

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA



Campus Universitário de Jequié/BA

Programa de Pós-Graduação

- Educação Científica e Formação de Professores -



**PPG.ECFP**

Programa de Pós-Graduação em  
Educação Científica e Formação de Professores



NÚMEROS DECIMAIS NO MÉTODO KUMON:  
APRENDIZAGEM DE ALUNOS SOB O OLHAR DOS CRITÉRIOS  
DE IDONEIDADE DIDÁTICA, DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO  
DA COGNIÇÃO E INSTRUÇÃO MATEMÁTICA (EOS)

NIZA GUIMARÃES PEREIRA

2017

NIZA GUIMARÃES PEREIRA

NÚMEROS DECIMAIS NO MÉTODO KUMON:  
APRENDIZAGEM DE ALUNOS SOB O OLHAR DOS CRITÉRIOS  
DE IDONEIDADE DIDÁTICA, DO ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO  
DA COGNIÇÃO E INSTRUÇÃO MATEMÁTICA (EOS).

*Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia para obtenção do título Mestre em Educação Científica e Formação de Professores.*

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

JEQUIÉ - BAHIA  
2017

P493 Pereira, Niza Guimarães.  
Números decimais no método Kumon: aprendizagem de alunos sob o olhar dos Critérios de Idoneidade Didática, do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS)/Niza Guimarães Pereira.- Jequié, UESB, 2017.  
184 f: il.; 30cm. (Anexos)

Dissertação de Mestrado (Pós-graduação em Educação Científica e Formação de Professores) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2017.  
Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

1. Matemática – Números decimais 2. Educação Matemática – Método Kumon 3. Números decimais no método Kumon (aprendizagem de alunos) – Critérios de Idoneidade Didática do EOS I. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia II. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E FORMAÇÃO DE PROFESSORES

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Números decimais no método Kumon: conhecimento de alunos sob o olhar dos critérios de idoneidade didática do EOS.

Autora: Niza Guimarães Pereira  
Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

Esse exemplar corresponde à redação final da Dissertação defendida por Niza Guimarães Pereira e aprovada pela Comissão Julgadora

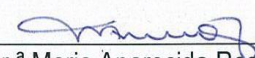
Data: 02/03/2017

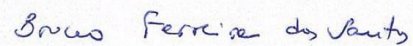
Assinatura

  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

COMISSÃO JULGADORA

  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Aparecida Roseane Ramos

  
Prof. Dr. Bruno Ferreira dos Santos

  
Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Janice Cássia Lando



*“Que nada nos limite.  
Que nada nos defina.  
Que nada nos sujeite.  
Que a liberdade seja a nossa substância.”*

*Simone de Beauvoir*

## AGRADECIMENTOS

*À Deus, inteligência Suprema do Universo, causa primária de todas as coisas.*

*Aos meus pais, avós e irmã (saudades), meus irmãos e suas famílias que se tornaram nossa. Meus sobrinhos (as) pela torcida. À Solange e Albérico, Frederico e Angélica, Geu e Bê, à Carol e Renato Piai, pelo cuidado e carinho. Aos meus filhos Tancredo e Brenno, amor incondicional. À Emanuella e Artur, amor maior de avó. Às suas mães Déa e Fê.*

*À minha orientadora Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão pela competência e contribuições relevantes.*

*Aos professores do PPG-ECFP - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores. Como aprendi com vocês!!!*

*À Leinad e Carol pela eficiência e gentileza na Secretaria do Programa.*

*Ao Coordenador do PPG-ECFP (2014/2015) Prof<sup>º</sup> Dr. Paulo Marcelo e demais membros do colegiado, do qual fiz parte como representante dos alunos. Foi outra grande experiência e aprendizagem.*

*À atual Coordenadora do PPG-ECFP (2015/2016) Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Cristina Pereira Duarte pela competência, profissionalismo, sabedoria e gentileza.*

*Aos professores Bruno Ferreira dos Santos, Janice Cássia Lando e Maria Aparecida Roseane Ramos, cuja participação na banca examinadora e pontuais contribuições, foram relevantes para o aprimoramento desta pesquisa.*

*À orientadora Kumon, Eugênia Guimarães, valorizando a ciência, permitiu que esta pesquisa se efetivasse na Unidade Kumon Recreio, em Vitória da Conquista, Bahia. A todos os alunos e auxiliares, em especial aos participantes da pesquisa.*

*À Rosilda, minha amiga e professora de Matemática da rede estadual e municipal de Vitória da Conquista, Bahia, pelas contribuições relevantes e por todos os livros do seu acervo pessoal.*

*À Gorette, minha amiga e professora da UESB/VC pela competência, paciência e gentileza para corrigir a versão final desta dissertação.*

*À Valeria (Val) que embelezou, com a sua arte gráfica, o meu trabalho de pesquisa ao final da Qualificação e da Dissertação, com competência, eficiência e amizade.*

*A todos os colegas do Mestrado, pela convivência e troca de conhecimentos, estudos em grupo, discussões calorosas, preocupações compartilhadas e os sorrisos.*

*Agradecimentos especiais: ao colega William, desde o início, parceria, companheirismo, os afetos - amizade para toda vida; à colega Lindsay e Wagner, por dividir moradia, amizade e discussões sobre ciência - experiência enriquecedora; à colega Agda, pela paciência de ler e dar contribuições à minha dissertação, sua presença na minha defesa trouxe junto: amizade, alegria, afeto e leveza.*

*Ao meu filho primogênito, por assistir minhas apresentações antecipadas e contribuir com um olhar inteligente e palavras sábias, confortar, abraçar e dizer estas palavras finais e incentivadoras que merecem ser registradas "vai mãe, você é inteligente e competente, não espere mais.... finalize este Mestrado".*

*A todos que contribuíram direta ou indiretamente nesta jornada.*

*Obrigada!*

## RESUMO

O presente trabalho é resultado de uma pesquisa do Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, cujo foco de investigação incide no conhecimento sobre números decimais, de alunos que frequentam o ensino individualizado de Matemática do método Kumon (Unidade Recreio, Vitória da Conquista-Bahia). Utilizamos como fundamentos os Critérios de Idoneidade Didática, do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática – EOS, um modelo teórico desenvolvido por Godino e colaboradores, que articula pontos de vista e noções teóricas sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem, e nos oferece ferramentas para análise de processos de ensino. Por meio de uma pesquisa qualitativa de observação participante, buscamos nos aproximar de maneira ampla do método, da unidade de ensino Kumon de Vitória da Conquista – Bahia, dos alunos da referida unidade, da orientadora do método e auxiliares, os quais foram observados por um período de sete meses. Aos alunos aplicamos um questionário, validado na pesquisa de Konic (2011), cujo pré-teste foi aplicado nos meses de agosto e setembro de 2015 e o pós-teste em novembro e dezembro deste mesmo ano. Também utilizamos como instrumentos para produção dos dados o Caderno de Campo, a Entrevista, os Documentos do Método Kumon e os Livros Didáticos utilizados pelos alunos pesquisados, na Escola Regular onde estudavam. A partir da análise dos dados produzidos, ressaltou-se o desenvolvimento de habilidades nas operações aritméticas, através do estudo sistemático com horário definido e o aprofundamento com execução de exercícios diários. À luz dos Critérios de Idoneidade Didática do EOS, chegou-se a algumas conclusões: 1 – Que o método Kumon aproxima-se do tradicional, com algum afastamento das tendências educacionais da contemporaneidade; 2 – Que o referido método apresentou objetiva aproximação das Idoneidades: epistêmica, cognitiva e ecológica, enquanto as Idoneidades: afetiva/emocional, interacional e mediacional apresentaram aproximação de forma subjetiva, através das contribuições da observação participante.

Palavras-chave: Educação Matemática; Método Kumon; Números Decimais; Critérios de Idoneidade Didática do EOS.

## ABSTRACT

The present work is the result of a research of the Master in Scientific Education and Teacher Training of the State University of the Southwest of Bahia - UESB, whose research focuses on the knowledge about decimal numbers, of students who attend the individualized method of teaching Mathematics Kumon (Recreio Unit, Vitória da Conquista-Bahia). We use as basis the Didactic Adequacy Criteria, the Ontosemiotic Approach to Cognition and Mathematical Instruction - EOS, a theoretical model developed by Godino et al., Which articulates theoretical points of view and notions about mathematical knowledge, its teaching and learning, and Offers us tools for analyzing teaching processes. Through a qualitative research of participant observation, we sought to approach in a broad way the method, the Kumon teaching unit of Vitória da Conquista - Bahia, the students of that unit, the method teacher and auxiliaries, which were observed by a Period of seven months. We applied a validated questionnaire to the Konic study (2011), whose pre-test was applied in August and September 2015 and the post-test in November and December of that year. We also used the Field Notebook, the Interview, the Kumon Method Documents and the Didactic Books used by the students studied in the Regular School where they studied. From the analysis of the data produced, the development of skills in the arithmetic operations was emphasized, through the systematic study with defined schedule and the deepening with execution of daily exercises. In the light of the criteria of Didactic Adequacy of EOS, some conclusions were reached: 1 - That the Kumon method approaches the traditional one, with some distance from the educational tendencies of the contemporaneity; 2 - That said method presented an objective approximation of the appropriations: epistemic, cognitive and ecological, while the Attributes: affective / emotional, interactional and mediational presented an approximation of subjective form, through the contributions of participant observation.

Palavras-chave: Mathematical Education; Kumon method; Decimal numbers; EOS Didactic Adequacy Criteria.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquema do estudo Individualizado Kumon.....	40
Figura 2 – Movimentação do aluno na Unidade Kumon.....	42
Figura 3 – Organização em níveis das noções teóricas que compõem o EOS.....	50
Figura 4 – Facetas e níveis de Análise Didática .....	51
Figura 5 – Hexágono: Componentes de Adequação Didática .....	53
Figura 6 – Mapa da Bahia.....	65
Figura 7 – Síntese da Evolução do IDEB no município de Vitória da Conquista.....	66
Figura 8 – Fachada Kumon .....	68
Figura 9 – Entrada e parte da sala de aula .....	68
Figura 10 – Sala de aula com visão de uma ilha.....	68
Figura 11 – Escaninho .....	69
Figura 12 – Mesa da Orientadora.....	69
Figura 13 – Mesa de auxiliar .....	69
Figura 14 – Alunos em atividades .....	70
Figura 15 – Aluno sendo observado .....	71
Figura 16 – Passagens Intermediárias.....	90



## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Características que a Adequação Didática precisa apresentar para ser considerada alta.....	54
QUADRO 2 - Componentes e indicadores da Idoneidade Epistêmica (Matemática).....	56
QUADRO 3 – Componentes e indicadores da Idoneidade Cognitiva.....	57
QUADRO 4 – Componentes e indicadores da Idoneidade Afetiva.....	58
QUADRO 5 – Componentes e indicadores da Idoneidade Interacional.....	60
QUADRO 6 – Componentes e indicadores da Idoneidade Mediacional.....	61
QUADRO 7 – Componentes e indicadores da Idoneidade Ecológica.....	62
QUADRO 8 – Quantidade de alunos pesquisados (Inicial e Final).....	71
QUADRO 9 – Nomeação dos alunos pesquisados por Estágio do Kumon.....	72
QUADRO 10 – Alunos pesquisados (dados gerais).....	73
QUADRO 11 e 11.1 – Livros didáticos.....	80
QUADRO 12 – Resumo de Conteúdos sobre números decimais do Kumon.....	81
QUADRO 13 – Exemplo de resolução do MDC.....	84
QUADRO 14 – Adição de Frações.....	85
QUADRO 15 – Frações Equivalentes.....	85
QUADRO 16 – Duplicando, triplicando e quadruplicando.....	86
QUADRO 17 – Para determinar o MMC.....	86
QUADRO 18 – Subtração de números inteiros.....	87
QUADRO 19 – Subtração de frações com denominadores comuns.....	87
QUADRO 20 – Expressões aritméticas com (passagens intermediárias).....	88
QUADRO 21 – Multiplicação de frações.....	88
QUADRO 22 – Multiplicação de frações.....	89
QUADRO 23 – Divisão de frações.....	89
QUADRO 24 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 1.....	98
QUADRO 25 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 2.....	100
QUADRO 26 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 3 (a, b).....	102
QUADRO 27– Configuração Epistêmica relacionada ao item 04.....	107

QUADRO 28 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 5 (a, b).....	109
QUADRO 29 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 6 (a, b, c, d).....	112
QUADRO 30 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 7( a, b).....	115
QUADRO 31 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 8 (a, b).....	119
QUADRO 32 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 9.....	122
QUADRO 33 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 10 .....	126
QUADRO 34 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 11 .....	131
QUADRO 35 – Configuração Epistêmica relacionada ao item 12 .....	134

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 1 .....	98
TABELA 2 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 2 .....	100
TABELA 3a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 3a .....	103
TABELA 3b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 3b.....	104
TABELA 4 - Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 4.....	107
TABELA 5 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 5 (a,b).....	110
TABELA 6 - Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 6 (a,b,c,d).....	112
TABELA 7a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 7a .....	115
TABELA 7b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 7b.....	117
TABELA 8a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 8a .....	120
TABELA 8b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 8b.....	120
TABELA 9a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 9a .....	122
TABELA 9b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 9b.....	123
TABELA 9c – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 9c.....	124
TABELA 9d – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 9d.....	125
TABELA 10a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 10a .....	127
TABELA 10b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 10b.....	128
TABELA 10c – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 10c.....	130
TABELA 11 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 11 .....	132
TABELA 12 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 12 (a, b) .....	134
TABELA 13 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no item 13.....	136

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIEF	Anos Iniciais do Ensino Fundamental
BA	Bahia
EB	Educação Básica
EM	Educação Matemática
EOS	Enfoque Ontosemiótico
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
IDHM	Índice de Desenvolvimento Humano Médio
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MDC	Máximo Divisor Comum
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MMC	Mínimo Múltiplo Comum
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PPP	Projeto Político Pedagógico
PR	Paraná
SEI	Superintendência de Estudos Econômicos e Sociais da Bahia
SP	São Paulo
TPR	Tempo Padrão de Resolução
UESB	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UNESP	Universidade Estadual de São Paulo “Júlio de Mesquita Filho”

## SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO PESSOAL.....	17
INTRODUÇÃO.....	20
CAPÍTULO I - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	25
1.1 A problemática dos Números Decimais no ensino e na aprendizagem.....	25
1.1.1 Sobre as dificuldades no ensino e na aprendizagem.....	27
1.1.2 O que dizem os documentos curriculares.....	29
1.2 O Ensino Individualizado.....	33
1.2.1 Origem e perspectiva.....	33
1.3 O Método Kumon.....	36
1.3.1 Origem e perspectiva.....	36
1.3.2 O ensino e a aprendizagem no método Kumon.....	40
1.3.3 O ensino e a aprendizagem dos Números Decimais no Kumon.....	43
1.4 Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática.....	46
1.4.1 Critérios de Idoneidade Didática para Análise de Processos de Ensino e Aprendizagem.....	52
CAPÍTULO II - PERCURSO METODOLÓGICO.....	63
2.1 Princípios metodológicos.....	63
2.2 Contexto da pesquisa.....	64
2.3 Sujeitos da pesquisa.....	70
2.4 Instrumentos de coleta de dados.....	75
CAPÍTULO III - ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	83
3.1 Análise dos documentos do Kumon sobre Números Decimais.....	83
3.2 Análise do questionário (Pré - teste e Pós- teste).....	96
3.3 Considerações gerais dos resultados.....	137
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	142

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	145
APÊNDICES .....	151
ANEXOS .....	175



## APRESENTAÇÃO PESSOAL

Concluí o curso Normal no Instituto de Educação Regis Pacheco, em Jequié-Bahia, em 1965. No ginásio já havia decidido que seria Dentista e não queria ser professora, portanto não faria o curso Normal e sim o Científico. Provavelmente devido ao fato de ser a terceira filha de uma professora que alfabetizou os seis primeiros filhos (de um total de dez) numa cidade pequena, onde todos sabiam que éramos filhos de professora e tínhamos que ser os melhores, enfim, tornei-me professora.

Quando concluí o Ginásio meu pai desencantou o meu sonho de ir estudar Odontologia na capital baiana, dizendo: “Dentista é profissão de homem, mulher tem que ser professora, casar e criar os filhos”. Minha mãe, sabiamente me convenceu que era melhor ter uma profissão, ser independente e depois fazer a Faculdade que quisesse. Para nossa tristeza no primeiro ano do curso Normal meu pai faleceu. Desisti do curso científico que fazia concomitante com o Normal e mudei para curso técnico de Contabilidade, concluído em 1966.

No período de 1966 a 1969 trabalhei como professora, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os primeiros quatro anos de atividades foram em Jequié, como professora primária efetiva do Governo do Estado da Bahia, em classes heterogêneas e multisseriadas. O objetivo era colocar em prática o que havia aprendido durante o curso Normal, com ênfase para o estágio, o qual somente contribuiu para entender a complexidade das relações existentes no processo de ensino e aprendizagem na prática, pois, eram dois anos entre observação e atividades junto aos professores e alunos. Naquela época não havia orientação pedagógica, nem grupos de estudos, ou seja, a teoria era a estudada minimamente na Escola.

Sempre gostei de Matemática, mas durante o curso Normal, a disciplina Estatística me chamou a atenção porque a matemática apresentada ia além das quatro operações, conteúdo básico do curso Normal e a Faculdade de Estatística contemplava as minhas expectativas.

Em 1970 exonerei-me do cargo de professora e fui para Salvador cursar a Faculdade de Estatística. Após a conclusão, em 1976, acabei engajada na profissão de Estatística, na qual, trabalhei durante 04 anos, distanciada da sala de aula.

No início de 1977 fui morar em São Paulo e após aprovação em concurso público continuei trabalhando como Estatística, fazendo parte da equipe de coordenadores que dava suporte à Diretoria da UNESP quando, junto com uma socióloga, fizemos uma pesquisa com alunos de Tecnologia e gostei de voltar à convivência com o fazer pedagógico.

Em 1983, voltei para sala de aula, após aprovação em concurso público para atuar como professora efetiva do Ensino Fundamental I na Prefeitura de São Bernardo do Campo – SP: na Creche, Educação Infantil e Séries Iniciais do EF.

Durante os três anos que lecionei para 2º, 3º e 4º ano do Ensino Fundamental, a dificuldade na aprendizagem de Matemática de muitos daqueles alunos me angustiava. Quando assumi o 2º ano, metade dos alunos não sabia ler nem fazer contas.

Meu interesse pela Educação Matemática se intensificou, passei a estudar e me dedicar a esse campo específico visando encontrar um caminho. Tive um *insight*<sup>1</sup>, preparei um material diversificado para a turma toda, 36 alunos. Aqueles, considerados como “maus alunos” pelas professoras da série anterior coloquei-os nas primeiras carteiras, não sem antes dialogar com eles, afinal os “bons alunos” defendiam a preferência para sentar-se na frente. Segundo Piaget (1988) os “bons alunos” em matemática, são aqueles capazes de adaptar-se ao ensino que lhes é oferecido. E os “maus alunos” parecem aptos a dominá-los se lhe forem oferecidos outros caminhos. Além de atividades diversificadas, para cada grupo trazia exercícios diferenciados, com menor ou maior grau de dificuldade. Após três meses os resultados eram visíveis, com alunos mais felizes, melhora na autoestima e desenvolvimento na aprendizagem da Matemática e Português.

Em 1999, tomei conhecimento do Ensino Individualizado do método Kumon - objeto da nossa pesquisa - através de uma vizinha, cujo filho tinha dificuldades com

---

<sup>1</sup> *Insight* é um conceito muito relevante na Psicologia da Gestalt. Indica a apreensão da verdadeira natureza de uma coisa, através de uma compreensão intuitiva.

a matemática e, decorridos 04 meses fazendo o curso, apresentava melhoras. Em visita a uma das Unidades Kumon de São Bernardo do Campo (SP) obtive as primeiras informações sobre o referido método, percebendo semelhança ao que estava trabalhando com meus alunos.

A curiosidade levou-me à Matriz do Kumon Instituto de Educação em São Paulo, Brasil e um coordenador fez uma explanação sobre o método, falou da sua abrangência e da existência de uma Filial em Salvador – Bahia, cidade onde pretendia voltar a morar.

Em fevereiro de 2000 por razões pessoais, solicitei uma aposentadoria proporcional e vislumbrando a possibilidade de continuar trabalhando com educação, entrei em contato com o coordenador do Kumon, fiz os testes de Conhecimentos Gerais e de Matemática (com conteúdos do Ensino Fundamental I e II e Ensino Médio), um dos requisitos para ser Orientadora Kumon.

Enfim, voltei para a Bahia, fiz o treinamento em Salvador, abrindo uma franquia do referido método, inicialmente com a disciplina Matemática em 2000 e posteriormente com o Português, em 2004, no município de Vitória da Conquista – BA, período de junho de 2000 a maio de 2010; depois, retornei para São Bernardo do Campo – SP e segui trabalhando no método, de junho de 2010 a maio de 2012, quando pedi o meu desligamento.

Voltar a morar em São Paulo, depois de dez anos em Vitória da Conquista, foi muito difícil. A correria da Metrópole, as distâncias percorridas, o trânsito insuportável, etc, me fizeram ver o quão é melhor voltar para meu Estado de origem, viver numa cidade menor e em busca de melhor qualidade de vida, mesmo distante dos meus filhos e netos.

O desligamento do Kumon impulsionou-me a efetivar um antigo sonho de fazer um Mestrado e em 2014 comecei a cursá-lo na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB – Campus de Jequié Bahia, concluindo-o em março de 2017. Agora, em busca de novos sonhos.

## INTRODUÇÃO

A história da ciência, como a história de todas as idéias humanas, é feita de sonhos irresponsáveis, de erros e obstinação. Mas a ciência é uma das poucas atividades humanas – talvez a única – em que os erros são criticados sistematicamente (e com frequência corrigidos). Por isso podemos dizer que, no campo da ciência, aprendemos muitas vezes com nossos erros; por isso podemos falar com clareza e sensatez sobre o *progresso científico* (POPPER, 1972, p. 222).

Ao refletir sobre a epígrafe de Popper e diante da minha experiência profissional e de vida, percebo que a capacidade de sonhar mantém acesa em mim a curiosidade, inquietação e vontade de estar inserida entre aqueles que buscam dentre as atividades humanas, fazer ciência.

Também foi motivada pelo sonho, de ver ações serem desenvolvidas e que podem estreitar o vínculo entre ensino e prática já que a universidade deveria fazer essa analogia entre o ato de ensinar e o que se vai encontrar no cotidiano profissional. Muitos professores têm dificuldades de passar o discurso pedagógico do papel para a prática, essa dificuldade é acentuada porque a educação, como uma especificidade humana, está em constante mutação, e o ato de ensinar está configurado como uma prática também ligada à vida.

Ao adentrar no Mestrado Acadêmico em Educação Científica e Formação de Professores da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – campus de Jequié – Bahia, nos propusemos desenvolver uma pesquisa que trouxesse subsídios, entre outras coisas para refletir sobre nosso papel como educadores na área de Matemática e que estivesse estreitamente relacionado à nossa experiência ao longo do magistério. Assim, nos propusemos a estudar o conhecimento de alunos do Método Kumon sobre Números Decimais.

Durante os 12 (doze) anos atuando como orientadora Kumon, ao observar a execução das atividades pelos alunos, constantes do estágio D (que trata da multiplicação e divisão), do estágio E (que trabalha as frações) e estágio F (que estuda as frações e os números decimais) percebia que apresentavam muitas dificuldades ao resolvê-las, demoravam mais tempo fazendo repetições e muitos acabavam desistindo do curso. Observávamos ainda, que quando o aluno conseguia resolver os

exercícios com destreza e dominava todos estes conteúdos, os resultados tanto apontavam mais desenvoltura na resolução dos exercícios e avanço nas tarefas do Kumon, quanto nas observações feitas pelas professoras da escola regular: “o aluno está mais atento”, “resolve os exercícios com mais facilidade”, “melhorou as notas”, segundo depoimento dos pais. Em consequência, permaneciam no curso e despertavam o interesse de seguir avançando nos conteúdos do Kumon, em busca de novos desafios. A ideia chave deste método é que a desenvoltura/destreza do aluno é alcançada por meio de uma grande quantidade de exercícios, feitos diariamente, da repetição quando necessária, da persistência e continuidade, embasada numa orientação individualizada.

Paralelamente à minha experiência com o método Kumon, cursando a graduação em Pedagogia, confirmei a importância da apropriação da compreensão dos conceitos matemáticos pela criança, visto que é nos primeiros anos da escolarização que se concentram os rudimentos desses conceitos, que eles precisam dominar em profundidade.

Assim que ter a graduação em pedagogia e ser orientadora do método Kumon contribuiu para a minha formação e constantes reflexões a respeito das dificuldades dos alunos com a matemática. No método Kumon tinha contato com a Escola Regular através das falas dos alunos e seus familiares, sobre as dificuldades para entender e aprender Matemática.

Em específico, os alunos quando vinham à procura do método Kumon, após serem avaliados por um teste Diagnóstico, normalmente apresentavam deficiências nas quatro operações, tanto os alunos do Ensino Fundamental I quanto do Ensino Fundamental II, estes últimos, em sua maioria não conseguiam resolver uma operação básica de soma de frações com o mesmo denominador e tudo isto me inquietava profundamente.

Ao entrar no mestrado acadêmico e em diálogo com a minha orientadora decidi-me por fazer um estudo sobre o Ensino Individualizado do Método Kumon, buscando agora com um olhar mais crítico e imbuído de outras leituras, conhecer os limites e possibilidades deste método para com a Educação Matemática de alunos que buscam nele, o reforço que necessitam para aprender Matemática.

Ao cursar uma das disciplinas do mestrado, tomei conhecimento dos critérios de adequação didática para avaliação de métodos de ensino, do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) (GODINO, BATANERO e FONT, 2006, 2008; FONT, PLANAS e GODINO, 2010).

Assim, à luz destes critérios, juntamente com os pressupostos teóricos de Dottrens (1975) sobre ensino individualizado, escolhendo o conteúdo de números decimais como sendo de grande dificuldade para os alunos, é que fizemos uma pesquisa qualitativa, inicialmente intitulada “O conhecimento de alunos do método Kumon sobre Números Decimais”, desenvolvida numa Unidade Kumon, no município de Vitória da Conquista/BA, em quatro etapas: observação participante, aplicação de Questionário pré-teste e pós-teste, entrevistas e análise dos dados.

Ao final da pesquisa, com o caminhar das leituras sobre o EOS e fazendo jus à ele, optamos por mudar o título da pesquisa para “Números Decimais no Método Kumon: aprendizagem de alunos sob o olhar dos Critérios de Idoneidade Didática do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS)”.

A decisão por esse conteúdo se deu pelos motivos: primeiro, por ser um conteúdo desenvolvido no Kumon; segundo, os alunos que buscam o método, apresentam um alto grau de dificuldade nas operações aditivas e multiplicativas e quando dominam estes conteúdos e aprendem a reconhecer os decimais em suas diferentes representações em vários contextos, melhoram o desempenho na Matemática do Ensino Fundamental e Médio; terceiro, o trabalho de Konic (2011) sobre números decimais, lançou pistas sobre a abordagem dos critérios de adequação didática para avaliação de métodos de ensino e que contemplam a análise das dificuldades dos alunos.

A ideia de fazer uma pesquisa utilizando os subsídios do EOS, com um instrumento já validado na pesquisa de Konic (2011), pela comunidade científica que estuda sobre o tema, trouxe maior confiabilidade para desenvolvê-la.



Neste contexto, buscou-se observar a estrutura e organização dos espaços educacionais de uma Unidade Kumon e sua interferência nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos que estudam a Matemática neste método.

Como objetivos específicos, propusemos:

1. Descrever o tratamento dado aos números decimais pelo método Kumon;
2. Identificar aspectos relevantes do conhecimento sobre números decimais de alunos que passaram pelas etapas necessárias para aprendizagem desse conteúdo no método Kumon;
3. Avaliar a aprendizagem de alunos do método Kumon sobre os números decimais sob o olhar dos Critérios de Idoneidade Didática do EOS.

Para atender aos objetivos, pesquisamos bibliograficamente a origem do Ensino Individualizado; os Critérios de Idoneidade Didática do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS); o tratamento dado aos números decimais no método Kumon, nos PCN e nos livros didáticos de Matemática das escolas regulares, onde estudam os alunos pesquisados que freqüentam o Kumon de Vitória da Conquista – BA.

Nesse contexto, pensamos que esta pesquisa se justifica pelas seguintes razões: existem poucos ou são quase inexistentes, trabalhos sobre o método Kumon na área de Educação Matemática, segundo aponta o estado da arte; trata-se de um método que foi fundado no Japão em 1958, chegou ao Brasil em 1977, com sua primeira Unidade em Londrina - PR (KUMON, 2008), consolidou-se e tem contribuído para a formação Matemática de alunos; a vivência de 12 anos, da pesquisadora, como Orientadora do Método Kumon, trabalhando conhecimentos matemáticos, dentre eles, os números decimais, com alunos de Escolas do Ensino Básico e finalmente, por acreditar que avaliar o Método Kumon através de Critérios de Idoneidade Didática, validados na tese de Konic (2011), por membros da comunidade científica que estudam estes critérios, dará mais credibilidade a esta pesquisa.

De modo geral, a realização desta pesquisa de mestrado tornou-se relevante porque acreditamos na possibilidade de vir a contribuir com os processos de ensino e aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental, em especial para entender

como os alunos realizam operações e resolvem problemas com os números decimais. Assunto este, estudado na escola regular a partir do 4º até 6º ano do ensino fundamental, depois, o assunto em questão, aparece diluído entre outros conteúdos do currículo.

Em consequência, a nossa prática profissional no método Kumon levou-nos a perceber que, não só os alunos oriundos do ensino fundamental como os do ensino médio, demonstravam grandes dificuldades para operacionalizar os números decimais em suas diversas representações.

Esta dissertação está organizada em três capítulos, além desta introdução e conclusões finais.

Capítulo 1 – Apresentamos a revisão de literatura sobre o ensino dos Números Decimais e a problemática das dificuldades por parte de aluno; abordamos o Ensino Individualizado desde a sua origem, culminando com o Método Kumon e através da imersão na teoria do EOS, de Godino, Batanero e Font (2006), com apoio da leitura de outros trabalhos sobre o tema, fizemos uma abordagem inicial sobre os Critérios de Idoneidade Didática, apresentados e propostos pelo EOS.

Capítulo 2 – Apresentamos o desenvolvimento metodológico desta pesquisa, nas suas fases de observação participante, detalhes sobre os instrumentos institucionais do Método Kumon; o questionário sobre Números Decimais (pré-teste e pós-teste) e as entrevistas.

Capítulo 3 – Analisamos e discutimos os dados objetivando avaliar o conhecimento sobre Números Decimais de alunos do Kumon, à luz do marco teórico revisado e utilizando as idoneidades didáticas do EOS.

Conclusões Finais – A partir da análise dos dados produzidos, retomamos o objetivo da pesquisa, fazendo reflexões sobre os números decimais no método Kumon, assim como sobre as aproximações do referido método, com os Critérios de Idoneidade Didática do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática – EOS.

## CAPÍTULO I MARCO TEÓRICO

O conhecimento não é um espelho das coisas do mundo moderno. Todas as percepções são, ao mesmo tempo, traduções e reconstruções cerebrais com base em estímulos ou sinais captados e codificados pelos sentidos. Daí, resultam, sabemos bem, os inúmeros erros de percepção que nos vêm de nosso sentido mais confiável, o da visão (MORIN, 2003, p. 20).

Neste capítulo abordamos a literatura que embasou esta pesquisa, qual seja: o ensino e a aprendizagem de Números Decimais, o Ensino Individualizado, sua origem e perspectiva; o Ensino do Método Kumon e o tratamento que é dado aos Números Decimais pelo referido Método; os Critérios de Adequação Didática propostos pelo Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática de Godino, Batanero e Font (2006, 2008) que visam avaliar processos de ensino e de aprendizagem.

### 1.1 A PROBLEMÁTICA DOS NÚMEROS DECIMAIS NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM

Embora seja importante o estudo dos números e das operações nos currículos do Ensino Fundamental, com frequência constata-se a insuficiência do conhecimento sobre números por muitos alunos ao final desse curso, inclusive o fato de não saberem como são utilizados e “sem ter desenvolvido uma ampla compreensão dos diferentes significados das operações” (BRASIL, 1998, p.95).

Um dos fatores responsáveis por esse quadro de fracassos são os conteúdos desprovidos de significados, como é o caso dos números decimais, não menos importantes que os outros, como referenda Pérez (1997) em seu livro sobre o tema, com a abordagem que os alunos não possuem a compreensão do que seja um número decimal e a dissertação de Padovan (2000) que chama a atenção sobre os erros dos alunos ao realizar operações com números decimais devido ao fato de não refletirem sobre as operações que realizam, agindo de forma mecânica.

Estes autores reportam-nos a Mizukami (2006) ao referir - se a “aprender a ensinar” ela sugere que os professores deveriam repensar o ensino de forma diferente da sua vivência enquanto estudantes, uma vez que ao fazerem cursos de formação trazem pré - concepções sobre o processo de ensino e aprendizagem de sua trajetória estudantil, encontrando dificuldades para aceitar novas formas de ensinar e acabando por reproduzir modelos tradicionais.

A representação de Números Racionais é feita de duas formas: a forma fracionária e a forma decimal.

Enquanto o conceito de Número Racional<sup>2</sup> está diretamente ligado à noção de medida, o conceito de Número Decimal está ligado ao princípio da extensão, devido à necessidade de se representar medidas maiores ou menores que uma unidade (BITTAR; MAGALHÃES, 2005, p. 159).

Mesmo antes de entrarem para a escola, os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental já convivem com os números decimais no seu cotidiano, pois, o referido tema tem relação direta com o sistema de medidas e o monetário, contudo na instituição escolar são atribuídos significados diferentes dos encontrados no contexto diário. Assim, a forma como os números decimais são estudados na escola “parecem não fazer nenhum significado para o aluno, que acaba não estabelecendo uma relação entre o conhecimento escolar e as formas como esses números aparecem no dia-a-dia”. (JUCÁ, 2008, p. 26).

Número decimal para Konic (2011) é um número racional que admite uma expressão decimal finita.

Segundo Padovan (2000), normalmente, professores e alunos costumam defini-los como números “com vírgula” embora esta autora defenda que, ao se resumir a ideia do número à sua representação, a compreensão do seu verdadeiro significado acaba se perdendo.

Na sequência, define os números decimais como uma extensão do sistema de numeração decimal e continua definindo-os como números equivalentes às frações

---

<sup>2</sup> Número Racional é todo número que pode ser escrito sob a forma de fração, ou seja, um número  $r$  é racional se existem números inteiros  $p$  e  $q$ ; sendo  $q$  diferente de zero, tal que  $r = p/q$ . (BITTAR, MAGALHÃES, 2005, p. 159).

decimais, representados por uma vírgula (ou ponto, como na calculadora): os algarismos que estão à esquerda da vírgula representam os inteiros e os que ficam à direita significam as partes do inteiro - décimos, centésimos, milésimos e assim sucessivamente (PADOVAN, 2000, p. 41).

Segundo Pérez (1997), embora as situações mais significativas em que os números decimais se apresentam sejam aquelas que têm relação com a continuidade, a aproximação com medidas pode ser encontrada em diferentes áreas do currículo que requerem o uso destes números, por exemplo: em ciências naturais - classificar plantas pelo tamanho do seu caule (PÉREZ, 1997, p. 34).

Temos observado várias formas de apresentação dos números decimais em diversos contextos e cada um deles permitirá que desde a mais tenra idade as crianças tenham imagens de situações que dão significado a estes números, muitas vezes incompletos e em alguns casos apresentando erros. “Não importa o que fazemos se estivermos seguros de que depois possamos corrigir os equívocos” (PÉREZ, 1997, p. 93).

### 1.1.1 Sobre as dificuldades na aprendizagem dos números decimais

A pesquisa de Boff (2006) ressalta que as dificuldades de aprendizagem de números decimais apresentadas pelos alunos, se deve ao fato do tema ser apresentado de forma mecânica e principalmente abstrata. O professor ao apresentar o conteúdo, poderia estabelecer relações entre situações práticas do dia a dia, vividas pelo aluno - para que ele - pudesse perceber as conexões entre conteúdo escolar e conteúdo de vida, levando-o a entender o seu campo de aplicação.

Na pesquisa de Esteves (2009) com professores, sobre conhecimento deste conteúdo ela considerou que:

“Existem lacunas relativas ao conceito de números decimais, ao estabelecimento de relações entre os números decimais e o sistema de numeração decimal e à compreensão dos algoritmos que envolvem estes números principalmente no caso de multiplicação e divisão. Falta-lhes aprofundamento das principais ideias e conceitos que envolvem esse tópico de ensino - suas estruturas substantivas - e também há lacunas em suas

estruturas sintáticas, acarretando uma visão fragmentada do que é Matemática. (ESTEVES, 2009, p.126)”.

Jucá (2014) objetivando amenizar as dificuldades com números decimais dos alunos de três turmas da 5ª série do Ensino Fundamental, de uma escola pública em Belém do Pará, fez seus estudos através de atividades com a utilização de dinheiro fictício e calculadora, sendo que:

A calculadora foi usada para introduzir as regras das operações de adição, subtração e multiplicação, e as transformações de frações em números decimais, assim como para fazer a comparação de números decimais. A estratégia de dinheiro fictício foi utilizada para introduzir a ideia de divisão dos números decimais, como também para ajudar os alunos na resolução de problemas. (JUCÁ, 2004, p. 54).

As dificuldades encontradas pela autora foram em relação a: deficiência com a tabuada e entendimento na resolução de problemas.

