



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**



Programa de  
Pós-Graduação  
em Ensino

**TAIANE DE OLIVEIRA ROCHA ARAÚJO**

**FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NA EJA COM O**  
***SOFTWARE* GEOGEBRA**

**VITÓRIA DA CONQUISTA**

12 de Setembro de 2018

TAIANE DE OLIVEIRA ROCHA ARAÚJO

**FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NA EJA COM O  
*SOFTWARE* GEOGEBRA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino, na área de concentração de Ensino na Educação Básica.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva

VITÓRIA DA CONQUISTA

12 de Setembro de 2018

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

FORMAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA PLANA NA EJA  
COM O *SOFTWARE* GEOGEBRA

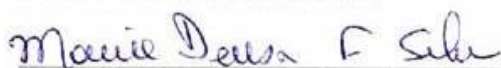
**Autora:** Taiane de Oliveira Rocha Araújo

**Data de aprovação:** 12 de setembro de 2018

Este exemplar corresponde à versão final da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino.

Área de concentração: Ensino na Educação básica

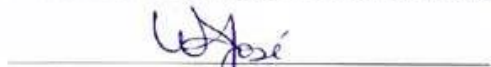
**COMISSÃO JULGADORA:**



Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva – Orientadora



Profa. Dra. Celina Aparecida Almeida Abar (PUC-SP)



Prof. Dr. Wagner Duarte José (UESB)

2018

**FICHA CATALOGRÁFICA**

A692f

Araújo, Taiane de Oliveira Rocha.

Formação de conceitos de geometria plana na EJA com o *software* GeoGebra. / Taiane de Oliveira Rocha Araújo, 2018.

183f. il.

Orientador (a): Dr<sup>a</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2018.

Inclui referência F. 161–164.

1. Ensino de geometria – Educação de Jovens e Adultos (EJA). 2. *Software* GeoGebra – Tecnologias digitais. 3. Formação de conceitos geométricos. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino - PPGEn.

Catálogo na fonte: Juliana Teixeira de Assunção – CRB 5/1890

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

**DEDICATÓRIA**

*À Deus*

*Meus pais, Zeneide e Vitório*

*Meu esposo Bruno*

*Minha família*

*Minha orientadora Maria Deusa*

## AGRADECIMENTOS

*A Deus por me conceder sabedoria e forças para conseguir vencer todos os obstáculos que enfrentei durante o mestrado.*

*Aos meus pais, Leneide e Vitorio, minhas razões de viver, que apesar de não terem tido oportunidade de estudar, sempre investiram na minha educação, e sempre sonhando comigo. Obrigada mainha e painho por todo esforço que fizeram a vida toda para cuidar de mim, vocês são a base e exemplo pra a minha vida. Amo vocês.*

*Ao meu digníssimo esposo, que em primeiro lugar é meu amigo, companheiro de todas as horas. Ele quem me incentiva para não desistir e lutar pelos meus sonhos. Obrigada querido, por todas as noites que passou lendo meus textos comigo e deixando de estudar suas apostilas. Juntos conquistaremos muito mais.*

*Aos familiares que me incentivaram e vibraram comigo todas as vitórias até chegar aqui.*

*A minha orientadora, Maria Deusa, que teve paciência, cuidado e carinho comigo. Entendendo minhas dificuldades e limitações. Professora que considero amiga, parceira, que sabe me ouvir. MUITÍSSIMO obrigada professora Deusa, por tudo que me ensinou e ensina todos os dias, e, principalmente, por ter me escolhido para ser sua orientanda.*

*Amigos e colegas que me apoiaram e deram suporte durante essa jornada.*

*Ao GPETDEN pelas discussões, colaborações e construções de trabalhos durante todo esse período.*

*A banca, Professor Isauro e Professor Wagner, por terem aceitado o convite de participar da minha qualificação.*

*A banca, Professora Celina e Professor Wagner, por terem aceitado o convite de participar da minha defesa.*

*Aos professores e colegas do PPGEn que contribuíram para o meu desenvolvimento, meu crescimento e minha pesquisa dentro do programa de mestrado.*

*A direção e professores do Colégio Estadual Nilton Gonçalves que me receberam com um carinho imenso durante as duas etapas de intervenção da minha pesquisa.*

*A CAPES pelo auxílio financeiro.*

## RESUMO

Esta pesquisa articula o Ensino de Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA) com a mediação das tecnologias digitais, em especial o *software* GeoGebra, tendo como questão norteadora: como ocorre a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo *software* GeoGebra? Para isso, realizamos duas intervenções em um Colégio Estadual da cidade de Vitória da Conquista, a primeira foi com alunos do eixo VII da EJA e a segunda com alunos do eixo IV da EJA. Na tentativa de buscar respostas ao nosso questionamento, elaboramos roteiros de atividades matemáticas, denominadas de Base Orientadora da Ação (BOA), envolvendo conceitos de geometria plana que foram desenvolvidos com a mediação do *software* GeoGebra. Nossa pesquisa foi de abordagem qualitativa do tipo intervenção. Para a produção dos dados, utilizamos atividade diagnóstica, diário de bordo, conjunto de roteiros de atividades matemáticas (BOA) e entrevistas diagnósticas. A análise dos dados foi baseada na análise de conteúdo, e, posteriormente, foram definidas três categorias de análise, dessas surgiram subcategorias. Além disso, fizemos triangulação de dados e de teorias, buscando os pontos comuns e divergentes dos dados produzidos. Após a análise dos dados conseguimos identificar que a utilização do *software* e das BOA contribuíram para a aprendizagem, para a formação dos conceitos geométricos e para a reorganização do pensamento desses alunos.

**Palavras-chave:** Formação; Conceitos; Geometria; EJA; *Software*; GeoGebra.



## ABSTRACT

This research articulates the Geometry Teaching in Youth and Adult Education (EJA) with the mediation of digital technologies, in particular the GeoGebra software, having as guiding question: how does the formation of geometric concepts in Youth and Adult Education (EJA) mediated by digital technologies occur? For this, we performed two interventions in a State College in Vitória da Conquista, the first one was with students from EJA axis VII, and the second with students from EJA axis IV. In attempt to answers to our questioning, we elaborate scripts of mathematical activities, called Guiding Action Basis (BOA), involving flat geometry concepts that have been developed with software GeoGebra mediation. Our research was an qualitative intervention approach. In order to produce the data, we used diagnostic activities, logbook, set of math activity scripts (BOA) and diagnostic interviews. The data analysis was based on content analysis, and, after, three categories of analysis were defined, and from them subcategories have appeared. Furthermore, we did triangulation of data and theories, seeking the common and the divergent points of the data produced. After the data analysis, we were able to identify that the use of software and BOA contributed to the learning, to the formation of geometric concepts and to these students's thinking reorganization.

**Key-words:** Formation; Concepts; Geometry; EJA, Software; GeoGebra.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Construção e desenho de quadriláteros .....	33
Figura 2. Do lado esquerdo o esquema behaviorista do estímulo resposta. Do lado direito a triangulação proposta por Vigotski. ....	38
Figura 3. Relação lógica do uso de instrumentos e signos inseridos na atividade mediada.....	39
Figura 4. Esquema da Zona de Desenvolvimento Proximal .....	42
Figura 5. Estrutura hierárquica de Leontiev para explicar a atividade .....	48
Figura 6. Ciclo cognoscitivo em espiral .....	50
Figura 7. Esquema do ciclo de aprendizagem da nossa pesquisa.....	51
Figura 8. Características qualitativas para a formação da atividade.....	54
Figura 9. Ângulo AOC .....	68
Figura 10. Pontos para solucionar problemas.....	70
Figura 11. Aspectos metodológicos da pesquisa .....	73
Figura 12. Aspectos metodológicos da pesquisa .....	74
Figura 13. Representação da triangulação dos dados em nossa pesquisa .....	83
Figura 14. Triangulação e categorização na nossa pesquisa .....	84
Figura 15. Subcategorias da categoria 2 e unidades de análise .....	85
Figura 16. Subcategorias da categoria 3 e unidades de análise .....	86
Figura 17. Caracterização das figuras geométricas .....	89
Figura 18. Respostas da aluna X .....	93
Figura 19. Respostas da aluna X. ....	93
Figura 20. Resposta de Vitória .....	94
Figura 21. Categoria 2 e subcategorias.....	95
Figura 22. Reta perpendicular .....	97
Figura 23. Avenida Paralela da cidade de Salvador .....	98
Figura 24. Construção de retas paralelas .....	98
Figura 25. Planilha com a soma dos ângulos internos do triângulo .....	100
Figura 26. Alguns ícones do <i>software</i> GeoGebra.....	101
Figura 27. Comparação das BOA.....	102
Figura 28. Desenho de um triângulo .....	103
Figura 29. Construções de triângulos .....	104
Figura 30. Construção de quadrilátero côncavo pelo aluno A2 .....	105
Figura 31. Construção do paralelogramo .....	107
Figura 32. Construção de um triângulo pela aluna X.....	109
Figura 33. Figura geométrica triângulo .....	109
Figura 34. Construção de um triângulo feita por Vitória .....	110
Figura 35. Exemplos de triângulos citados pelos alunos.....	111
Figura 36. Construção do aluno Y .....	112
Figura 37. Exercício barras paralelas .....	112
Figura 38. Quadriláteros construídos por Vitória.....	115
Figura 39. Categoria 3 e subcategorias.....	117

Figura 40. Questões iniciais.....	119
Figura 41. Segunda parte da BOA noções básicas .....	120
Figura 42. Pontos A construídos pelos alunos A6 e A8 .....	121
Figura 43. Janela de álgebra e Janela de visualização do GeoGebra .....	122
Figura 44. Segmento de reta construído pelos alunos .....	123
Figura 45. Construção de um feixe de retas paralelas pelo aluno A2 .....	124
Figura 46. Nova construção de um feixe de retas paralelas .....	125
Figura 47. Retas perpendiculares construídas pelo aluno A6.....	126
Figura 48. Explicação e desenho de um triângulo.....	127
Figura 49. Triângulo construído pelo aluno A5 .....	127
Figura 50. Planilha com a soma dos ângulos internos elaborada pela professora pesquisadora .....	129
Figura 51. Construções de quadriláteros pelo aluno A6.....	130
Figura 52. Novos quadriláteros construídos pelo aluno A6 .....	131
Figura 53. Planilha com a soma dos ângulos internos de um quadrilátero .....	132
Figura 54. Construção de um paralelogramo.....	133
Figura 55. Quadrilátero paralelogramo .....	134
Figura 56. Circunferência construída pelo aluno A5.....	135
Figura 57. Raio da circunferência.....	136
Figura 58. Raios da circunferência a partir de 0.....	136
Figura 59. Conceitos do grupo de A2.....	137
Figura 60. Conceitos do grupo de A5.....	139
Figura 61. Conceitos do grupo de A8.....	140
Figura 62. Conceitos do grupo de A9.....	141

**LISTA DE QUADROS**

Quadro 1. Tipos de pensamento por complexos.....	44
Quadro 2. Diferenças entre conceitos científico e espontâneo.....	46
Quadro 3. Componentes estruturais da aprendizagem em nossa pesquisa.....	52
Quadro 4. Etapas para a assimilação do conhecimento.....	60
Quadro 5. Conhecimentos prévios de geometria.....	90
Quadro 6. Utilização e manuseio de tecnologia.....	90
Quadro 7. Características das figuras geométricas apontadas pela aluna X e por Vitória. ....	94
Quadro 8. Elementos da circunferência.....	135
Quadro 9. Comparação entre o desempenho dos alunos da primeira e da segunda intervenção .....	151

**LISTA DE ABREVIATURAS E/OU SIGLAS**

AVA – Ambientes de Aprendizagem Virtuais

BOA – Base Orientadora da Ação

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

EJA – Educação de Pessoas Jovens e Adultas

GAIPEM – Grupo de Articulação, Investigação e Pesquisa em Educação Matemática

GD – Geometria Dinâmica

GPETDEN – Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino

NEJA – Nova Educação de Jovens e Adultos

OA – Objeto de Aprendizagem

PPGEn – Programa de Pós Graduação em Ensino

PIBID – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

TA – Teoria da Atividade

TCC – Trabalho de Conclusão de Curso

TIC – Tecnologia da Informação e da Comunicação

TD – Tecnologias Digitais

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

ZDP – Zona de Desenvolvimento Proximal

## Sumário

JUSTIFICATIVA.....	15
CAPÍTULO 1 – REVISÃO DE LITERATURA .....	20
1.1 O Ensino de Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA) .....	20
1.1.1 Ensino de Geometria no Brasil.....	20
1.1.2 Quem é o aluno da EJA? .....	22
1.1.3 Ensino de matemática e geometria na EJA .....	23
1.2 A utilização das Tecnologias Digitais na EJA .....	25
1.2.1 Tecnologia no ensino .....	25
1.2.2 Fases da tecnologia em Educação Matemática .....	31
1.2.3 Ensino de Geometria utilizando tecnologias .....	34
CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	38
2.1 Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Piotr Yakovlevich Galperin (1902 – 1988) .....	38
2.1.1 As Contribuições de Lev Semenovitch Vigotski (1896 – 1934).....	38
2.1.2 A teoria da atividade e as ideias de Alexis Nikolaevich Leontiev (1903 – 1979) para a teoria da formação de ações mentais e conceitos por estágios .....	47
2.1.3 Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin.....	53
2.2 O Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias .....	60
2.3 A importância da formação de conceitos matemáticos e da construção de entes geométricos... ..	67
CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA.....	72
3.1 Contexto .....	72
3.2 Aspectos metodológicos.....	73
3.2.1 Abordagem metodológica .....	75
3.2.2 Modalidade de investigação .....	77
3.2.3 Técnicas de investigação e procedimentos da produção dos dados .....	79
3.2.4 Método de análise dos dados.....	82
CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS .....	87
4.1 Categoria 1 – Conhecimentos prévios de conceitos geométricos e tecnologia por alunos da EJA .....	88
4.1.1 Primeira Intervenção .....	88
4.1.2 Segunda Intervenção .....	91
4.2 Categoria 2 – Desenvolvimento das atividades (BOA) mediadas pelo <i>software</i> GeoGebra.....	95
4.2.1 Primeira Intervenção .....	96
4.2.2 Segunda Intervenção .....	108

4.3 Categoria 3 – Formação de conceitos geométricos com a BOA e o <i>software</i> GeoGebra .....	117
4.3.1 Primeira Intervenção .....	117
4.3.2 Segunda Intervenção .....	143
4.3.3. Resultados e comparações das análises das duas intervenções .....	147
CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	152
REFERÊNCIAS .....	159
ANEXOS.....	163
ANEXO A: Plano de Curso do eixo VII da EJA .....	163
APÊNDICES.....	164
APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	164
APÊNDICE B – Autorização para a coleta de dados.....	166
APÊNDICE C – Atividade Diagnóstica.....	167
APÊNDICE D – BOA: Noções básicas de ponto e de reta.....	170
APÊNDICE E – BOA: Retas paralelas .....	172
APÊNDICE F – BOA: Retas Perpendiculares .....	174
APÊNDICE G – BOA: Triângulos .....	175
APÊNDICE H – BOA: Quadriláteros .....	177
APÊNDICE I – BOA: Quadriláteros Paralelogramos.....	179
APÊNDICE J – BOA: Circunferência e círculo .....	180

## JUSTIFICATIVA<sup>1</sup>

A minha graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) teve início no ano de 2012 e fim em maio de 2016. No segundo semestre da graduação, ocorreu o processo seletivo do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid), para o qual fui selecionada. A partir da inserção no Pibid, tive o primeiro contato com a docência, em que pude realizar oficinas e atividades referentes aos conteúdos matemáticos que estavam sendo trabalhados na escola, com a orientação do grupo do Pibid.

A partir dessas atividades, realizadas no Pibid, e observando o trabalho dos professores de matemática da escola, percebemos que o conteúdo de geometria era pouco tratado, sendo destinado apenas ao reconhecimento e área das figuras planas, e, isso ficou bem perceptivo quando em uma das oficinas realizadas requereu conteúdos geométricos. Por esse motivo, resolvemos fazer uma aula de campo. Nessa aula, levamos os alunos para visitar vários pontos da cidade e pedimos que observassem as formas geométricas presentes nesses lugares. Isso foi realizado com o intuito de criar uma aula mais dinâmica e participativa por parte dos alunos. Posteriormente, em sala de aula, eles exploraram alguns conceitos de geometria plana e espacial (vértice, face, aresta, entre outros); além disso, produziram alguns materiais e os apresentaram na feira do conhecimento para toda a escola.

Além da experiência no Pibid, no quinto semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, tomei o conhecimento do *software* GeoGebra, participando de uma atividade de extensão promovida pelo Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino (GPETDEN)<sup>2</sup>. Desse contato com o *software*, pude perceber o potencial das Tecnologias Digitais (TD) para o ensino, a aprendizagem e a formação de conceitos matemáticos. Essa experiência despertou em mim o interesse em aprofundar os conhecimentos sobre o tema, o que me levou a ingressar no grupo. Uma vez que, no grupo são realizadas discussões sobre textos, atividades e oficinas relacionadas ao uso das TD no ensino da matemática.

Como membro do GPETDEN, tive a oportunidade de ministrar oficinas para outros alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UESB. Essas experiências foram

---

<sup>1</sup> Ao escrever a justificativa da dissertação, optei em escrever na primeira pessoa do singular, pois, são as minhas experiências e motivações pessoais. O restante da dissertação como foi feita a partir de discussões com minha orientadora, com o grupo de pesquisa e com a participação de alunos da EJA, resolvi apresentar na primeira pessoa do plural.

<sup>2</sup> GPETDEN – Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino. Coordenado pela Prof. Dr<sup>a</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva, docente da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia- Uesb



aprimorando meu conhecimento sobre as potencialidades do *software* nas aulas de matemática. A partir desses momentos, participei da elaboração de relatos de experiências das oficinas realizadas, os quais foram apresentados em eventos, como a IV Semana de Matemática da UESB (IV SEMAT), em 2014, e o Encontro Baiano de Educação Matemática (XVI EBEM), em 2015, a fim de divulgar as pesquisas e experiências realizadas dentro do referido grupo de pesquisa.

Logo depois, no sexto semestre da graduação, tive o conhecimento da Educação de Jovens e Adultos (EJA) por meio da disciplina “Prática como Componente Curricular IV” e da inserção no Grupo de Articulação, Investigação e Pesquisa em Educação Matemática (Gaipem)<sup>3</sup>, cujo objetivo é estudar e realizar pesquisas acerca da Educação Matemática na educação básica e superior. Nesse grupo, havia atividades diversas, leituras e discussões de textos, documentos e artigos sobre o ensino de Matemática na EJA.

Posteriormente, como Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), realizei um estudo sobre as dificuldades que os alunos da EJA possuem na aprendizagem do cálculo de perímetro e de área das figuras planas, intitulado “Dificuldades no cálculo de perímetro e de área das figuras planas na Educação de Jovens e Adultos”. A defesa do TCC se deu no início de 2016. No entanto, continuaram algumas inquietações no âmbito da aprendizagem dos conteúdos geométricos, como os seguintes: Quais recursos podem ser utilizados para diminuir as dificuldades de aprendizagem dos alunos da EJA em relação aos conteúdos de Geometria? Cursos de aperfeiçoamento para os professores seriam suficientes para diminuir essas dificuldades dos alunos da EJA? A utilização das tecnologias digitais contribui para a aprendizagem em Geometria? O *software* GeoGebra pode possibilitar a formação de conceitos de alunos de qualquer modalidade de ensino?

Essas indagações, bem como as experiências adquiridas nos grupos mencionados, me fizeram refletir sobre o Ensino de Geometria na EJA e se era possível realizar atividades utilizando tecnologias digitais, tal como o *software* GeoGebra. Isso me levou a pensar em desenvolver uma pesquisa cujo foco fosse o Ensino de Geometria em turmas da EJA utilizando TD.

Com essa ideia, ingressei no Programa de Pós-Graduação em Ensino – PPGEn/ UESB, Campus de Vitória da Conquista, no ano de 2016. Inicialmente a proposta de pesquisa era utilizar os celulares dos alunos para realizar as atividades propostas. Porém com o decorrer da

---

<sup>3</sup> Coordenado pelo Prof. Mestre Jonson Ney, docente da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – Uesb.

pesquisa percebemos que não seria possível. No capítulo de metodologia explicamos isso com mais detalhes.

Durante o processo de escrita houve grandes tribulações: escolha da metodologia de pesquisa, do referencial teórico que adequasse a nossa proposta, dos sujeitos que fariam parte da pesquisa, das atividades que seriam realizadas. Foram feitas várias leituras de teses, dissertações, artigos e livros que colaboraram para que finalmente pudéssemos definir e traçar a nossa pesquisa.

Sendo assim, esta pesquisa de mestrado tem como questão central: **Como ocorre a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo software GeoGebra?**

Para tentar encontrar respostas para o questionamento acima, temos como objetivos:

Geral: Analisar a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo uso do *software* GeoGebra.

Específicos:

- ✓ Compreender o modo de desenvolvimento das BOA pelos alunos.
- ✓ Analisar os fatores que contribuem para a formação de conceitos geométricos por alunos da EJA;
- ✓ Identificar as formas de interação dos alunos da EJA quando utilizam as TD na formação de conceitos geométricos;
- ✓ Analisar os resultados da formação dos conceitos geométricos após a utilização do *software* GeoGebra;
- ✓ Verificar o posicionamento dos alunos da EJA em relação ao uso do *software* GeoGebra na formação dos conceitos geométricos.

Com os objetivos definidos, o próximo passo foi pensar no desenvolvimento da pesquisa, bem como nos sujeitos que fariam parte dela. Desse modo, foi dividida em duas etapas: a primeira, com uma turma do eixo VII da EJA, correspondendo ao ensino médio; e a segunda, com uma turma do eixo IV, correspondendo ao ensino fundamental II. Realizamos duas etapas de intervenção porque na primeira tínhamos os roteiros de atividades construídos, porém não tínhamos um suporte teórico que embasasse a pesquisa no campo da aprendizagem. Ao término da primeira etapa tivemos acesso a um texto de Núñez e Faria (2004) abordando sobre a teoria de Galperin. Nesse momento encontramos o suporte teórico da aprendizagem necessário para nossa pesquisa e, assim, decidimos fazer a segunda intervenção. Durante essas etapas, foram realizados: uma atividade diagnóstica – para identificar o conhecimento prévio dos alunos; um conjunto de atividades matemáticas,

envolvendo conceitos de geometria plana, feitas com o uso do *software* GeoGebra. Por fim, foram feitas entrevistas diagnósticas nas quais os alunos explicaram os conceitos de geometria verbalmente e, também, utilizando o GeoGebra, apresentando os conceitos estudados.

Após as leituras e as discussões definimos os referenciais teóricos que embasaram a pesquisa: no campo da formação de conceitos foi de acordo com a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de P. Ya. Galperin (NÚÑEZ, 2009) e o pensamento de Vigotski (1998) sobre mediação. Enquanto que, no campo das tecnologias digitais, utilizamos as reflexões propostas no livro “As tecnologias da Inteligência: o futuro do pensamento na era da informática” de Lévy (1993) e o Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias de Borba e Villarreal (2005).

Desse modo, a dissertação está organizada em cinco capítulos.

O capítulo 1 apresenta a revisão de literatura com algumas pesquisas que foram realizadas com essas temáticas e foi organizada em dois tópicos de discussão: o primeiro sobre o Ensino de Geometria na EJA, e, nossas reflexões foram pautadas nas discussões de Santos e Nacarato (2014); Rêgo, Rêgo e Meira (2012); Proposta curricular da EJA (BRASIL, 2001, 2002); Arroyo (2011) e Fonseca (2011, 2012). O segundo sobre a utilização de tecnologias como recurso ensinar geometria plana para os alunos da EJA e nossas reflexões foram baseadas em Kenski (2008); Masetto (2012); Moran (2012); Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015). Ainda nesse tópico, trouxemos algumas pesquisas que abordavam o uso de tecnologias no ensino de geometria, dentre elas estão: Fainguelernt (1999), Gouvea (2005), Bento (2010), Alencar (2012), Fonseca (2017), Borba (2017), Lyra (2017) e Honorato (2018).

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica da pesquisa e foi organizada em quatro tópicos: o primeiro com a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin com discussões sobre as contribuições de Vigotski (1998, 2008) e de Leontiev (2014) para a teoria de Galperin. Para isso também utilizamos Oliveira (1997) e Núñez (2009). A segunda parte do capítulo apresenta as discussões sobre Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias e, para isso, baseamos nas discussões de Lévy (1993) e Borba e Villarreal (2005). A terceira parte apresenta uma discussão sobre a formação de conceitos matemáticos e a construção de entes geométricos baseada em Talízina (2001) e Volodarskaya e Nikitiuk (2001). E o quarto, apresenta os entrelaçamentos entre a teoria de Gaperin e o Constructo.

O capítulo 3 apresenta a metodologia de pesquisa utilizada, o contexto, os aspectos metodológicos – Bogdan e Biklen (1994) e Flick (2004), a modalidade de pesquisa – Chizzotti (2006), as técnicas de investigação e o método de análise dos dados Bardin (1977),

Silva (1999) e Moreira e Rosa (2016). O capítulo 4 apresenta a análise dos dados e as discussões baseadas nas teorias elencadas no capítulo 2. O capítulo 5 apresenta as considerações finais sobre a pesquisa.

Por fim, são apresentados as referências bibliográficas, os anexos e os apêndices.

## CAPÍTULO 1 – REVISÃO DE LITERATURA

### 1.1 O Ensino de Geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA)

#### 1.1.1 Ensino de Geometria no Brasil

Antes de falarmos sobre o Ensino de Geometria na EJA, vamos fazer uma breve reflexão sobre o histórico e o pensamento geométrico, a fim de entendermos como foi a evolução desse ensino no Brasil e como ele foi sendo omitido das escolas.

Segundo Godino e Ruiz (2002), o significado da palavra geometria é “medida da terra”, o que nos remete a sua origem, a natureza prática que relaciona as terras dos egípcios e o Rio Nilo, principalmente nas épocas de enchente. Depois de um tempo, a geometria deixou de ser somente a medida da terra, e com os estudos dos gregos, passou a ser o mundo das formas, das identificações das características elementares, das relações e combinações entre elas.

Algum tempo depois, a geometria foi sendo aprofundada, ganhando novos conhecimentos e características. A obra de Euclides “Os elementos” é considerada o primeiro tratado de Geometria, como corpo de conhecimento formal e organizado. Além disso, foi a primeira obra que abordou a axiomatização no que tange a história da matemática, contendo diversos axiomas, postulados e teoremas. “Os elementos” foi estruturado como um sistema lógico, no qual, as definições, axiomas e postulados resultam em teoremas, e, posteriormente, deu origem a um novo teorema, e tudo isso ocorria por meio de uma demonstração muito rigorosa e detalhista. De acordo com Rêgo, Rêgo e Meira (2012) e Santos e Nacarato (2014), esse modelo euclidiano foi adotado por vários livros didáticos no Brasil até a década de 1960.

Na década 1970, houve a influência do Movimento da Matemática Moderna cujo foco era a linguagem; não se atentavam à aprendizagem dos conceitos. Segundo Lorenzato (1995), nessa época, ocorria o abandono do Ensino de Geometria por causa da organização do livro didático, que trazia os conteúdos ao final do livro, e por esse motivo, muitas vezes não havia tempo para estudar esse conteúdo no ano letivo. Além disso, o conteúdo geométrico era considerado irrelevante para o desenvolvimento intelectual do aluno; eram estudados somente o cálculo de perímetro, área e volume, aplicando fórmulas, sem que houvesse reflexão sobre as semelhanças e/ou diferenças entre as figuras planas.

Depois de alguns anos, os livros didáticos foram reestruturados e o conteúdo de geometria passou a ser distribuído no início, meio e fim do livro, com o intuito de resgatar o

ensino da geometria. Segundo Rêgo, Rêgo e Meira (2012, p.11), a geometria passou a englobar além das atividades de raciocínio geométrico “outros tipos de raciocínios, de habilidades e atitudes, em especial da capacidade de resolver problemas sobre a discriminação de formas e manipulação destas, de medidas, do senso estético e da criatividade”.

Todavia, mesmo com essa mudança, em algumas escolas, percebemos que, ainda hoje, há a omissão e pouca abordagem dos conteúdos de geometria. Inúmeras podem ser as causas: falta de conhecimento do professor em razão da sua formação acadêmica, que algumas vezes não apresenta outras possibilidades de se trabalhar o ensino de geometria, o que ocasiona a insegurança do professor no processo de ensino e de aprendizagem. Além disso, há professores que ensinam geometria, mas que não possui formação em Licenciatura em Matemática. Também há pouco tempo de aula destinada à disciplina de matemática, dentre outros fatores. Santos e Nacarato (2014, p. 15) confirmam “o professor ainda se sente inseguro para ensinar Geometria, o que evidencia que os dois termos do binômio aprender-ensinar estão intimamente interligados, ou seja, só temos condições de ensinar aquilo que conhecemos”.

Além disso, Santos e Nacarato (2014) problematizam sobre a importância da interação entre a mediação do professor, a utilização da linguagem adequada e dos materiais didáticos, a fim de estimular o pensamento e a formação dos conceitos geométricos pelos próprios alunos. Ainda, apontam a relevância de questionar os alunos sobre os conceitos geométricos estudados de modo que, quando apresentassem os conceitos de forma incorreta, deveriam ser questionados novamente para que corrigissem e, assim, chegassem a uma conclusão. Esse diálogo nas aulas de matemática é um desafio, pois os alunos estão acostumados a realizarem somente cálculos repetitivos e somente o professor é o detentor do conhecimento. Também há o fato de, no início, os alunos apresentarem rejeição à metodologia do professor ou até mesmo medo ou vergonha de falar por acharem que não são aptos a terem suas próprias impressões.

Ademais, Santos e Nacarato (2014), em seus estudos, fizeram reflexões sobre a formação dos conceitos geométricos pelos alunos, utilizando a teoria de Vigotski<sup>4</sup>, principalmente no que se refere à formação dos conceitos espontâneos e científicos. De acordo com esses autores, o aluno chega à escola com conhecimentos prévios que necessitam ser explorados através da mediação do professor e, posteriormente, a ressignificação desses conceitos proporcionará ao aluno a apropriação dos conceitos científicos (escolares) e o desenvolvimento do pensamento geométrico. Por esse motivo, a intervenção do professor é

---

<sup>4</sup> Essa discussão sobre a teoria de Vigotski será apresentada no capítulo 2 – fundamentação teórica.

de fundamental importância para a aprendizagem dos alunos, pois é nesse momento que os alunos constroem e se apropriam desses conceitos. Rêgo, Rêgo e Meira (2012) afirmam a importância da manipulação dos objetos geométricos para a formação do pensamento geométrico, visto que, através da manipulação o aluno consegue visualizar as propriedades, para, a partir disso, fazer generalizações e reconhecer as diferenças e semelhanças entre as figuras.

Dessa maneira, quando o conteúdo de Geometria for estudado, devemos ficar atentos para a nomenclatura das definições e propriedades, a fim de não haver confusões na distinção das formas geométricas, por exemplo. Ainda, segundo Godino e Ruiz (2002), deve-se haver o cuidado ao estudar as figuras geométricas e compará-las com objetos perceptíveis. Isso em virtude dos conceitos geométricos serem abstratos e diferentes da realidade concreta. O autor afirma “A natureza dos entes geométricos é essencialmente distinta dos objetos perceptíveis, como este computador, uma mesa ou uma árvore. Um ponto, uma reta, um plano, um círculo, etc., não tem nenhuma consistência material, nenhum peso, cor, densidade”. (GODINO; RUIZ, 2002, p. 456, tradução nossa).

Também, é importante evitar a memorização e realizar a prática de estudo, ao exercitar e ensinar os assuntos geométricos, para que assim, haja a compreensão do conteúdo. Segundo a proposta curricular da EJA, “um ensino baseado na memorização de regras ou de estratégias para resolver problemas, ou centrado em conteúdos pouco significativos para os alunos certamente não contribui para uma boa formação matemática” (BRASIL, 2002, p.11).

Observando todas essas reflexões percebemos que podem abarcar o Ensino de Geometria na educação em geral, e se refletem, mais ainda, na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Mas quem são os alunos da EJA? E como ocorre o ensino de matemática e de geometria para esse público?

### **1.1.2 Quem é o aluno da EJA?**

A Lei nº 9.394 de 1996 (BRASIL, 2017, p.30) garante o direito a educação de jovens e adultos no artigo 37,

Art. 37. A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria.  
§ 1º Os sistemas de ensino assegurarão gratuitamente aos jovens e aos adultos, que não puderam efetuar os estudos na idade regular, oportunidades educacionais apropriadas, consideradas as características do alunado, seus interesses, condições de vida e de trabalho, mediante cursos e exames.

Arroyo (2011) afirma sobre esses direitos dos alunos da EJA dizendo que não são apenas alunos que não estudaram na idade própria, mas que dispõem de distintas trajetórias sociais, culturais, políticas, éticas, entre outras, além das motivações e percursos sociais que se acumulam para a formação do conhecimento e da aprendizagem quando retornam ou vão pela primeira vez à escola. São essas as características que o autor considera importantes para explicar quem é o público da EJA.

No entanto, apesar da garantia da lei, os alunos da EJA se sentem excluídos do âmbito escolar. Diante disso, cabe às ações educacionais promover políticas que garantam a inclusão e um espaço adequado para esses alunos jovens e adultos. De acordo com Fonseca (2012), as instituições educacionais, os educadores matemáticos e a escola devem garantir o espaço dos alunos jovens e adultos, incluindo-os e enxergando-os como sujeitos socioculturais, que possuem anseios, dificuldades e desejos referentes à educação escolar. Além disso, segundo Fonseca (2011, p.236), isso “implica uma disposição para a reflexão e para a consideração dessas especificidades no delicado exercício de abandono e criação, de reordenação e de (re-)significação das práticas pedagógicas da EJA”.

E como ensinar matemática para os alunos da EJA? A proposta curricular da EJA traz algumas sugestões, como apontado no tópico a seguir.

### **1.1.3 Ensino de matemática e geometria na EJA**

Quanto ao ensino e à aprendizagem de Matemática, as propostas curriculares da EJA (BRASIL, 2001; BRASIL, 2002) afirmam a importância de elaborar atividades e estratégias de ensino que priorizem o desenvolvimento dos conceitos matemáticos ao invés de memorização de conceitos e de fórmulas. Isso com o intuito de estimular o raciocínio, a autonomia, a criatividade, o diálogo e o trabalho em grupo. A partir daí, é possível incentivar a aprendizagem, pois, de acordo com Fonseca (2012), esses alunos tem receio à aprendizagem da matemática, por acreditarem ser difícil e que por serem mais velhos não conseguem mais aprender os conceitos. Por esse motivo, é importante utilizar o conhecimento prévio dos alunos, porque, como elencado por Arroyo (2011), esses, já possuem uma bagagem de conhecimentos que devem ser explorados na sala de aula, e, com isso, segundo Fonseca (2012), possivelmente despertará o interesse do aluno em aprender a matemática. Desse modo, a proposta curricular da EJA, (BRASIL, 2002, p.11), afirma que o



currículo de Matemática para jovens e adultos deve, portanto, contribuir para a valorização da pluralidade sociocultural e criar condições para que o aluno se torne agente da transformação de seu ambiente, participando mais ativamente no mundo do trabalho, das relações sociais, da política e da cultura.

A fim de ensinar os conteúdos matemáticos para os alunos da EJA, o professor e a escola devem ter como ponto inicial, a utilização do conhecimento pessoal dos alunos, que é rico em experiências tanto individual como coletiva, e, a partir disso, criar um novo conhecimento. Também, “a despeito das diversidades das histórias individuais, é tecida na experiência das possibilidades, das responsabilidades, das angústias e até de um quê de nostalgia, próprios da vida adulta” (FONSECA, 2011, p.235). Quando ocorre esse reconhecimento, o aluno possui a oportunidade de se expressar, se comunicar com os demais colegas e expor suas opiniões. Desta forma, o sentimento de exclusão pode ser apagado, fazendo surgir novas expectativas referentes a vários assuntos, escolares ou não.

Portanto, ao realizar a escolha dos conteúdos matemáticos, o professor deve tomar o cuidado de não apresentar apenas um bloco de conteúdo, pois isso limitaria a aprendizagem do alunado. A seleção dos conteúdos deve ser balanceada, juntando os diversos conteúdos matemáticos, e mostrando a importância desse estudo para o cotidiano. Além disso, deve-se ter o cuidado para não tornar as atividades dos alunos da EJA infantis, pois, segundo Fonseca (2012, p. 35), essas “advêm de uma transposição pouco cuidadosa de procedimentos concebidos no trabalho com crianças com idades inferiores a sete anos para o ensino de matemática no contexto da EJA”.

Assim sendo, Fonseca (2012) afirma a importância do conteúdo matemático para a vida do aluno que, ao ser construído, tem um foco além da resolução de problemas ou da concretização do conceito, deve ser um processo de evolução, no qual é inicialmente apresentado o seu objetivo e o que influenciará ou transformará na vida desse aluno. Mas para que isso ocorra o professor de matemática precisa ter conhecimento sobre os conceitos matemáticos, para que assim tenha o conhecimento necessário para a elaboração de uma proposta de ensino na qual envolva a exploração e formação dos conceitos matemáticos que contribuirão para a aprendizagem do aluno. Essa elaboração da proposta de ensino muitas vezes é um desafio para o professor, pois cada turma de EJA possui um nível de desenvolvimento diferente e, na maioria das vezes, é possível que uma proposta de ensino que dá certo em uma turma não dê certo em outra. É claro que esse fato sucede do mesmo modo nas outras modalidades de ensino, mas na EJA isso ocorre com mais frequência em razão de ser um público diferenciado. Em algumas turmas, dessa modalidade, há alunos com faixas

etárias distintas, variando dos 18 aos 40 anos, outras já possuem uma faixa dos 30 a 50 anos, e assim sucessivamente.

Então, a partir dessas reflexões, como seria o Ensino de Geometria na EJA?

Sobre o Ensino de Geometria na EJA, Brasil (2002, p. 23) diz que, é importante “incorporar a geometria aos cursos de jovens e adultos, não como um estudo estático de figuras e suas respectivas nomenclaturas, mas como um estudo dinâmico do espaço em que se vive”. Para isso, a proposta curricular sugere que os recursos tecnológicos podem contribuir para a formação do pensamento geométrico e para o desenvolvimento cognitivo do aluno da EJA. Uma vez que esses recursos tecnológicos permitem aos alunos desenvolver a linguagem e a comunicação, se deparando com erros e acertos durante o manuseio com esses recursos. Foi pensando nisso que em nossa pesquisa decidimos utilizar as tecnologias, visto que, graças à atualidade, sabemos que a maioria dos jovens e adultos possui acesso ao meio tecnológico. Caso seja possível, tentar associar o conhecimento geométrico com a tecnologia, e, com isso, poder potencializar a aprendizagem de modo mais dinâmico e atrativo.

Nesse sentido, no tópico seguinte apresentaremos uma breve discussão sobre a utilização das tecnologias digitais na sala de aula e depois especificaremos essa utilização na EJA.

## **1.2 A utilização das Tecnologias Digitais na EJA**

### **1.2.1 Tecnologia no ensino**

Segundo Kenski (2008), a escola deve formar cidadãos para a realidade e os desafios do mundo, de modo que sejam conscientes para explorar as mudanças e informações que vêm ocorrendo em vários aspectos em nossa sociedade. A partir dessa consciência, da reflexão, o aluno tem o poder de enfrentar os desafios e as inovações dos conhecimentos obtidos e construídos dentro da escola e que se estenderão para a vida social. Kenski (2008, p. 67) completa,

Educar para a inovação e a mudança significa planejar e implantar propostas dinâmicas de aprendizagem, em que se possam exercer e desenvolver concepções sócio-históricas da educação – nos aspectos cognitivo, ético, político, científico, cultural, lúdico e estético – em toda a sua plenitude e, assim, garantir a formação de pessoas para o exercício da cidadania e do trabalho com liberdade e criatividade.

Agora, para iniciarmos nossa discussão acerca da utilização das tecnologias no ensino, nos questionamos: o que é/são tecnologia/as? Estes são alguns dos conceitos e definições que trazemos das discussões dos autores que embasaram a nossa revisão de literatura.

“O conceito de tecnologias engloba a totalidade de coisas que a engenhosidade do cérebro humano conseguiu criar em todas as épocas, suas formas de uso, suas aplicações” (KENSKI, 2008, p. 23).

“Por novas tecnologias em educação, estamos entendendo o uso da informática, do computador, da internet, do CD-ROM, da hipermídia, da multimídia, de ferramentas para educação à distância – como *chats*, grupos ou listas de discussão, correio eletrônico etc. – e de outros recursos e linguagens digitais que atualmente dispomos que podem colaborar significativamente para tornar a educação mais eficiente e mais eficaz” (MASETTO, 2012, p. 152).

“Ao conjunto de conhecimentos princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de ‘tecnologia’. Para construir qualquer equipamento – uma caneta esferográfica ou um computador – , os homens precisam pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso, chamamos de tecnologias” (KENSKI, 2008, p. 24)

“a tecnologia como uma marca do nosso tempo, que constrói e é construída pelo ser humano” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS; 2014, p.133)

Primeira fase: “uso de calculadoras simples e científicas e de computadores” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS; 2014, p. 18)

Segunda fase: “uso dos *softwares* voltados às múltiplas representações de funções (...) e de geometria dinâmica” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS; 2014, p. 23)

Terceira fase: “advento da internet” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS; 2014, p.31)

Quarta fase: “tecnologias digitais:

- GeoGebra
  - uso de vídeos na internet e na sala de aula
  - plataformas ou repositórios (YouTube e TEDTalks)
  - celulares inteligentes, *tablets*
  - redes sociais (Facebook)
- uso das artes na comunicação de ideias matemáticas” (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS; 2014, p.35)

Todas essas reflexões sobre o que é/são tecnologia/tecnologias convergem com nossa ideia. Desse modo, abaixo apresentamos algumas reflexões sobre o uso de tecnologias na sala de aula.

A autora Silva (1999, p.32), afirmou que a escola precisa “romper com velhos paradigmas, centrados no discurso oral e na escrita, em procedimentos lineares e dedutivos, desconhecendo o universo audiovisual, propiciado pelas mídias eletrônicas”, e, assim, contribuir com o processo de ensino e aprendizagem, tornando-o mais dinâmico, manipulativo e visual. A autora também diz que, para que o professor consiga ter o papel de mediador do conhecimento, é preciso que haja uma renovação nos curso de formação de professores de modo a trazer subsídios e ferramentas que o auxiliem na sua prática pedagógica. Apesar de ser uma discussão apontada à quase uma década, percebemos que ainda existem escolas e professores resistentes ao uso de tecnologias na sala de aula. Contudo, apesar disso, sabe-se que uma boa parte das escolas não possui laboratório de informática ou não possui computadores adequados para a utilização de alguns *softwares*, o que pode influenciar, muitas vezes, a não utilização de tecnologias na escola. Isso por causa da falta de manutenção e atualização dos programas, além da falta de profissionais qualificados para realizar essas manutenções. Segundo Kenski (2008), isso ocorre em virtude da falta de verba, que precisa ser maior para a manutenção e compra de novas máquinas, pois, em consequência ao avanço das tecnologias, muitos computadores estão se tornando obsoletos.

Para Kenski (2008), as tecnologias fazem parte da vida cotidiana das pessoas alterando a forma de se expressar, comunicar, trabalhar, divertir, estudar, entre outros. Além disso, a todo instante as tecnologias estão evoluindo e se tornando cada vez mais sofisticadas, estimulando ainda mais o interesse das pessoas em utilizá-las. Apesar disso, sabe-se que nem todas as pessoas possuem acesso ou tem condições de comprar. Em razão dessa evolução da tecnologia, ela acabou fazendo parte do ambiente educacional, pelo motivo de estar fazendo parte da vida social da maioria das pessoas. Desse modo, a utilização das tecnologias na escola, quando bem utilizadas, pode ser um meio de acesso àquelas pessoas que não têm condições de obter os recursos, além de proporcionar o aprendizado e a interação com a tecnologia.

De acordo com Moran (2012) o professor tem o papel de ser orientador e mediador da aprendizagem, pois, o que ele aprende com a prática, ele investiga, reorganiza e ensina aos seus alunos. Além disso, é um orientador/mediador intelectual, emocional, gerencial, comunicacional e ético, isso dado que durante as aulas o professor é quem auxilia na aprendizagem do aluno, estimulando-o a pesquisar aquilo que é importante para o

conhecimento e para a formação do aluno. É ele quem incentiva, motiva, impõe limites e dá forças para que o aluno consiga se desenvolver melhor. Também ensina o aluno a formar valores éticos, sociais, culturais e individuais.

