesam mais.*

Pergunta: *Como vocês sabem qual é o mais pesado?*
Respostas nas três turmas: *porque você sente, porque pesou, medindo.*

Durante este diálogo, destacamos aqui que a grande maioria dos alunos, quando tratávamos do sentido da percepção, citavam várias características da

carteira, quando, por exemplo, disseram: *dura, lisa, mole, gelada, vermelha, de madeira, madeirada, feita de ferro, confortável, tem ferrinho aqui,suja.*

Alguns alunos responderam vermelha, notamos que destacavam uma característica percebida pela visão enquanto outros pelo tato, como os alunos da turma C.

Como já foi enfatizado em nossa literatura, Paz, Nunes e Gusmão (2010) afirmam que um tratamento didático para o ensino de Medidas deveria passar primeiro pelo desenvolvimento do sentido de percepção e paralelamente a este o sentido de comparação.

No entanto, poucos são as situações que estudantes vivem esta realidade, já que os livros didáticos também não incentivam o trabalho com estes aspectos importantes com relação às Medidas e Grandezas.

Quando pedimos também que eles respondessem qual o cabelo mais longo da sala, queríamos que eles percebessem e fizessem a comparação, essencial para introduzirmos o conceito de medir. Percebemos que ao responderem que o cabelo do colega era maior, por que estavam *olhando, vendo.* Em outra linguagem, entendíamos que eles quiseram expressar comparando. Com relação ao objeto mais pesado e mais leve (no caso da borracha e da caneta), notamos que eles faziam o **uso errado dos sentidos**, em comparar a massa por meio da visão, pois só poderiam dizer qual era o mais pesado, caso comparassem pegando e pesando-os em suas mãos. Conforme já citamos Chamorro e Belmonte (2000, p.45), este é um erro comum quando se trata de medidas.

O diálogo apresentado abaixo ainda é parte do 1º encontro realizado no 1º dia do nosso trabalho.

Solicitamos que os alunos se organizem em duas filas e prosseguimos com o diálogo. Eles montaram uma fila de meninos e outra de meninos.

Pergunta: *Quem é o menor dessa fila das meninas?*

Respostas:

Turma A: *A maioria respondiam sem fazer comparações, e pouquíssimos arriscavam comparar com a visão.*

Turma B: *Eles compararam e indicaram uma colega.*

Turma C: *Eles compararam e indicaram uma das colegas, que era realmente a menor.*

Pergunta: *Quem é o maior da outra fila?*

Respostas:

Turma A: *Agora comparavam, no entanto alguns alunos ainda respondiam errado.*
Turma B: *Eles novamente compararam e chegaram a conclusão certa, demorando um tempo pra responder.*
Turma C: *Eles novamente compararam e chegaram a conclusão, respondendo corretamente.*

Pergunta: *Como vocês sabem que é o menor?*

Respostas:

Turma A: *Olhando, vendo pró, colocando um do lado do outro.*

Turma B: *Porque nos vemos, olhando, alguns alunos disseram medindo.*
Turma C: *Porque nos comparamos, nos olhamos, porque ele não cresceu.*

Pergunta: *Pedimos para os alunos sentarem, e começamos a questioná-los:*
Como eu sei que uma pessoa é mais alta que a outra (Comparamos dois alunos)?

Respostas:
Turma A: *Vendo que um maior e o outro é pequeno. Olhando que um "passa" do outro.*
Turma B: *Comparando o tamanho dos dois.*
Turma C: *Porque estamos vendo, medindo, comparando.*

Pergunta: Em seguida, perguntamos quando estamos medindo o que estamos fazendo?

Respostas:
Turma A: *Vendo quem é maior, muitos ficavam em silêncio.*
Turma B: *Estamos comparando, medindo,vendo o tamanho.*
Turma C: *Alguns disseram medindo, enquanto outros ficaram em silêncio.*

Então dissemos que quando medimos estamos comparando: quando dissemos que um colega é maior que o outro, estamos comparando. Perguntamos se havia, na sala, alunos com tamanhos iguais.

