
TEORIA GROSSA PARA O DECAIMENTO BETA: EFICIÊNCIA, VANTAGENS E DESVANTAGENS EM APLICAÇÕES ASTROFÍSICAS

Roberto Claudino Ferreira¹, Alejandro Javier Dimarco², Arturo Rodolfo Samana²

¹ Departamento de Estudos Básicos e Instrumentais, UESB, Itapetinga, Brasil

² Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas, UESC, Ilheus, Brasil

E-mail: ¹ roberto.fisica@hotmail.com

Resumo

Este trabalho consta de uma pesquisa a cerca do modelo Teoria Grossa para o Decaimento Beta, englobando e interligando as idéias e abordagens apresentadas pelos autores da Teoria Grossa original com parâmetros de ajustes mais atuais, defeitos de massa experimentais e suprimindo algumas aproximações como na função de Fermi. Realizamos um comparativo dos resultados calculados para uma amostra de 94 núcleos de interesse na fase da pré-supernova, com os dados experimentais e com outros modelos quando disponíveis, a fim de analisar a eficiência, vantagens e desvantagens da Teoria Grossa para aplicações astrofísicas.

Palavras chave: Taxas, Decaimento Beta, Teoria Grossa.

Abstract

This work consists of a survey about the model Gross Theory for the Beta Decay, encompassing and linking the ideas and approaches presented by the authors of the original Gross Theory parameters most current experimental mass defects and removing some approximations to the function Fermi. We performed a comparison of results calculated for a sample of 94 nuclei of interest in the Pre-supernova with the experimental data and with other models when available, to analyze the efficiency, advantages and disadvantages of the Gross Theory for astrophysical applications.

Keywords: Rates, Beta Decay, Gross Theory.

1 Introdução

Um dos grandes desafios da ciência, assim como na física nuclear, é conseguir representar fenômenos naturais por meio de um modelo matemático. O desenvolvimento de um modelo nuclear que calcule as taxas de desintegração nuclear com eficiência tal que seus resultados possam se aproximar o máximo possível dos experimentais é alvo de pesquisas há anos. O decaimento beta é uma reação nuclear que acontece espontaneamente na natureza e que disponibiliza muitos dados experimentais, facilitando assim o teste de modelos que foram propostos para esta reação, dos quais podemos citar alguns tais como: Aproximação de Fase Aleatória (*Randon-phase approximation*- RPA) [18], Quase partícula no contínuo (*continuum quasiparticle RPA* - CQRPA), Modelo de Camadas (*shell model* - SM) [14], Teoria Grossa para o Decaimento Beta (*Gross Theory Beta Decay* - GTBD) [21], alguns combinados como (*the extended Thomas-Fermi plus Strutinsky integral method* - ETFSI) mais (CQRPA) [2], (ETFSI + GT2) [20]. O cálculo das taxas de decaimento beta é de grande importância em muitas aplicações, dentre elas está astrofísica. Em estrelas massivas na fase de pré-supernova, por exemplo, o decaimento beta e a captura de elétrons são as reações que regem o equilíbrio do caroço estelar ¹ após se esgotar o combustível nuclear até o momento do colapso ², este intervalo de tempo pode definir

¹Parte central mais densa da estrela constituído basicamente de um gás de férmions degenerados e núcleos instáveis.

²Implosão da estrela devido a superação da força gravitacional sobre as pressões internas do caroço estelar.

as condições e a velocidade com que se formam a pressão, temperatura, fração de elétrons e densidade, que atuaram de forma significativa no momento do colapso [18]. A Teoria Grossa para o Decaimento Beta também pode com algumas modificações ser aplicada aos cálculos das taxas de captura de elétrons [6].

Desde o trabalho pioneiro de Fuller, Fowler & Newman [7], até os mais recentes como Martinez-Pinedo et al. [16] e Niu et al. [18], o cálculo das taxas de desintegração nuclear em aplicações astrofísicas tem sido largamente realizado através dos diversos modelos, entretanto, poucos se utilizaram da Teoria Grossa. Este modelo apresenta uma grande vantagem em relação aos outros, trata-se da simplicidade para o trabalho computacional, facilitando assim o cálculo das taxas de forma sistemática para um grande número de núcleos envolvidos em um dado fenômeno, como por exemplo, segundo Juodagalvis et al. [9], no momento do colapso de estrelas massivas, o número de espécies nucleares pode chegar a 2700 núcleos. Levando em consideração o fato relatado acima e também o fato deste modelo representar bem os dados experimentais de meia vida disponíveis, nos sentimos motivados a investigar o quanto as taxas de decaimento beta calculadas através da Teoria Grossa podem se aproximar ou se afastar dos dados experimentais. Para isso usaremos parâmetros de ajustes mais atuais, valores experimentais para as diferenças de massa e uma função de Fermi diferente da aproximação proposta pelos autores da Teoria Grossa original, incluindo uma comparação em relação a outros modelos quando os dados forem disponíveis. Nossos cálculos envolveram 94 espécies de núcleos das famílias do cobalto, ferro, cromo, cobre, manganês, níquel, titânio e escândio, que são de interesse astrofísico sobre tudo na fase da pré-supernova, núcleos que são alvo de nossos estudos futuros.

2 Taxas de Decaimento β^-

A taxa de decaimento beta trata-se da probabilidade de ocorrer a transição por unidade de tempo e energia, inicialmente tratada pela teoria de Fermi que tem por base a teoria da perturbação, este fato possibilita a aplicação imediata da regra de ouro de Fermi [4], dada por:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} |U_{fi}|^2 \rho(E_f), \quad (1)$$

aqui W é taxa, $\rho(E_f)$ é a densidade de níveis de estados finais de energia e U_{fi} é o elemento de matriz de interação entre os estados inicial i e final f . Este último trata-se de uma grandeza física fundamental no cálculo da taxa de transição, sobre tudo no que diferencia a Teoria Grossa dos demais modelos, por este motivo, vamos conhecer mais a fundo o que é o elemento de matriz de interação da transição.

Tomaremos como princípio o conceito de decaimento beta. Trata-se “de um processo pelo qual um núcleo instável pode se transformar em outro núcleo, mediante a emissão de uma partícula β^- ” [4]. Portanto estamos tratando de uma transição que envolve invariavelmente os seguintes personagens: Dois núcleos (pai e filho) e dois léptons (elétron e antineutrino) ou (pósitron e neutrino). A interação responsável por este tipo de transição é a eletrofraca que conserva o número leptônico, o número hadrônico, a carga e a massa nuclear. Na Tabela (1) apresentamos um conjunto destas reações com seus respectivos exemplos.

Nome	Reação	Exemplo
(a) Decaimento β^-	$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$	${}^{61}_{26}\text{Fe}_{35} \rightarrow {}^{61}_{27}\text{Co}_{34} + e^- + \bar{\nu}_e$
(b) Decaimento β^+	$(A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu_e$	${}^{58}_{30}\text{Zn}_{28} \rightarrow {}^{58}_{29}\text{Cu}_{29} + e^+ + \nu_e$
(c) Captura de Elétrons	$e^- + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_e$	$e^- + {}^{60}_{27}\text{Co}_{33} \rightarrow {}^{60}_{26}\text{Fe}_{34} + \nu_e$
(d) Captura de Antineutrino	$\bar{\nu}_e + (A, Z) \rightarrow e^+ + (A, Z - 1)$	$\bar{\nu}_e + {}^7_4\text{Be} \rightarrow e^+ + {}^7_3\text{Li}$
(e) Captura de Neutrino	$\nu_e + (A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^-$	$\nu_e + {}^{127}_{53}\text{I}_{74} \rightarrow {}^{127}_{54}\text{Xe}_{73} + e^-$

Tabela 1: Reações nucleares com troca de carga

Diante do exposto, temos agora que representar os estados (i, f) destes elementos que são núcleo pai, núcleo filho e os léptons. Esta interação microscópica é representada pelo elemento

de matriz de interação da transição denotado por U_{fi} . Tomando o exemplo de uma transição β^- onde $(A, Z) = (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}e$, U_{fi} é dado por:

$$U_{fi} = \int \phi_e^* \phi_{\bar{\nu}e}^* \psi_f^* O_\beta \Omega_\beta \psi_i d^3\vec{r} d^3\vec{r}_e d^3\vec{r}_{\bar{\nu}e}, \quad (2)$$

onde:

- ϕ_e = Função de onda do elétron;
- $\phi_{\bar{\nu}e}$ = Função de onda do antineutrino eletrônico;
- ψ_i = Função de onda do núcleo pai;
- ψ_f = Função de onda do núcleo filho;
- Ω_β = Operador de transição das partículas pesadas;
- O_β = Operador de transição das partículas leves.

Mostraremos mais a diante, que o operador de transição Ω_β , o qual transforma um nêutron em próton atuando sobre as funções de onda do núcleo pai e núcleo filho será escrito como sendo o operador de Fermi ou de Gamow-Teller, oportunidade em que também serão definidos.