Ainda de acordo com Moran (2012) o professor, que consegue transmitir essas orientações para o aluno, é considerado um bom professor. Para complementar essas orientações, Moran apresenta alguns princípios metodológicos que devem ser adotados pelo professor:

- a) “Integrar tecnologias, metodologias, atividades. Integrar texto escrito, comunicação oral, escrita, hipertextual, multimídia. (...) Experimentar as mesmas atividades em diversas mídias” (MORAN, 2012, p.31)
- b) “Variar a forma de dar aula, as técnicas usadas em sala de aula e fora dela, as atividades solicitadas, as dinâmicas propostas, o processo de avaliação” (MORAN, 2012, p.31)
- c) “Planejar e improvisar, prever e ajustar-se às circunstâncias, ao novo. Diversificar, mudar, adaptar-se continuamente a cada grupo, a cada aluno, quando necessário” (MORAN, 2012, p. 32)

A partir desses princípios apontados por Moran (2012), percebemos os desafios, por parte do professor, em implantar as tecnologias na sala de aula. Uma vez que não requer do professor ter apenas o domínio do conteúdo, mas também o domínio do recurso tecnológico que quer utilizar. Kenski (2008) aponta que não basta utilizar a tecnologia por utilizar, deve utilizá-la para um fim pedagógico e com a tecnologia adequada. Jesus e Silva (2015) afirmam que os professores, além de saber manusear, incorporem as tecnologias em suas aulas, mas para isso é necessário que o mesmo tenha controle e conhecimento sobre a ferramenta utilizada e o conteúdo matemático explorado. Depois disso, deve-se relacionar o conteúdo com a tecnologia de modo que ocorra a aprendizagem por parte do aluno. Além disso, afirmam que os professores devem procurar capacitar a sua formação e se atualizarem com as novas ferramentas tecnológicas, pois, aqueles “professores que priorizam melhorar as suas competências e metodologias de ensino precisam estar abertos para absorver o uso dos recursos computacionais e estarem em constante estado de aprendizagem e mudança” (JESUS; SILVA, 2015, p. 75).

Além disso, Kenski (2008), diz que a utilização de tecnologias no âmbito educacional é um desafio por efeito do grande avanço tecnológico, que acaba encaminhando os estudantes a adquirir esses novos meios. No entanto, cabe ao professor tentar articular esse domínio que

os alunos possuem sobre as tecnologias com os conteúdos que vem sendo estudados em sala de aula. Além disso, é nesse momento que o professor deve manter o controle em sala de aula e dominar o conhecimento do conteúdo para relacionar com o recurso tecnológico, pois assim, há a possibilidades de os alunos conseguirem aprender o conteúdo de modo mais dinâmico, saindo do modelo tradicional de ensino. Pois, de acordo com Masetto (2012, p. 140), é “o mediador entre o aluno e sua aprendizagem, o facilitador, o incentivador e motivador dessa aprendizagem”.

De acordo com Kenski (2008), o professor é quem auxilia o aluno na análise dos caminhos que deve seguir para que ocorra a aprendizagem e a formação do conhecimento. Segundo Masetto (2012), para propor uma atividade utilizando tecnologia, é fundamental que haja uma mediação pedagógica. Para esse autor, mediação pedagógica está relacionada com o modo que o professor prepara sua aula, ele deve ser facilitador, mediador e motivador da aprendizagem, estabelecendo relações entre o aluno e a aprendizagem.

Desse modo, Jesus e Silva (2015, p.75) complementam essa ideia

reafirmamos que o papel do professor é relevante, ele não pode mais permanecer como mero retransmissor de conhecimento. Espera-se dele, nesse novo cenário, capacidade para inovar e estabelecer uma nova relação com os alunos, uma vez que os alunos fazem parte de uma geração mais afeita às tecnologias e mostram-se mais abertos e envolvidos com o seu uso. Assim, cabe ao professor a tarefa de inteirar-se dessas ferramentas, sendo mediador, motivador e organizador das situações de ensino e aprendizagem.

Além disso, ao propor atividades, o professor deve ter o cuidado de não levar atividades prontas, e sim, atividades que promovam o desenvolvimento e a formação dos conceitos estudados, para assim serem assimilados. Masetto (2012, p. 155) completa que, ao utilizar tecnologias na sala de aula, deve haver uma preparação detalhada das atividades, de modo que “as várias atividades integrem-se em busca dos objetivos pretendidos e que as várias técnicas sejam escolhidas, planejadas e integradas de modo a colaborar para que as atividades sejam bem realizadas e aprendizagem aconteça”. Moran (2012) também enfatiza o fato de não levar atividades prontas para os alunos, pois cada turma possui um nível de desenvolvimento, e a relação do professor com cada turma também é diferenciada.

Portanto, ao utilizar tecnologias inovadoras, o professor deve ter cuidado com o modo que irá avaliar a aprendizagem do aluno. Uma vez que não adianta utilizar uma proposta inovadora ao ensinar um conteúdo novo e quando for avaliar esse aluno utilizar o método tradicional de prova. Desse modo, segundo Masetto (2012), o professor deve pensar estratégias que o auxiliem nesse processo de avaliação, como por exemplo, realizar atividades em grupo promovendo discussões, diálogos, nos quais os alunos terão a oportunidade de

expor suas opiniões e conhecimentos, e com isso, o professor pode perceber o aprendizado, as dificuldades, as dúvidas, acertos e erros desses alunos. Outro modo de observar a aprendizagem do aluno é propor que ele apresente, utilizando a tecnologia estudada, alguns dos conceitos estudados em sala. Moran (2012, p. 32) completa “é importante diversificar as formas de dar aula, de realizar atividades, de avaliar”.

Quanto à mediação pedagógica, Masetto (2012) aponta nove características desenvolvidas pelo professor quando ele assume ser um mediador pedagógico:

- 1) A aprendizagem deve estar direcionada para o aluno, de modo que ele seja o centro do processo de aprendizagem. Nesse processo o professor é o mediador da ação que auxiliará a aprendizagem do aluno, e juntos, formarão o conhecimento.
- 2) A relação conjunta entre aluno e professor é a base para o desenvolvimento da aprendizagem.
- 3) A cooperação e a parceria são aspectos importantes para a realização, avaliação e planejamento das atividades.
- 4) Estabelecer um ambiente de respeito mútuo.
- 5) Através da reflexão, da investigação e da troca de experiências, o professor tem a oportunidade em melhorar sua prática e dominar sua área de conhecimento.
- 6) Por meio da criatividade, tentar resolver problemas novos, lembrando que os alunos são diferentes, cada um pensa e se desenvolve de um jeito.
- 7) Ao utilizar um recurso tecnológico, como por exemplo, em atividades online, o professor deve ter disponibilidade para dialogar e sanar as dúvidas dos alunos.
- 8) O professor tem uma vida particular, na qual estão presentes emoções, sentimentos, compromissos, falta de vontade em dialogar, dependendo do dia pode estar mais calmo ou mais nervoso. O aluno também possui essas emoções. E tudo isso deve ser considerado quando houver diálogo utilizando tecnologias.
- 9) Ao utilizar tecnologias, o meio de comunicação é a linguagem, que pode ser através da escrita ou da fala. Porém, quando ocorre por meio da escrita, deve-se ter o cuidado com o modo que as palavras estão escritas, pois quem lê, não consegue identificar qual foi a expressão e a tonalidade utilizada para se comunicar.

Essas características apontadas por Masetto se encaixam com a nossa proposta de pesquisa, de utilizar uma atividade mediada pela tecnologia (GeoGebra), de modo que o aluno consiga desenvolver e formar os conceitos por meio da manipulação e visualização do *software*, e, pela orientação do professor. Isso permite uma maior interação entre alunos e

professor, possibilitando o respeito mútuo, o trabalho em grupo, o diálogo e a cooperação. Além disso, permite a reflexão e a interpretação dos conceitos explorados.

Ademais, Masetto (2012) afirma que a tecnologia potencializa o processo de aprendizagem do aluno e que não é ela sozinha que solucionará os problemas da educação, mas que auxilia sendo utilizada adequadamente para o desenvolvimento dos alunos. E, nesse processo de aprendizagem, o aluno é o sujeito ativo e participa da ação, e, durante o processo, ele realiza as atividades sozinho, mediado pelo professor e também com interação entre os colegas. As atividades a serem realizadas com o auxílio da tecnologia devem alcançar os objetivos propostos, pois as técnicas não se justificam sozinhas, e, assim, poderá ocorrer aprendizagem.

Por outro lado, Moran (2012) discute as potencialidades de um computador, que possibilita pesquisar, editar, buscar informações, manipular ferramentas, descobrir conceitos, produzir textos, dentre outras. Kenski (2008, p. 33) afirma que as tecnologias digitais juntam-se com “a computação (a informática e suas aplicações), as comunicações (transmissão e recepção de dados, imagens, sons, etc.) e os mais diversos tipos de suporte em que estão disponíveis os conteúdos (livros, filmes, fotos, músicas e textos)”. Além disso, é um meio de comunicação que auxilia no processo de ensino e aprendizagem. Por esse motivo, é importante que, ao realizar uma atividade utilizando computador, o professor conheça seus alunos, suas motivações, seus interesses e seus conhecimentos prévios sobre o manuseio de computadores. Isso para que ele esteja preparado caso algum aluno não saiba manusear o computador e se sinta excluído por causa disso. E, desse modo, “chegar ao aluno por todos os caminhos possíveis: pela experiência, pela imagem, pelo som, pela representação (dramatizações, simulações), pela multimídia, pela interação *online* e *off-line*” (MORAN, 2012, p.61).

A partir dessas reflexões gerais sobre a utilização de tecnologias na escola, vamos explorar no tópico seguinte como ocorre essa interação entre as tecnologias, a matemática e os alunos da EJA. Para isso, nos tópicos seguintes, apresentamos as fases das tecnologias em Educação Matemática e posteriormente sobre o Ensino de Geometria utilizando tecnologias.

### **1.2.2 Fases da tecnologia em Educação Matemática**

As Tecnologias Digitais (TD) são utilizadas em Educação Matemática com o intuito de “abrir possibilidades para que a inclusão digital ocorra de forma que realce o que de novo essas tecnologias podem trazer para a educação, para expandir a sala de aula” (BORBA;



SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 13). Sendo assim, a utilização das TD pode auxiliar o processo de ensino e aprendizagem, colaborando com a compreensão de conteúdos que, quando estudados somente com o livro e o caderno, têm o entendimento dificultado. Algumas das TD que geram novas opções na sala de aula e que podem despertar o interesse e a motivação dos alunos são: computadores, *tablets*, telefones celulares, *smartphones*, *notebook*, *softwares*, vídeos.

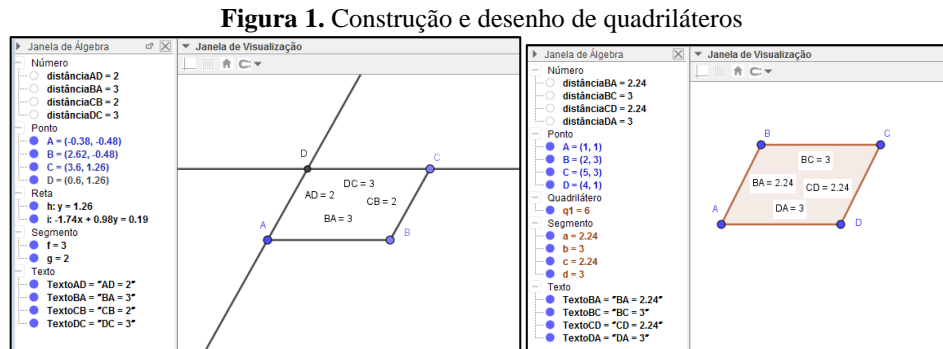
Todavia, a inserção das TD na educação vem encontrando diversos obstáculos, como a falta de infraestrutura em algumas escolas, computadores sem acesso à *internet*, a resistência de alguns professores em utilizar as tecnologias em sua prática e a falta de cursos em recursos digitais na formação dos professores. Apesar dessas dificuldades, sabe-se a importância e as mudanças advindas da tecnologia, que influenciam as práticas sociais, culturais, políticas e educacionais, principalmente no ensino de Matemática.

De acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015) existem quatro fases da tecnologia digital em Educação Matemática. A primeira fase, aproximadamente em 1985, é caracterizada pela utilização do *software* LOGO, representado por uma “tartaruga” que aliava a linguagem de programação ao pensamento matemático. A parte computacional estava relacionada com os comandos, que seriam inseridos pelo aluno, para que a “tartaruga” executasse os movimentos no *software*. A autora Fainguelernt (1999), por exemplo, realizou uma pesquisa utilizando esse *software*, o que será citado no tópico seguinte.

Esses movimentos realizados pela “tartaruga” construíam figuras geométricas, por meio de segmentos, passos e giros. Essa construção realizada pelo aluno mostrava sua forma de raciocínio e pensamento matemático, pois uma mesma construção poderia ser feita utilizando passos diferentes. Já que todos os passos ficavam salvos no *software*, e, com isso, o professor poderia avaliar como ocorreu o processo de aprendizagem do aluno. Apesar dessa funcionalidade do LOGO, existem poucas pesquisas e relatos a seu respeito; além disso, é um *software* pouco utilizado nos cursos de formação de professores e na sala de aula.

A segunda fase teve início aproximadamente em 1990 e foi caracterizada pela disseminação dos computadores individuais e dos *softwares* para o estudo de função, como o *Winplot*, de geometria dinâmica, como o *Cabri Geometre*, e de sistemas de computação gráfica, a exemplo do Maple. Os *softwares* gráficos possibilitam o estudo de funções, comportamento, concavidade, linearidade, coeficientes, inclinação, dentre outros, o que dinamiza o estudo e a visualização dos comportamentos de cada tipo de gráfico de função. Quanto aos *softwares* de geometria dinâmica, é lícito afirmar que eles possuem a especificidade de construir, manipular, combinar e visualizar os objetos geométricos, e, com

isso, estimular o raciocínio e o pensamento do aluno. É nesse momento que surge a diferença entre uma construção e um desenho, pois uma construção é aquela que, ao arrastar o ente geométrico, as propriedades que o definem permanecem, já o desenho ao arrastar as propriedades não permanece, como pode ser visto na figura 1.



Fonte: Produção Nossa (2018), utilizando o *software* GeoGebra.

Essa diferenciação tem o intuito de estimular a investigação geométrica e, a partir disso, formar os conceitos estudados. Além disso, utilizar esse tipo de tecnologia em sala de aula evita a domesticação<sup>5</sup> de tecnologias, propicia o desenvolvimento do raciocínio e permite ao aluno utilizar estratégias diferentes para solucionar um problema.

A terceira fase iniciou-se aproximadamente em 1999 com o surgimento da internet. As tecnologias eram chamadas de tecnologias da informação e comunicação (TIC). No campo educacional, a internet é um meio de interação entre professores, alunos, pesquisadores, educadores e palestrantes, através de *e-mails*, palestras, cursos, *chats*, dentre outros. Muitos dos cursos de graduação, por exemplo, vem sendo feitos na modalidade à distância – EAD.

A quarta fase foi iniciada aproximadamente em 2004, com o surgimento da internet rápida e de novas tecnologias digitais (TD). Nessa fase foi criado o *software* GeoGebra, um *software* de Geometria Dinâmica que explora a geometria, a álgebra e o cálculo. Essa fase é caracterizada pela utilização e produção de vídeos aulas online, apresentadas no YouTube, Facebook, ou outras plataformas; aplicativos e *softwares* que começaram a ser instalados em notebooks, *tablets* e celulares inteligentes; utilização de ambientes de aprendizagem virtuais (AVA); performance matemáticas digitais, associando a arte, a tecnologia e a matemática; dentre outras inovações.

Essas quatro fases se completam e começam a surgir a partir da necessidade de inovação ou quando algum recurso tecnológico se torna obsoleto.

<sup>5</sup> “Domesticar uma tecnologia significa utilizá-la de forma a manter intacta práticas que eram desenvolvidas com uma mídia que é predominante em um determinado momento da produção do conhecimento. Manter tais práticas de forma acrítica, como por exemplo usar ambientes virtuais de aprendizagem apenas para enviar um PDF”. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015, p.25)

No tópico seguinte apresentamos uma breve discussão acerca da utilização dessas tecnologias no Ensino de Geometria. Para isso, buscamos pesquisas que abordaram o ensino de geometria na EJA com o *software* GeoGebra. Entretanto, encontramos poucas pesquisas na EJA, porém, tivemos acesso a outras pesquisas que envolveram o ensino de geometria com tecnologias.

### 1.2.3 Ensino de Geometria utilizando tecnologias

Nosso interesse é o ensino de geometria na EJA utilizando tecnologias, contudo, identificamos poucos estudos cujo foco fosse o ensino de geometria com o uso de tecnologias na EJA, em especial o *software* GeoGebra. Entretanto, encontramos diversas pesquisas relacionadas ao ensino de geometria e o uso da tecnologia e, com isso, percebemos que essa discussão já se estende por algumas décadas, como podemos ver nos breves resumos das pesquisas abaixo.

Fainguelernt (1999), em sua tese de doutorado, teve vários questionamentos, dentre eles: “1) Como os professores constroem os conceitos de simetria e translação? 2) Como os professores interferem nas construções dos conceitos realizadas pelos alunos?” (FAINGUELERNT, 1999, p.95). Para tentar respondê-los, a pesquisa foi feita com alunos do 4º e 5º ano do ensino fundamental e três professoras dessas turmas, utilizando o *software* LOGO. Ao término da pesquisa, a autora identificou que tanto alunos quanto as professoras conseguiram construir os conceitos geométricos por meio da manipulação e das decisões tomadas para realizar os passos no LOGO. Além disso, percebeu que os alunos tiveram dificuldades em relação à sintaxe dos comandos do *software* e percebeu mudança na percepção dos conceitos estudados, por parte das professoras, em razão a manipulação dos conceitos no LOGO.

A pesquisa de Gouvea (2005) teve o objetivo de responder “Que contribuições pode trazer, para o ensino-aprendizagem de Geometria, um estudo de *Fractais Geométricos* através de *caleidoscópios* e *softwares de Geometria Dinâmica*?”. Para isso, realizou uma pesquisa com alunos do 1º semestre do Curso de Licenciatura em Matemática utilizando os *softwares* iGeom e Cabri Géomètre II. Ao término da pesquisa, o autor percebeu que os alunos conseguiram compreender o que são fractais e, além disso, apontam os *softwares* de geometria dinâmica (GD) como fundamentais para a compreensão dos conceitos estudados. Também ressaltou o estudo da geometria fractal por meio de *softwares* de GD e de bases caleidoscópicas como uma metodologia de ensino.

Já Bento (2010) quis identificar “Como podem ser estudados conteúdos de Geometria Plana com a utilização da informática, especialmente, utilizando a habilidade de visualização através da dinâmica das figuras e a exploração da compreensão de conceitos pelo *software GeoGebra*?”. Desse modo, sua pesquisa foi feita com alunos do 8º e 9º ano do ensino fundamental e com alunos da 2ª série do ensino médio utilizando o *software GeoGebra* como recurso. Com o decorrer da pesquisa, o autor percebeu que os alunos tiveram dificuldades na apropriação dos termos geométricos, e também, no manuseio do *software*. Ao término da pesquisa percebeu a importância da exploração e da visualização, potencializada pelo *software*, para a aprendizagem de conceitos de geometria plana.

Alencar (2012) também fez sua pesquisa utilizando o *software GeoGebra*. Entretanto, seu questionamento foi: “quais orientações são necessárias para que uma oficina inicial de GeoGebra, estruturada de acordo com a Gênese Instrumental de Rabardel, possibilite aos professores de matemática da escola básica elaborarem estratégias próprias de ensino e aprendizagem do uso desse software?”. Os sujeitos que participaram da pesquisa foram professores de matemática da rede estadual de ensino. Para isso o autor realizou uma pesquisa piloto, e posteriormente uma nova pesquisa. Ao término identificou que os professores estava conseguindo manusear o *software GeoGebra*, entretanto, estavam com dificuldades em relação aos conceitos matemáticos. Além disso, ressaltou a importância dos cursos de formação de professores, bem como, as potencialidades do *software GeoGebra* para a aprendizagem dos conceitos e as trocas de conhecimentos e experiências por meio do diálogo em grupo.

Assim como Bento (2010) e Alencar (2012), Lyra (2017) também utilizou o *software GeoGebra* em sua pesquisa. Contudo, seu questionamento foi “É possível um grupo de professores de Matemática, a partir da realização de um conjunto de atividades utilizando o GeoGebra, sentirem-se aptos e estimulados a mudar sua prática pedagógica, inserindo nelas o uso das tecnologias digitais?”. Para isso, elaborou um curso de formação de professores, com professores do 6º ao 9º ano do ensino fundamental II. Ao término da pesquisa, Lyra percebeu que o tempo de realização do curso não foi suficiente para que os professores se sentissem aptos para utilizar o GeoGebra em suas salas de aula. Além disso, ressaltou a dificuldade dos professores em elaborar uma aula de matemática diferenciada utilizando um *software* como recurso.

Borba (2017) questionou “Que contribuições pedagógicas as práticas de ensino com recursos tecnológicos podem oferecer para o ensino e aprendizagem de Matemática para alunos da Educação de Jovens e Adultos?”. Para isso sua pesquisa foi feita com alunos da

EJA do 6º, 7º e 9º ano do Ensino Fundamental II utilizando diferentes recursos tecnológicos, como por exemplo, o *blog*, o Power Point, o GeoGebra e o Google Docs. Com o fim das atividades propostas o autor percebeu que sua proposta possibilitou aos alunos a inserção e inclusão no meio tecnológico e social, mudanças na prática pedagógica, enquanto professor pesquisador. Enfim, enfatiza que durante o processo houve dificuldades em inserir uma atividade diferenciada com alunos da EJA, contudo, ressaltou a importância dessa inserção para a aprendizagem.

Fonseca (2017) em sua pesquisa pretendeu investigar se “A utilização da linguagem geométrica abstrata, de desenhos estáticos, de fórmulas decoradas e dos recursos pedagógicos utilizados pelo professor dificulta o aprendizado?”. Desse modo, sua pesquisa foi realizada com turmas da Nova Educação de Jovens e Adultos – NEJA. Para isso, elaborou uma sequência de atividades para serem desenvolvidas utilizando os *applets* do *software* GeoGebra, dobraduras, jogo da memória, YouTube, Objetos de Aprendizagem (OA). Com o fim da pesquisa identificou que os resultados ultrapassaram suas perspectivas, principalmente, no que tange ao motivacional, pois, além disso, houve a aprendizagem dos conceitos geométricos e o trabalho colaborativo em grupo. Com isso, ressaltou a importância de realizar atividades lúdicas e/ou com tecnologias para a aprendizagem, desenvolvimento do raciocínio e a visualização.

Honorato (2018) investigou em sua pesquisa “Como ocorre o processo de elaboração de atividades sobre Geometria Espacial utilizando o *software* GeoGebra por parte de um grupo de pesquisadores em Educação Matemática?”. Sua pesquisa foi realizada com professores pesquisadores do programa de Pós-Graduação em que era discente. As atividades elaboradas eram executadas no *software* GeoGebra. Ao término da pesquisa, o autor chegou a conclusão que o processo de elaboração de uma atividade matemática investigativa é lento e precisa ser reestruturado e analisado várias vezes antes de chegar a versão final. Além disso, deve-se ter o cuidado em adaptar o nível da atividade de acordo com o nível de escolaridade do público que realizará a atividade.

A partir dessas pesquisas percebemos que a utilização de tecnologias na sala de aula, como o *software* GeoGebra, pode contribuir com a aprendizagem, a formação e a assimilação dos conteúdos geométricos de qualquer alunos, em especial, os alunos da EJA, e, também, aprimorar a linguagem e a comunicação entre eles. Por meio dessas pesquisas vimos que muitas utilizaram o *software* GeoGebra como ferramenta para auxiliar a aprendizagem. Já em nossa pesquisa, nosso foco é utilizar o GeoGebra como um recurso mediador da aprendizagem e da formação dos conceitos geométricos. Uma vez que nas atividades

elaboradas propomos a construção dos entes geométricos no *software* e a partir da manipulação, os conceitos seriam formados.

No capítulo seguinte, apresentamos a fundamentação teórica de nossa pesquisa baseada na Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin e no Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias.

## CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nos tópicos seguintes apresentamos as teorias que fundamentaram a nossa pesquisa. Para isso, foram elencados quatro tópicos: o primeiro sobre a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Piotr Yakovlevich Galperin, cuja abordagem é sobre as teorias de aprendizagem e formação de conceito; o segundo sobre o Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias, com o foco na importância da mediação tecnológica para a aprendizagem matemática; o terceiro sobre a importância da formação de conceitos matemáticos e da construção de entes geométricos; e, o quarto sobre os entrelaçamentos entre as teorias.

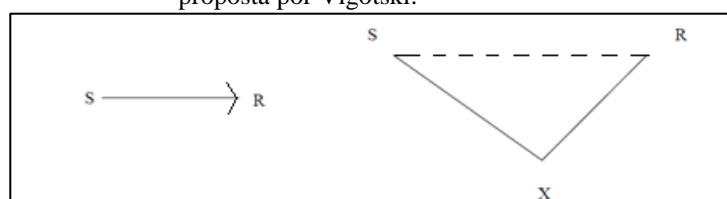
### 2.1 Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Piotr Yakovlevich Galperin (1902 – 1988)

A Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin tem como base a psicologia sócio-histórico-cultural, cujo eixo central é a mudança nas relações entre o ser humano e o ambiente em que são desenvolvidas as atividades mediadas por instrumentos e signos (artefatos). Além disso, Vigotski afirma que o desenvolvimento ocorre a partir das interações com o contexto social, histórico e cultural no qual o sujeito se encontra. Por esse motivo, primeiro apresentamos as contribuições das Teorias de Vigotski e de Leontiev para o desenvolvimento da Teoria de Galperin.

#### 2.1.1 As Contribuições de Lev Semenovitch Vigotski (1896 – 1934)

Vigotski (2008) elaborou a ideia de mediação, se distanciando do esquema behaviorista do estímulo-resposta. A partir disso, construiu um modelo triangular relacionando o estímulo, a resposta e a mediação, figura 2. Pois, de acordo com Vigotski, o ser humano reage no ambiente a partir das mediações culturais.

**Figura 2.** Do lado esquerdo o esquema behaviorista do estímulo resposta. Do lado direito a triangulação proposta por Vigotski.

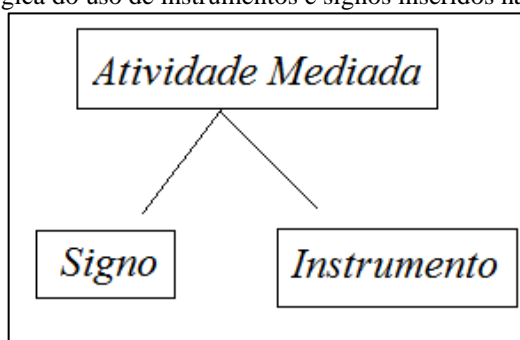


**Fonte:** VIGOTSKI (1998, p. 53)

Segundo Vigotski (1998), a socialização acontece por meio das relações sociais em funções mentais e, deste modo, se dá o desenvolvimento cognitivo, por meio da mediação. Segundo Núñez (2009), a mediação entre o sujeito e o objeto ocorre por meio da intervenção de instrumentos e signos.

Para diferenciar e comparar os instrumentos e os signos, Vigotski (1998) elencou três características: a primeira apontando os pontos comuns, a segunda apresentando suas diferenças, e a última solidificando o elo psicológico entre esses artefatos. Com o intuito de mostrar os pontos comuns, Vigotski fez uma relação lógica entre instrumentos e signos que são inseridos no conceito de atividade mediada, conforme figura 3. Essa característica se dá por causa da função mediadora que cada um possui.

**Figura 3.** Relação lógica do uso de instrumentos e signos inseridos na atividade mediada



Fonte: VIGOTSKI (1998, p. 71)

A segunda característica apontada por Vigotski é a diferenciação entre signo e instrumentos, que ocorre em razão ao modo que conduzem o comportamento humano. O instrumento conduz a “influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos” (VIGOTSKI, 1998, p.72), ou seja, os instrumentos correspondem a objetos que podem ser construídos pelo homem para elaborar alguma atividade humana, por exemplo, construir uma vasilha para armazenar água. No caso de nossa pesquisa, o computador e o *software* GeoGebra são os instrumentos mediadores da aprendizagem.

Já o signo, “não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente” (VIGOTSKI, 1998, p.73), ou seja, os signos correspondem às relações mentais, por exemplo, a palavra mesa remete à imagem mental do objeto mesa, isso sem precisar ver a mesa, apenas com a imaginação. Ainda segundo Núñez (2009), os signos são os responsáveis pela mediação e relação do sujeito com ele mesmo e com outras pessoas.



A terceira característica apresentada por Vigotski (1998) diz respeito às relações entre os instrumentos e os signos em uma atividade psicológica. A essa relação Vigotski, nomeia de funções psicológicas superiores, que, segundo Núñez (2009), são determinadas pelo elo social entre os seres humanos e o mundo. Para explicar essas funções, Vigotski (1998), afirma:

Da mesma forma como o primeiro uso de instrumentos refuta a noção de que o desenvolvimento representa o mero desdobrar de um sistema de atividade organicamente predeterminado da criança, o primeiro uso de signos demonstra que não pode existir, para cada função psicológica, um único sistema interno de atividade organicamente predeterminado. O uso de meios artificiais - a transição para a atividade mediada - muda, fundamentalmente, todas as operações psicológicas, assim como o uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar. (VIGOTSKI, 1998, p.73)

Além disso, as atividades mediadas por signos, interferem na mente, no pensamento e na memória. Conquanto, para Vigotski (1998), a internalização é o processo em que ocorre uma reestruturação internamente das operações que ocorreram externamente. Sobre isso, Núñez (2009, p.19) complementa: é a “passagem da atividade do plano interpsicológico para o plano intrapsicológico”, na qual o interpsicológico está relacionado com o ser social e o intrapsicológico com a personalidade, com o controle interno. Ainda, segundo Oliveira (1997), o processo de internalização possibilita o desenvolvimento das funções psicológicas superiores e, com isso, potencializa as relações sociais dos sujeitos durante a estruturação dos processos psicológicos.

Um exemplo de internalização apontado por Vigotski é o gesto de uma criança ao apontar para algum objeto que deseja ter acesso. A criança está apontando para um objeto, pois sua intenção é movimentar-se para pegá-lo, porém, não consegue alcançá-lo. Um adulto que vê essa situação, automaticamente se direciona para esse objeto e depois o entrega para a criança. A partir disso, o movimento da criança que era orientado para alcançar o objeto, passa a ser dirigido para que outra pessoa possa executar seu movimento. Com isso, percebem-se as transformações que ocorrem em um processo de internalização.

Essas transformações do processo de internalização são explicadas por Vigotski (1998, p. 75) em três momentos:

- a) “Uma operação que inicialmente representa uma atividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente”.

Nesse momento, ocorre o desenvolvimento da inteligência, da memória e da atenção à situação.

- b) “Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal”.

O desenvolvimento acontece em duas etapas: socialmente, pois ocorre junto a outras pessoas, e, individualmente, porque ocorre no interior de cada pessoa.

- c) “a transformação de um processo interpessoal num processo intrapessoal é o resultado de uma longa série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento”.

O processo tende a mudar e se reconstruir em um longo período de tempo, só depois disso é internalizado.

Nesse sentido, Oliveira (1997) diz que a aprendizagem reaviva os processos internos do desenvolvimento não ocorreria se não houvesse a interação entre o sujeito (aluno) e o ambiente cultural, conseqüentemente com o ambiente histórico. Ainda, segundo Núñez (2009, p.29), a partir da evolução da sociedade, há a produção de assuntos culturais que atuam como mediadores na relação entre homem e mundo. “Esse conteúdo histórico-cultural é o objeto da assimilação nos processos de socialização, formação e desenvolvimento da personalidade”.

Vigotski (1998) apresenta três posições teóricas para explicar as relações e/ou diferenças entre a aprendizagem e o desenvolvimento. A primeira diz que a aprendizagem e o desenvolvimento são independentes e não estão envolvidas; uma vez que o primeiro se direciona para o desenvolvimento, porém, este avança em relação à aprendizagem. A segunda diz que aprendizagem e desenvolvimento são a mesma coisa, ou seja, o processo de aprender está composto com o processo de desenvolvimento e ocorrem simultaneamente, sucedendo em pontos comuns. A terceira relaciona a aprendizagem e o desenvolvimento, pois ambos possuem algo em comum, se interagem e são reciprocamente dependentes; aponta, também, aponta a importância da aprendizagem para o desenvolvimento.

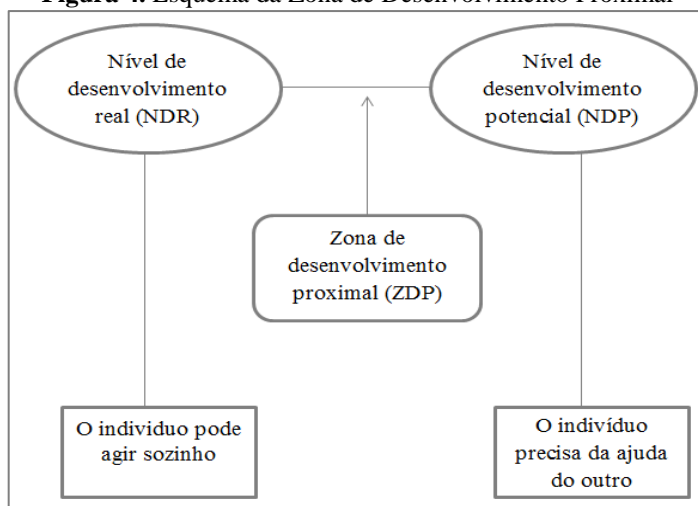
A partir desses posicionamentos teóricos, Vigotski (1998) chegou à conclusão que a aprendizagem proporciona os processos internos do aluno e, assim, possibilita o seu desenvolvimento, que ocorre por meio de fatores biológicos, sociais e históricos. Em contrapartida, isso pode acontecer de forma individual e, também, através da mediação de outro sujeito. Além disso, afirma que a aprendizagem ocorre antes mesmo de ir à escola, em virtude à história que cada sujeito possui. E, após ir para a escola, há a aprendizagem de novas coisas que proporcionam o desenvolvimento.

Para explicar o desenvolvimento escolar, Vigotski (1998, p. 112) elaborou o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) que é a

distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Núñez e Faria (2004) elaboraram um esquema para representar a ZDP, conforme figura 4.

**Figura 4.** Esquema da Zona de Desenvolvimento Proximal



**Fonte:** NUÑEZ; FÁRIA (2004, p. 53)

O nível de desenvolvimento real é classificado por Vigotski (1998) como o desenvolvimento das funções mentais que já foram completadas e alcançadas. Além disso, segundo Oliveira (1997), nesse nível estão presentes situações em que o sujeito (aluno) consegue desenvolver de forma independente, sozinho. Já o nível de desenvolvimento potencial aparece quando o sujeito consegue desempenhar uma atividade sob a orientação de outra pessoa (professor). Além disso, é um nível que está em constante transformação, pois aquilo que hoje foi preciso da mediação de uma pessoa amanhã pode ser realizado individualmente.

Nesse sentido, segundo Vigotski (1998), o desenvolvimento ocorre de forma mais lenta, antecedendo a aprendizagem, que é definido pela ZDP. Por exemplo, quando um aluno consegue assimilar e aprender as quatro operações, essa é a base para o início do desenvolvimento dos processos internos por ele. Além disso, nem sempre ocorrem do mesmo modo ou de forma paralela, pois isso varia de aluno para aluno. Sobre isso, Oliveira (1997, p.62) diz que:

O processo de ensino-aprendizado na escola deve ser construído, então, tomando como ponto de partida o nível de desenvolvimento real da criança – num dado momento e com relação a um determinado conteúdo a ser desenvolvido – e como ponto de chegada os objetivos estabelecidos pela escola, supostamente adequados à faixa etária e ao nível de conhecimentos e habilidades de cada grupo de crianças.

Esse ponto de partida e chegada apontado por Oliveira (1997) é válido para qualquer modalidade de ensino, desde o fundamental até o superior. Por conseguinte, é de suma importância, antes de iniciar a explicação de qualquer conteúdo, identificar o conhecimento prévio dos alunos, pois, como visto anteriormente, cada sujeito tem um modo de aprender e desenvolver suas funções mentais.

Nesse sentido, Oliveira (1997) aponta a importância da intervenção do professor na ZDP dos alunos, pois, ele que irá estimular o desenvolvimento e aprendizagem do aluno, o que poderia não ocorrer de modo espontâneo. Além disso, a interação entre os próprios alunos também são intervenções que contribuem para o desenvolvimento deles. Mas, para isso, de acordo com Núñez (2009), cabe ao professor ser um orientador e mediador das relações estabelecidas em sala de aula, de modo que haja respeito mútuo, a fim de possibilitar o desenvolvimento de qualidades, habilidades e personalidades no aluno.

Vigotski (2008, p.67) afirmou que “(...) um conceito não é uma formação isolada, fossilizada e imutável, mas sim uma parte ativa do processo intelectual, constantemente a serviço da comunicação, do entendimento e da solução de problemas”, isso a partir das reflexões sobre a aprendizagem, desenvolvimento, internalização, mediação, instrumentos e signos. Por meio dessa frase de Vigotski, percebemos a importância da formação de conceitos, que deve ocorrer de modo criativo e espontâneo, saindo do tradicional que é o conceito pronto, estático e passivo. Todavia, isso não é tão fácil, pois é um processo complexo e que necessita de condições especiais e específicas. Nesse processo deve haver um objetivo que, para ser atendido, demanda uma sequência de passos que atinjam esse objetivo ao final.

O desenvolvimento da formação de conceitos se inicia na infância e, com o decorrer do tempo, as funções mentais dos conceitos amadurecem, reconstróem e formalizam. Sendo assim, esse processo deve possibilitar a reflexão e, posteriormente, o desenvolvimento do raciocínio. Desse modo, para explicar como ocorre a formação de conceitos, Vigotski (2008) elaborou três fases: pensamento sincrético, pensamento por complexos e pensamento por conceitos potenciais.

A primeira fase – Pensamento Sincrético, segundo Núñez (2009) e Vigotski (2008), refere-se à internalização do significado de uma palavra qualquer. Para isso, são feitos agrupamentos dos objetos de modo subjetivo e orientado pelas percepções do sujeito em relação a esses objetos. Essa fase é explicada em três estágios: o primeiro diz respeito à tentativa e erro do significado de uma palavra durante o desenvolvimento do pensamento; o segundo está relacionado com a organização das imagens visuais dos objetos que ocorrem em um tempo e espaço; o terceiro refere-se a um grupo de informações agrupadas que foi feito de

modos diferentes pelo sujeito nos outros dois estágios. Esse pensamento sincrético é orientado por nexos subjetivos sem afinidades e sem explicações suficientes.

A segunda fase – Pensamento por Complexos – é definida por Vigotski (2008) como a fase em que há associação e relação entre os objetos diferentes unificando e organizando as imagens desorganizadas e discretas. De acordo com Núñez (2009, p. 36) “Um complexo representa um agrupamento concreto de objetos unidos por laços factuais (por meio da experiência direta), e não abstratos e lógicos”. Além disso, integra um pensamento objetivo, concreto e coerente, apesar de não haver reflexões sobre essas relações. Vigotski (2008) identificou cinco tipos de complexos, como apresentado no quadro 1.

**Quadro 1.** Tipos de pensamento por complexos

Pensamento por complexos	Descrição dos tipos de complexos
Associativo	Relação entre objetos que pode ser em razão a uma semelhança, diferença ou até mesmo proximidade, exemplo: objeto com cores ou formatos iguais.
Coleção	Agrupamentos de objetos concretos que possuem operações funcionais semelhantes, exemplo: conjunto de roupas.
Complexos difusos	Grupos de objetos que possuem características difundidas e indeterminadas, por exemplo: objetos vermelhos poderiam ser estendidos para de cor amarelo, seguidos da cor verde e posteriormente cor azul.
Pseudoconceitos	Generalização de conceitos fenotipicamente, mas diferente psicologicamente do conceito real. É o caminho de transição do pensamento por complexos para a formação de conceitos, exemplo: um triângulo amarelo – são selecionados qualquer tipo de figura somente com o formato do triângulo amarelo. Nesse caso foi orientado somente pela semelhança do formato.

**Fonte:** Produção Nossa (2018)

De acordo com Núñez (2009), ainda sobre os pseudoconceitos, a formação dos conceitos verdadeiros ocorre a partir da combinação do domínio abstrato com o pensamento por complexos. Vigotski (2008) finaliza sua explicação sobre os pseudoconceitos dizendo que essa formação de conceitos não ocorre somente com as crianças, mas também com os adultos durante toda a vida cotidiana.

Por fim, a terceira fase – Pensamento por Conceitos Potenciais – é a fase mais avançada da formação de conceitos. Isso para Núñez (2009, p. 37) “é o resultado de um ato real e complexo do pensamento, que inclui operações mentais de análises, sínteses, em suas formas mais elaboradas”. De acordo com Vigotski (2008), os conceitos potenciais podem

ocorrer por meio de percepções e de impressões que são semelhantes ou por meio da prática e de significados funcionalmente semelhantes. Além disso, é nessa fase que os conceitos verdadeiros são construídos e abstraídos.

Ainda para o autor Núñez (2009), para iniciar a terceira fase não é necessário que haja passado pela segunda fase. Elas acabam ocorrendo alinhadas sendo que a segunda fase realiza-se a partir das relações e laços, e, a terceira, possibilita a abstração e o amadurecimento do desenvolvimento dos conceitos.

O desenvolvimento e as experiências dessas fases da formação de conceitos elaborados por Vigotski (2008) foram realizados com diversas crianças. Apesar disso, essas reflexões para a formação de conceitos, podem ser estendidas também para os adultos. O próprio Vigotski disse, sobre os pseudoconceitos, que são levados por toda a nossa vida cotidiana.

Vigotski (2008) também trouxe reflexões acerca do desenvolvimento dos conceitos escolares (científicos) e sua relação com os conceitos espontâneos (conhecimento próprio do aluno). Para o autor, (2008, p. 104), um conceito é “um ato real e complexo do pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento”, que ocorre através desenvolvimento mental do sujeito. Ainda para ele, (2008, p.104), esse desenvolvimento mental possui várias ocupações mentais: “atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar”. Porém, todo esse processo acontece de forma lenta, e evolui com o decorrer do tempo. Não é uma simples transmissão na qual o professor fala enquanto o aluno ouve e aprende.

A formação de conceitos pode ser originada desde o aprendizado em sala de aula, no qual há a interação entre alunos e professor, e, também, pode ser do aprendizado pessoal e cotidiano de cada um. Desse modo, segundo Vigotski (1998), a assimilação de um conceito, ocorre quando há relação entre o conceito cotidiano e pessoal (conhecimentos espontâneos) e o conceito científico (conhecimento escolar); nesse momento está ocorrendo a aprendizagem. Por exemplo, quando o aluno está estudando as quatro operações básicas na escola, possivelmente já teve alguma experiência que envolvia os conceitos aritméticos, mesmo de forma implícita. A aprendizagem sucede quando ele consegue fazer essa relação e assimila os conceitos. Isso pode ser estendido aos conceitos geométricos, pois os alunos, a partir da realidade, possuem alguma percepção do que é geometria (o que discutiremos na análise dos dados).

Segundo Núñez (2009), quando Vigotski utiliza o termo conceito científico, ele não está se referindo ao contexto da ciência, mas a um contexto escolar que está relacionado com o desenvolvimento pessoal, cultural, social e histórico.

A partir das leituras que fizemos a respeito da formação de conceitos de Vigotski (2008) e das reflexões feitas por Núñez (2009), elaboramos um quadro resumo com as principais diferenças entre os conceitos científicos e espontâneos, conforme quadro 2.

**Quadro 2.** Diferenças entre conceitos científico e espontâneo

<b>Características</b>	<b>Conceito científico</b>	<b>Conceito espontâneo</b>
<b>Como se formam</b>	Na escola de modo coordenado e subordinado	No cotidiano através da tentativa e erro
<b>Como é o processo</b>	Orientado, organizado, sistemático, com leis e teorias que o definem. Há a conscientização das características da definição.	Semelhanças concretas e generalizações isoladas. Não há conscientização das características da definição.
<b>Como é a teoria</b>	Teoria formal formulada pedagogicamente e pela cultura científica.	Teoria do senso comum, sobre o mundo, o individual, o social e o cultural.
<b>Contexto</b>	Escolar	Social, cultural, individual...
<b>Como ocorre a aprendizagem</b>	Simbologia escrita, situações específicas, generalizações teóricas, parte do abstrato para o concreto.	Pelo diálogo, experiências práticas, generalizações empíricas, parte da realidade concreta.
<b>São ricos em</b>	Definições verbalizadas, sistematicamente conscientes e organizadas de forma hierárquica.	Conexões com situações cotidianas.

**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Apesar de haver uma distinção entre os conceitos científicos e espontâneos, ambos se relacionam em um único processo: o desenvolvimento da formação dos conceitos que serão internalizados pelo aluno. Além disso, segundo Núñez (2009), perdura uma relação dinâmica dialética entre esses conceitos, pois, apesar de opostos, estão relacionados. Os conceitos espontâneos são a base da formação dos conceitos científicos, pois, para um aluno assimilar um conceito científico, primeiramente, deve atingir um nível de assimilação dos conceitos espontâneos. Porém não há uma relação linear entre eles, por isso, é dinâmica dialética.

Núñez e Faria (2004) complementam dizendo que a formação de um conceito científico não decorre de uma aprendizagem que enfatiza a memorização, mas sim, de uma

atividade mediada que seja produtiva e que possibilite a formação do conceito. No entanto, não é qualquer ensino nem qualquer atividade que vai permitir a formação do conhecimento científico. Por isso, em nossa pesquisa, optamos além da mediação da tecnologia, no caso GeoGebra, propusemos atividades que serviram como um guia para que os alunos conseguissem formar os conceitos matemáticos, levando a internalização do conceito, o que será discutido em mais detalhes no tópico 3.2.