A pesquisa de Cunha (2002), cujo resultado foi obtido através de um teste Diagnóstico, aplicado individualmente em crianças do 3º, 4º, 5º e 6º anos do Ensino Fundamental, com questões que envolviam leitura, interpretação, compreensão e representação dos números decimais em situações de medida, monetária e de matemática, com o objetivo de investigar como os alunos entendem e representam a quebra da unidade em diferentes contextos. Aponta alguns resultados.

Os resultados da pesquisa demonstraram que o entendimento dos alunos sobre a quebra da unidade muda em função de cada contexto e a maior dificuldade encontrada foi no contexto matemático. Observou também um avanço nos alunos do 5º ano em relação aos outros anos escolares, embora sinalizasse nestes alunos que a falta de incorporação da quebra de unidade não foi totalmente incorporada, na maioria das questões, cuja percepção sobre a compreensão deles, apontou os números decimais como números naturais separados por vírgula.

Pérez (1997) apresenta sugestões de atividades para o ensino de números decimais e aponta quatro tipos de erros mais comuns relacionados ao conceito, à escrita e as operações com números decimais, relacionados a seguir:

- ▶ Erros relacionados com a leitura e a escrita dos números – valor posicional: tais erros ocorrem porque os alunos não possuem o domínio do sistema de numeração decimal para a escrita de números inteiros, assim não compreendem a escrita dos números menores que a unidade;
- ▶ Erros relacionados com o zero: alguns alunos ignoram o zero e interpretam 0,036 como 36 (perdendo a estrutura global do número e encarando-o como um número inteiro) ou consideram 1,27 como diferente de 1,270.
- ▶ Erros relacionados com a ordenação entre os decimais: muitos alunos não conseguem escrever os números decimais em ordem crescente ou decrescente, descobrir qual é o maior ou menor deles ou intercalar um decimal entre outros.
- ▶ Erros relacionados com as operações: muitos alunos não construíram os conceitos de décimo, centésimo e milésimo, dessa forma não realizam as somas e subtrações, operando com ordens semelhantes; quanto às multiplicações e divisões, os erros, também podem ocorrer pois, acredita-se que ao multiplicar deve-se obter um número muito grande e ao dividir, um número muito pequeno (PÉREZ, 1997, p.136).

Por fim, observamos neste item que os números decimais surgiram como uma “forma de substituir os cálculos com frações, mas no contexto escolar eles aparecem após o tópico de frações de forma desconectada, como se não tivessem nenhuma relação com as mesmas” (JUCÁ, 2014, p.40).

### 1.1.2 O que dizem os documentos curriculares

Nos primeiros anos do Ensino Fundamental, ao tratarem do ensino de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) apontam os números decimais como item de maior relevância no trabalho com os números racionais para este nível de escolarização, como posto nos objetivos para o ensino de Matemática no terceiro (3º) ciclo (que compreende o 4º e 5º ano do EF):

- ▶ Construir o significado do número racional e de suas representações (fracionária e decimal), a partir de seus diferentes usos no contexto social;
- ▶ Interpretar e produzir escritas numéricas, considerando as regras do sistema de numeração decimal e estendendo-as para a representação dos números racionais na forma decimal;
- ▶ Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no terceiro e quarto ciclos de Matemática, a organização dos Conteúdos para o Ensino Fundamental pressupõe que:

A ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item, ou seja, que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão essenciais, assim, por exemplo, o estudo da representação decimal dos números racionais é fundamental devido à disseminação das calculadoras e de outros instrumentos que a utilizam. (BRASIL, 1998, p. 53 – 54). (Grifo meu).

É no Ensino Fundamental, na passagem do 4º para o 5º ano que os conflitos começam a ocorrer, quando os alunos se deparam com a nova organização curricular e lhes é apresentado um professor para cada disciplina. Na Matemática, a maior dificuldade enfrentada pelos alunos está na ruptura entre esta disciplina e as situações cotidianas. Segundo os PCN, é nesta etapa que começa a se configurar para o aluno, uma Matemática que “à sua possibilidade de compreensão, é de pouca utilidade prática, gerando representações e sentimentos que vão concretizar muitas vezes no divórcio entre aluno e conhecimento matemático” (BRASIL, 1998, p. 21).

Em relação aos conteúdos propostos para o Ensino Fundamental no 3º Ciclo (5º e 6º ano), contido no bloco Números e Operações dos PCN, creditam à resolução de situações-problema como sendo fundamental ao desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações. Como também à continuidade do trabalho com os Números Naturais explorando-os em situação de contagem, de ordenação e codificação em que tenha oportunidade de realizar a leitura e escrita de números



grandes e desenvolver uma compreensão mais consistente das regras que caracterizam o sistema de numeração que utiliza. Assim como, devido à complexidade destes conteúdos, é pouco provável que o desenvolvimento pleno ocorra, como exemplo: das noções de quantos agrupamentos de centenas são necessários para construir uma dezena de milhar, referindo-se às relações de inclusão. Também é neste 3º Ciclo, dos PCN, que o estudo dos números racionais nas suas representações fracionária e decimal recebe especial atenção, partindo da “exploração de seus significados, tais como: relação parte/todo, quociente, razão e operador”. (BRASIL, 1998, p.66).

Ainda no contexto dos PCN, o aperfeiçoamento do cálculo aritmético deve ser estimulado no terceiro ciclo, seja ele “exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido, a partir de procedimentos não convencionais com ou sem uso de calculadoras” (p.67) assim como, os números inteiros “podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que estes números estejam presentes” (p.67). Situações estas que ocorrem na vida cotidiana através das leis da proporcionalidade, evidenciando que o desenvolvimento do “raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real” Também precisam ser trabalhadas sistematicamente as técnicas operatórias de “multiplicação e divisão envolvendo números naturais, compostos de várias ordens, ou aqueles com números decimais” (p.67) uma vez que os alunos não tem o domínio total destas técnicas (BRASIL, 1988, p.67)

Os PCN em seguida, sugerem a utilização de símbolos e da linguagem matemática para representar os números, tanto do ponto de vista histórico quanto do prático, uma vez que os alunos neste ciclo têm condições para “perceber que os números têm múltiplas representações e compreender melhor as relações entre representações fracionárias e decimais, frações equivalentes, escritas percentuais e até notação científica.” (BRASIL, 1998, p. 67- 68).

Ao final do terceiro ciclo, os PCN apresentam no Quadro de Conceitos e Procedimentos diversas situações de aprendizagens (das quais selecionamos as três voltadas ao tema do nosso estudo) e que leve o aluno à:

- ▶ Compreensão do sistema de numeração decimal, identificando o conjunto de regras e símbolos que o caracterizam e extensão das regras desse sistema para leitura, escrita e representação dos números racionais na forma decimal (p. 71);
- ▶ Localização na reta numérica de números racionais e reconhecimento de que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal, estabelecendo relações entre essas representações (p. 71);
- ▶ Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações - com números naturais, inteiros e racionais - por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar os resultados (BRASIL, 1998, p. 71-72).

No início do quarto ciclo, os PCN enfatizam a importância de “não se configurar o abandono da Aritmética, como muitas vezes ocorre” (p. 83). Normalmente, as questões que envolvem a aritmética, não são trabalhadas neste ciclo, os professores costumam privilegiar os conceitos algébricos. Dessa forma, é desejável que o professor proponha, novas situações-problema que envolvam os números naturais, racionais e os inteiros, em operações diversificadas, valorizando tanto as operações “aritméticas” quanto as “algébricas” (p. 83). Outro aspecto destacado nos conteúdos do quarto ciclo é “levar o aluno a selecionar e utilizar procedimentos de cálculo (mental ou escrito, exato ou aproximado) mais adequados à situação-problema proposta” (p. 83). A indicação do uso da calculadora serve como instrumento para produzir resultados os quais servirão para construção “de estratégias de verificação desses resultados” (BRASIL, 1998, p. 83).

As orientações didáticas para o terceiro e quarto ciclos “analisam conceitos e procedimentos a serem ensinados, modos pelos quais eles se relacionam entre si, e também formas por meio das quais os alunos constroem esses conhecimentos matemáticos” (p. 95). Embora estas orientações não contemplem todos os conteúdos para serem desenvolvidos nestes ciclos, os PCN sugerem que sejam complementadas através de leituras de documentos e trabalhos que discutam pesquisas, assim como, busquem outras orientações didáticas para a matemática que faz parte do currículo

do ensino fundamental. As referidas orientações didáticas “também não indicam uma sequência de tratamento dos blocos ao longo dos terceiro e quarto ciclos” (BRASIL, 1998, p. 95).

Em consequência, os conteúdos dos PCN para o terceiro e quarto ciclos, referentes aos números e operações devem “privilegiar atividades que possibilitem ampliar o sentido numérico e a compreensão do significado das operações, ou seja, atividades que permitam estabelecer e reconhecer relações entre os diferentes tipos de números e entre as diferentes operações” (BRASIL, 1998, p. 96).

Neste contexto, observamos que para os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) “a Matemática deverá ser vista pelo aluno como um conhecimento que poderá favorecer o desenvolvimento do seu raciocínio, de sua sensibilidade expressiva, de sua sensibilidade estética e de sua imaginação”. (BRASIL, 1998).

## 1.2 O ENSINO INDIVIDUALIZADO

### 1.2.1 Origem e perspectiva

O conceito sobre o Ensino Individualizado e a sua prática começou nos Estados Unidos e na Europa, junto com o movimento da Escola Nova, no início do Século XX.

Movimento inspirado em pedagogos e filósofos dos séculos XVIII e XIX, os quais advogavam o ensino centrado no aluno – respeito às fases do seu desenvolvimento, do seu ritmo e diferenças individuais – permitindo-lhe maior liberdade e papel mais ativo no seu processo de aprendizagem, indo de encontro ao ensino tradicional, centrado no professor (SILVA, 2007, p. 15).

O ensino individualizado, a pedagogia diferenciada e os métodos ativos são as três características que referendam o movimento da Escola Nova, os quais se influenciaram mutuamente.

Na transição do século XIX para o século XX a contradição entre direitos humanos e justiça social atingia o seu ápice. Na teoria defendia-se a escolaridade obrigatória, porém, na prática não se criava condições para que as crianças menos

favorecidas frequentassem as escolas, também era predominante o paradigma biológico, onde os mais fortes sobrevivem às custas dos mais fracos. Foi no início do século XX que começou a utilização da psicologia, através dos testes de psicometria.

Reconhecia-se a importância em se estudar a infância, para conhecer e compreender cada criança, oferecendo-lhe uma escola à sua medida: criavam-se as bases, para um ensino que se queria cada vez mais individualizado. (SILVA, 2007, p. 16).

O movimento da Escola Nova e seus ideais foram refreados tanto na Primeira quanto na Segunda Guerra Mundial do Século XX, sendo:

retomados na década de sessenta com grande abertura em todos os sentidos, do ponto de vista sociológico, administrativo, arquitetônico e também pedagógico. As três características indissociáveis da Escola Nova foram reativadas. (SILVA, 2007, p. 16).

Neste contexto, emerge a luta pela democratização da educação, pela igualdade de oportunidades e pelo ensino individualizado.

No que diz respeito às perspectivas, diversos educadores, à época, como: Decroly (1887-1932); Faria de Vasconcelos (1880-1939); Claparède (1873-1940); Montessori (1870-1952); Dewey (1859-1952); Freinet (1897-1966); Cousinet (1881-1973) e Robert Dottrens (1893-1983) estavam direta ou indiretamente preocupados com os interesses, necessidades e ritmo dos alunos, acompanhando as aprendizagens individualmente.

Nesta pesquisa centramos a atenção nos estudos de Robert Dottrens (1893 - 1983) que em 1932 na Suíça, enquanto professor do Instituto de Ciências de Educação de Genebra e Diretor da Escola Experimental do Mail, na tentativa de corrigir os defeitos do ensino coletivo, desenvolveu uma experiência no campo do ensino individualizado, intitulada “emprego de processos que permitam a cada criança executar um trabalho pessoal, mais adaptado às suas possibilidades intelectuais e mentais” (SILVA, 2007, p. 40).

No início do Século XX, nos Estados Unidos e na Europa, junto com o movimento da Escola Nova, o conceito e a prática de ensino individualizado, associado à pedagogia diferenciada e à escola ativa “foi-se enriquecendo de forma distinta” quando os americanos deixaram uma referência marcante com a criação de dois métodos de ensino: o Plano Dalton que “baseava-se em contratos de aprendizagem individual em unidades de tempo, a partir da auto - avaliação do aluno e com uma rígida avaliação final dos objetivos” e o Sistema Winnetka que “desenvolia métodos de aprendizagem individualizada, progressiva, auto - corretiva e de controle na passagem para a unidade seguinte” (SILVA, 2007, p. 20).

Dottrens, inspirando-se nos métodos americanos do Plano Dalton e Sistema Winnetka, desenvolvia o ensino individualizado (que integra o trabalho individual e em grupo) adaptado às possibilidades de cada criança.

Para Dottrens é importante saber a distinção entre o trabalho individualizado e individual. O individual sempre foi utilizado nas classes com os alunos que “após a lição coletiva, os exercícios de aplicação são executados por cada criança que apenas conta com ela mesma e até com a proibição, sob pena de ser castigada, de permitir que a auxiliem ou de ajudar alguém”. (DOTTRENS, 1975, p. 77).

Ou seja, um trabalho direcionado a todas as crianças, imposto, sem respeitar as diferenças individuais como: grau de compreensão, ritmo de trabalho, desenvolvimento de aptidões ou preferências.

Já o trabalho individualizado respeita a curiosidade natural das crianças e permite-lhes a possibilidade de movimento e expressão, é “um trabalho adaptado a cada indivíduo, porque será ele próprio a executá-lo em condições bem precisas, consiste em escolher para cada um a tarefa particular que lhe convém” (DOTTRENS, 1975, p. 28).

O ensino individualizado que Dottrens (1975) desenvolveu foi através da técnica de fichas:

- ▶ 1 Fichas de recuperação: visam dar de novo aos alunos as informações que eles não captaram por ocasião da lição coletiva e envolvem particularmente os conhecimentos instrumentais: gramática, ortografia e aritmética;

- ▶ 2 Fichas de desenvolvimento: dirigem-se aos alunos dotados ou rápidos que já estão na posse de “programa mínimo”. Graças a estas fichas, o professor pode dar a cada aluno indicações de trabalho pelos quais adquirirá um complemento de cultura.
- ▶ 3 Fichas de exercício: completam de maneira mais atraente, mais personalizada, os exercícios que os alunos encontram nos manuais escolares.

Para ele, as fichas deveriam estar acessíveis aos professores em período de adaptação, contudo “apenas terão valor didático e educativo eficiente as fichas que o professor preparar para a sua classe” (DOTTRENS, 1975, p. 11) partindo do pressuposto que o professor teria um diagnóstico dos seus alunos com o conhecimento das suas capacidades e reações mentais, levando em consideração o meio escolar e social em que trabalha.

Segundo Dottrens (1975), em sua experiência na Escola de Mail ele sempre buscou esclarecer a diferença entre ensino individual e individualizado: “quando falamos de ensino individualizado, não aludimos a uma forma de ensino que isole completamente as crianças uma das outras à maneira de reclusos” (DOTTRENS, 1975, p. 31) e sim, defende que a criança precisa ser preparada para a vida social e que o ensino individualizado deveria ser integrado ao trabalho individual e em grupo, adaptado às possibilidades de cada criança isto é, um adjuvante do ensino coletivo.

### 1.3 O MÉTODO KUMON

#### 1.3.1 Origem e perspectiva

O Método Kumon teve a sua origem em Osaka, no Japão. Foi fundado pelo professor de Matemática, Toru Kumon (1914 - 1995), o qual começou a lecionar após graduar-se em Matemática pela Faculdade de Ciências da Universidade Imperial de Osaka, atuando na área educacional por 33 anos (KUMON, 1999).

Em 1954, o professor Toru Kumon que não tinha tempo para ajudar o filho nas tarefas escolares e desejava ajudá-lo a sanar as primeiras dificuldades com os conteúdos matemáticos, desenvolveu um material didático autoinstrutivo de Matemática, para que seu filho mais velho Takeshi, à época com 08 (oito) anos e estudante do 2º ano do Ensino Fundamental na Escola Regular, desenvolvesse ao máximo o seu potencial e conseguisse sozinho trilhar seu próprio caminho (KUMON, 1999).

Como professor de Matemática do Ensino Médio, Toru Kumon percebeu que “a dificuldade de cálculos gerava a dificuldade na Matemática”. Assim, para que os alunos conseguissem obter bons resultados no Ensino Médio, “reorganizou todo o conteúdo dos livros didáticos do Ensino Fundamental, com o foco no desenvolvimento da capacidade de cálculo, unindo em linha reta a Matemática do Ensino Fundamental e do Ensino Médio”. (KUMON, 2009, p. 15).

A experiência do professor Toru Kumon, nas Escolas de Ensino Fundamental levou-o a trabalhar da seguinte forma: “se os alunos estudarem sozinhos o livro didático de Matemática, poderão seguir resolvendo os exercícios o quanto quiserem. Se tiverem dúvidas, podem perguntar que darei instruções individuais”(KUMON, 2009, p. 15).

Então, o Professor Toru Kumon (1999) para ensinar seu filho Takeshi, começou pelo estudo da soma preparando exercícios adaptados a ele, em folhas de fichário, pedindo a sua esposa para acompanhá-lo nos estudos e, ao invés de estudar cada tópico, ele utilizou o formato autoinstrutivo no qual a criança resolve as questões por si só, elevando a capacidade nos estudos.

À noite, quando voltava para casa, o professor conferia as lições de seu filho. No dia seguinte, Takeshi fazia a autocorreção das questões marcadas e estudava o conteúdo do dia. O tempo de estudo não ultrapassava os 30 minutos. Enfim, criou um material autoinstrutivo, utilizando folhas com exercícios de cálculos, para que o filho estudasse de forma autodidata (protótipo do método Kumon) sem depender dos ensinamentos de alguém e orientou-o conforme o ritmo de aprendizagem dele. (KUMON, 1999).

Os resultados obtidos por Takeshi despertou a atenção de outros pais que quiseram conhecer o Método criado por Toru Kumon e o procuraram para aplicar o mesmo material para seus filhos (colegas de Takeshi). (KUMON, 1999).

Assim, em 1954, deu-se início à essência do material didático do método Kumon: um estudo por meio da autoinstrução (KUMON, 1999).

Em setembro de 1955, motivado pelo interesse de muitos pais da região, foi aberta a primeira unidade do Kumon na cidade de Moriguchi, Província de Osaka, Japão, tendo como orientadora a senhora Teiko, esposa do professor Toru Kumon. (KUMON, 2008).

Em 1958, foi estabelecido o escritório de Osaka (considerado como a fundação do Kumon Instituto de Educação), contudo a primeira unidade em Tóquio só foi aberta em outubro de 1962 e no ano seguinte houve a abertura da Filial de Tóquio, Japão (KUMON, 2008).

A expansão no mundo começou nos Estados Unidos, com a abertura da primeira unidade fora do Japão, na cidade de Nova York, em 1974 e no ano seguinte em Taiwan.

Foi em abril de 1977 a abertura da primeira unidade do método Kumon na América do Sul, na cidade de Londrina (PR), Brasil. Época em que o número de alunos do Kumon no mundo, já ultrapassava a marca de cem mil. E a expansão continuava: Alemanha, 1979; França e Canadá 1980 e nos anos subsequentes Filipinas, Inglaterra, Austrália, Bélgica, Peru, Malásia, Áustria, Suíça e tantos outros países pelo mundo. Em 2001 atingiu a marca de 3 milhões de alunos.

No Japão, o primeiro aluno concluinte do estágio intitulado “O” (último) de Matemática, ocorreu em janeiro de 1976, ou seja, 21 anos após o início do curso. Já na América do Sul, em 1985, nove anos depois do seu início, surge o primeiro concluinte do estágio O de Matemática, em São Paulo – SP, Brasil (KUMON, 2008).

Dentre as poucas viagens do Professor Toru Kumon fora do Japão, ele visitou o Brasil, em agosto de 1994, quando foi lançado o curso de Português como Língua Pátria no Brasil e na inauguração da sede própria do Kumon América do Sul, em São Paulo, Brasil, estado onde havia e ainda há o maior contingente de unidades e alunos. A filial Salvador (BA) foi aberta em julho de 1996 (KUMON, 2008).



Ao valorizar o ensino individualizado, o Kumon vem realizando e propagando uma proposta de educação centrada na criança.

Nela, o aluno inicia seus estudos por um ponto adequado à sua capacidade: se for capaz, progredirá rapidamente; se não, passará para a etapa seguinte de estudo quando, sem sacrifícios, houver dominado o anterior. O ponto ideal, defendido pelo Kumon, é o resultado de uma profunda reflexão acerca do que será importante no futuro e o que poderá contribuir para a vida da criança” (KUMON, 1999, p. 14).

A meta inicial do Kumon é fazer o aluno alcançar a série escolar. Quando chegar a este nível, terá como meta transpor as barreiras da série escolar, ultrapassá-las dois anos e se tornar aluno adiantado. Assim, compreenderá bem suas aulas na escola regular (KUMON, 1999, p. 16).

O Kumon é um método de estudo individualizado que propaga a formação de alunos autodidatas, pessoas autoconfiantes, disciplinadas, capazes de enfrentar desafios e sair em busca dos próprios sonhos. “Não existe mágica e tampouco milagre. O que existe é o respeito à individualidade e ao ritmo de desenvolvimento de cada aluno”. (KUMON, 1999).

Quanto às perspectivas do Método Kumon, a cada ano, durante o Encontro de Orientadores da América do Sul, são lançadas as novidades para orientação, através de mesas redondas, palestras e socialização de experiências. Como exemplo: a participação desta pesquisadora no XXII Encontro Sul-americano de Orientadores do Kumon – em 2010, cujo tema central foi: Observação – A essência da orientação – Parte 1 e em 2011 a Parte 2 do referido tema, foi abordada no XXIII Encontro Sul-americano de Orientadores do Kumon, em 2012.

Também são criadas estratégias para atingir a constante preocupação com a comunicação – atividade primordial no trabalho do Kumon – buscando transmitir de forma clara como o método trabalha para buscar o potencial de cada aluno e desenvolver suas habilidades, refletindo assim em seus resultados acadêmicos; e ainda, investindo na qualificação e valorização dos orientadores através de uma equipe técnica e de coordenadores. “O valor do método Kumon é gerado apenas nas unidades, entre o orientador e o aluno”. (LINHA DIRETA, maio de 2016, p.5).

### 1.3.2 O ensino e a aprendizagem no método Kumon

O esquema da Figura 1 ilustra a forma como o método Kumon desenvolve o Ensino Individualizado, através da resolução das atividades com estudo diário, disciplina (fazendo os exercícios de preferência no mesmo horário) atenção e concentração, utilizando a marcação do tempo (com relógio digital) para começar e acabar os exercícios, além de, fazer a autocorreção visando atingir as metas pré-definidas e alcançar o autodidatismo.

Figura 1 – Esquema do estudo individualizado Kumon.



Fonte: WILKINS (2007).

No Kumon, existe um Programa de conteúdos que compõe o Material Didático de Matemática (a exemplo dos anexos: A, B, C, D, E), denominados de Estágios (formados por blocos: cada estágio é composto por 10 blocos) onde o primeiro estágio é o “6A” e o último é o estágio “O”. Na sequência, os Estágios são identificados assim: 6A, 5A, 4A, 3A, 2A, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N e O, perfazendo um total de 20 estágios. Embora não esteja formalizado, percebemos durante o período trabalhado com o método Kumon que existe uma correspondência bem próxima entre os estágios e os anos do Ensino Fundamental: estágio A – 1º ano; estágio B – 2º ano; estágio C – 3º ano; estágio D – 4º ano; estágio E – 5º ano; estágio F –

6º ano; estágio G – 7º ano, estágio H – 8º ano; estágio I – 9º ano. Embora exista esta correspondência, “este programa independe da idade e da série escolar do aluno, por isso, o sistema de estudo individualizado é indicado para qualquer idade” (KUMON, 1999, p. 12).

Para entrar no método o aluno faz um Teste Diagnóstico (TD) que definirá o ponto de partida, o qual oscila de acordo com a idade e os conhecimentos prévios. Cabe à Orientadora de cada unidade Kumon, definir as metas de estudo para o aluno, tendo como base o material autoinstrutivo do método e uma orientação individualizada, centrada na observação e nos conhecimentos tácitos<sup>3</sup>.

A rotina de aula na Unidade começa com a chegada do aluno. Para o método Kumon que visa o aprendizado pelo autodidatismo:

O aluno é estimulado a aprender por si só. Um dos fatores que contribuem para esse objetivo, além do material didático autoinstrutivo e de uma orientação individualizada, é uma rotina bem estabelecida, dentro da qual o aluno segue certos procedimentos para desempenhar os seus estudos em cada dia (KUMON, 1999, p. 14).

Esta rotina vai sendo estabelecida desde o primeiro dia de aula quando o orientador comunica ao aluno o que deve fazer, a partir do momento que chega à unidade. São procedimentos regulares nas unidades Kumon, conforme podem ser observados a seguir:

---

<sup>3</sup> Conhecimento Tácito - adj. Implícito; que está subentendido e, por isso, não precisa ser dito; que não se pode traduzir por palavras (DÍCIO Dicionário Online de Português – visualizado em 06/03/2017).

## Figura 2 - MOVIMENTAÇÃO DO ALUNO NA UNIDADE KUMON



### Chegada do aluno à unidade

O aluno chega à unidade, retira a pasta com o boletim de acompanhamento e a lição que resolverá em classe. Em seguida, entrega as lições de casa ao orientador ou auxiliar da unidade para que sejam corrigidas. Este é o primeiro passo para que o aluno tenha organização na unidade e desenvolva uma **postura independente**.



### Resolução do material didático

Após anotar o nome, a data e o horário de início, o aluno resolve os exercícios do material didático de acordo com a meta estabelecida pelo orientador, levando-o a **buscar novos desafios**.



### Autocorreção

Se houver erros na lição de casa, o aluno deverá corrigi-los até que tenha nota 100 em todas as folhas. Feitas as correções nas lições de casa, o aluno verifica se há correções para fazer nas lições feitas na unidade. Esse processo se repete até que ele fique com nota 100 em todas as folhas do material didático. A autocorreção do material didático desenvolve no aluno a **capacidade de aprender com os próprios erros**.

### Saída do aluno da Unidade Kumon



### Feedback

No Kumon, ao final de cada aula, o orientador realiza o **feedback**, ou seja, comunica ao aluno a avaliação da lição do dia e a previsão das lições até a próxima aula, explicando, por exemplo, a meta de tempo e acertos para que o aluno possa avançar para o próximo bloco, deixando claro para ele os critérios de avanço. O **feedback** permite ao aluno participar ativamente do próprio desenvolvimento, aumentando a consciência e o seu comprometimento. Ele é indispensável no nosso trabalho de desenvolver uma orientação individualizada que respeita o potencial e as metas de cada aluno. Essa prática desenvolve no aluno a capacidade de **auto-avaliação**.

Fonte: Kumon Instituto de Educação (Folheto explicativo – promocional, 2011).

### 1.3.3 O ensino e a aprendizagem dos Números Decimais no Kumon

No Kumon, dentro do Programa de Material Didático de Matemática os conteúdos que servem de pré-requisitos para trabalhar as frações, são as quatro operações (somar, subtrair, multiplicar e dividir) e para subsidiar os Números Decimais são todos eles juntos, mais as Frações.

Portanto, os conteúdos que serão abordados nesta pesquisa, estão classificados da seguinte forma: Estágio D, nos blocos D 151, D161, D171, D181 e D191 (que correspondem a 05 blocos deste estágio), no Estágio E, os blocos do E1 ao E191 (correspondem a 20 blocos) e estágio F, os blocos do F1 ao F191 (correspondem a 20 blocos, sendo que em todos os estágios, cada bloco contém 10 folhas de exercícios frente e verso isto é: 50 folhas do estágio D, 200 folhas do estágio E, e 200 folhas do estágio F. Os três estágios perfazem um total de 45 blocos, equivalentes a 450 folhas, por isto, esta pesquisadora e a orientadora decidiram alterar a amostra inicial que seria com um aluno de cada estágio para: um aluno do Estágio D (presumindo que o aluno domina as quatro operações), que inicia o assunto para Números Decimais, todos os alunos aprendentes dos Estágios E (frações) e F (frações e Números Decimais) que contemplam todo conteúdo sobre Números Decimais e um aluno de cada Estágio acima destes, por já terem estudado o tema em questão.

Embora os conteúdos classificados no parágrafo anterior, estejam diretamente relacionados com a nossa pesquisa, além deles, apresentamos as metas a seguir, antecedidas das metas dos estágios que fazem parte dos pré-requisitos e precedidos dos estágios onde os alunos ultrapassaram o referido conteúdo, obtidos no material pedagógico do Kumon – Pontos Importantes da Orientação (KUMON, PIO, maio, 1972).

#### Estágio A – Metas

- O estágio A objetiva que o aluno desenvolva ainda mais habilidades em cálculo mental, até o ponto em que consiga dar respostas imediatas. Isto os prepara para as contas armadas do estágio B.

### Estágio B – Metas

- No estágio A, foi ampliada a capacidade de cálculo mental de adições e subtrações.

O estágio B, objetiva que o aluno utilize esta capacidade para adquirir habilidades nas adições e subtrações armadas.

### Estágio C – Metas

- Baseando-se no estudo de adições e subtrações, realizado no estágio B, o aluno desenvolverá habilidades básicas nas multiplicações e divisões, adquirindo domínio suficiente para prosseguir seus estudos a partir do estágio D.

### Estágio D - Metas

- O estágio D tem como objetivos fortalecer o desenvolvimento das habilidades em multiplicação e divisão iniciadas no estágio C. O aluno aprende a dividir por números de 2 ou mais algarismos e familiariza-se com as frações adquirindo habilidades necessárias para os estudos a partir do E.

### Estágio E – Metas

- O aluno desenvolve suas habilidades nas quatro operações com frações, adquirindo pré-requisitos necessários para avançar no material didático do F.

### Estágio F – Metas

- Neste estágio o aluno desenvolve ainda mais suas habilidades no cálculo com frações adquiridas no estágio E, para que possa resolver com segurança os exercícios de cálculos complexos de expressões aritméticas, podendo assim consolidar as habilidades aritméticas gerais necessárias para estudar o estágio G, onde será introduzida a álgebra,

### Estágio G – Metas

- O estágio G tem por objetivo desenvolver as habilidades do aluno nos conteúdos introdutórios à álgebra, através de operações com números positivos e negativos, simplificações de expressões algébricas e resoluções de equações de primeiro grau com uma incógnita.

### Estágio H – Metas

- O estágio H, objetiva desenvolver as habilidades algébricas do aluno adquiridas no estágio G, de modo que ele possa trabalhar mais facilmente com expressões algébricas e equações pelo aprendizado de equações literais e sistemas de equações lineares com duas a quatro incógnitas, inequações, funções lineares, operações com monômios e polinômios, preparando-o para o estágio I.

### Estágio I – Metas

- O estágio I tem como objetivo desenvolver ainda mais as habilidades algébricas adquiridas pelo aluno até o estágio H, para que ele domine as operações com polinômios, equações, funções quadráticas e especialmente: multiplicação de polinômios, fatoração, operações com

raízes quadradas, equações quadráticas, funções quadráticas e Teorema de Pitágoras.

#### 1.4 ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DO CONHECIMENTO E DA INSTRUÇÃO MATEMÁTICA

Segundo Fiorentini (2009) as diferentes concepções da Educação Matemática são resultantes das múltiplas relações estabelecidas entre “o específico e o pedagógico, num contexto constituído de dimensões histórico-epistemológicas, psicognitivas, histórico- culturais e sociopolíticas” (FIORENTINI, 2009, p.5).

Assim, dentre os diferentes enfoques da Educação Matemática e visando avaliar a Idoneidade Didática do Método Kumon, buscou-se na abordagem do Enfoque Ontosemiótico<sup>4</sup> (EOS) sobre o conhecimento e a instrução<sup>5</sup> Matemática de Godino (2011) e colaboradores, as ferramentas que possibilitam analisar e compreender, de maneira sistemática, diversos aspectos implicados no ensino e aprendizagem de matemática, em particular, como ferramenta para realizar análise didática de um conteúdo ou tarefa matemática (GODINO, BATANERO e FONT, 2006, 2008).

Para Godino (2003), no trabalho matemático, os símbolos (significantes) remetem às entidades conceituais (significados). O ponto crucial nos processos de instrução matemática não é, no entanto, o domínio da sintaxe da linguagem simbólica matemática, embora isso também seja importante, mas compreender a natureza dos conceitos e proposições matemáticas e sua dependência dos contextos e situações-problemas, de cuja resolução virá.

É também necessário desenvolver modelos teóricos que tentam articular as dimensões semióticas (em seus aspectos sintáticos, semânticos e pragmáticos), epistemológicas, psicológicas e socioculturais na educação matemática. Essa

---

<sup>4</sup> Em algumas publicações, o EOS está designado como “Teoria de las Funciones Semióticas (TFS)”, ao considerar que a “função semiótica” é um construto chave do referido enfoque (ACTA SCIENTIAE, 2008, p. 11).

<sup>5</sup> Em conceituação proposta por Godino (2002), a instrução matemática refere-se a um processo de ensino e aprendizagem, de conteúdos matemáticos específicos, no domínio dos sistemas didáticos.



modelagem utilizando a semiótica como um componente crítico, requer, tendo em conta, nomeadamente, as seguintes hipóteses:

- ▶ Diversidade de objetos postos em jogo na atividade matemática, tanto no plano da expressão quanto do conteúdo;
- ▶ Diversidade de atos e processos de semiose (interpretação) entre os diferentes tipos de objetos e modos de produção de sinais;
- ▶ Variedade de contextos e circunstâncias espaço-temporais e psicossociais que determinam e relativizam os processos de semiose. (GODINO, 2003, p. 22-23).

O EOS tem os seus fundamentos em diferentes pesquisas, realizadas há mais de duas décadas por Godino (2002-2011)<sup>6</sup> e colaboradores ( GODINO e BATANERO, 1994; GODINO, CONTRERAS e FONT , 2006; GODINO, FONT e WILHELMI, 2006; D'AMORE, FONT e GODINO, 2007; GODINO e FONT, 2007; GODINO, BATANERO e FONT, 2006, 2008; GODINO, RIVAS e ARTEGA, 2012; e outros), no campo da EM, em específico na Didática da Matemática<sup>7</sup> .

A proposta educacional do EOS está fincada em três marcos da Educação Matemática: - a Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 1986 – 1997); a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990); a Teoria Antropológica (CHEVALLARD, 1992 – 1997) visando, a partir de múltiplas ferramentas teóricas, à luz de diferentes olhares, compreender o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

O EOS é um marco teórico que articula pontos de vista e noções teóricas sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem. Sua estrutura inclui um modelo epistemológico sobre a matemática, baseado em pressupostos antropológicos e socioculturais, um modelo de cognição baseado na semiótica, um modelo

---

<sup>6</sup> Os trabalhos citados estão disponíveis em: <http://www.ugr.es/local/jgodino>.

<sup>7</sup> Didática da Matemática – uma das subáreas da Educação Matemática – propõe verificar e descrever o sentido que os sujeitos atribuem aos símbolos, conceitos e à linguagem matemática. No Brasil, as pesquisas desenvolvidas nessa linha, sofreram influência dos pesquisadores franceses.

instrucional do tipo sócio-construtivista e outro modelo sistêmico-ecológico que relaciona as dimensões anteriores.

Podemos dizer que o EOS refere-se a um modelo integrador de teorias da Educação Matemática, cujo papel central é atribuído à linguagem, aos processos de comunicação e interpretação, apontando assim, como o objeto matemático surge na sala de aula.

Sendo a Educação Matemática, uma área do conhecimento considerada recente, ainda não dispõe de um núcleo de investigação consolidado, necessitando de unir esforços para que haja uma organização sistemática e coerente, em que os programas de investigação possam aproximar as diversas ferramentas metodológicas e conceituais desse campo de pesquisa. (GODINO, FONT e WILHELMI, 2006).

Ressalta-se que as investigações na EM não devem deixar de lado as questões filosóficas, principalmente o significado dos objetos matemáticos e suas relações sociais. Em consequência, precisa-se de um modelo ontológico e epistemológico mais complexo que venha contribuir na descrição, explicação e superação dos dilemas existentes entre os diversos paradigmas e fenômenos da Cognição Matemática<sup>8</sup>. (GODINO, BATANERO e FONT, 2009).

Nesse sentido, Gusmão (2006) esclarece que o EOS é pragmático porque leva em conta os pressupostos da epistemologia pragmática, ao investigar a construção do significado dos objetos matemáticos. Assim como, é antropológico, uma vez que o homem é o principal objeto de estudo, cujo campo de aprendizagem situa-se na escola e a matemática é entendida como produto de uma construção social. Como também é semiótico, uma vez que atribui papel central aos recursos expressivos utilizados na atividade matemática<sup>9</sup> (GUSMÃO, 2006 – 2009).

A Teoria Antropológica de Chevarllad (1992 - 1999) propõe que qualquer ação humana pode ser analisada através da praxeologia - sistema que compreende os objetos matemáticos como entidades que emergem de sistemas de práticas, as quais

---

<sup>8</sup> A cognição matemática deve contemplar as facetas pessoais e institucionais, entre as quais se estabelecem relações dialéticas complexas e cujo estudo é essencial para a Educação Matemática (GODINO, 2002, p. 240)

<sup>9</sup>A atividade matemática é entendida no EOS como um conjunto de práticas que envolvem objetos matemáticos através de conceitos e atividades reflexivas mediadas histórica, social e culturalmente.

reexistem em determinadas instituições de ensino. (GODINO, 2002; GUSMÃO, 2006; GODINO et al. 2006). Tendo como referência esta Teoria, o EOS parte da premissa que “o problema epistêmico - cognitivo não pode desligar-se do ontológico”.

