

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
Departamento de Química e Exatas
ERROS E GRÁFICOS
QE 209 - Física Geral e Experimental I
2012/I

Prof. Nemésio M. Oliveira Neto

1 Introdução

Experiência que não tem erro está errada! Está é uma das frases mais citadas em aulas experimentais em Ciências, pois o ato de medir é, em essência, um ato de comparar, e essa comparação envolve erros de diversas origens (dos instrumentos, do operador, do processo de medida, etc.). Neste sentido se faz necessário o estudo da análise estatística de dados experimentais, além de como os resultados experimentais devem-se ser expressados para que outras pessoas possam se apropriar destes resultados sabendo a precisão das medidas efetuadas.

Quando se pretende medir o valor de uma grandeza, pode-se realizar apenas uma ou várias medidas repetidas, dependendo das condições experimentais particulares ou ainda da postura adotada frente ao experimento. Em cada caso, deve-se extrair do processo de medida um valor adotado como melhor na representação da grandeza e ainda um limite de erro dentro do qual deve estar compreendido o valor real.

2 Classificação dos Erros

Segundo sua natureza, os erros podem ser classificados em Sistemáticos e Aleatórios [1].

2.1 Erros Sistemáticos

Causados por fontes identificáveis os quais podem ser eliminados. Estes fazem com que a medida esteja acima ao abaixo do valor real prejudicando uma **exatidão** da medida. Tais erros podem ser causados por:

- ao instrumento que foi utilizado: por exemplo, erros causados em medidas de intervalos de tempo feitas com um relógio que atrasa;
- ao método de observação utilizado: por exemplo, medir o instante de ocorrência de um relâmpago pelo ruído do trovão associado;
- a efeitos ambientais: por exemplo, a medida de frequência da luz emitida por um laser, que pode depender ligeiramente da temperatura ambiente;
- a simplificações do modelo teórico utilizado: por exemplo, não incluir o efeito da resistência do ar numa medida da aceleração da gravidade baseada na medida do tempo de queda de uma bolinha de ping-pong de uma altura fixa.

2.2 Erros Aleatórios

Causados por causas diversas e incoerentes, bem como a causas temporais que variam durante observações sucessivas e que escapam a uma análise em função de sua imprevisibilidade. Estes erros afetam a **precisão** das medidas e nem sempre pode-se identificar as suas fontes. Os mesmo podem ter várias origens, entre elas:

- instrumentos de medida;
- pequenas variações das condições ambientais (pressão, temperatura, umidade, fontes de ruídos, etc.);
- fatores relacionados com o próprio observador sujeitos à flutuações, em particular a visão e a audição.

De um modo simples podemos dizer que uma medida exata é aquela para qual os erros sistemáticos são nulos ou desprezíveis. Por outro lado, uma medida precisa é aquela para qual os erros aleatórios são pequenos [2]. *O erro é inerente ao próprio processo de medida, isto é, nunca será completamente eliminado. Poderá ser minimizado procurando-se eliminar o máximo possível as fontes de erros acima citadas. Portanto, ao realizar medidas, é necessário avaliar quantitativamente os erros cometidos.*

3 Valor Médio, Desvio Padrão e Erro da Média

Quando um mesmo operador efetua uma série de medidas de uma grandeza, utilizando um mesmo instrumento, as medidas obtidas terão valores que poderão não coincidir na maioria das vezes, isso devido aos erros experimentais inerentes a qualquer processo de medida. Assim, uma boa estimativa do valor medido será a média aritmética:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (1)$$

em que x_i é o valor da i -ésima medida e N o número total de medidas.

Numa medida a incidência de erros aleatorios faz com que os valores medidos estejam distribuídos em torno da média dada pela eq.(1). Quando os valores medidos diferem muito da média, dizemos que a medida tem uma precisão baixa. Neste caso, dizemos que os valores medidos tem alta **dispersão**. No caso em que os valores medidos possuirem baixa dispersão, tais valores estarão mais concentrado em torno da média; neste caso as medidas tem precisão alta. A dispersão das medidas realizadas pode ser caracterizada pelo **Desvio Padrão** das medidas, definido como [1]:

$$\Delta x = S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

em que Δx ou S designam o desvio padrão. As outras variáveis são as mesmas definidas na eq. (1). Pode-se demonstrar que o desvio padrão caracteriza o intervalo dentro do qual há 68% de probabilidade de ocorrência de um valor medido, i.e. 68% das medidas estarão dentro do intervalo $\bar{x} - \Delta x$ e $\bar{x} + \Delta x$ ¹.