Apesar dos estudos de Vigotski terem sido realizados com crianças, percebemos que sua teoria pode ser estendida para qualquer público, principalmente os alunos da Educação de Jovens e Adultos, que é nosso público alvo.

No tópico a seguir apresentamos as contribuições de Leontiev para a Teoria de assimilação por etapas das ações mentais e dos conceitos de Galperin.

### **2.1.2 A teoria da atividade e as ideias de Alexis Nikolaevich Leontiev (1903 – 1979) para a teoria da formação de ações mentais e conceitos por estágios**

Leontiev estudou as diferenças entre as ações individuais e coletivas, e, também, acrescentou a atividade humana coletiva para compreender as ações da teoria proposta inicialmente por Vigotski. Ainda, segundo Núñez (2009), Vigotski tinha o foco na mediação através ferramentas culturais, ao passo que Leontiev pensava a mediação por meios da relação do sujeito (o homem) e do objeto da atividade (a realidade). Desse modo, ocorre um elo dialético em que o objeto transforma o sujeito assim como o sujeito transforma o objeto. Por isso, segundo Núñez (2009, p. 64), a atividade é o fruto das “influências sociais e é um processo essencial na formação da personalidade. Em nível psicológico, é uma unidade da vida mediatizada pelo reflexo psicológico, cuja função é orientar o sujeito no mundo dos objetos”.

Núñez (2009) diz que, para Leontiev, não é possível estudar o conceito de atividade separado do conceito de consciência. Sendo assim, a consciência é a representação da imagem da atividade pelo sujeito em relação a outras pessoas. Essa representação é realizada de modo coletivo, no qual, o sujeito pensa nos outros e em si mesmo.

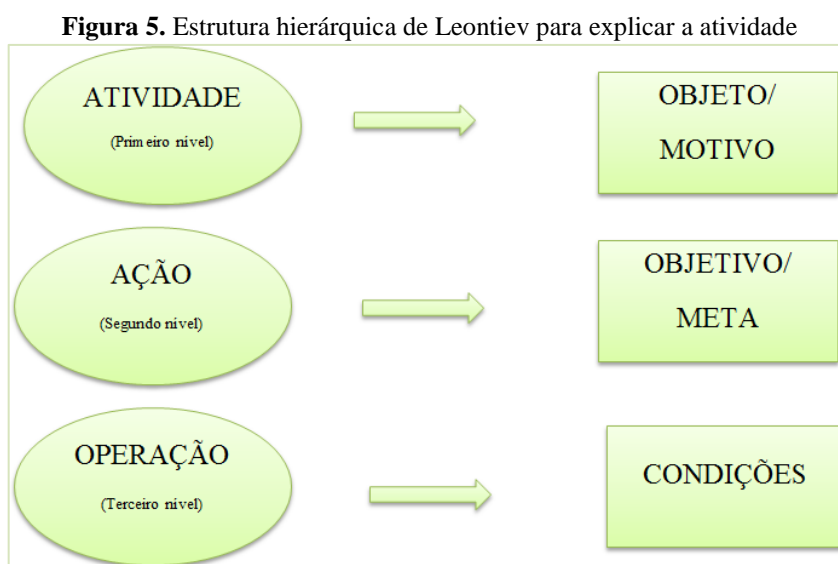
De acordo com Leontiev (2014), um objeto modifica o estado de um sujeito à medida que este interage com o objeto, ou seja, uma atividade é caracterizada de acordo com seu objeto. Por exemplo, a reação de uma pessoa alfabetizada ao receber uma carta é diferente de uma analfabeta; alguém que está com muita fome reage ao alimento de forma diferente de



quem está satisfeito. Com isso, Leontiev afirma que o ambiente influencia o cérebro humano afetando o ser social e a consciência humana. Desse modo, as relações entre os sujeitos e os objetos ocorrem pela mediação da atividade humana. Nesse sentido, em nossa pesquisa, consideramos a tecnologia (o *software* GeoGebra) como mediadora entre o conteúdo geométrico (objeto) e o aluno que aprende (sujeito).

Segundo Tavares (2004), Leontiev trouxe o exemplo da caçada para explicar a atividade. Para isso, relata uma história em que um batedor espanta os animais de modo que eles corram para o lado que estão outros caçadores escondidos. A fome ou a utilização da pele foram os motivos para abater o animal. A atividade foi coletiva, pois o abatedor ficou responsável de espantar o animal, enquanto os outros caçadores ficaram alerta para abater o animal; estas foram as ações que possuíam metas para atingir o objetivo, saciar a fome ou utilizar a pele. O resultado é a captura desse animal para se alimentar ou utilizar a pele.

Nesse exemplo da caçada, é possível identificar a estrutura hierárquica (figura 5) criada por Leontiev para explicar sua teoria, constituída de três níveis principais: a atividade, a ação e a operação, e, cada uma delas possui uma condição para completá-la: objeto, objetivos e condições. Os níveis, apesar de possuírem características próprias, são dependentes uns dos outros.



Fonte: Produção Nossa (2018)

De acordo com Tavares (2004), a atividade (primeiro nível) está relacionada com o objeto, ou seja, está direcionada para as necessidades do homem. O motivo é, conforme Leontiev, o objeto da atividade, e, por isso, esses conceitos estão relacionados. Além disso, o seu objeto pode ser alterado no decorrer da mesma. Por outro lado, para que ela seja realizada, são necessárias ações (segundo nível), que podem ser individuais ou coletivas e incluir

diferentes metas e objetivos. Já as ações são realizadas por meio de operações (terceiro nível) rotineiras e habituais que são realizadas de modo automático. Inicialmente, essas operações possuem um esforço maior para serem realizadas, mas, a partir da internalização e da prática, vão se tornando automáticas. Em alguns casos, a ação e a operação se alteram, como, por exemplo, trocar a marcha do carro. Para um motorista experiente, é uma operação, pois é algo que ele está acostumado e ocorre automaticamente. Para um motorista que está aprendendo, é uma ação. Leontiev explica sobre essas mudanças.

A atividade pode perder o motivo que o evoca, caso em que se transforma em uma ação que realiza talvez uma relação bastante diferente com o mundo, uma atividade diferente; Inversamente, a ação pode adquirir uma força motivadora independente e se tornar um tipo especial de atividade; E, finalmente, a ação pode ser transformada em um meio de alcançar um objetivo capaz de realizar diferentes ações. (LEONTIEV, 2014, p. 166, tradução nossa) <sup>6</sup>

Para Leontiev, segundo Núñez (2009), o processo de aprendizagem envolve as experiências (conceitos espontâneos) e conteúdos escolares (conceitos científicos) vivenciados pelo coletivo, além de ser considerado como uma atividade. É uma atividade de aprendizagem, pois tem o objetivo de desempenhar o raciocínio cognitivo do aluno. Além disso, a assimilação dos conceitos é “reprodutora, produtiva ou criativa” (NÚÑEZ, 2009, p.68). É reprodutora porque reprisa os conhecimentos construídos pela humanidade, porém não é memorização. É produtiva porque os conteúdos são assimilados com o intuito de transformar o objeto de aprendizagem. Criativa porque, como produto, constrói novos objetos. A atividade de aprendizagem também é social, histórica, cultural e individual. Individual porque, para internalizar e assimilar os conceitos, o aluno deve buscar meios que o auxiliem no desenvolvimento das atividades quando estiver sozinho. Social, histórica e cultural por ação às interações e regras existentes no processo.

Sobre o processo de assimilação, na perspectiva de Leontiev, segundo Núñez (2009), acontece uma apropriação dos conceitos, e a aprendizagem deve ser vista como uma ação realizada pelo aluno atendendo a um objeto de estudo que chegará a um produto com um contexto social. Leontiev também faz suas considerações sobre a formação de conceitos,

a formação do conceito não é só a formação de uma imagem especial como quadro da realidade, mas é também um processo de formação de um sistema operacional que tem uma estrutura interna determinada, em cujo processo as ações e as operações se convertem no mecanismo psicológico da internalização do conceito (NÚÑEZ, 2009, p.72).

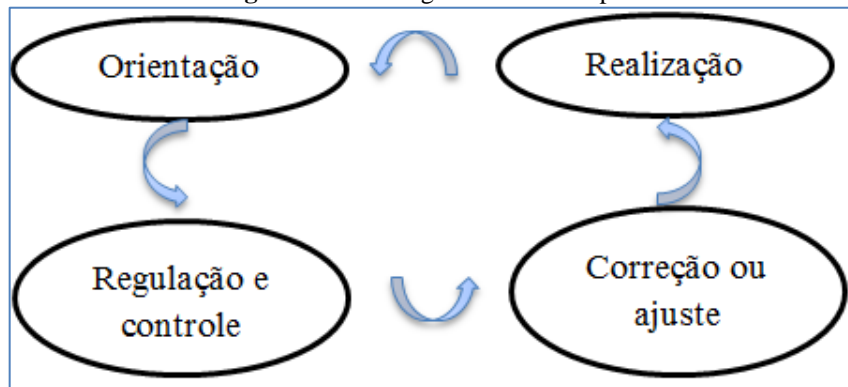
---

<sup>6</sup> Texto original: Activity may lose the motive that evoked it, in which case it turns into an action that realises perhaps a quite different relationship to the world, a different activity; conversely, action may acquire an independent motivating force and become a special kind of activity; and finally, action may be transformed into a means of achieving a goal capable of realising different actions.

Além disso, é importante ressaltar os três critérios para a formação de conceitos desenvolvidos a partir da Teoria da Atividade (TA) de Leontiev: a atividade direcionada para a formação do conceito; a atividade que será realizada pelo aluno, para assim, assimilar os conceitos; e a atividade que deve atingir as etapas para a formação dos conceitos (esse assunto será discutido no tópico 2.1.3).

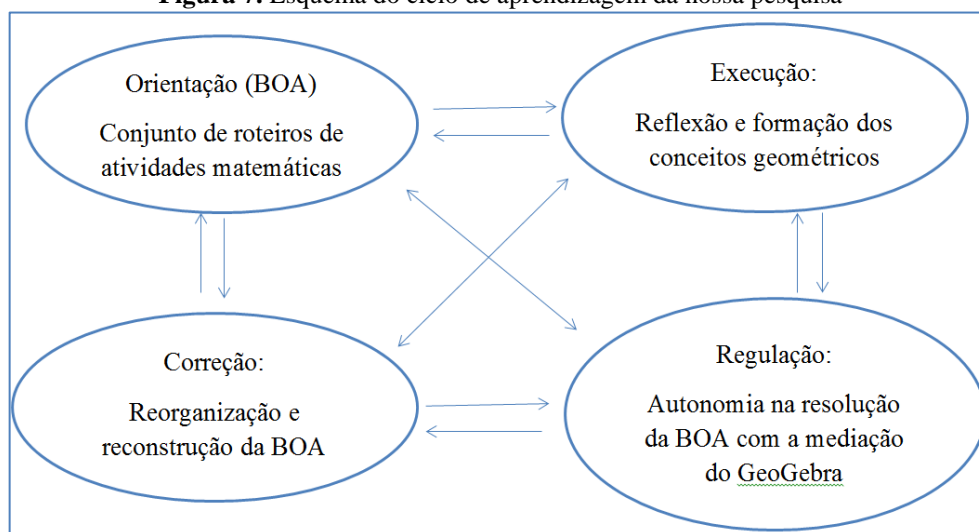
Núñez (2009) estruturou a atividade como aprendizagem, e, para que o aluno consiga assimilar os conceitos, elaborou um ciclo cognoscitivo em espiral (figura 6) que envolve quatro ações principais e estão relacionadas: a primeira é a orientação, constituída por uma Base Orientadora da Ação (BOA) que é uma orientação técnica e será o suporte para a execução da atividade de modo que oriente o aluno durante a ação; a segunda é a realização da ação que ocorre a partir do planejamento da BOA, e, para obter sucesso na execução, depende de como foi feito o planejamento na orientação, de modo a permitir aos alunos reflexão crítica e condições para realizar a atividade; a terceira é a regulação e o controle da ação que ocorre, respectivamente, durante o processo e após o resultado, além de permitir o autocontrole e estimular o aluno aprender a aprender; a quarta é a correção ou o ajuste, que é quando se percebe erros na BOA e reelabora a orientação.

**Figura 6.** Ciclo cognoscitivo em espiral



**Fonte:** Produção Nossa (2018) baseada em Núñez; Faria (2004)

Em nossa pesquisa, fizemos uma adaptação do ciclo cognoscitivo em espiral, conforme figura 7. Para isso, levamos para os alunos roteiros de atividades matemáticas (BOA) para serem solucionadas com a mediação do *software* GeoGebra sob nossa orientação.

**Figura 7.** Esquema do ciclo de aprendizagem da nossa pesquisa

**Fonte:** Produção Nossa (2018) adaptada da figura 17.

Ainda de acordo com Núñez e Faria (2004), a atividade de aprendizagem, na Teoria da Atividade (TA) de Leontiev, também possui nove componentes estruturais que são responsáveis pela sua organização:

- ✓ **Sujeito** – indivíduo que realiza e participa da ação. Ele não participa sozinho da ação, pois, as relações sociais e históricas com outras pessoas são a base da ação. Referindo-se à educação, o aluno, além de sujeito da ação, também é o objeto da atividade; pois esta é orientada para seu próprio conhecimento.
- ✓ **Objeto** – direcionado para a ação, é ele que diferencia uma atividade de outra. No caso da educação, refere-se aos conteúdos escolares responsáveis pelas mudanças das interações entre os alunos. Além disso, pode ser específico do próprio aluno, de uma instituição social ou da natureza.
- ✓ **Motivo** – para haver uma ação deve ter motivos e necessidades, pois isso estimula e orienta a atividade. O motivo de uma atividade depende do que irá satisfazer a (s) necessidade (s) do sujeito. Um motivo pode ser individual, mas espelha as necessidades de uma sociedade. A necessidade de aprender é individual para o aluno, porém, é social, em razão à sua origem e desenvolvimento.
- ✓ **Objetivo** – orientado por ações para atingir as metas estabelecidas e possíveis resultados que serão alcançados. O objetivo, junto com o motivo, caracteriza a atividade. Os objetivos da aprendizagem devem estar em consonância com os objetivos esperados pelo professor e pelo seu projeto de aprendizado. Isso de modo que o aluno consiga estabelecer relações conceituais, afetivas e cognitivas.

- ✓ Sistema de operações – procedimentos, estratégias e técnicas para que a realização da ação, e com isso, transformar o objeto em um produto. Uma ação pode ser concretizada por diferentes operações, assim como uma operação pode atuar em ações distintas.
  - ✓ Base Orientadora da Ação (BOA) – sistema de ações que direcionam a aprendizagem utilizando as operações necessárias para que os objetivos e metas sejam atendidos. Para isso, o aluno deve ter clareza de como fazer, de modo que consiga fazer reflexões e argumentações sobre a atividade.
  - ✓ Meios para realização da atividade – instrumentos (ferramentas) mediadores para a atividade de aprendizagem. Esses instrumentos se referem às tecnologias que, ao serem utilizadas durante o planejamento da atividade, devem compreender suas funções, potencialidades e limitações.
  - ✓ Condições – local em que a atividade será realizada, devendo-se levar em consideração o espaço, a ventilação, a iluminação e o contexto social.
  - ✓ Produto – resultado da aprendizagem por meio das ações e transformações ocorridas nesse processo que podem atingir o objetivo estabelecido anteriormente. Nesse momento são observadas e/ou identificadas as assimilações realizadas pelos alunos.
- O quadro 3 apresenta os componentes estruturais da atividade em nossa pesquisa.

**Quadro 3.** Componentes estruturais da aprendizagem em nossa pesquisa

Atividade da aprendizagem	
Componente estrutural	Componentes estruturais da nossa pesquisa
Sujeito	Alunos da Educação de Jovens e Adultos.
Objeto	Estudo dos Conceitos de Geometria Plana.
Motivo	Aprendizagem de conceitos geométricos.
Objetivo	Formação de conceitos geométricos a partir do <i>software</i> GeoGebra.
Sistema de operações	Leitura e interpretação da BOA; desenvolvimento e construção dos entes geométricos no <i>software</i> GeoGebra; formação do conceito geométrico a partir da manipulação e visualização no <i>software</i> .
Base Orientadora da Ação (BOA)	Conjunto de roteiros matemáticos envolvendo a investigação matemática e, posteriormente, a formação de conceitos geométricos com o GeoGebra e orientadas por nós.
Meios	A BOA (roteiros de atividades matemáticas) e o <i>Software</i> GeoGebra.
Condições	Laboratório de Informática, <i>notebooks</i> e <i>smartphones</i> .
Produto/resultado	Formação de conceitos geométricos e mudança de perspectiva em relação à matemática.

**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Para Leontiev, segundo Núñez (2009), a atividade possui constantes transformações, pois os motivos da aprendizagem podem ser alterados, transformando-se em ações, os procedimentos podem se transformar em um objetivo, relacionando-se com uma ou mais ações. Além disso, a atividade é vista como um agrupamento de ações que possuem diversas operações e que é determinada pelas condições e sujeitos. Uma vez que uma mesma atividade realizada em dois grupos distintos, por exemplo, podem obter resultados semelhantes ou não.

Sendo assim, a TA de Leontiev salienta a importância da atividade para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Isso implica a formação e a apropriação de conceitos, conseqüentemente, na aprendizagem do aluno, que de acordo com Núñez (2009, p.88) “é um processo (atividade) social, mediado e culturalmente contextualizado. Apropriar-se de conceitos significa apropriar-se dos tipos de atividades nos quais esses conceitos entram e se orientam para o desenvolvimento integral da personalidade do aluno”. Além disso, a TA é vista como um recurso metodológico para o planejamento de métodos de ensino, pois viabiliza a definição da estrutura e das relações entre as atividades da aprendizagem.

Apesar dessas contribuições de Leontiev, não houve explicações de como ocorre a internalização da atividade e nem de como orientar a aprendizagem. Essas discussões foram feitas por Piotr Yakovlevich Galperin e serão apresentadas no tópico seguinte.

### **2.1.3 Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin**

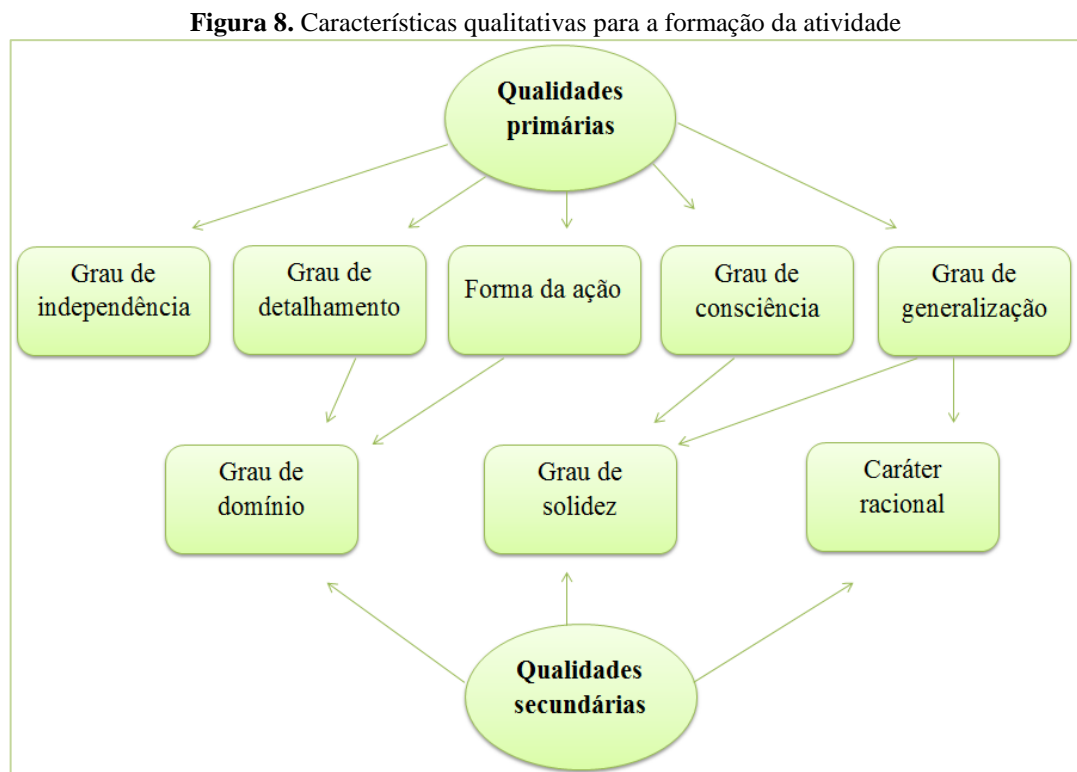
A partir dos estudos de Vigotski e Leontiev, Galperin estendeu o conceito de interiorização de Vigotski e o conceito de atividade de Leontiev e, com isso, desenvolveu a *Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos*. A base dessa teoria de Galperin, segundo Núñez (2009), é que os conceitos estudados em sala de aula podem ser compreendidos com mais eficiência se houver um planejamento de atividades orientado para a aprendizagem. Desse modo, a assimilação dos conceitos não ocorre somente pela mediação e orientação do professor, mas também pelas etapas das ações mentais que permite uma nova orientação e um novo resultado por parte do aluno. Além disso, a teoria explica como ocorre o processo de internalização, que é a transformação das ações externas em ações mentais internas.

Segundo Núñez (2009), Galperin explica que a assimilação do conhecimento acontece a partir da experiência social e, posteriormente, para a experiência individual. Através dessas experiências surgem estruturas, qualidades e ações que permitem ao aluno desenvolver habilidades para formar a atividade social.

A teoria de Galperin possui três momentos: obter um modo adequado para a ação; obter a forma material da ação; e transformar a ação externa em interna. Nesses momentos, pode haver mudança na ação, porém o conteúdo permanece o mesmo. Haja vista que “Quando se estrutura uma ação completamente nova, sua forma é primeiro material, em seguida, verbal e, por último, mental, possibilitando que as funções mentais superiores se desenvolvam” (NÚÑEZ, 2009, p.94). Desse modo, o processo de assimilação dos conceitos parte do geral para o concreto, utilizando a linguagem para criar relações e conscientização nos alunos.

A teoria de Galperin afirma que a assimilação do conhecimento e a internalização da atividade acontece por meio de etapas, que devem assegurar a passagem de uma nova ação do plano externo (material) para o plano interno (mental). Esse ciclo possui momentos funcionais que não são lineares e que podem ser analisados metodologicamente de forma separada.

Segundo Galperin, para avaliarmos se a formação de uma atividade tem qualidade, precisamos, antes disso, caracterizar qualitativamente as ações. De acordo com Núñez (2009), Galperin desenvolveu seis características e, Talízina, uma das colaboradoras de Galperin, desenvolveu mais duas, organizando as oito características das ações em: qualidades primárias, que são fundamentais para que ocorra a ação, e secundárias, que dependem das primárias, conforme representadas na figura 8.



**Fonte:** Produção Nossa (2018), baseada em Núñez (2009)

A forma em que se realiza a ação é o plano em que esta (ação) acontece e representa o quanto houve internalização da mesma. Ela é representada por Galperin de diferentes modos: pelo plano material, materializado, plano da linguagem verbal externa e plano mental. O plano material ou materializado compreende os instrumentos, desenhos, objetos materiais, diagramas utilizados durante a ação, representando as relações entre o objeto de assimilação. Em nossa pesquisa, esse é o momento em que os alunos manipularam o *software* GeoGebra em um computador/notebook, visto que a máquina é o objeto material, no qual, ao utilizar o *software*, foram realizadas atividades de construções de objetos geométricos.

Já o plano da linguagem verbal externa é a apresentação daquilo que foi aprendido por meio da língua oral ou da escrita, e retratado de forma oral, enquanto o raciocínio é representando por voz alta. O plano mental se origina do plano material e constitui as representações dos conceitos que foram assimilados pelo aluno de forma independente. Em nosso caso, essas habilidades estiveram presentes constantemente, desde a aplicação da atividade diagnóstica e dos roteiros de aprendizagem até a entrevista diagnóstica. Porquanto, durante cada um desses momentos, os alunos eram questionados e estimulados a falar e escrever aquilo que estavam aprendendo ou que estavam com dificuldades.

Sobre o grau de generalização, segundo Núñez (2009), devemos ter cuidado nas escolhas das atividades e conceitos a serem estudados, pois possuem limites que possibilitam ou impossibilitam a aplicação de uma atividade. Ou seja, ao escolher uma atividade, devemos observar a situação e os limites de cada sujeito, para que esta possa ser realizada. Além disso, devem ser propostas atividades novas que permitam aos alunos buscar e formar o conhecimento percebendo que as situações vivenciadas em sala de aula podem ser visualizadas em outros contextos. Sobre isso, em nossa pesquisa tivemos esse cuidado, desde o início, pois, como nosso público eram alunos da EJA, então, evitamos propor conteúdos muito avançados, que dificultassem a compreensão e realização das atividades por esses alunos. Por isso, propomos a formação dos conceitos relacionada com as noções básicas de ponto e de reta, e de algumas figuras geométricas, como quadrado, retângulo, quadrilátero paralelogramo, triângulo, circunferência e círculo; de modo que as construções dos entes geométricos fossem realizadas no *software* GeoGebra.

Quanto ao grau de detalhamento, cada atividade, ao ser iniciada, deve ser mais detalhada, para que, assim, os alunos tenham elementos que contribuam para a assimilação dos conceitos estudados posteriormente, e, com isso, o aluno tenha a possibilidade de entender o porquê de cada procedimento e, desse modo, conscientizar sobre a atividade (NÚÑEZ, 2009). Em cada atividade que realizamos, tivemos o cuidado de estruturar os



roteiros da forma mais detalhada possível, de modo que os alunos conseguissem responder e compreender cada passo, até mesmo sem nossa orientação, deixando assim que eles tivessem autonomia no processo de construções dos conceitos. Com o decorrer das atividades, começamos a suprir alguns elementos, como, por exemplo, alguns ícones do *software* GeoGebra, para que assim os alunos refletissem sobre cada passo que havia sido escrito na atividade, e assim, por si sós, encontrarem meios para solucionar suas dúvidas.

A respeito do grau de consciência, de acordo com Núñez (2009), uma atividade deve possibilitar ao sujeito realizar e explicar como e o porquê está fazendo daquele modo. Isso ocorre no plano verbal, que pode ser de forma escrita ou oral. No grau de consciência, um fator importante é a linguagem, pois é através dela que o aluno irá se comunicar com os demais colegas e com professor e representar aquilo que está aprendendo, além de identificar os possíveis erros e acertos através das experiências vivenciadas. Nas atividades que construímos, sempre havia questões que faziam os alunos refletirem acerca do porquê das construções e das conclusões apontadas. Pensamos em uma atividade com esse nível de reflexão, em atenção ao fato de que, na maioria das vezes, ao aluno memorizar uma definição ou propriedade e depois não saber explicar como aprendeu. Por isso, utilizamos atividades investigativas e reflexivas que possibilitaram essas respostas aos alunos, por meio de questionamentos do tipo: porque você construiu essa figura desse modo? Porque você chegou a essa conclusão? Que propriedades te embasam para afirmar isso?

Em relação ao grau de independência, Núñez (2009) diz que é a passagem de uma ação que precisa de ajuda para uma ação que pode ser realizada sem ajuda, o que se assemelha com a ideia de ZDP proposta por Vigotski. Tentamos realizar essa passagem da ação com e sem ajuda, por meio dos roteiros das atividades. Posto que, inicialmente os alunos necessitavam de nossa ajuda e orientação para responder e interpretar as BOA e, com o decorrer das atividades, começaram a ter autonomia para tentar responder sozinhos pedindo ajuda somente quando estavam com dúvidas sobre a escrita de algum procedimento.

A última característica apontada por Galperin, segundo Núñez (2009), é a solidez, que é a etapa final da atividade, ou seja, quando o sujeito consegue apropriar e internalizar os conceitos estudados. Identificamos esse momento através da entrevista diagnóstica quando tivemos o contato individual com cada aluno e percebemos pelas explicações deles o que conseguiram internalizar dos conceitos estudados.

Conforme Núñez (2009), Talízina acrescentou mais duas características da ação: o grau de domínio e o caráter racional. O primeiro está relacionado com a automatização da

ação, que pode ocorrer de modo consciente ou inconsciente. O segundo refere-se ao modo de assimilação do conteúdo, o que depende da base orientadora da ação.

Cabe ressaltar que nem todos alunos conseguem atingir todos os graus. Isso por causa do próprio desenvolvimento cognitivo e, também, do tempo de realização do estudo. Os graus de domínio, solidez e o caráter racional, por exemplo, é necessário um tempo de estudo e observação maior para serem identificados.

A partir dessas características da ação, percebe-se que cada atividade pode ser assimilada de forma diferente, e, por isso, deve-se ter o cuidado em identificar os níveis de desenvolvimento e o ritmo de aprendizagem de cada aluno. No entanto, alguns alunos podem pular etapas ou permanecer em uma mesma etapa durante certo tempo. Desse modo, Galperin elabora as etapas da assimilação da ação mental, baseadas nas características da ação, explicadas anteriormente e relacionadas com os momentos de orientação, execução e controle. As etapas elaboradas por Galperin são cinco: a motivacional, o estabelecimento de uma BOA, a formação da ação no plano material ou materializado, a formação da ação no plano da linguagem externa e a etapa mental.

- ✓ A **etapa motivacional**, segundo Núñez (2009), tem como objetivo criar condições para estimular os alunos no processo de assimilação. Visto que, na maioria das vezes, os alunos se sentem desmotivados para estudar e, assim, acabam não aceitando uma proposta de atividade inovadora ou desafiadora. E, para que haja motivação para a aprendizagem do aluno, é preciso identificar os princípios que fundamentam a aprendizagem da atividade.

Ainda de acordo com Núñez (2009), a motivação é dividida em duas: motivos externos e motivos internos. Os motivos externos não estão relacionados com o conhecimento nem com a atividade de estudo. Já os motivos internos estão relacionados com o esforço para que haja conhecimento sobre a atividade, há o interesse cognoscitivo. A motivação interna é identificada, por exemplo, quando os alunos conseguem perceber a importância do conteúdo estudado para a sua vida, e com isso, se dedicam ainda mais aos estudos. Além disso, cabe ao professor, ter o cuidado em observar a situação de vida de cada turma, pois alguns aspectos psicológicos podem afetar ou não na motivação do aluno.

- ✓ A **etapa de estabelecimento de uma Base Orientadora da Ação (BOA)** é um modelo de atividade que deve seguir a parte estrutural e funcional da atividade – orientação, execução e controle – de modo que seja ensinada a parte prática, teórica

e cognitiva. A BOA também deve permitir aos alunos formarem o conhecimento junto com os colegas e professor, sendo que o professor deve ser o orientador da atividade. Núñez (2009, p. 101) diz que nessa etapa da BOA “deve ser garantida a compreensão (significado) e a motivação (sentido) dos alunos para a construção do objeto de aprendizagem. Deve também ser promovida a reflexão consciente pelo aluno do processo de construção da BOA”. Além disso, durante a resolução da BOA os alunos devem ter a possibilidade de determinar o conteúdo, formar os conceitos e escolher as ações que irão auxiliar na resolução dos problemas baseadas no objetivo da atividade.

Existem vários tipos de BOA, possuindo critérios que as diferenciam, como por exemplo, grau de generalização, modo de elaboração, plenitude, dentre outros. Segundo Núñez (2009) a BOA I refere-se a uma orientação incompleta de modo que as soluções das atividades são de forma particular. Por isso, é considerada uma orientação com o processo de assimilação lento, limitado e possível de ter erros. A BOA II é referente a uma orientação pronta, acabada, dada ao aluno, de modo que seja realizada a solução do problema sem reflexões, e, ao realizar uma nova atividade, é preciso de uma nova orientação. A BOA III é uma orientação completa de modo que o aluno, a partir da orientação do professor, consiga ter um grau de independência a ponto de solucionar um problema sozinho.

Em nossa pesquisa optamos pela BOA III visto que atende a nossa proposta, que é a formação de conceitos geométricos com a utilização de tecnologias. E, para isso, elaboramos roteiros investigativos (BOA) que estimularam a formação dos conceitos e o pensamento dos alunos e, com isso, construíram o seu próprio conhecimento. Núñez (2009, p. 104) aponta algumas das vantagens de utilizar esse tipo de orientação de BOA,

a) oferece grandes possibilidades para o trabalho independente, porque aumentam as oportunidades de trabalho criativo; b) é mais produtiva, por seu caráter generalizado; c) libera o aluno da necessidade de estudar cada fenômeno particular de um assunto dado. Constitui uma forma nova de armazenamento da informação: em vez de muitos casos particulares com métodos particulares para sua análise, o aluno assimila um método comum por meio de casos particulares. O aluno pode perceber a essência em cada representação específica; d) é uma orientação teórica e, portanto, penetra na essência dos fatos, com os quais consegue contribuir de forma planejada para o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos; e) garante uma adequada generalização dos conteúdos; f) possui uma rapidez inerente, apresenta poucas falhas, estabilidade e possibilidade de maior transferência dos conteúdos para situações novas; g) economiza o tempo necessário para o aprendizado. (NÚÑEZ, 2009, p.104)

Nesse tipo de BOA o aluno não “decora” os conceitos, eles são formados a partir das ações e condições estabelecidas em sala de aula. Além disso, possibilita o diálogo em sala, as

trocas de experiências entre os alunos, a autonomia para a resolução de um problema, e, também, permite que aquele aluno que conseguiu avançar mais na atividade ajude um colega que ainda está em desenvolvimento.

- ✓ A **etapa da formação da ação no plano material ou materializado** é material quando utiliza o próprio objeto de estudo e materializada utiliza a representação desse objeto. Refere-se aos objetos e ações manipulativas realizadas pelo aluno para auxiliar na formação do conhecimento. Isso ocorre a partir da execução da atividade por meio da BOA, na qual estarão presentes anotações, registros e procedimentos realizados pelo aluno durante a formação dos conceitos. Com isso, o aluno tem um amplo volume de informações que contribuirão para a formação do pensamento e assim assimilar os conceitos e conteúdos estudados. É nessa etapa que o aluno se prepara para a verbalização daquilo que foi estudado na forma material. (NÚÑEZ, 2009)
  
- ✓ A **etapa da formação da ação no plano da linguagem externa** é caracterizada pelo desenvolvimento da atividade de forma escrita ou oral, sem o apoio materializado. Isso ocorre a partir da assimilação dos conceitos estudados, e assim, a linguagem representa a compreensão da aprendizagem através da utilização de palavras, a significação dos conteúdos estudados e, também, um meio de comunicação entre os sujeitos. De acordo com Núñez (2009, p. 112), “O processo de colocar pensamentos em palavras permite ao aluno conscientizar-se de seus conhecimentos e desconhecimentos, de suas ações, fator este que contribui potencialmente para a assimilação dos conhecimentos científicos”. Desse modo, a palavra é considerada o principal fator para a interiorização do conceito.
  
- ✓ A **etapa mental** é a última etapa da modificação da ação externa para a interna sendo o momento em que ocorre a internalização e apropriação do conceito no pensamento do aluno.

No quadro 4 destacamos como ocorre cada etapa em nossa pesquisa.

**Quadro 4.** Etapas para a assimilação do conhecimento

Etapas	Exemplificação das etapas em nossa pesquisa
Etapa motivacional	Os alunos possuem a liberdade em se posicionarem e expor suas opiniões, promovendo o diálogo em sala, já que a maioria deles realizavam a atividade em grupo.
Esquema da BOA	Através da BOA, os alunos discutem e socializam a formação dos conceitos estudados.
Ação no plano material ou materializada	Os alunos a partir da reflexão, da discussão da BOA e da manipulação no <i>software</i> GeoGebra conseguem encontrar meios para solucioná-la.
Ação no plano da linguagem externa	Através dos roteiros da BOA e das manipulações no GeoGebra, os alunos expõem a formação do conceito por meio da escrita e das construções no <i>software</i> . Durante a entrevista diagnóstica e nos diálogos em sala, oralmente.
Etapa mental	Internalização, compreensão, aprendizagem e formação dos conceitos geométricos.

**Fonte:** Produção Nossa (2018)

A partir dessas reflexões, percebemos o quanto a Teoria da assimilação de Galperin é importante para a formação dos conceitos pelos alunos, pois possibilita o raciocínio, a aplicação e a generalização, saindo do modelo tradicional de “decorar” as definições, fórmulas e regras apresentadas pelo professor, tendo o mesmo como o único detentor do conhecimento.

No tópico seguinte, apresentamos reflexões sobre o Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias baseadas no pensamento de Borba e Villarreal (2005) e Lévy (1993).

## 2.2 O Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias

Hoje, dispomos de diversas tecnologias, como computador, *tablets*, calculadoras, que auxiliam o processo de ensino e de aprendizagem. São artefatos que podem mediar a ação do aluno e do professor sobre o objeto matemático a ser estudado. Por exemplo, utilizando o *software* GeoGebra e manipulando uma construção feita, visualizamos e investigamos as propriedades de uma figura geométrica, que se fosse realizada com lápis e papel, não permitiria essa manipulação dinâmica, dificultando a compreensão do conceito. Nesse sentido, a tecnologia entra como mediadora nesse processo, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais atrativo e motivador. Desse modo, “O homem transita culturalmente mediado pelas tecnologias que lhe são contemporâneas. Elas transformam sua maneira de

pensar, sentir, agir” (KENSKI, 2008, p. 21). Essa frase de Kenski nos faz refletir a importância e a influência das tecnologias digitais para a nossa aprendizagem e para a reorganização do nosso pensamento. Sendo assim, iniciamos a discussão sobre o Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias.

A ideia do Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias, vem do pensamento do psicólogo russo Tikhomirov a interação de seres humanos com mídias permite a reorganização do pensamento. Borba e Villarreal (2005) retomam trazendo, em particular, para o ensino de matemática. O termo seres-humanos-com-mídias é escrito separado por hífens, pois, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015), a mídia não é neutra em relação ao pensamento matemático. As mídias podem exercer dois papéis: ser o objeto ou o artefato mediador. Um exemplo seria um aplicativo online no qual um dos sujeitos prefere se comunicar através de um aplicativo ao invés de um encontro pessoalmente. Nesse caso, a mídia seria o objeto da atividade. Um caso diferente seria um *software* ou um objeto de aprendizagem (OA) que auxilia na aprendizagem de algum conceito, mas que, para o *software* funcionar, seja necessária a interação do sujeito. Nesse caso, o *software* seria o artefato mediador da aprendizagem (atividade).

Além disso, enfatizam que as tecnologias quando utilizadas para atividades que envolvam a aprendizagem, influenciam no pensamento das pessoas. Uma vez que na atualidade, há uma variedade de dispositivos digitais, nos quais, o ser humano utiliza para se comunicar, estudar, trabalhar, lazer, entre outros, e com isso, promove diferentes tipos de conhecimento. Também, há o fato de que uma tecnologia nova pode permitir a exploração de conceitos matemáticos de modo diferenciado do convencional uso lápis e papel, e esse pensar com a matemática, é chamado pelos autores de pensar-com-tecnologias ou pensar-com-GeoGebra.

Segundo Borba e Villarreal (2005), acontece uma moldagem recíproca quando utilizamos uma tecnologia para aprender/ensinar matemática, pois ensinamos e aprendemos com ela. Isso quer dizer que uma mídia pode moldar e reorganizar o pensamento humano, do mesmo modo que, os humanos, molda-a e reorganiza-a à medida que a utiliza e percebe as necessidades de mudanças. Desse modo, uma mesma mídia pode transformar o conhecimento matemático de formas distintas, o que depende da forma de interação que o ser humano possui com ela. Borba e Villarreal, a partir das reflexões de Tikhomirov, afirmaram que alguns problemas podem ser solucionados com ou sem a utilização de um computador (estendemos para as demais tecnologias digitais TD, como *notebooks*, *tablets* e celulares), porém, as habilidades para resolver esses problemas são diferentes, e, utilizando o

computador pode-se obter um resultado mais eficaz. Ao utilizar o *software* GeoGebra, por exemplo, a partir de conceitos matemáticos conseguimos compreender os ícones e ferramentas do GeoGebra, assim como esses auxiliam na formação de conceitos matemáticos.

Além disso, os autores afirmam que os matemáticos começaram a mudar a sua percepção em relação ao uso do computador. Atividades matemáticas que antes eram propostas somente utilizando lápis e papel começaram a ser pensadas e elaboradas com o computador. É claro que o lápis e papel ainda estão presentes, mas agora juntos com a tecnologia. Esse modo de pensar a matemática com o computador mudou o jeito de se fazer a matemática. Já que, durante a resolução de um problema matemático no computador estão envolvidos o objetivo que se pretende atingir com a atividade, as escolhas feitas e as mudanças que ocorrem durante o manuseio. Também há o fato de que, uma mesma atividade matemática realizada no computador por duas pessoas diferentes, pode obter resultados similares ou distintos mesmo tendo um objetivo em comum, porque depende da escolha do ícone ou ferramenta utilizada e da forma de manipulação que cada um escolheu.

Cabe ressaltar que a intenção não é substituir o ser humano por um computador, e sim, utilizar a mediação do computador para o desenvolvimento cognitivo e a reorganização do pensamento. Pois, alguns estudiosos, apesar de entenderem que o computador medeia à formação do pensamento, acreditam que essa relação é disjunta, e o processo cognitivo é visto apenas como se o ser humano aprendesse sem nenhum recurso para auxiliar ao invés de “humanos-computadores, humanos-papel-e-lápis, humanos-computador-papel-e-lápis-oralidade, etc.” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.12, tradução nossa)<sup>7</sup>. Desse modo, o papel e o lápis são considerados por Borba e Villarreal como extensões dos seres humanos, e a oralidade é percebida como uma tecnologia. Além disso, a formação do conhecimento matemático é moldada pela tecnologia utilizada.

Borba e Villarreal baseados nas discussões de Vigotski sobre mediação fizeram uma comparação entre a aprendizagem por meio de comandos verbais e a aprendizagem com a mediação do computador. Segundo eles, a diferença é o *feedback* imediato proporcionado pelo uso do computador, isso em função da avaliação, da informação e da manipulação dos resultados de uma atividade, que são permitidos pelo computador, o que não seria identificado por um observador externo. Desse modo, esse recurso tecnológico é visto, como um reorganizador do pensamento, além de mediador da aprendizagem.

---

<sup>7</sup> Texto original: “humans-computers, humans-paper-and-pencil, humans-computer-paper-and-pencil-orality, etc.”. (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 12).

O *software* GeoGebra, por exemplo, permite que isso ocorra, pois uma mesma atividade sendo realizada somente com lápis e papel por um indivíduo, e, com o GeoGebra por outro indivíduo, apresenta resultados semelhantes, porém tem a possibilidade de apresentar resultados distintos que não são possíveis de ocorrer somente com lápis e papel. Isso por causa da dinâmica e da facilidade em manuseio do *software*. Por isso é importante serem utilizados todos esses recursos para o desenvolvimento da aprendizagem e da reorganização do pensamento. Os autores completam que “o uso de computadores levará a uma diversidade de ideias comparadas com os humanos que não tiveram acesso a esse meio como parte da unidade cognitiva básica” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 17, tradução nossa).<sup>8</sup>

Para que a relação entre seres humanos com as mídias desenvolva de forma eficiente, Borba e Villarreal trazem a noção de relacionamento intersetorial. Ou seja, há uma relação dialógica entre professor e aluno, e entre o leitor e o texto a ser estudado, de modo que haja interpretação da escrita dos textos matemáticos. A partir disso, estenderam essa a relação dialógica para o ser humano e o *software*, na qual existe um relacionamento em que o *software* possibilita e medeia a aprendizagem, de modo que o ser humano molda os conteúdos estudados para assim formarem conceitos; e vice versa. Essa relação é o que os autores chamam de moldagem recíproca.

Apesar disso, Borba e Villarreal (2005) ressaltam que a utilização das tecnologias na escola é um desafio pedagógico. Visto que a tecnologia é vista como uma ameaça, como um recurso que trará mudanças nos conteúdos escolares e na hierarquia dentro da sala de aula. Além disso, outros se sentem impotentes diante da tecnologia, algumas vezes por não saber utilizá-la e outras por falta de oportunidade ou interesse. Porém, esses que possuem receio em utilizar as tecnologias não percebem que o computador é uma ferramenta que pode potencializar o desenvolvimento cognitivo e trazer situações problemas que não seriam possíveis de serem estudadas sem o recurso tecnológico. Os autores ainda enfatizam que o computador não é o foco da aprendizagem, mas ele possibilita a criação de um significado, que no caso da matemática, potencializa a formação e o estudo dos conceitos matemáticos.

“Nenhum tipo de conhecimento, mesmo que pareça-nos tão natural, por exemplo, quanto a *teoria*, é independente do uso de tecnologias intelectuais” (LÉVY, 1993, p. 75). A partir dessa frase de Lévy, percebemos que a tecnologia está presente em todo e qualquer ambiente que vivemos, seja ele cultural, histórico, político ou educacional. Ainda segundo o

---

<sup>8</sup> Texto original: “use of computers will lead to an even greater diversity of ideas compared to when humans did not had access to this medium as part of a basic cognitive unit”. (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 17).



autor o desenvolvimento da tecnologia está relacionado com a história da humanidade. Para explicar isso, ele desenvolve a noção de tecnologias da inteligência baseada em três tempos do espírito: a oralidade primária, a escrita e a informática.