Nota-se que o EOS contempla as facetas epistemológica, cognitiva e instrucional, considerando no ensino e aprendizagem de matemática as relações entre elas, tendo como foco de interesse investigativo os conhecimentos matemáticos institucionalizados, com o olhar no indivíduo - o aluno. (GODINO, 2002; GUSMÃO, 2006-2011; GODINO, BATANERO e FONT, 2009; ANDRADE e KAIBER, 2013, entre outros).

Este marco teórico é considerado como *análise didática*, “é o estudo sistemático dos fatores que condicionam os processos de ensino e aprendizagem de um conteúdo curricular – ou de aspectos parciais dele mesmo – com umas ferramentas teóricas e metodológicas específicas” (GODINO, BENCOMO, FONT e WILHELMI, 2006, p. 4).

O EOS (Font, Planas e Godino, 2010) apresenta um conjunto de noções teóricas organizadas em cinco níveis: Sistema de Práticas, Configuração de Objetos e Processos, Trajetórias Didáticas, Dimensão Normativa e Idoneidade (adequação) Didática (Figura 3) para descrever, explicar, analisar e avaliar as interações e práticas educativas em sala de aula. Os quatro primeiros níveis servem como ferramenta para uma didática descritivo-explicativa que poderá responder, por exemplo: “o que está acontecendo aqui e por quê?” O quinto nível objetiva avaliar a Idoneidade<sup>10</sup> Didática do processo ensino/aprendizagem tendo como base os quatro níveis iniciais, que servem para avaliar se as atividades implementadas durante o processo educativo estão adequadas, visando identificar potenciais melhoras (FONT, PLANAS e GODINO, 2010).

---

<sup>10</sup> Idoneidade Didática ou Adequação Didática

Figura 3 - Organização em níveis das noções teóricas que compõem o EOS



Fonte: Font, Planas e Godino, (2010).

Esta organização em níveis (Figura 3) pode ser lida de baixo para cima considerando inicialmente a existência de um Sistema de Práticas matemáticas de onde emergem os Objetos e Processos matemáticos (FONT, GODINO e GALLARDO, 2012).

Os referidos Objetos e Processos se relacionam e formam as Configurações que são produzidas a partir das interações didáticas, ou uma sequência de Configurações Didáticas que pode orientar a aprendizagem de um conteúdo específico, constituindo assim uma Trajetória Didática. Este processo é permeado pelas Normas e Metanormas que regulam as interações dos sujeitos envolvidos.

Percebemos que o EOS, além de apresentar um conjunto de noções teóricas, nos permite uma perspectiva global sobre o percurso de ensino e aprendizagem de matemática em toda sua complexidade e para isso nos apresenta uma ferramenta para analisar esse processo. Tal ferramenta é resultado das noções teóricas mencionadas na Figura 3, sob o olhar de diferentes facetas ou dimensões: compondo assim a Figura 4, apresentada a seguir:

Figura 4: Facetas e níveis de análise didática



Fonte: Godino (2011).

Observamos que a Figura 4 é composta por: seis facetas e quatro níveis.

As seis facetas implicadas no processo de ensino e aprendizagem (Godino, Batanero e Font, 2008) são: epistêmica (conteúdo matemático); cognitiva (conhecimento dos estudantes e questões de aprendizagem); instrucional (modo de organizar o ensino e o uso de recursos); ecológica (aspectos curriculares e relação com outras áreas temas); afetiva (vinculada ao interesse, à motivação, à auto-estima); interacional (diálogo, interação, comunicação) servem para avaliar métodos de ensino, como é o caso do ensino individualizado Kumon.

Godino (2011) define que as facetas epistêmicas e ecológicas admitem pressupostos antropológicos e/ou socioculturais. Já nas facetas cognitivas e afetivas os pressupostos são semióticos e nas facetas interacionais e mediacionais propõem-se uma perspectiva sócio-construtivista. Portanto, as interações entre estas facetas devem colaborar para compreensão das relações do conhecimento dos alunos sobre números decimais. Quanto aos quatro níveis, o primeiro refere-se às práticas matemáticas e didáticas, o segundo, às configurações de objetos, processos matemáticos e didáticos, o terceiro às normas e metanormas e o último está vinculado à noção de Idoneidade Didática.

É sobre este último que centramos a nossa atenção, enfatizando os aspectos de nosso interesse e que nos fornecem as ferramentas teóricas importantes para o nosso estudo sobre a Idoneidade Didática.

#### 1.4.1 Critérios de Idoneidade Didática para Análise de Processos de Ensino e Aprendizagem

##### Idoneidade didática<sup>11</sup>

Para que possamos avaliar um método de ensino de matemática, Hernández (2007) aponta duas perguntas, na versão original em espanhol, para nossa reflexão:

- Qué “matemáticas” se proponen en el método?
- Qué se entiende en el método por “aprender matemáticas”?

Ou seja, todo método de ensino/aprendizagem de matemática tem a sua concepção e para tal devemos contar com critérios de avaliação que nos permitam entender em detalhes, a partir de diferentes pontos de vista (HERNÁNDEZ, 2007, p.60).

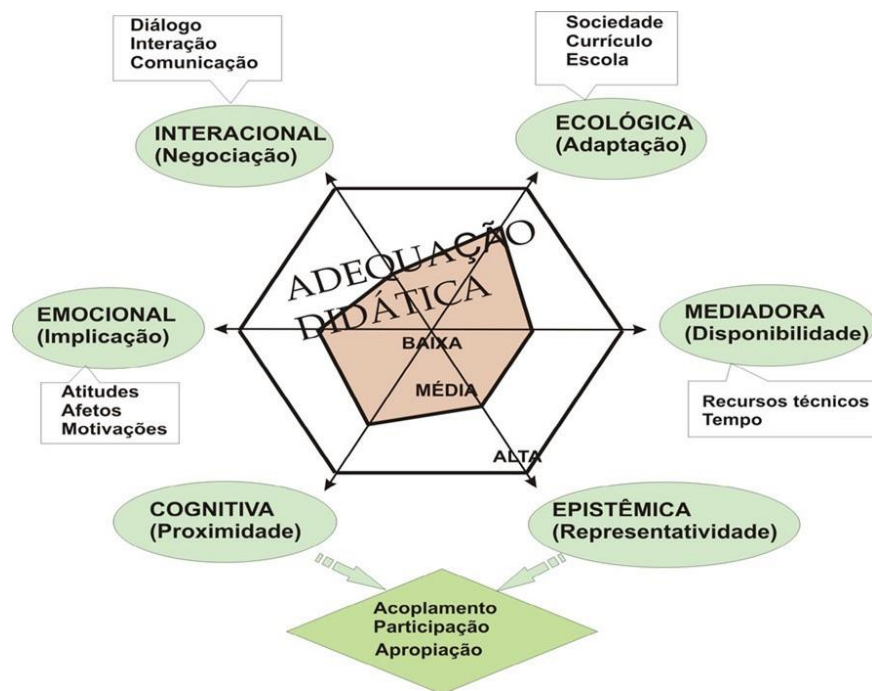
Espera-se, à luz dos critérios de Idoneidade didática, perceber a qualidade de um processo de ensino, como é o caso do Kumon. Segundo o EOS, a qualidade de um processo de ensino, depende da articulação que se faz entre as diferentes dimensões, resultando daí a Idoneidade didática do referido processo que pode ser Alta, Média ou Baixa.

Assim, para que um processo de ensino e aprendizagem seja considerado idôneo, segundo o modelo do EOS, deveria contemplar pelo menos, seis tipos de Idoneidade didática: idoneidade epistêmica, idoneidade cognitiva, idoneidade afetiva, idoneidade interacional, idoneidade mediacional e idoneidade ecológica (FONT, PLANAS e GODINO, 2010), conforme apresentado na figura a seguir:

---

<sup>11</sup> Na versão em castelhano, utiliza-se “idoneidad didáctica”.

Figura 5 – Hexágono: Componentes de Adequação Didática



Fonte: Godino, Batanero e Font (2008).

Os critérios que compõem a adequação didática estão resumidos e apresentados na Figura 5. O hexágono regular representa a adequação didática, supostamente ideal, correspondente a um processo pretendido, supondo-se um grau máximo de adequações parciais. Na parte interna temos o hexágono irregular, que representa as adequações efetivamente alcançadas durante um processo de estudo realizado.

A seguir, no quadro 1, apresentamos as características que determinam cada tipo de Adequação didática para ser considerada alta (GODINO, 2011, p. 9).

Quadro 1 Características que a Idoneidade precisa apresentar para ser considerada alta.

ADEQUAÇÃO	CARACTERÍSTICAS
Epistêmica/matemática	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Representatividade das atividades implementadas;</li> <li>▶ Pertinências dos significados implementados.</li> </ul>
Cognitiva	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na Zona de Desenvolvimento Proximal e permite a evolução dos significados pessoais dos estudantes.</li> </ul>
Afetiva/emocional	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ As configurações didáticas motivam a ação e a participação dos alunos, já que têm em conta, seus interesses, afetos e suas emoções;</li> </ul>
Interacional	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ A interação (com outros alunos, com o professor, com o material) permite que o professor e o aluno identifiquem conflitos semióticos e resolvam tais conflitos, mediante a negociação de significados;</li> <li>▶ Os formatos de interação do tipo dialógico e de trabalho cooperativo terão potencialmente maior adequação interacional que as do tipo magistral e de trabalho individual, posto que os estudantes mostram sua relação com os objetos matemáticos e, portanto, o professor tem indicadores explícitos da referida relação (GODINO, FONT, WILHELM E Castro, 2009).</li> </ul>
Mediacional	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Gestão adequada de meios, recursos didáticos, materiais manipulativos, tempo.</li> </ul>
Ecológica	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Adaptações às Diretrizes Curriculares Nacionais, conexões com outros conteúdos.</li> </ul>

Fonte: Godino (2011, p. 9). Tradução nossa

Na sequência, caracterizamos cada uma dessas Idoneidades, apresentando os componentes e indicadores que permitem analisá-las:

#### 1.4.1.1 Idoneidade Epistêmica

Refere-se à adequação e pertinência dos conteúdos matemáticos utilizados em um determinado contexto e sua relação com um significado de referência implementado ou pretendido para observar o referido grau de adequação e pertinência (GODINO, 2006).



Como componentes e indicadores da adequação epistêmica, Godino (2011) propõe cinco elementos, classificados segundo as entidades primárias do EOS<sup>12</sup>, a seguir: situações-problema; elementos linguísticos/representações; regras (conceitos, definições, procedimentos); argumentos; relações entre os elementos e a atividade matemática.

---

<sup>12</sup> Elementos linguísticos (termos, expressões, notações, gráficos.) em seus vários registros (escrito, oral, gestual)

- Situações – problemas (aplicações extra-matemáticas, tarefas, exercícios)

- Conceitos- definições (introduzidos por definições ou descrições) (reta, ponto, número, média, função).

- Proposições (declarações sobre conceitos)

- Procedimentos (algoritmos, operações e técnicas de cálculo).

- Tópicos (declarações utilizadas para validar ou explicar as propostas e procedimentos, dedutivo ou de outro tipo).

Quadro 2: Componentes e indicadores de Idoneidade Epistêmica (Matemática).

COMPONENTES	INDICADORES
Situações- Problemas	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Apresenta-se uma amostra representativa e articulada de situações contextualizadas, exercícios e aplicações;</li> <li>▶ Propõem-se situações de generalização de problemas (problematização).</li> </ul>
Linguagens	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Usos de diferentes modos de expressões matemáticas (verbal, gráfica, simbólica...), traduções e conversões entre as mesmas;</li> <li>▶ Nível da linguagem adequada aos alunos;</li> <li>▶ Propõe situações de expressão matemática e interpretação.</li> </ul>
Regras (definições, proposições, procedimentos).	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ As definições e procedimentos são claros e corretos e estão adaptados ao nível educativo a que se destina;</li> <li>▶ Apresenta os enunciados e procedimentos fundamentais do tema adequados ao nível educativo;</li> <li>▶ Propõe situações em que os alunos tenham que gerar ou negociar definições, proposições ou procedimentos.</li> </ul>
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ As explicações, comprovações e demonstrações são adequadas ao nível educativo que se dirige;</li> <li>▶ Promovem-se situações em que a argumentação dos alunos é explorada.</li> </ul>
Relações	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Os objetos matemáticos (problemas, definições, proposições, etc.), se relacionam e conectam entre si;</li> <li>▶ Identificam-se e articulam-se os diversos significados dos objetos que intervêm nas práticas matemáticas.</li> </ul>

Fonte: Godino (2011, p.9). Tradução nossa

#### 1.4.1.2 Idoneidade Cognitivo

A Idoneidade Cognitiva é definida por Godino (2011) como o grau em que os conteúdos implementados (ou pretendidos) estão adequados para a aprendizagem pretendida para os alunos, ou seja, se estão na Zona de Desenvolvimento Proximal.

A Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) conceituada por Vygotsky (1896-1934)<sup>13</sup> define a distância entre as atividades que a criança já domina e aquelas que ainda depende de ajuda para que ocorra a aprendizagem.

<sup>13</sup> Mais detalhes sobre a ZDP, remetemos ao autor: Vygotsky, L.S. A Formação Social da Mente (1984). São Paulo: Martins Fonte; Vygotsky, L.S. Pensamento e Linguagem, 1987. São Paulo: Martins Fontes.

De acordo com o EOS, a aprendizagem envolve apropriação de significados institucionais pretendidos por parte dos estudantes, através da participação em práticas comunitárias geradas em aula. Ela envolve também a articulação progressiva entre significados pessoais iniciais dos estudantes e os significados institucionais planejados (GODINO, 2011, p.10).

Neste sentido, Godino (2011) refere-se ao nível de adequação dos objetivos traçados, visando às capacidades e conhecimentos prévios dos alunos, através de um conjunto de elementos que possibilitem perceber se os conteúdos apresentados, estão adequados ao nível de aprendizagem dos alunos e se os resultados obtidos são os esperados. Para tal, apresenta três componentes e indicadores de adequação cognitiva: conhecimentos prévios, adaptação curricular e aprendizagem.

Quadro 3: Componentes e indicadores de Idoneidade Cognitiva.

COMPONENTES	INDICADORES
Conhecimentos prévios. (Tem-se em conta os mesmos elementos da adequação Epistêmica).	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Para o estudo do tema, espera-se que os alunos tenham os conhecimentos prévios necessários, para desenvolvimento do mesmo.</li> </ul>
Adaptações curriculares às diferenças individuais.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Incluem-se atividades de ampliação e de reforço.</li> <li>▶ Promove-se o acesso e alcance de todos os estudantes.</li> </ul>
Aprendizagem: (Tem-se em conta os mesmos elementos da adequação epistêmica).	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ As diversas maneiras de avaliar indicam que os alunos se apropriam dos conhecimentos, compreensões e competências pretendidas:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreensão conceitual e proposicional; competência comunicativa e argumentativa; fluência procedimental; compreensão situacional; competência metacognitiva.</li> </ul> </li> <li>▶ A avaliação leva em consideração distintos níveis de compreensão e competência.</li> <li>▶ Os resultados das avaliações são divulgados e utilizados para tomada de decisões.</li> </ul>

Fonte: Godino (2011, p. 10). Tradução nossa.

### 1.4.1.3 Idoneidade Afetiva

Segundo Godino (2011) a adequação afetiva refere-se à emissão de um parecer sobre a maior ou menor adequação afetiva emocional do processo em questão, tendo como base o grau de envolvimento, interesse e motivação dos alunos.

Nesse sentido, Konic (2011) corrobora, acrescentando que as dificuldades na interpretação da notação decimal são a causa de muitos problemas que surgem nas operações aritméticas com números decimais, no arredondamento, no trabalho com figuras significativas e a nível mundial, em questões de “sentido das matemáticas” (KONIC, 2011, p. 84).

Também, tem-se desenvolvido algumas investigações que levam em conta os aspectos afetivos, como é o caso do estudo realizado por Merenluoto, que estudou perfis do tipo cognitivo-emocional em relação às frações e números decimais, em estudantes do primeiro ano do Ensino Médio, levando em conta aspectos como a tolerância, a ambiguidade e auto-estima, daqueles alunos, na disciplina Matemática (MERENLUOTO *apud* KONIC, 2011, p.84-85).

No Quadro 4, a seguir, Godino (2011) apresenta os indicadores da adequação afetiva cujos componentes são: interesse e necessidade, atitudes e emoções.

Quadro 4: Componentes e indicadores da Idoneidade Afetiva.

COMPONENTES	INDICADORES
Interesse e necessidade	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ As tarefas se constituem como interessantes para os alunos;</li> <li>▶ Propõem-se situações que permitem valorizar a utilidade da matemática na vida cotidiana e profissional.</li> </ul>
Interação entre alunos	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Promovem-se a participação nas atividades, a perseverança, responsabilidade, etc.</li> <li>▶ Favorecem-se a argumentação em situações de igualdade; o argumento valoriza-se por si mesmo e não quem o disse.</li> </ul>
Emoções	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Promove a auto-estima, evitando a rejeição, fobia e medo na matemática;</li> <li>▶ Ressaltam-se a qualidade de estética e precisão da matemática.</li> </ul>

Fonte: Godino (2011, p.11). Tradução nossa.

#### 1.4.1.4 Idoneidade Interacional

Entende-se que os modos de interação permitem identificar e resolver conflitos de significados, favorecendo a autonomia na aprendizagem e permitindo identificar e resolver os conflitos semióticos.

Levando em conta os princípios da aprendizagem sócio-construtivista, onde se valoriza de forma positiva, a presença de momentos em que os estudantes assumem a responsabilidade da sua própria aprendizagem, “[...] traço primordial da Teoria das Situações Didáticas de Brousseau” (BROUSSEAU *apud* GODINO, 2011, p. 11). A idoneidade interacional apresenta, durante o processo de ensino e aprendizagem, as relações não só entre professores e alunos, como entre eles também, possibilitando assim, a percepção e reconhecimento das potencialidades e limitações individuais frente à resolução de problemas e possíveis conflitos.

Desta forma, no Quadro 5, Godino (2011) inclui alguns indicadores de adequação referidos nas interações entre professores/alunos e entre eles e em Godino, Artega e Ribas (2012) são apresentados os componentes da idoneidade mediacional: interação docente/discente, interação entre alunos, autonomia e avaliação formativa.

Quadro 5: Componentes e indicadores de Idoneidade Interacional.

COMPONENTES	INDICADORES
Interação docente-discente	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ O professor apresenta o assunto de forma clara e organizada, enfatizando os conceitos – chave;</li> <li>▶ Reconhece e resolve os conflitos dos alunos (faz perguntas e respostas adequadas);</li> <li>▶ Busca o consenso através do melhor argumento;</li> <li>▶ Utiliza recursos retóricos e argumentativos para envolver e capturar a atenção dos alunos;</li> <li>▶ Facilita a inclusão dos estudantes na dinâmica da classe.</li> </ul>
Interação entre alunos	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Favorece o diálogo e a comunicação entre os estudantes;</li> <li>▶ Trata de convencer a si mesmo e aos outros a validade de suas afirmações, conjecturas e respostas, apoiando-se em argumentos matemáticos;</li> <li>▶ Favorece a inclusão no grupo e evita a exclusão.</li> </ul>
Autonomia	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Contempla momentos em que os estudantes assumem a responsabilidade do estudo (levantam questões e apresentam soluções; apresentam exemplos e contra-exemplos para investigar e conjecturar; utilizam uma gama de ferramentas para pensar, fazer conexões, resolver problemas e comunicá-lo).</li> </ul>
Avaliação formativa	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.</li> </ul>

Fonte: Godino (2011, p.12). Tradução nossa.

#### 1.4.1.5 Idoneidade Mediacional

Refere-se ao grau de adequação do desenvolvimento material e temporal durante o processo de ensino e aprendizagem.

A utilização estratégica da tecnologia pode proporcionar o acesso às matemáticas para todos os estudantes, considerando as calculadoras e outras ferramentas para cálculo algébrico, software de geometria dinâmica, planilhas/dispositivos interativos de apresentação, os quais são componentes vitais para uma educação de alta qualidade (GODINO, 2011, p.13).

Significa que, na atualidade, os recursos materiais e temporais são de suma importância para o desenvolvimento da aprendizagem da matemática, enfatizando a força da comunicação e informação cada dia mais presente na vida dos estudantes.

Os indicadores de adequação mediacional, segundo Godino (2011), são: recursos materiais, número de alunos, horário e condições da aula e tempo de aprendizagem, apresentados no Quadro 6, a seguir:

Quadro 6: Componentes e indicadores de Idoneidade Mediacional.

COMPONENTES	INDICADORES
Recursos e materiais (manipulativos, calculadoras, ordenadores).	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Utilizam materiais manipulativos e de informática que permitem introduzir boas situações, linguagens, procedimentos e argumentações adaptadas ao conteúdo pretendido;</li> <li>▶ As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas através de situações, modelos concretos e visualizações.</li> </ul>
Número de alunos, horário e condições da aula.	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ O número e distribuição dos alunos permite efetivação do ensino pretendido;</li> <li>▶ O horário do curso é adequado (exemplo: todas as sessões não são deixadas para o último minuto);</li> <li>▶ A aula e a distribuição dos alunos são adequados ao processo instrucional pretendido.</li> </ul>
Tempo (de ensino coletivo/tutorização; tempo de aprendizagem).	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ O tempo (presencial e não presencial) é suficiente para o ensino pretendido;</li> <li>▶ Tempo suficiente é dedicado aos conteúdos mais importantes do assunto;</li> <li>▶ Tempo suficiente é dedicado aos conteúdos que são mais difíceis de entender.</li> </ul>

Fonte: Godino (2011, p.13). (Tradução nossa)

#### 1.4.1.6 Idoneidade ecológica

Entende-se como idoneidade ecológica um processo de adaptação ao estudo através do Projeto Político Pedagógico (PPP), das unidades escolares, tendo como base as diretrizes curriculares nacionais, quanto às condições do entorno social e outros. Entende-se como entorno, tudo que está fora da sala de aula e que interfere direta ou indiretamente na mesma (GODINO, 2011).

É inegável a utilidade dos números decimais para o desenvolvimento social das pessoas. Este reconhecimento tanto aparece nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), como nas pesquisas sobre educação (KONIC, 2011; ESTEVES, 2009; BOFF, 2006; JUCÁ, 2004; PADOVAN, 2000; BRASIL, 1998; PÉREZ, 1997) os quais,

estabelecem um modelo de construção dos números decimais no Ensino Fundamental com projeção para o nível secundário. Neste contexto, torna-se válido ressaltar “que os conceitos de valor posicional e representação decimal dos números racionais são considerados componentes essenciais para o currículo de matemática”, nos anos iniciais do Ensino Fundamental (KONIC, 2011, p. 87).

No Quadro 7, Godino (2011) apresenta cinco componentes e indicadores da idoneidade ecológica: adaptação do currículo, abertura para inovação didática, adaptação sócio profissional e cultural, educação em valores e conexões intra e interdisciplinares.

Quadro 7: Componentes e indicadores de Idoneidade Ecológica.

COMPONENTES	INDICADORES
Adaptação ao currículo	▶ Os conteúdos, sua implementação e a avaliação correspondem com as diretrizes curriculares.
Abertura para inovação didática	▶ Inovação baseada na investigação e prática reflexiva; Integração de novas tecnologias (calculadoras, computadores, TIC, etc.), no projeto educativo.
Adaptação sócio-profissional e cultural	▶ Os conteúdos contribuem na formação sócio-profissional dos estudantes.
Educação em valores	▶ Contemplam-se a formação e valores democráticos e o pensamento crítico.
Conexões intra e interdisciplinares	▶ Os conteúdos se relacionam com outros conteúdos intra e interdisciplinares.

Fonte: Godino (2011, p.14). Tradução nossa.



## CAPÍTULO II PERCURSO METODOLÓGICO

A construção da ciência é um fenômeno social por excelência. A pesquisa, então, não se realiza numa estratosfera situada acima da esfera de atividades comuns e correntes do ser humano, sofrendo assim as injunções típicas dessas atividades. [...] Como atividade humana e social, a pesquisa traz consigo, inevitavelmente, a carga de valores, preferências, interesses e princípios que orientam o pesquisador. LUDKE e ANDRÉ (1986, p. 2-3).

Neste capítulo, descrevemos o percurso metodológico adotado na investigação e que envolve uma discussão de abordagem qualitativa, a qual embasou a realização desta pesquisa. Além disso, apresentamos: o contexto e os participantes da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos de análise.

### 2.1 PRINCÍPIOS METODOLÓGICOS

Esta pesquisa se insere nas reflexões sobre métodos de ensino. Preocupa-se especificamente como é feita a abordagem sobre Números Decimais, na disciplina Matemática do Método Kumon.

Para realização desta pesquisa optou-se pela pesquisa qualitativa com a perspectiva de usufruir do empirismo e subjetividade que ela proporciona, buscando construir as condições necessárias para responder as questões levantadas nessa proposta investigativa.

Como técnica da pesquisa optou-se trabalhar com a observação participante pela sua adequação ao objeto de estudo que, segundo Fiorentini e Lorenzato:

A observação participante ou etnográfica é um tipo de estudo naturalista ou etnográfico em que o pesquisador frequenta os locais onde os fenômenos ocorrem naturalmente. A coleta de dados é realizada junto aos comportamentos naturais das pessoas quando essas estão conversando, ouvindo, trabalhando, estudando em classe, brincando, comendo... O termo “participante” aqui significa, principalmente, participação com registro das observações, procurando produzir pouca ou nenhuma interferência no ambiente de estudo. (FIORENTINI, 2009, p. 107).

Concordando com as ideias de Fiorentini (2009), para a efetiva confirmação de que a estratégia envolva não só observação direta, como também as entrevistas,

consulta aos materiais, registro das observações, etc, culminando com um grande envolvimento do pesquisador com a situação pesquisada.

O pesquisador, geralmente “desenvolve a sua investigação passando por três etapas: exploração, decisão e descoberta”. (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p.15).

A exploração envolve a definição do problema, do local onde o estudo será feito e a busca de contatos para ir a campo. A decisão consiste na sistematização dos dados selecionados pelo pesquisador para melhor compreender e interpretar o fenômeno. Enfim, a descoberta define a explicação da realidade do fenômeno estudado, situando-o num contexto ampliado.

Neste contexto, a nossa observação participante ocorreu na Unidade Recreio do Método Kumon. Embora esta pesquisa origina-se no Mestrado Acadêmico da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – campus de Jequié- BA, ela foi desenvolvida no município de Vitória da Conquista – BA, cidade mais próxima onde tem uma Unidade Kumon e foi possível adentrar no universo do estudo individualizado deste Método.

## 2.2 CONTEXTO DA PESQUISA

O município de Vitória da Conquista está situado na região Sudoeste do Estado da Bahia e segundo dados do IBGE, a sua população é de 340.199 habitantes, fazendo dela a 3ª (terceira) maior cidade do estado, atrás de Salvador e Feira de Santana, sendo a 4ª (quarta) maior do interior do Nordeste (IBGE, 2014).

Tem uma altitude de 934 metros acima do nível do mar. Sua temperatura tropical de altitude é agradável no verão e muito fria no inverno, por isto é considerada a “Suíça Baiana”.

O desenvolvimento de Vitória da Conquista foi destaque na edição do Jornal a Tarde de 30 de abril de 2015, devido ao seu dinamismo econômico e investimentos feitos, tanto pelo serviço público quanto privado, como a expansão da construção civil e a construção do novo aeroporto. Destacou também os índices sociais do município que apresentou um crescimento de 65,77 % no Índice de Desenvolvimento Humano Médio (IDHM) nas duas últimas décadas. A cidade possui a 6ª (sexta)

maior economia da Bahia, participando com 2,29% do Produto Interno Bruto (PIB) estadual e tornando-a atrativa para investimentos.

Figura 6 - Mapa da Bahia com destaque para o município de Vitória da Conquista



Fonte: Google Maps, 2016.

Outro vetor que interfere de maneira decisiva na dinâmica cultural e econômica da região de Vitória da Conquista é a existência de instituições de ensino superior: públicas e privadas (SEI, 2012).

Ressalta-se a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), criada em 1969, com três *campi* universitários<sup>14</sup>, mantendo 46 cursos de graduação, com 10.507 alunos, além de programas de pós-graduação, contando com 1000 alunos e um quadro efetivo de 1104 docentes na graduação (UESB, 2016), seguida da Universidade Federal da Bahia - Campus Anísio Teixeira - instalada em 2006, com diversos cursos de graduação e pós-graduação na área de saúde (SEI, 2012) e do IFBA campus de Vitória da Conquista, com 20 anos de existência, um espaço vivo e dinâmico de educação tecnológica e superior (IFBA, 2016), além de várias faculdades particulares.

<sup>14</sup> A UESB possui Campus em Jequié, Itapetinga e Vitória da Conquista/BA.

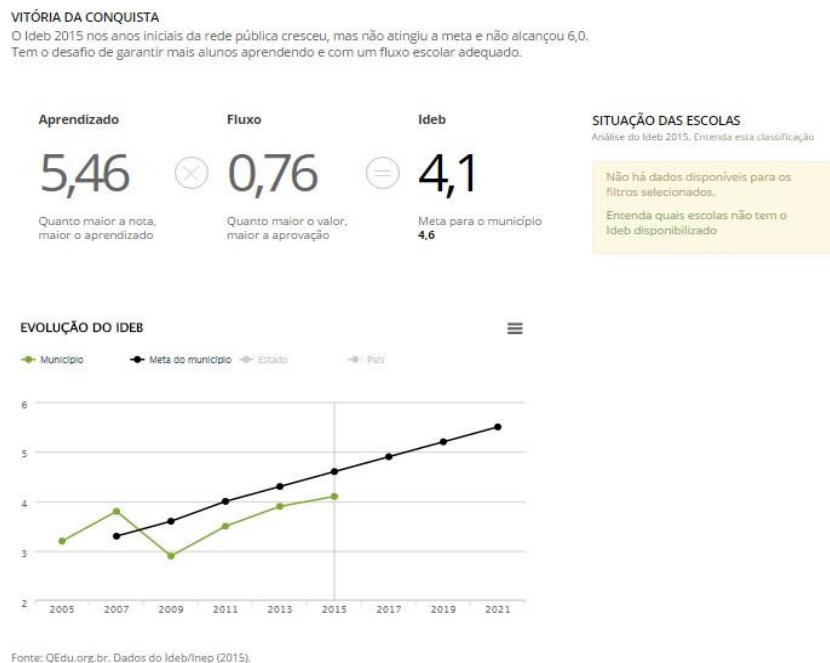
A Educação Municipal de Vitória da Conquista conta com 43 mil alunos e, em busca de garantir a presença deles em sala de aula, a administração municipal disponibiliza transporte gratuito para professores e alunos e faz investimentos que ultrapassam 7 milhões de reais anuais, visando a promoção da qualidade na Educação Básica. (PMVC, 2014).

Os resultados aparecem quando o Município registra aumento na nota do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) das Séries Iniciais, que passou de 3,9 em 2013, para 4,1 em 2015 (IDEB/INEP, 2016).

Ressalta-se que os dados do IDEB, levam em consideração também os aspectos relativos à formação dos professores e estrutura física das escolas.

Assim, para melhor entender a demanda da educação oferecida pelo município, acredita-se na necessidade de uma avaliação mais abrangente e com riqueza de detalhes, para que se tenha maior clareza sobre a aprendizagem dos alunos.

Figura 7 – Síntese da Evolução do IDEB no Município de Vitória da Conquista



Quanto às séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, através de resultados do SAEB/Prova Brasil 2011, no que se refere ao desempenho dos estudantes quanto às médias por disciplina, observamos que os dados pesquisados demonstraram que o ensino de Matemática tem sido fator de exclusão na rede pública de ensino, uma vez que apenas 17% referente à etapa escolar até o 5º ano e 12% até o 9º ano, apresentaram aprendizado em Matemática adequado à sua etapa escolar (PROVA BRASIL, 2011).

A cidade, através do ensino informal de pessoas físicas, oferece uma gama de reforço escolar particular - principalmente para o Ensino Fundamental - onde as famílias buscam dissipar as dificuldades dos filhos/alunos em Matemática, para melhorar a aprendizagem na escola regular e assim, buscam estes reforços e os métodos de ensino, como é o caso do método Kumon, nosso objeto de pesquisa.

O município de Vitória da Conquista contempla o método Kumon que no ano 2000, se instalou na cidade para atender os alunos, a pedidos de moradores.

A Unidade Kumon Recreio funciona na Avenida Vivaldo Mendes, 755 - Bairro Recreio, no município de Vitória da Conquista - Bahia. Avenida de único e fácil acesso para moradores dos bairros Brasil, São Vicente, Centro, Recreio, Candeias, BNH, URBIS 1, Morada do Bem Querere, etc.

Oferece os cursos individualizados de Matemática e Português, em dias úteis, nos turnos matutino e vespertino, e recebe alunos de todos os níveis da Educação Básica, oriundos de escolas públicas e privadas.

A fachada da Unidade Recreio (Figura 8) apresenta janelões de vidro, sem visão de fora para dentro. A entrada dos alunos é feita por uma porta lateral à esquerda que dá acesso: à sala de aula, recepção, bebedouro, banheiro e o escritório (com meia parede de vidro que oferece visão do ambiente da sala de aula, visto nas Figuras 9 e 10).

Figura 8 – Fachada do Kumon



Fonte: Kumon Candeias(2016).

Figura 9 – Entrada e parte da sala de aula



Fonte: Kumon Candeias (2016).

Figura 10 – Sala de aula – com visão de uma ilha.



Fonte: Kumon Candeias (2016).

Na sala de aula onde os alunos, a orientadora e as auxiliares permanecem a maior parte do tempo (figuras 9 e 10), com aproximadamente cinquenta (50) metros quadrados, tem ar condicionado, dois escaninhos de madeira (figura 11) onde ficam acondicionados os bloquinhos de Matemática e Português, uma estante com

exposição da BRK (bibliografia recomendada pelo Kumon) para os alunos de Português, além de outros armários e prateleiras de madeira para acondicionamento de pastas dos alunos e materiais diversos. Tem também três relógios digitais nas paredes (peças - chave para eles marcarem o tempo de resolução dos bloquinhos), com visão em qualquer posição que os alunos estejam sentados.

Figura 11 – Escaninho



Fonte: Kumon Candeias (2016)

Na parede maior ficam: quadro do Kumon no mundo, quadro de metas dos alunos, foto do Professor Toru Kumon, fotos de alunos concluintes (Figura 10).

Ainda tem a mesa da orientadora (Figura 12) e 03 (três) mesas de auxiliares (visão de uma mesa na Figura 13) e trinta carteiras individuais para os alunos. A organização das carteiras costuma ser feita de varias formas, com uma separação simbólica entre a Matemática e o Português e a ilha (visão na figura 10) - arrumada para os iniciantes: pequenos (de 03 a 06 anos) e os demais (de qualquer idade).

Figura 12 – Mesa orientadora



Figura 13 – Mesa auxiliar



Fonte: Kumon Candeias (2016).



### 2.3 PARTICIPANTES DA PESQUISA

O primeiro contato com a Unidade Kumon para definir o período da pesquisa, após receber o resultado da aprovação pelo Conselho de Ética da UESB, foi no mês de maio de 2015, entretanto, a observação participante e a presença da pesquisadora no campo de pesquisa, aconteceu no período de junho a dezembro de 2015.

Limitamos as nossas observações aos alunos que estão estudando os conteúdos referentes às Frações e Números Decimais e aos alunos que já ultrapassaram este conteúdo no Kumon, da Unidade Recreio em Vitória da Conquista – Bahia.

Figura 14 – alunos em atividades



Fonte: Unidade Recreio (2015).

Durante o primeiro mês da observação definiu-se observar 16 (dezesesseis alunos) – INICIAL. Entretanto, após o início da aplicação da primeira etapa do Questionário, alguns alunos saíram do Kumon e não foi possível continuar com a nossa amostra. Daí, fizemos substituição, mesmo assim, o número de alunos foi reduzido para 11 (onze), apresentados no Quadro 8.



Figura 15: aluno sendo observado



Fonte: Kumon Recreio (2015)

Quadro 8 - Quantidade de alunos pesquisados ( INICIAL e FINAL)

FASE INICIAL		FASE FINAL		Blocos
Estágio	Nº de alunos	Estágio	Nº de alunos	
D	1	D	1	151 a 191 = 5
E	6	E	3	1 a 191 = 20
F	6	F	4	1 a 191 = 20
G	1	G	1	1 a 191 = 20
H	1	H	1	1 a 191 = 20
I	1	I	1	1 a 191 = 20
	Total de alunos=16		Total de alunos= 11	Total de blocos= 105

Fonte: Próprio autor

Observamos estes 11 (onze) alunos, a partir do momento que chegam à Unidade Kumon, quando retiram sua pasta de atividades (em local definido na recepção), entregam o material de casa a auxiliar e recebem o bloco de exercícios que farão no dia, conforme programação feita pela orientadora (Figuras 2), em seguida fazem a revisão do material executado em casa, com as devidas correções, recebem os blocos para serem feitos em casa, finalizando com o *feedback*<sup>15</sup> feito pela orientadora (dando resposta à atividade realizada no dia e em seguida confirmando ou redefinindo a lição de casa) e saída do aluno.

<sup>15</sup> *Feedback* é uma palavra de origem inglesa formada pela junção do “*feed*” que pode ser traduzida como alimentação, e “*back*”, que tanto pode ser atrás ou retorno. Tanto no idioma inglês quanto em sua utilização em português, podemos considerar *feedback* como retroalimentar, realimentar ou retroação.