No caso do operador de transição O_β , que atua sobre as funções de onda do elétron e do antineutrino eletrônico, segundo Chung [4], devido à aproximação local pode ser escrito como:

$$O_\beta = g\delta(\vec{r}_e - \vec{r})\delta(\vec{r}_{\bar{\nu}e} - \vec{r}), \quad (3)$$

sendo g a constante de acoplamento da interação fraca e $\delta(\vec{r}' - \vec{r})$ a função de Dirac. Tomando as funções de onda do elétron e do antineutrino como ondas planas num volume V , temos:

$$\phi_e(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{i\vec{p}_e\vec{r}}{\hbar}}, \quad (4)$$

$$\phi_{\bar{\nu}e}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{i\vec{p}_{\bar{\nu}e}\vec{r}}{\hbar}}, \quad (5)$$

onde p_e e $p_{\bar{\nu}e}$ são respectivamente os momentos do elétron e do antineutrino eletrônico, r é a coordenada radial do núcleo, assim o elemento de matriz de interação da transição fica:

$$U_{fi} = \int \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{-i\vec{p}_e\vec{r}}{\hbar}} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{\frac{-i\vec{p}_{\bar{\nu}e}\vec{r}}{\hbar}} \psi_f^*(\vec{r}) \Omega_\beta \psi_i(\vec{r}) g d^3\vec{r} \delta(\vec{r}_e - \vec{r}) d^3\vec{r}_e \delta(\vec{r}_{\bar{\nu}e} - \vec{r}) d^3\vec{r}_{\bar{\nu}e}. \quad (6)$$

Pelo fato de o comprimento de onda leptônico ser da ordem de grandeza de 10^{-11} cm maior em uma ordem de grandeza do tamanho nuclear que é de 10^{-12} cm, as funções de onda do elétron e do antineutrino eletrônico apresentam pouca variação no interior do núcleo e podem ser aproximadas pelo seu valor em $\vec{r} = 0$ [5], então as funções de onda leptônicas ficam:

$$\phi_{\bar{\nu}e}(0) = \phi_e(0) = \frac{1}{\sqrt{V}}. \quad (7)$$

Substituindo as duas expressões acima em (6), tomando seu modulo ao quadrado e substituindo em (1), temos:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 \frac{1}{V^2} \left| \int \psi_f^*(\vec{r}) \Omega_\beta \psi_i(\vec{r}) d^3\vec{r} \right|^2 \rho(E_f). \quad (8)$$

Observando a expressão acima, nota-se que o elemento de matriz de interação da transição ficou dependente só das funções de onda do núcleo pai e núcleo filho, ou seja: “*depende agora unicamente das propriedades do núcleo, razão pela qual é conhecido como elemento de matriz nuclear*” [4]. A partir de agora iremos representá-lo por $|M|^2$ ou seja: O módulo do quadrado do elemento de matriz nuclear.

Então a taxa de transição fica:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 \frac{1}{V^2} |M|^2 \rho(E_f). \quad (9)$$

Estudaremos agora a densidade de níveis de estados finais. Devemos lembrar que o espaço de fase envolve apenas o elétron e o antineutrino eletrônico, visto que a densidade de níveis de estados do núcleo pai e núcleo filho serão tratados no elemento de matriz nuclear.

Para calcular a densidade de níveis $\rho(E_f)$, utilizaremos o modelo do gás de Fermi [4], cap 7. Neste modelo o número de ondas planas dos estados finais, para um momento fixo p , tal que esteja entre p e $p + dp$ num volume V , é dado por:

$$n(p)dp = \frac{p^2 V dp}{2\pi^2 \hbar^3}. \quad (10)$$

Por outro lado, usando a conservação da energia temos para o decaimento β^- que:

$$E(A, Z) = E(A, Z + 1) + E_e + E_{\bar{\nu}_e}, \quad (11)$$

$$E_{\beta_{max}} = E(A, Z) - E(A, Z + 1) = E_e + E_{\bar{\nu}_e}, \quad (12)$$

onde $E_{\beta_{max}}$ é a energia máxima disponível para o decaimento. Como $|dE_e| = |dE_{\bar{\nu}_e}|$ podemos escrever a densidade de estados apenas em termos da energia e momento do elétron, logo:

$$\frac{dn(E_e)}{dE_e} = \frac{p_e^2 V dp_e}{2\pi^2 \hbar^3} \cdot \frac{p_{\bar{\nu}_e}^2 V dp_{\bar{\nu}_e}}{2\pi^2 \hbar^3} \cdot \frac{1}{dE_e}, \quad (13)$$

como $E_{\bar{\nu}_e} = cp_{\bar{\nu}_e}$ então:

$$p_{\bar{\nu}_e} = \frac{E_{\bar{\nu}_e}}{c}, \quad (14)$$

ou ainda:

$$p_{\bar{\nu}_e} = \left(\frac{E_{\beta_{max}} - E_e}{c} \right). \quad (15)$$

Substituindo (15) na expressão (13) temos:

$$\frac{dn(E_e)}{dE_e} = \frac{V^2 \left(\frac{E_{\beta_{max}} - E_e}{c} \right)^2 d \left(\frac{E_{\bar{\nu}_e}}{c} \right) p_e^2 dp_e}{4\pi^4 \hbar^6 dE_e}, \quad (16)$$

lembrando que $|dE_e| = |dE_{\bar{\nu}_e}|$, logo a densidade de níveis fica:

$$\frac{dn(E_e)}{dE_e} = \frac{V^2 (E_{\beta_{max}} - E_e)^2 p_e^2 dp_e}{4\pi^4 \hbar^6 c^3}, \quad (17)$$

substituindo (17) em (9) temos:

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} g^2 \frac{1}{V^2} |M|^2 \frac{V^2 (E_{\beta_{max}} - E_e)^2 p_e^2 dp_e}{4\pi^4 \hbar^6 c^3}. \quad (18)$$

Para os valores de Q , usaremos a definição proposta por [4] onde a diferença de energia entre o núcleo pai e núcleo filho é dado pela energia depois da reação nuclear menos a energia antes, o

que nos leva como demonstrado abaixo, que o Q pode ser representado pela massa antes menos a massa depois, logo, para o decaimento β^- temos:

$$Q = T_{Depois} - T_{Antes}, \quad (19)$$

onde os T s são as energias cinéticas das partículas envolvidas, logo:

$$T = E - mc^2. \quad (20)$$

O valor de Q para a reação do decaimento beta, representada pela reação (a) na Tabela (1), apresenta as seguintes notações: E_P é energia do núcleo pai, E_F é a energia do núcleo filho, E_e é a energia do elétron, $E_{\bar{\nu}_e}$ é a energia do antineutrino eletrônico, M_P é a massa do núcleo pai, M_F é a massa do núcleo filho, m_e é a massa do elétron, $m_{\bar{\nu}_e}$ é a massa do antineutrino e c é velocidade da luz. Logo:

$$Q = (E_F - M_Fc^2 + E_e - m_e c^2 + E_{\bar{\nu}_e} - m_{\bar{\nu}_e} c^2) - E_P + M_Pc^2, \quad (21)$$

$$Q = (E_F + E_e + E_{\bar{\nu}_e}) - E_P + M_Pc^2 - M_Fc^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}_e} c^2. \quad (22)$$

Usando a conservação da energia e tomando a massa do antineutrino como nula, temos:

$$Q = M_Pc^2 - M_Fc^2 - m_e c^2. \quad (23)$$

Para calcular os valores de Q , trabalharemos com os dados experimentais dos defeitos de massa δ encontrados na Carta de Nuclídeos. Dessa forma estaremos incluindo os efeitos de camada através dos dados experimentais dos quais construiremos os valores de Q em MeV. Como Q é a diferença de massa da reação, o valor de Q pode ser relacionado com a energia total máxima da reação, denominada $E_{\beta max}$. Logo:

$$E_{\beta max} = Q + m_e c^2, \quad (24)$$

então, $E_{\beta max} - E_e = Q + m_e c^2 - E_e$. Agora devemos escrever o momento p_e e sua derivada $\frac{dp_e}{dE_e}$, então:

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}, \quad (25)$$

logo:

$$\frac{dp_e}{dE_e} = \frac{E_e}{c \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}, \quad (26)$$

Então $p_e^2 dp_e$ fica:

$$p_e^2 dp_e = \frac{E_e \sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{c^3} dE_e. \quad (27)$$

Para facilitar os cálculos e também o trabalho computacional, as energias devem ser adimensionalizadas, então, substituindo (27) em (18), cortando os termos iguais, reagrupando outros e tornando a função adimensional, temos:

$$W = \frac{g^2 |M|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} \frac{(Q + m_e c^2 - E_e)^2}{(m_e c^2)^2} \frac{E_e}{m_e c^2} \frac{\sqrt{E_e^2 - m_e^2 c^4}}{m_e c^2} \frac{dE_e}{m_e c^2}. \quad (28)$$

Daqui por diante, as energias adimensionalizadas serão escritas com o subíndice a , exemplo: E_e adimensional fica E_{ea} . Levando em consideração os efeitos do campo Coulombiano nuclear sobre a função de onda do elétron na interação com o núcleo filho, introduzimos a função de Fermi na equação acima que é representada por $F(Z, E_e)$, logo:

$$W' = \frac{g^2|M|^2}{2\pi^3\hbar^7c^6} \frac{1}{(m_e c^2)^5} (Q_a + 1 - E_{ea})^2 E_{ea} \sqrt{E_{ea}^2 - 1} F(Z, E_e) dE_{ea}. \quad (29)$$