A oralidade primária, segundo o autor, é o gerenciamento da memória social, ou seja, está baseada nas lembranças do sujeito. Na época em que ainda não havia escrita era comum as pessoas ouvirem vozes ao invés de terem visões, visto que o canal da oralidade era habitual para a informação. Os ensinamentos e tradições antigas eram passadas de geração para geração através da oralidade, transmitidos pelos mais velhos e guardadas na memória do sujeito que ouve. Existem dois tipos de memória: a curto prazo e a longo prazo. A curta, mobilizada pela atenção, são informações que guardamos até encontrar um papel para anotar, como por exemplo, um número de telefone. A longo prazo é sempre que lembramos de uma informação que foi guardada há algum tempo.

Para o autor, a escrita é o meio de ampliar a memória, enfatizando o raciocínio linear e a memória em longo prazo. Com isso, as “tecnologias intelectuais ocupam o lugar de auxiliares cognitivos dos processos controlados, aqueles que envolvem a atenção consciente e dispõem de tão poucos recursos no sistema cognitivo humano” (LÉVY, 1993, p. 92). Desse modo, as narrativas e sequências lógicas, que já estavam popularizadas por conta da escrita, tomaram um novo rumo a partir da informática que aumentou a disponibilização, divulgação e acessibilidade de livros, documentos, e outros documentos escritos.

A partir dessas reflexões sobre a oralidade e a escrita, percebe-se que a tecnologia deve ser vista do mesmo modo, como uma extensão da memória, de modo que possibilita o raciocínio linear, a experimentação, a simulação e uma “nova linguagem” – envolvendo a oralidade, a escrita, as imagens, os sons e a comunicação instantânea. Borba e Villarreal completam afirmando que “os seres humanos são constituídos por tecnologias que transformam e modificam seus raciocínios e, ao mesmo tempo, esses humanos estão constantemente transformando essas tecnologias” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.22, tradução nossa)<sup>9</sup>. Sendo assim, o conhecimento é formado por um coletivo entre humanos e tecnologias ou tecnologias e humanos, diferente de outras teorias que dizem ocorrer somente entre humanos de modo individual ou coletivo.

Borba e Villarreal sugerem que o coletivo entre humanos e tecnologia ou tecnologia e seres humanos é uma metáfora, na qual apresentam *insights* de como ocorre a produção do conhecimento. Com essa metáfora há uma síntese de que a cognição e a história da tecnologia

---

<sup>9</sup> Texto original: “that humans are constituted by technologies that transform and modify their reasoning and, at the same time, these humans are constantly transforming these Technologies”

permite a participação de “atores” em um coletivo pensante de modo que seja possível identificar mudanças nas práticas. Isso quer dizer que o pensamento humano é reorganizado a partir da presença da tecnologia e que novos problemas podem ser gerados por esse coletivo incluindo humanos, mídias, lápis, papel ou outras tecnologias da informação. Quando se trata da matemática cabe ao professor utilizar os recursos tecnológicos articulando com os conteúdos matemáticos, de modo que a matemática não seja afetada.

O nosso pensamento e os processos cognitivos interagem com a tecnologia da inteligência, e por isso, seres humanos e mídias devem ser à base do conhecimento e do pensar. Por esse motivo, cada indivíduo ao utilizar a tecnologia produz resultados e experiências diferentes, e com isso, temos a possibilidade de interferir no modo em que essa tecnologia molda a nossa vida.

A visualização é outra característica importante proporcionada pela tecnologia, que segundo Borba e Villarreal (2005), é um modo de raciocinar e aprender na Educação Matemática. Os autores buscam várias pesquisas que abordam a visualização para tentar identificar o conceito que se harmoniza com o constructo. Após os estudos, chegaram à conclusão de que os *softwares* matemáticos e suas interfaces fazem parte do pensamento coletivo de Lévy (1993) e são essenciais no processo de visualização. Os autores dizem que para os alunos é mais fácil obter informações visuais, mas expressar de forma algébrica ou oralmente o que foi visualizado é um fator de dificuldade. Dessa maneira, “a visualização pode ser vista como uma “linguagem” que pode expressar a matemática que pode não expressada com linguagem algébrica padrão” (BORBA, VILLARREAL; 2005, p. 85, tradução nossa)<sup>10</sup>.

Além disso, a visualização possibilita a intuição matemática e, também, a formação de conceitos matemáticos, segundo os autores “A visualização é considerada uma ferramenta para a compreensão matemática” (BORBA, VILLARREAL; 2005, p. 89, tradução nossa)<sup>11</sup>. Uma vez que alguns conceitos matemáticos necessitam de interpretações visuais e modelos visuais, para que assim o conceito seja formado. Nesse processo, o poder pedagógico e didático do professor é fundamental, pois ele é quem levará os problemas para que os alunos durante o manuseio do computador modifiquem as representações visuais formadas. Os autores também enfatizam que esse jeito de estudar matemática – manipulando e visualizando

---

<sup>10</sup> Texto original: “visualization can be seen as a 'language' which can express mathematics that may not be expressible with standard algebraic language”.

<sup>11</sup> Texto original: “Visualization is considered as a tool for mathematical comprehension”.

os conceitos matemáticos em um *software* – além de possibilitar a exploração dos conceitos matemáticos, estimula o desenvolvimento de pesquisas nessa área.

Sendo assim, o *software* matemático, por meio de um *feedback*, possibilita o desenvolvimento da memória humana e a visualização das imagens construídas. Além disso, proporciona a formação dos conceitos a partir da manipulação no *software*, e com isso, permite a reorganização do pensamento matemático e mudanças nas estratégias de ensino dos conteúdos. Em nossa pesquisa, o *software* GeoGebra foi o nosso recurso mediador da formação de geométricos, mas para isso, a visualização das construções geométricas foi essencial. Pois, é a partir da manipulação e da movimentação dos entes geométricos, que os alunos visualizaram as mudanças e puderam investigar as diferenças, semelhanças e particularidades de cada ente geométrico.

Além disso, Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015) complementaram o pensar-com-tecnologias do constructo para pensar-com-GeoGebra. Na medida em que o GeoGebra durante a resolução das atividades, permite ao aluno investigar, explorar, testar, familiarizar, formular conjecturas, experimentar e formar conceitos, tudo isso, por meio da manipulação e da visualização com potencializada pelo *software*.

A partir dessas reflexões sobre o Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias percebemos que a tecnologia potencializa a formação de conceitos matemáticos por causa da moldagem recíproca que ocorre entre computadores e humanos e da visualização proporcionada por ela. Além disso, enfatizamos a necessidade da inserção das tecnologias nas práticas pedagógicas, em especial no ensino de matemática. Desse modo, em nossa pesquisa optamos pelo uso do *software* GeoGebra como o artefato mediador, pois acreditamos que ele permite aos alunos reorganizarem seus conhecimentos matemáticos sobre geometria plana, além da internalização desses conceitos. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2015, p. 55), apontam cinco potencialidades proporcionadas pelo uso do *software* matemático,

- (a) permite variados caminhos na busca por soluções;
- (b) admite diferentes soluções;
- (c) permite que, a cada investigação, sejam exploradas novas estratégias de resolução;
- (d) é qualitativamente diferente de uma atividade baseada no uso do lápis e papel;
- e (e) é exploratória do ponto de vista educacional.

Após as nossas reflexões sobre a BOA mediada pelo GeoGebra podemos acrescentar ainda: possibilita a investigação e a formação de conceitos. Contudo, apesar da interface e fácil manuseio proporcionados pelo *software* GeoGebra, percebemos que uma atividade BOA pode ser realizada com a mediação do *software* GeoGebra, e a manipulação do *software* pode ser feita com uma BOA. Pois, em nosso ponto de vista, a BOA e o GeoGebra estão

interligados, de modo que a formação do conceito se desenvolve a partir da união das duas ferramentas de aprendizagem.

Sendo assim, baseados nas discussões fizemos uma relação entre o Construto Teórico Seres-Humanos-com-Mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) com a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos, de Galperin (NÚÑEZ, 2009), no que tange desenvolver uma atividade (BOA) utilizando a tecnologia como artefato mediador. Desse modo, em nossa pesquisa nos propomos analisar a formação de conceitos geométricos utilizando a BOA e mediada pelo *software* GeoGebra. Desse modo, a tecnologia e a BOA se entrelaçam possibilitando uma aprendizagem de maneira dinâmica e motivadora.

### **2.3 A importância da formação de conceitos matemáticos e da construção de entes geométricos**

A formação de um conceito matemático não é algo tão simples, pois envolve o desenvolvimento cognitivo e intelectual do aluno. Segundo Talízina (2001) a dificuldade da assimilação dos conceitos matemáticos se dá em virtude ao formalismo existente em sua essência. Na qual, esses conceitos são reproduzidos pelos alunos e quando solicitado para aplicar ou interpretar em uma atividade não sabem como fazer. A autora completa “memorizar formalmente uma definição, não significa que o aluno tenha assimilado o essencial desse conceito” (TALÍZINA, 2001, p. 23, tradução nossa)<sup>12</sup>. Além disso, os conceitos não devem ser transmitidos para os alunos, e sim, formados por eles através da interação com o conceito estudado. O que é possível em nossa pesquisa graças à manipulação e à visualização proporcionada pelo *software* GeoGebra.

Talízina (2001) diz que há dois tipos de conceitos: absolutos e relativos. O primeiro refere-se às características que focalizam a essência do conceito, como por exemplo, o conceito de “ângulo” que está relacionado a qualquer tipo de ângulo. Já o segundo, refere-se aos conceitos que se relacionam, como por exemplo, o conceito de “retas perpendiculares”, no qual, se relacionam o conceito de retas que se cruzam formando um ângulo reto (90°). Os conceitos relativos despertam maior dificuldade nos alunos por causa das relações que estão estabelecidas entre os conceitos.

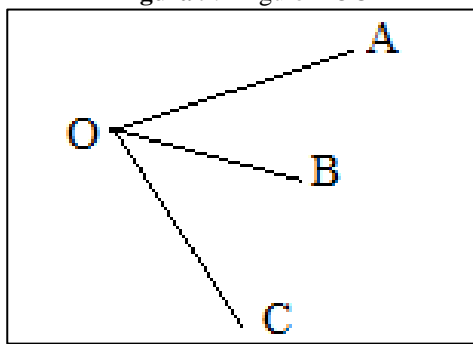
A autora cita que alguns livros de geometria apresentam as definições dos conceitos de forma incorreta que traz a seguinte definição de ângulos suplementares: os ângulos  $A\hat{O}C$  e

---

<sup>12</sup> Texto original: “memorizar formalmente una definición, no significa que el alumno haya asimilado lo esencial de este concepto”.

$A\hat{O}B$  e, os ângulos,  $A\hat{O}C$  e  $B\hat{O}C$  são suplementares, conforme figura 9. “Na realidade esses ângulos tem todas as características que apontam para a definição: dos ângulos, um vértice comum (ponto  $O$ ) e um lado comum (no primeiro caso, o lado comum é  $AO$ , no segundo  $CO$ ). Mas esses ângulos não são adjacentes”. (TALÍZINA, 2001, p. 29, tradução nossa)<sup>13</sup>. Segundo a autora esse erro foi descoberto pelos alunos que ela havia ensinado durante o estudo desse conceito; e que se as definições fossem guardadas pelos alunos em suas memórias sem a exploração do conceito, talvez não teriam descoberto esse erro. Por esse motivo, ao propor a formação de conceitos pelos alunos, deve-se ter o cuidado em não se respaldar em uma definição incorreta, o que pode causar ausência da lógica no pensamento do aluno.

Figura 9. Ângulo AOC



Fonte: Talízina (2001, p. 29)

Então para que haja a assimilação dos conceitos matemáticos é importante propor uma base orientadora da ação que permita ao aluno comparar, deduzir e classificar os entes geométricos estudados. O que foi proposto por nós quando elaboramos as BOA com caráter investigativo, na qual, os alunos tiveram que interpretar para assim realizar as construções dos entes geométricos no *software* GeoGebra. Além disso, o GeoGebra permite a manipulação dos entes, e com isso, o aluno tem a possibilidade de fazer comparações, deduções e classificações, como foi proposto por Talízina. Além disso, cabe ressaltar que ao assimilar os conceitos matemáticos, há uma assimilação de vários conhecimentos e atividades lógicas iniciais. A autora completa dizendo que “A abordagem sistemática dos conceitos permite não só reduzir notavelmente o tempo de ensino dos conceitos, mas também alcançar uma assimilação mais profunda e exata” (TALÍZINA, 2001, p. 39, tradução nossa)<sup>14</sup>.

Por isso, Volodarskaya (2001) diz que durante a elaboração de uma BOA devemos pensar sobre quais os pré-requisitos que são necessários para que os alunos consigam formar e

<sup>13</sup> Texto original: “En realidade estos ángulos tienen todas las características que se señalan en la definición: dos ángulos, un vértice común, (punto  $O$ ) y un lado común (em el primer caso el lado comum es  $AO$ , em el segundo caso es  $CO$ )”

<sup>14</sup> Texto original: “la aproximación sistemática a los conceptos permite, no solamente reducir notablemente el tiempo de la enseñanza de los conceptos, sino también, lograr una asimilación más profunda y exacta”

assimilar os conceitos estudados. Do contrário, a BOA deve indicar os procedimentos orientadores, para que assim, o aluno tenha os recursos para desenvolver o pensamento cognitivo, e com isso, formar os conceitos propostos. Em seus estudos, Volodarskaya, propôs aos seus alunos que fizessem uma base orientadora da ação explorando as transformações geométricas. Com isso, os alunos formaram os conceitos de simetria, rotação, translação e homotetia. Mas para isso, era fundamental que conhecessem as noções básicas de ponto, reta, plano, triângulos e quadriláteros, o que foi explorado com o decorrer das atividades orientadas pela BOA. Na proposta de Volodarskaya, os alunos elaboraram a BOA, e durante a elaboração já formavam os conceitos. Já em nosso caso, levamos a BOA para os alunos para que explorassem os conceitos no GeoGebra, e com isso, formassem os conceitos geométricos; para nós, a elaboração de uma BOA, nessa pesquisa, não foi relevante.

Volodarskaya e Nikitiuk (2001) dizem que a construção dos entes geométricos é fundamental para a formação do pensamento matemático dos alunos. Também, afirmam que as construções dos entes geométricos verificam-se desde os tempos antigos, e são fundamentais não só para o desenvolvimento da geometria, mas para outras áreas da matemática. As construções geométricas geralmente são feitas utilizando régua, compasso, transferidor e esquadros, materiais didáticos que são manuseados há muitos anos. Em nossa pesquisa propomos as construções dos entes geométricos por meio do GeoGebra, porque a interface e a facilidade de manuseio do *software* nos permitem construções que não seriam possíveis de serem solucionadas somente com os materiais citados anteriormente.

As construções geométricas permitem ao aluno identificar as semelhanças e diferenças dos entes geométricos, e com isso, é possível verificar as propriedades particulares de cada figura. Além disso, permite as habilidades investigativas e criativas do aluno desenvolvendo o pensamento matemático, e assim, formar os conceitos. Volodarskaya e Nikitiuk (2001) fazem um estudo sobre a construção de entes geométricos utilizando régua e compasso como recursos. Durante o estudo fazem reflexões, baseadas em outros autores, sobre os meios para solucionar problemas que envolvesse a construção geométrica. Após esses estudos destacaram treze pontos essenciais, apresentados na figura 10:

**Figura 10. Pontos para solucionar problemas**

- 1) Identificar las figuras geométricas dadas en las condiciones del problema y las relaciones entre ellas.
- 2) Identificar la figura geométrica que tenemos que construir (figura que buscamos).
- 3) Identificar en las condiciones del problema las características que tiene que poseer la figura.
- 4) Definir la figura que estamos buscando (denominar las características necesarias y suficientes del concepto correspondiente).
- 5) Identificar los puntos necesarios y suficientes para la construcción de la figura que se busca (puntos determinantes).
- 6) Nombrar los conocimientos, mencionados en las condiciones del problema, con cuya ayuda se pueden garantizar las características de la figura que se busca.
- 7) Establecer el carácter suficiente o no suficiente de las condiciones dadas para la construcción de la figura que se busca.
- 8) Establecer, detrás de qué tipo de conocimientos pueden ser "ocultados" aquellos que son necesarios para la construcción.
- 9) Elegir conocimientos que serán utilizados para la construcción de la figura que se busca y explicar la elección correcta y verdadera.
- 10) Establecer la posibilidad de la construcción de la figura que se busca según los datos de las condiciones del problema:
  - a) Siempre (o no) será posible la construcción ante condiciones dadas.
  - b) El medio elegido de la construcción es el único o son posibles varias resoluciones
  - c) Qué problemas sobre construcciones de los aprendidos anteriormente pueden ser utilizados como construcciones intermedias
  - d) A qué problema sobre construcción de los aprendidos anteriormente puede ser reducido el problema dado.
- 11) Elegir el medio para la construcción de cada uno de los puntos determinantes de la figura que se busca: cruce de dos rectas, de recta y circunferencia o de dos circunferencias.
- 12) Construir cada uno de los puntos determinantes de la figura que se busca y, según éstos, construir la figura completa.
- 13) Demostrar que la figura construida satisface a las condiciones del problema. El medio propuesto incluye las acciones generales básicas.

**Fonte:** VOLODARSKAYA; NIKITIUK (2001, p.264)

Observando esses pontos citados pelos autores percebemos que é possível fazer as adaptações para a construção dos entes geométricos no *software* GeoGebra. Haja vista que nos procedimentos que elencamos na BOA, os alunos precisam refletir sobre a construção a ser realizada, as diferenças em relação aos outros entes construídos, precisa lembrar os ícones do GeoGebra utilizados, ocultar alguns ícones do *software*, e ao término, os conceitos são formados. Reescrevemos esses treze pontos do seguinte modo:

- 1) Identificar o ente geométrico que queremos construir.
- 2) Identificar quais as características que a figura deve ter observando as condições do problema.
- 3) Identificar os entes geométricos e observar se existem relações entre eles.
- 4) Identificar quais os ícones do GeoGebra são necessários e suficientes para a construção do ente geométrico (pontos determinantes)
- 5) Escolher os ícones do GeoGebra baseados nos conhecimentos que será usado para a construção do ente geométrico.
- 6) Escolher os ícones para a construção de cada um dos pontos determinantes dos entes geométricos procurados: retas paralelas, retas perpendiculares, triângulos, entre outros.
- 7) Construir os entes geométricos de acordo com os procedimentos apontados na BOA.
- 8) Estabeleça a possibilidade de construir o ente geométrico que é pesquisado de acordo com as condições do problema:
  - a) Sempre (ou não) a construção será possível sob determinadas condições?
  - b) O ícone escolhido para a construção é o único ou pode haver várias resoluções possíveis?

- c) Quais os ícones aprendidos nas atividades anteriores podem ser utilizados nessa atividade?
- 9) Estabelecer se os procedimentos apontados são suficientes ou não para a construção dos entes.
  - 10) Estabelecer quais as construções que podem ser “escondidas” para que se explore a construção desejada.
  - 11) Mostrar que o ente construído satisfaz as condições do problema.
  - 12) Nomear as características que puderam garantir as características do ente procurado.
  - 13) Formar o conceito do ente geométrico procurado (nomeie as características necessárias e suficientes do conceito correspondente)

Esses pontos não foram abordados e nem explicados para os alunos durante a resolução das BOA no GeoGebra. Porém identificamos que para interpretar a BOA e depois construir os entes geométricos, essas reflexões acabam acontecendo. Já que para construir o ente geométrico é necessário que seja pensado sobre os ícones que irão contribuir para a que o ente seja construído, se esse ícone é o único que possibilita a construção ou não. Volodarskaya e Nikitiuk (2001, p.278) complementam “A assimilação do método geral da resolução de problemas sobre construção, garante, por parte dos alunos, a busca independente, racional e consciente do meio para a construção de figuras geométricas”<sup>15</sup>. Com isso, percebemos o quanto a construção dos entes geométricos no GeoGebra pode potencializar o desenvolvimento cognitivo dos alunos e, a partir disso, possibilitar a formação dos conceitos geométricos.

No tópico seguinte apresentamos a articulação das teorias de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin e o Constructo Teórico Seres-Humanos-com-Mídias, bem como, a relevância para nossa pesquisa.

No capítulo seguinte apresentamos o contexto e os aspectos metodológicos de nossa pesquisa.

---

<sup>15</sup> Texto original: “La asimilación del método general de la resolución de problemas sobre construcción, por parte de los alumnos, la búsqueda independiente, razonable y consciente del medio para la construcción de figuras geométricas”.



## CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA

Neste capítulo apresentamos a metodologia de pesquisa que foi organizada em tópicos e subtópicos. Inicialmente expomos o público alvo, o colégio e os procedimentos iniciais da pesquisa. Em seguida, a abordagem metodológica, a modalidade de pesquisa, as técnicas de investigação e, por fim, o método de análise dos dados.

### 3.1 Contexto

Antes de escolher a escola, foi feita uma busca pelas escolas municipais e estaduais, da zona urbana, que tivessem a modalidade de ensino da Educação de Jovens e Adultos. Após isso, o objetivo foi identificar quais as escolas que possuíam laboratório de informática e que estivesse funcionando. Em algumas escolas havia laboratório de informática, porém não era possível utilizar, pois, estavam em manutenção, ou possuía uma senha que bloqueava o acesso a todos os computadores, ou os computadores estavam danificados, ou não havia computadores, dentre outros fatores. Depois dessa busca foi identificado o Colégio Estadual Nilton Gonçalves que possui a modalidade EJA e laboratório de informática.

Sendo assim, os sujeitos da pesquisa foram alunos da Educação de Jovens e Adultos do Colégio Estadual Nilton Gonçalves, localizado no Bairro Ibirapuera, na cidade de Vitória da Conquista. A modalidade EJA presente na escola é o Tempo Formativo II – o qual corresponde Ensino Fundamental II, com duração de dois anos – e Tempo formativo III – o qual corresponde ao Ensino Médio com duração de dois anos – e cujo objetivo é aproximar a aprendizagem dos alunos da realidade, além de atender às suas necessidades, na busca de diminuir a evasão escolar. A pesquisa foi realizada com alunos do eixo VII (referente ao ensino médio – as disciplinas estudadas são matemática, física, química, biologia e artes) na primeira intervenção e do eixo IV (referente ao ensino fundamental II – nos quais são estudadas todas as disciplinas do 6º e 7º ano) na segunda intervenção.

A turma do eixo VII (primeira intervenção) havia trinta alunos matriculados com frequência de aproximadamente vinte e três alunos, essa intervenção foi realizada entre os meses de maio e julho de 2017, totalizando 14 encontros de 2 horas/aula cada. Já a turma do eixo IV (segunda intervenção) havia dez alunos matriculados, porém apenas quatro alunos frequentavam regularmente, essa intervenção foi realizada nos meses de setembro e outubro 2017, totalizando 8 encontros de 2 horas/aula cada. De acordo com os alunos, de ambas as turmas, o motivo de estar estudando na EJA é por causa da necessidade de trabalhar ou não ter tido oportunidade de estudar em outro momento da vida.

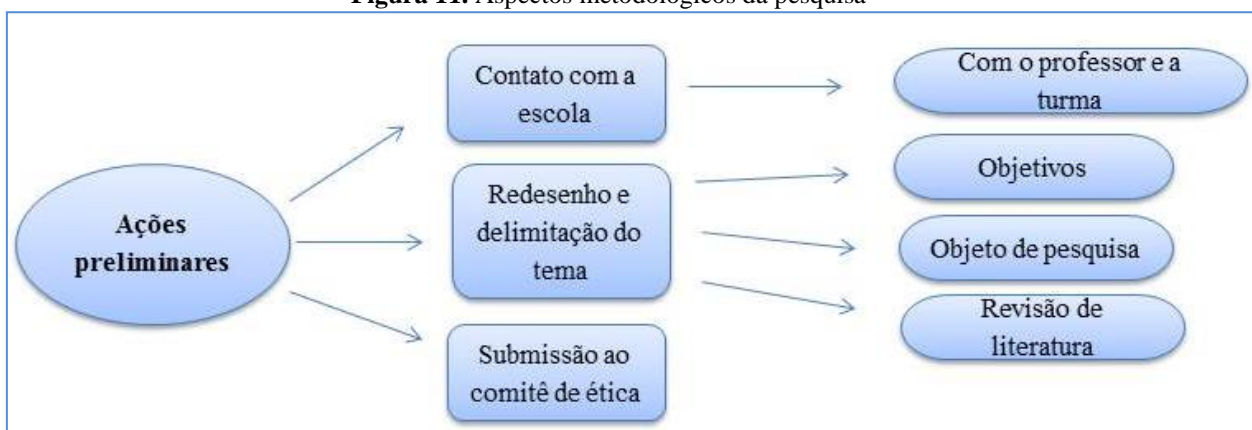
O motivo da escolha desse colégio foi em razão à busca realizada em outras escolas, que não foi bem sucedida, e também, porque já haviam sido realizadas algumas experiências, em outro momento, no mesmo, utilizando o laboratório de informática. Visto que nessa experiência inicial foi feita uma manutenção e reorganização dos computadores, além da solicitação de computadores novos. Porém, no dia 17 de maio de 2017, quando o *software* GeoGebra seria instalado nos computadores da escola, foi necessário realizar uma nova manutenção, somente quatro computadores estavam funcionando. Então, para que os alunos pudessem utilizar o computador individualmente, o *software* também foi instalado nos computadores da secretaria e da sala dos professores, que em toda aula eram levados para o laboratório de informática e após a aula era levado para seu lugar de origem.

### 3.2 Aspectos metodológicos

Nossa proposta de pesquisa é de abordagem qualitativa do tipo pesquisa ativa e pesquisa intervenção, visto que, pretendemos analisar a aprendizagem de conceitos geométricos na EJA com a mediação das tecnologias digitais. Para isso, tivemos como suporte a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin (NÚÑEZ, 2009), que contribuiu para a reelaboração das atividades propostas (BOA) e nos auxiliará na análise dos dados, e também, o Constructo Teórico Seres-Humanos-com-Mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) que nos embasou na reorganização do pensamento matemático e a mediação da aprendizagem por meio do *software* GeoGebra.

Nesse tópico, apresentamos uma discussão sobre a abordagem de pesquisa qualitativa, a modalidade de pesquisa, as técnicas e os procedimentos para a produção dos dados. Na figura 11 e figura 12 expomos esquemas com os aspectos metodológicos da pesquisa.

**Figura 11.** Aspectos metodológicos da pesquisa



Fonte: Produção Nossa (2018)



### 3.2.1 Abordagem metodológica

Nossa pesquisa é de cunho qualitativo em atenção ao nosso objetivo: analisar a formação de conceitos de geometria plana na EJA mediada pelo *software* GeoGebra. Uma vez que queremos entender como os alunos conseguem formar os conceitos, o modo de interação deles com a tecnologia, a experiência em utilizar um *software* para aprender matemática. Além disso, para nós, o importante são as respostas fornecidas pelo grupo pesquisado, e não a quantidade de respostas, ou seja, nossos resultados não podem ser representados em dados estatísticos. Para isso utilizamos diversas técnicas de produção de dados como diário de bordo, observações dos encontros, atividade diagnóstica, roteiros de atividades matemáticas (BOA) para serem realizadas no *software* GeoGebra e entrevistas.

Desse modo, de acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa tem cinco características. A primeira é o contato direto que o pesquisador tem com o ambiente a ser pesquisado, que no caso dessa pesquisa, é em um colégio estadual cuja modalidade de ensino é a EJA e, além disso, tem um laboratório de informática. Como dito anteriormente, o objetivo da pesquisa é analisar a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo *software* GeoGebra, é necessário que nós, enquanto pesquisadores, estejamos presentes na escola, para assim, atingir ao nosso objetivo. Ou seja, as ações podem ser percebidas através do contato direto com os alunos e das interações que ocorrerem com eles.

A pesquisa qualitativa é descritiva, pois é produzida por meio de palavras e imagens. Ou seja, os dados da pesquisa serão descritos por meio da atividade diagnóstica, das BOA e da transcrição das entrevistas. Todo esse material escrito é analisado com cuidado de forma a manter sua originalidade e sua riqueza de informações. Essa é a segunda característica apontada por Bogdan e Biklen (1994).

A terceira característica diz que o processo da produção dos dados é mais importante do que o resultado. Pois durante esse processo que é observada como está ocorrendo a formação do conhecimento do aluno, o modo que ele se apropria e internaliza os conceitos, o desenvolvimento da aprendizagem por meio do manuseio do computador (no caso de nossa pesquisa). Todos esses fatos são importantes para a pesquisa e não somente o resultado final, que seria a explicação dos conceitos pelos alunos (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

A quarta característica de acordo com Bogdan e Biklen (1994) é que a análise dos dados ocorre de maneira indutiva, ou seja, as informações vão se afunilando. Haja vista que durante a análise, os dados serão organizados por categorias, inicialmente são abertos, depois vão se fechando e tornando-se mais específicos. E isso será realizado a partir da Teoria de

Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin (NÚÑEZ; 2009) e do Constructo Teórico Seres-Humanos-Com-Mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005).

De acordo com Bogdan e Biklen (1994) a última característica diz respeito ao significado que é vital na pesquisa qualitativa, ou seja, a compreensão é um fator determinante para a aprendizagem.

Já para Flick (2004) uma pesquisa qualitativa possui quatro aspectos fundamentais: escolha adequada da teoria e do método, reconhecer a diversidade de informações e perspectivas dos participantes da pesquisa, reflexão do pesquisador quanto a sua pesquisa como fonte da produção do conhecimento e diversidade de métodos e abordagens na pesquisa. Quanto a isso, Flick afirma que é o objeto de estudo que deve determinar qual a teoria e a prática adequada para o estudo. Além disso, os campos de estudos não devem se prender a atividades artificiais, mas que estimulem a prática e as interações dos sujeitos. Isso ocorreu em nossa pesquisa, pois desde o início já havíamos clareza sobre qual seria objeto de estudo e tínhamos o embasamento sobre a importância do uso de tecnologias nas aulas de matemática, baseado em Borba e Villarreal (2005). Porém, ainda não sabíamos qual seria a teoria e o método que se adequaria ao estudo. Após muitas leituras e discussões identificamos a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin (NÚÑEZ, 2009), o embasamento teórico necessário para fundamentar a nossa pesquisa no campo da aprendizagem e da formação de conceitos. Também, pensávamos em atividades (BOA) que estimulasse a formação do pensamento, de modo que fossem práticas e que houvesse interação entre os alunos, o que é afirmado por Flick (2004).

Sobre o reconhecimento da diversidade de informações e perspectivas dos participantes da pesquisa, Flick (2004) aponta que existem perspectivas diferentes em relação ao objeto de estudo que partem de significados sociais e subjetivos referentes ao próprio objeto. Ou seja, a pesquisa qualitativa estuda as práticas e o conhecimento dos participantes da pesquisa. Isso remete ao fato de ao iniciar uma pesquisa, cabe ao pesquisador, conhecer seus participantes, saber suas motivações, anseios, dificuldades. No caso da Educação de Jovens e Adultos, isso é mais importante ainda, pois são alunos que possuem características diversificadas, desde aos conhecimentos prévios até a vivência de mundo.

Quando Flick (2004) diz que a reflexão do pesquisador quanto a sua pesquisa é como fonte da produção do conhecimento, ele está se referindo ao fato de que, em uma pesquisa, o pesquisador através da comunicação com os participantes está produzindo conhecimento. Além disso, por meio da comunicação, o pesquisador reflete sobre suas ações, suas impressões e sua prática, que serão registradas através de diários de bordo.

Para Flick (2004) uma pesquisa qualitativa deve ter uma diversidade de métodos e abordagens, não deve ser unificada. Visto que são as teorias e métodos que definem as discussões e as práticas da pesquisa.

Desse modo, após essas discussões sobre o que é a pesquisa qualitativa apresentamos no tópico seguinte à modalidade de investigação da nossa pesquisa.

### **3.2.2 Modalidade de investigação**

Dentre as modalidades apresentadas na literatura optamos pela pesquisa intervenção. Desse modo, as pesquisas ativas são organizadas por Chizzotti (2006) em dois tipos: a pesquisa ação – pesquisa intervenção; e a pesquisa participante. Ambas tem o intuito de realizar mudanças desejadas, supondo que tanto pesquisador quanto os participantes da pesquisa, estabeleçam meios de superar os próprios problemas por meio dos objetivos e condições da pesquisa. Para Damiani *et. al* (2013), o termo pesquisa intervenção, na área da educação, refere-se ao planejamento de atividades inovadoras que provoquem melhorias e o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e que, posteriormente, seja feita uma análise dessas atividades para identificar os resultados obtidos. Essa definição proposta pela autora está em consonância com a ideia de nossa pesquisa, que foi levar um recurso tecnológico (atividade inovadora) como uma ferramenta mediadora para estimular a formação e o pensamento geométrico dos alunos da EJA.

De acordo com Chizzotti (2006), cada pesquisa possui um modelo, pois, cada problema tem características específicas como: contexto; limitações; opiniões e conhecimentos sociopolíticos distintos; tempo de duração da pesquisa; e, nível de participação dos envolvidos na pesquisa. São essas especificidades que dão relevância a pesquisa. Desse modo, em nossa pesquisa, os sujeitos foram alunos da EJA. Durante a pesquisa encontramos algumas limitações, dentre elas, uma aluna do 7º ano não alfabetizada. O tempo de realização da nossa pesquisa foi aproximadamente dois meses, na primeira intervenção e, um mês, na segunda intervenção. Na análise dos dados apresentamos as discussões e os diálogos dos alunos, bem como, o nível de participação no decorrer das BOA.

Damiani *et. al* (2013) trazem mais cinco características que definem a pesquisa intervenção: 1) ocasionar mudanças; 2) tentar resolver problemas; 3) caráter prático; 4) relação com um referencial teórico; 5) possibilitar a formação do conhecimento. Em nossa pesquisa visualizamos essas características do seguinte modo:

- 1) A mudança pode surgir a partir da inserção da tecnologia como recurso mediador na formação de conceitos geométricos dos alunos da EJA.
- 2) Por meio de atividades diferenciadas utilizando os recursos tecnológicos, pode ser possível, dinamizar e diminuir as dificuldades de aprendizagem referentes ao Ensino de Geometria.
- 3) Mediante a realização de atividades práticas na escola é provável que haja a formação de conceitos geométricos.
- 4) Nossa proposta de pesquisa se relaciona com nossos referenciais teóricos: a formação de conceitos baseado na teoria de Galperin, Núñez (2009) e a mediação tecnológica baseada em Borba e Vilarreal (2005).
- 5) A proposta de pesquisa realizada por nós possibilita a formação de conceitos geométricos pelos alunos.

Chizzotti (2006), em consonância com a ideia de Damiani *et. al* (2013), diz que a pesquisa intervenção tem a finalidade de: criticar o modelo tradicional de ensino, cujo foco são descrições explanativas; conhecer um problema e a partir dele tentar encontrar soluções; incluir os sujeitos da pesquisa na produção dos dados; utilizar técnicas e/ou recursos que auxiliam no desenvolvimento da ação para tentar solucionar o problema. Em nossa pesquisa identificamos essas finalidades, pois apostamos na formação dos conceitos geométricos por meio da manipulação no GeoGebra e do diálogo entre professor pesquisador e alunos, tornando os próprios alunos produtores do conhecimento e dos dados da pesquisa. Visto que nossa ideia foi trabalhar com alunos da EJA que, muitas vezes, são estigmatizados e deixados de lado, sendo que esses podem aprender conceitos matemáticos, assim como qualquer outro aluno de outra modalidade de ensino, quando há uma proposta de ensino diferenciada como a mediação tecnológica.

A pesquisa é, deste modo, um contínuo de planejamento, identificação do problema, execução e avaliação da ação (...) uma sequência espiral reiterada de análise, pesquisa de fatos, conceituação, elaboração de planos de ação, realização desses planos, seguida de avaliação, pesquisa de fatos novos e repetição do ciclo espiral de atividades. (CHIZZOTTI, 2006, p. 81)

A partir dessa citação e das discussões, apresentadas anteriormente, reafirmamos que a nossa pesquisa se encaixa como a pesquisa intervenção. Desse modo, se alinhando com as perspectivas teóricas da Teoria de Galperin e do Constructo Seres-Humanos-com-Mídias e, também, com as escolhas metodológicas da análise de dado.

No tópico seguinte apresentamos as técnicas, os instrumentos e os procedimentos para a produção dos dados.

### 3.2.3 Técnicas de investigação e procedimentos da produção dos dados

Para a produção dos dados realizamos dois momentos de intervenção com os alunos da EJA: a primeira com alunos do eixo VII e a segunda com o eixo IV. Após a primeira intervenção, reconstruímos e reorganizamos as atividades (BOA) que identificamos com algumas falhas. Como exemplo, percebemos, na primeira intervenção, que alguns alunos não realizavam as construções das atividades, somente aqueles que manuseavam o *software*, conseguiam compreender alguns dos conceitos. Pois havia cerca de vinte e quatro alunos, no eixo VII, e somente 8 computadores, então, ficavam em média, 3 alunos por computador. Então, para a segunda intervenção, tivemos o cuidado de estar sempre trocando o computador, de modo que fosse manuseado por todos.

Durante todas as atividades realizadas, nos dois momentos de intervenção, foi feito um diário de bordo, no qual foram anotadas as informações que ocorreram. Para Fiorentini e Lorenzato (2009) é através do diário de bordo que o pesquisador registra as informações no momento em que são observados, pois pode conter reflexões e comentários, que enfatizam dificuldades, erros, dúvidas, acertos, sucessos, incertezas, pontos positivos e negativos.

O primeiro momento foi a aplicação de uma atividade diagnóstica (APÊNDICE C) com questões objetivas e dissertativas acerca das noções básicas de geometria plana e informações pessoais acerca da motivação de estar na EJA e do manuseio no computador. Fiorentini e Lorenzato (2009) discutem que os questionários servem para completar as informações, principalmente no início da pesquisa e na fase exploratória. O mesmo pode-se dizer de uma atividade diagnóstica, visto que, as indagações tiveram o objetivo de identificar o conhecimento prévio dos alunos em relação aos conteúdos geométricos, se houve aprendizado, e quais conteúdos foram estudados.

Também houve perguntas sobre o acesso a celulares e a recursos computacionais, se os alunos possuem conhecimento, se sabem manusear ou se já utilizaram algum *software* educativo e, também, se já tiveram alguma aula utilizando os *softwares* matemáticos. Visto que nossa proposta inicial era que os alunos utilizassem e manusessem o *software* GeoGebra em seus celulares. Para que o aluno respondesse com calma a atividade diagnóstica, foram destinadas 2 horas/aula. O objetivo da realização dessa atividade diagnóstica foi identificar qual o nível do desenvolvimento do pensamento geométrico e conhecimento prévio apresentado pelos alunos.

O segundo momento foi a realização de um conjunto de roteiros de atividades matemáticas (Base Orientadora da Ação – BOA) explorando conceitos de geometria plana no *software* GeoGebra, que foi instalado anteriormente nos computadores da escola. Após o



planejamento desses roteiros, estes foram apresentados para o professor da turma, na intenção de que ele pudesse sugerir alguma mudança, se necessário, e, também, familiarizá-lo com a proposta, pois ele estaria presente durante os encontros auxiliando e participando no que fosse preciso. Em ambas intervenções, no primeiro contato com o *software* GeoGebra, foi feita uma breve apresentação sobre as funcionalidades e potencialidades do *software*. O conhecimento e manuseio dos ícones foram feitos com o desenvolver dos encontros, nos quais eram apresentados os possíveis ícones para a construção dos entes geométricos.

O conjunto de roteiros de atividades matemáticas (BOA) envolveu as noções básicas de ponto, de reta, de ponto médio, paralelismo, perpendicularismo, segmento de reta, ângulos, quadriláteros, triângulos, paralelogramos, polígonos, polígonos regulares, dentre outros conteúdos que foram lembrados e estudados com o decorrer. Durante todas as BOA os alunos formaram os conceitos, e manipularam o *software* e, a partir disso, foram percebendo as mudanças nas construções<sup>16</sup> realizadas e percebendo se as propriedades permaneciam ou não, e qual a importância de cada alteração.

Para a realização dessas atividades não foi necessário que os alunos soubessem ou tivessem conhecimento sobre o *software* GeoGebra, pois a medida que as BOA foram sendo avançadas foram apresentadas as ferramentas que poderiam auxiliar na construção. Em cada uma das BOA os alunos receberam um roteiro explicando os passos que deveriam ser seguidos, além de questionamentos sobre cada construção que foi realizada. Além disso, durante as construções surgiram novos questionamentos gerados pelos alunos ou pela pesquisadora. Uma vez que nosso objetivo principal ao propor essas atividades foi a formação do conhecimento geométrico pelos alunos. Sendo assim, os conceitos geométricos não estavam definidos nas BOA, eles eram formados durante as construções dos entes geométricos no *software* GeoGebra, e posteriormente discutido em conjunto.

A primeira BOA (APÊNDICE D) teve como objetivo introduzir as noções de ponto e de reta. Para isso, inicialmente, os alunos utilizaram uma folha de ofício e marcaram um ponto qualquer. Depois tentaram explicar o que eles entendem por ponto e foram questionados em como localizar um ponto, assim, foi introduzida a noção de coordenadas. Em seguida, os alunos realizaram esse mesmo procedimento no *software* GeoGebra, e os mesmos questionamentos foram apresentados. Depois, foi sugerido que um novo ponto fosse criado e a partir daí, deveriam traçar um caminho (que posteriormente foi definido como

---

<sup>16</sup> O sentido da palavra construção que utilizamos refere se ao traçar a figura geométrica no *software* GeoGebra. Pois entendemos que uma figura geométrica não é um desenho e sim uma construção, pois há todo um esquema para que a figura seja traçada. Sendo assim, quando estivermos falando sobre a manipulação dos entes geométricos no GeoGebra utilizaremos a palavra construção.

distância entre dois pontos). Após isso, foram questionados sobre quantos caminhos diferentes podem ser construídos. Nessa BOA eles estudaram a noção de ponto, segmento de reta, reta, distância entre dois pontos e ponto de intersecção entre dois segmentos.

A segunda BOA (APÊNDICE E) teve o objetivo de estudar e entender as propriedades que definem as retas paralelas. Inicialmente, os alunos foram questionados se sabiam o que era ou se conheciam alguma imagem que exemplificasse essa reta. Depois disso, exploraram as ferramentas do *software* e, por meio das construções, visualizaram as propriedades. A terceira BOA (APÊNDICE F) teve o objetivo de estudar e entender as propriedades das retas perpendiculares.

A quarta BOA (APÊNDICE G) teve o objetivo de estudar os triângulos. Para isso os alunos representaram no GeoGebra qual a figura geométrica que entendiam por triângulo e quais as propriedades que definiam. Em seguida, foram formados os conceitos de triângulo quanto aos lados – equilátero, escaleno e isósceles, e quanto aos ângulos – acutângulo, retângulo e obtusângulo. Também foi estudada a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.

A quinta BOA (APÊNDICE H) teve o objetivo de estudar os quadriláteros. Os alunos representaram no *software* as figuras que de acordo com eles eram quadriláteros. A partir disso, o conceito de quadriláteros foi construído e, em seguida, foram feitas as particularidades de cada quadrilátero: quadrado, retângulo, losango, trapézio, paralelogramo. Foram estudados também os ângulos internos e a soma dos ângulos de cada ente geométrico.

A sexta BOA (APÊNDICE I) teve o objetivo de estudar os quadriláteros paralelogramos. A partir das construções no GeoGebra, os alunos puderam generalizar os conceitos de figuras paralelas, além de mudar a percepção e o conceito destas. A sétima BOA (APÊNDICE J) teve o objetivo de estudar e diferenciar círculo e circunferência. Para isso, os alunos construíram uma circunferência no *software* e estudaram as propriedades que a definiam.

O terceiro momento foi uma entrevista diagnóstica utilizando o computador com algumas perguntas apresentadas na primeira atividade diagnóstica, além de novas perguntas referentes à aprendizagem do conteúdo estudado, à experiência com tecnologias durante a aula e às dificuldades apresentadas. O objetivo de realizar essa entrevista diagnóstica foi identificar a evolução da aprendizagem dos alunos e se houve mudança no nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, além disso, observar como ocorreram a internalização dos conceitos e como conseguiam representar no computador o que haviam estudado.

Segundo Bogdan e Biklen (1994), o objetivo da entrevista é buscar dados descritivos através da linguagem dos sujeitos, e com isso, o investigador contem informações para interpretar as ideias desses. Por esse motivo, o último momento foi uma entrevista semiestruturada com perguntas acerca da experiência de estudar geometria utilizando tecnologia, das dificuldades e facilidades encontradas no processo de aprendizagem. Ainda de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2009), a entrevista tem a vantagem de estimular os sujeitos que tem pouco conhecimento e dificuldades na escrita; o que percebemos em nossa pesquisa.

Cabe ressaltar que no primeiro momento de intervenção somente as entrevistas foram gravadas<sup>17</sup>, por esse motivo, não foi possível identificar as discussões realizadas entre as duplas durante as construções das atividades. Já na segunda intervenção todos os encontros e entrevistas foram gravados, o que tornou mais um instrumento para a produção dos dados. Uma vez que, na gravação, foi possível identificar nas conversas dos alunos seus questionamentos e o processo de formação do conhecimento, diferente do que ocorreu na primeira intervenção. Mais detalhes sobre essa discussão, veremos no capítulo 4. Sendo assim, no tópico seguinte apresentamos a escolha do método de análise dos dados.