Respostas:

Turma A: *Ficaram procurando neste momento e davam respostas corretas.*

Turma B: *Eles indicaram e ficaram comparando os colegas por algum tempo e percebíamos que alguns respondiam certo, e outros diziam aleatoriamente sem fazer qualquer comparação.*

Turma C: *Eles indicaram alguns colegas, depois de fazerem algumas comparações*.

E dissemos que quando temos medidas iguais dissemos que essas ***medidas são equivalentes.***

Durante esta atividade que envolvia a comparação vimos que os alunos ficam na maioria das vezes em dúvida nas respostas, este fato ocorreu nas três turmas, e vimos ainda que algumas respostas eram dadas sem que ao menos eles comparassem a altura dos colegas. Segundo Toledo (1997, p.271), já mencionado

anteriormente, as medidas estão de forma presentes em nossas atividades cotidianas, que não há como tratá-las de maneira isolada.

Em inúmeros casos, a medida é tratada de forma recolhida, não dado espaço aos alunos vivenciarem suas próprias experiências, enfatizando quase que sempre o trabalho com números dados nos livros didáticos ou pelo professor.

2º encontro

Utilizando um cordão fizemos uma circunferência bem grande no chão. Pedimos que colocassem dentro da circunferência o objeto que quiser: lápis, canetas, borracha ou outra coisa. Em seguida, escolhemos um aluno e solicitamos que ele retirasse os objetos do maior para o menor.

Um aluno começou a retirar os objetos. Todos os alunos começaram a ajudar, indicando o maior. A turma toda se envolveu na atividade e todos queriam participar. Lembramos aos alunos das medidas equivalentes, e eles começaram a utilizar esse vocabulário. Sempre perguntávamos como eles saberiam qual era o maior, eles então comparavam.

Pedimos para que eles colocassem outros objetos, e pedimos para um aluno retirar do mais pesado para o mais leve. Novamente eles se empolgaram e conseguiram realizar a atividade.

Pergunta: *Como eu sei qual é o mais pesado?*

Respostas:

Turma A: *tocando, pegando e sentindo.*

Turma B: *Eles disseram: pegando com as mãos, olhando,colocando um do lado do outro.*

Turma C: *Pegando, medindo.*

Um aluno ficou em duvida sobre qual era o mais pesado quando pegou um lápis e uma caneta, então ele disse que o lápis era mais leve porque era mais fino.

Pergunta: *O mais fino sempre é o mais leve?*

Respostas:

Turma A: *Depende, às vezes.*

Turma B: *O lápis era mais leve porque não era muito grosso.*

Turma C: *Alguns responderam que sim e outros que não.*

Pergunta: *E o a mais grosso é o mais pesado?*

Respostas nas três turmas: *Sim, não. Neste momento eles discutiam se sim ou não, houve muito barulho.*

Depois de retirar todos os objetos comentamos que estávamos classificando os objetos conforme

o comprimento, conforme o peso.

Pegamos dois cadernos dos alunos, colocamos um em cada mão (representando uma balança).

Pergunta: *Qual o caderno mais pesado?*

Respostas:

Turma A: *Com a balança de "verdade", fica fácil pró, apontaram para o que estava na mão mais em baixo.*

Turma B: *Eles indicaram e falaram que o do colega era o maior.*

Turma C: *Eles indicaram corretamente.*

Perguntamos por que, eles disseram que era mais grosso. Fizemos os movimentos como os da balança para que os alunos identificassem qual era o mais pesado.

Resposta das três turmas: *Agora sim o maior é o que está mais em baixo. Eles apontaram corretamente o mais pesado.*

Este diálogo nos fez ver que os alunos de ambas as turmas faziam confusão entre as grandezas, confundindo em sua maior parte a grandeza massa, com a grandeza comprimento. Quando solicitamos que eles retirassem os objetos de dentro da circunferência do maior para o menor, eles não comparavam suas medidas, e confundiam o fato de ser o mais pesado com o maior, isso também ocorreu quando, pedimos que tirassem do mais pesado para o mais leve, pensavam que o maior era o mais pesado.

Quando colocamos dois objetos também nas mãos representando uma balança, este erro se repetia na turma B. Aqui destacamos o que já citamos anteriormente, sobre **confusão entre grandezas**, segundo Chamorro e Belmonte (2000).