Neste trabalho, usaremos para a função de Fermi a versão apresentada por [1] que é dada por:

$$F(Z, E_e) = 2(1 + \gamma) \left(\frac{2p_e R}{\hbar} \right)^{-2(1-\gamma)} \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2}, \quad (30)$$

aqui:

$$\nu = \frac{Z\alpha E_e}{cp_e}, \quad (31)$$

$$\gamma = [1 - (Z\alpha)^2]^{1/2}, \quad (32)$$

onde $\alpha = \frac{1}{137}$ é a constante da estrutura fina, Γ é a “função gama” (para a qual usaremos o algoritmo descrito em [13]) e $R = r_0 A^{1/3}$ fm é o raio nuclear. Para r_0 usaremos a expressão $r_0 = 1,25(1 + 0,65A^{-2/3})$. Assim como foi feito para a expressão da taxa, vamos expressar a Função de Fermi de forma adimensional. Para esta modificação temos que alterar dois termos: $\left(\frac{2p_e R}{\hbar}\right)$ e ν , logo:

$$\left(\frac{2p_e R}{\hbar} \right) = \left(\frac{(0,511)2R\sqrt{E_{ea}^2 - 1}}{c\hbar} \right), \quad (33)$$

$$\nu = \frac{Z\alpha E_{ea}}{\sqrt{E_{ea}^2 - 1}}, \quad (34)$$

Agora, a função de Fermi assume a seguinte forma:

$$F(Z, E_{ea}) = 2(1 + \gamma) \left(\frac{(0,511)2R\sqrt{E_{ea}^2 - 1}}{c\hbar} \right)^{-2(1-\gamma)} \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2}, \quad (35)$$

sendo o valor de $c\hbar = 197$ Mev fm. A energia em função do momento é descrita como:

$$E_e = \sqrt{c^2 p^2 + m_e^2 c^4}. \quad (36)$$

que escrita de forma adimensional, fica:

$$E_{ea} = \sqrt{c^2 p^2 + 1}. \quad (37)$$

Para definir os limites de integração, temos que considerar o valor da energia para $p = 0$ e $p = p_{max} = \frac{1}{c} \sqrt{E_0^2 + m_e^2 c^4}$, onde E_0 é a energia total do elétron. Então considerando os dois casos na equação acima temos para o limitante inferior, que se $p = 0$, $E_{ea} = 1$. Já para o limitante superior, quando $p = p_{max}$, temos:

$$E_{ea} = E_a + 1, \quad (38)$$

aqui E_a é a energia máxima do decaimento adimensionalizada. Integrando sobre todos o valores possíveis da energia do elétron temos:

$$W' = \frac{g^2|M|^2}{2\pi^3\hbar^7c^6} \int_{E_{emin}}^{E_{emax}} \frac{1}{(m_e c^2)^5} (E_a + 1 - E_{ea})^2 E_{ea} \sqrt{E_{ea}^2 - 1} F(Z, E_{ea}) dE_{ea}. \quad (39)$$

Para mantermos a igualdade tornando a integral adimensional, multiplicaremos a integral pelo termo $(m_e c^2)^5$, logo:

$$W' = \frac{m_e^5 c^{10} g^2 |M|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^6} \int_1^{E_a+1} (E_a + 1 - E_{ea})^2 E_{ea} \sqrt{E_{ea}^2 - 1} F(Z, E_{ea}) dE_{ea}. \quad (40)$$

A partir de agora podemos definir a chamada *integral de Fermi* dada abaixo:

$$f(Z, E_a) = \int_1^{E_a+1} (E_a + 1 - E_{ea})^2 E_{ea} \sqrt{E_{ea}^2 - 1} F(Z, E_{ea}) dE_{ea}. \quad (41)$$

Veremos na próxima seção que a integral de Fermi é usada na Teoria Grossa em função de $(-E)$, e que portanto, para seu uso a expressão acima será modificada para que após integrada, retornar uma função dependente de $(-E)$:

$$f(Z, E_a) = f(-E_a) = \int_1^{-E_a+1} (-E_a + 1 - E_{ea})^2 E_{ea} \sqrt{E_{ea}^2 - 1} F(Z, E_{ea}) dE_{ea}. \quad (42)$$

Finalmente chegamos à expressão da taxa de decaimento β^- , onde agora chamaremos W' de λ que após adimensionalizar as energias no elemento de matriz nuclear, passa a ter unidade de $\frac{1}{s}$. A expressão então fica:

$$\lambda = \frac{m_e^5 c^4 g^2 |M|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, E_a), \quad (43)$$

Para encontrar a meia vida temos:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}, \quad (44)$$

logo:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (45)$$

A equação (43) é o ponto de partida da Teoria Grossa para o decaimento beta, a qual será abordada nas seções seguintes.

3 Teoria Grossa

Um dos grandes problemas da Física Nuclear está em achar modelos matemáticos que descrevam o núcleo de forma que possamos extrair destes modelos matemáticos informações úteis a respeito das suas características. Historicamente, os modelos foram sendo desenvolvidos conforme as necessidades. Como exemplo clássico deste fato, pode ser citado o modelo da gota líquida. Weiszacker [22] reconheceu que as propriedades nucleares associadas ao tamanho, a massa e a energia de ligação de um núcleo como sendo similares àquelas encontradas em uma gota líquida. Em uma gota de um líquido, a densidade da gota é aproximadamente constante; além disso, suas dimensões são proporcionais ao número de partículas do sistema (na realidade, as moléculas que compõem a gota), e o calor de vaporização (ou energia de ligação) da gota é proporcional à massa ou ao número de partículas que a compõe. O modelo da gota líquida levou então à fórmula semi-empírica de massa que expressa a dependência da massa nuclear com a massa e o número atômico (A,Z). Podemos dizer que se trata de um modelo macroscópico. Porém, para as demais informações a respeito de um dado núcleo, necessitamos de outros modelos. O fato é que um único modelo nuclear não determina todas as características e informações de que necessitamos do núcleo e suas reações. Para a solução deste problema, o ideal é a utilização de dois ou mais modelos separadamente ou mesmo associados. Este último é o caso da

Teoria Grossa, o qual será usado neste trabalho. A Teoria Grossa é um modelo nuclear que foi proposto inicialmente por Takahashi e Yamada [21] a uns 40 anos. Trata-se essencialmente de um modelo paramétrico para taxas de desintegração nuclear, que combinou argumentos de *partícula independente* associada ao *modelo do gás de Fermi*. Sendo assim, a Teoria Grossa é um modelo microscópico que representa a junção de dois outros modelos associados a argumentos estatísticos de um modo fenomenológico. Segundo Samana et al. [19], esta junção entre os dois principais modelos nucleares microscópicos ocorre quando a função de amplitude β do modelo da partícula independente é convolucionada com a densidade de níveis do modelo do gás de Fermi corrigidas para levar em conta o efeito de emparelhamento e de camadas.

Devido a este formalismo as contribuições na parte final da ressonância (Gamow-Teller) são incluídas num modo paramétrico. Uma forma gaussiana ou lorentziana são assumidas para essas ressonâncias com energia, posição, amplitude e largura ajustadas aos dados experimentais. A Teoria Grossa original [21] tem sido alvo de alterações na busca por melhorias, e hoje, já temos duas novas versões que é a (GT2) Teoria Grossa de 2ª Geração [11] e a outra é a (BET) Teoria Semi-Grossa [20]. Neste trabalho será feito o uso da Teoria Grossa original para o decaimento beta a *Gross Theory Beta Decay* usando parâmetros de ajustes mais atuais, diferença de massa calculada através dos defeitos de massa experimentais e uma função de Fermi exata excluindo a aproximação usada pelos autores da Teoria Grossa original.

4 Teoria Grossa no Decaimento β^- - (TGDB)

A TGDB toma como ponto de partida para o cálculo da taxa de desintegração nuclear do decaimento beta a equação (43) já vista na seção (2). O diferencial nesta teoria, está no tratamento do elemento de matriz nuclear que é obtido pela regra da soma [11].

Em princípio, o decaimento beta pode ocorrer por meio de cinco transições conhecidas. Então, a taxa do decaimento beta total é composta pela soma das cinco possíveis contribuições, ou seja:

$$\lambda_{\beta total} = \lambda_F + \lambda_{GT} + \lambda_1^{(0)} + \lambda_1^{(1)} + \lambda_1^{(2)}. \quad (46)$$

Onde:

λ_F = a taxa para a transição de Fermi;

λ_{GT} = a taxa para a transição de Gamow-Teller;

$\lambda_1^{(0)}$ = a taxa para a transição primeira proibida de classe 0;

$\lambda_1^{(1)}$ = a taxa para a transição primeira proibida de classe 1;

$\lambda_1^{(2)}$ = a taxa para a transição primeira proibida de classe 2;

As transições chamadas de proibidas são na verdade as menos prováveis, como mostrado na Figura (1).

Então as contribuições das três últimas taxas de transição podem ser desconsideradas, pois representam valores numéricos irrelevantes em relação às contribuições de Fermi e Gamow-Teller. Logo a expressão para a taxa de decaimento total pode ser aproximada para:

$$\lambda_{total} = \lambda_F + \lambda_{GT}. \quad (47)$$

Vamos agora tomar a equação (43) para a taxa de desintegração beta levando em consideração a regra da soma para o elemento de matriz nuclear definido como:

$$|M_{\Omega}(E)|^2 = |\overline{\psi_l, \Omega\psi_0}|^2 \rho(E). \quad (48)$$

Assim as taxas para as transições de Fermi e Gamow-Teller ficam respectivamente:

$$\lambda_F = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |g_F|^2 \sum_l |(\psi_l, \Omega_F \psi_0)|^2 f(E_0 - E_l), \quad (49)$$

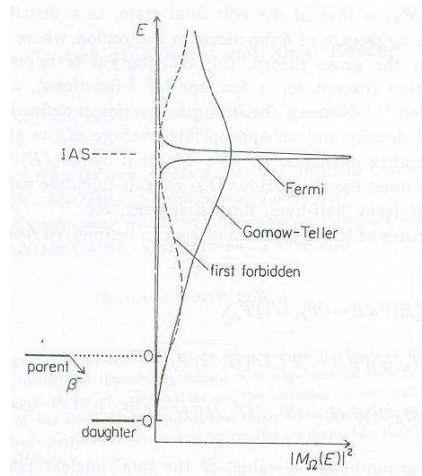


Figura 1: Gráfico das probabilidades de transição. Fonte: [12].