### **3.2.4 Método de análise dos dados**

Segundo Silva (1999), ao fazer uma análise de conteúdo, devemos estabelecer as unidades de análise, ou seja, expressões, frases e textos, contidos nos instrumentos utilizados para a produção dos dados, e, após isso, fazer ligações entre os temas de forma categorizada. Como dito anteriormente, nossos instrumentos foram, diários de bordo, atividade diagnóstica, roteiros de atividades (BOA) mediados pela GeoGebra e entrevista diagnóstica, e, a partir deles, foram estabelecidas as unidades de análise e, posteriormente, as categorias e subcategorias; e, para isso, nos embasamos no que é proposto por Bardin (1977). Além disso, Silva (1999, p.50) completa: “(...) não nos preocupamos com os aspectos formais do texto, seu ritmo de construção e organização interna. Procuramos ignorar os erros gramaticais e sintáticos e a forma coloquial em que foram registrados”. Pois, para nós, o mais importante é a expressão da aprendizagem do aluno, o modo como ele conseguiu escrever aquilo que foi internalizado no pensamento, pois a forma gramatical não implica o resultado do conteúdo geométrico aprendido, além do mais, não é nosso foco de pesquisa.

---

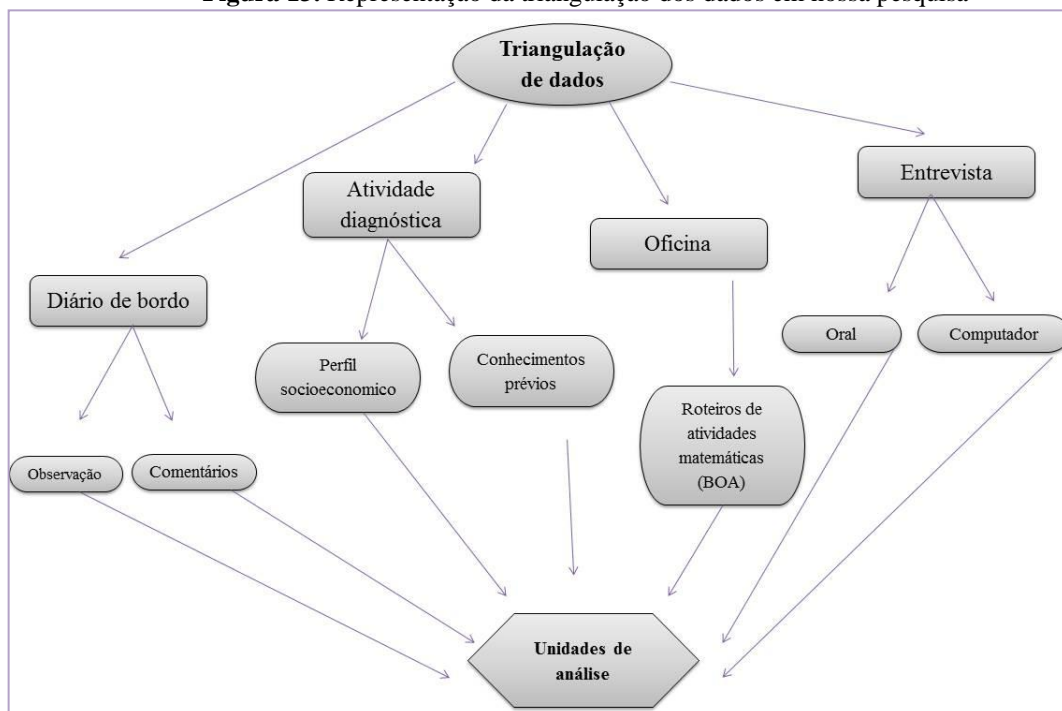
<sup>17</sup> Antes de iniciar a gravação das entrevistas e dos encontros os alunos assinaram um termo de consentimento autorizando a gravação dos áudios. As gravações foram feitas no gravador de voz da pesquisadora.

De acordo com Bardin (1977), a categorização ocorre por conta das características de um conjunto de dados por meio de diferenciação e, posteriormente, de reagrupamento, com critérios já definidos. Além disso, segundo a autora, categorias boas devem atender a cinco qualidades: exclusão mútua – cada elemento deve constar em apenas uma categoria; homogeneidade – um único princípio de organização; pertinência – “O sistema de categorias deve reflectir as intenções da investigação, as questões do analista e/ou corresponder às características das mensagens” (BARDIN, 1977, p.120); objetividade e finalidade – clareza da organização das variáveis; produtividade – resultados férteis.

Desse modo, para analisar os dados de nossa pesquisa, optamos pela triangulação, que, segundo Denzin (1988, *apud*, MOREIRA; ROSA, 2016), são as relações e combinações entre diferentes metodologias durante o estudo de um mesmo fenômeno, e, de acordo com o autor, existem cinco tipos de triangulação: de dados, de pesquisadores, de teorias, de metodologia e de verificação por sujeitos. Em nossa pesquisa, optamos por duas: triangulação de dados e teorias.

A triangulação dos dados, Denzin (1988, *apud*, MOREIRA; ROSA, 2016), abrange as relações entre tempo, espaço e sujeitos. Fizemos as comparações entre os dados produzidos buscando pontos comuns e divergentes, e, com isso, observar se existe compatibilidade entre as respostas dos alunos e nossas observações. A figura 13 consta a representação da triangulação dos dados de nossa pesquisa.

**Figura 13.** Representação da triangulação dos dados em nossa pesquisa

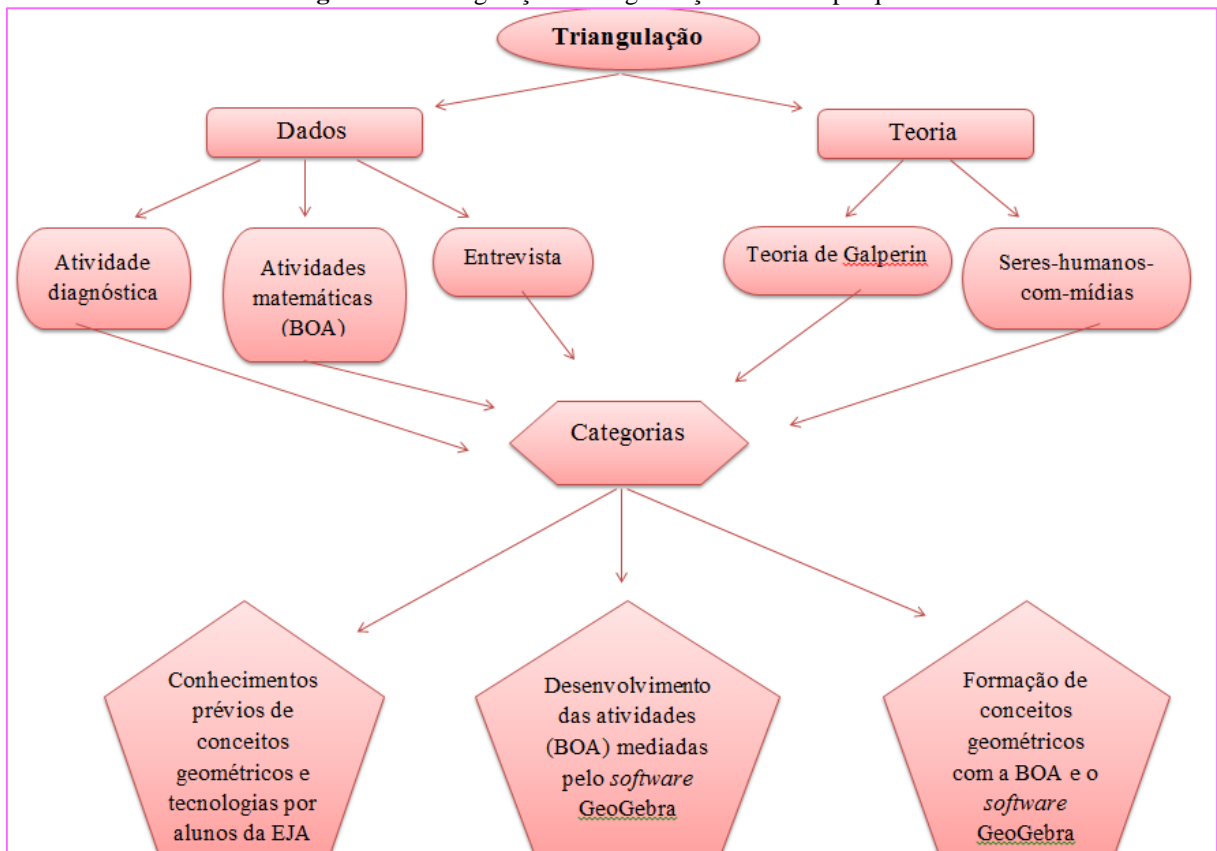


**Fonte:** Produção Nossa (2018)

A triangulação das teorias “consiste em utilizar mais de um esquema teórico na interpretação do fenômeno pesquisado”, (DENZIN, 1988, *apud*, MOREIRA; ROSA, p.24, 2016). Em nossa pesquisa, fizemos as relações entre a Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin e o Constructo Seres-Humanos-com-Mídias, o que foi de fundamental importância para a análise dos dados produzidos.

A partir da distinção entre os tipos de triangulação da pesquisa, fizemos um esquema (figura 14) no qual relacionamos os dois tipos de triangulação, as unidades de análise definidas e as categorias estabelecidas, para que, a partir disso, pudéssemos realizar a análise dos dados. Todo esse processo foi feito baseado em Bardin (1977) e em Silva (1999). Para definirmos as unidades de análise, levamos em conta os pontos que respondiam a nossa questão de pesquisa (“Como ocorre a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo *software* GeoGebra?”), bem como aqueles aspectos que excederam a questão e que se revelaram importantes para a aprendizagem dos conceitos geométricos e a mediação tecnológica.

**Figura 14.** Triangulação e categorização na nossa pesquisa



**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Sendo assim, definimos as seguintes categorias: Categoria 1 – Conhecimentos prévios de conceitos geométricos e tecnologia por alunos da EJA; Categoria 2 – Desenvolvimento das

atividades (BOA) mediados pelo *software* GeoGebra; Categoria 3 – Formação de conceitos geométricos com a BOA e o *software* GeoGebra.

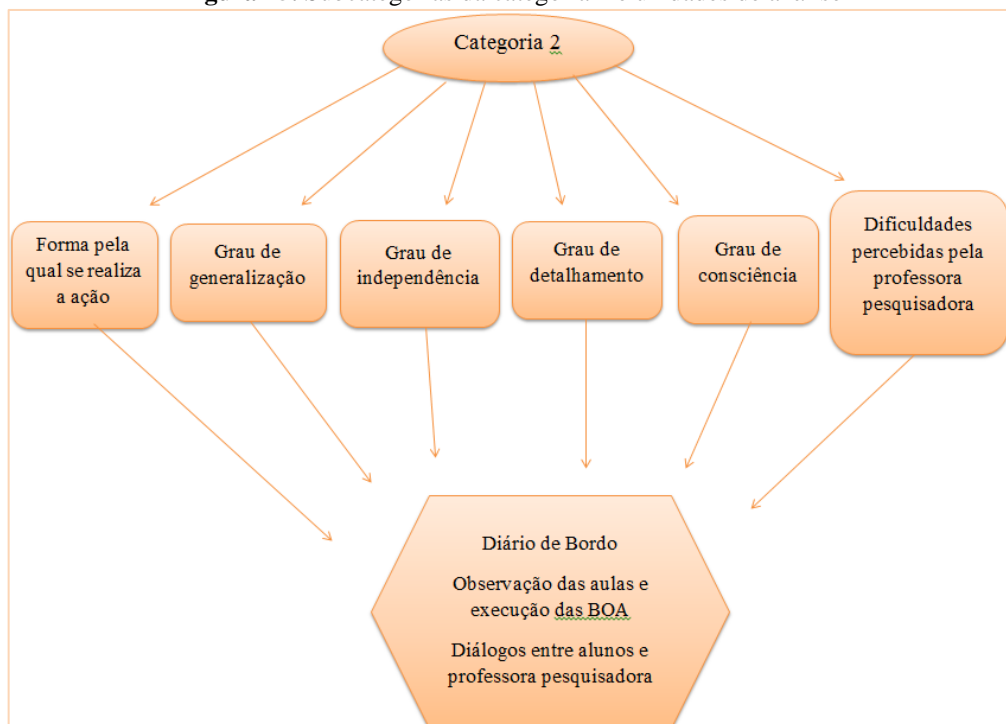
Após definirmos as categorias e iniciarmos a análise dos dados começamos a identificar pontos de convergência com a Teoria da Assimilação de Conceitos de Galperin (NÚÑEZ, 2009) e o Constructo Seres-Humanos-com-Mídias (BORBA;VILLARREAL; 2005). Desse modo, definimos subcategorias para a categoria 2 e a categoria 3.

Subcategorias da categoria 2:

- ✓ A forma pela qual se realiza a ação;
- ✓ Grau de generalização;
- ✓ Grau de independência
- ✓ Grau de detalhamento;
- ✓ Grau de consciência;
- ✓ Dificuldades visualizadas pela professora pesquisadora.

A figura 15 apresenta as subcategorias da categoria 2 e as unidades de análise.

**Figura 15.** Subcategorias da categoria 2 e unidades de análise



**Fonte:** Produção Nossa (2018)

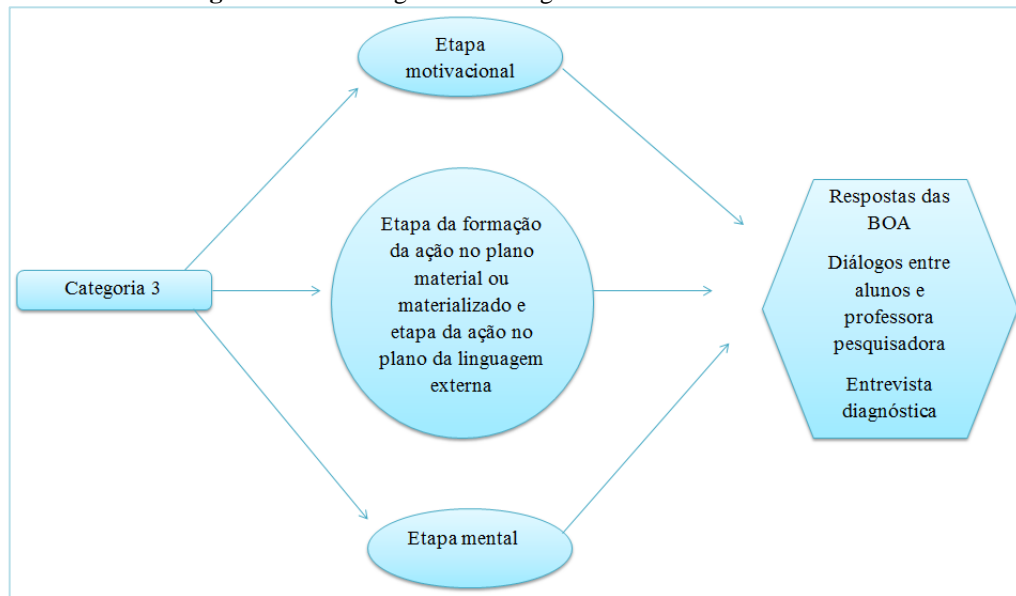
Subcategorias da categoria 3:

- ✓ Etapa motivacional.
- ✓ Etapa da formação da ação no plano material ou materializado (com o uso da tecnologia) e etapa da ação no plano da linguagem externa.

✓ Etapa mental.

A figura 16 apresenta as subcategorias da categoria 3 e as unidades de análise.

**Figura 16.** Subcategorias da categoria 3 e unidades de análise



**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Como definimos as categorias de análise, o passo seguinte é analisar os dados produzidos. Desse modo, no capítulo seguinte apresentamos a análise dos dados produzidos por meio da atividade diagnóstica, do diário de bordo, do conjunto de atividades matemáticas (BOA) e das entrevistas.

## CAPÍTULO 4 – ANÁLISE DOS DADOS

Agora que já temos todos os dados produzidos em mãos: diário de bordo, atividade diagnóstica, conjunto de atividades matemáticas (BOA) e entrevista diagnóstica; apresentaremos a análise, conforme explicado anteriormente no capítulo 3. Os dados produzidos resultaram em uma triangulação e, para analisá-los, definimos três categorias de análise:

- ✓ Categoria 1 – Conhecimentos prévios de conceitos geométricos e tecnologia por alunos da EJA;
- ✓ Categoria 2 – Desenvolvimento das atividades (BOA) mediadas pelo *software* GeoGebra;
- ✓ Categoria 3 – Formação de conceitos geométricos com a BOA e o *software* GeoGebra.

A categoria 1 buscou identificar os conhecimentos prévios sobre conceitos de geometria e o grau de envolvimento que os sujeitos tinham com o uso das tecnologias digitais. Isso foi identificado na atividade diagnóstica, conforme apresentação no capítulo anterior. A partir dos resultados dessa categoria, reajustamos e adequamos as BOA ao público da pesquisa, pois, como dito anteriormente, já havíamos construído atividades voltadas para o Ensino de Geometria utilizando o *software* GeoGebra. Contudo, foi preciso ajustá-las ao público da EJA.

A categoria 2 buscou atender o seguinte objetivo da pesquisa: compreender o modo como os alunos desenvolveram as BOA. Nessa categoria, foi analisado o desenvolvimento das BOA respondidas pelos alunos desde o início até o fim dos encontros e a formação dos conceitos geométricos baseados nas observações contidas no diário de bordo e nas BOA dos alunos.

A categoria 3 buscou responder aos demais objetivos específicos da pesquisa: “analisar os fatores que contribuem para a compreensão de conceitos geométricos por alunos da EJA; analisar os resultados da aprendizagem dos conceitos geométricos após utilização de TD; Identificar as formas de interação dos alunos da EJA quando utilizam as TD na aprendizagem de conceitos geométricos; verificar o posicionamento dos alunos da EJA em relação ao uso de TD no ensino de conceitos geométricos”. Nessa categoria, buscamos analisar as potencialidades das BOA e da tecnologia para a formação de conceitos baseados



nas BOA e nas entrevistas diagnósticas; além disso, pretendemos identificar como foi a interação dos alunos em relação à utilização da tecnologia para a aprendizagem geométrica.

#### **4.1 Categoria 1 – Conhecimentos prévios de conceitos geométricos e tecnologia por alunos da EJA**

A seguir, apresentamos uma análise da atividade diagnóstica aplicada com as turmas do eixo VII (primeira intervenção) e do eixo IV (segunda intervenção). A análise foi feita com base na atividade diagnóstica e nas observações contidas nos diários de bordo.

##### **4.1.1 Primeira Intervenção**

O primeiro contato que tivemos com a turma do eixo VII ocorreu no dia da atividade diagnóstica, na qual estavam presentes vinte e três dos trinta alunos matriculados na turma. A atividade diagnóstica tinha questões referentes à idade e se trabalhavam ou não. A pergunta sobre o trabalho serviu para identificar o tempo que cada aluno possui para estudar. Analisando a idade dos alunos, percebemos que quinze alunos pertenciam à faixa etária compreendida entre dezoito e vinte três anos, quatro possuíam idade entre vinte e vinte e oito, e quatro estavam entre vinte e nove e quarenta anos. Observando esse perfil da idade desses alunos, percebemos que o público da EJA começou a se tornar um público jovem, o que antes quase não se via nas escolas, pois, nas turmas de EJA, eram mais frequentes adultos e idosos.

Desses alunos, quinze trabalhavam e nove não. Ao perguntar sobre o tempo que possuem para dedicar aos estudos em casa alguns, alunos responderam:

*“eu saio da minha casa de manhã cedo e vou trabalhar e do trabalho venho direto para a escola. Quando chego em casa vou arrumar as coisas da casa e depois dormir. Não tenho tempo pra estudar em casa”.*

*“eu não trabalho, mas trabalho em casa. Cuido dos meus irmãos, lavo e passo roupa, faço comida. De noite vou pra escola, ai quando chego em casa já to cansada”.*

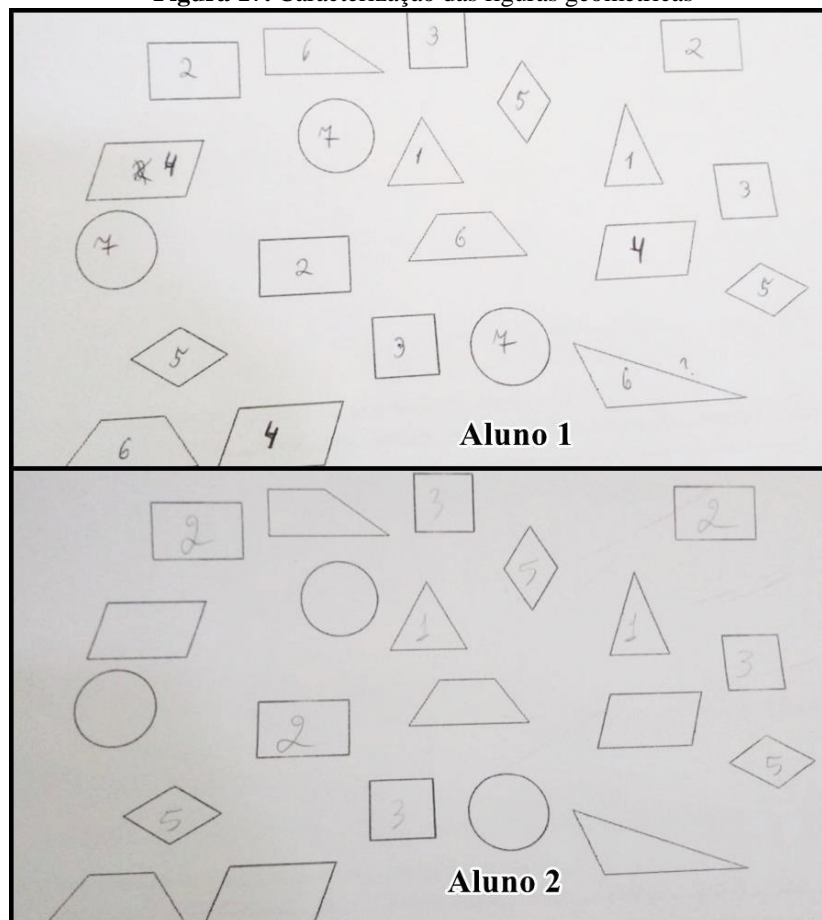
*“eu fico em casa o dia todo, mas quando vou estudar não consigo estudar só, parece que eu esqueci tudo”.*

Depois de analisar as respostas desses alunos, percebemos que a maioria não possui tempo para estudar em casa não conseguem estudar sozinhos. Essa questão do aluno da EJA

ser um trabalhador é apontada por Arroyo (2011), e esse fato acaba influenciando na aprendizagem.

A primeira pergunta sobre geometria foi se os alunos recordavam de ter estudado algum conteúdo de geometria, ou se sabiam o significado da palavra. Ao analisar a resposta, identificamos que apenas quatro alunos já haviam estudado geometria, mas que não se lembravam de um conteúdo específico. Então, para identificar se os alunos sabiam explicar ou caracterizar as figuras geométricas, colocamos várias figuras e pedíamos a eles que enumerassem a figura de acordo com o nome. De acordo com a proposta curricular da EJA, “inicialmente, as figuras geométricas são reconhecidas pela sua aparência física e não pelas suas propriedades” (BRASIL, 2001, p. 147). E foi basicamente isso que a maioria dos alunos que responderam a questão fez: caracterizou a figura geométrica pela aparência, sem saber explicar com palavras as características visualizadas. A figura 17 apresenta duas respostas apresentadas por dois alunos.

**Figura 17.** Caracterização das figuras geométricas



Fonte: Produção Nossa (2018)

A partir dessa, imagem observamos que as figuras que os alunos enumeraram de modo correto foram o triângulo, o retângulo, o quadrado e o losango. Na primeira parte da figura 18,

percebemos que o aluno 1 enumerou um triângulo com o número 6, que, de acordo com o enunciado, equivale ao trapézio. Nesse momento, propomos aos alunos que escrevessem com suas palavras o que caracteriza cada uma das figuras geométricas, tanto aquelas que foram enumeradas quanto as que ficaram em branco. De forma sucinta, apresentamos o quadro 5 com as respostas dos alunos.

**Quadro 5.** Conhecimentos prévios de geometria

<b>Figuras que os alunos escreveram as características</b>			
<b>Triângulo</b>	<b>Retângulo</b>	<b>Quadrado</b>	<b>Circunferência</b>
“3 pontas”	“4 pontas e largo”	“4 pontas”	“nenhuma ponta é circular”
“3 riscos”	“todos os lados retos”	“4 riscos”	“como se fosse uma bola”
“divide em 3 partes”		“4 partes iguais”	“redondo”
“3 pontas, 2 do mesmo tamanho e 1 menor”		“4 pontas do mesmo tamanho”	“circulo de 360°”
		“formato de quadro”	

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Ao analisar as figuras, percebemos que, quando enumeraram, os alunos pareciam conhecer a maioria das figuras, mas quando foi solicitado que escrevessem sobre elas, não souberam explicar. Observando esse quadro, vimos que alguns alunos não enumeraram a circunferência, mas souberam explicar, com suas palavras, as características que eles percebiam nela. E outros que marcaram o losango, por exemplo, não souberam escrever as características que haviam visualizado na figura. Brasil (2002) enfatiza que os alunos da EJA sabem identificar a figura geométrica pela visualização, mas não conseguem explicar as características e propriedades.

Sobre a utilização e manuseio de tecnologias, resolvemos fazer um quadro para identificar os recursos que os alunos sabem manusear e os que possuem acesso em casa. Observe o quadro 6.

**Quadro 6.** Utilização e manuseio de tecnologia

<b>Tecnologia</b>	<b>Sabe manusear</b>	<b>Tem acesso</b>
Computador	21	19
Celular básico/sem <i>android</i>	20	8
Celular inteligente/ com <i>android</i>	12	10
Rede social	20	20
Internet	20	17
<i>Software</i>	1	1

**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Ao observar esse quadro, percebemos que a maioria dos alunos afirmou que sabe manusear um computador, apesar de nem todos terem acesso. Quando se tratou de rede social,

quase todos disseram ter acesso, e, das redes, a que afirmaram ter mais acesso é o *Whatsapp* e o *Facebook*. Para muitos, a palavra *software* foi novidade, nunca tinham escutado essa palavra, outros disseram que já haviam escutado algo sobre esse termo, mas que nunca tiveram acesso e não sabiam manusear. Apenas um aluno disse que sabia manusear um *software*, e, nesse momento, foi questionado o nome, e ele respondeu calculadora.

Desse modo, com esses dados em mãos, adaptamos as BOA que estavam sendo construídas, iniciando as atividades com as noções de ponto e de reta, até chegar às figuras geométricas. No entanto, percebemos, a partir das análises da atividade diagnóstica, que os alunos possuíam pouco conhecimento de geometria. Sendo assim, finalizamos a análise dos dados da categoria 1 da primeira intervenção. No tópico seguinte, apresentamos a análise na primeira categoria da segunda intervenção.

#### **4.1.2 Segunda Intervenção**

Durante as análises e discussões das categorias 1, 2 e 3, vamos nomear os alunos da turma do eixo IV de Vitória, aluna X, aluno Y e aluno Z. Visto que esses foram os alunos que frequentavam quase todos os encontros.

Antes de iniciar a atividade diagnóstica com a turma do eixo IV tivemos um primeiro encontro com a turma em que fomos apenas observadores da aula. Nesse dia, apenas duas alunas estavam presentes na aula e o conteúdo que estavam estudando era ângulos. O professor explicou sobre ângulos adjacentes, correspondentes, complementares, suplementares e opostos pelo vértice. Até então, as alunas estavam apenas observando o que era dito pelo professor. Não fizeram questionamentos, apenas falaram que estavam entendendo quando ele perguntava.

Ao término da explicação do conteúdo, o professor pediu para as alunas responderem um exercício do livro. Nesse momento, uma das alunas falou para o professor que não sabia ler e que não tinha como responder sozinha. Ela pediu para que o professor fizesse a leitura das questões para que ela tentasse responder. Mesmo o professor lendo as perguntas, a aluna não conseguiu respondê-las.

Depois disso, percebemos que o professor direcionou a aula para a outra aluna, e, durante a leitura de cada questão, perguntava diretamente para ela. Ao chegar a uma resposta final, o professor teve que anotar no quadro, pois a aluna que não sabia ler não conseguia anotar as informações apenas pela fala do professor, ela tinha que ver escrito para poder copiar. Por fim, foram respondidas três questões. Depois que as alunas foram embora, o

professor comentou que essa turma possui muitas dificuldades de aprendizagem em matemática, mas que apesar disso, são alunos interessados e que buscam aprender.

Após esse primeiro contato, pensamos na maneira que realizaríamos a atividade diagnóstica e a sequência de atividades com essa turma, sendo que o professor disse que os alunos possuíam muitas dificuldades em relação à aprendizagem da matemática e, além disso, havia uma aluna que necessitava de atenção, pois não sabia ler. Então decidimos reestruturar a atividade diagnóstica, acrescentando outros conhecimentos de geometria, conforme figuras 29 e 30, mais relacionados ao cotidiano, visto que, na primeira intervenção, os alunos fizeram essas relações para tentar assimilar os conceitos. Para Núñez (2009), a associação dos conceitos científicos com a experiência, com o contexto social, político, tecnológico e com o dia-a-dia do aluno, pode motivar a aprendizagem, possibilitando a formação dos conceitos. Pois “os alunos ficam mais motivados ao constatarem a utilidade prática de seus novos conhecimentos na atividade produtiva ou criativa” (NÚÑEZ, 2009, p. 99).

Também, reestruturamos alguns roteiros. Uma vez que, como dito anteriormente, elaboramos os roteiros de atividades para que os alunos pudessem acompanhá-los na formação dos conceitos, e, assim, surgiram os questionamentos: “como auxiliar essa aluna na formação dos conceitos se ela não tem condições de realiza-la sozinha? O que fazer para que ela consiga formar os conceitos e se desenvolva junto com a turma?”. Depois de algumas conversas, decidimos que, se os alunos permitissem, iríamos gravar o áudio de todos os encontros, e que todos os roteiros seriam lidos antes das construções para que a aluna que não sabia ler pudesse acompanhar a aula.

Após definirmos o modo de execução das sequências de atividades (BOA), realizamos o segundo encontro, no qual fizemos a atividade diagnóstica. Ao iniciar a aula, foi solicitado que as alunas respondessem as questões relacionadas à geometria de acordo com o conhecimento que possuíssem, sem se preocuparem em acertar ou errar. Para a aluna que não sabe ler<sup>18</sup>, foi pedida sua autorização para que todas as aulas fossem gravadas, com a finalidade de que, assim, tivéssemos acesso às respostas das atividades e ao desenvolvimento da aprendizagem da aluna. Depois disso, foi feita a leitura de cada uma das questões da atividade diagnóstica, e, durante a resposta de Vitória, o gravador ficava ligado.

Ao analisar a atividade diagnóstica das duas alunas que estavam presentes, observamos que as duas são donas de casa e trabalham cuidando dos afazeres domésticos, tendo pouco tempo para estudar, segundo elas. Quanto ao conhecimento de geometria,

---

<sup>18</sup> A partir daqui quando nos direcionarmos a essa aluna, vamos chamá-la de Vitória, nome fictício criado por nós.

fizemos algumas perguntas sobre atividades ou situações cotidianas e perguntamos quais estavam relacionadas à geometria. A figura 18 mostra as respostas da aluna X.

**Figura 18.** Respostas da aluna X

a) Desenhar a planta de uma casa.	<i>Acho que sim</i>
b) Calcular a área de uma sala a ser ladrilhada.	<i>Sim</i>
c) Desenhar o mapa do bairro onde moro.	<i>Sim</i>
d) Verificar a possibilidade de um candidato a prefeito ganhar uma eleição.	<i>Não</i>
e) Verificar a massa de um pacote de arroz.	<i>Não</i>
f) Traçar as margens em uma folha de papel sulfite.	<i>Sim</i>
g) Calcular o juro cobrado por uma loja para a compra de um automóvel.	<i>Não</i>

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Ao analisar a resposta da aluna X, percebemos que, através da leitura das frases, ela identificou alguns conceitos geométricos e, por isso, nomeou de forma correta as situações que possuíam a Geometria.

Para responder essa questão com Vitória, a professora pesquisadora sentou-se ao lado dela, leu em voz alta e anotou o que ela falava, enquanto isso, o celular estava gravando a conversa. De acordo com Vitória, nenhuma das frases representava conhecimentos de Geometria, somente a última pergunta “calcular o juro cobrado por uma loja para a compra de um automóvel”, representava conhecimento de matemática. Ao perguntar o porquê de suas respostas, Vitória apenas dizia “*porque sim*” ou então “*acho que não é, não sei explicar porque*”. Por meio da análise dessas frases e das justificativas apontadas por ela, percebemos que ela não tinha conhecimento de conceitos geométricos.

A questão seguinte era referente à noção de ponto, de reta e de plano e foi estruturada do mesmo modo que a questão anterior. As respostas da aluna X estão representadas na figura 19.

**Figura 19.** Respostas da aluna X.

Item	Ponto	Reta	Plano
a) Um fio de alta tensão esticado.		X	
b) O gramado de um campo de futebol.			X
c) O furo na orelha para colocar um brinco.	X		
d) Uma praia deserta.			X
e) A quina de um armário.			X
f) A parede lateral de um prédio.		X	
g) Um fio de linha esticado.		X	
h) Uma formiga no chão, vista do alto.	X		
i) Um prego fincado na parede.	X		
j) O trilho do trem.		X	

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Analisando a relação feita pela aluna X, percebemos que ela conseguiu visualizar, nas frases, algumas das noções de ponto, de reta e de plano. Nas alternativas “A quina de um armário” e “A parede lateral de um prédio” a aluna marcou de forma incorreta. Porém não sabemos se foi por falha na interpretação, confusão na hora de marcar, ou por não compreender as noções geométricas. Já a aluna Vitória pareceu não conhecer as noções de ponto, de reta e de plano, como pode ser visto na figura 20.

**Figura 20.** Resposta de Vitória

Item	Ponto	Reta	Plano
a) Um fio de alta tensão esticado.		×	
b) O gramado de um campo de futebol.			×
c) O furo na orelha para colocar um brinco.			×
d) Uma praia deserta.	×		
e) A quina de um armário.	×		
f) A parede lateral de um prédio.		×	
g) Um fio de linha esticado.		×	
h) Uma formiga no chão, vista do alto.		×	
i) Um prego fincado na parede.			×
j) O trilho do trem.		×	

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Ao analisar as respostas de Vitória, percebemos que não havia lógica entre suas respostas e que elas foram feitas de modo aleatório; em alguns momentos, estavam corretas e, em outros, não.

Assim como na primeira intervenção, nesta segunda também resolvemos colocar o quadro de figuras e pedimos para que as alunas enumerassem as figuras e, em seguida, escreverem suas características. Da mesma maneira que nas outras questões, a aluna X escreveu em seu roteiro e Vitória foi explicando o que caracterizava cada figura geométrica. O quadro 7 apresenta as respostas das duas alunas.

**Quadro 7.** Características das figuras geométricas apontadas pela aluna X e por Vitória.

Figuras geométricas	Aluna X	Vitória
Triângulo	Três pontos tipo assim $\triangle$	3 partes
Retângulo	Formado por um círculo	4 partes
Quadrado	Quatro linhas	4 partes e menor que retângulo
Circunferência	Não respondeu	É uma bola
Paralelogramo	Não respondeu	Não soube explicar
Trapézio	Não respondeu	4 partes
Losango	Formado por um balão	4 partes

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Observando essas respostas e comparando com a questão, na qual enumeraram os entes geométricos, percebemos que sabem diferenciar as figuras pela imagem desenhada no papel, porém, ao serem questionadas sobre as características particulares de cada figura, elas não conseguiram explicar. Isso também foi percebido na primeira intervenção, na qual a maioria dos alunos também não soube explicar as características das figuras geométricas, o que foi explicado anteriormente e apontado por Brasil (2002).

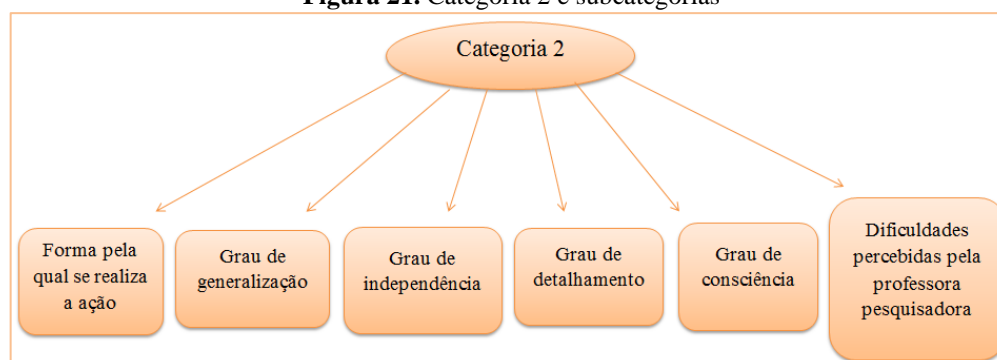
Nessa atividade diagnóstica, não tivemos o intuito de corrigir os erros das alunas, de modo que eles foram sanados com o decorrer dos roteiros de atividades, a partir da formação dos conceitos realizadas por elas. A partir dessa análise, reestruturamos algumas BOA visto o nível de escolaridade das alunas, já que essas estavam no eixo IV da EJA, o que é referente ao 6 e 7º ano do ensino fundamental.

Nesse sentido, apresentamos a análise da segunda categoria estabelecida no tópico seguinte: *Desenvolvimento das atividades (BOA) mediados pelo software GeoGebra*.

#### 4.2 Categoria 2 – Desenvolvimento das atividades (BOA) mediadas pelo software GeoGebra

Como dito anteriormente, Galperin (NÚÑEZ, 2009), elencou características que qualificam a aprendizagem. Desse modo, nessa categoria, fizemos a análise baseada nessas qualidades, tornando-as subcategorias, e articulamos com o Constructo Teórico Seres-Humanos-com-Mídias. Os dados para essa análise vieram principalmente das observações feitas no diário de bordo, durante e após os encontros, quando fazíamos uma reflexão sobre a observação do desenvolvimento das atividades realizadas pelos alunos, dos diálogos que surgiram em sala, e também, algumas questões que surgiram no GeoGebra a partir do desenvolvimento da BOA. Na figura 21, apresentamos as subcategorias da categoria 2.

**Figura 21.** Categoria 2 e subcategorias



**Fonte:** Produção Nossa (2018)



Quanto às intervenções, em ambas, o primeiro passo foi fazer uma apresentação do *software* GeoGebra, sua função, particularidades e o porquê de utilizá-lo. Como já havíamos feito a atividade diagnóstica, conhecíamos a quantidade dos alunos que sabiam manusear computadores e dos que não sabiam, o que, nos dois momentos, foi a maioria. Nenhum dos alunos disse que conhecia o GeoGebra, então, utilizá-lo em sala foi um desafio para eles, pois exigia a habilidade para manuseá-lo, bem como atenção na leitura das BOA. Por conseguinte se eles interpretassem os roteiros ou algum procedimento de forma incorreta, ou até mesmo utilizassem um ícone incorreto do GeoGebra, seria dificultado o processo de formação dos conceitos e, também, do desenvolvimento da BOA.

A seguir, apresentamos a análise, por meio de subcategorias, da primeira intervenção e, logo depois, a segunda intervenção.

#### **4.2.1 Primeira Intervenção**

Relembrando que a primeira intervenção foi realizada com os alunos da EJA do eixo VII do tempo formativo III – o que corresponde ao ensino médio.

##### **4.2.1.1 Subcategoria – A forma pela qual se realiza a ação**

Essa subcategoria foi percebida a partir do terceiro encontro, no qual realizamos a BOA referente ao estudo das retas perpendiculares (APÊNDICE F) e na última questão dessa BOA havia perguntas abertas. Nessa, diferente das atividades anteriores, os alunos começaram a entender o principal objetivo dessas questões, que era anotar o que eles conseguiram compreender do assunto e responder o que realmente estavam pensando. Uma vez que eles estavam com o hábito de querer a resposta pronta fornecida pelo professor e não expressarem o seu pensamento.

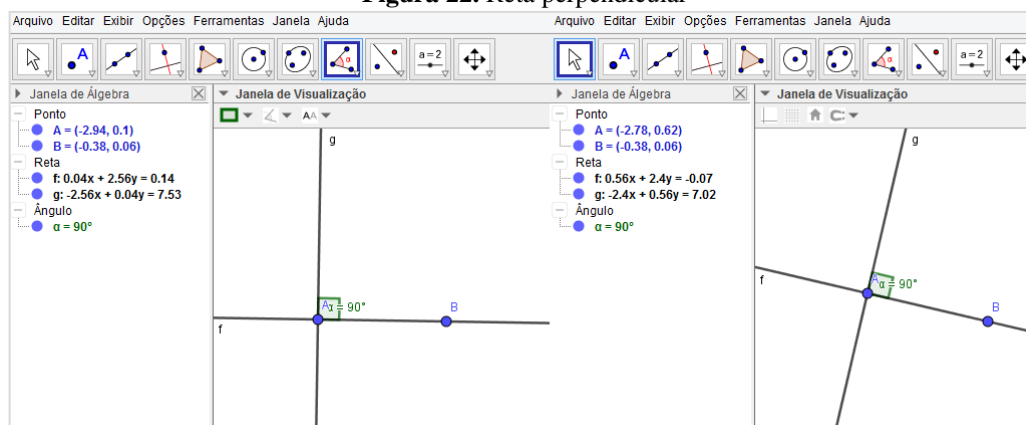
Durante a construção das retas paralelas no GeoGebra, surgiu um comentário de um aluno:

A2: *“eu observei que mesmo movimentando a reta perpendicular o ângulo permanece 90°”.*

Essa fala do aluno nos mostra o quanto a dinâmica do *software* GeoGebra permite uma melhor internalização dos conceitos e as propriedades que foram estudadas pelo aluno. É claro que poderia surgir a indagação: *“se medirmos com um par de esquadros também conseguiremos traçar retas perpendiculares?”*. Sim, é possível, porém, ao utilizar o *software*,

conseguimos visualizar não só as retas perpendiculares, mas também as equações da reta, as coordenadas dos pontos que estão contidos na reta e o ângulo (como pode ser visto na figura 22), e desse modo, nos remetendo não só a geometria plana como também a geometria analítica, o que não seria tão perceptível somente com lápis e papel. Além disso, à medida que o ponto  $A$  foi movimentado, as equações das retas  $f$  e  $g$  alteraram e, as coordenadas do ponto  $B$  e o ângulo  $\alpha$ , permaneceram os mesmos. Com isso, o conteúdo pode ser extrapolado, surgindo novos questionamentos por parte dos alunos.

**Figura 22.** Reta perpendicular



Fonte: Produção Nossa (2018)

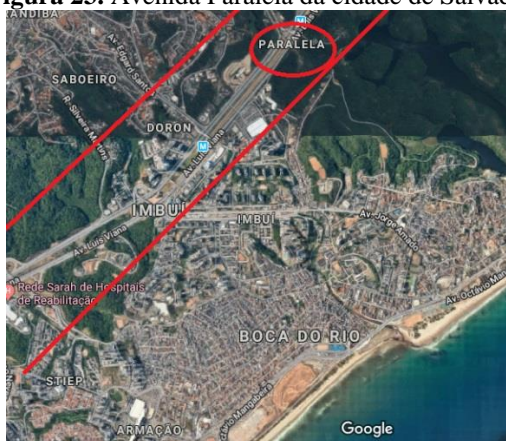
Essa qualidade de se expressar, por meios de palavras, o que está conseguindo internalizar e assimilar, de acordo com Núñez (2009), é a forma pela qual se realiza a ação. Os alunos de nossa pesquisa, até a BOA reta perpendicular se expressavam apenas na forma material, apresentando somente rabiscos no papel ou construções no *software*, mas sem conseguir explicar o porquê de suas escolhas. A partir da BOA reta perpendicular começaram a se expressar também na forma verbal, pois já conseguiam escrever o que estava sendo internalizado com as construções realizadas no *software* GeoGebra e com a leitura e interpretação do roteiro de atividade (BOA) que propusemos. Com o decorrer das BOA, os alunos começaram a desenvolver a forma mental, e isso foi percebido também, durante as entrevistas diagnósticas realizadas com eles.

#### 4.2.1.2 Subcategoria – Grau de generalização

No segundo encontro, realizamos a BOA referente ao estudo das retas paralelas (APÊNDICE E). Antes de iniciar a BOA, os alunos foram questionados se já tinham escutado a palavra paralela e o que ela significava para eles. Um aluno respondeu que paralela é o nome de uma das ruas da cidade de Salvador, conforme figura 23. Nesse momento, o aluno

foi questionado se ele entendia porque a avenida tinha esse nome e se ele conseguia dar exemplos de outras coisas que fossem paralelas, porém ele não soube responder. Observando essa fala do aluno, lembramos que Godino e Ruiz (2002) diz que temos o hábito de usar um mesmo nome para nos referirmos à figura geométrica e ao objeto perceptível. O aluno no exemplo citado não percebeu relações geométricas com o nome da avenida, apenas fez a associação do nome com o objeto.

