

# MATEMÁTICA 8

OMAR CATUNDA  
MARTHA MARIA DE SOUZA DANTAS  
ELIANA COSTA NOGUEIRA  
NEIDE CLOTILDE DE PINHO E SOUZA  
EUNICE DA CONCEIÇÃO GUIMARAES

*Harmoniza a  
exposição com a descoberta.*

*Leva aluno  
a estudar sozinho*

*Os porquês  
são enfatizados*

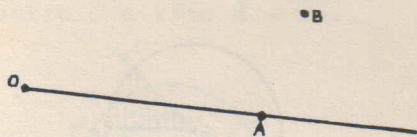
*Desenvolve o pensamento  
crítico e criativo*

*Wah*



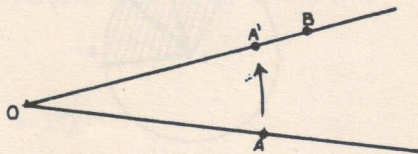
## FICHA 21: ROTAÇÃO

1. Considere uma semi-reta OA e um ponto B fora de OA.



Tome a folha de papel transparente dada a seguir. Coloque esta folha sobre a figura dada, desenhe a semi-reta OA e faça girar a folha transparente em torno de O até que esta semi-reta passe pelo ponto B.

Por esse movimento a semi-reta OA é levada na semi-reta OB e o ponto A é levado num ponto A' de OB, conforme figura a seguir.

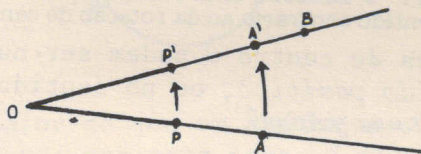


Observe que a distância de O a A' é igual à distância de O a A, isto é,

$$\overline{OA'} = \overline{OA}$$

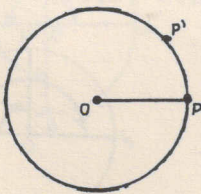
O movimento considerado acima é chamado *rotação*. De um modo geral, por essa rotação, um ponto P qualquer da reta OA é levado num ponto P' da semi-reta OA' de modo que a distância de O a P' é igual à distância de O a P, isto é,

$$\overline{OP'} = \overline{OP}$$



O ângulo AOA' chama-se *ângulo de rotação*.

2. Considere, agora, um círculo de centro O, raio  $R = \overline{OP}$  e um ponto P' desse círculo.





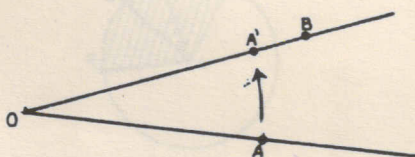
## FICHA 21: ROTAÇÃO

1. Considere uma semi-reta OA e um ponto B fora de OA.



Tome a folha de papel transparente dada a seguir. Coloque esta folha sobre a figura dada, desenhe a semi-reta OA e faça girar a folha transparente em torno de O até que esta semi-reta passe pelo ponto B.

Por esse movimento a semi-reta OA é levada na semi-reta OB e o ponto A é levado num ponto A' de OB, conforme figura a seguir.

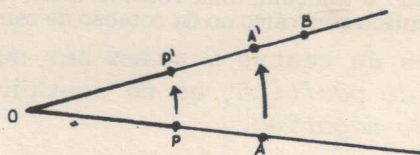


Observe que a distância de O a A' é igual à distância de O a A, isto é,

$$\overline{OA'} = \overline{OA}$$

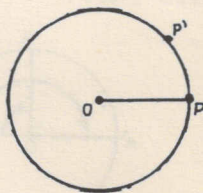
O movimento considerado acima é chamado *rotação*. De um modo geral, por essa rotação, um ponto P qualquer da reta OA é levado num ponto P' da semi-reta OA' de modo que a distância de O a P' é igual à distância de O a P, isto é,

$$\overline{OP'} = \overline{OP}$$



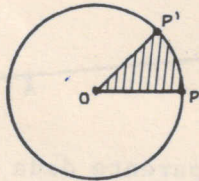
O ângulo AOA' chama-se *ângulo de rotação*.

Considere, agora, um círculo de centro O, raio  $R = \overline{OP}$  e um ponto P' desse círculo.

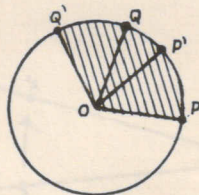




Tome, novamente, a folha de papel transparente. Desenhe, nesta folha, o círculo de centro  $O$  e raio  $R = OP$ . Gire a folha de papel transparente em torno de  $O$ , de modo que o ponto  $P$  se ja levado no ponto  $P'$ .

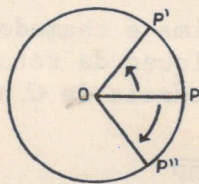


Esse movimento é chamado *rotação do círculo* em torno do centro  $O$ . O ângulo  $POP'$  é o ângulo dessa rotação e o ponto  $O$  é o centro da rotação. Por essa rotação, que leva  $P$  em  $P'$ , qualquer ponto  $Q$  do círculo é levado num ponto  $Q'$  do mesmo círculo.