Apresentamos abaixo, o dialogo realizado no 3º encontro (quarta-feira, 28/11/12). Nesta atividade, questionamos aos alunos situações que envolviam o uso de medidas não-padronizadas, buscando que ele soubesse medir diferntes objetos da sala de aula com o dedo, o palmo, o pé e o passo.

3º encontro:

Provocamos um diálogo fazendo os alunos falarem das medidas, usando o vocabulário do dia a dia:
Pergunta: *Em quais situações usamos os pés ou as mãos para medir?*

Respostas:
Turma A: Meu pai, que é pedreiro usa o palmo.
Turma B: *O metro, a balança, o pé.*
Turma C: *O palmo e o passo.*
Falamos então de um dedinho de suco. Começamos a explicar que quando atravessamos a rua, calculamos o tempo que vamos levar para chegar do outro lado, então estamos 'medindo' o tempo.
Eles então começaram a dar outros exemplos:
Quando vão jogar bola, para medir o arroz, medir a panela de pressão, quando vem pra escola, quando pesa a farinha.
Finalmente perguntamos aos alunos: *O que é medir? O que estou fazendo quando estou medido, fazendo o sinal com a estatura minha e de Leo.*

Respostas:
Turma A: *É olhar quem é o pequeno. Comparar quem "passa" o outro.*
Turma B: *Alguns disseram, não sei. Ver qual é maior e menor.*
Turma C: *Alguns disseram comparar, outros ficavam em silêncio.*

Neste diálogo, queríamos que os alunos mencionassem situações que eles usavam algumas unidades não padronizadas para medir, nesse momento o silêncio como resposta, mostrou de que forma o conteúdo Medidas e Grandezas tem sido ensinado para estes alunos, sem quaisquer contextualizações com o cotidiano vivido por eles.

Segue abaixo uma atividade em que os alunos criam suas próprias experiências com medidas não padronizadas, obtendo seus próprios resultados e desenvolvendo suas discussões sobre as diferentes medidas encontradas.

Pedimos que os alunos medissem o comprimento do caderno e outros objetos com o dedo.
Eles começaram a medir. Alguns alunos ficaram sem saber como era medir com o dedo, medindo com o dedo deitado, outros começavam do meio do caderno, e outros mediam com diferentes dedos. Então mostramos para os alunos que queríamos que medissem com o dedo em pé (na vertical), objetivando mostrar a eles os motivos dos resultados encontrados serem diferentes, necessitando assim utilizar uma unidade padrão para efetuar as medições.

Respostas:

Turma A: *17, 29 dedos, 33.*

Turma B: *31, 25, 18 palmos.*

Turma C: *30, 27, 15 centímetros, etc.*

Pergunta: *30 o quê? 25 o quê? 33 o quê?*

Respostas:

Turma A: *33 centímetros, 33 dedos.*

Turma B: *25 palmos, 25 dedos.*

Turma C: *Alguns não respondiam. Outros diziam 30 dedos, 27 palmos*.

Percebemos que os muitos alunos não iniciavam a contagem na origem do caderno. Outros pulavam alguns espaços, e alguns contavam um espaço mais de uma vez.

Pergunta: *Por que as medidas não davam iguais, será que tem algo errado?*

Respostas:

Turma A: *Porque o palmo é diferente, a mão do colega é maior.*

Turma B: *Eles explicavam que os dedos eram diferentes. Alguns, porém, disseram que o palmo era diferente do colega.*

Turma C: *Eles falavam que os dedos eram diferentes. Alguns, porém, disseram que o caderno era diferente. Eles disseram que não, a mão era maior que a do colega.*

Pedimos para medir o comprimento do caderno usando o palmo como unidade de medida.

Respostas:

Turma A: *5 palmos, 12, 2 palmos, 1 palmo.*

Turma B: *1 e 4 dedos, 2 palmos e 2 dedos, 1 e 4 dedos, outros não souberam usar o palmo, outros disseram tá sobrando um pouco aqui., outros começavam do meio do caderno*

Turma C: *Eles responderam: 2, 2 palmos e 1 dedos, 1 e 4 dedos*

Pergunta: *Por que as medidas foram diferentes?*

Respostas:

Turma A: *Os cadernos são diferentes, a mão é maior que a outra.*

Turma B: *A mão é diferente, o palmo é diferente.*

Turma C: *O tamanho dos cadernos não é igual, a mão é diferente, o palmo é diferente.*

Pedimos que usassem o dedo para medir o comprimento da carteira.