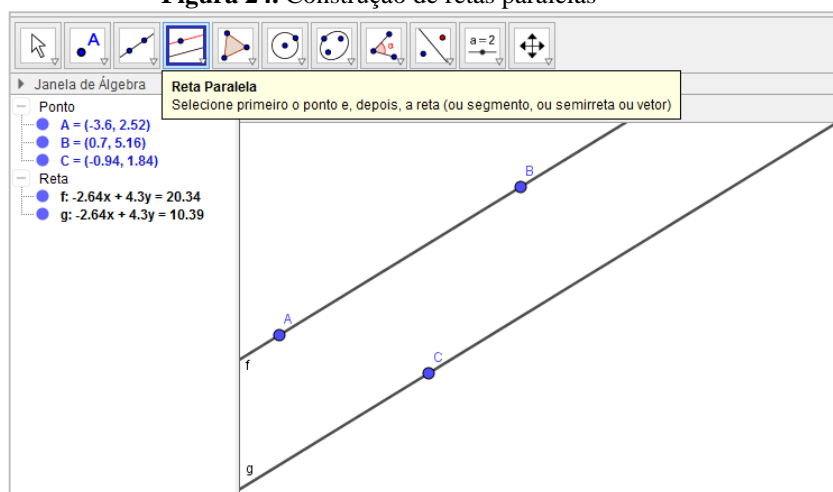
**Figura 23.** Avenida Paralela da cidade de Salvador



Fonte: Google Maps (Avenida Paralela da Cidade Salvador)

Logo depois, foi pedido aos alunos que utilizassem o GeoGebra e que seguissem os procedimentos da BOA, cuja primeira questão solicitava que construíssem uma reta qualquer e, em seguida, uma reta que fosse paralela a ela, conforme figura 24. Nesse momento, perceberam que outra reta foi construída.

**Figura 24.** Construção de retas paralelas



Fonte: Produção Nossa (2018)

Logo depois da construção iniciou um diálogo em sala:

Professora: “*Observando a construção no GeoGebra, porque será que o nome da Avenida é Paralela?*”

A1: “*porque está do lado de outra rua, na mesma direção*”.

A7: “*então a rua da escola é paralela a Rio-Bahia<sup>19</sup>*”.

Com esse diálogo, percebemos que os alunos começaram a compreender que para uma reta ser paralela, tem que ser paralela a alguma coisa, o que não tinha sido apontado pelo aluno no primeiro exemplo. Além disso, essa discussão em grupo nos remete à ideia de Borba e Villarreal (2005) de que a cognição não ocorre apenas de maneira individual, mas através de um coletivo, que envolve ferramentas, artefatos e dispositivos auxiliares da formação do conhecimento. Completamos ainda que o trabalho em grupo também contribuiu nesse processo de conhecer, uma vez que as duplas ou os trios discutiam quais os ícones e os procedimentos que deveriam ser realizados durante as construções dos entes geométricos. Os alunos conseguiram visualizar isso através do próprio ícone do GeoGebra, que quando selecionado já indica como deve ser feita a construção, conforme a figura 35 apresentada anteriormente.

Essas relações feitas pelos alunos de tentar levar o conteúdo estudado para a vida real nos fazem identificar o grau de generalização dos conceitos. Segundo Núñez (2009, p. 120), “A generalização deve se formar em relação não só ao conteúdo específico, mas também em relação às situações lógicas que podem ocorrer”. Além disso, percebemos essas relações que os alunos fazem com o cotidiano, como proposto por Arroyo (2011) e Fonseca (2012). A partir do diálogo gerado, iniciamos as discussões das questões da segunda BOA. Godino e Ruiz (2002) também afirmou que a vida cotidiana permite a visualização, a exemplificação e os modelos físicos de objetos geométricos, mas lembrando-se de que os conceitos geométricos são abstratos e não materializados, e que as comparações com o cotidiano são apenas representações, símbolos.

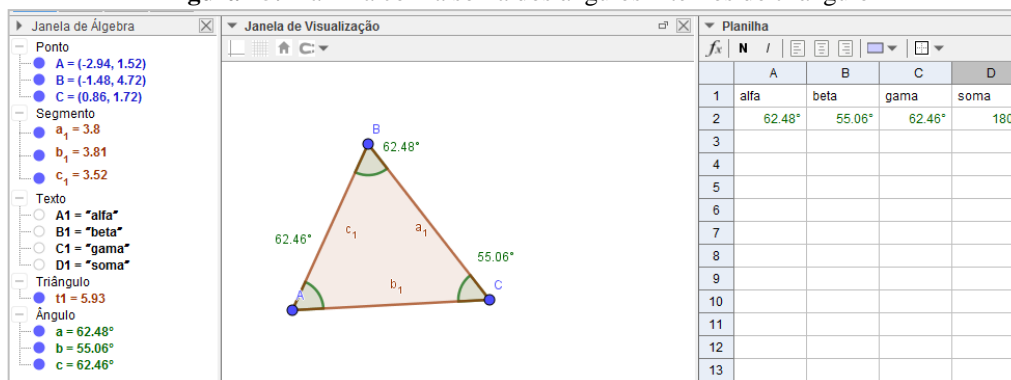
Também percebemos o grau de generalização na BOA triângulos quando os alunos começaram a formar o conceito de soma dos ângulos internos, chegando à conclusão de que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer será sempre  $180^\circ$ , conforme figura 25. Os alunos chegaram a essa conclusão de dois modos: o primeiro somando a medida dos ângulos internos no papel e o segundo utilizando o GeoGebra. Esse foi outro momento muito interessante, pois foi sugerida a construção de uma planilha no GeoGebra com a soma dos

---

<sup>19</sup> A estrada conhecida como Rio-Bahia possui o nome de Avenida Integração no trecho da Rodovia da BR-116 localizado na cidade de Vitória da Conquista – Bahia.

ângulos internos, e, à medida que os vértices iam sendo movimentados, os valores dos ângulos internos eram alterados e a soma dos ângulos permanecia a mesma. Essa construção da planilha foi feita no computador da professora pesquisadora e foi sugerido que alguns alunos movimentassem os vértices dos triângulos para observar o valor da soma.

**Figura 25.** Planilha com a soma dos ângulos internos do triângulo



Fonte: Produção Nossa (2018)

As outras qualidades da ação também foram identificadas nesse encontro, como serão explicitadas nas subcategorias a seguir.

#### 4.2.1.3 Subcategoria – Grau de independência

Durante o primeiro encontro, no qual realizamos a BOA noções básicas (APÊNDICE D), cada questão foi lida em voz alta, e os alunos iam sendo questionados sobre o quê e como deveriam proceder para executar cada item da atividade. Além disso, foi necessário o acompanhamento individual de cada aluno, o que demandou um tempo maior do que o previsto para a execução dessa BOA. Já no segundo encontro, no qual estudamos as retas paralelas (APÊNDICE E), uma dupla começou a tentar realizar a atividade sozinha, avançando em alguns passos, e, à medida que as dificuldades e dúvidas surgiam, faziam as perguntas. Alguns alunos, que questionaram a utilização do computador por não saber manusear, começaram a controlar o mouse e se sentiram motivados por estarem conseguindo aprender algo novo.

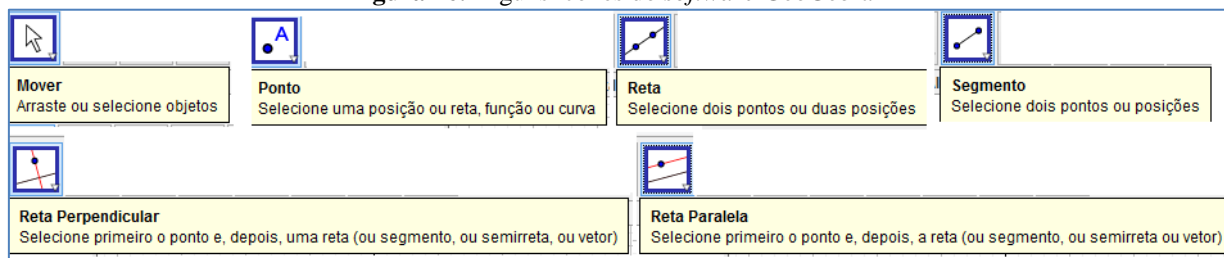
Com isso, percebemos o grau de independência citado por Núñez (2009) que se refere à possibilidade de o aluno realizar uma atividade com ou sem a ajuda do professor. Além disso, os alunos começaram a ter autonomia para formar os conceitos seguindo o roteiro de atividades e construindo os entes geométricos no GeoGebra. Também podemos visualizar a etapa motivacional (que será discutida na categoria 3), proposta pelo autor, na qual

despertaram o interesse em desenvolver a atividade e manusear o computador, sem medo de errar ou acertar, apenas com a intenção de aprender.

Outros alunos começaram a ter autonomia a partir do quarto encontro. Avançaram alguns passos sem ter a orientação ou explicação anterior. Em alguns momentos, realizavam o procedimento incorreto, mas, mesmo assim, mostravam iniciativa. Já outros só respondiam a atividade de acordo com a leitura e a explicação. Alguns não faziam questionamentos, nem tiravam dúvidas, apenas copiavam as respostas que o colega anotava. Por esse motivo, à medida que os alunos terminavam de responder as atividades, elas eram recolhidas e os alunos liberados para sair da sala. Isso com o intuito de fazer com que esses alunos que só copiavam tentassem pensar um pouco e, a partir daí, responderem a sua atividade com o conhecimento que possuíam.

Percebemos que os alunos tiveram independência para ler e interpretar a BOA e, também, no manuseio do *software* GeoGebra. Durante as atividades iniciais eles não tinham autonomia para procurar os ícones do *software*, nem mesmo os ícones que eram sempre utilizados por eles, como os ícones referentes ao estudo dos pontos, das retas e segmento, conforme figura 26.

**Figura 26.** Alguns ícones do *software* GeoGebra



**Fonte:** Produção Nossa (2018), baseada nos ícones do GeoGebra (2017)

Observando essa figura 26 vemos que ao selecionar o ícone do GeoGebra aparece uma explicação sobre a função de cada um. Com o decorrer das atividades, os alunos começaram a ter autonomia para investigar o lugar em que os ícones estavam posicionados no *software* e, com isso, desenvolviam e interpretavam as BOA.

Com isso, percebemos que os alunos conseguiram ter independência não somente na interpretação e desenvolvimento da BOA, mas também no manuseio e exploração do *software*. Como diz Borbra e Villarreal (2005), essa capacidade do aluno se desenvolver e aprender a manusear um *software* acontece por causa da moldagem recíproca, na qual o aluno consegue formar os conceitos geométricos, a partir da manipulação, movimentação e visualização proporcionada pelo *software*, e vice-versa.

#### 4.2.1.4 Subcategoria – Grau de detalhamento

A nosso ver, os alunos demonstraram ter autonomia e independência para realizar as construções no GeoGebra, nas duas intervenções, por causa da estruturação da BOA, que, de acordo com Núñez (2009), deve ser detalhada e conter as informações necessárias para que o sujeito consiga desenvolver e assimilar a ação. E, no caso de nossas BOA, inicialmente eram todas detalhadas, apresentando inclusive, todos os ícones do *software*. Com o decorrer, alguns ícones foram suprimidos com o intuito de despertar a autonomia e atenção dos alunos para conteúdos já trabalhados e ícones utilizados em BOA anteriores.


Além disso, Borba e Villarreal (2005) afirmam que o conhecimento matemático ocorre por meio da modelação, da visualização e da experimentação. Em nosso caso, por meio do *software* GeoGebra, os alunos puderam experimentar, visualizar e modelar as construções dos conceitos através de manipulações e manuseio no *software*, e, com isso, conseguiram formar conceitos.

A figura 27 apresenta um recorte das BOA para mostrar o nível de detalhamento. Na primeira parte, apresenta a atividade de introdução, e, na segunda, de paralelogramo.



**Figura 27. Comparação das BOA**

**Atividade 1- Introdução**

- 1) Em uma folha de papel marque um ponto e nomeie de ponto A.
- 2) O que você entende por ponto?
- 3) Tente localizar esse ponto por meio de coordenadas. O que você entende por coordenadas?
- 4) Agora vamos utilizar o [GeoGebra](#) e ver o que acontece com esses pontos. Essa é a janela de visualização do [GeoGebra](#)



Desses ícones qual pode ser utilizada para mostrar os pontos?

- 5) Retire os eixos e as malhas da janela de visualização deixando-a em branco. Agora, clique no ícone "Ponto"  e em seguida, na área de trabalho para criar o ponto A.
- 6) Movimente esse ponto. O que acontece quando o ponto é movimentado?
- 7) Agora acrescente os eixos e as malhas e movimente esse ponto. O que ocorreu ao fazer esse movimento?
- 8) Utilizando o ícone "Ponto" crie um novo ponto B.
- 9) Agora procure qual a ícone que pode ser utilizada para mostrar o caminho de A até B sem fazer curvas. Após isso, construa esse caminho. Você sabe como é nome matemático desse caminho?
- 10) Utilize a ícone "Mover"  e clique no ponto A e move, em seguida clique no ponto B e mova. O que você conseguiu observar?

**Quadriláteros Paralelogramos**

Construa, a mão livre ou usando régua e compasso, quadriláteros cujos lados opostos sejam iguais. Qual nome é dado a esse tipo de quadrilátero? Em seguida construa um quadrilátero, com as mesmas características do anterior, em que um dos lados meça 6 cm e o outro 4cm. Essa construção é única? Tente observar isso apenas usando lápis, papel, régua e compasso. A que conclusão chegou?


Vamos fazer essa construção usando o GeoGebra? Com o GeoGebra aberto, sem eixos e sem a janela algébrica, marque o ponto A e construa um segmento AB, de medida fixa 6 cm.

Na extremidade direita de AB, construa o segmento BC, de medida fixa 4 cm.

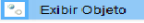
Movimente o ponto C, formando um ângulo qualquer (que não seja nem 0 e nem 180), entre B e C.

Tomando por base o ponto C, trace a reta paralela ao segmento AB,

Em seguida, tomando por base o ponto A, trace a reta paralela ao segmento BC

Marque o ponto D no ícone "interseção das duas retas" 

Construa os segmentos AD e DC.

Clique sobre cada uma das retas, com o botão do direito do mouse, quando abrir a caixa de diálogo clique em  Exibir Objeto para esconder as retas.

Fonte: Produção Nossa (2018)

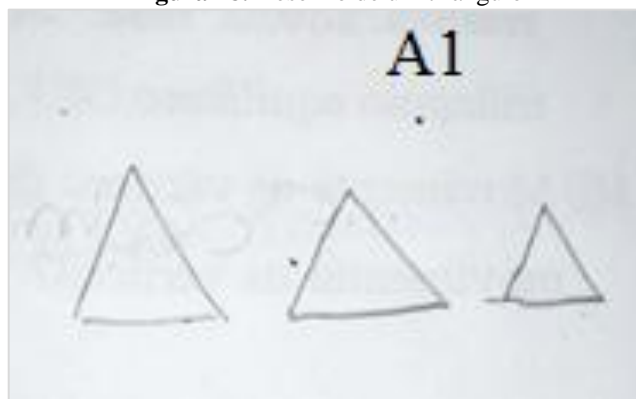
Comparando as duas BOA da figura 27, percebe-se que alguns ícones do GeoGebra não foram apresentados na atividades quadriláteros paralelogramos. Pois os alunos com o manuseio do *software* foram aprendendo o local de cada ícone, e além disso, o GeoGebra sempre indica a função de cada ícone quando movimenta o *mouse* sobre ele.

#### 4.2.1.5 Subcategoria – Grau de consciência

No quarto encontro, estudamos os triângulos (APÊNDICE G). Essa BOA foi uma das que mais trabalhou o grau de consciência, pois os alunos conseguiram explicar como estavam fazendo as construções no GeoGebra, além disso, conseguiram expandir suas reflexões acerca dos tipos de triângulo, conforme Núñez (2009). Haja vista que foram exigidas dos alunos reflexão, atenção e apropriação dos conceitos.

Inicialmente, quando os alunos começaram a BOA sobre triângulos, foi perguntado se existia apenas um tipo de triângulo. Imediatamente responderam que não. Então foi pedido que fizessem a construção desses triângulos em um papel ou no GeoGebra. Após as construções iniciou um diálogo em razão à figura 28.

**Figura 28.** Desenho de um triângulo



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Segundo o aluno A1, esses triângulos são diferentes, pois possuem tamanhos diferentes. A resposta está certa, mas foi perguntado se existe outro modo de desenhar um triângulo. E nesse momento ele disse que não. Então surgiu o diálogo:

Professora: “*se eu girar essa figura, ela ainda será um triângulo?*”



Alunos: “*não*”

Professora: “*Porque?*”



Alunos: “Porque triângulo tem que ser assim”.



Professora: “E se eu colocar a figura de cabeça para baixo, ainda é triângulo?”



Alunos: “Também não. Porque triângulo é assim”.

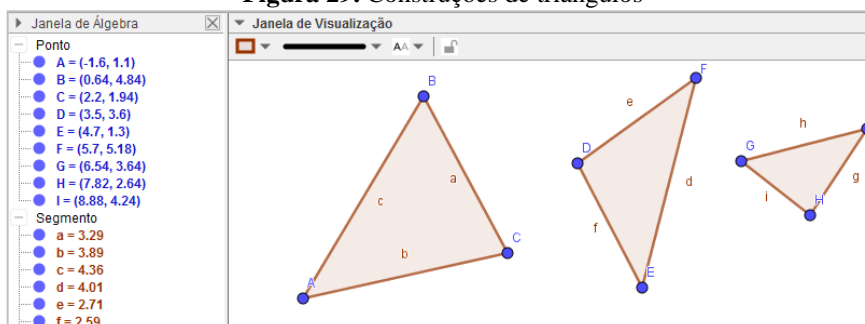


Professora: “então vamos construir no GeoGebra”

Depois desse diálogo, iniciamos as construções no GeoGebra. Nesse momento, os alunos perceberam que todas as sugestões que haviam sido feitas para mudar a posição da figura eram um triângulo. Com isso, percebemos a mudança do pensamento dos alunos e a reflexão proporcionada pelo manuseio do *software*, no qual foi possível movimentar os vértices, visualizar os ângulos internos, identificar as medidas dos lados dos triângulos construídos, dentre outros. Além disso, observamos o quanto a manipulação do GeoGebra influenciou na percepção dos alunos, incentivando-os a buscarem ferramentas no *software* que poderiam auxiliá-los na formação dos conceitos.

Sobre isso, Borba e Villarreal (2005) destacam como a utilização de um recurso tecnológico pode ser relevante na compreensão de um conceito matemático. Pois a possibilidade de modificar a figura e de observá-la em diferentes perspectivas muda a percepção dos alunos e os ajuda a reorganizarem o pensamento matemático, ocorrendo o que os autores chamam de moldagem recíproca. Exemplificando essa mudança de percepção ou reorganização do pensamento matemático, podemos ver na figura 29 como os triângulos passaram a ser construídos pelos alunos. Isso os levou a modificar a ideia que tinham da figura geométrica triângulo. Então, com essa construção no *software*, os alunos perceberam as diferentes posições que um triângulo pode ter, e, além disso, puderam medir os lados dos triângulos e o valor das áreas dos mesmos, que se alteravam a partir da movimentação dos vértices.

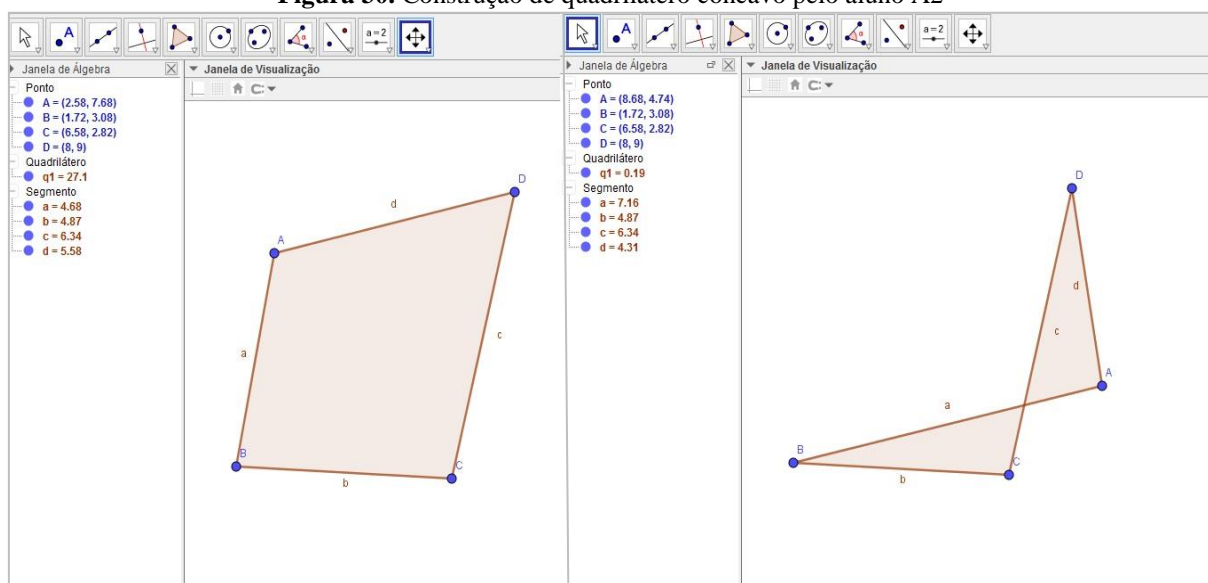
**Figura 29.** Construções de triângulos



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

A quinta BOA (APÊNDICE H) teve o objetivo de estudar os quadriláteros. Dentre as cinco primeiras BOA realizadas, essa foi a que os alunos tiveram maior autonomia. Começaram a responder as atividades sozinhos, e algumas duplas acabaram avançando mais. Nesse encontro, poucos alunos estavam presentes na sala, o que pode ter motivado ainda mais, contribuindo para o desenvolvimento da BOA. Durante esse encontro, o aluno A2 fez uma construção, e, ao movimentar um dos vértices do quadrilátero, criou a figura 30 e questionou se ainda seria um quadrilátero.

**Figura 30.** Construção de quadrilátero côncavo pelo aluno A2



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Essa situação apresentada pelo aluno A2 é explicada por Borba e Villarreal (2005, p. 16) do seguinte modo: “os usos diferentes e imprevisíveis de um dado meio sempre poderiam ocorrer. A mídia, portanto, condiciona o modo como se pode pensar, mas não determina a forma como se pensa”<sup>20</sup>. Ou seja, uma mesma construção geométrica pode ter resultados diferentes quando criadas por pessoas diferentes. Além disso, o recurso tecnológico utilizado, no caso o *software* GeoGebra, molda a forma de pensar sobre a figura geométrica estudada, visto que uma figura não proposta surgiu a partir da manipulação e curiosidade do aluno.

Ainda observando a figura 41, a construção da esquerda foi a primeira feita por A2 e a da direita foi a construção questionada por ele. Nesse momento, foi de fundamental importância a utilização da tecnologia, pois, se não estivéssemos utilizando o GeoGebra, a probabilidade de surgir um problema desse tipo seria mínima. A partir dessa construção de A2, vemos o nível de profundidade que a BOA nos trouxe um problema que não havia sido

<sup>20</sup> Texto original: “uses of a given medium could always take place. Media, therefore, condition the way one may think, but do not determine the way one thinks” (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 16)

proposto, e que, através da curiosidade, do manuseio da tecnologia e do interesse do aluno, acabou surgindo. Após visualizar a construção de A2, houve um diálogo:

Professora: “*como definimos um quadrilátero?*”.

A2: “*ter quatro lados, quatro vértices*”.

Professora: “*quantos vértices tem a figura que você criou?*”.

A2: “*quatro, então também é quadrilátero*”.

Professora: “*Isso, é um quadrilátero diferente. Os outros que estávamos estudando são os quadriláteros convexos e esse que você construiu é chamado de quadrilátero côncavo*”.

Esse diálogo também nos remete à noção de moldagem recíproca de Borba e Villarreal (2005), na qual os alunos foram moldados pelo *software* (tecnologia) e o *software* foi moldado pelos alunos. Por conseguinte, ao explorar a BOA sobre quadriláteros e construírem um quadrilátero no GeoGebra, extrapolaram a nossa proposta, incluindo um conteúdo novo, sendo que, ao elaborarmos a BOA e durante os testes que fizemos no *software*, pensamos somente no estudo dos quadriláteros convexos.

A sétima BOA (APÊNDICE J) foi referente ao estudo de circunferência e círculo. Apesar de ser uma atividade que não envolvia muitos dos conceitos estudados anteriormente, a maioria dos alunos conseguiu desenvolvê-la, apresentando os graus da qualidade da aprendizagem. Por isso, houve reflexão, apropriação e domínio de conceitos, além da generalização, pois conseguiram chegar à conclusão de, que ao construir uma circunferência, o seu raio deve ser maior que zero.

#### **4.2.1.6 Subcategoria – Dificuldades percebidas**

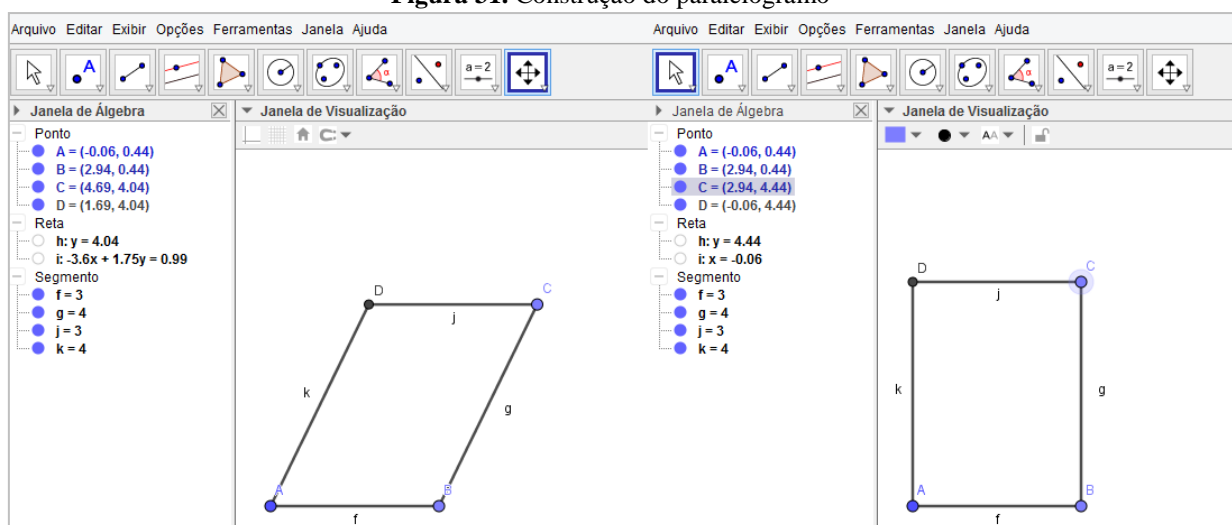
Na primeira BOA, os alunos tiveram dificuldades em manusear o *software*, visto que a maioria não sabia manusear o computador, e também em relação à leitura da BOA. Visto que não estavam acostumados com esse tipo de atividade, na qual eles foram os protagonistas da ação utilizando um computador e um roteiro de atividade. Além disso, as BOA não possuíam definição de conceitos, pois todos foram formados com o decorrer dos encontros. Assim, com o passar do tempo, essas dificuldades foram diminuindo de modo que começaram a ter autonomia para realizar as construções dos entes geométricos no GeoGebra.

Outra dificuldade que os alunos tiveram foi na BOA quadriláteros paralelogramos (APÊNDICE I), na qual estudaram os quadriláteros paralelogramos. Durante as construções,

eles não conseguiam visualizar as diferenças e particularidades do quadrilátero paralelogramo. Depois de várias construções, inclusive pela professora pesquisadora, foram movimentados os vértices do paralelogramo, e, durante esse processo, foram sendo questionados sobre o que ocorria a partir de cada construção e movimentação dos vértices. Logo após esse momento, começaram a compreender o conceito e fizeram suas construções. Mas isso também só foi possível graças à manipulação proporcionada pelo GeoGebra, pois foi construído um paralelogramo com dois vértices fixos e dois móveis que, quando movimentados, se transformavam em outras figuras geométricas já estudadas anteriormente, como o quadrado e o retângulo.

Na figura 31, apresentamos a construção feita, na qual, do lado esquerdo, apresentamos a figura do paralelogramo que os alunos conheciam, e, do lado direito, um retângulo (que também é um paralelogramo) que foi construído a partir da movimentação do vértice C do quadrilátero construído anteriormente.

**Figura 31.** Construção do paralelogramo



**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Além disso, percebemos que, no geral, os alunos conseguiram interpretar as BOA e manusear o *software* GeoGebra corretamente, explorando a criatividade, a curiosidade e, principalmente e a formação de conceitos geométricos.

**OBSERVAÇÃO:** Os graus de solidez, de domínio e o caráter racional

Como explicitado anteriormente no capítulo 2, tópico 2.1.3, nem todas as BOA permitem identificar os graus de solidez, de domínio e o caráter racional. Em virtude ao tempo de realização e de observação de nossa pesquisa na sala de aula, não foi possível identificar esses graus.

Desse modo, no tópico seguinte, segue a análise da segunda intervenção.

#### **4.2.2 Segunda Intervenção**

Relembrando que a segunda intervenção foi realizada com os alunos da EJA do eixo IV do tempo formativo II – o que corresponde ao ensino fundamental II.

##### **4.2.2.1 Subcategoria – A forma pela qual se realiza a ação**

Na BOA triângulos (APÊNDICE G) foi questionado aos alunos o que entendiam por triângulo. No primeiro momento, não souberam explicar oralmente o que estavam pensando, mas conseguiram representar no papel a figura do triângulo. Em seguida, foram questionados novamente, e foi solicitado que tentassem explicar o porquê e quais as características visualizaram naquela figura desenhada por eles. Após vários questionamentos, disseram que a figura era um triângulo, pois possuía “três pontas”. Depois disso, fomos questionando as explicações e as construções realizadas no GeoGebra, conforme diálogo a seguir:

Professora: *“Porque essa figura é um triângulo?.”*

Aluna X: *“Porque tem três pontas”.*

Professora: *“Então se eu desenhar três traços quaisquer vai ser um triângulo?”.*

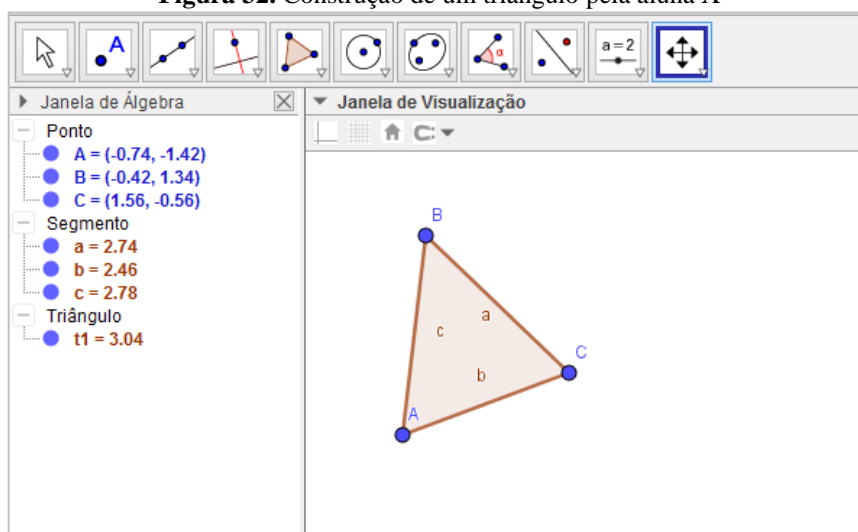
Aluna X: *“Não”.*

Professora: *“Então como explico o que é um triângulo?”.*

Aluna X: *“As três pontas tem que se encontrar, igual fiz aqui no computador”.*

A figura 32 apresenta a construção realizada pela aluna X.

**Figura 32.** Construção de um triângulo pela aluna X



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Quanto à aluna Vitória, essa qualidade da ação também começou a surgir nessa BOA. Conforme o diálogo desse momento:

Professora: “o que você entende por triângulo?”

Vitória: “é esse desenho aqui”

Nesse momento Vitória apontou para a figura 33 a seguir.

**Figura 33.** Figura geométrica triângulo



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Professora: “e o que você vê nesse desenho?”.

Vitória: “três partes”.

Professora: “construa pra mim no GeoGebra um triângulo”.

Vitória: “posso fazer um de cabeça pra baixo?”.

Professora: “se você fizer de cabeça para baixo ainda será um triângulo?”.

Vitória: “acho que sim”.

Professora: “então faça sua construção”.

Vitória: “se eu mexer na letra A vai ser triângulo ainda?”.

Professora: “movimente ai para sabermos”.

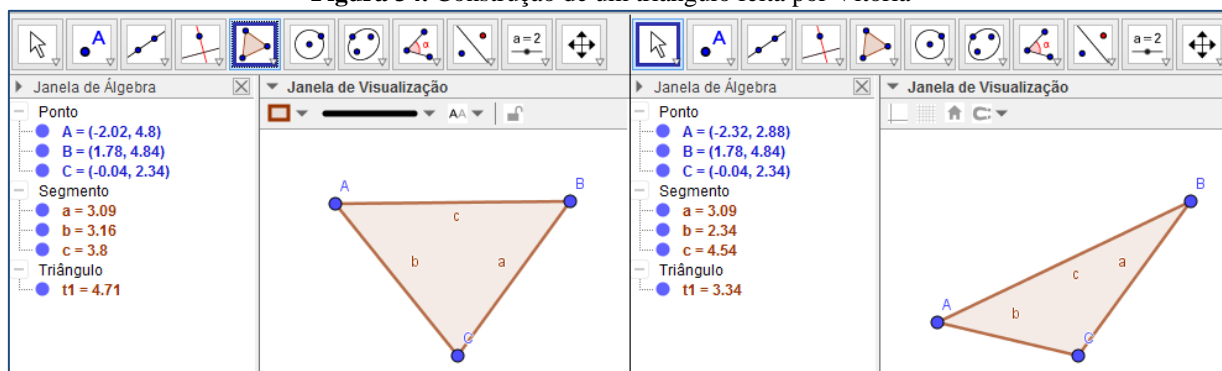
Vitória: “ainda é triângulo, mas ele ficou torto”.

Professora: “e porque ele ficou torto?”

Vitória: “esse lado de cá é menor que o lado de lá”.

A figura 34 apresenta a construção do triângulo feita por Vitória, do lado esquerdo, a primeira construção realizada por ela, e do lado direito, a construção após a movimentação do vértice A.

**Figura 34.** Construção de um triângulo feita por Vitória



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Através do diálogo com Vitória, percebemos que ela conseguiu construir um triângulo, e, à medida que ela movimentava os vértices do triângulo, percebia que as medidas modificavam. Ainda não havia sido discutido acerca das medidas nem sobre a classificação de triângulos, mas ela conseguiu avançar no desenvolvimento da BOA por causa da manipulação proporcionada pelo *software*. Pois, se utilizássemos somente lápis e papel, ela não teria conseguido avançar, percebendo que, quando os vértices são movimentados, o formato do triângulo é modificado. É o que Borba e Villarreal (2005) apontam sobre a importância de um *software* para a compreensão, formação e reorganização do pensamento.

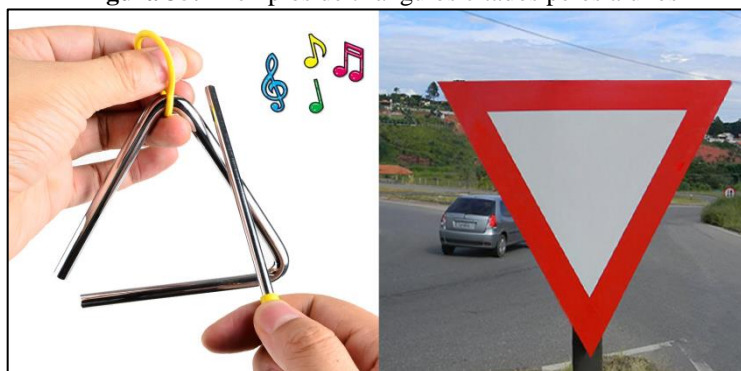
#### 4.2.2.2 Subcategoria – Grau de generalização

No decorrer da resolução da BOA: noções básicas (APÊNDICE D) foram feitas associações pelos alunos dos conceitos construídos e estudados com ações ou fatos cotidianos. Por exemplo, ao estudar as malhas e eixos do plano cartesiano, foi solicitado que as alunas procurassem em seus materiais algum mapa. Encontraram o mapa do Brasil com as capitais, e, em seguida, falaram que os pontos do GeoGebra lembravam os pontos que representam as capitais e, as malhas, as linhas do mapa. Assim como a turma da primeira intervenção, essa também fez associações dos conteúdos estudados com ações cotidianas, como afirmado por Arroyo (2011) e Fonseca (2012).

Isso também foi percebido quando foi realizada a BOA: triângulos, na qual foram estudados os triângulos, e, ao questionar um desses alunos sobre o que ele entendia por triângulo, ele disse que era um instrumento musical. Com isso, nos lembramos das reflexões de Godino e Ruiz (2002) sobre o fato de o nome dado a um ente geométrico ser o mesmo de um objeto perceptível, um “problema didático crucial é que com frequência usamos a mesma palavra para nos referirmos aos objetos perceptíveis com determinada forma geométrica (‘o triângulo é um instrumento de percussão’) e o conceito geométrico correspondente (o triângulo isósceles)”. (GODINO; RUIZ, 2002, p.456). Depois disso, foi solicitado ao aluno que representasse no GeoGebra o que ele entendia por triângulo, e o formato construído por ele foi parecido com o da aluna X, apresentado anteriormente na figura 43. Durante essa discussão, Vitória estava em silêncio e foi questionada se ela conseguia visualizar algo que simbolizasse um triângulo. Ela pensou por alguns minutos e depois disse que já tinha visto uma placa de trânsito que tem um triângulo de cabeça para baixo.

A figura 35 apresenta o triângulo instrumento musical e a placa de trânsito que foram comparadas pelos alunos.

**Figura 35.** Exemplos de triângulos citados pelos alunos



Fonte: Google imagens

Outro momento que identificamos o grau de generalização foi durante um questionamento sobre o que entendiam por paralelas, na BOA retas paralelas (APÊNDICE E), Nesse questionamento, o aluno Y disse que paralelas eram as barras que utilizava na academia para fazer um exercício físico. Em seguida, foi perguntado a esse aluno se ele conseguia explicar porque o exercício tinha esse nome e ele não soube explicar. Então foram feitos questionamentos, como apresentado a seguir.

Professora: “*porque o nome do exercício é paralela?*”.

Os alunos ficaram em silêncio.

Professora: “*o que é utilizado nesse exercício, como é feito o movimento do corpo?*”



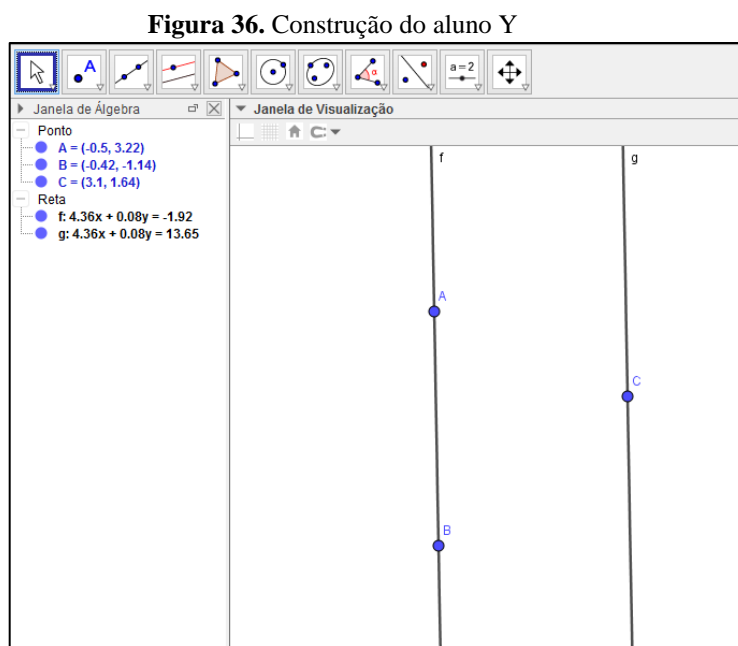
Aluno Y: “*ele é feito com barras de ferro*”.

Professora: “*e como estas barras ficam posicionadas?*”.

Aluno Y: “*uma do lado da outra*”.

Professora: “*Nos mostre no GeoGebra como é estar uma lado da outra*”.

A figura 36 mostra a construção realizada pelo aluno Y.

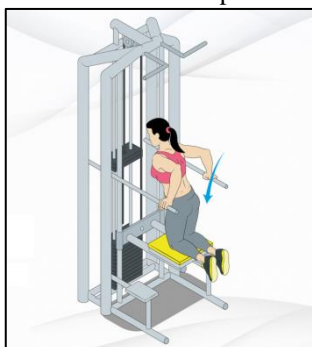


Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Depois da construção do aluno Y, ele e os demais colegas chegaram à conclusão de que o movimento realizado no exercício ocorria de forma simultânea e com uma mesma distância entre elas, no qual as duas barras eram paralelas uma a outra. Mais uma vez, vemos o que Godino e Ruiz (2002) diz sobre a nomeação de ente geométrico ser a mesma de um objeto perceptível. As demais discussões dessa atividade apresentamos na categoria 3.

A figura 37 mostra o exercício mencionado pelo aluno Y.

**Figura 37.** Exercício barras paralelas



Fonte: Google Imagens

#### 4.2.2.3 Subcategoria – Grau de independência

A partir das construções realizadas na BOA: retas paralelas (APÊNDICE E), os alunos começaram a ter autonomia em tentar responder sozinhos, pedindo ajuda e explicação somente quando não conseguiam entender o enunciado proposto. Nesse processo de formação de conceitos, tentavam associar os conceitos com situações cotidianas, como ditas anteriormente.

O grau de independência em Vitória só foi possível de ser visualizado durante as construções dos entes geométricos no GeoGebra. Uma vez que ela não sabia ler a BOA, então não tinha como avançar nas construções sozinha. Como a turma era pequena e tínhamos três notebooks, Vitória ficava com um notebook sozinha e os outros dois ficavam com os outros alunos, que, em alguns encontros, também utilizavam o computador sozinhos. Enfim, decidimos deixá-la com o notebook para vermos como ela atingiria o grau de independência e teria autonomia para formar os conceitos, pois, se ela ficasse acompanhando a atividade com um colega, aconteceria a mesma coisa que foi percebida nas observações iniciais, ela iria ficar só copiando, sem ter iniciativa de perguntar ou tentar fazer algo.

Com a BOA, Vitória infelizmente não teve sucesso em virtude da falta de leitura, porém, ao utilizar o *software*, ela conseguia avançar nas construções, muitas vezes na inocência, pois a curiosidade em manipular o *software* fazia com que ela movimentasse os vértices das figuras e, com isso, a formação dos conceitos começou a surgir. A BOA triângulos (APÊNDICE G) foi a primeira que ela começou a demonstrar autonomia, pois, durante o momento que estava sozinha, ela ficava movimentando os vértices e ia percebendo as mudanças que estavam ocorrendo. E, quando a professora pesquisadora se sentava junto a ela para ler o procedimento seguinte da BOA, ela mostrava o que estava conseguindo avançar no GeoGebra.

Mais uma vez, identificamos a moldagem recíproca dita por Borba e Villarreal (2005), que no caso de Vitória foi um recurso fundamental para sua aprendizagem. Pois, se tivéssemos feito as BOA para serem estudadas somente com lápis e papel, ela não teria conseguido avançar tanto, e não conseguiria atingir o grau de independência, pois necessitaria ainda mais da intervenção, do auxílio e da mediação da professora pesquisadora.

#### 4.2.2.4 Subcategoria – Grau de detalhamento

As considerações em relação ao grau de detalhamento das BOA foram explicitadas no tópico 4.2.1.4. Na segunda intervenção, assim como na primeira, a estruturação da BOA

permitiu o desenvolvimento e potencializou a formação dos conceitos pelos alunos, sofrendo apenas algumas adaptações por causa do nível de escolaridade dessa turma. Para os alunos X e Y a BOA permitiu o desenvolvimento dos procedimentos e a manipulação dos conceitos no GeoGebra, pois, como dito anteriormente, conseguiram ter autonomia para formar os conceitos e manusear o GeoGebra. Já para a aluna Vitória, a formação dos conceitos se deu somente por meio da manipulação do *software* GeoGebra, pois como ela não sabia ler, a leitura da BOA era feita pela professora pesquisadora e a interpretação para construir os entes geométricos no *software* ocorria por meio do que ela conseguia entender da leitura que ela escutava.

#### 4.2.2.5 Subcategoria – Grau de consciência

Na BOA triângulos a aluna X começou a perceber que para uma figura ser triângulos precisa ter três lados e três ângulos. Em um dos procedimentos dessa BOA era solicitado a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Durante o cálculo a aluna X, apesar da dificuldade em somar com números decimais, conseguiu chegar à conclusão de que a soma dos ângulos internos de um triângulo é  $180^\circ$ . Já os outros dois alunos não foi possível perceber o momento de grau de consciência, pois estes, faltavam muito as aulas ou chegavam atrasados.

Quanto à aluna Vitória, para identificar esse grau, era preciso questioná-la com frases diferentes, para assim tentar obter alguma resposta dela. Pois quando alguma pergunta era feita, sua resposta era: “*porque sim*”, “*porque não*”, “*eu não sei*”. Na BOA quadriláteros conseguimos algumas respostas de Vitória, conforme diálogo a seguir:

Professora: “*Construa uma figura de quatro lados*”

Vitória: “*pode ser a que eu quiser?*”.