Cada aluno foi observado 01 (uma) hora por dia, 01 (uma) vez por semana, durante dois meses perfazendo um total de 08 (oito) horas. Foram 06 (seis) meses de observação para atender todos os alunos pesquisados: julho, agosto, setembro, outubro, novembro e dezembro de 2015. Salienta-se que esta ocorrência aconteceu de forma individual, em diversos horários (matutino e vespertino) como também nesse tempo, foi inserida a aplicação do pré-teste e pós-teste, com um intervalo de três meses. Os alunos que fizeram o:

- ▶ pré-teste em julho/2015, resolveram o pós-teste em outubro/2015;
- ▶ pré-teste em agosto/2015, resolveram o pós-teste em novembro/2015;
- ▶ pré-teste em setembro/2015, resolveram o pós-teste em dezembro/2015.

A academia convencionou, por questões éticas, em relação à pesquisa científica que os participantes do estudo não sejam identificados pelos seus nomes.

Diante disso, eles serão nomeados como: Deus Grego para o gênero masculino (M) e Deusa Grega para o gênero feminino (F). A sugestão foi acatada por todos com muita simpatia, dando um brilho especial a esta investigação. Assim foram nomeados conforme Quadro 9, a seguir:

Quadro 9 - Nomeação dos alunos pesquisados por Estágio

ESTÁGIO/ALUNOS	
Estágio	Nomeação dos alunos
D	Hermes
E	Zeus/Hera/Atena
F	Perseu/ Ares/ Artêmis/ Eros
G, H, I	Apolo/ Posêidon/ Hefesto

Fonte: Própria autora

A seguir apresentamos o Quadro 10, onde distribuimos os alunos segundo a idade (inicial) em que começou a estudar no método e a idade (final) em que se encontrava durante a pesquisa, o ano escolar no período da pesquisa e o estágio (inicial) em que começou no Kumon e o estágio (final) em que se encontrava, também, no momento da pesquisa.

Quadro 10 - Alunos pesquisados (dados gerais)

Alunos	Idade inicial no Kumon e no final da Pesquisa		Série na Escola Regular	Estágio no Kumon Início do Curso e no final da Pesquisa	
	Inicial	Final	Durante a Pesquisa	Inicial	Final
HERMES	4 anos	9 anos	5º ano	7A	D
ZEUS	10 anos	11 anos	6º ano	A	E
HERA	9 anos	11 anos	6º ano	3A	E
ATENA	11 anos	13 anos	8º ano	A	E
PERSEU	9 anos	11 anos	5º ano	4 A	F
ARES	6 anos	12 anos	6º ano	7 A	F
ARTÊMIS	11 anos	12 anos	7º ano	A	F
EROS	10 anos	12 anos	7ºano	2 A	F
APOLO	8 anos	13 anos	8º ano	4 A	G
POSÊIDON	22 anos	23 anos	Ensino Médio	A	H
HEFESTO	23 anos	24 anos	Ensino Médio	A	I

Fonte: Própria autora.

A seguir, apresentamos os alunos observados cujo objetivo foi permitir uma melhor visualização dos seus conhecimentos escolares, do Kumon e o perfil de cada um.

Hermes tinha 04 (quatro) anos de idade quando começou a fazer Kumon, no primeiro estágio de Matemática o 6A e estava na pré-escola. Hoje, durante a pesquisa, ele está com 09 anos, cursando o 5º ano do Ensino Fundamental, na escola regular e no Kumon está no estágio D, estudando conteúdos de multiplicação e divisão que antecedem a aprendizagem das frações. Nestes 05 anos fazendo Kumon, ele estudou 08 estágios completos e está concluindo o 9º, estágio D do Kumon. É aluno dois anos adiantado e considerado um aluno brilhante.

Zeus tem 11 anos, está cursando o 6º ano do EF em uma escola particular de grande porte e a mais antiga da cidade. Começou a fazer Kumon de Matemática em outubro de 2014. Tendo como ponto de partida o estágio A1. Na primeira aplicação do Questionário ele estava no estágio E11 e na reaplicação do Questionário, após 03 meses, havia avançado até o estágio E91 (o avanço foi de 08 blocos).

Hera mora em Belo Campo, estuda em escola pública e vem para Vitória da Conquista, uma vez por semana, terça-feira, no período da tarde, “para complementar os estudos com o Kumon de Matemática e Português, além de Inglês em outro local, pois a Escola da sua cidade é fraca”. Está no curso há quase (2) dois anos (começou no 4º ano do EF na escola regular) quando começou no Estágio 3A. Hoje ela tem onze (11) anos e está no 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Regular e no Estágio E do método Kumon.

Atena tem 13 anos, está cursando 8º ano do EF, em um Colégio particular e fazendo o estágio E. Começou a fazer Kumon em 2013 no 6º ano do EF e teve como ponto de partida o estágio A. Fêz os estágios A e B em um mês, “achou muito fácil e no mês seguinte começou a fazer o estágio C (da multiplicação), durante um ano, detestava fazer, até usava a calculadora em casa e mesmo assim era muito difícil”.

Perseu tem 11 anos, estuda 5º ano do EF, numa escola particular. Começou a fazer Kumon em 2013 e teve como ponto de partida o estágio 4A. Iniciou o estágio F em agosto de 2015, quando entrou para a nossa amostra de pesquisa e começou a resolver o Questionário. Não conseguiu concluir devido a doença na família. Ausentou-se do curso embora a família pegasse o material dele para ser resolvido em casa. Retornou em outubro e perguntou: Quando farei o pós-teste da pesquisa? Ficou acordado que ele concluiria o pré-teste em outubro e em janeiro faria o pós-teste. No final de janeiro concluiu a pesquisa.

Ares tem 11 anos, estuda o 6º ano do EF, em outra escola particular. Entrou no Kumon em 2010, cursando a Educação Infantil na escola regular e tendo como ponto de partida no método Kumon o estágio 6A. Quando começou a fase da observação da pesquisa em maio de 2015, ele estava finalizando o estágio E, vindo a concluí-lo, avançando para o estágio F, em agosto quando aplicamos o Questionário Fase 1. Em novembro, quando da reaplicação do Questionário, Fase 2, após 3 (três) meses, o aluno já havia concluído o estágio F (encerrando com os conteúdos de números decimais) e avançado para o estágio G 60.

Artêmis morava em São Paulo e já fazia Kumon, há quatro anos. Deu continuidade em Vitória da Conquista. Quando começou na nossa pesquisa, estava com 12 anos, no 7º ano da escola regular, no início do Estágio F do Kumon e após três

meses, na reaplicação do Questionário, ela estava concluindo o referido Estágio. Como não trouxe transferência da Unidade Kumon de S. Paulo, não tivemos acesso aos seus dados iniciais.

Eros iniciou o curso em 2015, com 11 anos, no 6º ano da escola regular e Estágio A do Kumon. Quando começamos a pesquisa ele estava no 7º ano da Escola Regular, com 12 anos e no Estágio F do Kumon de Matemática. O Eros é muito comprometido nos estudos e contou que era bom aluno na escola e sempre gostou de Matemática.

Apolo é o irmão mais velho de Ares, tem 13 anos e estuda o 8º ano na Escola Regular. Começou no Kumon em 2010, no 2º ano e no Estágio 3A de Matemática. Quando começamos a observação e aplicação do Questionário ele estava no Estágio G (já tinha estudado as frações e os números decimais). Três meses depois quando o Questionário foi reaplicado ele já estava finalizando o Estágio G.

Posêidon tem 22 anos, já concluiu o Ensino Médio. Veio fazer o Kumon porque não foi aprovado no vestibular. Começou a cursar Matemática no início de 2015, no Estágio 2A (soma e subtração) e em novembro/2015 está cursando o estágio H, aprendendo sistemas de equações lineares e tudo que não viu na Escola.

Hefesto tem 23 anos, já concluiu o Ensino Médio há alguns anos. Veio fazer o Kumon pelas informações de que era um curso bom. Começou no Estágio 2A (soma e subtração) de Matemática embora o Teste Diagnóstico indicasse que ele poderia iniciar no Estágio D (multiplicação e divisão) ele preferiu começar desde o início. Em menos de um ano fez a revisão de todos os conteúdos estudados até o final do Ensino Fundamental (Estágios: A, B, C, D, E, F, G, H e I), chegando ao Estágio J que contém assuntos do Ensino Médio.

## 2.4 INSTRUMENTOS DE COLETA DE DADOS

Nesta pesquisa utilizamos os métodos da observação participante e da entrevista e para isso os instrumentos utilizados foram: um caderno de campo para anotar as observações, um roteiro de entrevista, questionários aplicados em duas etapas, livros didáticos utilizados pelos alunos e o material didático do Kumon.

O caderno de campo, instrumento importante para registro das observações. Segundo Bogdan e Biklen (1994) as anotações registradas em campo devem tratar da descrição do espaço físico, da descrição de atividades (p. 69-72), da reconstrução dos diálogos entre e com os participantes da pesquisa, dos relatos de acontecimentos pessoais e coletivos e do comportamento do observador (p. 66 - 70).

A observação participante foi possível pela colaboração direta da orientadora da unidade Kumon, através da inserção desta pesquisadora no ambiente onde os alunos estão trabalhando, ouvindo, estudando, ou seja, onde o fenômeno ocorre naturalmente.

Definida por Fiorentini e Lorenzato a “observação participante” é “uma estratégia que envolve não só a observação direta como todo um conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais etc) pressupondo um grande desenvolvimento do pesquisador na situação estudada” (FIORENTINI, 2009, p. 108).

Esta etapa significou momentos de observação do desenvolvimento do estudo dos alunos, dos questionamentos deles com as auxiliares sobre dúvidas, as interferências da orientadora para observar, elogiar e acompanhar cada aluno individualmente, culminando com o nosso registro de observação na coleta de dados.

A entrevista semi-estruturada foi realizada com os alunos que fizeram parte do nosso estudo. Segundo Ludke e André (1986) a entrevista leva vantagem sobre outras técnicas, pois “permite a captação imediata e corrente da informação desejada”. A opção por esta modalidade de entrevista foi devido à sua flexibilidade, uma vez que, embora partindo de um roteiro pré-estabelecido de perguntas, elas não se fecham às adequações necessárias, “a entrevista semi-estruturada se desenrola a partir de um esquema básico, porém não aplicado rigidamente permitindo que o entrevistador faça as necessárias adaptações”. (LUDKE e ANDRÉ, 1986, p. 34).

As entrevistas foram guiadas por um roteiro preestabelecido no Apêndice C, através de tópicos seguidos de certa lógica, condizente com o teor desta pesquisa, como também foram permeadas de interação entre a pesquisadora e os alunos

pesquisados, sendo feitas após alguns meses de observação, quando já havia sido estabelecido um clima de respeito, confiança e afeto.

Objetivamos com a entrevista conhecer um pouco sobre o gosto dos alunos pela Matemática, dificuldades com os conteúdos matemáticos, principalmente com os números decimais e o porquê de estarem estudando a Matemática do Método Kumon.

As entrevistas foram feitas individualmente em horário e ambiente previamente determinado pela orientadora e as auxiliares. Buscou-se respeitar a vontade de cada entrevistado para que se tornasse um momento descontraído, agradável e se sentissem mais à vontade nas suas falas. Embora seguisse um roteiro pré-organizado para todos os entrevistados, permitiu-se a flexibilização desta pesquisadora, em alguns momentos, fazer perguntas adicionais.

O outro instrumento utilizado foi um questionário, em sua maioria composto por questões validadas na pesquisa de Konic. Especificamente, extraímos 11 (onze) questões da tese de Konic (2011) sobre números decimais e 01 (uma) questão da tese de Gusmão (2012). Tal questionário, busca de maneira ampla indagar sobre o significado de números decimais. Assim, nos pareceu conveniente e cômodo utilizá-lo, fazendo muito poucas adaptações e inserindo apenas uma questão, conforme mencionado. (Apêndice E).

Assim, tal questionário possui 12 itens e contempla os números naturais, inteiros, racionais e irracionais, as frações, os números decimais, a reta numérica e resolução de problemas (KONIC, 2011, p. 117). Buscamos na mesma direção dessa autora indagar aspectos vinculados ao significado do número, em particular do número decimal, quais sejam:

- ▶ Compreensão do significado do sucessor de um número;
- ▶ Reconhecimento de um número como pertencente a um conjunto numérico específico;
- ▶ Distinção entre o conceito de um número e sua representação;
- ▶ Distinção entre número decimal e expressão decimal de um número racional;

- ▶ Identificação dos números racionais através de distintas representações (expressão decimal, linguagem natural, expressão fracionária, localização na reta);
- ▶ Operações com números decimais: somar, subtrair, multiplicar e dividir.

A aplicação e reaplicação do pré-teste e pós-teste, aconteceu em duas etapas: a primeira, nos meses de agosto e setembro, e após 03 meses aconteceu a segunda, nos meses de novembro e dezembro. Nesta segunda etapa buscou-se avaliar a evolução do aluno após 03 meses no processo de instrução do método Kumon.

A primeira aplicação do questionário foi feita em duas, três e até quatro vezes (referente a 2, 3 ou 4 dias de aula) por aluno pesquisado. A orientadora determinou que fossem utilizados de 10 até 15 minutos do tempo de aula do aluno, minimizando, em parte, a redução das suas atividades. Por um lado dificultou o trabalho da pesquisadora, devido às faltas dos alunos em semana de prova, ou para outras atividades, gerando uma demora maior para conclusão da pesquisa e por outro lado foi bom porque eles já chegavam perguntando pela pesquisa, se desculpavam pelas ausências, não ficaram cansados e responderam as questões prazerosamente.

Quando começamos a aplicar os questionários, observamos que os dois alunos do 5º ano da escola regular, ficaram inseguros e diziam que não sabiam ou faziam perguntas, tipo: “o que é número decimal?”, necessitando de intermediação com perguntas como: “quando você leu sobre número decimal lembrou-se do quê?”, ao que respondeu “lembro de número com vírgula” e colocamos “então fale sobre isto que você me respondeu”. Os alunos do 6º e 7º ano em diante, começaram a responder o conteúdo lendo com atenção e concentrados, alguns deles fizeram poucas perguntas, como: “o que é número racional ou irracional” ou afirmativas tipo: “eu não sei o que é número irracional”.

Na etapa da reaplicação do questionário (pós-teste), embora os alunos não se lembrassem do que haviam respondido há três meses, havia familiaridade com as questões, fizeram poucas perguntas (só sobre números racionais e irracionais) e a maioria dos alunos do 7º ano em diante respondeu em um dia, os demais resolveram em dois dias, exceto: um aluno que a mãe faleceu e um aluno adulto que viajou a



trabalho e ambos ficaram de retornar na primeira semana de janeiro de 2016. O retorno destes alunos aconteceu em janeiro quando foi aplicado o pós-teste.

O livro didático foi outro instrumento utilizado nesta pesquisa.

Tem-se que, ao longo da história, diversos materiais são utilizados como recurso para trabalhar números decimais, desde o ábaco, blocos lógicos, reta numérica, o tabuleiro decimal, o material dourado, a calculadora, etc.

Na atualidade os recursos tecnológicos oferecem aos professores e alunos uma gama de ferramentas interativas que, através das visualizações e exercícios autônomos, fornecem novas ferramentas de apoio para compreensão e justificativa de noções, propriedades e algoritmos.

Contudo, existem outros tipos de recursos que cumprem um papel mediacional importante, como é o caso do livro de texto, utilizado com frequência pelo professor, auxiliando-o no processo de ensino, representando um fator chave quanto à forma que o professor se interaciona com os alunos. (KONIC, 2011, p. 87).

Assim, buscando descrever o enfoque dado ao conteúdo de Números Decimais nos livros didáticos do 5º, 6º e 7º ano do Ensino Fundamental, utilizados pelos alunos participantes da nossa pesquisa, organizamos um quadro com algumas informações sobre os números decimais nesses livros, apresentadas no Quadro 11.

De modo geral, observamos nestes livros que no tratamento dos números decimais, os autores fazem uma abordagem do conteúdo com frações, buscando na medida do possível contextualizar as situações no cotidiano do aluno e apresentando as quatro operações na forma decimal, como forma ainda de revisar o sistema de numeração decimal.

Quadro 11 - Livros didáticos

Livros	Ano escolar	Apresenta contexto histórico	Parte de Situações contextualizadas	Usa diferentes representações
Matemática e Realidade.(Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado)	5º	Não	Sim, em quase todas as atividades.	Sim. (algébrica “decimais e frações” Geométrica, pictórica).
Tudo é Matemática (Luiz Roberto Dante)	6º	Não	Sim, em quase todas as atividades.	Sim (algébrica *decimais e frações* geométrica, pictórica)
A Conquista da Matemática (José Ruy Giovanni Jr e Benedicto Castrucci).	6º	Não	Sim, em quase todas as atividades.	Sim. Algébrica, decimais e frações, situações – problemas, sistema monetário brasileiro).
Matemática (Imenes& Lelis)	7º	Não	Sim, em algumas ocasiões.	Não (apenas faz uso da representação algébrica. decimais e frações)

Quadro 11.1 - Livros didáticos

Livros	Ano escolar	Estimula o uso de materiais concretos	Faz relação com outros conteúdos	Tipos de atividades
Matemática e Realidade.(Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antonio Machado)	5º	Sim. Nas frações trabalha com o material dourado	Decomposição de nºs em centenas, dezenas e unidades para fazer contas“ de cabeça”.	Exercícios de reforço e desafios.
Tudo é Matemática (Luiz Roberto Dante)	6º	Sim (material dourado)	Sim (porcentagem, notação de medidas)	Inclui unidades de medidas; transforma número decimal em fração; representação gráfica; utiliza as quatro operações.
Matemática (Imenes&Lelis)	7º	Não	Sim (frações equivalentes)	Utiliza as quatro operações; multiplicação por 10 e por 100; encontrar a fração equivalente; simplificar frações.

Fontes: Livros Didáticos

Por fim, outros instrumentos utilizados nesta pesquisa foram os documentos do Método Kumon, em especial aqueles que contemplam o conteúdo sobre Números Decimais, apresentados no Quadro 12, a seguir:

Quadro 12 – Resumo de Conteúdos sobre Números Decimais do Kumon

NÚMEROS DECIMAIS	
Estágio	Conteúdos dos blocos
C	Revisão até B, multiplicação de 2 e 3, de 4 e 5, de 6 e 7, de 8 e 9; multiplicação de (2alg.x 1alg.), multiplicação (3 ou mais alg.x 1alg.), introdução à divisão, divisão com resto, divisão (2alg.÷ 1alg.) e divisão (3alg.÷ 1alg.).
D	Frações, transformação de fração imprópria em números mistos, inteiros e o inverso, simplificação de frações, divisores comuns (MDC)
E	Frações, adição de frações com o mesmo denominador, com denominadores diferentes e mmc, subtração de frações com mesmo denominador e denominadores diferentes, adição e subtração de frações, multiplicação de frações, divisão de frações, multiplicação e divisão de duas frações, frações e decimais.
F	Revisão do estágio E, multiplicação e divisão de três frações, adição de três frações, adição e subtração de três frações, expressões aritméticas, valor de x, problemas com enunciado, Números Decimais.
G	Aritmética básica para o estágio G, números positivos e negativos, multiplicação de números positivos e negativos, multiplicação e divisão de números positivos e negativos, expressões numéricas, valor numérico da expressão algébrica, simplificação de expressões algébricas, equações de 1º grau, problemas envolvendo equações do 1º grau.
H	Matemática básica para o estágio H, equações literais, sistemas de equações lineares com duas incógnitas, sistemas de equações lineares com três/quatro incógnitas, problemas envolvendo sistemas lineares, inequações, funções e gráficos, operações com monômios e polinômios.
I	Matemática básica para o estágio I, multiplicação de polinômios, produtos notáveis, fatoração, raízes quadradas, equações quadráticas, gráficos de funções quadráticas, aplicações do Teorema de Pitágoras.

Fonte: Programa do material didático de matemática do Kumon (2007).

Este material, apresentado em detalhes nos anexos, nos serviu de estudo e será analisado comparando-o com as propostas do currículo presentes no livro didático e nos PCN de matemática, ao tempo em que será analisado segundo os critérios de adequação didática, propostos pelo EOS.

Retomando parte do que foi detalhado no Marco Teórico, a teoria do EOS apresenta seis categorias (ou facetas) para que sejam feitas as análises dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Godino (2011) alerta que as facetas não devem ser consideradas independentes, uma vez que acontece interação entre elas.

Assim, buscando atender os nossos objetivos, trabalhamos três categorias de análises: a Idoneidade Epistêmica, a Idoneidade Cognitiva e Idoneidade Ecológica, advindas do resultado do Questionário feito com os alunos pesquisados, apresentados nos Quadros do Capítulo III.

## CAPÍTULO III ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

O que realmente importa ao conhecimento científico é a observação. “Uma observação é uma percepção, mas uma percepção que é planejada e preparada” (POPPER, 1975, p. 314).

Os métodos e os materiais utilizados nesta pesquisa, aliados à revisão da literatura embasaram e possibilitaram a captação de diferentes informações para a análise dos dados que aqui apresentamos. Este capítulo ficou organizado em três blocos de análises: no primeiro trouxemos a análise dos documentos do Método Kumon no tocante aos números decimais, contrastando em parte com o tratamento dado a este conteúdo nos PCN e nos livros didáticos utilizados pelos alunos pesquisados; no segundo bloco, apresentamos análises correspondentes à fase de observação participante que englobou, entre outras coisas, a realização do questionário e entrevista; no terceiro construímos as categorias para análise dos dados, apresentando a avaliação da Idoneidade Didática ao questionário, apontando os conhecimentos supostamente adquiridos previamente e posteriormente ao trabalho do Método Kumon sobre Números Decimais.

### 3.1 ANÁLISE DOS DOCUMENTOS DO KUMON SOBRE NÚMEROS DECIMAIS

Os documentos do Kumon, que trazemos para a análise são: 1) o Manual do Orientador – Pontos Importantes da Orientação (PIO) – o qual serve de diretriz e guia para o trabalho a ser feito pelo Orientador com os alunos e 2) os blocos de atividades para os alunos.

No PIO a abordagem para que o aluno aprenda o conteúdo de Números Decimais começa com as operações de somar subtrair, multiplicar e dividir para em seguida trabalhar com frações. As operações de somar e subtrair são trabalhadas nos Estágios 3A, 2A, A e B (Anexo B); multiplicar e dividir nos Estágios C e D (Anexo C) e as frações e decimais nos Estágios E e F (Anexo C). Após a aprendizagem de todos estes conteúdos é que o aluno adentra nos Números Decimais, os quais podem ser

vistos também no Anexo C, no Estágio F, nos blocos F 181 a F 190 e F 191 a F 200, no final do Estágio F.

Percebe-se que o maior enfoque é dado nas frações, cujo trabalho com os alunos começa no estágio D, a partir do D 151 até D191 (Anexo C), iniciando com a conversão de frações impróprias para números mistos e vice-versa, em seguida apresenta exercícios em que as frações podem ser simplificadas por “2”, “3”, “4”, “5”, “6” e “7” e por fim introduz o Máximo Divisor Comum (MDC), momento em que o orientador costuma explicar, individualmente, ao aluno que não entende, através de exemplos, como no Quadro 13 e 14:

Quadro 13 – Exemplo de resolução do MDC

Pode-se usar o seguinte método para determinar o MDC:	
$(16, 20) \rightarrow 4$ $16, 20 \mid 2$ $8, 10 \mid 2$ $4, 5 \mid$ $2 \times 2 = 4$	$(18, 30) \rightarrow 6$ $18, 30 \mid 2$ $9, 15 \mid 3$ $3, 5 \mid$ $2 \times 3 = 6$

Fonte: Kumon, Bloco D 185a.

O estágio E, também sobre frações, começa fazendo uma revisão com alguns exercícios do estágio C (multiplicação) até o D150 (divisão), em seguida inicia adição de frações com o mesmo denominador, incluindo a transformação de frações em números mistos e simplificação dos resultados.

### Quadro 14 - Adição de Frações

II Adicione observando os exemplos:

Ex.  $\frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$

Para efetuar a adição de frações, reescreva as frações de modo que os denominadores fiquem iguais.

(1)  $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8} + \frac{\square}{8} = \frac{\square}{8}$

(2)  $\frac{5}{8} + \frac{1}{4} = \frac{\square}{8} + \frac{\square}{8} = \frac{\square}{8}$

Fonte: Bloco E 41b (Kumon)

Nos exemplos dados acima observamos que as atividades são também contempladas no LD uma vez que, tal formato de apresentação é o mesmo que se encontra nos livros dos alunos.

No quarto bloco (E 41 - 45) é introduzida a adição de frações com denominadores diferentes, através da apresentação de um exercício resolvido, onde as frações são reescritas, de forma que os denominadores fiquem iguais e assim, os alunos tenham contato com as frações equivalentes.

### Quadro 15 - frações equivalentes

I Transforme as seguintes frações usando os denominadores indicados observando os exemplos:

Ex.  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$      $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$

(1)  $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{4}$                       (8)  $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{8}$

(2)  $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{12}$                       (9)  $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{9}$

Fonte: bloco E 41a (KUMON)

Quando o aluno erra o exercício é recomendado reconhecer o erro antes de apagá-lo, para então corrigi-lo. Neste bloco é introduzido o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) para determinar o denominador das frações equivalentes. Quando o aluno tem dificuldade para encontrar o MMC a dica do orientador é: obtê-lo duplicando, triplicando ou quadruplicando o denominador de maior valor (Quadro 16) cujo exemplo apresentado no exercício 8 o MMC será  $(40 \times 3 = 120)$  e no exercício 9 será  $(40 \times 4 = 160)$ . Dessa forma, encontrar o MMC fica mais fácil e mais rápido o que vem a ser um diferencial em provas muito longas como do ENEM ou vestibulares.

Quadro 16 – Duplicando, triplicando e quadruplicando.

$(6) \quad 4\frac{13}{14} + 2\frac{19}{70} =$	$(8) \quad 5\frac{8}{15} - 2\frac{33}{40} =$
$(7) \quad 3\frac{2}{15} - \frac{4}{5} =$	$(9) \quad 15\frac{3}{16} - 10\frac{9}{40} =$

Fonte: Bloco E 140b (KUMON)

Quadro 17 – Para determinar o MMC

◆ Determine o mmc dos seguintes números usando um dos exemplos abaixo (utilize o espaço à direita para calcular).

Ex. ( 8 , 12 ) → 24

<p>(Quando se sabe o MDC)</p> $\begin{array}{r l} 8 & 12 \\ 2 & 3 \end{array} \quad 4$ $4 \times 2 \times 3 = 24$	<p>(Quando não se sabe o MDC)</p> $\begin{array}{r l} 8 & 12 \\ 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array}$ $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
---	---

(1) ( 12 , 16 ) →  12 , 16 |

Fonte: Bloco E 76a (KUMON)



A partir do bloco E 101 começa a subtração de números inteiros por frações (Quadro 18), seguida de subtração de frações com denominadores comuns sem conversão do minuendo em fração imprópria, tomando empréstimo do número inteiro (Quadro 19) e subtração de frações com denominadores comuns, incluindo a operação de converter o minuendo em uma fração imprópria. Continua com a subtração de frações com denominadores diferentes sem a conversão do minuendo numa fração imprópria.

Quadro 18 – Subtração de números inteiros por frações

◆ Observe atentamente os exemplos e subtraia:

Ex.  $1 - \frac{2}{5} = \frac{\boxed{3}}{5}$   
 $\left(\frac{2}{5} + \frac{\boxed{3}}{5} = 1\right)$

(1)  $1 - \frac{1}{5} = \frac{\boxed{\phantom{0}}}{5}$

(2)  $1 - \frac{3}{5} =$

Fonte: Bloco E 101a (Kumon).

Quadro 19 - Subtração de Frações com denominadores comuns

II Subtraia:

Ex.  $1 \frac{2}{7} - \frac{6}{7} = \frac{9}{7} - \frac{6}{7} = \frac{3}{7}$

(1)  $1 \frac{1}{7} - \frac{5}{7} = \frac{\boxed{\phantom{0}}}{7} - \frac{5}{7} =$

(2)  $1 \frac{2}{7} - \frac{5}{7} =$

Fonte: Bloco E 106b (Kumon)

A subtração de frações com números mistos deve ser feita sem transformá-los em frações impróprias com um numerador maior.

Na sequência trabalham-se juntos adição e subtração de frações; em seguida multiplicação de frações; divisão de frações; multiplicação e divisão de frações, (estágios E 131 até E 180). O ponto mais importante a ser observado é se o aluno simplifica utilizando o MDC nas passagens intermediárias<sup>16</sup>.

#### Quadro 20 – Expressões aritméticas (com passagens intermediárias)

◆ Calcule. Escreva as passagens intermediárias.

(1)  $\frac{1}{2} + 15 \div 2 = \frac{1}{2} + \text{---} = \frac{1}{2} + \frac{\boxed{\phantom{00}}}{2} =$

(2)  $4 \div 8 + 2\frac{1}{2} =$

Fonte: Estágio F 73a (Kumon)

#### Quadro 21 - Multiplicação de Frações

◆ Multiplique seguindo o exemplo:

Ex.  $\frac{\overset{2}{\cancel{6}}}{7} \times \frac{2}{\underset{3}{\cancel{9}}} = \frac{4}{21}$

*Sempre que possível, simplifique antes de multiplicar.*

(1)  $\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{8}$

(2)  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} =$

Fonte: Estágio E 142a (Kumon)

<sup>16</sup> As passagens intermediárias são mais utilizadas na simplificação de frações, ou seja, o aluno deverá simplificar cada termo (ou passagem intermediária), utilizando o MDC.

### Quadro 22 - Multiplicação de Frações

◆ Multiplique seguindo o exemplo:

$$\text{Ex. } 2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$$

Na multiplicação de frações, transforme os números mistos em frações impróprias.

(1)  $1\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{\square}{5} \times \frac{3}{4} =$

(2)  $4\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} =$

Fonte: Bloco E146a (KUMON)

### Quadro 23 – Divisão de Frações

◆ Divida:

$$\text{Ex. } \frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{3}{7} \times \frac{6}{5} = \frac{18}{35}$$

Na divisão de duas frações, multiplique a primeira pelo inverso da segunda.

(1)  $\frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{\square}{\square} =$

(2)  $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7} =$

Fonte: Bloco E 161a (KUMON)

No Kumon, antecedendo a aprendizagem dos números decimais, o aluno aprende a forma de simplificar frações como apresentado no Livro Didático, como também, através das passagens intermediárias. Segundo a orientadora da Unidade Recreio (2016), as passagens intermediárias representam uma forma diferente utilizada pelo método Kumon para simplificar frações, utilizando os números inteiros, como também, o MDC. No exemplo do Jeito Kumon (Figura 16), o aluno

retira 1(un)<sup>17</sup> de 3 inteiros (  $3 - 1 = 2$ ), sobrando 2 (dois inteiros) e somo valor do denominador, neste caso é 5 (cinco - que indica ou representa o inteiro da fração que está sendo dividida) com o numerador ( $5 + 3 = 8$ ), em consequência a operação fica

dessa forma:  $2\frac{8}{5} - \frac{4}{5} = 2\frac{4}{5}$  (observar a seta na Figura 16) e em seguida, resolve a subtração da fração. Este exemplo representa uma passagem intermediária e visa ajudar o aluno a tornar mais fáceis, as contas com as frações, de um jeito mais simples e mais rápido. No exemplo do Livro Didático o aluno multiplica o inteiro

pelo denominador e soma com o numerador ( $3 \times 5 + 3 = 18$ ) resultando em  $\frac{18}{5} - \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ , em seguida o aluno deverá fazer uma conta de dividir para chegar ao resultado:  $\frac{14}{5}$

$\frac{14}{5} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ . Desta forma, o aluno faz uma conta com maior cálculo e se, não dominar as tabuadas de multiplicar e dividir, as chances de errar são mais evidentes. Os exemplos a seguir, demonstram o que foi explicado.

Figura 16 - Passagens Intermediárias

Exemplo do Jeito Kumon

$$3\frac{3}{5} - \frac{4}{5} =$$

↓

$$2\frac{8}{5} - \frac{4}{5} = \boxed{2\frac{4}{5}}$$

Exemplo do Livro Didático

$$3\frac{3}{5} - \frac{4}{5} =$$

↓

$$\frac{18}{5} - \frac{4}{5} = \frac{14}{5} = \boxed{2\frac{4}{5}}$$

Fonte: elaboração da autora.

As abordagens feitas sobre os números decimais estão contidas nos blocos de

<sup>17</sup>Retira-se 1(un) inteiro ou quantos forem necessários para fazer a subtração, exemplo:  $4\frac{1}{2} - \frac{5}{2} = 2\frac{7}{2} - \frac{5}{2} = 2\frac{2}{2}$  (neste caso, foram necessários retirar dois inteiros, ficando assim:  $3+3+1=7$ ).

F 181 e F 191, elencadas em ordem sequencial e os conteúdos relacionados a seguir:

“F181-182 – Adição horizontal e vertical de números decimais.

F183-184 - Subtração horizontal e vertical de números decimais.

F185 – Adição e subtração horizontais de números decimais.

F186-188 – Multiplicação e divisão horizontais por 10, 100, 1000 etc. de números decimais.

F189-190 – Multiplicação horizontal de decimais por números inteiros.

F191-195 – Multiplicação vertical de números decimais.

F196-200a – Divisão horizontal e vertical de números decimais.

F200b – Adição, subtração e multiplicação de números decimais.

Como já dito, para cada Estágio do Kumon é previsto um Tempo Padrão de Resolução (TPR)<sup>18</sup> para verificar o domínio do aluno no estudo. Como é necessário que o aluno trabalhe com decimais a partir do estágio G, é importante que ele aprenda com anterioridade todos os blocos. (KUMON, PIO, maio, 2007, p.74).

Percebemos que os conteúdos elencados nos estágios sobre Números Decimais do Kumon (na forma de fração), são contemplados nos Livros Didáticos utilizados nas Escolas Regulares (Quadro 11), em que estudam nossos alunos pesquisados.

Ao fazer uma análise comparativa da forma como são apresentados os conteúdos no Kumon e no LD, podemos observar que não há muita diferença na apresentação das técnicas, ambos possuem as mesmas, com exceção da passagem intermediária para trabalhar as frações.

Outra observação que fazemos é no tocante a distribuição dos conteúdos nos livros estudados pelos alunos. Estes apresentam e trabalham os conteúdos de forma mais complementar, por exemplo, adição e subtração (estruturas aditivas) estão juntas e depois a multiplicação e divisão (estruturas multiplicativas) também juntas. Os referidos livros acabam fazendo uma proposta que integra estes blocos de conteúdos trabalhando de dois em dois. Por outro lado, percebemos que o Kumon

---

<sup>18</sup> Critérios para decidir sobre as repetições: o bom ou mau andamento do aluno é determinado com base no TPR, que é medido de X a Y minutos (podem ser vistos nos Anexos A, B, C, D e E). Se o tempo padrão for menor que X, o aluno pode prosseguir sem repetições, se ultrapassar Y, será necessário repetições a partir do ponto mais fácil de entendimento. (PIZYBLSKI, 2001, p. 22 - 23).

trabalha os mesmos conteúdos, separadamente: só adição, só subtração, só multiplicação e só divisão, nesta sequência.

Em consonância com a sequência apresentada nos LD e no Kumon, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) pressupõem para o segundo e terceiro ciclos que “a ênfase maior ou menor que deve ser dada a cada item, ou seja, que pontos merecem mais atenção e que pontos não são tão essenciais”, no que concerne a organização dos conteúdos para o Ensino Fundamental e, em sendo estes “parâmetros” referências e propostas flexíveis, visando melhorar nos currículos, os padrões de qualidade educacional brasileira, ambos estão condizentes e não invalidam a competência das políticas públicas dos Estados e Municípios (BRASIL, 1998, p. 53 – 54).

Em relação às explicações de: conceito e definição, diversificação da tarefa, ilustração e contexto, estas são melhores explicitadas e exploradas no LD, enquanto que no Kumon os conceitos e definições são apresentados de forma mais sucinta, no início de cada assunto novo, apresentando os modelos de exercícios resolvidos, poucos gráficos e notas explicativas, para que o aluno entenda e caminhe utilizando os conhecimentos prévios. Quanto à diversificação de tarefas do Kumon a diferença com o LD é que nele a quantidade de exercícios é muito pequena, comparada à grande quantidade de exercícios elaborados pelo Kumon, cujo grau de dificuldade vai aumentado paulatinamente. O aluno Hefesto registrou da seguinte forma: “em um ano fiz a revisão de todos os assuntos até o Ensino Médio, vendo exercícios já vistos na escola e outros novos, inclusive fiquei surpreso com as fatorações que aprendí no Kumon e não ví em lugar nenhum, com este grau de dificuldade”. O que está explorado no LD e que não tem no material do Kumon é o contexto histórico (apresentado em alguns LD) e as ilustrações. A seguir apresentamos alguns exemplos de conceitos e definições:

## Notas

1. Para somar ou subtrair números decimais, escreva os números de modo que uma vírgula fique embaixo da outra;

2. Para multiplicar números decimais, escreva os números alinhando-os pela direita.

Fonte: Kumon, bloco F 200b, 2016.

## Simplificação de Frações

Uma fração, como  $\frac{7}{3}$ , cujo numerador é maior que o denominador, é chamada *fração imprópria*.

Um número, como  $2\frac{1}{3}$ , que é formado de um número inteiro e uma fração, é chamado *número misto*.