Respostas:

Turma A: *Dois palmos, 42, 36.*

Turma B: *Um palmo e 4 dedos, 2 palmos,1 palmo.*

Turma C: *Alguns disseram um palmo 2 dedos, outros falaram 2 palmos.*

Nós então questionamos é com o dedo e não com o palmo.

Respostas das três turmas: *35, 38, 42*

Pergunta: 38 o quê? 42 o quê?

Respostas das três turmas: *Todos afirmaram então que eram dedos.*

Pedimos para os alunos medirem o comprimento da carteira utilizando o palmo.

Respostas:

Turma A: *3 palmos, 2 e meio, 1 palmo e 4 dedos.*

Turma B: *2 palmos e 2 dedos, 1 palmo e 5 dedos, 3 palmos.*

Turma C: *2 palmos e 4 dedos, 1 palmo e 3 dedos, 2 palmos.*

Pergunta: *Porque as medidas foram diferentes?*

Respostas:

Turma A: *Porque o dedo é maior, o palmo é maior.*

Turma B: *Porque o palmo é diferente, a minha carteira é menor.*

Turma C: *Porque a minha carteira ta quebrada, faltando um pedaço, a mão de "fulano" é maior que a minha.*

Pergunta: Qual é melhor para medir o comprimento da carteira, o dedo, ou o palmo*?*

Respostas:

Turma A: *Todos responderam o palmo.*

Turma B: *A maioria respondeu o palmo, outros disseram o metro.*

Turma C: *O metro, o palmo.*

Pergunta: *E se eu for medir o comprimento da um palito de fósforo, é melhor usar o dedo ou o palmo?*

Respostas:

Turma A: *A régua, o dedo.*

Turma B: O dedo, a régua dá também né pró?

Turma C: *Não sei, acho o dedo pró, porque é menor*.

Comparamos as medidas: o palmo do professor com o palmo o aluno.

Escolhemos dois alunos para medirem a mesa do professor, um deles utilizando o dedo e o outro utilizando o palmo.

Pergunta: *Qual seria melhor para medir o comprimento da mesa, o dedo ou o palmo?*

Respostas:

Turma A: *O passo, o palmo, um pedaço grande de cordão.*

Turma B: *Os alunos disseram que era o palmo*. Um dos alunos respondeu o metro é melhor.

Turma C: *Alguns alunos disseram que era com o metro, e outros responderam que era o palmo.*

Pergunta: *Por quê?*

Respostas:

Turma A: *Mede melhor, gasta menos.*

Turma B: Eles responderam que era mais rápido. Usava menos.

Turma C: *Porque era maior que o dedo.*

Escolhemos dois alunos para medir o comprimento da sala, primeiro utilizando o pé:

Respostas:

Turma A: *28 pés e o outro 35 pés e meio pé.*

Turma B: *29 pés e o outro 26 pés*

Turma C: *Um mediu e o resultado foi 33 pés. Já o segundo, 23 pés.*

Pergunta: *Por que as medidas deram resultados diferentes?*

Respostas:

Turma A: *Porque os pés não são iguais. Não sei.*

Turma B: *Porque os pés são diferentes, por que ele começou errado.*

Turma C: *Porque os pés não são iguais.*

Pergunta: *Quem tem o pé maior?*

Respostas:

Turma A: *Ficaram em silêncio.*

Turma B: *Eles indicaram que foi o que teve a medida maior.*

Turma C: *Eles indicaram que foi o que teve a medida menor.*

Perguntamos aos alunos sobre as diferentes medidas para que eles entendessem que o que estava mudando era a unidade que estavam usando.

Pergunta: *E o comprimento da sala mudou?*

Respostas das três turmas: *Não.*

Pergunta: *Então o que mudou?*

Respostas:

Turma A: *O passo, a rapidez, o tempo.*

Turma B: *Apontaram para o colega dizendo que ele foi mais rápido, outro respondeu o pé.*

Turma C: *O pé, o passo.*

Pedimos para mais dois alunos medirem o comprimento da sala utilizando o passo como unidade.