Professora: “*Pode, desde que tenha quatro lados*”

Professora: “*Qual o nome dessa figura que você construiu?*”

Vitória: “*Quadrado*”

Professora: “*Porque é um quadrado?*”

Vitória: “*porque tem quatro lados*”

Professora: “*construa outra figura de quatro lados*”

Professora: “*qual o nome dessa figura?*”

Vitória: “*não sei. É quadrado também?*”

Professora: “compare as duas figuras que você construiu. Essa segunda, qual o nome dela?”

Vitória: “são diferentes”

Professora: “mas as duas são quadrados?”

Vitória: “não”

Professora: “porque essa que você construiu agora não é quadrado e a primeira é?”

Vitória: “porque a forma é diferente”

Professora: “diferente como?”

Vitória: “essa de agora é mais comprida e a outra é tudo igual”

Professora: “o que você percebe na primeira figura?”

Vitória: “os lados igual”

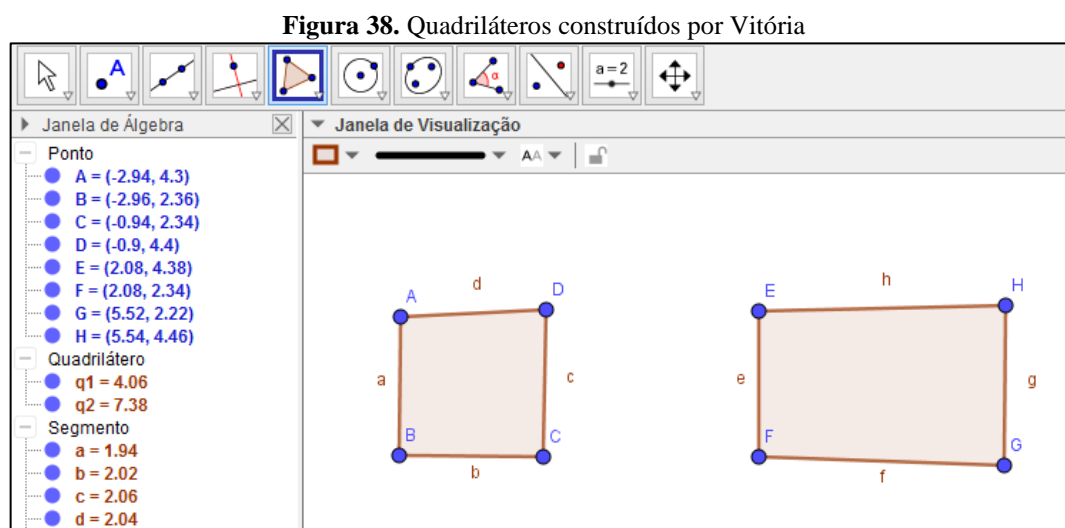
Professora: “e na segunda?”

Vitória: “diferente, mais dois é igual”

Professora: “não entendi. O que você conseguiu perceber na segunda figura?”

Vitória: “os lado de cima é igual e diferente dos outros dois”

A figura 38 apresenta as construções feitas por Vitória.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Após esses questionamentos, feitos anteriormente, Vitória começou a perceber que era possível construir diferentes figuras de quatro lados, mas para ser um quadrado, a figura tem características específicas. Observando a figura 38 percebemos que o quadrilátero  $ABCD$  se assemelha com um quadrado, mas não é. Na categoria 3 explicaremos como foi o desenvolver desses questionamentos até Vitória conseguiu formar o conceito de quadrado. Visto que

nesse momento, queríamos apenas mostrar quando ela começou a justificar o porquê dos conceitos.

#### 4.2.2.6 Subcategoria – Dificuldades percebidas

A BOA triângulos (APÊNDICE G) referente ao estudo de triângulos foi realizada em dois encontros. No primeiro, estavam somente as alunas X e Vitória, e, no segundo, os alunos Y e Z. A questão sete dessa BOA foi acerca da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. As alunas X e Vitória tiveram muitas dúvidas e dificuldades, pois uma não sabia somar números decimais e a outra não sabia somar dezenas, mas apenas unidades. Por esse motivo, foi preciso parar a resolução da atividade para que fosse explicado a elas como calcular a soma dos ângulos com números decimais.

Vitória só conseguia fazer soma cujo resultado fosse no máximo dez, pois, ela somava contando nos dedos. Como isso ainda não tínhamos realizado atividades que envolvessem soma, não havíamos pensado um modo de ajudá-la, então improvisamos. Para ajudá-la a somar, a professora pesquisadora utilizou suas mãos para servir de apoio a Vitória. Depois disso, foi sugerido a ela que, quando estivesse somando, memorizasse o último resultado e continuasse a soma a partir do número seguinte que memorizou, como segue abaixo no exemplo:

Professora: *“Treze mais oito. Ai você memoriza o treze e começa a contar a partir do quatorze”*.

Vitória: *“Treze eu memorizo, depois vem quatorze, então vai ser quatorze, quinze, dezesseis, dezessete, dezoito, dezenove, vinte, vinte e um. Vinte e um”*.

Professora: *“Agora vinte e um mais sete”*.

Vitória: *“Vinte e um, vinte e dois.... vinte e oito”*.

Depois disso, Vitória aprendeu a memorizar os números e conseguiu realizar outras somas, mas, para realizar o restante das somas, utilizava os dedos. Outros números ela não conseguiu somar, nem utilizando lápis e papel nem utilizando os dedos das mãos. Então, acabamos deixando-a realizar essa soma na calculadora. Infelizmente foi necessário fazer isso, pois, se dedicássemos tempo a ensiná-la passo-a-passo o algoritmo da soma, envolvendo dezenas, tomaria muito tempo, e prejudicaria o desenvolvimento do restante das atividades. Visto que as atividades que estávamos realizando se referia ao estudo de conceitos de geometria plana.

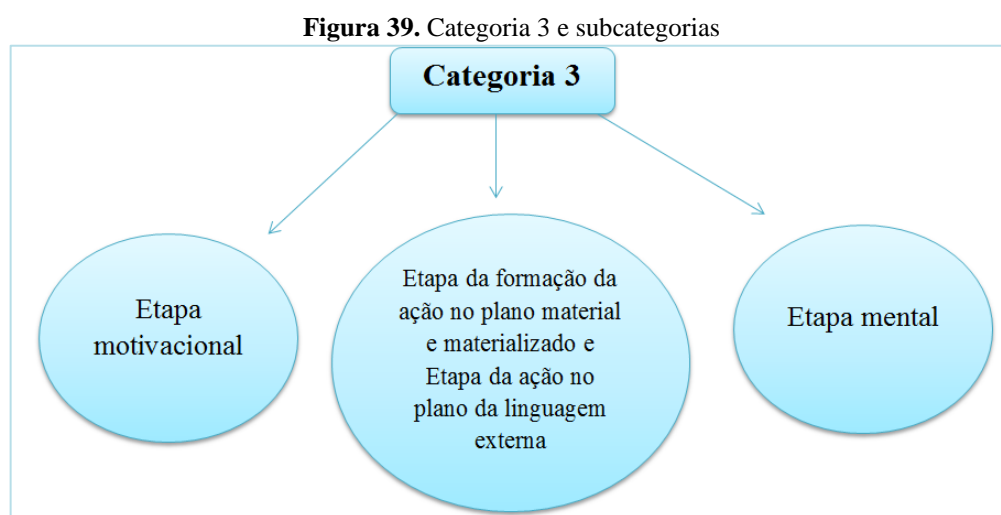
### **OBSERVAÇÃO: Os graus de solidez, de domínio e o caráter racional**

Como explicitado anteriormente no capítulo 2, tópico 2.1.3, nem todas as BOA permitem identificar os graus de solidez, de domínio e o caráter racional. Em virtude ao tempo de realização e de observação de nossa pesquisa na sala de aula, não foi possível identificar esses graus.

No tópico seguinte apresentamos a análise da Categoria 3. Primeiro apresentamos a análise da primeira intervenção e depois da segunda intervenção.

### **4.3 Categoria 3 – Formação de conceitos geométricos com a BOA e o *software* GeoGebra**

Na categoria 3, vamos analisar o processo de aprendizagem dos alunos durante a execução do BOA e da utilização do *software* GeoGebra. Além disso, vamos analisar como foi a experiência dos alunos em utilizar tecnologia para aprender geometria. Desse modo, nessa categoria, fizemos uma análise baseada nas etapas da aprendizagem de Galperin (Núñez, 2009), tornando cada uma delas, subcategorias de análise. Para fazermos essa análise, nos baseamos nas BOA, nas entrevistas e nos arquivos salvos do GeoGebra. Na figura 39, apresentamos as subcategorias de análise da categoria 3.



**Fonte:** Produção Nossa (2018)

#### **4.3.1 Primeira Intervenção**

Relembramos que a primeira intervenção foi realizada com os alunos da EJA do eixo VII do tempo formativo III – o que corresponde ao ensino médio.

#### 4.3.1.1 Subcategoria – Etapa motivacional

Na primeira BOA que realizamos, os alunos começaram a fazer relações do conteúdo geométrico com a vida cotidiana. Exemplo: quando foram questionados sobre o que entendem por ponto, alguns disseram *ponto final*, *ponto de taxi*, *ponto é um pingo*. Nesse momento, percebemos que os alunos se sentiram motivados em estudar algo novo que se aproximasse da realidade vivida por eles. Além disso, havia alguns alunos que, durante as aulas observadas, não demonstravam interesse nem prestavam atenção na aula; mas, no desenvolvimento da primeira atividade, se mostraram atentos, respondendo as questões antes mesmo que fosse solicitado. Esse momento de motivação para a aprendizagem é nomeado por Galperin (NÚÑEZ, 2009) como a etapa motivacional, pois é ela que auxilia na assimilação dos conceitos, ou seja, a atividade diferenciada proporcionou o interesse, a motivação e a participação daqueles alunos mais dispersos.

Com isso, percebemos que o uso e manuseio do *software* GeoGebra passou a ser um fator motivador da aprendizagem, pois os alunos começaram a demonstrar mais autonomia na leitura, interpretação e desenvolvimento da BOA. Com isso, conseguiam fazer as construções dos entes geométricos, explorando ferramentas e ícones do GeoGebra sem a preocupação de estar acertando ou errando o procedimento. Acreditamos que isso foi possível, de modo que começaram a confiar em si mesmos e a manusear o *software* de forma mais livre. O que antes era um fator limitador, com o decorrer do tempo, tornou-se motivador. Percebemos isso por meio da fala de alguns alunos:

A6. *“desenhar ali no computador é melhor que desenhar na mão. Não ia sair totalmente, tipo assim os números, os ângulos, alguma coisa, não ia ser totalmente certo como no computador.”*

A11. *“No início achei que, ah não vai ser bom essa aula, assim, achei meio diferente, mas depois eu fui, a gente foi gostando, a gente vê foi gostando do assunto, tipo assim, fui gostando da aula, aprendi algumas coisas, a professora também logo no começo achei assim meia chatinha, mas ai deu pra pegar, depois ficou tudo bom, pena que acabou logo, pensei que ia durar mais um pouco, tava começando a gostar mais do assunto, pena que acabou”*

#### 4.3.1.2 Subcategoria - Etapa da formação da ação no plano material ou materializado e etapa da ação no plano da linguagem externa

A primeira BOA (APÊNDICE D) que realizamos com os alunos do eixo VII teve o objetivo de introduzir a noção de ponto, reta, plano, segmento de reta e intersecção. Para realizar a atividade, estavam disponíveis 5 computadores, 2 notebooks e 3 celulares. Como 17 alunos estavam presentes na aula, foram organizados em duplas e um aluno utilizou o celular e realizou a atividade sozinho. Inicialmente, os alunos utilizaram uma folha de papel-ofício e marcaram um ponto qualquer. Depois tentaram explicar o que eles entendem por ponto, e foram questionados sobre como localizar um ponto, assim, foi introduzida a noção de coordenadas, conforme figura 40.

**Figura 40.** Questões iniciais

- 1) Em uma folha de papel marque um ponto e nomeie de ponto A.
- 2) O que você entende por ponto?
- 3) Tente localizar esse ponto por meio de coordenadas. O que você entende por coordenadas?

Fonte: Produção Nossa (2018)

Ao responder esses questionamentos algumas das respostas dos alunos foram:

A1: “*É um lugar no espaço*”.

A2: “*É um sinal que pode ser interpretado de qualquer maneira, dependendo do assunto tratado*”.

A5: “*Um ponto pra mim é um ponto final, ou ponto de continuação*”.

A8: “*Ponto é um pingo*”.

A9: “*Ponto de táxi*”.

Ao analisar a fala dos alunos, percebemos várias relações feitas por eles sobre o que entendiam por “ponto”:

- A1: relacionou com a geometria espacial.
- A2: disse que depende do assunto a ser tratado.
- A5: relacionou com a pontuação da língua portuguesa.
- A8 e A9: relacionaram com aspectos da vida cotidiana. O que para Arroyo (2011) e Fonseca (2012) é uma característica do aluno da EJA, aproximar os conteúdos estudados com a sua realidade cotidiana.


Quando questionados sobre o que entendiam por coordenadas, muitos disseram nunca ter escutado essa palavra. Apenas um aluno A6 disse que “*coordenadas é aquilo que te leva a*




*algum lugar*”. Com essa frase, percebe-se que A6 já tinha noção do que pode ser essa palavra demonstrando um conhecimento acerca das coordenadas geográficas, porém não tinha o conhecimento geométrico.

Após os alunos responderem essas questões iniciais, foi iniciada a segunda parte. Nela, os alunos ainda estavam com dúvidas acerca dos conceitos iniciais apresentados, porém, nosso objetivo, como dito anteriormente, era que eles formassem os conceitos. Então deixamos alguns questionamentos em aberto para serem sanados com o decorrer da realização da BOA. Em seguida, os alunos realizaram esse mesmo procedimento (realizado na folha de papel) no *software* GeoGebra, e os mesmos questionamentos foram apresentados, a diferença é que as construções deveriam ser feitas no *software*, conforme figura 41.

**Figura 41.** Segunda parte da BOA noções básicas

1) Agora vamos utilizar o GeoGebra e ver o que acontece com esses pontos. Essa é a janela de visualização do GeoGebra  Desses ícones qual pode ser utilizada para mostrar os pontos?

2) Retire os eixos e as malhas da janela de visualização deixando-a em branco. Agora, clique no ícone “Ponto”  e em seguida, na área de trabalho para criar o ponto A.

3) Movimente esse ponto. O que acontece quando o ponto é movimentado?

4) Agora acrescente os eixos e as malhas e movimente esse ponto. O que ocorreu ao fazer esse movimento?

5) Utilizando o ícone “Ponto” crie um novo ponto B.

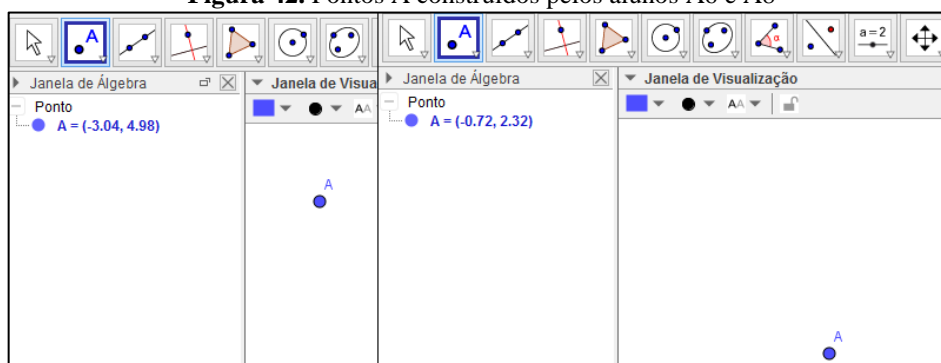
6) Agora procure qual a ícone que pode ser utilizada para mostrar o caminho de A até B sem fazer curvas. Após isso, construa esse caminho. Você sabe como é nome matemático desse caminho?

**Fonte:** Produção Nossa (2018)


Após os alunos seguirem os procedimentos 1, 2 e 3, pedimos que eles observassem a tela do computador que estavam utilizando e, também, a tela do computador do colega, para que percebessem as semelhanças e as diferenças entre as construções. O aluno A7 fez a seguinte afirmação: “*Apesar de ter letras iguais, as coordenadas são diferentes*”.

A figura 42 apresenta as construções de pontos A feitas no GeoGebra pelos alunos A6 e A8.

**Figura 42.** Pontos A construídos pelos alunos A6 e A8



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Ao passo que utilizaram o *software* GeoGebra e movimentaram o ponto criado utilizando o ícone mover , perceberam que o ponto criado tinha o mesmo nome ‘A’, porém as coordenadas eram diferentes e, à medida que movimentam o ponto, as coordenadas eram alteradas. Foi nesse momento que começaram a entender o significado das coordenadas e que elas servem para identificar e localizar o ponto no plano. Essa reflexão dos alunos se depara com o grau de consciência definido por Núñez (2009); porquanto começaram a ser questionados sobre o porquê das suas respostas e para isso, foi necessária uma observação sobre o procedimento realizado no *software* o que possibilitou que enxergassem a mudança das coordenadas à medida que o ponto ia sendo movimentado.

A partir da figura 42 apresentada anteriormente surgiu o diálogo:

A6: “olha só as coordenadas do meu ponto A é  $-3,04$  e  $4,98$ ”

A8: “já as do meu ponto A  $-0,72$  e  $2,32$ ”

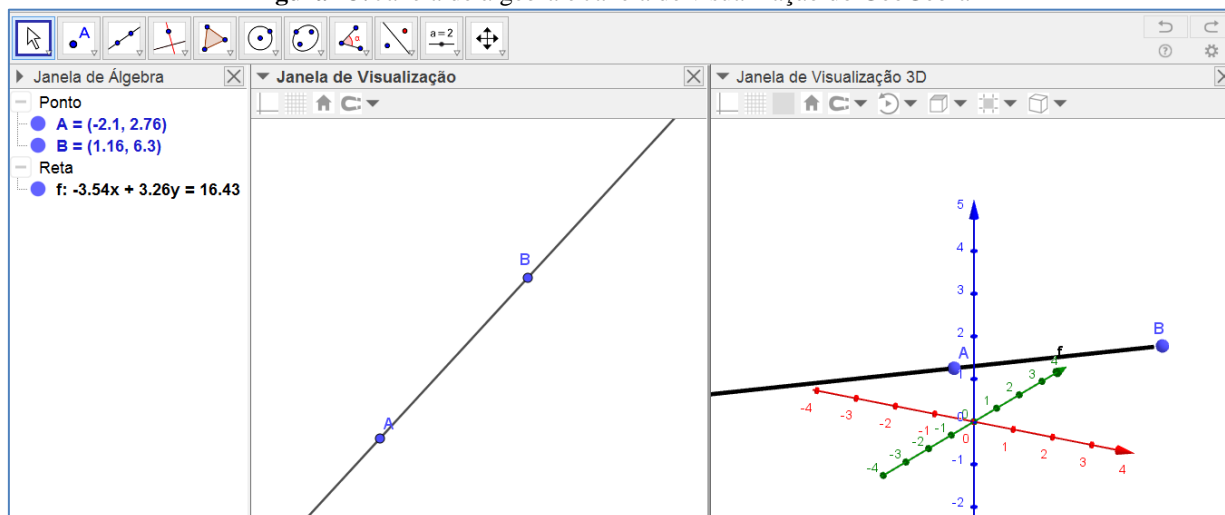
A6: “movimenta o seu ponto A ai”

A8: “ficou  $0,38$  e  $2,6$ ”

O aluno A8 disse: “as coordenadas são como latitude e longitude. Um ponto ocupa 2 lugares no espaço sendo horizontal e vertical”. Ao observar essa fala de A8, percebemos que ele tratou do ponto no plano espacial, apesar de termos tratado de coordenadas no plano. A partir dessa resposta, percebe-se uma melhor evolução na compreensão do que seja um ponto geometricamente, avançando, inclusive, para aspectos da geometria analítica como as coordenadas no plano. Desse modo, percebemos que o GeoGebra possibilita uma relação entre os diferentes tipos de geometria (plana, espacial, analítica), que podem ser feitas simultaneamente. O que é possível em razão da dinamicidade proporcionada pelo *software* que permite a visualização e a movimentação dos entes geométricos, e, com isso,

reorganizando o pensamento geométrico, como dito por Borba e Villarreal (2005). Observe a figura 43.

**Figura 43.** Janela de álgebra e Janela de visualização do GeoGebra



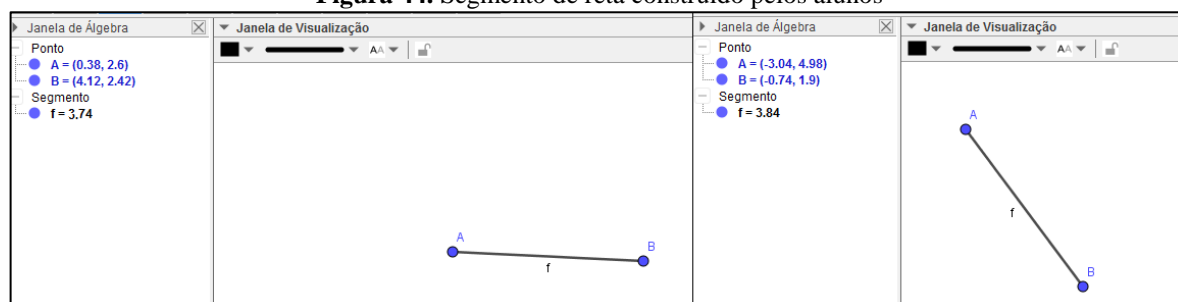
**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Ao observar a figura 43, vemos, do lado esquerdo, a janela de álgebra – que mostra o ponto por meio de suas coordenadas – no centro a janela de visualização no plano (2D), e, do lado direito, a janela de visualização no espaço (3D), a qual pode ser tratada abordando somente a geometria, sem explorar as coordenadas. Dependendo da abordagem feita pelo professor, é possível explorar vários conteúdos relacionando às geometrias, e à matemática. Nessa figura, apresentamos uma simples construção de uma reta com dois pontos, no plano (2D) e no espaço. Com isso, é possível trabalhar a noção de ponto e de reta nos dois planos, e, também, as coordenadas do ponto e a equação da reta da geometria analítica. Isso é possível em razão de o *software* GeoGebra ser geométrico e algébrico.

Se os alunos tivessem feito somente a primeira etapa da BOA (utilizando lápis e papel), dificilmente conseguiriam perceber essas diferenças na forma de se enxergar um ponto. Isso ressalta, portanto, que o uso do *software* proporcionou a esses alunos uma percepção mais ampla da ideia de ponto, possibilitando uma melhor formação dos conceitos. E, com isso, chegando à conclusão de que um único ponto pode ter infinitas posições no plano. Todo esse processo de formação dos conceitos e de desenvolvimento da aprendizagem de forma oral e escrita é nomeado por Galperin (NÚÑEZ, 2009) como formação da ação no plano da linguagem externa. Por meio da realização das BOA com a mediação do GeoGebra, percebemos que o desenvolvimento da formação dos conceitos ocorre de forma oral, escrita e visual, isso em função da visualização proporcionada pelo *software* GeoGebra.

As últimas questões solicitavam aos alunos que criassem um novo ponto  $B$  e, em seguida, que tentassem construir um caminho entre esses dois pontos, de modo que não houvesse curvas. Nesse momento, a maioria dos alunos respondeu que o nome do caminho era uma reta; e foi questionado o que eles entendiam por reta. A resposta foi: “*é uma linha*”. A partir daí, mais uma vez foi sugerido aos alunos que movimentassem os pontos  $A$  e  $B$  e que observassem o que estava ocorrendo com o caminho e com as coordenadas do ponto. E suas respostas foram: “*a distância de  $A$  para  $B$  modifica*”. Com essa resposta, percebemos que os alunos começaram a desenvolver o pensamento e formar os conceitos, pois ainda não havíamos estudado nem falado sobre distância, mas, no pensamento e na memória dos alunos, já havia um conhecimento do significado que essa palavra possui. Com o decorrer da atividade, foi solicitado que construíssem um segmento de reta e observassem as diferenças entre a reta e o segmento. O aluno A4 respondeu: “*segmento é um pedaço da reta*”. A figura 44 apresenta a construção de dois segmentos de reta feita pelos alunos A4 e A5.

**Figura 44.** Segmento de reta construído pelos alunos

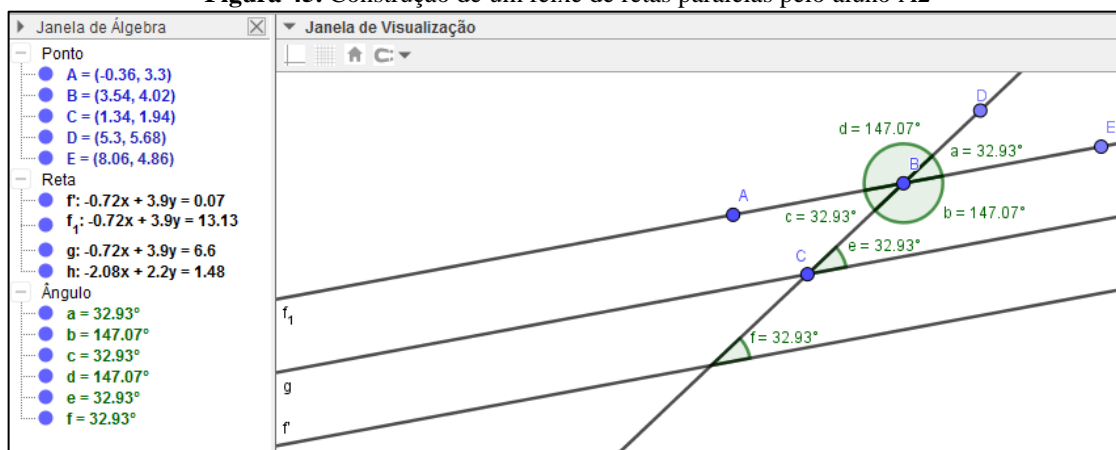


**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

A segunda BOA (APÊNDICE E) foi referente ao estudo das propriedades das retas paralelas. Como dito anteriormente, antes de iniciar a atividade, os alunos foram questionados se já tinham escutado a palavra paralela e o que essa palavra significava para eles. Nesse encontro que estudamos as retas paralelas, uma dupla começou a tentar a realizar a atividade sozinhas, e, como já afirmado na categoria 2, percebemos o grau de independência citado por Núñez (2009), que se refere a possibilidade de o aluno realizar uma atividade com ou sem a ajuda do professor. Além disso, os alunos começaram a ter autonomia para formar os conceitos seguindo o roteiro de atividades construído por nós. Também podemos visualizar a etapa motivacional, proposta pelo autor, na qual despertaram o interesse em desenvolver a atividade, sem receio de errar ou acertar, apenas com a intenção de fazer. O erro em aulas tradicionais é algo mal visto. Como estavam mais livres para construir os entes no *software*, de acordo com o conhecimento que possuíam e que estavam formando, não se preocupavam

em errar ou acertar, pois estavam mais motivados. A figura 45 apresenta uma construção realizada pelo aluno A2.

**Figura 45.** Construção de um feixe de retas paralelas pelo aluno A2



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Durante a construção do feixe de retas paralelas, foi questionado aos alunos o que entendiam por retas paralelas e se havia alguma relação entre os ângulos formados a partir da reta transversal. Todavia, antes de responderem, eles deveriam movimentar os pontos de intersecção das retas paralelas com a reta transversal. Depois disso, responderam:

A1: “*mesma distância entre as retas*”

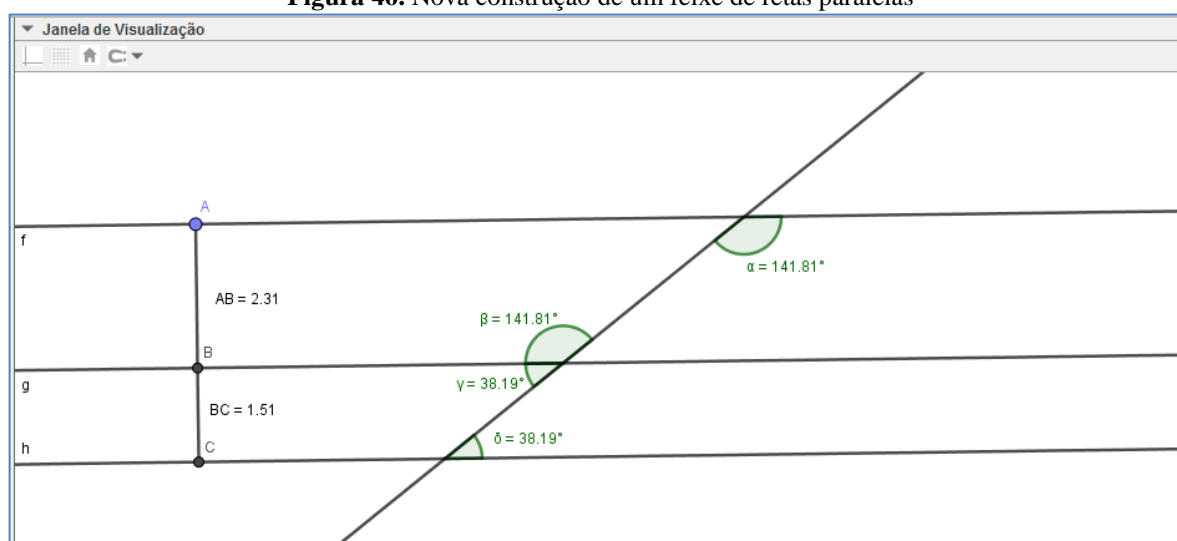
A2: “*uma reta é paralela a outra porque tem a mesma distância*”

A4: “*a soma dos ângulos é 360°*”

A5: “*os ângulos da transversal é igual*”

A9: “*uma reta que tem ângulos e distâncias iguais*”.

Analisando esse diálogo dos alunos, percebemos que não haviam compreendido o conceito de retas paralelas. Por esse motivo, foi necessário fazer uma nova construção e reorganizar as ideias apresentadas. Entretanto, ressaltamos a vontade dos alunos em expressar o que estavam conseguindo visualizar durante a construção dos entes no *software*. Na figura 46, é apresentada apresenta uma construção de um feixe de retas paralelas, e, logo depois, um novo diálogo apresentado pelos alunos após essa construção.

**Figura 46.** Nova construção de um feixe de retas paralelas

**Fonte:** Produção Nossa (2018)

Observando as falas dos alunos A1: “*mesma distância entre as retas*”, A2: “*uma reta é paralela a outra porque tem a mesma distância*” e a figura 57, percebemos que a distância entre as retas  $f$ ,  $g$  e  $h$  não é a mesma, haja vista que  $\overline{AB}=2.31$  e  $\overline{BC}=1.51$ . O aluno A4 diz que “*a soma dos ângulos é 360°*”, mas não explica quais são esses ângulos. Os alunos A5 e A9 foram os que mais se aproximaram com o conceito de paralelas, A5: “*os ângulos da transversal é igual*” e A9: “*uma reta que tem ângulos e distâncias iguais*”, mas faltou justificar quais os ângulos eram iguais; uma vez que uma reta é paralela a outra se, ao traçarmos uma reta transversal a elas, os ângulos alternos internos forem congruentes. Na figura 57 os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são alternos internos, logo são congruentes =  $141,81^\circ$ , E os ângulos  $\gamma$  e  $\delta$  também são alternos internos, cuja medida é  $38,19^\circ$ .

A terceira BOA (APÊNDICE F) foi referente ao estudo das retas perpendiculares. Antes de iniciar o encontro, foi perguntado aos alunos se eles sabiam o que era a reta perpendicular ou se sabiam o significado ou dar um exemplo de alguma coisa que fosse perpendicular. Nesse momento, disseram que não. Um exemplo que foi apresentado como retas perpendiculares foi o encontro de duas paredes, que devem formar um ângulo de  $90^\circ$ .


Na última questão dessa BOA, os alunos deveriam escrever o que havia compreendido de retas perpendiculares. Porém, eles queriam uma resposta pronta ou uma falada pela professora pesquisadora. Essa etapa de escrever o que conseguiu internalizar é chamada por Núñez (2009) de etapa da formação da ação no plano da linguagem externa, que é o momento no qual os alunos tentam expressar por meios de palavras o que estão conseguindo internalizar e assimilar. Após fazer vários questionamentos, alguns alunos responderam:


A1: “*os quatro ponto vai dá 90 grau*”

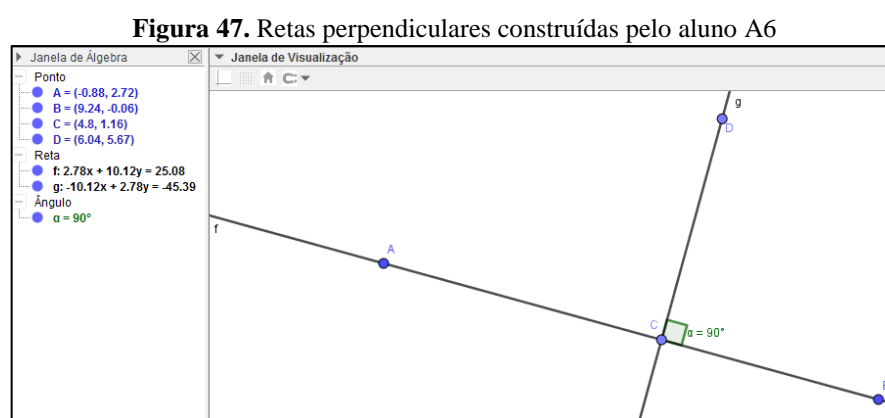
A7: “permanece o ângulo de 90 graus”

A9: “tem a ligação de duas retas e ângulo 90”

Para construir as retas perpendiculares, os alunos utilizaram o ícone “Reta

perpendicular”  , e em seguida, o ícone

“ângulo”  para medir o ângulo formado entre as retas  $f$  e  $g$ . A figura 47 apresenta uma construção de retas perpendiculares feita pelo aluno A6.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

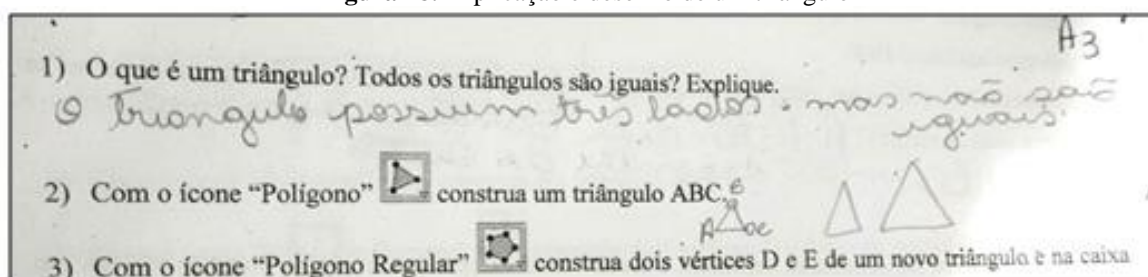
Observando as falas dos alunos, percebemos que haviam conseguido compreender os conceitos, porém não sabiam se expressar, de modo que uma reta é dita perpendicular a outra se são correspondentes e formam ângulos congruentes e suplementares de  $90^\circ$ . Além disso, pelo ponto de intersecção formado pelas retas correspondentes passa uma única reta perpendicular, conforme figura 47.

Ao final desse encontro, quatro alunos pediram para ficar na sala para responderem a atividade de retas paralelas que não haviam feito no encontro anterior. Desses, um não havia feito sequer a primeira parte da atividade, por isso, foi feita uma revisão do assunto para que esse aluno pudesse desenvolver e responder o restante das BOA. Isso mostra que, quando são estimulados a realizar uma atividade diferenciada, se interessam em aprender. Mas, para isso, é essencial que haja uma base orientadora da ação, Núñez (2009), que permita o trabalho em grupo, em que seja aprendida a prática e a teoria e, com isso, desenvolva o pensamento cognitivo, por meio da manipulação e visualização no *software*, Borba e Villareal (2005), para assim formar os conceitos. Desse modo, acreditamos que o uso do *software* GeoGebra os motivou a realizar as atividades propostas, e que a realização dessas atividades proporcionou a formação de conceitos. Além disso, ao tempo que faziam e manipulavam suas construções,

também olhavam e percebiam as diferenças das construções realizadas pelos colegas, ampliando a percepção sobre o que se estava estudando.

A quarta BOA (APÊNDICE G) foi referente ao estudo dos triângulos e suas propriedades. Ao questionar os alunos sobre o entendiam por triângulo, a resposta que a maioria disse foi: “*figura de três pontas/lados*”. Na mesma questão, perguntava se todos os triângulos são iguais, eles responderam que são diferentes, mas ao pedir que desenhasssem triângulos diferentes, a maioria fez como A3, conforme figura 48.

**Figura 48.** Explicação e desenho de um triângulo

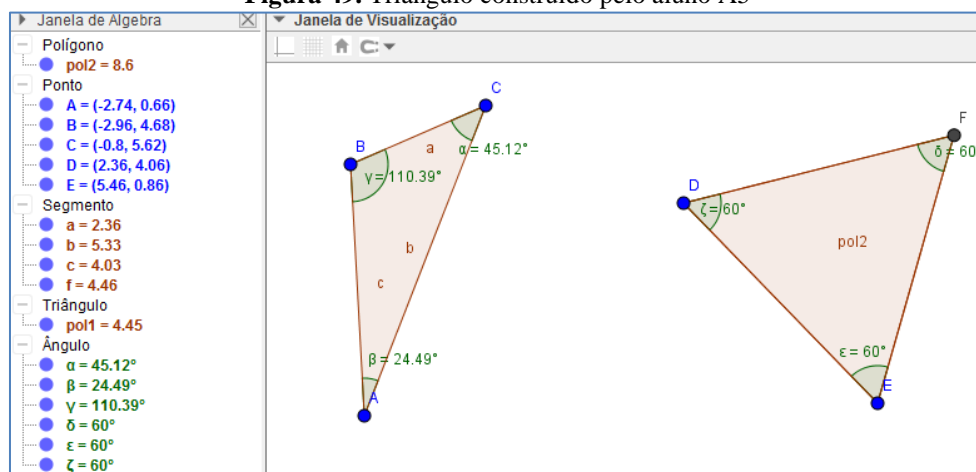


Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Pela figura 48, observamos que os alunos desenharam o triângulo do mesmo modo, mudando apenas o tamanho. Contudo, ao fazerem a construção no GeoGebra, figura 49, começaram a perceber as mudanças em relação às construções dos triângulos à medida que movimentavam os vértices. Na atividade, foi solicitada a construção de dois triângulos: o  $\triangle ABC$ , utilizando o ícone “*polígono*”

e o  $\triangle DEF$ , utilizando o ícone “*polígono regular*”. Para isso, deveriam movimentar os vértices do primeiro triângulo e, em seguida, do segundo, e após isso, comparar as semelhanças e diferenças visualizadas.

**Figura 49.** Triângulo construído pelo aluno A5



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)



A1: “Quando movimenter o  $\Delta ABC$  eles se mexeram individualmente. O  $\Delta DEF$  eles se mexem por igual continua o mesmo tamanho”.

A4: “O triângulo  $\Delta ABC$  modifica o tamanho. O  $\Delta DEF$  continua o mesmo valor”.

A7: “O triângulo  $\Delta ABC$  os ângulos são diferentes e o triângulo  $\Delta DEF$  são iguais”.

Analisando a fala dos alunos, percebemos a diferença na linguagem matemática apresentada por eles, visto que conseguiram compreender as propriedades por meio da manipulação no GeoGebra. Todavia, não conseguem verbalizar os termos geométricos corretamente, como: as medidas dos lados são diferentes, movimenter o vértice, dentre outros. Quando o aluno A1, por exemplo, diz: “eles se mexeram”, não fica claro a que ele está se referindo, se modificou os lados, os vértices ou se ele selecionou o objeto e moveu-o. Ele apenas diz que o movimento no  $\Delta ABC$  foi individual e no  $\Delta DEF$  movimentava por igual. O aluno A4 já apresentou outro resultado “*modifica o tamanho*”, que, pela sua fala, nos pareceu que se referia à medida dos lados. Já o aluno A7 conseguiu apresentar uma explicação com maior clareza, se referindo aos ângulos do triângulo.

Desse modo, destacamos a importância da verbalização feita pelos alunos. Visto que, no ensino tradicional, isso não é requerido, e, muitas vezes, não é possível saber o que o aluno conseguiu compreender. Nessa intervenção, acabamos não questionando os alunos o suficiente, e, com isso, percebemos que algumas falas poderiam ter sido direcionadas de outro modo, para que os conceitos fossem formados sem ambiguidade ou de modo incorreto. Esse cuidado tivemos na segunda intervenção, na qual todo e qualquer diálogo foi questionado.

Após responderem da questão 4 até a 7, os alunos foram questionados se sabiam nomear os triângulos  $\Delta ABC$  e  $\Delta DEF$ . Eles disseram que não, mas que perceberam que o triângulo  $\Delta DEF$  tinha lados e ângulos iguais, mesmo se movimentasse o valor permanecia o mesmo. A partir disso, foi explicado para eles que o nome desse triângulo é equilátero, pois possui lados e ângulos iguais. Posteriormente, foi solicitado aos alunos que movessem um dos vértices do triângulo  $\Delta ABC$  de modo que os três lados ficassem diferentes. Foi perguntado mais uma vez se eles sabiam o nome desse triângulo, mas disseram que não, mas perceberam que a soma dos ângulos internos ainda era  $180^\circ$ . Esse triângulo construído foi o escaleno. Em seguida, moveram um dos vértices, deixando o triângulo com dois lados iguais, nesse momento um dos alunos falou que o nome desse triângulo era isósceles<sup>21</sup>. O aluno foi questionado se já conhecia esse triângulo, ele disse que não, mas que já tinha escutado falar

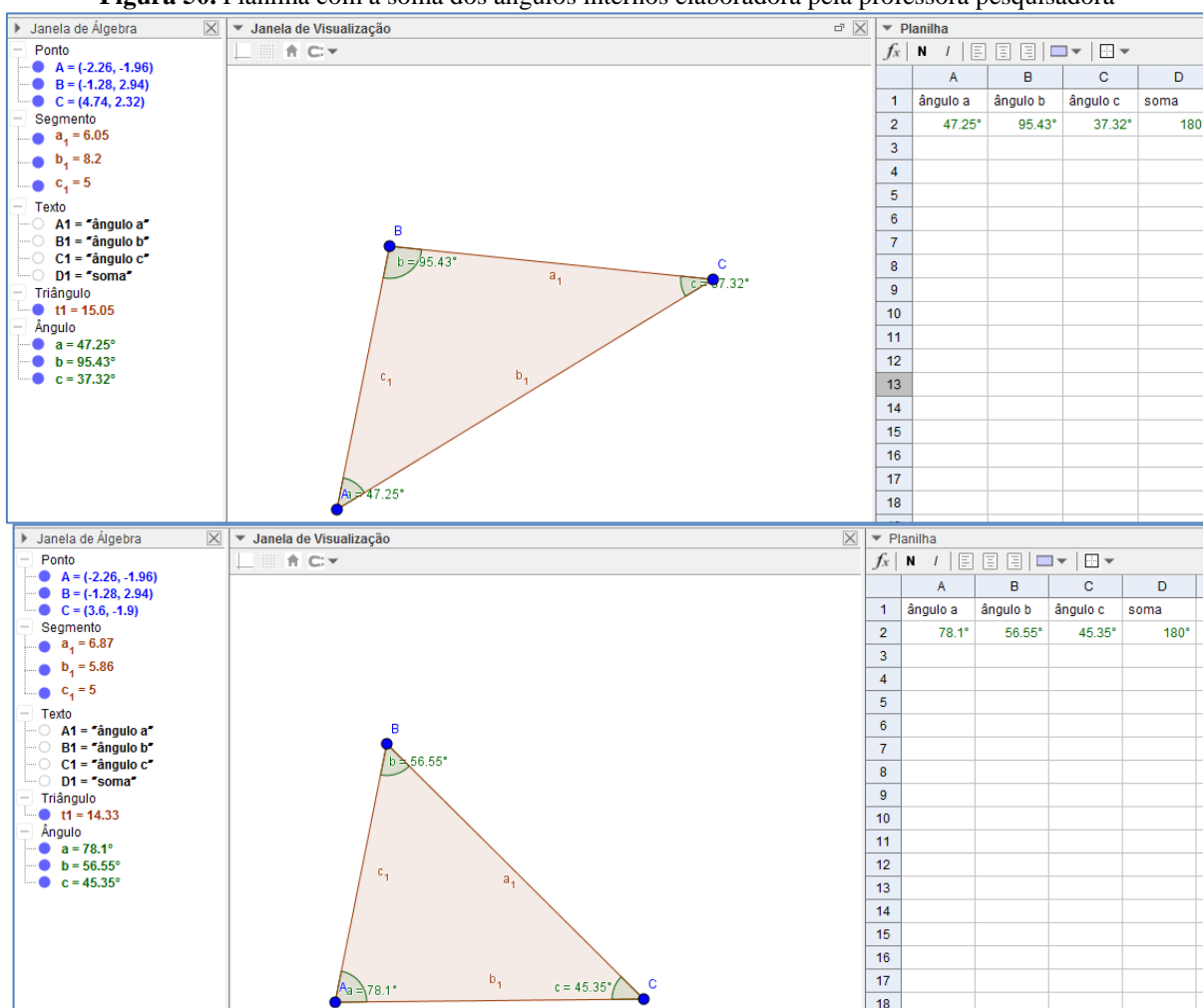
---

<sup>21</sup> Nessa intervenção não nos atentamos ao fato de que o triângulo equilátero também é isósceles. Entretanto, na segunda intervenção fizemos essas reflexões.

sobre essa palavra. Mais uma vez, ao somarem os ângulos internos perceberam que a soma foi  $180^\circ$ .