$$\lambda_{GT} = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |g_{GT}|^2 \sum_l |(\psi_l, \Omega_{GT} \psi_0)|^2 f(E_0 - E_l), \quad (50)$$

onde os subíndices 0 e l representam o estado inicial, e o estado final respectivamente, sendo que, a somatória percorre todos os estados finais, ψ_0 e ψ_l são as suas funções de onda, E_0 e E_l são as energias, Ω_F é o operador de Fermi, Ω_{GT} é o operador de Gamow-Teller, $g_F = 1,4 \times 10^{-49}$ erg.cm³ que é a constante de acoplamento de Fermi e $g_{GT} = -1,2g_F$ a constante de acoplamento de Gamow-Teller. Usando a regra da soma definida na equação (48) as equações para as taxas podem ser reescritas como:

$$\lambda_F = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |g_F|^2 \int_{-Q}^0 |M_F(E)|^2 f(-E) dE, \quad (51)$$

$$\lambda_{GT} = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |g_{GT}|^2 3 \int_{-Q}^0 |M_{GT}(E)|^2 f(-E) dE, \quad (52)$$

sendo E uma variável contínua de que substituí ($E_0 - E_l$), Q é definido na equação (23), para os quais usaremos dados experimentais calculados a partir dos defeitos de massa da carta de núclídeos, $f(-E)$ é a integral da função de Fermi e o fator 3 em λ_{GT} se deve às três projeções do spin do operador de Gamow-Teller. Trabalhando os termos constantes para a transição de Fermi e Gamow-Teller, respectivamente teremos:

$$G_F = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |g_F|^2 \cong \frac{1,1 \times 10^{-4}}{s}, \quad (53)$$

$$G_{GT} = \frac{m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} 3 |g_{GT}|^2 \cong \frac{4,8 \times 10^{-4}}{s}. \quad (54)$$

A equação para a taxa agora fica:

$$\lambda_\beta = \int_{-Q}^0 [G_F |M_F(E)|^2 + G_{GT} |M_{GT}(E)|^2] f(-E) dE. \quad (55)$$

Agora descreveremos o formalismo para encontrar uma expressão quantitativa do elemento de matriz nuclear. Nesta seção, já foi mostrado que o elemento de matriz nuclear é obtido a partir

da regra da soma. Segundo Takahashi e Yamada [21], nesta regra, o operador decaimento beta é uma soma dos operadores da partícula independente, assumindo os nucleons como partículas independentes, a diferença de energia E pode ser considerada como a diferença entre as energias do decaimento do nucleon independente no núcleo filho e núcleo pai. Aqui, nós assumimos a existência das tais energias do nucleon independente e chamamos a energia do núcleo pai de ϵ .

A interação entre os nucleons causada pelo efeito atrativo e repulsivo do potencial no intuito de equilibrar a energia, promove uma distribuição de energia do nucleon independente no núcleo pai como algo contido em um “vasilhame”. A parte inferior do “vasilhame” muda com o tempo constantemente. Isso causa um efeito de regiões irregulares na distribuição da energia, como mostrado na figura (2). A partir de agora podemos introduzir N_1 , que é o número de nucleons

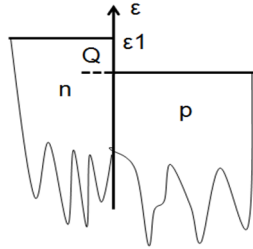


Figura 2: Estado do nucleon independente para o decaimento β^- . Fonte: [21].

com a probabilidade de decair, ou seja, N_1 será o número total de prótons Z do núcleo pai para o decaimento β^+ e captura de elétrons ou o número total de nêutrons N do núcleo pai para o decaimento β^- que pode ser escrito como:

$$N_1 = \int_{\epsilon_{min}}^{\epsilon_1} \frac{dN_1}{d\epsilon} d\epsilon, \quad (56)$$

onde ϵ_{min} é a energia do nucleon independente no fundo do vasilhame, ϵ_1 é a energia máxima do estado ocupado pelo nucleon independente, e $\frac{dN_1}{d\epsilon}$ é a densidade de nucleons que tem a possibilidade de decair. Quando um nucleon com energia ϵ transforma-se de nêutron para próton ou vice-versa, produz como resultado da operação o operador decaimento beta e o valor da energia é alterado. Desconsiderando o princípio da exclusão de Pauli, durante esta transição temos que essa situação pode ser representada trocando $(E_l - E_0)$ por $P_\Omega(E_l - E_0, \epsilon)$, que é a probabilidade de que um nucleon com energia ϵ sofrer a transição. Logo:

$$\sum_l P_\Omega(E_l - E_0, \epsilon) = 1. \quad (57)$$

Assim a distribuição da probabilidade da função $D_\Omega(E, \epsilon)$ é aproximado como um produto entre a energia modificada por P_Ω e a densidade de níveis final. Reescrevendo a equação anterior, temos:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} D_\Omega(E, \epsilon) dE = \sum_l P_\Omega(E_l - E_0, \epsilon) = 1. \quad (58)$$

Agora já podemos escrever a função para o elemento de matriz nuclear, considerando o princípio da exclusão Pauli no limite inferior da integração e incluindo o termo $W(E, \epsilon)$ que trata-se da probabilidade de estados finais (grau de vacância) no qual $0 \leq W(E, \epsilon) \leq 1$, que associados aos dois elementos anteriores, dá:

$$|M_\Omega(E)|^2 = \int_{\epsilon_0(E)}^{\epsilon_1} D_\Omega(E, \epsilon) \frac{dN_1}{d\epsilon} W(E, \epsilon) d\epsilon, \quad (59)$$

onde Ω é o operador de transição de Fermi ou de Gamow-Teller. A equação (59) é válida para o caso especial em que temos uma superfície do tipo degrau, onde $W(E, \epsilon) = 1$, pois $\epsilon + E > \epsilon_1 - Q$. Nos outros casos o termo $W(E, \epsilon)$ desaparece pois $\epsilon + E \leq \epsilon_1 - Q$. E a equação toma uma forma alternativa: $|M_\Omega|^2 = \int_{\epsilon_0(E)}^{\epsilon_1} D_\Omega(E, \epsilon) \frac{dN_1}{d\epsilon} d\epsilon$, onde $\epsilon_0(E) = \max(\epsilon_{min}, \epsilon_1 - Q - E)$.

Nosso trabalho agora é descrever como quantificar cada elemento da equação acima, a fim de poder determinar um valor para o elemento de matriz nuclear.

Começando pela distribuição da função da partícula independente $D_\Omega(E, \epsilon)$, como proposto por [21], por simplicidade negligenciaremos a dependência por ϵ , ou seja, presume-se que todos os nucleons têm a probabilidade de decaimento independente de suas energias. Logo $D_\Omega(E, \epsilon) = D_\Omega(E)$. Aqui usaremos uma aproximação, tratando a densidade de níveis finais do nucleon como sendo o mesmo para todas as paridades. Melhorias na teoria tem proposto o uso de três tipos de funções para $D_\Omega(E)$, que são do tipo: gaussiana, lorentziana, e exponencial, detalhadas em [21]. Para este trabalho, usaremos a tipo gaussiana. Esta equação pode ser escrita como:

$$D_\Omega(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\Omega} e^{-\frac{(E-E_\Omega)^2}{2\sigma_\Omega^2}}. \quad (60)$$

Aqui, E_Ω é a energia de ressonância e σ_Ω é o desvio padrão, que podem ser atribuídos à força Coulombiana. Para a transição de Fermi, temos que:

$$E_\Omega = E_F, \quad (61)$$

$$\sigma_\Omega = \sigma_F. \quad (62)$$

Assumindo o núcleo como uma esfera uniformemente carregada com raio $1,2 \times A^{\frac{1}{3}}$ fm podemos determinar $E_F = E_c$ como sendo o deslocamento Coulombiano da partícula independente, como estimado por [21], logo:

$$E_F = E_c = \pm(1,44Z_1A^{-\frac{1}{3}} - 0,7825)MeV, \quad (63)$$

$$\sigma_F = \sigma_c = 0,157Z_1A^{-\frac{1}{3}}MeV, \quad (64)$$

onde Z_1 é o número de prótons para o núcleo filho no decaimento β^+ e do núcleo pai para o decaimento β^- .

Para a transição de Gamow-Teller, tem sido usada uma aproximação tomada por [21] onde $E_{GT} \approx E_F$ e que foi comprovada através dos estados isobáricos análogos (IAS), [8]. Porém, para este trabalho usaremos a estimativa proposta por Nakayama [17] e também usado por Samana et al. [19], onde:

$$E_{GT} = E_F + \delta, \quad (65)$$

sendo o δ dado por:

$$\delta = 26A^{-\frac{1}{3}} - \frac{18,5(N-Z)}{A}MeV. \quad (66)$$

Já o desvio padrão recebe um fator de ajuste dado por σ_N , que é proveniente da propagação da energia provocada pelas forças dependentes de spin nuclear. Logo:

$$\sigma_{GT} = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_N^2}MeV. \quad (67)$$

Para os valores do parâmetro de ajuste σ_N , usaremos os valores obtidos por [19].