À medida que realiza-se mais medidas a média \bar{x} vai se tornando mais precisa. Define-se o **erro médio** da medida como o desvio padrão da média:

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x}{\sqrt{N}} \quad (3)$$

Sendo assim, deve-se expressar o valor da grandeza x que se mede da seguinte forma:

$$x = \bar{x} \pm \Delta \bar{x} \quad (4)$$

¹Este resultado é válido para um número muito grande de medições.

Agora, a leitura que fazemos da eq.(4) é a seguinte. Imagine que seja realizado um grande número de medidas da grandeza x . Ao se calcular a média dada pela eq.(1), o valor encontrado tem 68% de probabilidade de pertencer ao intervalo $\bar{x} - \Delta\bar{x}$ e $\bar{x} + \Delta\bar{x}$.

4 Medidas e algarismos significativos

Cada instrumento de medida, seja uma régua para medir comprimentos, um cronômetro para medir tempo, ou um esfignomamometro para aferir pressão arterial de uma pessoa, possui sua precisão de fabricação. Dependendo da postura que o operador tem em seu experimento, ou dependendo do sistema analisado em questão, pode-se fazer uma única medida da grandeza do seu sistema. Neste caso, o valor a ser apresentado da grandeza seria dado pela eq.(4) sendo $\Delta\bar{x}$ a precisão especificada no aparelho. Quando não especificado, em geral, assume-se o erro como a metade da menor divisão.

Como exemplo, peguem uma régua milimetrada (onde a menor divisão é o milímetro) e meça o comprimento desta folha de papel. Como você deve expressar corretamente o valor da grandeza medida? Provavelmente nesta única medida você obteve um número do tipo (não em valor, mais em quantidades de números após a vírgula) $298,2mm$. Neste caso você tem certeza que o comprimento do papel está entre $298mm$ e $299mm$, i.e. você tem certeza que o número é do tipo $298, \dots$. Portanto, o número "2" depois da vírgula é chamado de **duvidoso**, pois ele é um valor que você provavelmente estimou em sua medida. Já os números 2, 9 e 8 foram medidos e tem-se certeza deles; portanto, são os algarismos que possuem significado em sua medida: **algarismos significativos**.

Para a régua em questão a menor divisão é $1mm$; assim sendo, temos $\Delta\bar{x} = 0,5mm$. Portanto, a maneira de expressar sua medida será: $x = 298,2 \pm 0,5mm$.

Esta discussão é importante pois quando formos medir valores de uma dada grandeza repetidas vezes para calcular a média dada pela eq.(1) os valores medidos x_i que estaremos considerando deverão estar de acordo com a precisão do aparelho utilizado. Por exemplo, se fizermos medidas de comprimentos utilizando uma régua milimetrada, os valores de x_i na eq.(1) serão do tipo $298,2mm$; $299,3mm$; $297,4mm$, etc, e **nunca** do tipo $298,22mm$; $299,31mm$; $297,46mm$!!!

Eventualmente quando realizamos N medidas, a média e o erro da média (ou a precisão especificado no aparelho) podem assumir valores do tipo: $\bar{x} = 113,4134\dots$ e $\Delta\bar{x} = 0.02354\dots$. Neste caso o valor da grandeza a ser apresentado deve conter um erro da média com um único algarismo não nulo após a vírgula: $\Delta\bar{x} = 0,02$. Neste exemplo tem-se um "desvio" ("dúvida") de 2 unidades na média $\bar{x} = 113,4134\dots$ a partir da segunda casa decimal após a vírgula (a partir do algarismo "1" em \bar{x}); portanto os outros algarismo são mais duvidosos do que este e os mesmos não são exibidos no resultado final: $x = 113,41 \pm 0,02$.

Nestes **arredondamentos** deve-se utilizar a regra de que se um número maior ou igual a 5 (cinco) é descartado, o número anterior a este é acrescido de uma unidade. No exemplo anterior se a média fosse $\bar{x} = 113,4174\dots$ o resultado final seria $x = 113,42 \pm 0,02$.

5 Experimento

Peguem uma bola e meçam o tempo de queda de um objeto a partir de uma determinada altura. Qual o valor do tempo de queda? Façam no mínimo 40 medidas.