Você pode verificar que os ângulos  $POP'$  e  $QQQ'$  são iguais. Assim, o ângulo  $QQQ'$  é, também, ângulo de rotação.

3. Considere a figura seguinte:



Observe que a rotação de centro  $O$  e ângulo  $POP'$ , que leva  $P$  em  $P'$ , tem o mesmo sentido das rotações dadas anteriormente.

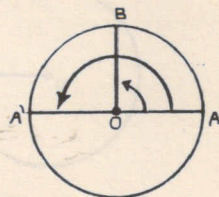
O movimento que leva  $P$  em  $PP''$  é também, uma rotação. Observe que esta rotação de centro  $O$  e ângulo  $POP''$ , que leva  $P$  em  $P''$ , tem sentido contrário ao da rotação de centro  $O$  e ângulo  $POP'$ .

Como se vê, as rotações de centro  $O$  podem ser num sentido, como o que leva  $P$  em  $P'$ , chamado *sentido positivo*, ou no sentido oposto, como o que leva  $P$  em  $P''$ , chamado *sentido negativo*.

*Observações:*

1ª) A rotação que leva um ponto  $A$  num ponto  $B$  tal que  $\overline{OB} \perp \overline{OA}$  é chamada *rotação de ângulo reto*.

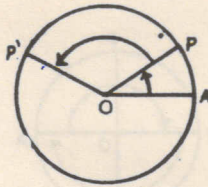
2ª) A rotação que leva um ponto  $A$  num ponto  $A'$ , diametralmente oposto, é chamada *rotação de ângulo raso*.





**FICHA 22: ROTAÇÕES NO CÍRCULO: EXTENSÃO DA NOÇÃO DE ÂNGULO**

1. Considere um círculo de centro  $O$  e raio  $R = \overline{OA}$ .



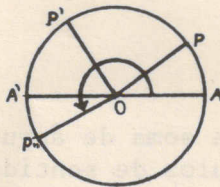
Considere, agora, na figura acima, a rotação que leva  $A$  em  $P$  e, em seguida, a rotação que leva  $P$  em  $P'$ . Observe que essas rotações são rotações no sentido positivo. Diga qual é o ângulo da rotação que leva  $A$  em  $P'$ .

Resposta

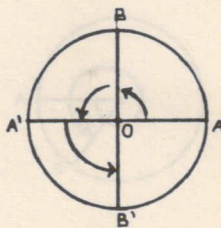
Observe que

$$\widehat{AOP'} = \widehat{AOP} + \widehat{POP'}$$

Neste caso, diz-se que a rotação de centro  $O$  e ângulo  $\widehat{AOP'}$  é a soma das rotações de mesmo centro e ângulos  $\widehat{AOP}$  e  $\widehat{POP'}$ . Observe, ainda, pela figura, que esta soma é menor do que um ângulo raso. Pode acontecer que o ponto  $A$  seja levado, por uma soma de rotações, num ponto  $P''$  além do ponto  $A'$ , figura a seguir. Nestas condições, diz-se que a rotação que leva  $A$  em  $P''$ , no sentido positivo, é uma rotação de ângulo  $\widehat{AOP''}$ , maior do que o ângulo raso  $\widehat{AOA'}$ .



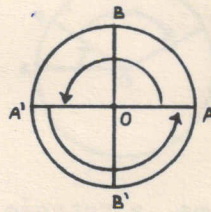
Outro exemplo de ângulo maior do que um ângulo raso é o ângulo soma de três rotações de ângulo reto; por esta soma, o ponto  $A$  é levado no ponto  $B'$ , figura a seguir.



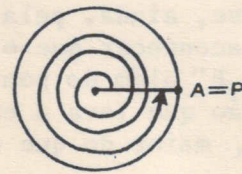
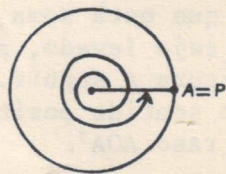
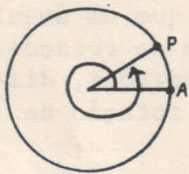
Assim, pode-se falar em ângulo maior que o ângulo raso.



Observe que a soma de duas rotações de ângulos rasos no mesmo sentido,  $\widehat{A'OA} + \widehat{A'OA}$ , leva um ponto A em si mesmo. Neste caso, diz-se que esta soma é um ângulo de uma volta, isto é,  $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$ .

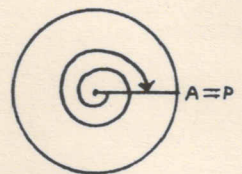
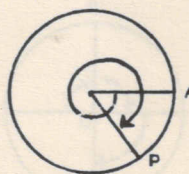
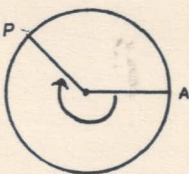


Esse processo pode ser repetido, isto é, pode-se somar tantos ângulos quantos se queira. Assim, pode-se obter ângulos de mais de uma volta, de duas voltas, etc.



*Observação:*

As considerações feitas sobre a soma de ângulos de rotação de sentido positivo se estendem à soma de ângulos de sentido negativo. Assim, têm-se, por exemplo, os ângulos seguintes:



Resolva os exercícios da página 65.