Para finalizar, usaremos o mesmo procedimento proposto pelos autores da Teoria Grossa original, que é usar o modelo do gás de Fermi para estimar $\frac{dN_1}{d\epsilon}$ e $\epsilon_0(E)$ da equação (59). Neste modelo:

$$\frac{dN_1}{d\epsilon} = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3} 4\pi V [2M_n^{*3}(\epsilon - \epsilon_{min})]^{\frac{1}{2}}, \quad (68)$$

$$\epsilon_{min} = \epsilon_1 - \epsilon_F, \quad (69)$$

sendo M_n^* a massa efetiva do nucleon, M_n a massa do nucleon, V um volume nuclear apropriado e ϵ_F é a energia de Fermi dada por:

$$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2M_n^*} \left(3\pi^2 \frac{N_1}{V} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (70)$$

O raio nuclear é dado por $R = r_o A^{\frac{1}{3}} fm$, e A é o número de massa, logo a equação acima pode ser reescrita como:

$$\epsilon_F = \frac{76,52}{M_n^*} \frac{1}{r_o^2} \left(\frac{N_1}{A} \right)^{\frac{2}{3}} MeV. \quad (71)$$

Para r_o usaremos a relação: $r_o = 1,25(1+0,65A^{-2/3})$ e para $\frac{M_n^*}{M_n}$ usaremos: $\frac{M_n^*}{M_n} = 0,6+0,4A^{-1/3}$, e o $\epsilon_0(E)$ é dado por:

$$\epsilon_0(E) = \epsilon_1 - Q - E. \quad (72)$$

Substituindo as últimas equações em (68) temos uma nova equação para $\frac{dN_1}{d\epsilon}$, dada por:

$$\frac{dN_1}{d\epsilon} = N_1 \left[1 - \left(1 - \frac{Q + E}{\epsilon_F} \right)^{\frac{3}{2}} \right]. \quad (73)$$

Lembrando que o termo N_1 é o número de neutrons do núcleo pai para o decaimento β^- .

Assim como foi feito para a integral da função de Fermi, devemos adimensionalizar todos os termos que tem energia, dividindo-os por $(m_e c^2)$, assim teremos uma equação em unidades apenas de $(\frac{1}{s})$.

Agora temos todos os termos da equação (59) tornando possível mensurar o elemento de matriz nuclear por meio da Teoria Grossa para o Decaimento Beta, que substituído na expressão para a taxa total, nos dá finalmente a expressão:

$$\lambda_{\beta^-} = \int_{-Q_a}^0 [G_{FD} D_F(E_a) + G_{GT} D_{GT}(E_a)] N \left[1 - \left(1 - \frac{Q_a + E_a}{\epsilon_{Fa}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] f(-E_a) dE_a. \quad (74)$$

5 Resultados e Discussões

As figuras mostram a meia vida do decaimento beta para núcleos com massa $A < 70$ já que a teoria descrita aqui funcionar bem apenas para esta faixa de massa, entretanto, poucas modificações na teoria pode torná-la aplicável à núcleos com massa maior. Nas figuras, os resultados experimentais estão simbolizados por quadrados, os resultados calculados por meio da Teoria Grossa deste trabalho estão simbolizados por círculos e nomeados (TGDB), o modelo de quase partícula e seus aprimoramentos estão representados por losangos e a sigla (QRPA), já os resultados do modelo de camadas (MC) estão simbolizados por triângulos. Em todas as figuras aparece uma apresentação do comparativo entre os resultados experimentais de meia vida e os resultados calculados neste trabalho por meio da Teoria Grossa, para cada uma das oito famílias de núcleos que são de interesse astrofísico sobre tudo na fase de pré-supernova. Também mostramos o logaritmo da razão entre a meia vida calculada por meio da Teoria Grossa e meia vida experimental. Em algumas figuras, há também uma comparação com outros modelos quando os resultados são disponíveis.

Nas Figuras (3), (12), (5) percebemos que a TGDB consegue representar os resultados experimentais tão bem quanto o modelo de camadas, em alguns casos como para o ^{63}Co , ^{64}Co

e ^{65}Fe consegue superar a QRPA e chegar próximo dos resultados para alguns núcleos como o ^{62}Co , ^{65}Co e ^{67}Fe . Entretanto, chamamos a atenção ao fato de que estes resultados para o MC e QRPA, são para as suas primeiras versões, já versões mais contemporâneas destes dois modelos tem apresentado resultados para as taxas que vem superando os demais modelos e que justifica a opção de escolha por parte da grande maioria dos pesquisadores em aplicações astrofísicas. As Figuras (12) e (4) apresenta esta tendência, na Figura (12), percebemos que o (MC) supera de longe os demais modelos, já na (4), o modelo (ETFSI + CQRPA), reproduz resultados teóricos muito próximos dos experimentais, ainda nesta figura temos um tentativa de melhoria da Teoria Grossa a (ETFSI + GT2), todas já descritas anteriormente, percebemos que mesmo com esta melhoria os resultados da (ETFSI + CQRPA) pelo menos para alguns elementos da família do manganês ainda superam os outros modelos em comparação. Assim como anteriores, as demais figuras para as famílias do cromo, níquel, escândio e titânio, respectivamente (11), (6), (7) e (8), mostram que, para a grande maioria dos núcleos destas famílias, a TGDB consegue reproduzir resultados próximos dos experimentais, inclusive ficando a maioria dentro da mesma ordem de grandeza.

A Figura (9) representa os resultados calculados com a Teoria Grossa original como em [21], com os valores de Q calculados a partir dos dados de massa experimentais, neste caso temos que, 44% dos 94 núcleos incluídos em nossa amostra se encontram dentro da mesma ordem de grandeza dos resultados experimentais, 33% apresentaram resultados com uma ordem de grandeza acima ou abaixo dos experimentais e 23% das taxas não são ideais. Para nossas modificações, os resultados são apresentados como um todo na Figura (10), onde percebemos que os resultados para 73% dos 94 núcleos incluídos em nossa amostra se encontram dentro da mesma ordem de grandeza dos resultados experimentais e os 27% dos núcleos que apresentaram resultados fora desta faixa, 20% se encontram com uma ordem de grandeza acima ou abaixo dos experimentais, apenas 7% das taxas não são ideais. Estes resultados mostram que poucas aproximações suprimidas aqui neste trabalho deram ganhos significativos nas taxas. Uma tendência que é notória em todas as figuras, está numa flutuação de distanciamento dos resultados teóricos calculados por meio da TGDB em relação aos experimentais para o caso da transição de núcleos ímpar - ímpar para par - par e vice-versa. Na transição de ímpar - ímpar para par - par, isso se deve ao fato da densidade de níveis ser bem pequena em comparação com os valores de Q , já na transição de par - par para ímpar - ímpar o número de densidade de níveis é bastante grande em comparação com os pequenos valores de Q , fatos estes que ocorreram por termos tomado uma única densidade de níveis finais para todas as transições. Uma modelagem levando em consideração diferentes densidades de níveis para cada transição como mostra a Figura (13), é alvo de nossos futuros trabalhos.

6 Conclusão

Neste trabalho calculamos as taxas de decaimento beta para um conjunto de 94 núcleos que são de importância em ambientes de pré-supernova usando a Teoria Grossa para transições no estado fundamental dos núcleos, com parâmetros de ajustes mais atuais, defeitos de massa experimentais e uma função de Fermi exata. Realizamos a comparação de nossos resultados teóricos com os experimentais disponíveis em [3]. Percebemos que a Teoria Grossa ainda não reproduz taxas com tamanha eficiência como o modelo da quase partícula (ETFSI + CQRPA) e o modelo de camadas, entretanto para estes dois modelos, a modelagem computacional de forma sistemática para um grande número de núcleos ainda é complicado, forçando o cálculo individual para cada elemento, neste sentido a Teoria Grossa supera de longe os outros modelos.

Levando em consideração que dos 94 núcleos comparados aqui, apenas 7% não apresentaram taxas ideais, nos concluímos que a Teoria Grossa como descrita neste trabalho é um modelo confiável para aplicações astrofísicas que envolvam uma amostra com um grande número de núcleos.

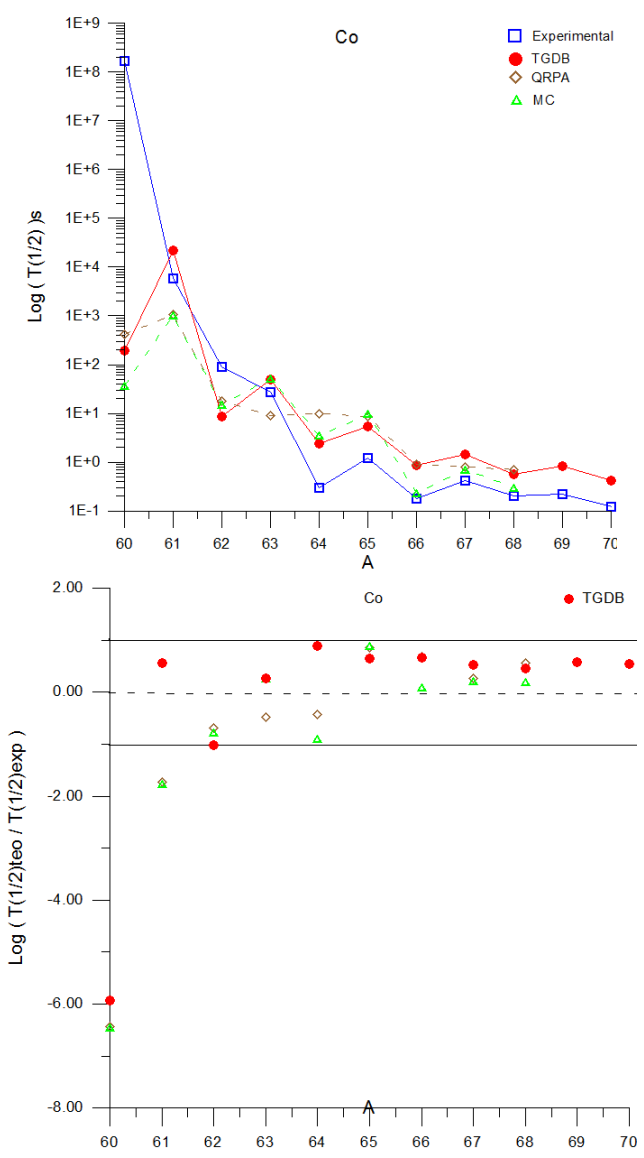


Figura 3: Família do cobalto. Fonte: TGDB eq. (74), QRPA e MC [10], experimentais [3].