Respostas:

Turma A: *Um obteve 10 passos e o outro 12 passos.*

Turma B: *Um dos alunos obteve 8 passos. O outro encontrou 9 passos*

Turma C: *Um dos alunos obteve 7 passos. O outro obteve 10 passos.*

Observávamos que os passos que eles davam um era maior que o outro.

Pergunta: *Por que as medidas foram diferentes?*

Respostas:

Turma A: *Porque os passos são diferentes, a maioria respondeu.*

Turma B: Um aluno disse *porque o pé de um é maior.*

Turma C: *Porque o passo meu é maior.*

Pergunta: *O que vocês mediram?*

Respostas das três turmas: *A sala.*

Pergunta: *A sala ou o comprimento da sala?* Não souberam responder, explicamos então, que era o comprimento que eles tinham medido.

Pergunta: *O que seria melhor para medir o comprimento da sala de aula, o dedo, a mão, o pé ou o passo?*

Respostas:
Turma A: *Quase todos responderam o passo.*
Turma B: *O metro, o passo.*
Turma C: *O passo, o pé.*
Pergunta: *Por quê?*

Respostas:
Turma A: *Porque é maior, vai ligeiro.*
Turma B: *Porque é maior, é mais rápido.*
Turma C: *Porque é maior que o pé.*

Pergunta: *E se fosse com o palmo ou o pé, qual seria melhor?*

Respostas:
Turma A: *Depende de qual é maior, o passo anda mais.*
Turma B: *O pé,o palmo, dúvidas neste momento.*
Turma C: *O metro. O pé. Depende do tamanho do pé ou do passo.*

Pergunta: *Qual seria melhor medir com o dedo ou com o palmo?*
Respostas das três turmas: *O palmo é maior.*

Demos continuidade ao diálogo com as medidas não-padronizadas, fazendo medições com o barbante**.**

Entregamos um pedaço de barbante para cada aluno das três turmas e solicitamos que eles medissem o comprimento de objetos:
Pergunta: Meça a largura de seu livro, que medida você encontrou?

Respostas:
Turma A: *Dois cordões, um e meio.*
Turma B: *Dois cordões e um pouquinho, só um cordão.*
Turma C: *Metade do cordão, mais da metade, menos da metade.*

Pergunta: *Você mediu o livro ou a largura do livro?*

Respostas:

Turma A: *Medimos o lado menor. Mediu o livro.*

Turma B: *O livro, a largura do livro, o tamanho, a altura.*

Turma C: *A largura do livro, o livro.*

Pergunta: *Você mediu todo o livro?*

Respostas das três turmas: *Ah não professora, só mediu o lado.*

Pedimos para que os alunos formassem grupos e medissem o comprimento do caderno, da carteira, da caneta e da borracha utilizando o dedo e o palmo como unidade, e anotassem numa folha de papel.

Com relação ao nosso trabalho com as medidas não padronizadas (antropométricas), percebemos o quanto os alunos ficaram entusiasmados, todos queriam participar. No entanto, fica claro os erros cometidos por alunos das três turmas: sempre confundiam passo com o palmo; quando usavam o dedo para medir, começavam com um dedo e terminavam medindo com outro dedo; quando davam os resultados, não mencionavam a unidade, confundiam estas; e algumas vezes, citavam medidas como o metro. Para os *Princípios Y Estandares para lá Educación Matemática* (2000, p.176), os alunos "deberían darse cuenta de que es necesario elegir la unidad de medida apropriada según sea el atributo que se desea medir. (...) Al principio, poderían usar unidades no estándar para estimar el área, y luego llegar a reconocer la necesidad de emplear las unidades convencionales".

Além disso, conforme Toledo (1997, p.271), "existem alguns aspectos muito importantes relacionadas às medidas: para medir uma grandeza, é necessário escolher uma unidade de medida; escolher a unidade mais adequada à situação e; a unidade escolhida para medir uma grandeza deve ser conhecida pelos interessados na medição, pois apenas o número, sem referência à unidade, nada significa".