◆ Transforme as frações impróprias em números mistos ou inteiros:

Ex.  $\frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$

(1)  $\frac{11}{4} = 2\frac{\square}{4}$

(7)  $\frac{7}{6} = 1\frac{\square}{6}$

Fonte: Kumon, bloco D 152a.

## Números decimais

I Adicione observando os exemplos:

Ex. 1  $0,3 + 0,5 = 0,8$   
 $0,2 + 0,8 = 1$

Escreva o resultado como "1" e não "1,0".

(1)  $0,3 + 0,6 =$

(2)  $0,3 + 0,7 =$

Fonte: Kumon, bloco F 181a.

## Números decimais

◆ Divida observando os exemplos:

Ex.  $23 \div 10 = 2,3$   
 $23 \div 100 = 0,23$   
 $23 \div 1000 = 0,023$   
 $23 \div 10000 = 0,0023$

(1)  $48 \div 10 =$

(2)  $48 \div 100 =$

Fonte: Kumon, bloco F 187a.

## Números decimais

I Divida observando os exemplos:

Ex.  $120 \div 5 = 24$   
 $12 \div 5 = 2,4$

*Neste bloco, ao escrever a resposta como número decimal, a divisão deve ser efetuada até que se obtenha o resto zero.*

(1)  $140 \div 4 =$

(2)  $14 \div 4 =$

Fonte: Kumon, bloco F 196a.

O Kumon parte do princípio que remetendo o aluno a uma série de atividades, como as que os seus bloquinhos vão oferecendo, ele, por si só, vai se dando conta dos conceitos. O Kumon define como autoinstrução, reportando-nos a Dottrens (1977), com o seu trabalho sobre o Ensino Individualizado, respeitando a curiosidade natural das crianças e que é “um trabalho adaptado a cada indivíduo, porque será ele próprio a executá-lo em condições bem precisas” (DOTTRENS, 1977, p.28).

Uma análise deste material do Kumon desde o olhar dos critérios do EOS, em específico para o critério de Idoneidade Epistêmica (Quadro 2), observamos que o



mesmo apresenta uma quantidade representativa de exercícios, que facilita/estimula a memória dos alunos, todavia, não apresenta uma amostra articulada de situações contextualizadas. Quanto aos indicadores de linguagem, não apresenta uma variedade, explora em maior quantidade a linguagem algébrica, contudo apresenta os conceitos básicos em forma de lembretes explicativos, exemplos ou gráficos representativos para algumas questões, principalmente na introdução de assuntos novos (explicitado na página anterior).

Do ponto de vista da linguagem correta o que se apresenta de conteúdo matemático nos bloquinhos do Kumon é satisfatório, (mesmo não apresentando uma amplitude do conteúdo), acrescidos dos exercícios e suas aplicações, os procedimentos e as relações entre os objetos matemáticos, pressupõe-se que a Idoneidade Epistêmica se cumpre.

Quanto à Idoneidade Cognitiva o que se nota por trás desse trabalho com o Kumon é que nas diretrizes do ensino individualizado do Método Kumon estão inseridas: a busca pelo potencial de cada aluno e a procura por desenvolver esta capacidade ao máximo limite. Para que isto aconteça é atribuído um conteúdo adequado à capacidade do aluno no processo de aprendizagem, ou seja, ajustar à sua capacidade o material de estudos, a partir de um ponto fácil que ele domine, visando não desanimar-se por não saber e mostrar-lhe que é possível um novo caminho para se desenvolver, proporcionando-lhe um resgate do que não havia aprendido (PIZYBLSKI, 2001, p.19-20).

Esta forma de trabalhar com o referido método coaduna-se com Godino (2011) ao referir-se com o nível de adequação dos objetivos traçados, visando às capacidades e conhecimentos prévios dos alunos, através de um conjunto de elementos que possibilitem perceber se os conteúdos apresentados estão adequados ao seu nível de aprendizagem e se os resultados obtidos são os esperados.

Observa-se nesta proposta do Kumon a intenção de que o aluno aprenda o conteúdo e de fato, em seus registros, de alguma forma, acabam ressaltando essa aprendizagem. Então, a Idoneidade Cognitiva parece se cumprir.

Os critérios do EOS ao referir-se à Idoneidade Ecológica postulam-na como um processo de adaptação ao estudo, através do Projeto Político Pedagógico das

unidades escolares, seguindo as bases das diretrizes curriculares nacionais quanto às condições do entorno social e outros. Entende-se como entorno tudo que está fora da sala de aula e que interfere direta ou indiretamente na mesma (GODINO, 2011).

Sendo o kumon uma unidade escolar cujos conteúdos matemáticos são trabalhados fazendo uma aproximação com as diretrizes curriculares nacionais e tendo um projeto pedagógico próprio, cujo material Didático – dos Estágios 6A até F apresentam correspondência com os anos iniciais do Ensino Fundamental, os estágios G até I correspondem às séries finais do Ensino Fundamental e do J em diante os materiais correspondem ao ensino Médio e ao nível universitário (conteúdos elementares)(PIZYBSKI, p. 22). Logo, no tocante a estes itens a Idoneidade Ecológica parece se cumprir neste material.

Vale ressaltar que o Método Kumon tem como ponto de partida o conhecimento prévio do aluno em Matemática, o qual, tanto pode ter sido adquirido pelo aluno na Escola Regular, quanto no ambiente familiar ou social e parte do princípio que os conceitos já foram aprendidos pelos alunos ou aprenderão na série escolar correspondente.

### 3.2 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO (Pré-teste e Pós-teste)

Para análise do questionário serão usados os critérios de idoneidade: epistêmica, cognitiva e ecológica. No epistêmico, serão considerados os conhecimentos de referência que se espera para cada item do questionário; no cognitivo as respostas dadas pelos alunos, adaptações curriculares às diferenças individuais, a apropriação dos conhecimentos, compreensões e competências pretendidas e no ecológico a adaptação do estudo à Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). Vale ressaltar, mais uma vez, que as questões do questionário, em sua maioria, vieram da tese de Konic (2011) e para o epistêmico tomamos como referência os mesmos critérios utilizados por esta autora.

Ressalta-se também, como suporte para as análises, a leitura de Iezzi, Dolce e Machado (2006) em Matemática e Realidade/ 5º ano - Livro Didático, utilizado pelos alunos pesquisados, na escola regular - após apresentarem fração decimal, utilizando

figuras com o material dourado, discorrem sobre o número decimal, da seguinte forma:

“Vamos estudar agora os *numerais decimais* que são outro modo de representar as frações.”

Precisamos representar *partes da unidade*. Então, vamos *ampliar* o sistema de numeração decimal, da seguinte maneira:

1º) Colocamos uma vírgula para separar as unidades inteiras das partes da unidade.

2º) Criamos novas ordens à direita da vírgula – ordens decimais (ou *casas decimais*).

Não devemos esquecer que cada ordem vale  $\frac{1}{10}$  da ordem que está à sua esquerda” (IEZZI; DOLCE e MACHADO, 2006, P. 202).

Assim, as orientações destes autores subsidiaram as análises do Questionário. Embora a pesquisa de Konic (2011) fosse feita com futuros professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental e nesta, para alunos do Ensino Fundamental, ambas tiveram em comum a visão do EOS. Buscando respeitar a diferença de olhar entre professores e alunos, foram feitas as devidas adaptações nos itens do questionário e nas nossas análises, o foco foi intencionalidade.

Trouxemos as análises item a item quando apresentamos o enunciado do Item, o respectivo quadro de configuração epistêmica com objetivos e intencionalidades requeridas para cada uma delas, configuração cognitiva com as respectivas estatísticas pré e pós- testes e considerações gerais sobre as análises.

Salientamos que em todos os Itens do questionário, apresentados em forma de Tabelas, as respostas dos alunos foram categorizadas como: Bem, Parcialmente Bem, Mal e Em Branco.

Item 1 - Explique com suas próprias palavras, o que entende por número decimal.

Quadro 24 – Configuração Epistêmica relacionada ao Item 1

Objetivos	Conceitos de referência	Intencionalidade
Avaliar qual a compreensão que os alunos têm sobre números decimais.	Número decimal é um número racional que admite ao menos uma representação fracionária decimal (uma fração cujo denominador é ou pode ser convertido em potência de 10). Número decimal é um número racional que admite uma expressão decimal finita (Konic, 2011).	Perceber o conhecimento comum que os alunos têm sobre números decimais.

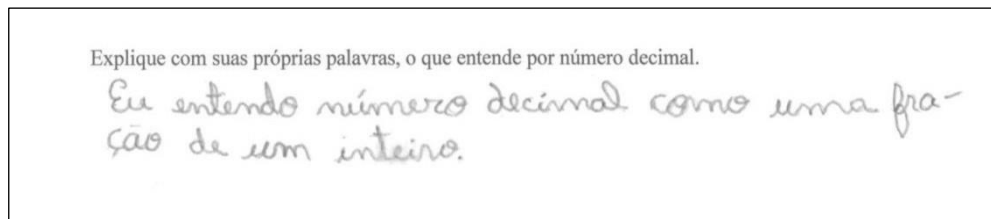
O objetivo deste Item é avaliar a compreensão que os alunos têm sobre Números Decimais, observando que o seu significado está centrado em um conceito ou definição sobre esta compreensão. Na Tabela 1 apresentamos a estatística das respostas dos alunos sobre essa questão, categorizando suas respostas em correto, parcialmente correto e errado:

Tabela 1 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 1

O que você entende por número decimal?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Números com vírgula	4	Números com vírgula	4
	Números que tem casas decimais depois da vírgula	1	Representação de fração	1
	Fração de um número inteiro	1	Pedaços de um nº inteiro	2
PARCIALMENTE E BEM	Localizado entre inteiros	1	Um número quebrado	1
	Lembra o preço das coisas, Ex.: R\$ 1,50 e R\$ 12,50	1	Número maior que zero e menor que um.	1
	Todo número que possui uma casa depois da vírgula e não é inteiro.	1	Um número inteiro mais uma parte menor que não é inteiro. Todo número que não é inteiro.	1 1
MAL	É 10; 100 ou 1000	2		0
EM BRANCO				
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para ilustrar este Item, foi dada pelo aluno Perseu.



Como podemos observar os conceitos de referência deste item, mobilizam elementos de significados centrados em conceito ou compreensão sobre os Números Decimais.

Assim, Konic (2011) referenda que estes elementos, somados aos linguísticos, cobram no item, uma importância especial, uma vez que identificar uma tipologia numérica através de um “nome” requer não somente uma expressão linguística, como também o enfrentamento do aluno com uma complexidade epistêmica própria dos sistemas numéricos, além do que, saber distinguir elementos como parte de uma classe numérica, é necessário um conhecimento profundo das propriedades que os caracteriza.

A nomenclatura de Número Decimal era nova para dois alunos ao informarmos que não sabiam que tinha este nome. Os nove (09) restantes haviam memorizado um conhecimento comum de que um número com vírgula corresponde ao Número Decimal.

Nesse sentido, no tocante a Idoneidade Cognitiva estes dois alunos apresentam conhecimentos prévios muito elementares com relação ao Item, não apresentando maiores indícios de apropriação dos conhecimentos, em nível formal.

Arriscamos a dizer que a intencionalidade do Item, saber o conhecimento comum, a maioria dos alunos apresentou compreensão sobre estes números, tanto no pré como no pós-teste, sendo ampliadas as suas respostas no pós-teste.

Item 2 - Circule entre os números, aqueles que você reconhece como números

decimais:

1/3

1,45

10/5

2

0,333...

180

Quadro 25 – Configuração Epistêmica relacionada ao Item 2

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Reconhecer diferentes tipos de representações com números decimais.	Número racional decimal Número racional não decimal. Fração própria Fração imprópria (número misto)	Que o aluno demonstre perceber a relação do número decimal com as demais classes de números (naturais, racionais, reais).

O objetivo deste Item é o aluno perceber as características dos Números Decimais e suas particularidades em relação às outras formas que os números se apresentam. Na sequência apresentamos a Tabela 2, com a estatística das respostas dos alunos no Item 2.


Tabela 2 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 2

Circule os números decimais: 1/3; 1,45; 10/5; 2; 0,333 e 180.	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	1/3; 1,45 e 0,333	5	1/3; 1,45 e 0,333	6
PARCIALMENTE BEM	1,45 e 0,333	5	1,45 e 0,333	5
MAL	0,333 e 180	1		0
EM BRANCO				
TOTAL		11		11

Fonte: elaborado pela autora.

A resposta para ilustrar este Item foi dada pela aluna Hera.

**Item 2**  
Circule entre os números, aqueles que você reconhece como números decimais:



The image shows six boxes arranged horizontally, each containing a number. From left to right: a square box with  $1/3$ ; a square box with  $1,45$  circled; a trapezoidal box with  $10/5$ ; a square box with  $2$ ; a trapezoidal box with  $0,333\dots$  circled; and a square box with  $180$ .

Os conceitos de referência deste item apontam para que os alunos percebam as diferentes formas que os números se apresentam e reconheçam dentre eles os números decimais.

Dos nossos pesquisados, observamos no pré-teste que 05 (cinco) alunos perceberam essa diferença e reconheceram todos os números decimais no item, ao passo que 05 (cinco) alunos reconheceram dois destes números e um número que está posto em forma de fração, não foi reconhecido como decimal, conforme exemplo ilustrado. Somente um aluno demonstrou não perceber as diferentes formas do número decimal.

No pós-teste houve um (1) aluno a mais no quesito certo, aumentando para 06 (seis) alunos, enquanto na resposta parcialmente correta permaneceram 05 (cinco). Não houve item errado.

O estudo de Konic (2011) nos mostra a importância do reconhecimento de um número dentro de um campo determinado e, mesmo ciente de que um número pode se apresentar de diferentes formas não é tarefa fácil identificá-los corretamente, reconhecê-los e estabelecer relações, embora esteja entre os significados parciais necessários para formar conceitos. Assim, arriscamos a dizer que na maioria dos alunos pesquisados a Idoneidade Cognitiva foi contemplada.

Distinguir o número decimal entre diferentes escritas pode representar um conflito semiótico (GODINO, BATANERO e FONT, 2003). Em consequência pode levar a posteriores conflitos ou obstáculos na aprendizagem de matemática. (GODINO e FONT, 2007).

**Item 3a**  
 Marque os seguintes números na reta numérica:

Três décimos; 0,3       $\frac{3}{10}$       um terço       $\frac{10}{3}$ ;      2;       $\frac{10}{5}$

**Item 3b**

Por meio de barrinhas, quadradinhos, riscos ou outra forma que desejar, represente os números a seguir:

- 3/10
- um terço
- 2
- 1,5

Quadro 26 – Configuração Epistêmica relacionada aos Itens 3a e 3b

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
<p>Item 3a                      Identificar o número através de diversos tipos de representações.</p> <p>Item 3b                      Representar por meio de desenhos, gráficos de área, os números decimais e não decimais.</p>	<p>Expressão decimal de um número                      Reta numérica racional                      Unidades, dezenas, unidades inteiras de primeira e segunda ordem na expressão decimal de um número. Décima e centésima - unidades decimais de primeira e segunda ordem, na expressão decimal de um número.</p> <p>Uma solução de referência, esperada por Konic (2011):</p>	<p>Perceber a distinção entre número e representação de um número racional.</p> <p>Espera-se que o aluno demonstre saber reconhecer uma fração.</p>

O objetivo dos Itens 3a e 3b é expandir sobre os significados pessoais expressos pelos alunos, não só no reconhecimento de diferentes representações para um número.

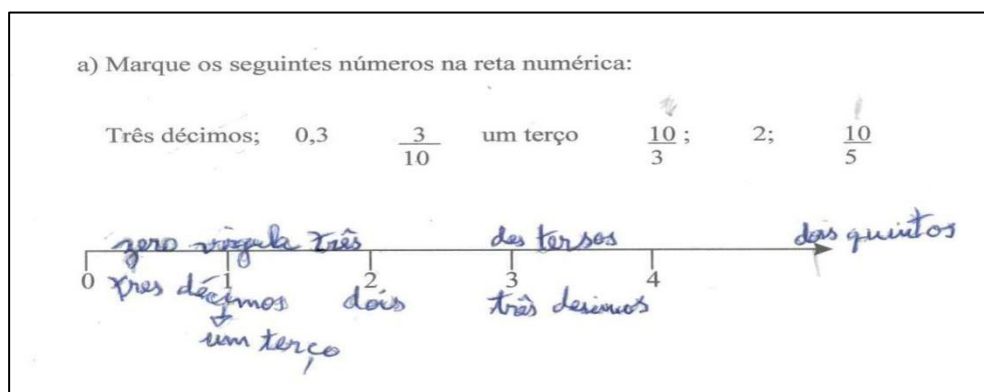


Tabela 3a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 3a.

Marque os seguintes números na reta numérica: três décimos; 0,3; $\frac{3}{10}$ ; 2; um terço; $\frac{10}{3}$ e $\frac{10}{5}$ .	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Acertaram todas	6	Acertaram todas	4
PARCIALMENTE BEM	Marcou $\frac{10}{3}$ como se fosse três décimos e acertou as outras.	4	Não marcou na reta: três décimos e um terço. Acertou as outras.	2
			Marcou $\frac{10}{3}$ incorreto. Acertou as demais.	3
MAL			Trocou os pontos na reta.	2
EM BRANCO	Deixou em branco	1		0
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para ilustrar este Item foi dada pelo aluno Hermes.



No Item 3a é introduzida a reta numérica, como outra forma de representação, precisamente uma representação decimal, uma vez que este recurso permite a gradação regular de uma quantidade de comprimento com o objetivo de localizar expressões fracionadas e, em particular, número de casas decimais. (KONIC, 2011).

Dentre os pesquisados do Item 3a, no pré-teste, ficou assim: seis (06) alunos marcaram corretamente na reta os valores indicados, com as distintas representações para o mesmo número; quatro (04) deles tiveram dois ou três acertos e o aluno

Hermes embora tivesse assinalado na reta, o fez num ponto qualquer, demonstrando desconhecimento, conforme a ilustração da resposta acima, representada por ele.

Na pesquisa de Konic (2011) este item foi retirado de um livro de texto, do Ensino Fundamental I, apresentando o número decimal com uma forma particular de número com vírgula e ao mesmo tempo em outra seção pretendendo que os alunos distinguíssem o mesmo número decimal de três formas diferentes.

Observando os alunos, na Tabela 3a, percebemos que enquanto no pré-teste eles tiveram dez (10) respostas consideradas corretas, no pós-teste tiveram uma (01) a menos, reduzindo para nove (09) acertos, entendendo por Bem o caso em que os alunos representaram  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{10}{3}$  de maneira aproximada (sobre a escala dada, sem construir uma escala conveniente); e Parcialmente Bem os que realizaram bem, ao menos quatro das sete representações e Mal, o restante dos casos.

Assim, podemos afirmar que o objetivo proposto de identificar o número através de diversos tipos de representações foi atingido, como também a Idoneidade Cognitiva no quesito aprendizagem dos alunos do Kumon foi contemplada.

Tabela 3b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 3b.

Por meio de barrinhas, quadradinhos, riscos ou outra forma que desejar, represente os números a seguir: 3/10; um terço; 2 e 1,5	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Respost a dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Acertaram todas	4	Acertaram todas	5
PARCIALMENTE BEM	Representou 3/10 e um terço	3	Representaram 3/10 e um terço	3
	Representou 3/10; 2;1,5 e não acertou representar um terço.	1	Representou 3/10; 2;1,5 e não acertou representar um terço.	1
	Representou 3/10; um terço;1,5 e não acertou representar o 2.	1	Representou 3/10; um terço; 1,5 e não acertou representar o 2.	1
MAL	Errou a maioria	1		
EM BRANCO	Deixou em branco	1	Deixou em branco	1
TOTAL		11		11





Fonte: adaptado de Konic (2011).

Como apresentado na Tabela 3b, no pré-teste e no pós-teste, a maioria das respostas dos alunos foram assertivas e coincidentes, num total de nove (09). A diferença percebida foi na categorização Mal, quando um (01) aluno deixou a questão em branco tanto no pré quanto no pós-teste e uma aluna que só havia acertado representar um terço ( $\frac{1}{3}$ ) em forma de barrinhas no pré-teste, errando as demais formas. Após três meses, ao realizar o pós-teste, esta aluna (Atena) passou a representar corretamente, todas as formas, ampliando a quantidade de respostas, consideradas como Bem, para dez (10). Vejamos o exemplo do seu pré e pós-teste.

Ilustração das respostas da aluna Atena.





Pré - teste

b) Por meio de barrinhas, quadradinhos, riscos ou outra forma que desejar, represente os números a seguir:

- $3/10$  
- um terço 
- 2 
- 1,5 

Pós - teste

b) Por meio de barrinhas, quadradinhos, riscos ou outra forma que desejar, represente os números a seguir:

- $3/10$  
- um terço 
- 2 
- 1,5 

Em geral, os alunos conseguiram de forma correta ou parcial apresentar na forma pictórica, os números solicitados no Item. Em consequência, a referida aluna assim como, a maioria dos pesquisados, demonstrou atingir a intencionalidade do Item - saber reconhecer uma fração. Isso nos faz perceber, segundo Godino (2011) que houve envolvimento e articulação entre os significados pessoais iniciais e os institucionais planejados.

Deduzimos também, através das configurações epistêmicas que foi possível perceber, a ocorrência de conflito no pré-teste da aluna Atena:

- representar três dos números solicitados, na configuração que não lhes correspondem.

Este tipo de conflito foi resolvido no pós-teste. Significa dizer que não só esta aluna como a maioria deles, demonstrou entender os diferentes modos de expressões matemáticas (verbal, simbólica ou gráfica) e que o nível de linguagem estava adequado aos alunos.

Não só o epistêmico como colocamos até aqui, como o cognitivo está presente através do domínio dos alunos que não precisaram de ajuda para que a aprendizagem ocorresse, ou seja, a aprendizagem esteve na Zona de Desenvolvimento Proximal.

#### Item 4

Em um livro de texto, encontramos o seguinte problema:

- A parte inteira é 16
- Os centésimos são a metade da parte inteira
- Os décimos são a metade dos centésimos

De qual número se trata?

Quadro 27 – Configuração Epistêmica relacionada ao Item 4

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Valor posicional dos números, parte inteira e decimal.	Valor das cifras de um número muda segundo sua posição na escrita dele mesmo. Um número é maior ou menor que outro se a diferença entre ambos é maior ou menor que zero.	Perceber o valor posicional do número: parte inteira e parte decimal.

Como objetivo deste Item, o aluno deverá perceber o valor posicional dos números, parte inteira e parte decimal. A estatística dos resultados dos alunos está demonstrada na sequência.

Tabela 4 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 4.

Em um livro de texto, encontramos o seguinte problema: A parte inteira é 16. Os centésimos são a metade da parte inteira; os décimos são a metade dos centésimos. De qual número se trata?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Responderam 16,48	7	Responderam 16,48	8
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL	Responderam 16,84	4	Respondeu 16,84..... 1 Respondeu 16 8/4..... 1	2
EM BRANCO		0	Em branco	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para ilustrar este Item foi dada pelo aluno Zeus.

## Pré- teste (item 4)

Em um livro de texto, encontramos o seguinte problema:

- A parte inteira é 16
- Os centésimos são a metade da parte inteira
- Os décimos são a metade dos centésimos

De qual número se trata?

a) 16. b) 8,000 c) 4,00 R: 16,84

## Pós-teste (item 4)

Em um livro de texto, encontramos o seguinte problema:

- A parte inteira é 16
- Os centésimos são a metade da parte inteira
- Os décimos são a metade dos centésimos

De qual número se trata?

16,48

Observamos na Tabela 4 que no pré-teste 07 (sete) alunos acertaram o Item em relação ao inteiro, os décimos e os centésimos e no pós-teste este número foi acrescido de um (01), aumentando para oito (08) alunos, assim especificados: Perseu, Eros, Apolo, Posêidon e Hefesto acertaram na resolução da questão, tanto no pré- teste quanto no pós-teste, enquanto Zeus (exemplo apresentado), Atena e Artêmis haviam errado no pré-teste e acertaram no pós-teste, demonstrando avanço na resolução do Item. Salienta-se que os alunos Hera e Ares erraram o Item, tanto no pré-teste quanto no pós-teste apresentando dificuldade em representar a metade do inteiro na forma centesimal e Hermes deixou em branco. Assim, devido ao fato de a maioria dos alunos responderem de forma correta, arriscamos afirmar que a Aprendizagem Cognitiva foi contemplada.

## Item 5a

É possível suprimir um zero do número 470,05 de tal forma que:

1 – Se obtenha um número maior?

Responda e justifique

2 – Ou um número menor?

## Item 5b

É possível intercalar um 0 (zero) no número 19,38 de tal forma que:

1 – Se obtenha um número maior

2 – Se obtenha um número menor

## Quadro 28 –Configuração Epistêmica relacionada ao Item 5(a, b)

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Diferença entre o número decimal e expressão decimal de um número.	Valor posicional dos números: Parte inteira e parte decimal Número natural Número racional Fração geratriz	Perceber a ordenação dos números decimais.

O objetivo deste Item é o aluno perceber a diferença entre o número decimal e a expressão decimal de um número.

Nos Itens 5a e 5b optamos por analisá-los juntos, devido à proximidade dos resultados entre os dois itens e o objetivo proposto.

Tabela 5 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos nos Itens 5a e 5b.

É possível suprimir zero ou intercalar zero dos números 470,05 e 19,38 para obter um número maior ou menor? Justifique.	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Números maiores 470,5 e 109,38 Números menores 47,05 e 19,038	7	Números maiores 470,5 e 109,38 Números menores 47,05 e 19,038	9
PARCIALMENTE BEM	Número menor 47,05.... 1 Número maior 470,5..... 1	2		
MAL	Errado ..... 1 Resposta incompleta..... 1	2	Errado	2
EM BRANCO		0		0
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para ilustrar este Item foi dada pela aluna Artêmis.

Pré -Teste (itens 5a e 5b)

a) É possível suprimir um zero do número 470,05 de tal forma que se obtenha um número maior? Ou um número menor? Justifique as duas respostas.

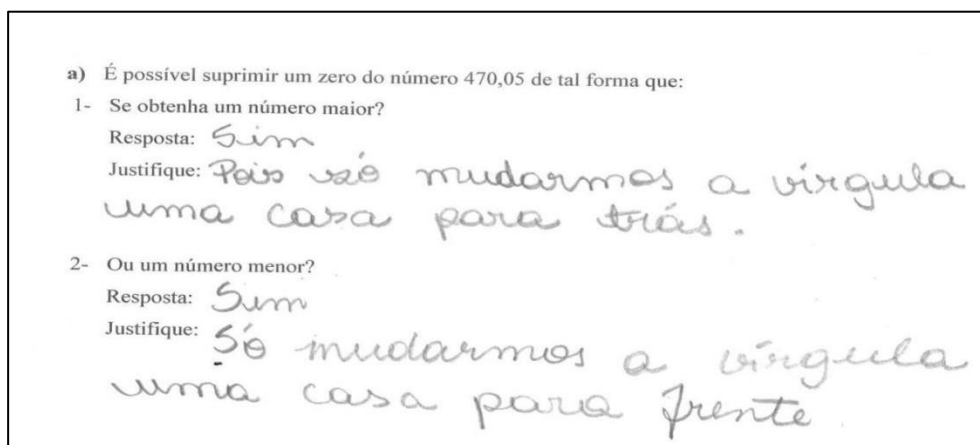
Número maior: 470,5, sim  
Número menor: 47,05, sim

b) É possível intercalar um 0 (zero) no número 19,38 de tal maneira que se obtenha um número maior? E para obter um número menor? Escreva todas as possibilidades. Justifique as respostas.

maior: 190,38  
menor: 19,308



## Pós-Teste (itens 5a e 5b)



A Tabela 5 nos remete à intencionalidade de levar o aluno a perceber a ordenação dos números decimais e reconhecimento do valor posicional do número. Em consequência observamos que sete (07) alunos tiveram êxito na resolução dos itens no pré-teste, enquanto dos quatro (04) restantes, dois (02) acertaram parcialmente as questões (ilustrada pela aluna Artêmis) e os outros dois (02), um apresentou resposta incompleta e o outro errou. Observou-se no pós-teste que houve um aumento de dois (02) alunos, nas respostas corretas, levando-os a migrarem da categoria Parcialmente Bem para Bem, apontando um acerto de nove (09) dos nossos pesquisados, levando-nos a perceber que o conteúdo do estudo fez sentido para eles em diferentes níveis e que a configuração cognitiva se cumpriu.

Segundo Konic (2011) este item permite avaliar os conteúdos curriculares do Item 2, expressão decimal de um número racional, valor posicional dos números, parte inteira e parte decimal, como também o conteúdo da Item 8 ordenação de números decimais.

Item 6a - A expressão 1,3456789 representa um número decimal?

Item 6b - Representa um número decimal a expressão 0,454545... (45 repetido indefinidamente?)

Item 6c - É um número decimal o número cuja expressão é 4,10999...(sendo o nove (9) repetido indefinidamente?)

Item 6d - É decimal o número três (3)?

Quadro 29 – Configuração Epistêmica relacionada ao Item 6 (a,b,c,d)

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar o conhecimento comum dos alunos sobre números decimais, através de expressões numéricas.	Valor posicional dos números Ordenação de números decimais. Expressão decimal de um número decimal. Operação geratriz.	Perceber evolução dos mesmos conteúdos dos exercícios anteriores.

O objetivo deste Item foi avaliar o conhecimento comum dos alunos sobre números decimais, nas suas diversas expressões numéricas. Optou - se analisar o Item 6 com seus sub-itens juntos, devido ao fato do objetivo das Configurações Epistêmicas contemplarem os quatro (4) sub-itens, onde os resultados foram expressos na Tabela 6, apresentados a seguir:

Tabela 6 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 6 (a,b,c, d).

As expressões: 1,3456789; 0,454545 (sendo 4 repetido indefinidamente); 4,109999 (sendo 9 re - repetido indefinidamente?) e o nº 3, representam um número decimal? Justificar.	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Respost a dos alunos
BEM	Sim, porque tem vírgula.	8	Sim, porque tem vírgula.	9
PARCIALMENTE BEM	Sim. Não justificaram	2		
MAL	Não é nº decimal porque tem resto.	1	Não é número decimal	1
EM BRANCO		0	Em branco	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para ilustrar este Item foi dada pelo aluno Ares.

## Pré-Teste (item 6)

-----

a) A expressão 1,3456789 representa um número decimal? *Sim, pois é um número*  
Justifique a resposta. *com vírgula*

b) Representa um número decimal a expressão 0,454545...(45, repetido indefinidamente)? *Sim, porque esse número possui vírgula*

c) É um número decimal o número cuja expressão decimal é 4,10999...(sendo o 9 repetido indefinidamente)? *Sim, pois o número possui vírgula*

d) É decimal o número 3? *Não*

## Pós-Teste (item 6)

a) A expressão 1,3456789 representa um número decimal?  
Resposta: *Sim*  
Justifique: *Porque o número tem vírgula*

b) Representa um número decimal a expressão 0,454545...(45 repetido indefinidamente)?  
Resposta: *Sim*  
Justifique: *porque qualquer número com vírgula é decimal*

c) É um número decimal o número cuja expressão é 4,10999...(sendo o 9 repetido indefinidamente?)  
Resposta: *Sim*  
Justifique: *porque qualquer número com vírgula é decimal*

d) É decimal o número 3?  
Resposta: *Não*  
Justifique: *Porque não possui coisa depois da vírgula*

A nossa leitura da Tabela 6 é que neste Item foram apresentados quatro (04) sub-ítem, cuja intenção foi perceber se houve evolução sobre os conteúdos dos exercícios anteriores.

Cada sub-item apresenta conteúdos específicos, descritos na análise de cada um, embora apareçam procedimentos para facilitar nas respostas (conversão de um número racional, expresso como um número decimal, à forma fracionária), onde o

argumento para responder à pergunta colocada, mostra a presença ou ausência dos conteúdos apresentados (KONIC, 2011, p.205-209).

Enquanto na pesquisa de Konic buscou-se o conhecimento do conteúdo (ou específico) nesta pesquisa buscou-se o conhecimento comum. Naquele estudo, os futuros professores manifestaram muitas dificuldades para expressar a distinção entre número decimal e expressão decimal. Nesta pesquisa, buscou-se o conhecimento comum e a evolução dos alunos sobre este conhecimento, o que foi confirmado por 08 (oito) alunos no pré-teste, com evolução positiva para 09 (nove) alunos no pós-teste, conforme o exemplo do aluno Ares, que apresentamos a ilustração.

Assim, levando-se em conta os mesmos elementos da Idoneidade Epistêmica, diversas maneiras de avaliar indicam que os alunos se apropriam dos conhecimentos, compreensões e competências pretendidas (Godino, 2011), podemos afirmar que oito (08) alunos já demonstraram no pré-teste atingir o objetivo de saber o conhecimento comum sobre números decimais, acrescido de um (01) aluno no pós- teste, ampliando para nove (09) a quantidade de acertos. Então, podemos dizer que a dimensão cognitiva foi contemplada.

#### Item 7

O seguinte Item corresponde a uma prova realizada por uma professora, para avaliar o conhecimento de seus alunos acerca dos números decimais. Sabemos que o próximo número do número natural 54 é o número natural 55. Responda:

- a) Existe um número natural imediatamente a seguir do número 23,5?
- b) Existe um número decimal que segue imediatamente o número 32,13?

Quadro 30 - Configuração Epistêmica e relacionada ao Item 7a e 7b

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar a propriedade de densidade, os significados pessoais manifestados pelos alunos para o professor em relação a atividades que são válidas para os números naturais e não para os racionais.	Número natural, particularizado em 54, 55, 24; Número decimal, particularizado em 23,5 e 32,13 Ordenação de números naturais, particularizado em 55 e seu sucessor (ou antecessor?) de 54.	Perceber o conhecimento comum do conteúdo, como também o conhecimento do conteúdo que o aluno tem em relação à propriedade sucessor.

Tabela 7a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 7a

Problema: o próximo número natural de 54 é 55. Existe um número natural a seguir do número 23,5?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Número 24.	6	Número 24.	7
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL	Número 24, 5..... 1 Não sabe.....3 Número 23,6..... 1	5	Em branco ..... 1 Número 23,6..... 2 Não sabe..... 1	4
EM BRANCO		0		0
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

Item 7a – Este Item apresentado acima pretendeu verificar o conhecimento e domínio dos alunos, sobre a propriedade da densidade do número sobre seu sucessor.

A resposta para ilustrar este Item foi dada no pré e pós-teste, pelo aluno Ares.

#### Pré-Teste (item 7a)

<p>A seguinte questão corresponde a uma prova realizada por uma professora para avaliar o conhecimento de seus alunos acerca dos números decimais.</p> <p>Sabemos que o próximo número do número natural 54 é 55.</p> <p>a) Existe um número natural imediatamente a seguir do número 23,5? Qual ou quais seriam? Não</p>
---

## Pós Teste (item 7a)

A seguinte questão corresponde a uma prova realizada por uma professora para avaliar o conhecimento de seus alunos acerca dos números decimais.

Sabemos que o próximo número do número natural 54 é o número natural 55.

c) Existe um número natural imediatamente a seguir do número 23,5?

Resposta: Sim

Qual ou quais seriam? 24

Ao analisar o Item 7a, buscou - se inicialmente os resultados da pesquisa de Konic (2011) quando a maioria dos participantes acertou sobre o sucessor dos números decimais embora apresentassem desconhecimento sobre o caráter denso destes números. Buscou - se também a resposta esperada por ela, neste Item:

- ▶ o número natural que segue imediatamente 23,5 é 24.

Nesta pesquisa, como na de Konic(2011) também percebeu - se a dificuldade de alguns alunos em decorrência da falta de compreensão de propriedades do conjunto dos números reais. Contudo, o objetivo do item sobre a compreensão da existência de um número natural a seguir do número 23,5 foi atingido pela maioria dos nossos pesquisados. Ou seja, seis (06) alunos indicaram o número natural na categoria Bem no pré-teste e quatro (4) alunos atingiram a categoria Mal, inclusive o aluno Ares (6º ano na Escola Regular) que ilustra o exemplo. Todavia, observou - se que ele avançou da categoria Mal para a categoria Bem, após três meses (fazendo atividades sequenciais do Kumon) período em que atingiu os conteúdos dos números decimais, ampliando para sete (07) o número de acertos no pós-teste. O aluno Zeus acertou a questão no pré-teste e errou no pós-teste, lembrando que este aluno embora esteja no 6º ano da Escola Regular, no Kumon ainda não alcançou o conteúdo de números decimais.

A ordenação e inclusão hierárquica, segundo Piaget (1975) sintetiza os dois esquemas básicos que definem o número. O primeiro é a Sequenciação, que segue uma ordem direta e linear de grandeza e pode ser crescente ou decrescente. Já no segundo, ao contar, a criança indica um número que represente todo o grupo e não somente o último, ou seja, a Inclusão Hierárquica.

Enfim, podemos crer que em 07 (sete) alunos a Idoneidade Cognitiva se cumpriu e os demais tiveram erro de Sequenciação, demonstrando assim que não tinham os conhecimentos prévios necessários para que a Idoneidade Cognitiva se cumprisse.

### Item 7b

Existe um número decimal que segue imediatamente o número 32,13

Tabela 7b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 7b

Existe um número decimal que segue imediatamente o número 32,13?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Nº 32,131 ..... 1 Nº 32,14 ..... 6	7	Nº 32,131 ..... 1 Nº 32,14..... 7	8
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL	Número 34,13 ..... 1 Não sabe ..... 2 Em branco..... 1	4	Em branco..... 1. Não sabe..... 2	3
EM BRANCO		0		0
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para este Item foi dada no pós-teste, pelo aluno Ares.