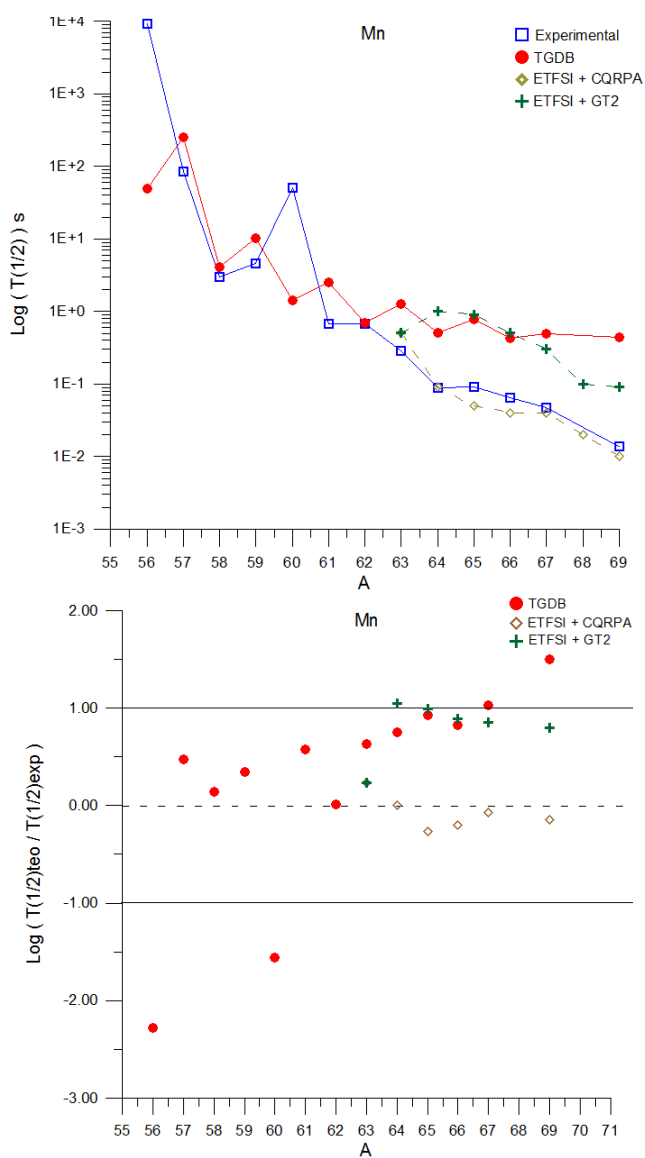


Figura 4: Família do manganês. Fonte: TGDB eq. (74), (ETFSI+CQRPA) [2], (ETFSI+GT2) [20], experimentais [3].

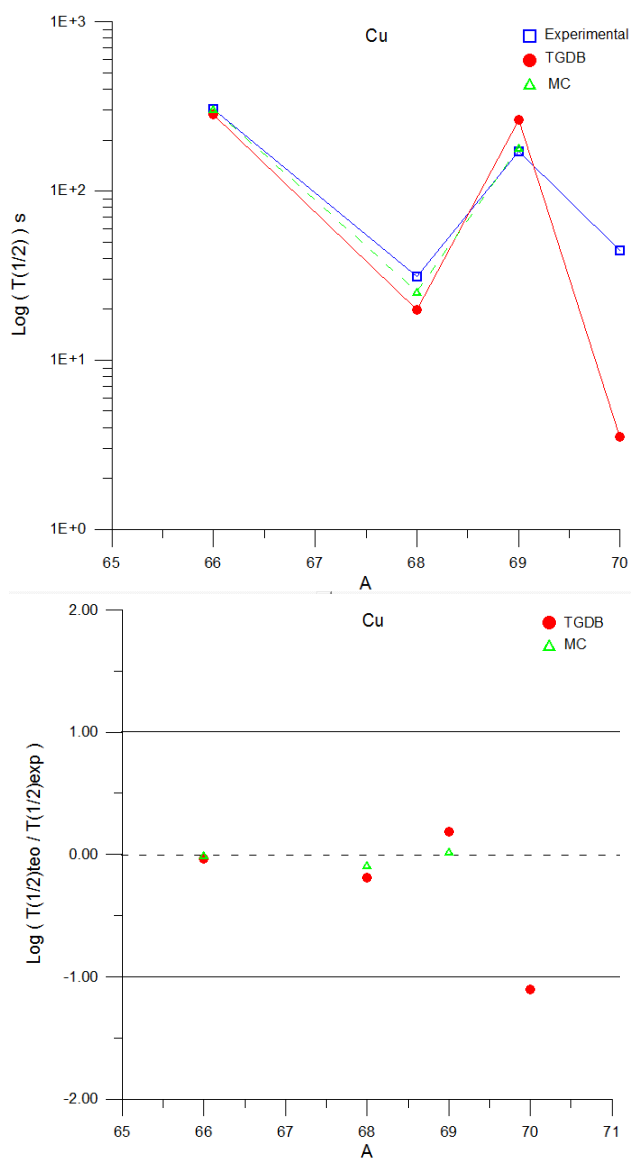


Figura 5: Família do cobre. Fonte: TGDB eq. (74), MC [10], experimentais [3].

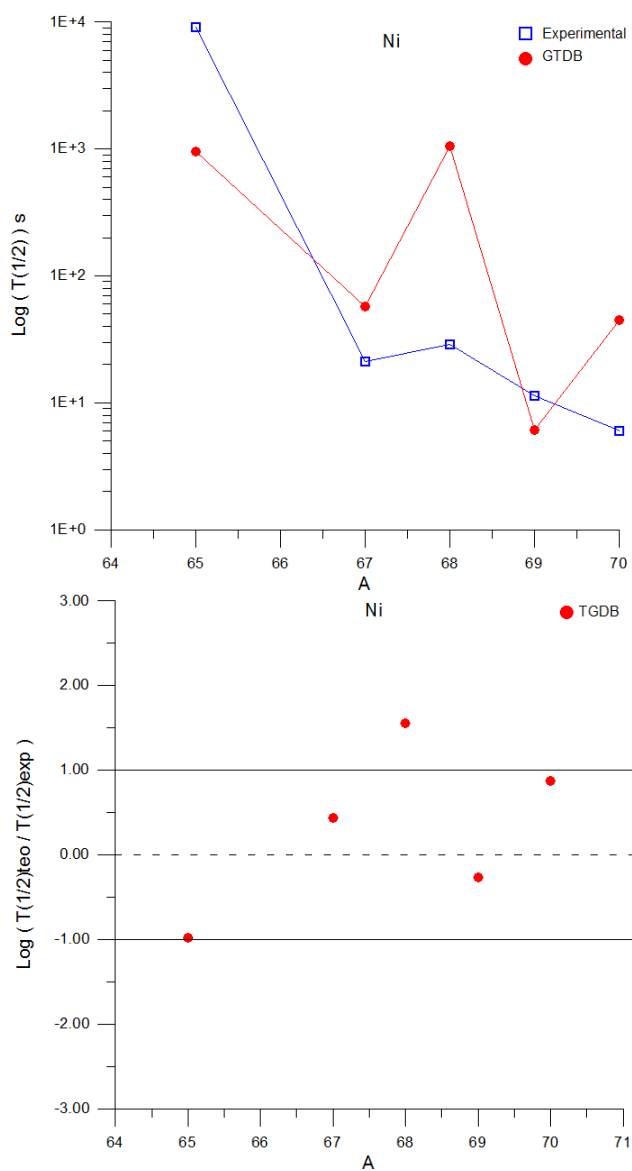


Figura 6: Família do níquel. Fonte: TGDB eq. (74), experimentais [3].

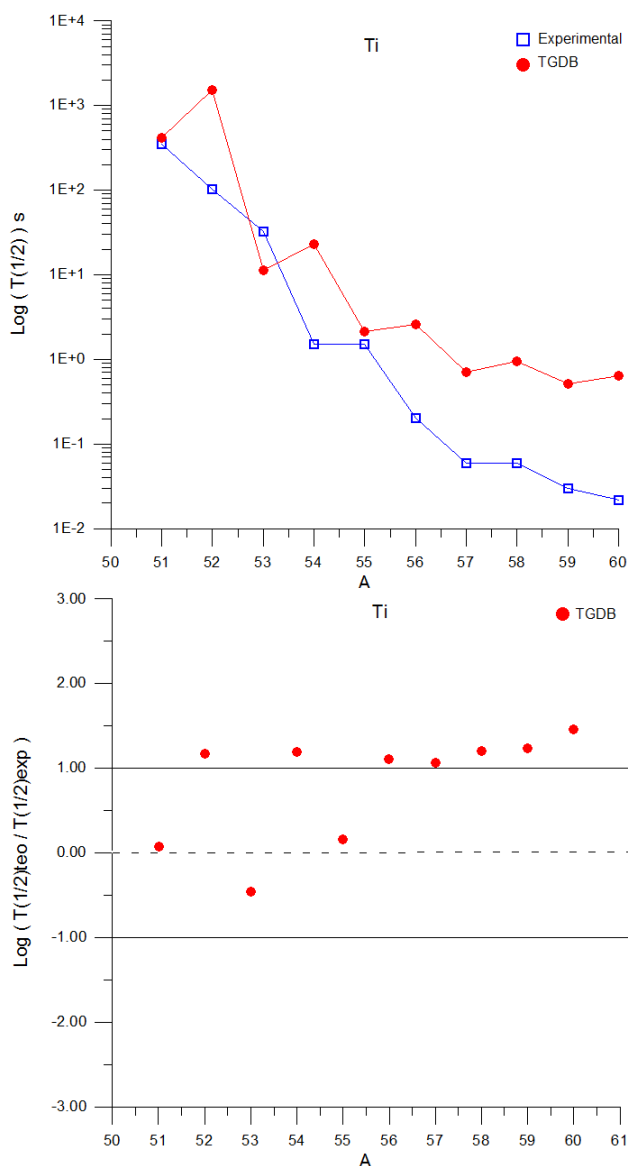


Figura 7: Família do titânio. Fonte: TGDB eq. (74), experimentais [3].