Conforme Chamoro e Belmonte (2000, p.46),

> Elegir una unidad adecuada para hacer uma medida supone hacer uma estimación que compare la cantidad a medir com la unidad elegida.
> Son malos procedimentos el medir uma cuerda no tensa com un instrumento rígido, la perdida de água em el trasvasado de líquidos, el uso de uma balanza mal equilibrada, el pavimento de superfícies dejando huecos, etcétera.

Chamorro e Belmonte (2000, p.28) apud Perez (2002, p.42) afirmam ainda que as crianças não podem realizar a medida de uma grandeza de forma fácil e espontânea. O ato de medir requer experiência e prática em estimativas, classificações e seriações, além de estabelecer o atributo da grandeza que se quer medir.

No dia seguinte (quinta-feira, 29/11/12), realizamos nosso 4º e último encontro, onde procuramos trabalhar com os alunos as medidas convencionais, tomando por base os PCN (1997).

De acordo com o PCN (1997, p.58), em relação às grandezas e medidas, os alunos do 2º ciclo podem compreender melhor como se processa uma dada medição e que aspectos do processo de medição são sempre válidos. Ou seja, percebem a necessidade de escolher certa "unidade", de comparar essa unidade com o objeto que estão medindo e de contar o número de vezes que essa unidade foi utilizada. Nesse processo, descobrem que, dependendo da unidade escolhida, o resultado da medição varia e há unidades mais adequadas que outras, em função do que se pretende medir. Outra observação é que, embora os alunos possam medir usando padrões não-convencionais, é importante conhecerem os sistemas convencionais, especialmente porque facilitam a comunicação (PCN, 1997,p.58).

Além disso, é necessário e suficiente que os estudantes deste ciclo sejam capazes de identificar de grandezas mensuráveis no contexto diário: comprimento, massa, capacidade, superfície, etc. e reconhecerem e utilizarem de unidades usuais de medida como metro, centímetro, quilômetro, grama, miligrama, quilograma, litro, mililitro, metro quadrado, alqueire, etc, como afirma o PCN (1997, p. 61).

Apresentamos abaixo, o diálogo realizado com relação às Medidas Padronizadas, nas três turmas do 5º ano A, B e C. Neste diálogo notamos que os alunos pouco tinham conhecimento sobre medidas padronizadas, e a respostas que se seguem referem as três turmas, já que eram comuns entre eles.

4º encontro

Contamos uma história sobre o surgimento do metro. Em seguida, construímos com eles o metro numa tira de cartolina. Apresentamos o metro aos alunos, mostrando seus múltiplos e submúltiplos: milímetros, centímetros e decímetros.

Cada aluno recebeu uma tira de cartolina (medindo 1 metro), onde preencheram utilizando a régua para marcar os centímetros e decímetros. Construímos o seguinte diálogo: Quem usa o metro*? (marceneiro, pedreiro, costureira, etc.)* Cada aluno recebeu uma tira de cartolina (medindo 1 metro), onde marcamos até a metade 5 decímetros, eles preencheram o restante, utilizando a régua, marcando os centímetros e o restante dos decímetros.

Alguns alunos tiveram dificuldade em manusear a régua e preencher o metro, ficávamos vistoriando para tentar ajudá-los. Quando todos terminaram de preencher o metro, começamos a perguntar.

Pergunta: *Quantos centímetros vocês marcaram?*

Respostas: *100 centímetros, 10, 100.*
Explicamos que cada parte daquela. 10, 20, 30, eram os decímetros, pedimos que eles contassem de 10 em 10.
Pergunta: *Quantas partes o metro tinha em decímetros?*

Respostas: *100, ficavam e silêncio*.
Fazíamos o mesmo processo até que eles acertassem.

Pergunta: E quantos milímetros?
Eles pensaram, pareciam estarem fazendo algumas contas e apenas um aluno da turma C responde: *1000 milímetros.*
Após a construção do metro, **perguntamos novamente:** *Quem usa o metro para medir?*

Respostas*: Marceneiro, pedreiro, costureira, grande maioria não respondiam.*

Explicamos os múltiplos e submúltiplos do metro, questionando os alunos.
Pergunta: Qual a unidade de medida que eu poderia usar para medir o comprimento da sala?

Respostas*: o metro, o centímetro, o passo.*

Continuamos.
Pergunta: E se eu quiser medir o comprimento do caderno?