### Pré Teste (item 7b)

b) Existe um número decimal que segue imediatamente o número 32,13  
Qual ou quais seriam? *Não*

Três alunos responderam da seguinte maneira:  
*Nicolas respondeu: é 24 e 32,14; Ruth respondeu: é 24 e 32,131; Florencio respondeu: é 23 e 32,12.*

Estão corretas as respostas dos alunos? Justifique sua resposta. *Não, porque as respostas contêm números decimais.*

## Pós-Teste (item 7b)

b) Existe um número decimal que segue imediatamente o número 32,13? Resposta:  
 Resposta: *Sim*  
 Qual ou quais seriam? *32,131*

Três alunos responderam da seguinte maneira:  
*Nicolas respondeu: é 24 e 32,14;*  
*Ruth respondeu: é 24 e 32,131;*  
*Florencio respondeu: é 23 e 32,12.*

Estão corretas as respostas dos alunos? Justifique sua resposta.  
*Sim, apenas a de Nicolas e Ruth, porque existem muitas maneiras de considerar os decimais*

Para análise da Tabela 7b, buscou - se em Konic a resposta esperada para este Item que é a seguinte:

- não existe um número decimal que siga imediatamente a outro, já que entre dois decimais, sempre existe outro decimal. Portanto, Nicolas respondeu 24 e 32,14, Ruth respondeu 24 e 32,131 e Florêncio respondeu 23 e 32,12 (KONIC, p.213).

Entretanto, é válido lembrar que todos os alunos pesquisados, já estavam sendo observados e dariam continuidade à resolução dos seus materiais no método Kumon, por um período de três (03) meses, para só então aplicar o pós-teste. E com isto objetivou - se perceber, se um provável avanço no método alterariam os resultados.

De forma geral, os alunos neste Item acertaram a maioria das questões no pré-teste (07) e no pós-teste oito (08). No exemplo apresentado pelo aluno Ares, ele errou a questão no pré-teste e acertou no pós-teste, único aluno a apresentar alteração no resultado, o que ampliou o número de acertos para oito (08) no pós-teste.

Assim, acreditamos que a Idoneidade Cognitiva foi atingida em sete (07) alunos no pré- teste, sendo ampliado para oito (08) no pós-teste.



Também observou - se uma Idoneidade Ecológica em pelo menos dois componentes e indicadores de (Godino, 2011, p.14): a adaptação ao currículo e conexões intra e interdisciplinares.

#### Item 8

Uma professora propôs o seguinte problema a seus alunos: Vera ganhou um concurso de salto com vara. Saltou mais que 6,12 metros e menos que 6,16 metros.

Resposta: a) quais podem ser as marcas de Vera? Três alunos deram as seguintes respostas: Pedro: 6,12; 6,13; 6,14; 6,15 e 6, 16

Maria: 6,13; 6,14 e 6,15

Paulo: todas as medidas de altura compreendidas entre 6,12 e 6,16.

Resposta: b) todos acertaram a resposta? Justifique

Quadro 31 – Configurações Epistêmicas relacionadas ao Item 8 (a,b).

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar o conhecimento da propriedade densidade dos decimais no conjunto dos números racionais.	Número decimal. Valor numérico de medidas de longitude. Medida de longitude. Medida fracionária como unidade principal o metro.	Observar a percepção do aluno em considerar que entre dois números decimais tem outro.

A intencionalidade do Item 8 foi observar a percepção do aluno sobre a densidade<sup>19</sup> dos números decimais no contexto do conjunto dos números racionais.

<sup>19</sup>O conceito de densidade neste trabalho refere-se ao estudo matemático. Encontrado no Manual do Professor que diz: entre dois números racionais sempre existe outro número racional. Dizemos então que o conjunto numérico  $Q$  é denso. E o mesmo se estende para o conjunto dos números reais. DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática: Ensino Fundamental. São Paulo: Ática, 2004.p.52.

Tabela 8a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 8a

Problema: Vera saltou mais que 6,12 m e menos que 6,16m. Quais podem ser as marcas de Vera?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Os números de 6,121a 6,159..... 1 Todas as medidas de altura entre 6,12 e 6,16.... 2	3	Os números de 6,121a 6,159..... 2 Qualquer medida entre 6,12 e 6,16 ..... 1	3
PARCIALMENTE BEM	6.13; 6,14 e 6,15	6	6.13; 6,14 e 6,15	7
MAL	Em branco..... 1 Errou ..... 1	2	Em branco ..... 1	1
EM BRANCO		0		0
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

Tabela 8b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 8b

Três alunos deram as seguintes respostas: Pedro: 6,12 m; 6,13m; 6,14m; 6,15m e 6,16m. Maria: 6,13m; 6,14m e 6,15m.Paulo: Todas as medidas de altura compreendidas entre 6,12m e 6,16m. Todos acertaram?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Somente Pedro errou...3 Paulo e Maria acertaram ..... 2	5	Somente Pedro errou...4 Paulo e Maria acertaram ..... 2	6
PARCIALMENTE BEM	Pedro e Paulo erraram.....1 Maria acertou ..... 4	5	Maria acertou..... 3	3
MAL		0	Errado ..... 1	1
EM BRANCO	Em branco..... 1	1	Em branco..... 1	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para este Item foi dada pelo aluno Hefesto.

## Pré-Teste

Uma professora propôs o seguinte problema a seus alunos:  
 Vera ganhou um concurso de salto com vara. Saltou mais que 6,12 metros e menos que 6,16. Quais podem ser as marcas de Vera?

a) Resolver o problema *Sob os números (naturais e não naturais) entre 6,12 e 6,16.*  
 b) Para a pergunta do problema, três alunos deram as seguintes respostas:

Pedro: 6,12m; 6,13m; 6,14 m; 6,15m e 6,16m  
 Maria: 6,13m; 6,14m e 6,15m  
 Paulo: Todas as medidas de altura compreendida entre 6,12m e 6,16m.

Todos acertaram a resposta? Justifique. *Não, Paulo está certo, pois apenas ele compreendeu que os números decimais têm infinitas 'casas' depois da vírgula.*

A intencionalidade do Item 8a foi observar a percepção do aluno em considerar que entre dois números decimais existe outro, ou seja, continuidade numérica e densidade. Na Tabela 8<sup>a</sup>, os resultados no pré-teste mostraram que na categoria Bem e Parcialmente Bem, dez (10) alunos acertaram, significando assim, que a maioria deles percebeu a existência de infinitos números reais entre dois números reais quaisquer. E no pós-teste, o resultado foi o mesmo.

A percepção de que a maioria dos pesquisados acertou total ou parcialmente as questões deste item, tanto no pré quanto no pós-teste, demonstrou que estes alunos apresentaram autonomia e domínio sobre a composição e formação dos números decimais, entendendo a partir daí que a Aprendizagem Cognitiva confirmou-se.

## Item 9

Qual o resultado das operações decimais a seguir:

- a)  $12,25 + 2,05 + 0,305$
- b)  $6,9 - 1,80$
- c)  $1,2 \times 2,45$
- d)  $9,9 : 3$

Quadro 32 – Configurações Epistêmicas relacionadas ao Item 9

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar o conhecimento de um algoritmo, isto é, o algoritmo da soma, da subtração, da multiplicação e da divisão de números decimais.	Números decimais, Expressão decimal (valor posicional dos números), Expressão fracionária, Soma, subtração, multiplicação e divisão de números decimais.	Perceber o domínio do aluno nas quatro operações com números decimais (expressar o resultado das operações em forma decimal) como também o posicionamento da vírgula.

Item 9a - Resolva a operação decimal de somar.

Tabela 9a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 9a

Resolva a operação de somar os números decimais, a seguir: 12,25+2,05+0,305 = = 14,605	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Resposta = 14,605	9	Resposta = 14,605	9
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL	Resposta = 14,705	1	Resposta- 14,335 ..... 1	1
EM BRANCO	Em branco.	1	Em branco	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para esta categoria (itens 9a, 9b, 9c, 9d) foi dada pelo aluno Apolo.

Pré-Teste

Qual o resultado das operações decimais a seguir:

a)  $12,25 + 2,05 + 0,305 = 14,605$

b)  $6,9 - 1,80 = 5,1$

c)  $1,2 \times 2,45 = 2,94$

d)  $9,9 : 3 = 3,3$

Nesta questão apresentada na Tabela 9a, observou - se que no cálculo da adição com números decimais, os alunos aplicaram corretamente a regra para estes números, demonstrando também a compreensão sobre os algoritmos, representados por nove (09) alunos, através da Categoria Bem. Um aluno apresentou erro de tabuada e outro deixou em branco.

Salienta-se que todos os alunos já ultrapassaram os Estágios do Kumon que contemplam a adição e assim justifica-se o índice de acertos e o fato de muitos deles fazerem os cálculos mentalmente, sem armar as contas.

Assim, retomando Godino (2011) que define a Idoneidade Cognitiva como o grau em que os conteúdos implementados estão adequados para a aprendizagem, em função disto podemos afirmar que os alunos estão na Zona de Desenvolvimento Proximal.

#### Item 9b) – Resolva a operação decimal de subtrair

Tabela 9b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 9b

Resolva a operação de subtrair os números decimais, a seguir: $6,9 - 1,80 = 5,10$	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Resposta = 5,10	10	Resposta = 5,10	10
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL		0		0
EM BRANCO	Em branco	1	Em branco	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

Na questão de subtração com números decimais, apresentada na Tabela 9b, observou - se que a maioria dos alunos, num total de dez (10) resolveu corretamente os algoritmos da subtração, apresentaram entendimento sobre a regra correspondente e somente um (01) aluno deixou em branco.

Vale salientar que todos os alunos já ultrapassaram os Estágios do Kumon que trabalham a subtração, daí a facilidade na resolução da questão.

Assim como na Categoria anterior, os alunos apresentaram um bom desempenho, deixando claro, a compreensão da operação da subtração de números decimais, como também o seu desenvolvimento cognitivo adequado ao nível de aprendizagem.

Item 9c) – Resolva a operação decimal de multiplicar

Tabela 9c – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 9c

Resolva a operação de multiplicar com os números decimais, a seguir:  1,2 x 2,45	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Resposta = 2,940	7	Resposta = 2,940	7
PARCIALMENTE BEM	29,40 ..... 1 29400 ..... 1	2	29,40	2
MAL	Resposta = 2,740	1		0
EM BRANCO	Em branco	1	Em branco	2
<b>TOTAL</b>		<b>11</b>		<b>11</b>

Fonte: adaptado de Konic (2011).

Quanto ao desempenho no cálculo da operação de multiplicar números decimais, devido ao fato de ser um problema aritmético, como também os alunos já terem ultrapassado os Estágios do Kumon que trabalham a multiplicação, estes alunos apresentaram um índice de acertos significativo, representados na Tabela 9c. Observou-se que tanto no pré-teste quanto no pós-teste, sete (07) alunos aplicaram corretamente a regra da multiplicação e acertaram. Dois (02) alunos embora acertassem no cálculo da operação, apresentaram dificuldades no posicionamento da vírgula e os outros dois (02) alunos restantes erraram ao aplicar a referida regra. Em ambos os casos, ocorreu a mesma dificuldade no pré e no pós-teste.

Neste contexto, podemos dizer que em sete (07) alunos este conteúdo está adequado para a aprendizagem pretendida, ou seja, eles estão na ZDP. Ao passo que os quatro (04) alunos restantes ainda dependem de ajuda para que ocorra a aprendizagem.

Item 9d) – Resolva a operação decimal de dividir.

Tabela 9d – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 9d

Resolva a operação de dividir os números decimais, a seguir: $9,9 : 3 = 3,3$	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Resposta = 3,3	10	Resposta = 3,3	9
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL			Resposta = 1,1..... 1	1
EM BRANCO	Em branco	1	Em branco ..... 1	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

Na Tabela 9d, sobre divisão com números decimais, observou - se que a maioria, representada por dez (dez) alunos, aplicou corretamente a regra da divisão e o fato de já terem ultrapassado este conteúdo, referente ao Estágio da divisão do Kumon, facilitou neste resultado positivo. Somente um (01) deles deixou a questão em branco no pré e no pós-teste. A aluna Artêmis errou no pós-teste.

E assim, mais uma vez, o desenvolvimento cognitivo se confirmou nas operações aritméticas.

## Item 10

Como se sabe, o número racional  $\frac{2}{5}$  pode ser representado em forma decimal, como se segue:  $\frac{2}{5} = 0,4$

a) - É possível representar na forma decimal, qualquer número racional dado como uma fração?

- Distinguir casos possíveis e justificar

b) - Como é sabido, o número racional 0,7 pode ser escrito na forma fracionária

( $0,7 = \frac{7}{10}$ ). É possível escrever na forma fracionária qualquer número expresso em forma decimal? Faça distinção nos casos possíveis e justifique.

c) - Dada a expressão fracionária irredutível de um número racional. Que condição deve cumprir o denominador dessa fração para que represente um número decimal?

## Quadro 33 – Configurações Epistêmicas relacionadas ao Item 10

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar a percepção que os alunos têm sobre números racionais.	Conceito de número racional. Expressão decimal de um número racional. Expressão fracionária de um número racional. Os exemplos dados sobre números racionais ajudam a compreender as questões.	Perceber a compreensão do aluno sobre o conceito de número racional e suas diferentes formas de representação (decimal e fracionária) e as relações entre elas.

A Intenção deste item foi avaliar a percepção que os alunos têm sobre números racionais e suas diferentes formas de representação.



Tabela 10a – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 10a

É possível representar na forma decimal, qualquer número racional dado como uma fração? Distinguir e justificar.	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Sim, com justificativa.	6	Sim, com justificativa	8
PARCIALMENTE BEM		0		
MAL	Não sabe o que é número racional .....4	4	Não .....1 Não pois nem todos usam vírgula..... 1	2
EM BRANCO	Em branco	1	Em branco	1
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para este Item foi dada pelo aluno Eros.

#### Pré-Teste (Item 10a)

Como se sabe, o número racional  $\frac{2}{5}$  pode ser representado em forma decimal, como se segue:  $\frac{2}{5} = 0,4$ .

a) É possível representar na forma decimal, qualquer número racional dado como uma fração?

Distinguir casos possíveis e justificar.

*Sim, pois todas as números podem ser convertidas em decimais*

A intenção deste Item foi perceber a compreensão dos alunos sobre o conceito de número racional e suas diferentes formas de representação (decimal e fracionária) e as relações entre elas.

Konic (2011) apresentou as resoluções para os itens da seguinte forma:

a) Se o número é racional sempre se pode encontrar uma expressão decimal nele, basta dividir o numerador pelo denominador e se obterá uma expressão decimal finita, ou periódica, ou periódica mista.

b) Se a forma decimal está expressa em número finito puro ou misto periódico, então se pode encontrar uma fração geratriz. Se a expressão decimal é de outra forma, corresponderá a um número irracional e, portanto, não pode ser expressa como uma fração.

c) A decomposição em fatores primos do denominador deve ter apenas fatores de 2 ou 5.

Na Tabela 10a, apresentou - se a estatística dos alunos em relação ao Item 10a e observou - se no pré-teste que seis (06) alunos responderam igual ou próximo da resolução esperada. Dos outros cinco (5), quatro (04) deles apresentou desconhecer o conceito de número racional e somente um (01) deixou em branco.

Comparando com o pós-teste, a quantidade de acertos aumentou para oito (08) alunos, inclusive com respostas elaboradas com mais clareza, levando-nos a afirmar que a Idoneidade Cognitiva foi alcançada.

Tabela 10b – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 10b

O número racional 0,7 pode ser escrito em forma fracionária: ( $0,7 = 7/10$ ). É possível escrever na forma fracionária qualquer número dado como decimal?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Respost a dos alunos
BEM	Sim, com justificativa	7	Sim, com justificativa.	7
PARCIALMENTE BEM		0	Não, exceto os números irracionais..... 1	1
MAL	Não sabe o que é número racional ..... 1 Não, porque nem todos tem o zero ..... 1	2	Não, pois nem todos tem o zero ..... 1	1
EM BRANCO	Em branco	2	Em branco	2
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para este Item foi dada pelo aluno Eros.

## Pré-Teste (item 10b)

b) Como é sabido, o número racional 0,7 pode ser escrito na forma fracionária ( $0,7 = 7/10$ ). É possível escrever na forma fracionária qualquer número expresso em forma decimal? -

Faça a distinção nos casos possíveis e justifique.

*Sim, pois todo número pode ser uma porção de outro*

Na Tabela 10b, no pré-teste os alunos acertaram sete (07) questões, demonstrando a intencionalidade prevista, ao perceber o conceito de número racional e suas diferentes formas de representação (decimal e fracionária). Os quatro (04) alunos restantes demonstraram desconhecer o assunto, justificando não saber o que é número racional. Comparando com o pós-teste, a quantidade de acertos, condizente com as respostas sugeridas, foi ampliada para oito (08) alunos. Em vista disto, podemos supor que a maioria dos alunos alcançou a ZDP, tanto no pré quanto no pós-teste.

Tabela 10c – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 10c

Dada a expressão fracionária irredutível de um número racional. Que condição deve cumprir o denominador dessa fração para representar um número decimal?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Respost a dos alunos	Pós-teste	Respost a dos alunos
BEM	O denominador precisa ser diferente do numerador.	1	O denominador tem que ser diferente de zero..... 2 Poder ser dividido ..... 1 Pode ser dividido pelo numerador ..... 1	4
PARCIALMENTE BEM	Precisa ser menor que o numerador	1		0
MAL	Não sabe o que é número racional..... 3 Não sabe o que é expressão fracionária irredutível..... 2	5	Não sabe o que é número racional ..... 4	4
EM BRANCO	Em branco	4	Em branco	3
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de konic(2011).

A resposta para este Item foi dada pelo aluno Eros.

Pré-Teste (item 10c)

c) Dada a expressão fracionária irredutível de um número racional. Que condição deve cumprir o denominador dessa fração para que represente um número decimal?

*não estudei numerais racionais*

O resultado apresentado no pré-teste da Tabela 10c nos mostrou que a minoria dos nossos pesquisados, representada por 02 (dois) alunos, respondeu corretamente à pergunta do item 10c, sobre qual condição o denominador de uma expressão fracionária irredutível deve cumprir para representar um número decimal, e encontrou dificuldade de fazer a representação de casas decimais, ou seja, igualar as casas decimais tornando possível a divisão de frações que apresentam o

denominador maior que o numerador, levando-nos a perceber que a maioria dos alunos está fora da ZDP neste assunto. Como foi demonstrado por nove (09) alunos.

No pós-teste o número de acertos foi ampliado para quatro alunos. Mesmo assim sete (07) deles, demonstrou não entender o que foi proposto no Item c, ou seja, a Aprendizagem Cognitiva não se concretizou.

#### Item 11

Júlia e Roberto dividiram uma bola de pão. Júlia comeu a metade de  $\frac{1}{3}$  da bola de Pão e Roberto comeu  $\frac{1}{3}$  da metade da bola de Pão.  
Quem comeu mais pão?

Quadro 34 – Configurações Epistêmicas relacionadas ao Item 11

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar o conhecimento especializado dos alunos em possível situação de comutatividade de uma situação implícita da própria tarefa.	Conceito de fração num contexto de medida. Operação com fração (metade e soma); Procedimento exato de cálculo de corte; Procedimento aproximado de cálculo de corte.	Observar a percepção do aluno quanto à forma secundária dos objetos procedimentais (operações e arredondamentos).

O objetivo deste Item foi avaliar o conhecimento especializado dos alunos em possível situação de comutatividade de uma situação a implícita da própria tarefa.

Tabela 11 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 11

Júlia e Roberto dividiram uma bola de pão. Júlia comeu metade de 1/3 da bola de pão e Roberto comeu 1/3 da metade da bola de pão. Quem comeu mais?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Respostas dos alunos	Pós-teste	Respostas dos alunos
BEM	Os dois comeram a mesma quantidade de pão.	1	Júlia e Roberto comeram a mesma quantidade de pão.	5
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL	Roberto comeu mais .....6 Júlia comeu mais .....1 Não sabe fazer .....1	8	Roberto comeu mais .....3 Júlia comeu mais .....1	4
EM BRANCO	Em branco	2	Em branco	2
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic (2011).

A resposta para este Item foi dada pelo aluno Hefesto.

### Pré-Teste (item 11)

Julia e Roberto dividiram uma bola de Pão. Júlia comeu a metade de 1/3 da bola de Pão e Roberto comeu 1/3 da metade da bola de Pão.  
Quem comeu mais pão?

*Os dois comeram a mesma quantidade de pão.*

### Pós-Teste (item 11)

Julia e Roberto dividiram uma bola de Pão. Júlia comeu a metade de 1/3 da bola de Pão e Roberto comeu 1/3 da metade da bola de Pão.  
Quem comeu mais pão? → *Julia e Roberto comeram a mesma quantidade de pão.*

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$   
 $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

Na Tabela 11 observou - se que somente um (01) aluno acertou a questão deste Item no pré-teste, enquanto a maioria errou.

Reportamo-nos a Pérez (1997) ao dizer que motivar e estimular as atividades dos alunos representa algumas características que deve ter uma situação pedagógica para ser considerada boa. Os alunos responderam às questões com poucas perguntas embora tivessem abertura para fazê-las à pesquisadora que estava disponível para responder, sem dar a resposta pronta e apenas as dicas necessárias.

Antes da realização do pós-teste, buscou - se nas situações didáticas elaboradas por Brousseau (2008), uma forma para entender e analisar as situações vividas pelos alunos e rever as condições de aprendizagem do pré-teste.

Os alunos, ao começar a resolver o pós-teste pareciam mais seguros, mais soltos, haviam se passado três (03) meses, eles avançaram nas atividades e afinal o pré-teste havia gerado inseguranças e incertezas com o desconhecido.

Preparamo-nos para descobrir juntos, através de atividades verbais e não verbais sobre as dúvidas, estimulando a criatividade e levando-os a pensar, buscando os conhecimentos prévios.

O resultado se mostrou positivo. No pré-teste apenas um aluno acertou e no pós-teste cinco (05) acertaram Hera, Ares, Artêmis, Apolo e Hefesto, salientando que o aluno Hefesto acertou nos dois.

Percebemos nos erros dos alunos, a dificuldade em resolver situações-problema, uma das entidades primárias do EOS, um dos componentes e indicadores da Idoneidade Epistêmica. (GODINO, 2011, P.9)

Concluimos que a Aprendizagem Cognitiva se concretizou para estes cinco (05) alunos e enfatizamos a importância dos conhecimentos prévios necessários para que isto acontecesse.

Item 12 - Trata de Números racionais e irracionais

a) - O número 0,121221222122221 é racional ou irracional? Justificar.

b) - Considerando o número  $\frac{53}{83}$  ao fazer a divisão na calculadora,

mostra 0,63855421687. É  $\frac{53}{83}$  um número racional ou irracional?

QUADRO 35 – Configurações Epistêmicas relacionadas ao Item 12

Objetivos	Conceitos de referências	Intencionalidade
Avaliar a distinção entre número racional e número irracional.	Número Racional é um número que pode ser expresso na forma de fração, porém com o denominador diferente de zero. Número Irracional – oposto do Racional – não pode ser expresso na forma de uma fração com o denominador diferente de zero.	Espera-se que o aluno perceba a questão da representação, uma vez que consideramos o quão é importante para dar sentido ao número decimal e também compreenda novas estruturas, especialmente as expressões e aproximações decimais dos números.

O objetivo deste Item foi avaliar se os alunos perceberam a distinção entre número racional e irracional.

Devido ao fato das respostas dos alunos no pré-teste e pós-teste serem as mesmas, levou-nos a fazer a estatística dos itens 12a e 12b juntas e apresentá-las na Tabela 12.

Tabela 12 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos nos Itens 12a e 12b.

12a) O número 0,121221222122221 é racional ou irracional? 12b) O número $\frac{53}{83}$ dividido na calculadora mostra 0,63855421687. O número $\frac{53}{83}$ é racional ou irracional?	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	É irracional pois não se repete, não é periódico..... 1 É racional pois é um número decimal..... 1	2	É irracional pois não se repete, não é periódico..... 1 É racional pois é um número decimal.....2	3
PARCIALMENTE BEM		0		0
MAL	Não sabe o que é racional ou irracional .... 2 Não viu o assunto ..... 3 Errou..... 2	7	Não aprendi na Escola e nem no Kumon ..... 2 Não sabe ..... 4	6
EM BRANCO	Em branco.	2	Em branco.	2
TOTAL		11		11

Fonte: adaptado de Konic(2011).



A resposta para este Item foi dada pelo aluno Posêidon.

### Pré-Teste

a) O número  $0,121221222122221$  é racional ou irracional?  
 Justifique a resposta. *irracional; Por que não é uma soma Periódica.*

### Pós-Teste

a) O número  $0,121221222122221$  é racional ou irracional?  
 Resposta: *irracional*  
 Justifique: *Pois não se repete. não é Periódico.*

Observou - se nas respostas dos alunos no Item 12 que a grande maioria, representa da por nove (09) alunos no pré-teste e oito (08) alunos no pós-teste, não atingiu o objetivo da questão por não saber a distinção entre número racional e irracional. Apenas dois (02) alunos no pré-teste acertaram a resposta e no pós-teste três (03) alunos acertaram, mesmo assim, representando uma minoria. Destes, dois (02) alunos Posêidon e Hefesto que acertaram no pré e pós-teste, são alunos que já concluíram o EM e estão nos estágios (H e I) referentes ao EM também. Temos ainda a aluna Artêmis, que havia errado no pré-teste e avançou para o acerto do item no pós-teste. Quando da resolução do pré-teste, ela estava no início do estágio F do Kumon e após três (03) meses quando foi aplicado o pós-teste já havia finalizado o referido Estágio, em consequência, talvez por isto, o seu avanço.

Assim, acreditamos que os poucos alunos pesquisados que acertaram sobre o número racional ou irracional já tinham o conhecimento comum ou ampliado, reforçando o conhecimento prévio para o desenvolvimento cognitivo do estudo do tema, como indicado por Godino (2011) e responderam com a devida justificativa demonstrando conhecimento sobre o assunto em questão.

## Pré-Teste

b) Considerando o número  $\frac{53}{83}$ , ao fazer a divisão na calculadora mostra 0,63855421687.

É  $\frac{53}{83}$  um número racional ou irracional? *irracional.*

Justifique a resposta. *Porque os números não se repetem. Não é Periódico.*

## Pós-Teste

b) Considerando o número  $\frac{53}{83}$ , ao fazer a divisão na calculadora mostra 0,63855421687.

É  $\frac{53}{83}$  um número racional ou irracional? *irracional*

Justifique a resposta. *Não é Periódico.*

## Item13

O objetivo deste item é identificar os aspectos cardinal e ordinal do número.

Tabela 13 – Configuração Cognitiva e Estatística dos alunos no Item 13.

Problema: Em 2013 a população de Belo Campo (Ba) era de 16.021 habitantes. Circule a letra da quantidade de pessoas, escrito por extenso.	Configuração cognitiva (Respostas prototípicas dos alunos)			
	Pré-teste	Resposta dos alunos	Pós-teste	Resposta dos alunos
BEM	Circulou a letra c que corresponde ao número cardinal e ordinal.	9	Circulou a letra c que corresponde ao número cardinal e ordinal	10
PARCIALMENTE BEM		0		0
EM BRANCO	Em branco	2	Em branco	1
TOTAL		11		11

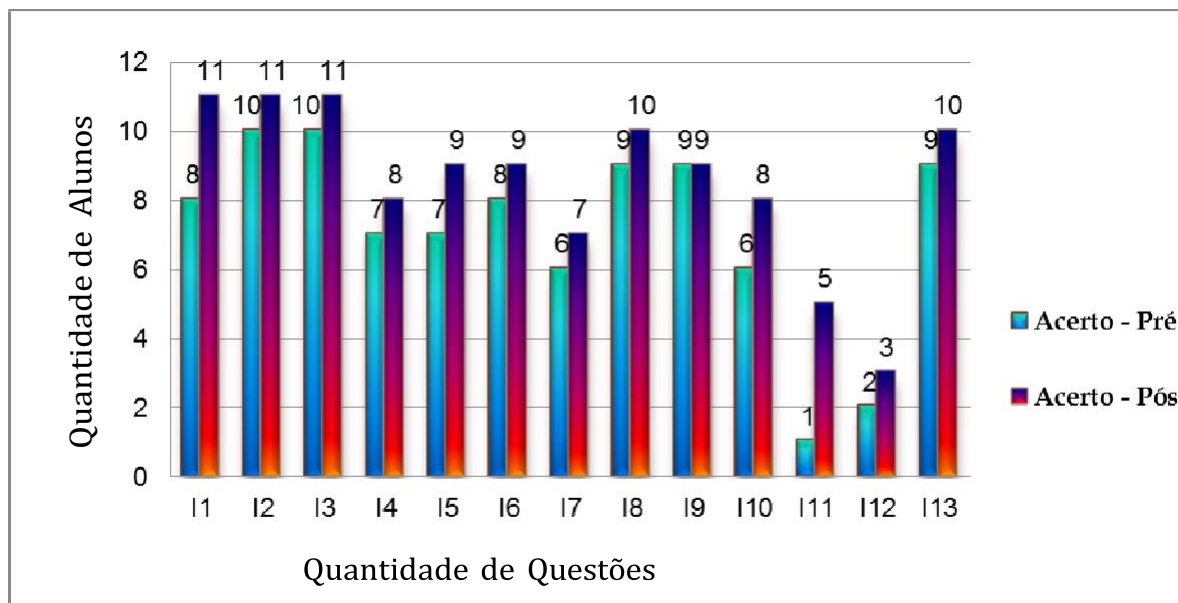
Fonte: adaptado de Konic(2011).

### 3.3 Considerações gerais sobre as análises

A análise dos resultados do pré-teste e do pós-teste foi feita item a item levando em consideração os quadros de configurações epistêmicas, os objetivos e intencionalidades requeridas para cada um deles, como também foram usados os critérios de idoneidade: epistêmica, cognitiva e ecológica.

A seguir apresentamos o gráfico 1, com o comparativo dos acertos dos alunos, no Questionário. Os Itens da pesquisa estão representados na coordenada x do Gráfico, como: I1=Item 1; I2=Item 2; I3=Item 3; I4=Item 4; I5=Item 5; I6=Item 6; I7=Item 7; I8=Item 8; I9=Item 9; I10=Item 10; I11=Item 11; I12=Item 12 e I13=Item 13. A quantidade dos alunos que acertaram está representada na coordenada y do Gráfico 1.

Gráfico 1 – Comparativo dos acertos dos alunos



Fonte: dados da pesquisa

De modo geral, dos conteúdos observados no questionário sobre números decimais, podemos fazer algumas conclusões:

- Sobre a compreensão do significado do número decimal.

Os Itens 1 e 6 referem-se ao conhecimento comum dos alunos sobre números decimais. Pela análise do gráfico constatamos no Item 1 que oito(08) alunos

acertaram no pré-teste, vindo a ampliar este resultado no pós-teste para onze(11) alunos. E no Item 6, oito(08) alunos acertaram no pré-teste, ampliando para nove (09) no pós-teste, ou seja a maioria dos alunos demonstrou o conhecimento comum sobre números decimais nos dois Itens.

Salientamos que para a análise da Idoneidade Cognitiva que depende dos conhecimentos prévios dos alunos, o próprio resultado aponta que eles demonstraram um conhecimento elementar sobre o significado do número decimal e por isso não apresentaram maiores indícios de apropriação dos conhecimentos a nível formal.

► Sobre os diferentes tipos de representação decimal.

Observamos no Gráfico os itens 2 e 3 que buscaram reconhecer diferentes tipos de representação com números decimais. O objetivo desses itens foi atingido, uma vez que dez (10) alunos no pré-teste e 11 no pós-teste, reconheceram os números decimais, na sua totalidade.

► Sobre o valor posicional de um número.

No Gráfico, o Item 4, refere-se ao valor posicional do número, parte inteira e decimal e aponta que sete (07) alunos acertaram o item no pré-teste em relação ao inteiro, décimos e centésimos e no pós-teste este resultado foi confirmado e o número de acertos ampliado para oito (08) alunos. Os alunos que erraram apresentaram dúvidas entre décimos e centésimos.

► Sobre a diferença entre o número decimal e expressão decimal.

A análise do desempenho dos alunos nos Itens 5 e 10 que se referiu à diferença entre o número decimal e expressão decimal de um número, mostra no Gráfico que no Item 5 sete (07) alunos acertaram no pré-teste e esta quantidade foi ampliada para nove (09) alunos no pós-teste.

No Item 10, o resultado de acertos no pré-teste foi de seis (06) alunos e no pós-teste oito (08) alunos. Os dados estatísticos da tabela mostrou-nos que quatro (04) alunos disseram não saber o que é número racional, justificando assim a redução no resultado deste Item em relação ao Item 5 que não foi utilizado este termo.

► Sobre a propriedade da densidade.

Nos Itens 7 e 8, em que objetivou verificar o conhecimento e domínio dos alunos sobre a propriedade da densidade do número sobre seu sucessor, o resultado do Gráfico no Item 7 apresentou-se positivo para seis (06) alunos no pré-teste e sete (07) alunos no pós-teste. No pós-teste observamos que um (01) aluno avançou da Categorização Mal para Bem, aumentando para sete (07) o resultado dos acertos. Acreditamos que isto aconteceu devido ao avanço do aluno Ares, nos três (03) meses que antecederam a resolução do pós-teste, ao atingir os conteúdos das atividades do Kumon, correspondentes ao solicitado nos Itens.

No Item 8 o resultado mostrado no Gráfico também foi positivo para dez (10) alunos com acertos no pré-teste e no pós-teste. Apenas um (01) aluno deixou em branco. Este resultado acrescido a mais nos dois Itens aponta para o avanço do material do método, durante os três (03) meses que antecederam a resolução do pós-teste.

- ▶ Sobre a operação da soma, subtração multiplicação e divisão.

No Item 9 ao avaliar o conhecimento dos alunos sobre o algoritmo da soma, subtração, multiplicação e divisão de números decimais os resultados do pré-teste foram iguais ao do pós-teste e a maioria dos alunos aplicou corretamente as regras quando acertaram os algoritmos.

No que se refere à soma, um aluno errou no algoritmo e outro deixou a resposta em branco, no pré e pós-teste. Na subtração somente um (01) aluno deixou em branco, no pré e pós-teste. Na multiplicação dois (02) alunos apresentaram dificuldades no posicionamento da vírgula embora acertassem no cálculo da operação e dois alunos erraram ao aplicar a regra, no pré e pós-teste. Como nas operações anteriores a maioria dos alunos acertou e na divisão não foi diferente, porém um aluno deixou em branco, tanto no pré-teste quanto no pós-teste e outro aluno errou na operação de dividir do pós-teste.

- ▶ Sobre avaliar o conhecimento especializado dos alunos em possível situação de comutatividade.

O Gráfico no Item 11 apresentou um resultado oposto aos Itens anteriores. Neste, a maioria dos alunos errou e somente um (01) acertou no pré-teste. Quanto ao

pós-teste seis (06) alunos se mantiveram errando e cinco (05) alunos evoluíram para a categoria Bem.

► Sobre a distinção entre número racional e irracional

No Item 12, apresentado no Gráfico, mostrou-se o resultado da percepção dos alunos sobre a distinção entre número racional e irracional e apenas dois (02) alunos acertaram a resposta no pré-teste e três (03) alunos no pós-teste. Lembrando que dois (02) destes alunos que acertaram no pré e pós-teste já concluíram o Ensino Médio e estão nos estágios H e I, referentes a conteúdos do EM no Kumon. A terceira aluna, Artêmis, do 7º ano de EF que acertou no pós-teste, havia errado no pré-teste e na ocasião ela estava no início do estágio F quando após três (03) meses o concluiu, justificando assim o seu avanço.

A grande maioria dos nossos pesquisados demonstrou não ter os conhecimentos prévios para desenvolvimento do estudo do tema, além de, ainda não terem atingido os estágios H e I, referentes a conteúdos do Ensino Médio no Kumon.

► Sobre os aspectos cardinal e ordinal

O Item 13 do Gráfico apresenta-nos um resultado positivo, porquanto, nove (09) alunos responderam de forma correta no pré-teste e dois deixaram-no em branco. No pós-teste este resultado foi ampliado para dez (10) acertos dos alunos e apenas um (01) deixou o item sem resposta. Este resultado mostrou que a maioria dos alunos foi capaz de associar o numeral escrito ao extenso.

Em relação ao primeiro objetivo específico, descrever o tratamento dado aos números decimais pelo método Kumon, acreditamos ter alcançado este objetivo, uma vez que, na medida do possível, buscamos descrever e apresentar os documentos deste método e sua metodologia de trabalho, apontando seus conteúdos e fazendo certa comparação com os livros didáticos adotados nas escolas regulares pelos alunos do método. O tratamento dos números decimais no método Kumon, em comparação com o livro didático e orientações dos documentos curriculares como os PCN, apresenta um foco muito centrado no estudo das frações, onde os conceitos são apresentados em forma de exercícios resolvidos (no início e no decorrer dos conteúdos) em forma de gráficos, de notas explicativas e de exemplos semelhantes aos dos livros didáticos (como: o MDC e MMC) porém, não é contextualizado. Por meio

de suas atividades práticas e modelos de exercícios, o método aposta numa grande quantidade deles, como uma forma para gerar aprendizagem, ou seja, através de um conhecimento científico que é transmitido sequencialmente, cujo grau de dificuldade vai aumentando gradativamente, como indicado nos documentos do referido método, cuja quantidade de atividades em cada conteúdo supera os livros didáticos.