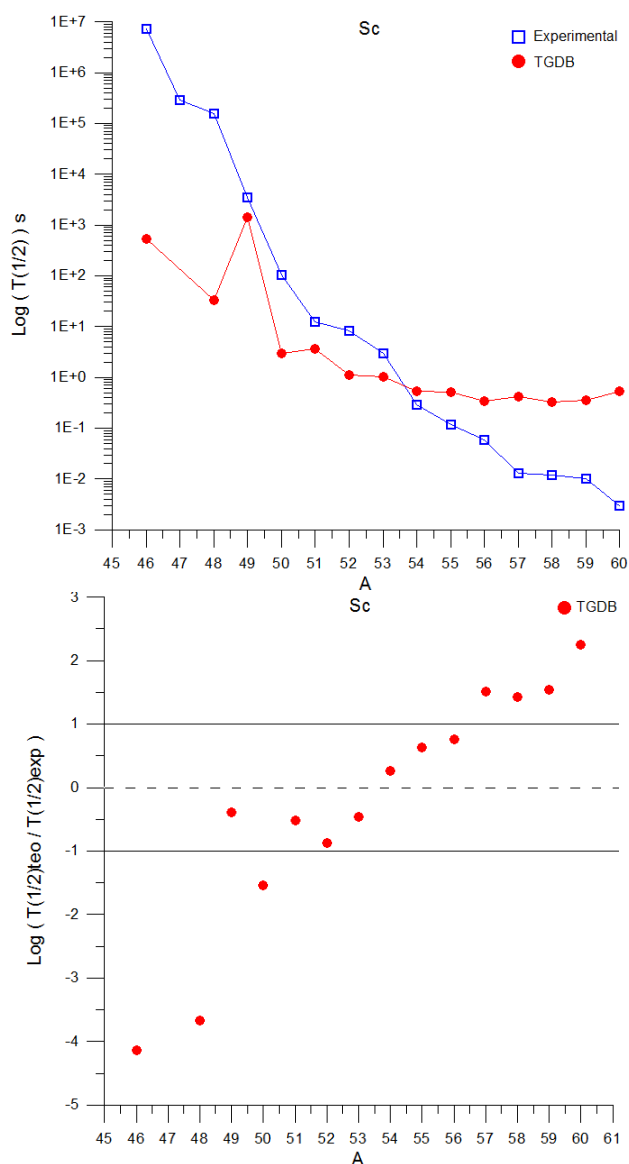


Figura 8: Família do escândio. Fonte: TGDB eq. (74), experimentais [3].

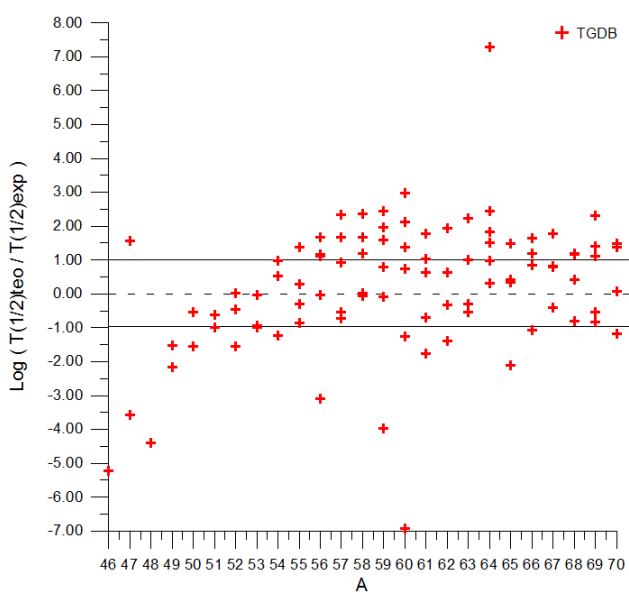


Figura 9: Decaimento β^- para 94 núcleos. Fonte: TGDB [21], experimentais [3].

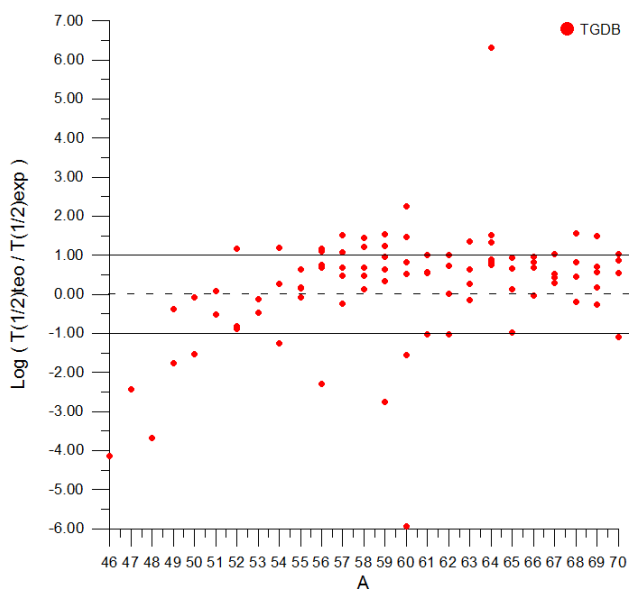


Figura 10: Decaimento β^- para 94 núcleos. Fonte: TGDB eq. (74), experimentais [3].

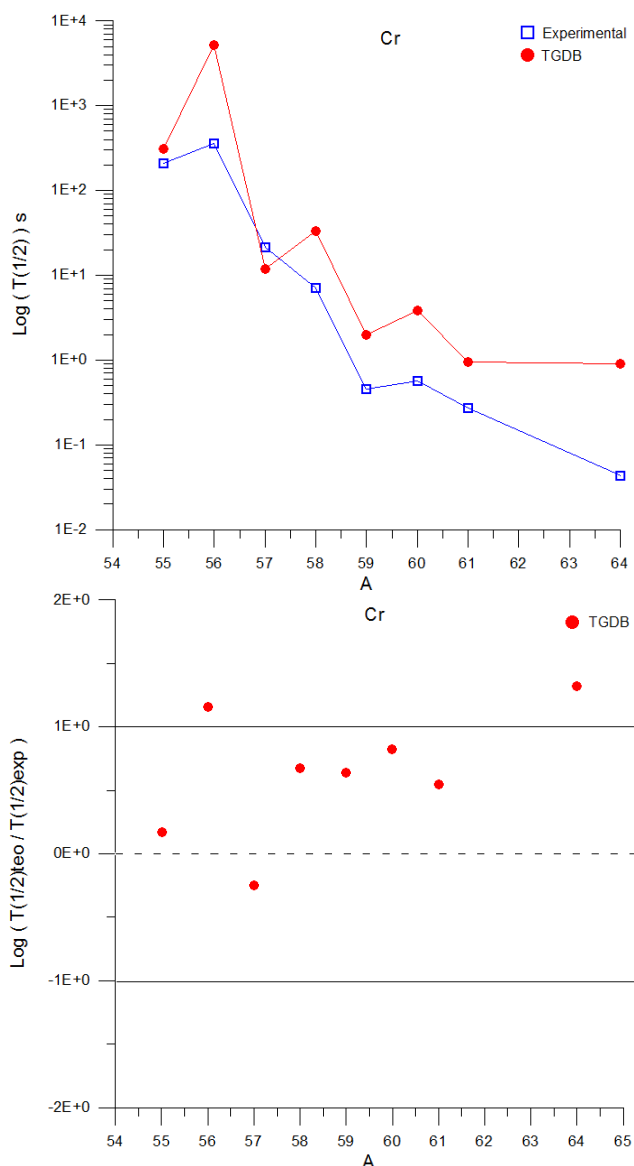


Figura 11: Família do cromo. Fonte: TGDB eq. (74), experimentais [3].