Respostas: *Alguns alunos responderam o dedo, o metro, o quilo.*

Pergunta: E se eu quiser medir a espessura da borracha?

Respostas: *Alguns alunos disseram que não sabiam.* Dissemos então, o milímetro.
Fomos fazendo mais perguntas, dessa vez com os múltiplos do metro.

Pergunta: *Se eu quiser medir o comprimento de toda a escola, o que posso utilizar?*

Respostas: Alguns responderam: *o metro, outros o decímetro.*

Pergunta: *E se quiséssemos medir a distância daqui até o centro da cidade?*

Respostas: Alguns alunos responderam, *o metro, o quilômetro.*

Nesses questionamentos gostaríamos que os alunos alcançassem um dos descritores da prova Brasil: R*esolver problemas significativos utilizando unidades de medida padronizadas como km/m/cm/mm.*

Para finalizar as nossas atividades, utilizamos uma fita métrica, para medirmos a altura dos alunos,

e pedimos para eles transformarem as medidas em centímetros. Os alunos ficaram bastante empolgados quando começamos a medir o comprimento de cada um.

E fizemos a transformação no quadro, perguntando a medida de cada aluno em decímetros, a maior parte dos alunos respondiam corretamente.

Na turma 2 até a professora pediu para ser medida também.

Encerramos as atividades colocando no quadro-branco os nomes dos alunos e de seus respectivos comprimentos, em seguida solicitamos que cada aluno, em ordem crescente de comprimento, colasse seu nome numa tabela construída numa cartolina.

Para Chamorro e Belmonte (2000, p. 15), as grandezas "são consideradas e percebidas como atributos ou propriedades de coleções de objetos"; e, para medi-las, as comparamos diretamente através dos sentidos ou indiretamente com a ajuda de meios auxiliares ou instrumentos adequados.

Durante o trabalho com as medidas padronizadas percebemos que os alunos tinham dificuldade no uso da régua, não iniciando no ponto inicial do objeto medido, ou em algumas vezes, não começava a medir no ponto "zero" da régua.

Segundo Chamorro e Belmonte (2000, p.45)

> Un manejo incorrecto de los instrumentos provoca no pocos errones de las mediciones, y es frecuente observar por ejemplo cómo los niños colocan la regla graduada de forma que el cero no coincide com el extremo de la longitud que se mide, obsteniéndose así que el resultado de la medición es inferior a la medida real.

Para o *Princípios Y Estandares para lá Educación Matemática* (2000, p.177).

> Los alumnos deberían disponer de um número amplo de instrumentos de medida. Cuando utilicen instrumentos convencionados, coo la regla graduada o la cinta métrica, necessitan recibir instruciones para aprender a usarlos apropriadamente em especial, par saber determinar su apreciación y donde se localiza el "0" o punto de comienzo.

Para tanto, os alunos do 2º ciclo já deviam saber utilizar a régua para fazer medições, bem como fazer conversões de unidades mais simples.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante este processo de intervenção em sala de aula pudemos perceber, o quanto é importante realizar um trabalho com atividades que contemplem a realidade do aluno, principalmente pela reação demonstrada por eles em cada aula, o quanto eles participavam motivados. Além disso, durante a análise dos erros que estes estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental quando tratávamos noções básicas sobre Medidas e Grandezas, notamos que este fato ocorria devido a um processo de instrução “fechada”, pouco manipulativa, pouco construtiva e pouco dialogada que receberam. Os resultados positivos só puderam ser obtidos graças ao diálogo e ao trabalho manipulativo com recursos didáticos como a régua, a fita métrica, o barbante e o metro, pois os mesmos serviram para que alunos avançassem cognitivamente, durante as respostas dadas durante o diálogo.

De modo geral, no desenvolvimento da pesquisa, percebemos a importância de atividades inovadoras que estimulem os alunos a pensar, e enxergar a utilização da Matemática no seu dia-a-dia, pois a aprendizagem dos estudantes se torna muito mais fácil, quando eles observam, manuseiam e constroem objetos que facilitem sua compreensão e, sobretudo, quando eles falam.