Quanto ao segundo objetivo, identificar aspectos relevantes do conhecimento sobre números decimais de alunos que passaram pelas etapas necessárias para aprendizagem desse conteúdo no método Kumon, de modo geral, como explicitado no início das considerações e apresentado no Gráfico 1, nos itens de 1 a 10, a maioria dos alunos demonstrou ter o conhecimento comum e o específico sobre números decimais, tanto no pré-teste quanto no pós-teste, parecendo haver pré-requisitos ou conhecimentos prévios para isso. Sobre o terceiro objetivo da pesquisa, avaliar os conhecimentos de alunos do método Kumon sobre números decimais, sob o olhar dos Critérios de Idoneidade Didática do EOS, foi possível avaliar os critérios cognitivo, epistêmico e ecológico. Sobre o grau de idoneidade cognitiva foi possível perceber uma média ou alta idoneidade cognitiva, tanto no conhecimento comum quanto no conhecimento específico sobre números decimais. Quanto à idoneidade epistêmica, isso foi verificado nos documentos do método e embora não se encontre nele um tratamento teórico sobre o tema, os conteúdos aí tratados estão corretos, não havendo maiores problemas. Já a parte didática que se refere à idoneidade ecológica, pode-se dizer sobre algumas fragilidades no método, como por exemplo, a não exploração de questões contextualizadas, distanciando-o em parte das recomendações curriculares oficiais.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar este trabalho, tão significativo quanto o caminhar do processo investigativo, a despeito da natureza do saber estudado, gerou um aprendizado e amadurecimento científicos que somente o isolamento do problema de pesquisa é capaz de provocar.

Neste cenário, reportamo-nos aos três domínios da Matemática: Aritmética, Álgebra e Geometria. Segundo Cruz, 2014, é na Aritmética que se estuda os números, suas propriedades e operações, além de ser o domínio mais estudado entre os três em termos científicos, presume-se ser o mais importante de adquirir a um nível básico, tanto na sua vertente informal (social) quanto na formal (acadêmica).

Assim, observou-se que o método Kumon, antes de permitir que o aluno tenha dificuldades, solidifica as habilidades nas operações básicas, advindas da Aritmética. Quanto aos aspectos relevantes para aprendizagem destes números, pelos alunos que passaram por estes conteúdos no método em questão, ressaltou-se o desenvolvimento de habilidades nas operações aditivas e multiplicativas, através do estudo sistemático, com horário definido e repetidos exercícios que possibilitam ao aluno enxergar as operações com números decimais com muita segurança e precisão, uma vez que essas operações são comprovadamente habilidades em aritmética.

As escolas regulares desenvolvem um programa pautado no ensino coletivo, e para todos os alunos, indistintamente, tem um tempo determinado para que o conteúdo seja ensinado. Em consequência, as defasagens nos conteúdos vão se acumulando e junto com elas, alunos com dificuldades recorrentes nos conteúdos de Matemática.

Com os números decimais não é diferente. Retomando Pérez (1977) que aponta os quatro erros mais comuns relacionados ao conceito, à escrita e às operações com números decimais, em que muitos alunos cometem erros sobre o valor posicional de um número por não possuírem o domínio do sistema de numeração decimal, para a escrita de números inteiros e assim, não compreendem a escrita dos números maiores que a unidade, outros não construíram sequer os conceitos de décimo, centésimo e milésimo. Os números decimais surgiram como uma “forma de



substituir os cálculos com frações, mas no contexto escolar eles aparecem após o tópico de frações de forma desconectada, como se não tivessem nenhuma relação com as mesmas” (JUCÁ, 2014, p. 40). Neste sentido, diferente da referida citação, o Kumon trata as operações aditivas, multiplicativas e as frações de forma conectada com os números decimais, respeitando a relação entre elas.

Ao finalizar esta pesquisa de mestrado, ressaltamos a importância da escolha dos Critérios de Idoneidade Didática do EOS, propostos por Godino, Contreras, Font e colaboradores (2006-2011) que nos mostrou um novo olhar sobre o ensino e aprendizagem da Matemática, assim como através das análises podemos visualizar as Idoneidades Epistêmica, Cognitiva e Ecológica que se coadunam mais objetivamente, com o Ensino Individualizado do método Kumon.

Avaliar o conhecimento de números decimais dos alunos de uma unidade kumon, utilizando os critérios de idoneidade didática, propostos pelo EOS, levou-nos a algumas conclusões:

1 - Que este método aproxima-se da teoria pedagógica tradicional, com algum afastamento das tendências educacionais da contemporaneidade;

2 - Que o referido método apresentou objetiva aproximação das idoneidades: epistêmica, cognitiva e ecológica, enquanto as Idoneidades: afetiva/emocional, interacional e mediacional se apresentaram de forma subjetiva, através das contribuições da observação participante.

Ressaltamos que a Idoneidade afetiva/emocional se apresentou subjetivamente durante as observações, através da troca de afetos, de um sorriso, um abraço, elogios, e cobrança ao aluno por não ter cumprido as tarefas de casa, conquistas adquiridas durante o feedback, quando o aluno tem o seu momento, ao final de cada dia de atividade, para ouvir, ser ouvido, dizer o que pensa sobre a aprendizagem e questionar as suas dúvidas ou o seu avanço, com confiança.

Vimos um afastamento objetivo do método com as Idoneidades interacional e mediacional como ponto negativo, em relação ao modelo de ensino coletivo proposto pela escola regular, por representar o diálogo, a interação, a mediação, a comunicação e as motivações. Não significando assim, a ausência dos mesmos porque embora seja um ensino individualizado, com características próprias, a

interação e mediação são feitas entre o orientador/auxiliares e os alunos, individualmente, além do que, os referidos alunos interagem entre eles, de forma gentil, sem atrapalhar os outros, ajudando a tirar dúvidas de colegas que estão em estágios anteriores ou igual, demonstrando interesse em partilhar o próprio avanço e do outro, ou mesmo a troca de diálogo sobre assuntos da escola regular ou pessoais, mesmo que seja por alguns minutos ou segundos, ou com apenas alguns alunos. Assim, as referidas Idoneidades estão presentes.

Visando uma possível contribuição desta pesquisa para a Aprendizagem de Matemática dos alunos do Ensino Fundamental I, com base nos estudos realizados, sugerimos:

- ▶ Trabalhar sequencialmente os conteúdos matemáticos, para o Ensino Fundamental I, previstos nos PCN;
- ▶ Estar sempre retomando os conteúdos que são pré-requisitos para garantir uma aprendizagem efetiva e alcançar os objetivos propostos no Plano de Trabalho de cada unidade escolar.
- ▶ Direcionar os alunos a fazerem um cronograma de estudos em casa, visando uma melhor assimilação dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

Acreditamos que, devido à relevância deste estudo com relação à aprendizagem da Aritmética, estas sugestões poderiam contribuir com os processos de ensino e aprendizagem de Matemática e elas seriam potencializadas se, o resultado desta pesquisa de mestrado fosse socializado nos espaços de formação de escolas públicas do Ensino Fundamental, em especial visando entender como os alunos realizam operações e resolvem problemas com os números decimais.

Enfim, retomando o início da Introdução, ao transformar o sonho em realidade através do resultado desta pesquisa, em que as ações foram desenvolvidas através deste Mestrado Acadêmico, acreditamos que a Universidade cumpriu o seu papel, na expectativa de fazer a analogia entre o ato de ensinar e o que se vai encontrar no cotidiano profissional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACTA SCIENTIAE. Revista de Ciências e Matemática. Vol. 10 - Nº 2 - Jul./Dez. 2008.

BACHELARD, Gaston. La formation de l'ésprit scientifique. Paris: J. Vrin, 1947. Tradução por Estela dos Santos Abreu. A formação do espírito científico. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BARDIN, Laurence. Análise de Conteúdo. Lisboa. Edições 70, 9-42, 1977. Disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/179042926/Analise-de-conteudo-Bardin-Laurence-pdf#scribd>. Acesso em 02/08/2016.

BITTAR, M.; MAGALHÃES, J. L. Fundamentos e Metodologia de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental. 2ed. Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BOFF, Daiane Scopel. A construção dos números reais na escola básica. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, 2006.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Porto, 1994.

BOYER, Carl Benjamim, 1906 - B785h. História da matemática; tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974. Editora Edgard Blucher Ltda. ABDR, Editora Afiliada, São Paulo – SP Brasil.

BRASIL, Ministério da Educação e da Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais (Matemática). Brasília: A Secretaria, 1998.

\_\_\_\_\_. Lei de diretrizes e bases da educação nacional (1996). LDB: Lei de diretrizes e bases da educação: Lei 9.394/96/ apresentação Carlos Roberto Jamil Cury; edição e Notas Antônio De Paulo. – 10 ed. – Rio de Janeiro: DP e A, 2006. (Legislação Brasileira; 7. Serie A).

BREDA, Adriana. FONT, Vincenç. LIMA, V. M. do Rosário. A noção de Idoneidade Didática e seu uso na Formação de Professores de Matemática. JIEEM - Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática. IJSME –International Journal for Studies in Mathematics Education. Vol. 8. p. 1-41. Submetido em maio/2105. Aceito em julho/2015.

BROUSSEAU, Guy. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino/Guy Brousseau; apresentação de Benedito Antonio da Silva ; consultoria técnica José Carlos Miguel; tradução Camila Bogéa – São Paulo: Ática, 2008.

CRUZ, Vitor. *Artigo*. Desenvolvimento Cognitivo e Aprendizagem Matemática. Faculdade de Motricidade. Universidade de Lisboa. 2014. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/273477016>. Acesso 16/12/16.

CUNHA, Michelini R. K. da. A quebra da Unidade e o número decimal: um estudo diagnóstico nas primeiras séries do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2002.

DANTE, L.R. Tudo é Matemática 5ª série. Ensino Fundamental. São Paulo: Ática, 2004.

DOTTRENS, Robert (1974). O ensino individualizado. 3ª ed. Barcelos: Editora do Minho. (orig.:L'enseignement Individualisé. Neuchâtel: Delachaux&Niestlé, 1936).

\_\_\_\_\_, O ensino individualizado. Tradução de Mário Vilela, direitos reservados para Língua Portuguesa. Livraria Civilização – Editora – Porto – Portugal. Outubro de 1975.

\_\_\_\_\_, A Classe em Ação (Título original: La Clase em Acción). Unesco, 1960. Publicado com o acordo da Unesco – Centro Regional de la Unesco, La Habana, Cuba: Editorial Estampa, 1974 para a Língua Portuguesa. Tradução de António Pescada.

ESTEVES. A. K. Números Decimais na Escola Fundamental: interações entre os conhecimentos de um grupo de professores e a relação com sua prática pedagógica. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. UFMS. Campo Grande/MS, 2009.

FINO, C. N. (2001). Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas. Artigo publicado in Revista Portuguesa de Educação, vol 14, nº 2, pp. 73 – 291.

FIORENTINI, Dario. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos/ Dario Fiorentini, Sergio Lorenzato. – 3. ed. rev – Campinas, SP: Autores Associados, 2009. – (Coleção formação de professores).

FONT, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión*, 26, 9-25.

\_\_\_\_\_. e Godino, J. D. (2006). La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. *Educação Matematica Pesquisa*, 8 (1), 67-98.

\_\_\_\_\_, PLANAS, N. e Godino, J. D. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105.

GODINO, J. D; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, França, v. 14, n.3, p.325-355, 1994.

\_\_\_\_\_. *Indicadores de la idoneidade didáctica de processos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. In: XIII CIAEM – IACME, 2011, Recife, Brasil. *Anais*. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino\\_indicadores\\_idoneidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf)>. Acesso em: 12 fev. 2015.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Un enfoque ontosemiotico para la Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. Disponible en Internet: [www.ugr.es/local/jgodino.2006](http://www.ugr.es/local/jgodino.2006).

\_\_\_\_\_. GODINO, J. D; BATANERO, C; FONT, V; Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. *Acta Scientiae - Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, Canoas-RS v. 10, n. 2, p. 07- 37, Jul./Dez., 2008.

\_\_\_\_\_. (2003). Teoria de las funciones semióticas. Un enfoque Ontológico-Semiótico de La Cognición e Instrucción Matemática. Universidad de Granada. Documento publicado en Internet: [<http://www.ugr.es/~j.godino/funciones-semióticas/monografiatsf.pdf>]

\_\_\_\_\_. *Indicadores de la idoneidade didáctica de processos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. In: XIII CIAEM – IACME, 2011, Recife, Brasil. *Anais*. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino\\_indicadores\\_idoneidad.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/jdgodino_indicadores_idoneidad.pdf)>. Acesso em: 02 mar. 2016.

GODINO, J. D; FONT, V. *Alguns desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2007. Disponível em: <[http://www.ugr.es/~jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm)>. Acesso em: 16 de set. 2016.

GUSMÃO, T.C.R. Silva. Do erro construtivo ao erro epistemológico: um espaço para as emoções. *Bolema (Boletim de Educação Matemática) UNESP – Rio Claro*. Ano 13, n. 14, 2000.

\_\_\_\_\_. Los procesos metacognitivos em la comprensión de las prácticas de los Estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica. USC, 2006. 361 f. Tese (Tesis Doctoral em Didáctica da Matemática). Mayo de 2006, Santiago de Compostela.

HERNÁNDEZ, Carlos de Castro, La evaluación de método para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas em la Educación Infantil. Septiembre de 2007, Número 11, páginas 59-77– ISSN: 1815-0640).

IEZZI, Gelson. DOLCE, Osvaldo. MACHADO, Antonio. *Matemática e Realidade*. 5º ano Ensino Fundamental. Manual do Professor. Editora Saraiva, PNLD 2008. São Paulo.

IFRAH, Georges. *Os números: A história de uma grande invenção*. BRASIL: Edição Globo, 1987.

IMENIS & LELIS. *Matemática*. PNLD 2000. 7º ano. São Paulo: Editora Scipione, 1999.

JUCÁ, R. S. *Uma Sequência Didática para o Ensino das Operações com os Números Decimais*. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008.

\_\_\_\_\_. Um estudo das competências e habilidades na resolução de problemas aritméticos aditivos e multiplicativos com os números decimais. Tese (doutorado em Educação, em Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), Polo Universidade Federal do Pará/Belém: [s,n], 2014, 286 f.

KONIC, Patrícia M. Tesis Doctoral: *Evolución de Conocimientos de Futuros Profesores para La Enseñanza de Los Números Decimales*. Diretor: Dr. Juan D. Godino. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática. GRANADA, 2011.

KUMON, Instituto de Matemática de Osaka e Instituto de Matemática de Tóquio. Pontos de Orientação do Kumon (PIO). Japão: 1972

\_\_\_\_\_, Instituto de Educação. Um Caminho Inabalável Além do Horizonte. Um Camino Firme Más Allá del Horizonte. Edição comemorativa dos 50 anos do Kumon Institute of Education. São Paulo – SP. Brasil. Dezembro/2008.

\_\_\_\_\_,Toru. O Segredo do Kumon de Matemática. Kumon Instituto de Matemática. 1974

\_\_\_\_\_.Buscando o Infinito Potencial Humano. Título Original em Japonês Kagirinaki Kanoseiwo Motomete: Kumon Instituto de Educação, América do Sul, 1999.

LUDKE, M. & ANDRÉ, M. Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MIZUKAMI, M. da G.N. Aprendizagem da docência: professores formadores In Revista E – Curriculum, São Paulo, v.1, n.1, dez – jul. 2005 – 2006. Disponível em: <http://www.pucsp.br/ecurriculum> Acesso em 15 jul 2015.

MORIN, Edgar, 1921 – Os sete saberes necessários à educação do futuro/Edgar Morin; tradução de Catarina Eleonora F. da Silva e Jeanne Sawaya; revisão técnica de Edgard de Assis Carvalho. – 8. Ed. – São Paulo: Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2003.

PADOVAN, D. M. F. Números Decimais: o erro como caminho. Dissertação de Mestrado em Educação. São Paulo: USP, 2000.

PÉREZ, Julia Centeno. Numeros Decimales: Por Que? Para Que? Primera reimpression: diciembre, 1997. Madri: Editorial Síntesis, S.A. Espanha. 1997.

PIZYBLSKY, L. M. Método Kumon: Conhecer e Acreditar. Monografia apresentada Curso de Especialização em Matemática- Dimensões Teórico- Metodológicas. Departamento de Métodos e Técnicas de Ensino. Universidade Estadual de Ponta Grossa. RGS. 2001.

POPPER, Karl R., 1902. Conjecturas e refutações; Tradução da Quarta Edição, revista, 1972. Direitos exclusivos para edição em língua portuguesa: Editora Universidade de Brasília. Tradução: Sérgio Bath. Revisão Gráfica: Frorian Madruga. Campus Universitário – Asa Norte – 70910 Brasília – Distrito Federal, 1972.

SILVA, Maria de Lurdes Carvalho Figueiredo. Ensino Individualizado e escolas de área aberta em Portugal. Dissertação de Mestrado COMPLEMENTAR 09/03/2007.

SUPERINTENDÊNCIA DE ESTUDOS ECONÔMICOS E SOCIAIS DA BAHIA. Panorama cultural da Bahia; Secretaria da Cultura. – Salvador. SEI. 2012. (Série estudos e pesquisas, 92).

VERGNAUD, G. A criança, a matemática e a realidade; problemas de ensino de matemática na escola elementar/Gérard Vergnaud; tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares – ed. rev. – Curitiba: Ed. da UFPR,2014.

VYGOTSKY, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

\_\_\_\_\_. Pensamento e Linguagem. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

WILKINS, S. L., ARAÚJO, E. S. Uma análise crítica do Método Kumon à luz da Perspectiva Histórico Cultural. Faculdade de Filosofia de Ciências e Letras (Artigo) – USP, Ribeirão Preto, SP, 2007.



## APÊNDICES

## APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)



**Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB**

Autorizada pelo Decreto Estadual nº 7344 de 27.05.98

Campus de Jequié

### **TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012, Conselho Nacional de Saúde

Prezado(a) Senhor(a), sou, **Niza Guimarães Pereira**, aluna do Curso de Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores – PPG – ECFP, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, campus de Jequié – Bahia. Eu e a Professora **Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão** estamos realizando uma pesquisa intitulada: **“O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO METODO KUMON SOBRE NÚMEROS DECIMAIS”**. Tem como objetivo central avaliar o conhecimento comum, especializado e ampliado sobre números decimais de alunos que frequentam o método de ensino individualizado Kumon. Por isso, o (a) convidamos a participar deste projeto, pois entendemos que a realização deste projeto de mestrado torna-se relevante porque acreditamos na possibilidade de vir a contribuir com os processos de ensino-aprendizagem da matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, visando o enfrentamento do fracasso escolar e a melhoria da Educação Matemática ofertada aos nossos alunos. Sua participação será voluntária e consistirá em responder um questionário, após assinar duas vias deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), uma via ficará com o (a) senhor (a) e a outra sob a minha responsabilidade. Se alguma questão do questionário lhe causar desconforto, poderá deixar de responder a questão. Garantimos anonimato da sua identidade, liberdade para retirar-se da pesquisa em qualquer fase dela sem sofrer nenhum prejuízo, não terá gastos financeiros nem qualquer forma de ressarcimento ou indenização financeira pela participação, pois ela embora seja muito importante, não é obrigatória. Os resultados desta pesquisa serão publicados de forma anônima na dissertação do Mestrado e também artigos em revistas especializadas. O questionário utilizado na produção dos dados da pesquisa será arquivado pelo pesquisador por cinco anos. Qualquer esclarecimento sobre a pesquisa pode ser obtido com a aluna Niza Guimarães Pereira na Avenida Luiz Alonso Perez, 155 – Bloco 3 – Apartamento 23 – Chácara Sergipe – CEP 09894-010, São Bernardo do Campo – SP, pelo e-mail: [niza\\_guima@hotmail.com](mailto:niza_guima@hotmail.com), ou pelo telefone (73) 8865-4633. Com a orientadora Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão pelo e-mail: [professorataniagusmao@gmail.com](mailto:professorataniagusmao@gmail.com), ou pelo fone: (77) 8815-5434, e também no

**Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB**

Autorizada pelo Decreto Estadual nº 7344 de 27.05.98

Campus de Jequié

---

Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (CEP/UESB) pelo telefone (73) 3528-9727, pelo e-mail [cepuesb.ig@gmail.com](mailto:cepuesb.ig@gmail.com) ou no seguinte endereço: Av. José Moreira Sobrinho S/N – Bairro: Jequiêzinho, Jequié – Bahia.

---

Pesquisadora Responsável

---

Participante da Pesquisa

Vitória da Conquista – BA, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.

Obrigado por colaborar com a nossa pesquisa!

## APÊNDICE B – PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO  
SUDOESTE DA BAHIA -  
UESB/BA



### PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

#### DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

**Título da Pesquisa:** O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO MÉTODO KUMON SOBRE NÚMEROS DECIMAIS

**Pesquisador:** Niza Guimarães Pereira

**Área Temática:**

**Versão:** 1

**CAAE:** 39467914.4.0000.0055

**Instituição Proponente:** Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

#### DADOS DO PARECER

**Número do Parecer:** 972.500

**Data da Relatoria:** 11/12/2014

#### **Apresentação do Projeto:**

Nesta pesquisa, os pesquisadores têm por objetivo geral avaliar o conhecimento comum, especializado e ampliado sobre números decimais, de alunos que frequentam o método de ensino individualizado Kumon. Para isso, utilizarão como fundamentos o Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) e os seus critérios de adequação didática que são um marco teórico que articula pontos de vista e noções teóricas sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem (Godino, Batanero y Font, 2007). As justificativas apresentadas pela pesquisadora para realização da pesquisa se baseiam na experiência acumulada por ela por doze anos como orientadora Kumon; por terem poucas pesquisas sobre o referido método (vindo do Japão para o Brasil em 1957) e; por contribuir com os estudos na área de Educação Matemática que avaliam métodos de ensino. Os pesquisadores entendem que compreender as necessidades de aprendizagem sobre números decimais dos alunos que buscam superá-las numa unidade Kumon é compreender a relação desses alunos no processo de ensino-aprendizagem de Matemática na escola regular. Por meio de um Estudo de Caso pretendem se aproximar de maneira ampla deste método, da unidade situada na cidade de Vitória da Conquista (BA), da orientadora (professora) do método e dos oito alunos da referida unidade, matriculados no primeiro semestre de 2015, os quais serão acompanhados por um período de seis meses. Sendo dedicada uma hora

**Endereço:** Avenida José Moreira Sobrinho, s/n

**Bairro:** Jequezinho

**CEP:** 45.206-510

**UF:** BA

**Município:** JEQUIE

**Telefone:** (73)3528-9727

**Fax:** (73)3525-6683

**E-mail:** cepuesb.jq@gmail.com



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO  
SUDOESTE DA BAHIA -  
UESB/BA



Continuação do Parecer: 972/2000

diária para cada aluno, uma vez por semana, perfazendo um total de vinte quatro horas por aluno. A estes alunos pretendem aplicar um questionário validado pela comunidade científica, visando uma maior credibilidade à pesquisa. Apresentam as seguintes questões norteadoras: Qual o conhecimento sobre conteúdos dos números decimais os alunos trazem quando buscam o método Kumon? Será que o tratamento dado aos números decimais pelo método Kumon, favorece o conhecimento ampliado dos alunos nas escolas regulares? Como avaliar os resultados de aprendizagem dos alunos, sobre os números decimais do método Kumon, após 06 meses de estudo? Utilizarão a técnica de análise de conteúdo para analisar os dados da pesquisa, tomando como base alguns conceitos de Bandin (2006), bem como as etapas e técnicas definidas por ela e tendo sempre presentes os critérios de adequação didática.

**Objetivo da Pesquisa:**

**Geral**

Avaliar o conhecimento comum, especializado e ampliado sobre números decimais de alunos que frequentam o método de ensino individualizado Kumon, utilizando critérios de adequação didática.

**Específico**

1. Gerar um instrumento para avaliar os conhecimentos de alunos do método Kumon sobre os números decimais a partir de instrumentos modelos, validados pela comunidade científica;
2. Descrever o tratamento dado aos números decimais pelo método Kumon;
3. Identificar aspectos relevantes do conhecimento sobre números decimais de alunos que passaram pelas etapas necessárias para aprendizagem desse conteúdo no método Kumon;
4. Aplicar os Critérios de Adequação Didática do Enfoque Ontosemiótico para avaliar os conhecimentos de alunos do método Kumon sobre os números decimais.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

Os riscos potenciais a que a pesquisa estará sujeita são mínimos e inerentes à execução das questões do questionário, a serem resolvidas pelos alunos do método Kumon (tempo a mais para execução das tarefas, além das executadas pelo método e o cansaço). Tentaremos conciliar o tempo de execução de comum acordo com a Orientadora e alunos, além de fazer intervalos para resolução dos mesmos conforme haja solicitação dos alunos.

A pesquisa possibilitará a validação do método Kumon, por uma comunidade científica, no que concerne aos números decimais, contribuindo assim para o nível de confiança dos pais que

**Endereço:** Avenida José Moreira Sobrinho, s/n

**Bairro:** Jequezinho

**CEP:** 45.206-510

**UF:** BA

**Município:** JEQUIE

**Telefone:** (73)3528-8227

**Fax:** (73)3525-6683

**E-mail:** cepuesb.jq@gmail.com

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO  
SUDOESTE DA BAHIA -  
UESB/BA



Continuação do Parecer. 972/500

buscam através deste método informal, atenuar as dificuldades dos seus filhos com a Educação Matemática da escola regular.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

O projeto está bem delineado, com uma bibliografia que apresenta uma boa atualização, apontando todos os passos que serão dados na execução do mesmo. Com um cronograma adequado ao que esta proposto na metodologia.

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

O TCLE está adequado e atende ao que é estabelecido pelo CEP.

**Recomendações:**

Recomendo a aprovação do projeto.

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Não há pendências

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Aprovo ad referendum o parecer do relator em 04/03/2015.

JEQUIE, 04 de Março de 2015.

*Ana Angélica Leal Barbosa*  
Assinado por: *Ana Angélica Leal Barbosa*  
Ana Angélica Leal Barbosa  
(Coordenador)

*Emmanuel de S. Almeida*  
Emmanuel de S. Almeida  
Diretor de Ensino de Pesquisa - UESB  
Sabão 72.4430

Endereço: Avenida José Moreira Sobrinho, s/n  
Bairro: Jequezinho CEP: 45.206-510  
UF: BA Município: JEQUIE  
Telefone: (73)3528-9727 Fax: (73)3525-6683 E-mail: cepuesb.jq@gmail.com

## APÊNDICE C – AUTORIZAÇÃO PARA COLETA DE DADOS



Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB  
Autorizada pelo Decreto Estadual nº 7344 de 27.05.98  
Campus de Jequié

---

### AUTORIZAÇÃO PARA COLETA DE DADOS

Eu, **Eugênia Guimarães Pereira**, responsável pela unidade Kumon Recreio, situada no bairro Recreio, na cidade de Vitória da Conquista – BA, AUTORIZO a coleta de dados do projeto de pesquisa intitulado “**O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO MÉTODO KUMON SOBRE NÚMEROS DECIMAIS**” da pesquisadora Niza Guimarães Pereira após a aprovação do referido projeto pelo Comitê de Ético em Pesquisa – CEP da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB.

Jequié, 26 de novembro de 2014

**Eugênia Guimarães Pereira**

Responsável pelo Kumon Recreio (Vitória da Conquista - BA)

**KUMON**  
UNIDADE RECREIO  
(77) 3421-2433

## APÊNDICE D – TERMO DE ORIENTAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS



**Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB**  
 Autorizada pelo Decreto Estadual nº 7344 de 27.05.98  
 Campus de Jequié

### TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS

Eu \_\_\_\_\_, CPF \_\_\_\_\_, RG \_\_\_\_\_, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade do uso de minha imagem e/ou depoimento, especificado no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), AUTORIZO, através do presente termo, os pesquisadores **Niza Guimarães Pereira** e a **Prof.ª Dr.ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão (Orientadora)** do projeto de pesquisa intitulado **“O CONHECIMENTO DE ALUNOS DO MÉTODO KUMON SOBRE NÚMEROS DECIMAIS”** a realizar as fotos que se façam necessárias e/ou a colher meu depoimento sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes. Ao mesmo tempo, libero a utilização destas fotos (seus respectivos negativos) e/ou depoimentos para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei N.º 8.069/ 1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, Lei N.º 10.741/2003) e das pessoas com deficiência (Decreto N.º 3.298/1999, alterado pelo Decreto N.º 5.296/2004).

Jequié - BA, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2015.

\_\_\_\_\_  
 Participante da Pesquisa

\_\_\_\_\_  
 Pesquisadora responsável pelo projeto



## APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO UTILIZADO NA CONSTRUÇÃO DOS DADOS

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB

Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores  
– PPG – ECFP

Projeto de Pesquisa: O conhecimento de alunos do Método Kumon sobre Números Decimais.

Objetivos: Avaliar o conhecimento comum e especializado sobre Números Decimais, de alunos que frequentam o Ensino Individualizado do Método Kumon, utilizando critérios de adequação didática.

Aluna: Niza Guimarães Pereira e-mail niza\_guima@hotmail.com

Orientadora: Tânia C. R. S. Gusmão e-mail professorataniagusmao@gmail.com

As informações coletadas por meio deste instrumento serão utilizadas com finalidades estritamente científica, com base na Resolução nº 196, de 10 de outubro de 1996, do Conselho Nacional de Saúde.

### QUESTIONÁRIO

Este questionário pretende coletar dados para elaboração de dissertação de Mestrado objetivando avaliar o conhecimento sobre números decimais de alunos que frequentam o ensino individualizado do Método Kumon.

Item 1 (Konic, 2011)

Explique com suas próprias palavras, o que entende por número decimal.

## Item 2

Circule entre os números, aqueles que você reconhece como números decimais:



## Item 3 (Konic, 2011)

a) Marque os seguintes números na reta numérica:

Três décimos;    0,3     $\frac{3}{10}$     um terço     $\frac{10}{3}$ ;    2;     $\frac{10}{5}$



b) (Adaptado de Konic, 2011) Represente os números:desenhando figuras em forma de barrinhas, ou quadradinhos, ou riscos ou outra forma que desejar.

- 3/10
- um terço
- 2
- 1,5

## Item 4 (Adaptado de Konic, 2011)

Em um livro de texto, encontramos o seguinte problema:

- *A parte inteira é 16*
- *Os centésimos são a metade da parte inteira*
- *Os décimos são a metade dos centésimos*

De qual número se trata?

## Item 5 (Konic, 2011)

a) É possível suprimir um zero do número 470,05 de tal forma que se obtenha um número maior? Ou um número menor? Justifique as duas respostas.

b) É possível intercalar um 0 (zero) no número 19,38 de tal maneira que se obtenha um número maior? E para obter um número menor? Escreva todas as possibilidades. Justifique as respostas.

## Item 6 (Konic, 2011)

a) A expressão 1,3456789 representa um número decimal?

Justifique a resposta.

b) Representa um número decimal a expressão 0,454545...(45 repetido indefinidamente)?

c) É um número decimal o número cuja expressão decimal é 4,10999...(sendo o 9 repetido indefinidamente?)

d) É decimal o número 3?

## Item 7 (Konic, 2011)

A seguinte questão corresponde a uma prova realizada por uma professora para avaliar o conhecimento de seus alunos acerca dos números decimais.

Sabemos que o próximo número do número natural 54 é 55.

a) Existe um número natural imediatamente a seguir do número 23,5?

Qual ou quais seriam?

b) Existe um número decimal que segue imediatamente o número 32,13?

Qual ou quais seriam?

Três alunos responderam da seguinte maneira:

*Nicolas respondeu: é 24 e 32,14; Ruth respondeu: é 24 e 32,131; Florencio respondeu: é 23 e 32,12.*

Estão corretas as respostas dos alunos? Justifique sua resposta.

## Item 8 (Konic, 2011)

Uma professora propôs o seguinte problema a seus alunos:

Vera ganhou um concurso de salto com vara. Saltou mais que 6,12 metros e menos que 6,16. Quais podem ser as marcas de Vera?

a) Resolver o problema

b) Para a pergunta do problema, três alunos deram as seguintes respostas:

Pedro: 6,12m; 6,13m; 6,14 m; 6,15m e 6,16m

Maria: 6,13m; 6,14m e 6,15m

Paulo: Todas as medidas de altura compreendida entre 6,12m e 6,16m.

Todos acertaram a resposta? Justifique.

## Item 9

Qual o resultado das operações decimais a seguir:

- a)  $12,25 + 2,05 + 0,305$
- b)  $6,9 - 1,80$
- c)  $1,2 \times 2,45$
- d)  $9,9 : 3$

## Item 10 (Konic, 2011)

Como se sabe, o número racional  $\frac{2}{5}$  pode ser representado em forma decimal, como se segue:  $\frac{2}{5} = 0,4$ .

a) É possível representar na forma decimal, qualquer número racional dado como uma fração?

Distinguir casos possíveis e justificar.

b) Como é sabido, o número racional  $0,7$  pode ser escrito na forma fracionária

( $0,7 = \frac{7}{10}$ ). É possível escrever na forma fracionária qualquer número expresso em forma decimal?

Faça a distinção nos casos possíveis e justifique.

c) Dada a expressão fracionária irredutível de um número racional. Que condição deve cumprir o denominador dessa fração para que represente um número decimal?

## Item 11 (Gusmão, 2006)

Julia e Roberto dividiram uma bola de Pão. Júlia comeu a metade de  $\frac{1}{3}$  da bola de Pão e Roberto comeu  $\frac{1}{3}$  da metade da bola de Pão.

Quem comeu mais pão?

## Item 12 (Konic, 2011)

a) O número 0,121221222122221 é racional ou irracional?

Justifique a resposta.

b) Considerando o número  $\frac{53}{83}$ , ao fazer a divisão na calculadora mostra 0,63855421687. É  $\frac{53}{83}$  um número racional ou irracional?

Justifique a resposta.

## Item 13

Em 2013, a população de Belo Campo (Bahia) era de 16.021 habitantes.

Circule a letra da quantidade de pessoas, escrita por extenso:

- a) Um mil, seiscentos e vinte e um habitantes
- b) Dezesesseis mil, duzentos e dez habitantes
- c) Dezesesseis mil e vinte e um habitantes
- d) Cento e sessenta mil e vinte e um habitantes

## APÊNDICE F – ENTREVISTAS FEITAS COM OS ALUNOS

As entrevistas acontecerem em momentos distintos e na sala de recepção da Unidade Kumon Candeias, após a resolução dos questionários. Os alunos eram liberados de 05 até 10 minutos, antes ou ao final das atividades do Kumon. Todos fizeram, embora, alguns demorassem mais tempo do que havíamos combinado, principalmente os mais novos de idade, o tempo era curto e eles queriam conversar antes de responder perguntas, logo chegava o responsável para buscá-los e ficava para depois. Com a maioria deles tivemos que fazer as entrevistas em duas etapas.

Serviram para somar com as observações já que o tempo de 01 (uma) hora que os alunos ficam na Unidade é muito curto e totalmente preenchido com a sequência de atividades.

Fizemos as entrevistas com um roteiro pré – estabelecido. As perguntas variaram de acordo com a comunicação com cada aluno. E fazíamos anotações no nosso caderno de campo, para ao final, registrar os detalhes de cada fala.

- Começamos as entrevistas pelo aluno Hermes que sempre se oferecia para ser o primeiro, em qualquer atividade:

*Pesquisadora: Como você veio estudar no Kumon?*

Hermes: Eu tinha 04 anos quando comecei a fazer Kumon no primeiro estágio de matemática, o 6A. Eu estava arrumando meus 27 carrinhos e meu pai perguntou se eu podia dividir meus carrinhos com 09 grupos de pessoas e eu acertei que era 3. Ele disse que ia me botar no Kumon porque eu era muito sabido e para desenvolver.

*Pesquisadora: Você gosta de fazer Kumon?*

Hermes: Antes eu era mais empolgado. Sou aluno dois anos adiantado mas, quando cheguei no estágio E, ficou muito difícil, pois ainda não ví isto na Escola.

*Pesquisadora: Isto o que?*

Hermes: Frações. É muito chato e difícil.

*Pesquisadora: E de Matemática você gosta?*

Hermes: Quando comecei a fazer Kumon no 6A , era muito fácil e achava chato, quando cheguei no 3A comecei a gostar e melhorar nas contas da Escola, e ficar mais rápido.

*Pesquisadora: Você já estudou números decimais?*

Hermes: Não

► O segundo aluno a ser entrevistado foi o Zeus:

*Pesquisadora: Zeus como você veio estudar no Kumon?*

Zeus: “Minha mãe tinha uma amiga que a filha dela tinha feito e concluído o Kumon de Português. Ela avançou nos assuntos sem depender da Escola que estudava. Aí minha mãe disse que eu ia fazer Kumon de Matemática”.

*Pesquisadora: você gosta de fazer Kumon?*

Zeus: “gosto porque é um lugar de estudo individual que ajuda muito na Escola, melhora o raciocínio, a inteligência, a concentração e a resolução de tarefas”.

*Pesquisadora: e de Matemática você gosta?*

Zeus: “Agora que eu acabo as lições antes de todo mundo da sala e minhas notas são ótimas. Gosto”.

*Pesquisadora: a Matemática do Kumon te ajudou na escola?*

Zeus: “Muito. Agora eu entendo tudo da aula. E melhorei em Português também. E faço minhas lições e as tarefas do Kumon sozinho”.

*Pesquisadora: Você já estudou números decimais na escola?*

Zeus: “Já, mas não lembro”.



*Pesquisadora: E no Kumon, já aprendeu ou estudou números decimais?*

Zeus: Tô fazendo frações. Eugênia disse que no final das frações eu estudo números decimais. Tá perto. Vou aprender.