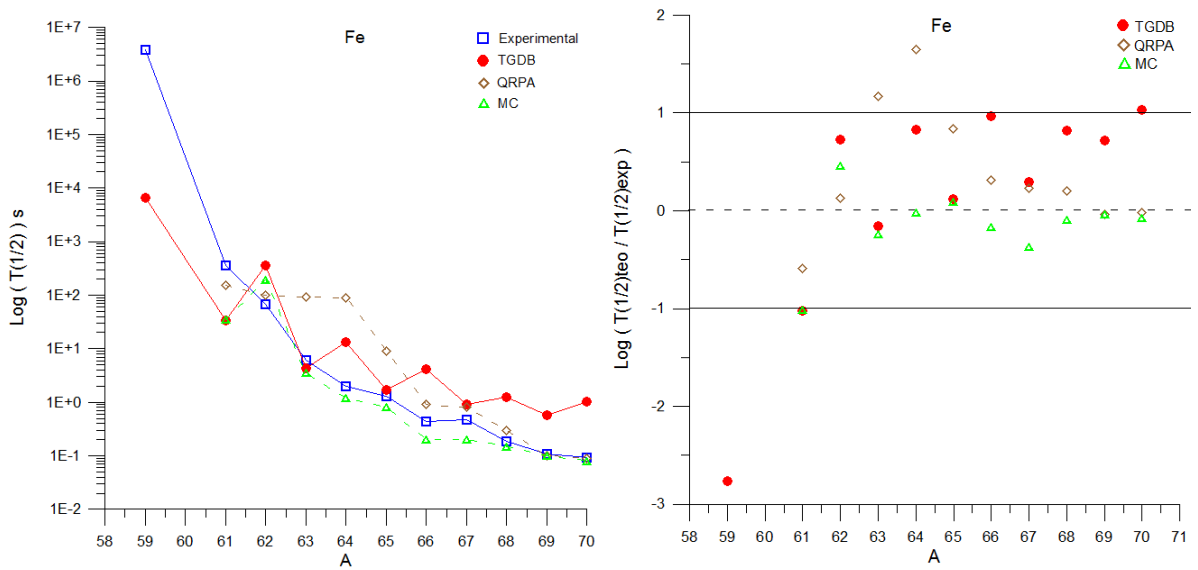


Figura 12: Família do ferro. Fonte: TGDB eq. (74), MC [10], QRPA [15], experimentais [3].

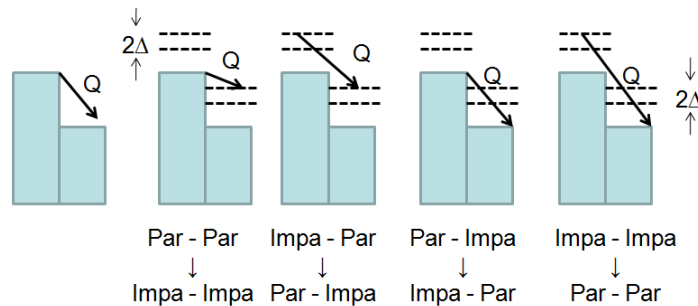


Figura 13: Níveis de energia do nucleon independente para o decaimento β^- . Fonte: [21].

Referências

- [1] AUFDERHEIDE, M. B.; FUSHIKI, I.; WOOSLEY, S. E.; HARTMANN, D. H. **Search for important weak interaction nuclei in presupernova evolution.** Astrophysical Journal Supplement Series, v. 91, n. 01, p. 389-417, 1994. Disponível em: <<http://articles.adsabs.harvard.edu/full/1994ApJS...91..389A>>. Acesso em: 15 de Junho de 2010.
- [2] BORZOV, I. N.; GORIELY, S. **Weak interaction rates of neutron-rich nuclei and the r-process nucleosynthesis.** Physical Review C, v. 62, n. 03, p. 035501. 2000. Disponível em: <<http://prc.aps.org/abstract/PRC/v62/i3/e035501>>. Acesso em: 10 de Janeiro de 2012.
- [3] **Carta de Nuclídeos.** Disponível em: <<http://www-nds.iaea.org/relnsd/vchart/index.html>>. Acesso em: 15 de Agosto de 2011.
- [4] CHUNG, K. C. **Introdução à Física Nuclear.** Ed. UERJ. 2001.
- [5] DIMARCO, A. J. **O Papel da Estrutura Nuclear Nas taxas de Decaimento Beta e Captura Eletrônica Na Pré - Supernova.** Tese de Doutorado, Instituto de Física da Universidade de São Paulo. 1998.
- [6] EGAWA, Y.; YOKOI, K.; YAMADA, M. **Electron capture in highly evolved star.** Progress of Theoretical Physics. v. 54, n. 05, p. 1339-1355, 1975. Disponível em: <<http://ptp.ipap.jp/link?PTP/54/1339>>. Acesso em: 10 de Fevereiro de 2011.
- [7] FULLER, G. M.; FOWLER, W. A. & NEWMAN M. J. **Stellar weak-interaction rates for sd-shell nuclei. I - Nuclear matrix element systematics with application to A 1-26 and selected nuclei of importance to the supernova problem.** Astrophysical Journal Supplement. v. 42, p. 447-473, 1980. Disponível em: <<http://articles.adsabs.harvard.edu/full/1980ApJS...42..447F>>. Acesso em: 2 de Janeiro de 2011.
- [8] HOREN, D. J.; GOODMAN, C. D.; FOSTER, C.C.; GOULDING, C. A.; GREENFIELD, M. B.; RAPAPORT, J.; BAINUM, D. E.; SUGARBAKER, E.; MASTERSON, T. G.; PETROVICK, F.; LOVE, W. G. **Search for isobaric analogues of M1 states and giant spinflip resonances in the ^{208}Pb (p, n) reaction.** Physics Letters B. v. 95, n. 01, p. 27-30. 1980. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1980PhLB...95...27H>>. Acesso em: 2 de Janeiro de 2011.
- [9] JUODAGALVIS, A.; LANGANKE, K.; HIX, W. R.; MARTÍNEZ-PINEDO, G.; SAMPAIO, J. M. **Improved estimate of electron capture rates on nuclei during stellar core collapse.** Nuclear Physics A. v. 848, n. 3 p. 454-478. 2010. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/0909.0179v2.pdf>>. Acesso em: 25 de Agosto de 2011.
- [10] KAR, K.; RAY, A.; SARKAR, S. **Beta-decay rates of FP shell nuclei with A greater than 60 in massive stars at the presupernova stage.** Astrophysical Journal, Part 1. v. 434, n. 02, p. 662-683. 1994. Disponível em: <<http://articles.adsabs.harvard.edu/full/1994ApJ...434..662K>>. Acesso em: 2 de Março de 2011.
- [11] KONDON, T.; TACHIBANA, T.; YAMADA, M. **Improvement of the Gross Theory of β -Decay. I - Formalism -.** Progress Theoretical Physics. v. 74, n. 04, p. 708-124. 1990. Disponível em: <<http://ptp.ipap.jp/link?PTP/74/708/>>. Acesso em: 11 de Dezembro de 2010.
- [12] KONDON, T.; YAMADA, M. **Gross Theory of Beta Decay and shell effects.** Progress of Theoretical Physics Supplement. v. 60, p. 136-160, 1976. Disponível em: <<http://ptp.ipap.jp/link?PTPS/60/136/>>. Acesso em: 11 de Dezembro de 2010.

-
- [13] LANCZOS, C. **SIAM I. Numerical Analysis.** v. 01, p. 86-96. 1964. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/2949767>>. Acesso em: 2 de Dezembro de 2010.
- [14] LANGANKE, K.; MARTÍNEZ-PINEDO, G. **Supernova electron capture rates on odd-odd nuclei.** Physics Letters B. v. 453, n. 3-4, p. 5. 1998. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/nucl-th/9809082v1.pdf>>. Acesso em: 11 de Dezembro de 2010.
- [15] MARKETIN, T.; VETRENAR, D. **Calculation of β -decay rates in a relativistic model with momentum-dependent self-energies.** Nuclear Physics A. v. 75, n. 02, p. 024304. 2007. Disponível em: <<http://prc.aps.org/abstract/PRC/v75/i2/e024304>>. Acesso em: 15 de Janeiro de 2012.
- [16] MARTÍNEZ-PINEDO, G.; LANGANKE, K.; DEAN, D. J. **Competition of electron capture and decay-beta rates in supernova collapse.** Astrophysical Journal Supplement Series. v. 126, n. 2, p. 9, 1998. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/nucl-th/9811095v1.pdf>>. Acesso em: 15 de Julho de 2010.
- [17] NAKAYAMA, K.; GALEÃO, A. P.; KRMPOTIC, F. **On the energetics of the Gamow-Teller resonances.** Physics Letters B. v. 114, n. 04, p. 217-221, 1982. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0370269382904804>>. Acesso em: 10 de Junho de 2010.
- [18] NIU, Y. F.; PAAR, N.; VRETERNAR, D.; MENG J. **Stellar electron-capture rates calculated with the finite-temperature relativistic random-phase approximation.** Physical Review C. v. 83, n. 4, 10 p., 2011. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/1104.1683v2.pdf>>. Acesso em: 08 de Junho de 2011.
- [19] SAMANA, A. R.; BARBERO, C. A.; DUARTE, B.; DIMARCO, A. J.; KRMPOTIC, F. **The gross theory model for neutrino-nucleus cross-section.** New Journal of Physics. v. 10, n. 033007, 17 p., 2008. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/1367-2630/10/3/033007/>>. Acesso em: 01 de Agosto de 2010.
- [20] TACHIBANA, T.; YAMADA, M.; YOSHIDA, M. **Improvement of the Gross Theory of β -Decay. II - one-particle strength function.** Progress of Theoretical Physics. v. 84, n. 04, p. 641-657, 1990. Disponível em: <<http://ptp.ipap.jp/link?PTP/84/641/>>. Acesso em: 29 de Junho de 2010.
- [21] TAKAHASHI, K.; YAMADA, M. **Gross Theory of Nuclear β -Decay.** Progress of Theoretical Physics. v. 41, n. 06, p. 1470-1503, 1969. Disponível em: <<http://ptp.ipap.jp/link?PTP/41/1470/>>. Acesso em: 29 de Junho de 2010.
- [22] WEIZSÄCKER, C. F. v. **Zur Theorie der Kernmassen.** Zeitschrift für Physik. v. 96, n. 7-8, p. 431-458, 1935. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/qg3172j07hh4000n/?MUD=MP>>. Acesso em: 12 de Junho de 2010.