Com a realização desta pesquisa foi possível concluir que o erro é uma espécie de diagnóstico importante para o planejamento de estratégias de ensino. Por meio desse estudo, foi possível diagnosticar algumas das dificuldades e erros clássicos de estudantes ao lidar com noções básicas de Medidas e Grandezas. Durante o trabalho, buscamos favorecer a autonomia dos estudantes e a consciência da importância e aplicação da temática no seu dia a dia.

5. REFERÊNCIAS

ARAÚJO, L. L.; CARVALHO, L. S.; MOURA, H. P. G. **Erros de estudantes na aprendizagem de conceitos básicos de medidas**. In: COLOQUIO NACIONAL E II COLÓQUIO INTERNACIONAL DO MUSEU PEDAGÓGICO, 9., 2011. Vitória da Conquista – Bahia.

BRASIL**. Ministério da Educação, Secretaria da educação Média e Tecnológica.** Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental – Brasília: MEC, 1997.

_____. **PROVINHA BRASIL**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=211&Itemid=328. Acesso em 20 nov..2012.

_____. **PLANO DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO/PROVA BRASIL**. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/prova%20brasil_matriz2.pdf. Acesso em 20 nov. 2012.

CARVALHO, L. S; GUSMÃO, T.C.R.S. **Diálogo, aprendizagem matemática e metacognição.** In: 64ª REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA PARA O PROGRESSO DA CIÊNCIA, 64. 2012. São Luis-Maranhão.

_____; MOURA, H. P. G. **Matemática e experiências metacognitivas nos anos iniciais: Pensando em voz alta.** In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14. 2011. Amargosa- Bahia.

_____; NUNES, M. M; ARAÚJO, L. L. **Formação de professores para o ensino de medidas nos anos iniciais**. In: COLOQUIO NACIONAL E II COLÓQUIO INTERNACIONAL DO MUSEU PEDAGÓGICO, 9., 2011. Vitória da Conquista – Bahia

CHAMORRO, M. C.; BELMONTE, J. M. **El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales.** Madrid: Síntesis, 2000.

_____. **El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida.** *Didática de las Matemáticas para Primaria* por PEARSON EDUCACIÓN, Madrid, 2003.

CUNHA, M. R. K. **Estudo das Elaborações dos Professores Sobre o Conceito de Medida em atividades de ensino**. (Tese de doutorado)- Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. Campinas, SP, 2008.

FERREIRA, Aurélio Buarque de Holonda. **Mini Aurélio Século XXI Escolar.** 4. ed. Rio de janeiro: Nova Fronteira, 2001.

GUSMÃO, T.R.S *et al*. **Dificuldades estratégicas de alunos e professores em formação quando enfrentam problemas de medida de grandezas**. Revista Veritati, Salvador/Bahia/Brasil, v. 1, n. 4, p. 109-119, 2004.

_____. **Sequências didáticas para o aumento da cognição e metacognição Matemática de estudantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental** (Projeto de pesquisa). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), 2009-2012.

_____. **Formação de professores para aumento da metacognição em sala de aula** (Projeto de pesquisa). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), 2009-2012.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel. Ensino-aprendizagem de matemática: uma proposta de intervenção em sala de aula. Disponível em: http://www.sepq.org.br/IIsipeq/anais/pdf/gt2/11.pdf. Acesso em 16 jan.2013.

NEVES, José Luis. **Caderno de pesquisas em administração**. V. 1, nº 3. São Paulo, 1996.

NOGUEIRA, I. C. A; PEGITO J. A. C. **As explorações das Grandezas no 1º Ciclo do Ensino Básico.** Disponível em: < http://www.space.org.pt/sem/Motegordo/14V.pdf 22/07> Acesso em: 10 de dez. de 2012.

NUNES, M. M.; PAZ, V. A. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. **Ensino de medidas nas séries iniciais: uma proposta didática**, Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática, Salvador-Ba: 2010.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

Princípios y Estandares para la Educación Matemática. Madrid**:** 2000, p.174 - 179.

WALLE, Jonh A. Van. **Ensinando matemática na era dos padrões curriculares do NCTM.** 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. Disponível em: <imagens.extra.com.br/HTML/conteudo-produto/12.../275910.pdf> Acesso em: 02 de dez. de 2012.