- ▶ A terceira a ser entrevistada é uma aluna encantadora, gentil com todos, sempre muito simpática dá boas vindas aos colegas, de vez em quando dá um giro pela Unidade, às vezes demonstra irritação e demora para fazer as atividades. Afinal, é um dia trabalhoso e atípico para ela, todos entendem que veio de outra cidade, esta é a aluna Hera:

*Pesquisadora: Hera como e porque você veio estudar no Kumon?*

Hera: Minha mãe disse que tinha um curso de Matemática em Conquista que ia me ajudar a melhorar na escola pois eu tava com muita dificuldade e se eu queria fazer. E eu quis.

*Pesquisadora: Você mora em Conquista?*

Hera: Não, eu moro em Belo Campo. Eu só venho prá Conquista terça-feira. Faço Kumon de Matemática e Português, 2 horas cada um. Quando acaba vou prá aula de Inglês. Agora tá na hora do meu lanche, depois a gente continua. E saiu da Unidade com uma auxiliar acompanhando ela.

*Pesquisadora: Agora que você voltou do lanche, me fale da sua rotina de toda terça-feira.*

Hera: “De manhã eu vou prá escola. Quando saio vou pra casa me arrumar e a Van já tá na porta me esperando. Não dá tempo de almoçar, aí como uma fruta e vou comendo uma barrinha de cereal, um chocolate e um suquinho no caminho, viajo mais ou menos uma hora. Chego no Kumon 1:30 hs. Quando eu acabo de fazer Português é que vou almoçar, um lanche reforçado. Por isso pedi prá sair porque tava morrendo de fome. E tenho que sair às 4:00 hs para o Inglês porque a Van me pega lá às 17:30 hs para ir prá casa”.

*Pesquisadora: mesmo com toda esta correria, vale a pena estudar no Kumon?*

Hera: “eu gosto de fazer Kumon só não gosto de fazer final de semana porque meus primos todos vão brincar e eu só posso ir depois que fizer o Kumon senão, a mamãe não deixa eu sair prá brincar”.

*Pesquisadora: Você gosta de Matemática?*

Hera: “Eu era desconcentrada. Se não fizesse Kumon estaria com problemas na minha Escola. Nesta Unidade (na escola regular) de 7 (sete) alunos, só dois (2) passaram e eu tive a maior nota de Matemática 9,2”.

*Pesquisadora: Você aprendeu números decimais na Escola? E no Kumon?*

Hera: “Na Escola não lembro e no Kumon não vi ainda”.

- ▶ A quarta entrevista foi feita com uma aluna calma, centrada, conversa com clareza, segurança, gentileza e deixou muito claro que acha chato fazer o Kumon, faz menos do que poderia e a certeza de que, apesar de não gostar do compromisso, sabe da importância dele para sua vida escolar. Esta é Atena:

*Pesquisadora: Atena como você conheceu o Kumon?*

Atena: “minha mãe ficou sabendo por outra mãe que o curso preparava o aluno em Matemática. Foi conhecer, gostou do que ouviu na entrevista e me informou que eu ia fazer o curso dizendo que seria bom para o meu futuro na aprendizagem de Matemática”.

*Pesquisadora: você gosta de fazer Kumon?*

Atena: “sei que o Kumon é bom e tem me ajudado muito, porém acho chato fazer todo dia e como não considero prioridade para mim, como minha mãe acha, esqueço de fazer no final de semana”.

*Pesquisadora: e de Matemática você gosta?*

Atena: Aprendi a soma e subtração muito fácil na Escola mas, a multiplicação, desde o início eu não entendia como acontecia. Quando entrei no Kumon no 6º ano, não sabia multiplicar e achava que multiplicação era sinônimo de soma.

“Aprendi a multiplicação no Kumon, fazendo várias repetições, estudando tabuada e chamadas orais, demorei um ano mas entendi que quando temos muitos números para somar, podemos reduzir a conta através da multiplicação e a calculadora só me atrapalhou”.

*Pesquisadora: como é esta sua relação com a calculadora?*

Atena: Eu sempre usei escondido da minha mãe porque Eugenia avisou que não devemos usar para não atrapalhar o nosso estudo. Agora não uso mais, não preciso dela que só me atrapalhou de não pensar e de fazer os cálculos de cabeça.

*Pesquisadora: o fato de deixar de fazer os bloquinhos no final de semana, é bom ou ruim para sua aprendizagem?*

Atena: “é bom prá mim porque acho chato fazer todo dia. É ruim porque quando volto pró Kumon tenho que fazer tudo o que não fiz em casa, mais o do dia. Se eu fizesse todos os dias, estaria bem mais adiantada mas estou ótima na escola e vou fazendo no meu ritmo. Minha mãe não pega no meu pé, desde que eu continue fazendo o Kumon. Até eu sei que mesmo chato, aqui eu aprendo e quando tenho dúvidas sou atendida logo. Vou continuar fazendo Kumon porque eu comecei a entender melhor as aulas da escola mesmo fazendo menos do que sou capaz de fazer, me sinto mais segura na Matemática e vou aprender muito mais”.

*Pesquisadora: Você estudou números decimais?*

Atena: “na escola sim. Mas no Kumon só depois que aprendí as frações é que vou aprender os decimais. Logo vou acabar o F, mudar para o estágio G e avançar”.

- ▶ O quinto aluno entrevistado não gosta muito de falar, fez poucas perguntas porque ele fez sem muita vontade, depois de várias tentativas, só para ser gentil e quase na hora de ir embora. Foi bastante reticente. Este é o jeito de ser do Ares:

*Pesquisadora: como você ficou sabendo do Kumon?*

Ares: veio fazer o Kumon por decisão dos pais, depois de um diálogo com ele de que o curso o ajudaria na escola pois, ele estava tendo dificuldades e que o irmão mais velho também iria fazer.

*Pesquisadora: você gosta de fazer Kumon?*

Ares: “no início, eu era pequeno, não entendia e achava gostoso fazer os bloquinhos coloridos. Hoje eu acho chato fazer Kumon porque são assuntos que ainda não ví na escola, muitos cálculos e mais difíceis”.

*Pesquisadora: e de Matemática você gosta?*

Ares: “fazer Kumon é muito chato e de matemática são muitas contas, dá preguiça de fazer porém, o bom é que sempre tenho as melhores notas na escola e sou considerado um aluno que sabe muito e gosto de matemática”.

*Pesquisadora: você estudou números decimais?*

Ares: “na escola eu não lembro. Aquí no Kumon eu estou acabando as frações e estou perto dos números decimais.”

- ▶ A sexta aluna a ser entrevistada foi Artêmis, veio fazer o curso para dar continuidade pois já fazia em outro Estado. Aluna séria, responsável e comprometida com o método.

*Pesquisadora: Como você conheceu o Kumon?*

Artêmis: Eu já fazia em São Paulo e continuo fazendo aqui.

*Pesquisadora: Você gosta de Fazer Kumon?*

Artêmis: Acho chato porque tem que fazer nas férias,mas é bom porque ajuda nas atividades da escola.

*Pesquisadora: Você pode falar de alguma atividade em que o método lhe ajudou na Escola?*

Artêmis: “sim, os números positivos e negativos, no colégio eu aprendi e não aprendi e no kumon eu aprofundei e aprendi”.

*Pesquisadora: aprofundou como?*

Artêmis: “comecei fazendo uns bloquinhos bem fáceis porque eu já tinha visto na escola aí quando chegou no difícil eu tive dificuldades aí ví quenão sabia direito e aqueles que eu tinha errado muito eu refiz prá aprender. Foi fazendo os exercícios difíceis que eu aprofundei.”

- ▶ O sétimo aluno entrevistado, o Perseu, é muito simpático, gosta de conversar e parece gostar muito de estar no Kumon, fazer Kumon e dizer que é aluno adiantado.

*Pesquisadora: como você ficou sabendo do Kumon?*

Perseu: vim fazer o Kumon por decisão da minha mãe contando com o apoio dos avós. “Ela era muito sabida e inteligente, todo lugar que minha mãe trabalhava ela mudava para melhor”.

*Pesquisadora: você gosta de fazer Kumon?*

Perseu: “comecei fazendo uns bloquinhos bem fáceis no início, pois eu já tinha visto na Escola, depois, para ser aluno adiantado tive que aprender coisas diferentes da Escola, aí ficou difícil mas eu gosto dos desafios de aprender antes da Escola, pois os colegas acham que você sabe tudo e tiro as maiores notas”.

*Pesquisadora: Você gosta de Matemática?*

O Perseu: “Sim, sempre gostei. A Matemática ajuda em tudo. É muito bom quando o professor está ensinando um assunto novo e entendo tudo porque eu já tinha feito no Kumon”.

*Pesquisadora: Você aprendeu números decimais?*

Perseu: “Eu vi na Escola mas ficou mais claro depois que aprendi no Kumon”.

- ▶ Eros - o oitavo aluno a ser entrevistado. Chega sempre muito discreto e cuidadoso para não chamar atenção. Segue a rotina, faz suas atividades com atenção e concentração que nada o distrai.

*Pesquisadora: Como você veio fazer Kumon?*

Eros: “Uma amiga da minha mãe falou que o filho dela, tinha feito Kumon em Conquista, um curso muito bom de Matemática e que ele estava indo bem na Escola em Salvador, por causa desse curso. Ela foi conhecer, gostou do que ouviu e me colocou. Eu também gosto”.

*Pesquisadora: Você gosta de Matemática?*

Eros: Disse que antes do Kumon era bom aluno e sempre gostou de Matemática mas, depois do Kumon ele se tornou um aluno ótimo, adquiriu disciplina para estudar e se sente mais seguro na resolução dos exercícios.

*Pesquisadora: Mais seguro como?*

Eros: Mais seguro do que sei. Antes, eu ficava refazendo contas e depois de fazer muitos exercícios fáceis e difíceis no Kumon, tenho certeza do que aprendi e estou fazendo.

*Pesquisadora: Você aprendeu números decimais?*

Eros: Muito difícil o estágio E, demorei bastante porque não tinha facilidade com as frações, depois que passei para o F achei as frações mais difíceis ainda, aí fiz algumas

repetições e aprendí. Quando cheguei nos bloquinhos dos números decimais foi fácil.

- ▶ O nono aluno Apolo, irmão mais velho de Ares, não foi entrevistado, estava se preparando para fazer intercâmbio no Canadá e só veio ao Kumon para a reaplicação do Questionário pelo seu comprometimento com a pesquisa.
- ▶ O décimo aluno entrevistado foi Posêidon. Ele permanece duas horas na unidade porque cursa Matemática e Português.

*Pesquisadora: Como você veio fazer Kumon?*

Posêidon: Foi depois que um primo me passou de primeira no vestibular de Medicina e disse que estudar no Kumon ajudou muito. Comecei com Matemática e este ano estou fazendo Português também.

*Pesquisadora: Você gosta de Matemática?*

Posêidon: A Matemática sempre foi muito difícil para mim. Estudei numa Escola Pública de uma cidade pequena, eram poucos exercícios e muito fáceis. Vim fazer vestibular na UESB de Conquista e fui reprovado duas vezes. Então meus pais me colocaram para estudar no Kumon e estou começando a gostar de Matemática.

*Pesquisadora: O que significa o Kumon para você?*

Posêidon: aprender assuntos de Matemática que não aprendí na Escola, tive que começar desde o início da soma, subtração, multiplicação e divisão. Agora estou estudando Sistema de equações. Ainda tenho muito que aprender para passar no vestibular de Administração.

*Pesquisadora: Você aprendeu números decimais?*

Posêidon: Aprendi no Kumon mas demorei muito. Começou com frações, muitos exercícios fáceis e difíceis e só depois que aprendí os decimais.

*Pesquisadora: Qual o significado dos números decimais para você?*

Posêidon: Fazer compras no mercado, pagar contas. Resolver problemas matemáticos. A gente usa decimais em quase tudo na vida.

- ▶ Hefesto, foi o último aluno a ser entrevistado, está trabalhando o dia todo e frequenta pouco a unidade. Vem buscar o material para fazer em casa, traz para fazer correção e tirar dúvidas. Ele faz muito material.

*Pesquisadora: Como você veio estudar no Kumon?*

Hefesto: Fiquei sabendo que o curso era muito bom, com elevada carga de exercícios e por entender a necessidade de aprender matemática para a vida.

*Pesquisadora: Qual o seu objetivo para fazer o Kumon?*

Hefesto: o desafio de fazer uma Faculdade de Engenharia no Canadá onde já havia feito um intercâmbio de seis meses e decidiu que voltaria para fazer a Faculdade lá. Cursou um semestre de Relações Internacionais em outro Estado, onde residia. Mas desistiu porque não era o curso que queria.

*Pesquisadora: O Kumon tem algum significado pra você?*

Hefesto: “Tem sim. Comecei no Kumon, nos estágios iniciais de soma e subtração, fazendo revisões. Já passei por multiplicação de polinômios produtos notáveis, equações quadrática etc”. Na reaplicação do Questionário, após três meses ele já havia iniciado o Estágio J (fatorações). Está vendo novos assuntos, inclusive alertou sobre as fatorações que ele aprendeu no Kumon: “não viu em lugar nenhum, inclusive buscou este conteúdo, via internet, em algumas Universidades daqui, do Canadá e Estados Unidos e não encontrou este tipo de exercício, com tamanho grau de dificuldade e aprofundamento, em função disto, pelo menos, uma vez por semana ele vai até a Unidade para tirar as dúvidas”. Está se preparando para estudar em outro país.



# ANEXOS

ANEXO A – Programa do material didático de matemática do Kumon  
 Conteúdos dos blocos dos estágios ZI 6A5A 4A

<b>ZI*</b>		<b>Bloco</b>	<b>6A*</b>	<b>5A*</b>	<b>4A</b>	<b>T.P.R.</b>
1~10	Pintando 1	1~10	Contagem (até 5) 1	Leitura de Números (até 30) 1	Exercícios de traçado dos números 1	0,5 - 2
11~20	Pintando 2	11~20	Contagem (até 5) 2	Leitura de Números (até 30) 2	Exercícios de traçado dos números 2	0,5 - 2
21~30	Linhas Retas 1	21~30	Contagem (até 5) 3	Leitura de Números (até 30) 3	Exercícios de traçado dos números 3	0,5 - 2
31~40	Linhas Retas 2	31~40	Contagem (até 10) 1	Leitura de Números (até 30) 4	Exercícios de traçado dos números 4	0,5 - 2
41~50	Linhas Retas 3	41~50	Contagem (até 10) 2	Leitura de Números (até 30) 5	Traçado de números até 10 1	0,5 - 2
51~60	Linhas Curvas 1	51~60	Contagem (até 10) 3	Leitura de Números (até 30) 6	Traçado de números até 10 2	0,5 - 2
61~70	Linhas Curvas 2	61~70	Contagem (até 10) 4	Leitura de Números (até 30) 7	Traçado de números até 10 3	0,5 - 2
71~80	Linhas Curvas 3	71~80	Contagem (até 10) 5	Leitura de Números (até 30) 8	Traçado de números até 10 4	0,5 - 2
81~90	Linhas Curvas 4	81~90	Contagem (até 10) 6	Leitura de Números (até 30) 9	Traçado de números até 10 5	0,5 - 2
91~100	Linhas Curvas 5	91~100	Contagem (até 10) 7	Leitura de Números (até 30) 10	Traçado de números até 10 6	0,5 - 2
<b>ZII*</b>		101~110	Leitura de Números (até 10) 1	Sequências de Números (até 30) 1	Traçado de números até 20 1	0,5 - 2
1~10	Formas e Figuras 1	111~120	Leitura de Números (até 10) 2	Sequências de Números (até 30) 2	Traçado de números até 20 2	0,5 - 2
11~20	Formas e Figuras 2	121~130	Leitura de Números (até 10) 3	Sequências de Números (até 30) 3	Traçado de números até 30 1	0,5 - 2
21~30	Formas e Figuras 3	131~140	Leitura de Números (até 10) 4	Sequências de Números (até 40) 1	Traçado de números até 30 2	0,5 - 2
31~40	Formas e Figuras (Histórias) 1	141~150	Leitura de Números (até 10) 5	Sequências de Números (até 40) 2	Números até 50 1	0,5 - 2
41~50	Formas e Figuras (Histórias) 2	151~160	Número de Bolinhas (até 10) 1	Sequências de Números (até 40) 3	Números até 50 2	0,5 - 2
51~60	Formas e Figuras (Histórias) 3	161~170	Número de Bolinhas (até 10) 2	Sequências de Números (até 50) 1	Números até 50 3	0,5 - 2
61~70	Vai e Vem 1	171~180	Número de Bolinhas (até 10) 3	Sequências de Números (até 50) 2	Números até 50 4	0,5 - 2
71~80	Vai e Vem 2	181~190	Número de Bolinhas (até 10) 4	Sequências de Números (até 50) 3	Números até 50 5	0,5 - 2
81~90	Cantos e Curvas 1	191~200	Número de Bolinhas (até 10) 5	Números Grandes	Números até 50 6	0,5 - 2
91~100	Cantos e Curvas 2					



## ANEXO B – Conteúdos dos blocos dos estágios 3A; 2A; A; B

3A	T.P.R.	2A	T.P.R.	A	T.P.R.	B	T.P.R.
Números até 100 1	0,5 - 2	Revisão até 3A	1 - 2	Adição (Revisão até 2A) 1	1 - 2	Adição (Revisão até A)	2 - 3
Números até 100 2	0,5 - 2	Adicionando 4 (até 12+4) 1	1 - 2	Adição (soma até 12) 2	1 - 2	Adição (soma até 100) 1	2 - 3
Números até 100 3	0,5 - 2	Adicionando 4 (até 16+4) 2	1 - 2	Adição (soma até 15) 3	1 - 2	Adição (soma até 100) 2	2 - 3
Números até 100 4	0,5 - 2	Adicionando 5 (até 12+5) 1	1 - 2	Adição (soma até 18) 4	1 - 2	Adição (soma até 100) 3	2 - 3
Números até 100 5	0,5 - 2	Adicionando 5 (até 15+5) 2	1 - 2	Adição (soma até 20) 5	1 - 2	Adição de números de 2 algarismos 1	2 - 3
Números até 100 6	0,5 - 2	Adicionando até 5 1	1 - 2	Adição (soma até 24) 6	1 - 2	Adição de números de 2 algarismos 2	2 - 3
Números até 120	1 - 2	Adicionando até 5 2	1 - 2	Adição (soma até 28) 7	1 - 2	Adição de números de 2 algarismos 3	2 - 3
Adicionando 1 (até 12+1) 1	1 - 2	Adicionando 6 (até 12+6) 1	1 - 2	Adição (resumo de adição) 8	2 - 3	Adição de números de 3 algarismos 1	2 - 3
Adicionando 1 (até 18+1) 2	1 - 2	Adicionando 6 (até 14+6) 2	1 - 2	Subtração (subtraindo 1) 1	1 - 2	Adição de números de 3 algarismos 2	2 - 3
Adicionando 1 (até 24+1) 3	1 - 2	Adicionando 7 (até 11+7) 1	1 - 2	Subtração (subtraindo 2) 2	1 - 2	Adição de números de 3 algarismos 3	2 - 3
Adicionando 1 (até 30+1) 4	1 - 2	Adicionando 7 (até 13+7) 2	1 - 2	Subtração (subtraindo 3) 3	1 - 2	<b>Subtração 1 (Revisão até A)</b>	2 - 3
Adicionando 1 (até 60+1) 5	1 - 2	Adicionando até 7 1	1 - 2	Subtração (subtraindo até 3) 4	1 - 2	<b>Subtração 2 (Revisão até A)</b>	2 - 3
Adicionando 1 (até 1000+1) 6	1 - 2	Adicionando até 7 2	1 - 2	Subtração (subtraindo até 5) 5	1 - 2	Subtração de números de 2 algarismos 1	2 - 3
Adicionando 2 (até 14+2) 1	1 - 2	Adicionando 8 (até 11+8) 1	1 - 2	Subtração (minuendo até 10) 6	1 - 2	Subtração de números de 2 algarismos 2	2 - 3
Adicionando 2 (até 18+2) 2	1 - 2	Adicionando 8 (até 12+8) 2	1 - 2	Subtração (minuendo até 11) 7	1 - 2	Subtração de números de 2 algarismos 3	2 - 3
Adicionando 2 (até 32+2) 3	1 - 2	Adicionando 9 (até 12+9)	1 - 2	Subtração (minuendo até 12) 8	1 - 2	Subtração de números de 2 algarismos 4	2 - 3
Adicionando 3 (até 14+3) 1	1 - 2	Adicionando 9 e 10 (até 12+9 e 15+10)	1 - 2	Subtração (minuendo até 14) 9	1 - 2	Subtração de números de 3 algarismos 1	2 - 3
Adicionando 3 (até 21+3) 2	1 - 2	Adicionando até 10 1	1 - 2	Subtração (minuendo até 16) 10	1 - 2	Subtração de números de 3 algarismos 2	2 - 3
Adicionando até 3 1	1 - 2	Adicionando até 10 2	1 - 2	Subtração (minuendo até 20) 11	1 - 2	Subtração de números de 3 algarismos 3	2 - 3
Adicionando até 3 2	1 - 2	Adicionando até 10 3	1 - 2	Subtração (resumo de subtração) 12	2 - 3	Subtração de números de 3 algarismos 4	2 - 3

■ Indica os possíveis Pontos de Partida

T.P.R. - Tempo Padrão de Resolução (min/folha)



## ANEXO C – Conteúdos dos blocos dos estágios C, D, E, F

C	T.P.R.	D	T.P.R.	Bloco	E	T.P.R.	F	T.P.R.
Revisão até B	2-3	Revisão até C	3-4	1-10	Revisão até D	3-4	Revisão até E <sub>1</sub>	3-5
Multiplicação Tabuadas do 2 e 3	2-3	Multiplicação (2alg. x 2alg.) <sub>1</sub>	3-4	11-20	Frações	3-4	Revisão até E <sub>2</sub>	3-5
Multiplicação Tabuadas do 4 e 5	2-3	Multiplicação (2alg. x 2alg.) <sub>2</sub>	3-4	21-30	Adição de frações <sub>1</sub>	3-4	Multiplicação e divisão de três frações	3-5
Multiplicação Tabuadas do 6 e 7	2-3	Multiplicação (2alg. x 2alg.) <sub>3</sub>	3-4	31-40	Adição de frações <sub>2</sub>	3-4	Adição de três frações <sub>1</sub>	3-5
Multiplicação Tabuadas do 8 e 9	2-3	Multiplicação (3alg. x 2alg.)	3-4	41-50	Adição de frações <sub>3</sub>	3-4	Adição de três frações <sub>2</sub>	3-5
Multiplicação (2alg. x 1alg.) <sub>1</sub>	2-3	Adição e Subtração	3-4	51-60	Adição de frações <sub>4</sub>	3-4	Adição e subtração de três frações	3-5
Multiplicação (2alg. x 1alg.) <sub>2</sub>	2-3	Multiplicação e Divisão <sub>1</sub>	3-4	61-70	Adição de frações <sub>5</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>1</sub>	3-5
Multiplicação (2alg. x 1alg.) <sub>3</sub>	2-3	Multiplicação e Divisão <sub>2</sub>	3-4	71-80	Adição de frações <sub>6</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>2</sub>	3-5
Multiplicação (2alg. x 1alg.) <sub>4</sub>	2-3	Divisão por números de 2 algarismos <sub>1</sub>	3-4	81-90	Adição de frações <sub>7</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>3</sub>	3-5
Multiplicação (2alg. x 1alg.) <sub>5</sub>	2-3	Divisão por números de 2 algarismos <sub>2</sub>	3-4	91-100	Adição de frações <sub>8</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>4</sub>	3-5
Multiplicação (3 ou mais alg. x 1alg.)	2-3	Divisão por números de 2 algarismos <sub>3</sub>	3-4	101-110	Subtração de frações <sub>1</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>5</sub>	3-5
Introdução à divisão	2-3	Divisão por números de 2 algarismos <sub>4</sub>	3-4	111-120	Subtração de frações <sub>2</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>6</sub>	3-5
Divisão com resto <sub>1</sub>	2-3	Divisão por números de 2 algarismos <sub>5</sub>	3-4	121-130	Subtração de frações <sub>3</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>7</sub>	3-5
Divisão com resto <sub>2</sub>	2-3	Divisão por números de 2 algarismos <sub>6</sub>	3-4	131-140	Adição e subtração de frações	3-4	Expressões aritméticas <sub>8</sub>	3-5
Divisão com resto <sub>3</sub>	2-3	Divisão por números de 2 ou mais algarismos	3-4	141-150	Multiplicação de frações <sub>1</sub>	3-4	Expressões aritméticas <sub>9</sub>	3-5
Divisão com resto <sub>4</sub>	2-3	Frações	3-4	151-160	Multiplicação de frações <sub>2</sub>	3-4	Valor de x	3-5
Divisão (2alg. ÷ 1alg.) <sub>1</sub>	2-3	Simplificações <sub>1</sub>	3-4	161-170	Divisão de frações	3-4	Problemas com enunciado <sub>1</sub>	3-5
Divisão (2alg. ÷ 1alg.) <sub>2</sub>	2-3	Simplificações <sub>2</sub>	3-4	171-180	Multiplicação e divisão de frações	3-4	Problemas com enunciado <sub>2</sub>	3-5
Divisão (3alg. ÷ 1alg.) <sub>1</sub>	2-3	Simplificações <sub>3</sub>	3-4	181-190	Frações e decimais <sub>1</sub>	3-4	Números decimais <sub>1</sub>	3-5
Divisão (3alg. ÷ 1alg.) <sub>2</sub>	2-3	Simplificações <sub>4</sub>	3-4	191-200	Frações e decimais <sub>2</sub>	3-4	Números decimais <sub>2</sub>	3-5

(Fevereiro/2014)

## ANEXO D – Conteúdos dos blocos dos estágios G, H, I, J

<b>G</b>	<b>T.P.R.</b>	<b>H</b>	<b>T.P.R.</b>	<b>I</b>	<b>T.P.R.</b>	<b>J</b>	<b>T.P.R.</b>
Aritmética básica para o estágio G 1	3 - 5	Matemática básica para o estágio H 1	4 - 6	Matemática básica para o estágio I	4 - 6	Produtos Polinomiais	5 - 8
Aritmética básica para o estágio G 2	3 - 5	Matemática básica para o estágio H 2	4 - 6	Multiplicação de polinômios	4 - 6	Fatoração 1	5 - 8
Números positivos e negativos 1	3 - 5	Equações literais 1	4 - 6	Produtos notáveis	4 - 6	Fatoração 2	5 - 8
Números positivos e negativos 2	3 - 5	Equações literais 2	4 - 6	Fatoração 1	4 - 6	Fatoração 3	6 - 10
Números positivos e negativos 3	3 - 5	Sistemas de equações lineares com duas incógnitas 1	4 - 6	Fatoração 2	4 - 6	Fatoração 4	6 - 10
Multiplicação de números positivos e negativos	3 - 5	Sistemas de equações lineares com duas incógnitas 2	4 - 6	Fatoração 3	4 - 6	Fatoração 5	7 - 12
Multiplicação e divisão de números positivos e negativos	3 - 5	Sistemas de equações lineares com duas incógnitas 3	4 - 6	Fatoração 4	4 - 6	Frações algébricas	6 - 10
Expressões numéricas 1	3 - 5	Sistemas de equações lineares com duas incógnitas 4	4 - 6	Fatoração 5	4 - 6	Números irracionais 1	5 - 8
Expressões numéricas 2	3 - 5	Sistemas de equações lineares com duas incógnitas 5	4 - 6	Raízes quadradas 1	4 - 6	Números irracionais 2	6 - 10
Expressões numéricas 3	3 - 5	Sistemas de equações lineares com três / quatro incógnitas 1	4 - 6	Raízes quadradas 2	4 - 6	Equação do 2º grau 1	5 - 8
Valor numérico da expressão algébrica 1	3 - 5	Sistemas de equações lineares com três / quatro incógnitas 2	4 - 6	Raízes quadradas 3	4 - 6	Equação do 2º grau 2	6 - 10
Valor numérico da expressão algébrica 2	3 - 5	Problemas envolvendo sistemas lineares	4 - 6	Equações quadráticas 1	4 - 6	Equação do 2º grau - números complexos	6 - 10
Simplificação de expressões algébricas 1	3 - 5	Inequações 1	4 - 6	Equações quadráticas 2	4 - 6	Discriminante	6 - 10
Simplificação de expressões algébricas 2	3 - 5	Inequações 2	4 - 6	Equações quadráticas 3	4 - 6	Relações entre raízes e coeficientes	6 - 10
Simplificação de expressões algébricas 3	3 - 5	Funções e gráficos 1	4 - 6	Gráficos de funções quadráticas 1	4 - 6	Sistema de equações	6 - 10
Equações de 1º grau 1	3 - 5	Funções e gráficos 2	4 - 6	Gráficos de funções quadráticas 2	4 - 6	Divisão de polinômios	6 - 10
Equações de 1º grau 2	3 - 5	Funções e gráficos 3	4 - 6	Gráficos de funções quadráticas 3	4 - 6	Teorema do Resto	6 - 10
Equações de 1º grau 3	3 - 5	Funções e gráficos 4	4 - 6	Aplicações do Teorema de Pitágoras 1	4 - 6	Teorema dos Fatores	6 - 10
Equações de 1º grau 4	3 - 5	Operações com monômios e polinômios 1	4 - 6	Aplicações do Teorema de Pitágoras 2	4 - 6	Identidade e igualdade	6 - 10
Problemas envolvendo equações de 1º grau	3 - 5	Operações com monômios e polinômios 2	4 - 6	Aplicações do Teorema de Pitágoras 3	4 - 6	Igualdade e desigualdade	7 - 12

T.P.R. - Tempo Padrão de Resolução (min/folha)



## ANEXO E – Folhas dos blocos dos estágio K, L, M, N, O

K	T.P.R.	L	T.P.R.	M	T.P.R.	N	T.P.R.	O	T.P.R.	Bloco
Revisão de Funções do 1º Grau	4 - 6	Funções Logarítmicas	6 - 12	Funções Trigonométricas 1	6 - 12	Lugar Geométrico 1	9 - 18	Diferenciação Avançada 1	10 - 20	1-10
Revisão de Funções Quadráticas	5 - 8	Gráficos e Funções Logarítmicas	7 - 14	Funções Trigonométricas 2	6 - 12	Lugar Geométrico 2	10 - 20	Diferenciação Avançada 2	10 - 20	11-20
Funções Quadráticas e Gráficos	6 - 12	Equações e Inequações Logarítmicas	8 - 16	Funções Trigonométricas 3	8 - 16	Inequações Quadráticas e Regiões	8 - 16	Funções Crescentes e Decrescentes	17 - 34	21-30
Estudo de Funções Quadráticas	7 - 14	Funções Modulares	8 - 16	Funções Trigonométricas 4	8 - 16	Progressões Aritméticas	8 - 16	Concavidade e Tangentes	17 - 34	31-40
Máximo e Mínimo de Funções Quadráticas 1	7 - 14	Limites e Derivadas	8 - 16	Funções Trigonométricas 5	8 - 16	Soma das Progressões Aritméticas	8 - 16	Máximos e Mínimos	17 - 34	41-50
Máximo e Mínimo de Funções Quadráticas 2	7 - 14	Tangentes	12 - 24	Funções Trigonométricas 6	8 - 16	Progressões Geométricas	8 - 16	Aplicações do Cálculo Diferencial 1	20 - 40	51-60
Máximo e Mínimo de Funções Quadráticas 3	8 - 16	Máximo e Mínimo Relativo 1	15 - 30	Equações Trigonométricas	8 - 16	Soma das Progressões Geométricas	9 - 18	Aplicações do Cálculo Diferencial 2	20 - 40	61-70
Funções e Equações Quadráticas	7 - 14	Máximo e Mínimo Relativo 2	15 - 30	Gráfico de Funções Trigonométricas 1	8 - 16	Progressões Diversas	10 - 20	Integrais Indefinidas 1	10 - 20	71-80
Inequações Quadráticas	7 - 14	Máximo e Mínimo 1	15 - 30	Gráfico de Funções Trigonométricas 2	8 - 16	Sequências Infinitas	8 - 16	Integrais Indefinidas 2	10 - 20	81-90
Funções e Soluções de Equações Quadráticas	8 - 16	Máximo e Mínimo 2	15 - 30	Inequações Trigonométricas	10 - 20	Progressões Geométricas Infinitas 1	8 - 16	Integrais Indefinidas 3	12 - 24	91-100
Funções de Grau Superior	6 - 12	Aplicações para Equações e Inequações	15 - 30	Máximos e Mínimos	10 - 20	Progressões Geométricas Infinitas 2	9 - 18	Integrais Definidas 1	10 - 20	101-110
Equações e Inequações de Grau Superior	7 - 14	Integrais Definidas e Indefinidas	8 - 16	Teorema da Adição 1	6 - 12	Séries Geométricas Infinitas	10 - 20	Integrais Definidas 2	12 - 24	111-120
Gráfico da Função Fracionária 1	7 - 14	Integrais Definidas 1	12 - 24	Teorema da Adição 2	8 - 16	Séries Infinitas	10 - 20	Integração Avançada	15 - 30	121-130
Gráfico da Função Fracionária 2	7 - 14	Integrais Definidas 2	12 - 24	Teorema da Adição 3	10 - 20	Limites de Funções 1	8 - 16	Aplicações de Integrais 1	15 - 30	131-140
Equações e Inequações Fracionárias	8 - 16	Áreas 1	15 - 30	Coordenadas de um ponto	8 - 16	Limites de Funções 2	9 - 18	Aplicações de Integrais 2	17 - 34	141-150
Gráficos de Funções Irracionais	7 - 14	Áreas 2	15 - 30	Equação da Reta 1	8 - 16	Limites de Funções Trigonométricas	10 - 20	Aplicações de Integrais 3	17 - 34	151-160
Equações e Inequações Irracionais	8 - 16	Volumes	15 - 30	Equação da Reta 2	10 - 20	Funções Contínuas e Descontínuas	10 - 20	Aplicações de Integrais 4	17 - 34	161-170
Funções Exponenciais	6 - 12	Velocidade e Distância	15 - 30	Equação da Reta 3	10 - 20	Diferenciação 1	8 - 16	Equações Diferenciais 1	14 - 28	171-180
Gráfico da Função Exponencial	7 - 14	Resumo de Diferenciação e Integração 1	30 - 60	Equação da Circunferência	8 - 16	Diferenciação 2	9 - 18	Equações Diferenciais 2	17 - 34	181-190
Equações e Inequações Exponenciais	8 - 16	Resumo de Diferenciação e Integração 2	30 - 60	Retas tangentes à circunferências	10 - 20	Diferenciação 3	10 - 20	Equações Diferenciais 3	20 - 40	191-200

(Fevereiro/2014)

## ANEXO F – Simplificações Frente

D181

## D181a KUMON Simplificações 3

Hora \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ às \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ Data \_\_\_\_\_ Nome \_\_\_\_\_

(8 pontos)

12 pode ser dividido exatamente por 4.  
 12 também pode ser dividido exatamente por 6.  
 12 não pode ser dividido exatamente por 5: haverá resto.  
 4 e 6 são divisores de 12.

Complete as lacunas com os divisores:

(1) Divisores de 12: 1, 2, , 4, 6, 12

(2) Divisores de 18: 1, 2, , , 9, 18

(3) Os divisores comuns de 12 e 18 são:

1, 2, , .

Estes são chamados os *divisores comuns* de 12 e 18.

Entre os divisores comuns, o maior é chamado de Máximo Divisor Comum (MDC).

(4) O MDC de 12 e 18 é .

## ANEXO G – Simplificações Verso

## D181b

II Determine o MDC e use-o para simplificar a fração:

Ex.  $(12, 18) \rightarrow 6 \quad \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

*Frações podem ser simplificadas em uma só passagem usando o MDC.*

(1)  $(8, 12) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{8}{12} =$

(2)  $(4, 12) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{4}{12} =$

(3)  $(12, 16) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{12}{16} =$

(4)  $(8, 20) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{8}{20} =$

(5)  $(8, 16) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{8}{16} =$

(6)  $(16, 24) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{16}{24} =$

(7)  $(6, 18) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{6}{18} =$

(8)  $(18, 24) \rightarrow \boxed{\phantom{000}} \quad \frac{18}{24} =$



## ANEXO H – Adição de Frações Frente

E46

## E46a KUMON Adição de Frações 3

Hora : às : Data Nome \_\_\_\_\_

(8 pontos)

◆ Escreva as passagens intermediárias:

1.

(1) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 2:

2	4	6									
---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(2) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 3:

3	6	9					
---	---	---	--	--	--	--	--

(3) Escreva em ordem crescente os múltiplos comuns de 2 e 3:

6, , , , 30, 36, ...

2.

(1) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 4:

4	8										
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

(2) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 6:

6							
---	--	--	--	--	--	--	--

(3) Escreva em ordem crescente os múltiplos comuns de 4 e 6:

, , 36, 48, 60, 72, ...

---

Nota: Os múltiplos de 2 são:  $2 \times 1$ ,  $2 \times 2$ ,  $2 \times 3$ ,  $2 \times 4$ ,  $2 \times 5$ , ...

## ANEXO I – Adição de Frações Frente

E47

## E47a KUMON Adição de Frações 3

Hora : às : Data Nome \_\_\_\_\_

(7 pontos)

◆ Escreva as passagens intermediárias:

1.

(1) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 3:

3

(2) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 4:

4

(3) Escreva em ordem crescente os múltiplos comuns de 3 e 4:

, , 36, 48, 60, ...

2.

(1) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 6:

6  12  18  24  30

(2) Escreva em ordem crescente os múltiplos de 9:

9  18  27

(3) Escreva em ordem crescente os múltiplos comuns de 6 e 9:

18, , , 72, ...

Ao menor múltiplo comum dá-se o nome de **Mínimo Múltiplo Comum** (mmc).

(4) O mmc de 6 e 9 é .