6 Gráficos

Freqüentemente, em experiências de Física, medimos os valores de uma dada grandeza em função da variação nos valores de outra grandeza. Como resultado, temos uma coleção de medidas relacionando ambas as grandezas, o que gera uma tabela de dados. Entretanto, suponha que também desejamos

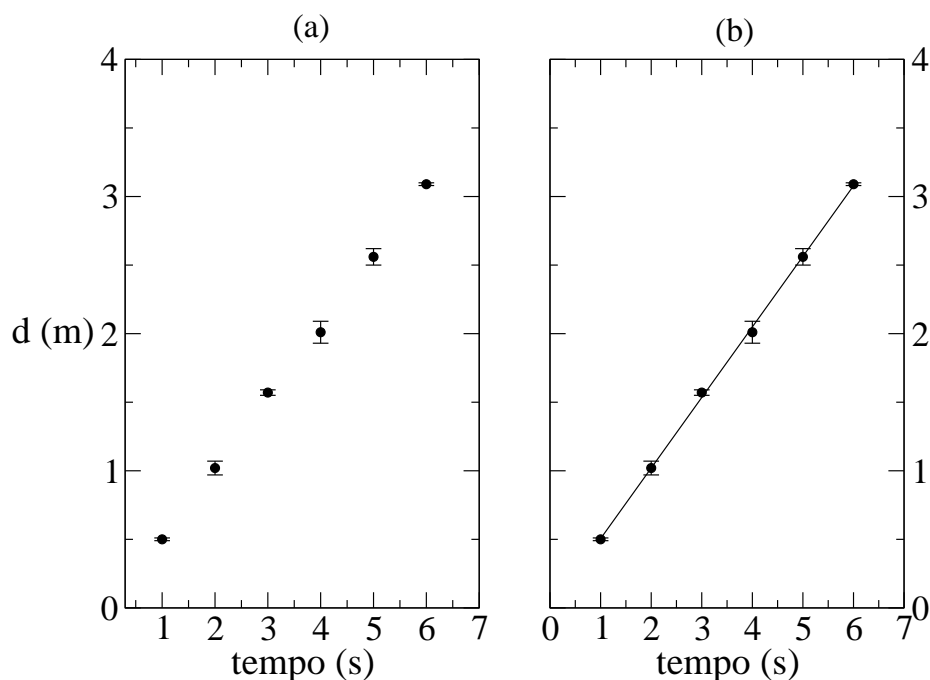


Figura 1: Na figura (a) exemplo ilustrativo de gráfico típico em experimentos em Física. Em (b) ajuste matemático típico para os dados medidos.

conhecer o comportamento de outros valores, os quais não aparecem na tabela de dados. Nesse caso um procedimento científico consiste em apresentar os dados da tabela na forma de um gráfico (método gráfico). Um gráfico tem a grande vantagem de tornar visível como a variação de uma grandeza afeta a outra. Assim sendo, um gráfico, freqüentemente, nos permite determinar a dependência funcional entre as variáveis envolvidas e assim poder estimar por interpolação ou extrapolação outros valores que não tenham sido dados pela tabela. Para tal fim, ajustamos ² uma curva que melhor representa a dependência entre as variáveis e obtemos a relação matemática entre as variáveis. Trata-se de uma poderosa ferramenta de análise de dados experimentais, a qual tem levado à formulação de novas leis Físicas. Além disso, o método gráfico é extremamente útil na comparação de dados teóricos e experimentais, pois qualquer discrepância entre a teoria e o experimento é facilmente observada.

Com o uso de um computador podemos analisar os dados experimentais obtidos e ajustar uma melhor função que se adequa ao comportamento observado. Por exemplo, o gráfico na Figura 1 exhibe o comportamento da distância percorrida d por um corpo em função do tempo t . Na figura 1a, observamos que existe uma dependência linear entre d e t . As barras de erros são os desvio padrões obtidos na experiência em cada tempo t . Na Figura 1b, exhibe-se os mesmos dados da Figura 1a confrontando-os com a curva ajustada (linha sólida).

Alterando-se variáveis, tais como módulo da velocidade do sistema pode-se observar o comportamento dos dados para estas novas situações e interpretar os parâmetros das curvas ajustadas aos dados experimentais.

Referências

- [1] Carlo H. Brito Cruz, Hugo L. Fragnito, Ivan F. da Costa, Bernardo de A. Mello, Guia para Física Experimental, Caderno de Laboratório, Gráficos e Erros, Instituto Física Unicamp, 1997.
- [2] Apostilha de Erros e Gráfico, www.ufv.br/dpf .

²Não necessariamente a curva ajustada passa por todos os pontos experimentais