Essa BOA foi uma das que mais trabalhou o grau de consciência. Percebemos isso quando os alunos chegaram à conclusão de que a soma de um triângulo qualquer será sempre  $180^\circ$ . Durante o estudo da soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer, a professora pesquisadora criou uma planilha no *software* GeoGebra para mostrar aos alunos que a soma dos ângulos de um triângulo sempre será  $180^\circ$ . Os alunos ficaram encantados com a facilidade de manuseio da planilha, e, por isso, na atividade de quadriláteros, colocamos a planilha como um dos procedimentos, para que eles tentassem construir no *software*. A figura 50 apresenta a planilha construída pela professora pesquisadora com a soma dos ângulos internos.

**Figura 50.** Planilha com a soma dos ângulos internos elaborada pela professora pesquisadora



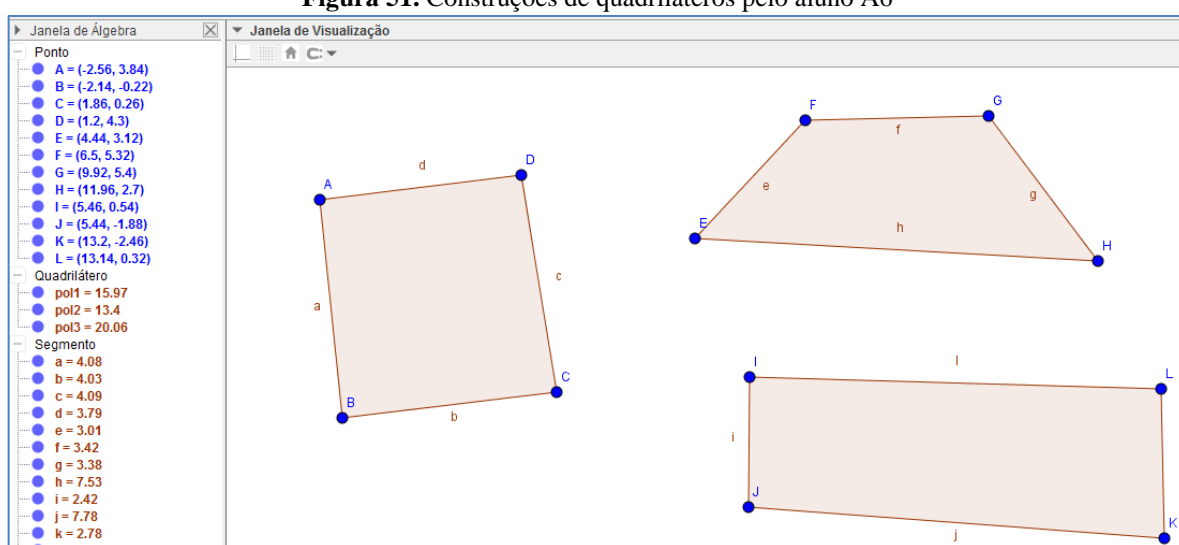
**Fonte:** Produção Nossa (2018)

A quinta BOA (APÊNDICE H) foi referente ao estudo dos quadriláteros. Como já afirmado, das cinco primeiras BOA, essa foi a que os alunos tiveram maior autonomia, atingindo o grau de consciência e independência. Eles também passaram da etapa da

formação da ação do plano material ou materializado para o plano da linguagem externa, conforme Núñez (2009). Começaram a responder as atividades sozinhos, e algumas duplas acabaram avançando mais. Isso se deve ao fato de estarem mais confiantes e independentes e, por isso, tiveram mais facilidade em realizar a atividade. Além disso, estavam conseguindo manipular e investigar os ícones do *software* GeoGebra com mais segurança para fazerem suas construções.

A figura 51 apresenta uma construção de quadriláteros feita pelo aluno A6. Segundo ele, a figura ABCD era um quadrado, a figura EFGH era um trapézio e IJKL um retângulo.

**Figura 51.** Construções de quadriláteros pelo aluno A6

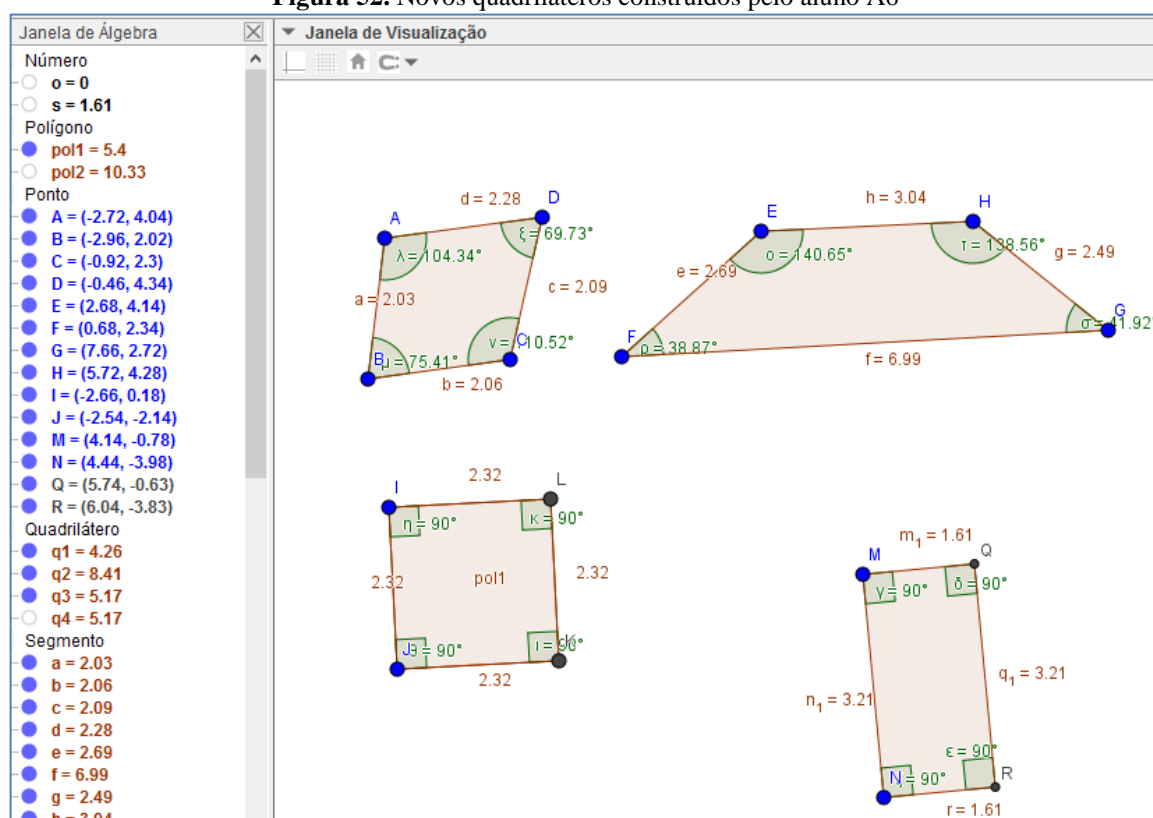


Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Ao observar as construções do aluno A6, percebemos que ele tinha uma imagem internalizada do que seria quadrado, retângulo e trapézio, apesar das construções não estarem apresentando as propriedades desses entes geométricos. Para reorganizar o pensamento e formar os conceitos desses entes geométricos, os alunos utilizaram os ícones “*polígono*” e “*polígono regular*” – (apresentados nas construções de triângulos) e exploraram os demais ícones do GeoGebra.

Como resultado das novas construções, apresentamos a figura 52 com as novas construções do aluno A6.

Figura 52. Novos quadriláteros construídos pelo aluno A6

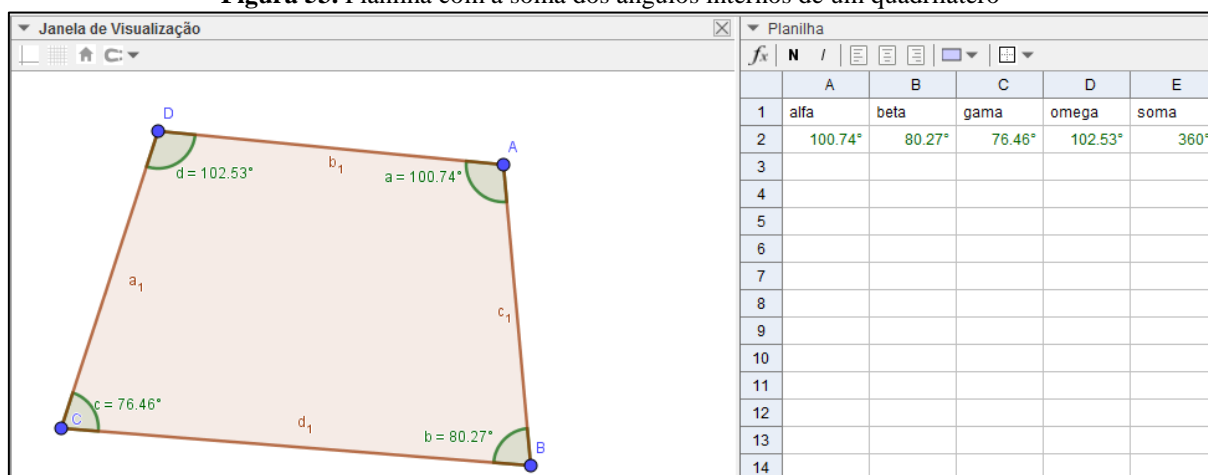


Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Observando a figura 52, vemos que o aluno A6 inseriu os ângulos e as medidas dos lados dos novos quadriláteros. Além disso, o quadrado foi construído de acordo com o seu conceito – um quadrilátero no qual seus lados e ângulos são congruentes –; o retângulo também foi construído de acordo com o conceito – quadrilátero que possui todos os ângulos congruentes. Quanto à construção do trapézio, não conseguimos identificar se as bases são paralelas, uma vez que um trapézio é um quadrilátero que possui dois lados paralelos. Entretanto, percebemos que, apesar de não terem realizado todas as construções adequadamente, conseguiram explorar os ícones do GeoGebra, inserido os ângulos e as medidas dos lados, e, também, mudaram a percepção dos conceitos de quadrado e retângulo.

A questão 7 propôs que fosse construída uma planilha para visualizar a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer. Antes disso, os alunos foram questionados se sabiam utilizar a planilha do Excel. Logo depois, tentaram construir a planilha no GeoGebra, mas tiveram um pouco de dificuldade em criá-la. Apesar disso, após conseguir construir a planilha, ficaram maravilhados em observar a mudança dos valores dos ângulos de forma tão rápida em razão do manuseio do *software* GeoGebra, e chegaram à conclusão de que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é  $360^\circ$ , conforme figura 53.

**Figura 53.** Planilha com a soma dos ângulos internos de um quadrilátero



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Essa construção da planilha apresentada na figura 53 foi importante para os alunos perceberem a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer, pois, à medida que movimentavam os vértices, os ângulos eram alterados e a soma permanecia a mesma. Se tivéssemos feito sem o auxílio do *software*, a soma teria que ser provada sendo feita manualmente, medindo cada quadrilátero utilizando um transferidor, o que levaria um tempo bem maior, isso poderia inviabilizar a realização da atividade. Além disso, numa mesma construção, exploraram vários conceitos que envolvem quadriláteros: as medidas dos ângulos e dos lados, o perímetro e a área. Também puderam comparar os quadriláteros, pois uma mesma figura poderia ser transformada em outras, movimentando somente um vértice. Após as construções, solicitamos aos alunos que explicassem o que haviam compreendido sobre quadriláteros:

A2: “*figura que tem quatro lados com medidas diferentes*”

A4: “*quadriláteros não são só quadrados ou retângulos, mas sim figuras de 4 lados*”

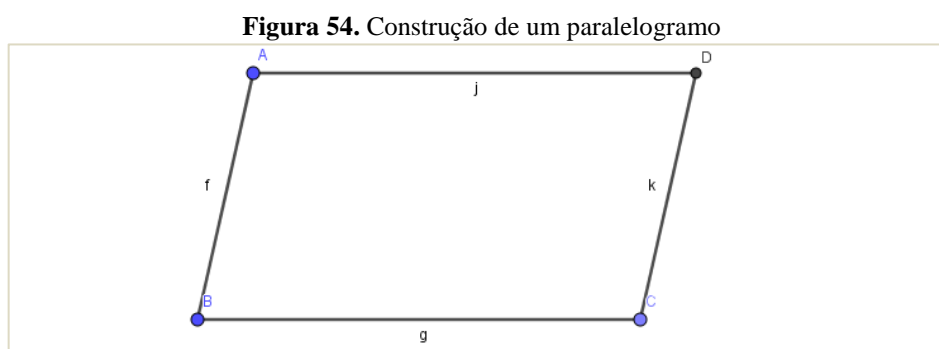
A6: “*tem quatro lados e a soma é 360°*”

Ao analisar as repostas desses alunos, vemos que A2 fez uma generalização do que são quadriláteros: “*figura que tem quatro lados com medidas diferentes*”. Já A4 mudou a percepção de que quadriláteros eram apenas quadrados e retângulos. E o aluno A6 acrescentou na sua explicação a soma dos ângulos internos. Percebemos que os alunos ainda não conseguiram elaborar um conceito com os termos geométricos bem definidos. Todavia, diferentemente do primeiro encontro, no qual eles quase não conseguiam explicar suas construções, mostraram autonomia e interesse em tentar descrever o que conseguiram internalizar. Nesse sentido, deve-se destacar que um quadrilátero  $ABCD$  é um ente geométrico

em que as extremidades dos segmentos se interceptam, desse modo, formando um quadrilátero de segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DA}$ .

Cabe ressaltar que nessa BOA o aluno A2 construiu o quadrilátero côncavo, apontado anteriormente na figura 30, no tópico 4.2.1.5.

A sexta BOA (APÊNDICE I) foi referente ao estudo dos quadriláteros paralelogramos. Das atividades realizadas, essa foi a que os alunos mais tiveram dificuldades de visualizar os conceitos, como dito anteriormente no tópico de dificuldades percebidas na categoria 2. Conseguiram realizar as construções, mas não conseguiam explicar as características visualizadas por eles. A figura 54 apresenta uma construção do que, para os alunos, era um paralelogramo.



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Observando essa construção, percebe-se que os alunos tem essa imagem do que é paralelogramo e que não conseguiam visualizar suas propriedades. Além disso, para eles, a única figura geométrica que era um paralelogramo era essa. Por esse motivo, a construção foi realizada com a utilização do projetor e, durante esse processo, os alunos foram questionados sobre o que estava ocorrendo quando os vértices eram movimentados.

Um diálogo desse momento foi o seguinte:

Professora: “Quando movimento o vértice A, o que acontece com os demais ângulos?”.

Alunos: “Os outros modificam”.

Professora: “é possível observar alguma relação entre os ângulos?”.

Alunos: “dois são iguais”.

Professora: “quais são esses ângulos iguais?”.

Alunos: “A e C, B e D”.

Professora: “e quanto aos lados, o que vocês observam?”.

Alunos: “os dois de cima e baixo são iguais”.

Professora: “o lado  $AB$  e  $DC$  são o quê?”.

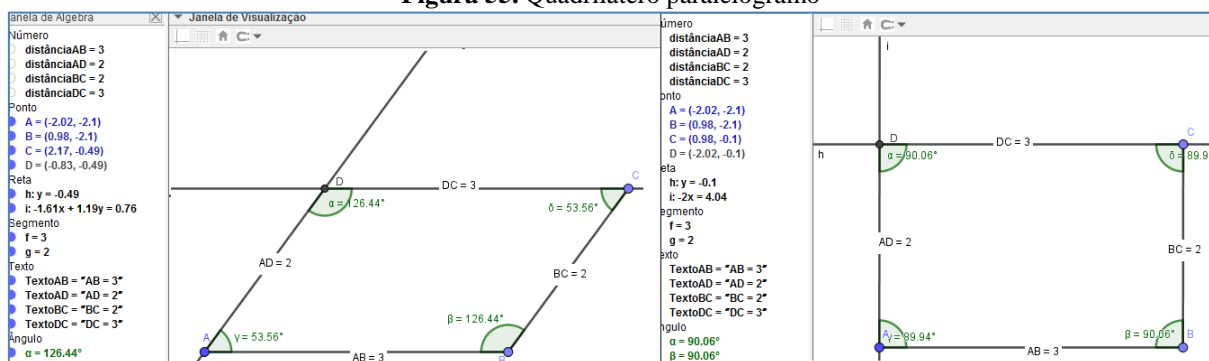
Alunos: “paralelos?”.

Professora: “isso!! E os lados  $AD$  e  $BC$ ?”.

Alunos: “também”.

A figura 55 apresenta a construção do paralelogramo realizada pela professora pesquisadora. Do lado esquerdo, a construção inicial e do lado direito após a movimentação do vértice  $C$ .

Figura 55. Quadrilátero paralelogramo



Fonte: Produção Nossa (2018)

E, desse modo, continuou o desenvolvimento dessa BOA. Apenas pelo roteiro, os alunos não conseguiram desenvolver os conceitos. Mesmo com o manuseio no *software* GeoGebra, os alunos não conseguiram visualizar as propriedades dos quadriláteros paralelogramos foi necessária a intervenção da professora pesquisadora para que os conceitos fossem desenvolvidos. Após as indagações feitas, os alunos chegaram à seguinte conclusão:

A2: “os ângulos  $A$  e  $C$  são iguais e  $B$  e  $D$  são iguais”.  
 “quadrado, retângulo, losango e paralelogramo são paralelogramos”.

A9: “os lados dos paralelogramos são paralelos”.  
 “trapézio não é paralelogramo”.

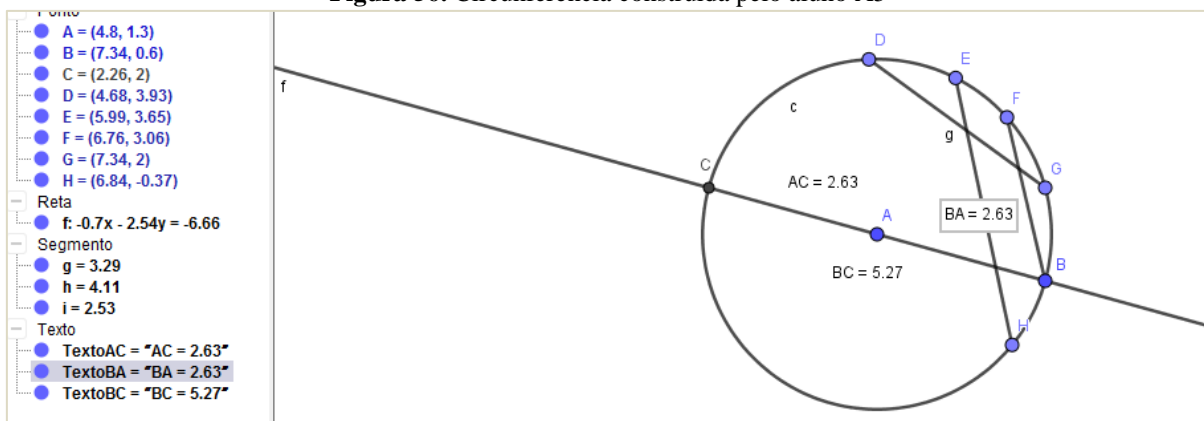
Por meio das falas dos alunos, percebemos que eles conseguiram internalizar e apropriar, além do conceito de paralelogramo, outros conceitos, e, ainda, conseguiram identificar nas outras figuras estudadas quais eram ou não paralelogramos. Visto que um quadrilátero é paralelogramo se seus ângulos opostos são iguais e seus lados opostos são paralelos.

A última BOA (APÊNDICE J) teve o objetivo de estudar as diferenças entre circunferência e círculo. Das BOA realizadas, essa foi a que os alunos mais gostaram, apesar

de não terem estudado esses conceitos anteriormente. Segundo eles, isso foi porque “os nomes dos outros assuntos são difíceis, e esses são mais fáceis”.

A figura 56 apresenta uma construção de uma circunferência realizada pelo aluno A5.

**Figura 56.** Circunferência construída pelo aluno A5



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

No momento em que os alunos foram questionados sobre a construção realizada e sobre os elementos de uma circunferência, responderam conforme quadro 8.

**Quadro 8.** Elementos da circunferência

Aluno	Diâmetro	Raio	Corda
A5	Segmento $\overline{BC}$	Segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$	Segmentos $\overline{BC}$ , $\overline{DG}$ , $\overline{EH}$ e $\overline{FB}$

**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Nessa atividade sobre circunferência, os alunos disseram não conhecê-la, mas já haviam escutado falar sobre o raio e o diâmetro da roda de uma bicicleta. Mais uma vez, vemos a associação de conceitos matemáticos com exemplos cotidianos. Durante a manipulação do *software*, conseguiram perceber porque o raio de uma circunferência tem que ser maior do que 1. Abaixo alguns comentários dos alunos.

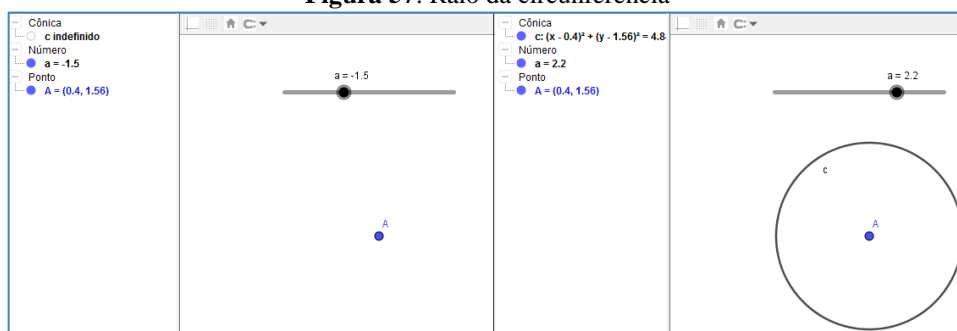
A4: “o raio tem ser que ser positivo e não negativo”.

A9: “qualquer valor abaixo de zero a circunferência some, mas acima do zero aumenta”.

A figura 57 apresenta a movimentação do raio de uma circunferência realizada no GeoGebra pelo aluno A9. Do lado esquerdo, quando o raio foi menor que zero, e, do lado direito quando, o raio foi maior que zero.



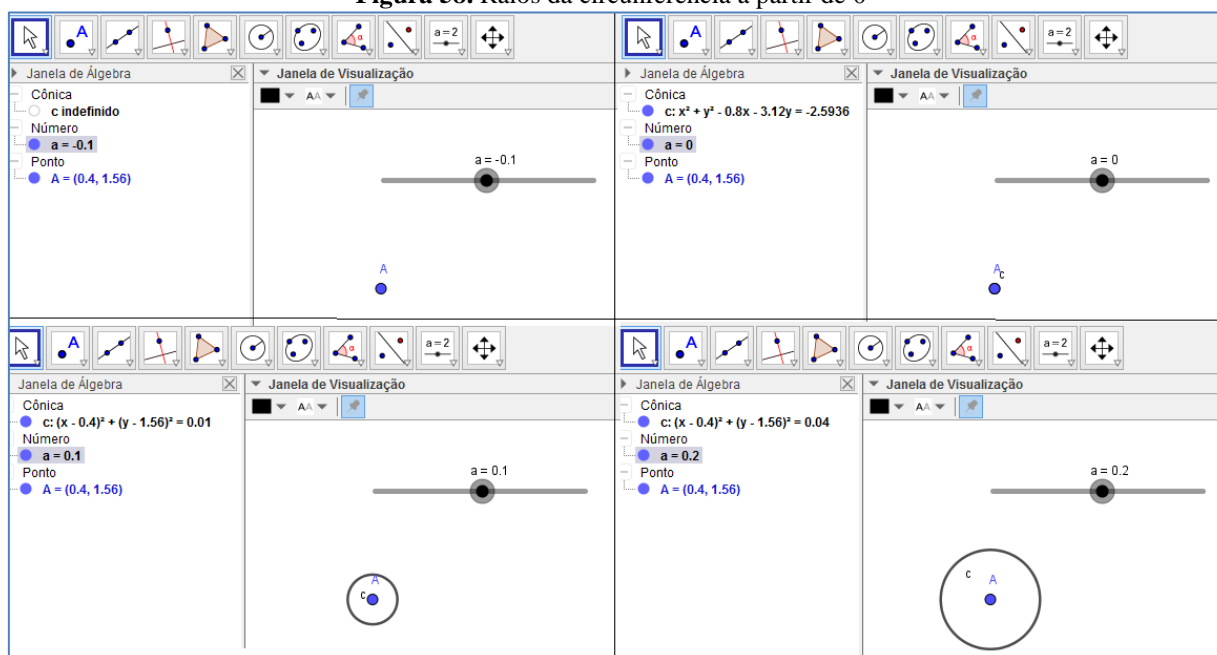
**Figura 57. Raio da circunferência**



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Foi importante a realização no GeoGebra dessa demonstração de que o raio de uma circunferência deve ser sempre maior que zero. Pois, através da movimentação do controle deslizante, os alunos puderam perceber que se o raio for menor que zero não existe circunferência, mas se construirmos uma circunferência com raio 0,1 a circunferência existe, conforme figura 58.

**Figura 58. Raios da circunferência a partir de 0**



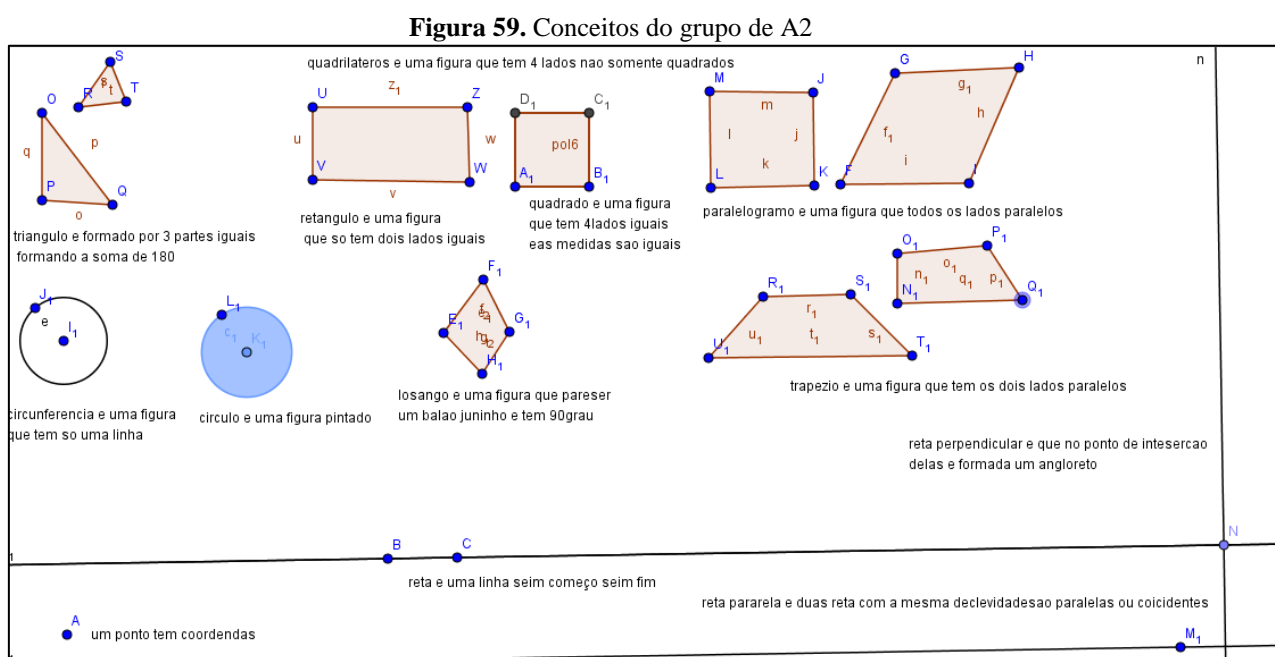
Fonte: Produção Nossa (2018)

#### 4.3.1.3 Subcategoria – Etapa mental

Na etapa mental, identificamos que a alguns alunos não conseguiram compreender os conceitos e apenas copiavam as respostas do colega que estava manuseando o computador. Mas acreditamos que isso pode ter sido uma falha nossa, porque sempre que iniciávamos os encontros, os grupos que realizavam a atividade eram os mesmos e a pessoa que manuseava o *software* também. Percebemos isso quando realizamos essa última atividade diagnóstica e, em

outro encontro, a entrevista. Foi a partir daí que decidimos realizar uma segunda intervenção, na qual teríamos o cuidado de estar sempre mudando a pessoa que estivesse manuseando o *software*, e, ao término, a atividade diagnóstica seria realizada junto com a entrevista.

As figuras 59, 60, 61 e 62 mostram a atividade final proposta, na qual eles deveriam construir no GeoGebra as figuras geométricas estudadas e, em seguida, utilizar a ferramenta do *software* para escrever um texto com as características. Na figura 59, os conceitos e construções do grupo de A2.



Fonte: Dados da Pesquisa (2018)

Ao analisar essas respostas do grupo de A2, percebemos que construíram vários entes geométricos estudados, dentre eles: ponto, reta, reta paralela, reta perpendicular, triângulos, quadriláteros – retângulo, quadrado, losango, trapézio –, circunferência e círculo. Quanto aos conceitos apresentados, definiram ponto como “*um ponto tem coordenadas*”, e, com isso, vemos a associação com a geometria analítica, como dito nas discussões anteriores. Uma reta foi definida por eles como “*reta e uma linha seim começo e seim fim*”, porém não apresentaram a construção de um segmento de reta. O conceito apresentado por eles referente à reta paralela foi copiado da internet, e os mesmos afirmaram isso quando a construção foi salva pela professora pesquisadora no computador que estavam utilizando. Segundo eles, sabiam o que era uma reta paralela, mas ainda não sabiam como explicar, e, por isso, para não deixar em branco, resolveram copiar da internet. O conceito de reta perpendicular apresentado pelos alunos foi “*reta perpendicular e que no ponto de intesercao delas e formada um*

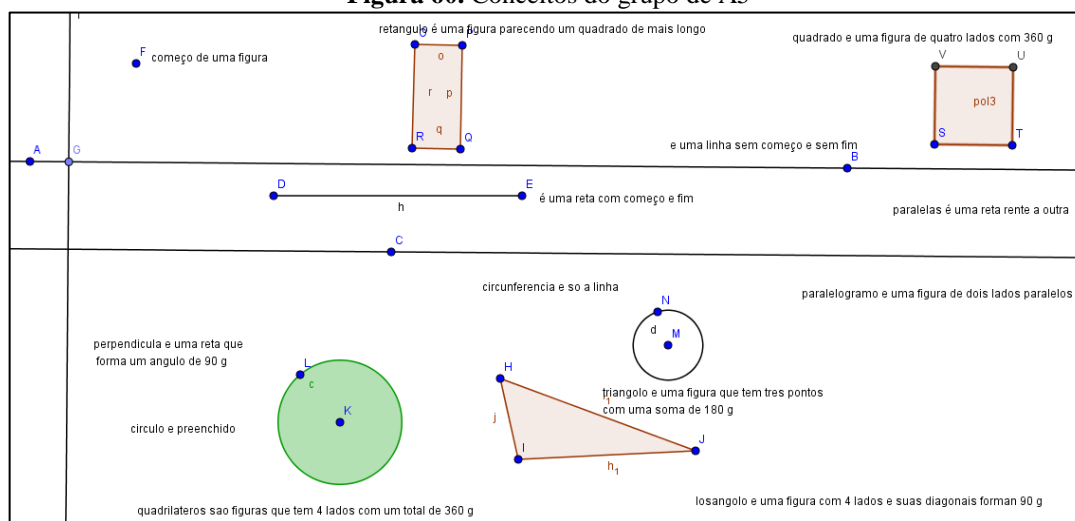
*angloreto*”. Com isso, percebemos que conseguiram compreender o conceito de retas perpendiculares.

Ao conceituar triângulos, caracterizaram apenas o triângulo equilátero (não nomearam de equilátero, mas pelo conceito apresentado são as características de um equilátero) “*um triangulo e formado por 3 partes iguais formando a soma de 180*”, depois construíram ao lado outro triângulo, não equilátero, mas também não definiram.

Nas construções dos quadriláteros, percebemos que o quadrado foi definido como “*uma figura que tem 4 lados iguais e as medidas são iguais*”. Ao dizer isso, os alunos não deixam claro quais medidas eram iguais, se elas eram dos lados ou dos ângulos do quadrado. O retângulo foi definido como “*uma figura que so tem dois lados iguais*”. Entretanto, essa resposta não define um retângulo, pois um esse polígono tem seus ângulos congruentes, ou seja, iguais. Além disso, um quadrado também é um retângulo, uma vez que seus lados são iguais. Com isso, percebemos que houve falhas na formação dos conceitos de retângulos por esses alunos. O paralelogramo, segundo eles, é “*uma figura que todos os lados paralelos*”. Essa resposta dos alunos está incompleta, mas, apesar disso, vimos que a percepção da figura geométrica paralelogramo foi modificada, pois construíram, ao lado da figura que era considerada pela maioria dos alunos como paralelogramo, o que representaria um quadrado. Já o losango eles compararam com situações reais do cotidiano “*losango e uma figura que parecer um balao junino e tem 90 grau*”. Quanto ao trapézio, disseram que é “*uma figura que tem os dois lados paralelos*”. Observando essa resposta dos alunos, percebemos que conseguiram compreender o que é um trapézio, além disso, construíram dois tipos de trapézio diferentes.

O círculo foi definido como uma figura pintada e a circunferência como uma figura que só tem a linha. Observando essas justificativas dos alunos, percebemos que eles conseguiram compreender a diferença entre circunferência e círculo; entretanto, não conseguiram explicar o conceito de modo claro, visto que uma circunferência é um conjunto de pontos pertencentes a um plano, no qual a distância do centro até qualquer uma das extremidades é a mesma (raio); e círculo é a união dos pontos internos de uma circunferência. Na figura 60, podemos ver os conceitos e as construções do grupo de A5.

**Figura 60.** Conceitos do grupo de A5



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

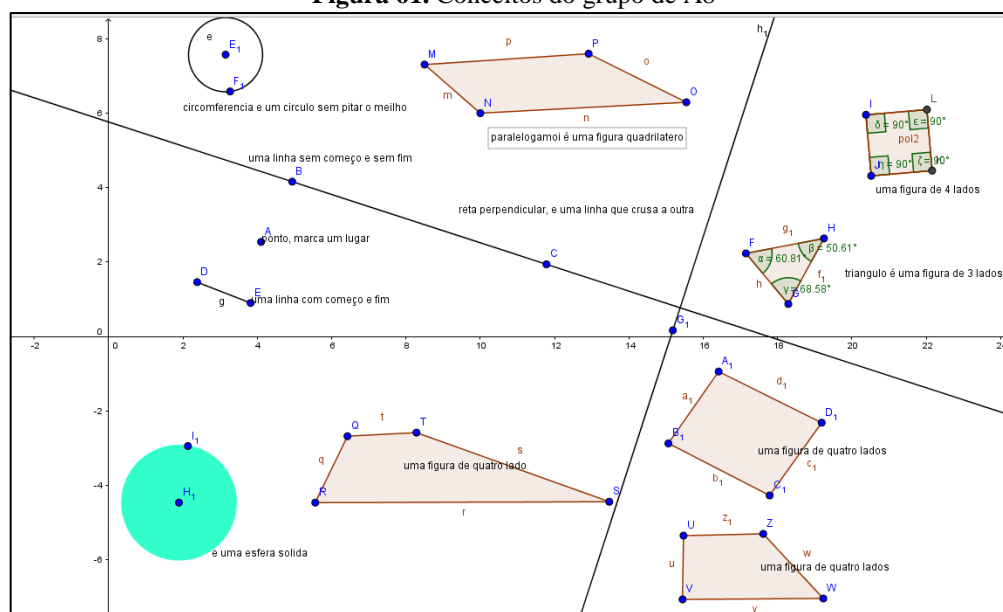
Os alunos do grupo de A5, durante a construção dos entes geométricos no *software* GeoGebra, não apresentaram todos os nomes dos entes geométricos. Caracterizaram o ponto como: “*começo de uma figura*”. Quanto a essa afirmação, eles não errados, pois, para construir qualquer ente geométrico, iniciamos pelo ponto. Todavia, não apresentaram uma noção do conceito de ponto, como, por exemplo, um lugar no plano ou no espaço, ou uma representação por coordenadas cartesianas. A reta foi definida como “*uma linha sem começo e sem fim*”. Assim como o grupo de A2, o grupo de A5 conseguiu compreender os conceitos, mas teve dificuldades na apropriação dos termos geométricos. Eles definiram segmento de reta como “*reta com começo e com fim*”, mas se equivocaram ao dizer que o segmento é uma reta, visto que, anteriormente, já tinham apresentado um conceito para a reta. O que poderia ter sido falado por eles é “*um pedaço da reta*”. Assim como o outro grupo teve dificuldades em explicar o que compreenderam de retas paralelas “*é uma reta rente a outra*”. Com isso, percebemos que a exploração de retas paralelas não ficou muito clara para esses alunos, e, por isso, tivemos muito cuidado ao explorar as retas paralelas na segunda intervenção. Quanto às retas perpendiculares, afirmaram que “*e uma reta que forma um ângulo de 90 g*”.

O conceito de triângulos segundo os alunos é “*triangolo e uma figura que tem três pontos com uma soma de 180 g*”. Os alunos não souberam explicar o que significava “*com uma soma de 180 g*”, que no caso se referia à soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer. Ao conceituar os quadriláteros, exibiram o conceito formado pelo que entenderam de quadriláteros “*quadriláteros sao figuras que tem 4 lados com um total de 360 g*”. Observando esse trecho, percebemos que conseguiram compreender a ideia do que são quadriláteros, mas não souberam explicar que 360 se refere à soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer. Os alunos definiram quadrado do seguinte modo: “*quadrado e uma*

*figura de quatro lados com 360 g*”, entretanto, essa explicação feita por eles se refere a um quadrilátero qualquer, visto que, para ser a definição de um quadrado, deveriam ter completado dizendo que são quatro lados iguais. Apesar de não terem feito a definição correta, construíram o quadrado corretamente no GeoGebra. O *“retângulo e uma figura parecendo um quadrado de mais longo”*, essa foi a explicação do que compreenderam por retângulos. Eles não erraram com essa resposta, porém a linguagem utilizada para explicar o significado de retângulo foi de acordo com o que conseguiram internalizar, uma linguagem mais informal, e, além disso, não pode ser generalizada, visto que é um quadrado também é retângulo e possui seus lados iguais.

Com relação aos conceitos de circunferência e círculo, afirmaram que *“circunferência e so a linha”* e *“circulo e preenchido”*. Assim como o grupo de A2, o grupo A5 compreendeu os conceitos, mas não conseguiram expressar os conceitos com uma linguagem geométrica mais clara. Na figura 61, vemos os conceitos e construções do grupo de A8.

**Figura 61.** Conceitos do grupo de A8



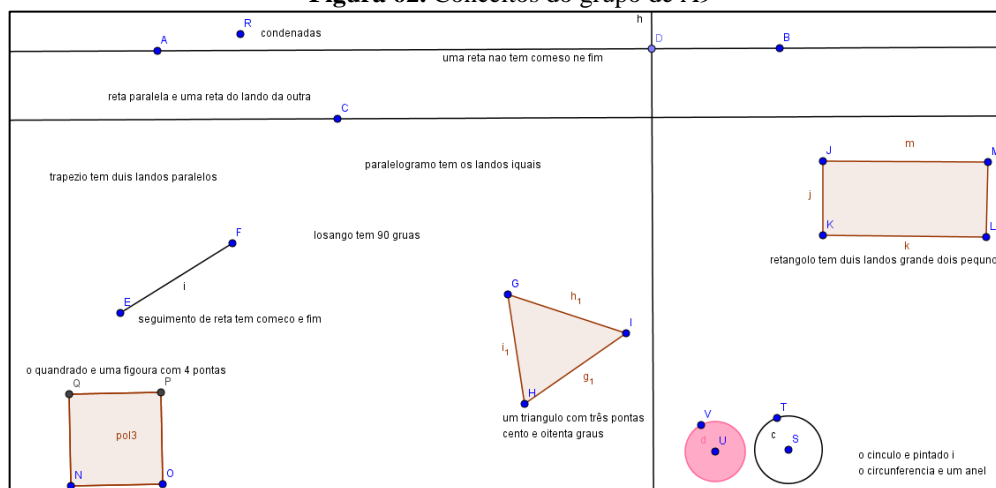
**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Ao analisar as respostas do grupo de A8, percebemos que conseguiram formar alguns conceitos. Para eles, um ponto *“marca um lugar”*. Com isso, percebemos que os alunos mudaram a percepção de que ponto era um pingo, e perceberam que ele representa algo em um lugar. O segmento de reta foi definido por eles como *“como uma linha com começo e fim”*, diferentemente do grupo de A5, que nomeou o segmento de reta como *“reta com começo e fim”*. Já a reta foi definida como *“uma linha sem começo e sem fim”*. Percebemos mais uma vez que conseguiram compreender os conceitos, mas que a linguagem geométrica não foi internalizada, visto que um segmento de reta é o conjunto de pontos colineares entre  $A$

e B. Considerando que por dois pontos distintos e colineares passa uma única reta, que possui infinitos pontos, o conceito de retas paralelas não foi apresentado pelos alunos, que a descreveram como “*reta perpendicular e uma linha que crusa a outra*”. Essa afirmação não estaria incorreta se eles tivessem acrescentado “*e no cruzamento possui ângulos congruentes de 90°*”. Isso em razão uma reta que intercepta outra poder ser uma reta concorrente – reta que possui um único ponto em comum – logo, os ângulos formados entre elas podem ser diferentes de 90°; e, quando o ângulo é de 90°, a reta é chamada de perpendicular.

Para definir os triângulos, construíram um triângulo e seus ângulos internos e descreveram deste modo: “*triangulo é uma figura de 3 lados*”. Quanto aos quadriláteros, construíram vários e escreveram a mesma característica para todos: “*uma figura de quatro lados*”, sendo que foi construído um retângulo, um quadrado, dois trapézios e a tradicional figura do paralelogramo, e poderiam ter apresentado as especificidades de cada um. Apenas no quadrado eles construíram os ângulos internos, e, no tradicional paralelogramo, escreveram: “*paralelogramo é uma figura quadrilátero*”. Para explicar o que compreenderam de circunferência, disseram: “*circunferência e um círculo sem pintar o meio*”, e, para círculo: “*e uma esfera sólida*”. Ao observar essa explicação, percebemos que os alunos, assim como o grupo de A2 e A5, não souberam explicar com termos geométricos o que compreenderam de circunferência. Eles afirmaram que um círculo é uma esfera, porém, durante os encontros, não estudamos sobre as esferas e nenhuma outra figura espacial. Infelizmente, só visualizamos essa resposta durante a análise dos dados e não pudemos questionar os alunos sobre o que compreenderam de círculo e o que entendem por esfera; o que parece, ao observar a figura 61, é que eles compreendem ser o mesmo ente geométrico. Na figura 62, vemos os conceitos e as construções do grupo de A9.

**Figura 62.** Conceitos do grupo de A9



**Fonte:** Dados da Pesquisa (2018)

Nas construções do grupo de A9, percebemos que o ponto foi definido com coordenadas, como o grupo de A2. A reta *“não tem começo e nem fim”*. Essa definição foi apresentada por todos os grupos, alguns utilizam o termo “linha”, mas com o mesmo sentido. Quanto ao segmento de reta, disseram: *“seguimento de reta tem começo e fim”*. Assim como os outros grupos, o grupo de A9 não conseguiu expressar o conceito de reta paralela e, disse que a reta paralela *“e uma reta do lado da outra”*. O conceito de reta perpendicular não foi apresentado pelos alunos, mas construíram uma reta perpendicular junto com as outras construções. O triângulo foi definido por eles do seguinte modo: *“um triangulo com três pontas cento e oitenta graus”*, todavia, não justificaram o que significa  $180^\circ$  e, também, não se apropriaram da linguagem geométrica, pois definiram “três pontas”, ao invés de três lados, três ângulos, três vértices ou três segmentos.

Ao definirem os quadriláteros, descreveram que *“trapézio tem dois lados paralelos”*, *“paralelogramos tem os lados iguais”*; entretanto, essa justificativa não é válida quando nos tratamos de um retângulo, que também é paralelogramo e nem sempre possui os quatro lados iguais. O conceito de quadrado foi muito amplo, e se estende à definição de quadriláteros quaisquer *“o quadrado e uma figura de quatro pontas”*. A justificativa para retângulo está certa, *“retângulo tem dois lado grande e dois pequeno”*, mas não pode ser generalizada, pois o quadrado também é retângulo e seus quatro lados são iguais. A definição para o losango foi *“tem 90 graus”*. Todavia, os alunos não explicaram a que se referem os  $90^\circ$ , se à medida dos ângulos internos ou à dos ângulos formados pelas diagonais, visto que um losango é um quadrilátero cujos lados são congruos e suas diagonais são perpendiculares, logo, formam  $90^\circ$ . Caso os alunos estivessem referindo os  $90^\circ$  aos ângulos internos, a figura geométrica que seria o losango é o quadrado; desse modo, o quadrado é um quadrilátero que é retângulo, paralelogramo e losango. Quanto à explicação do círculo e da circunferência, os alunos utilizaram um exemplo real para justificar *“o círculo e pintado e a circunferência e um anel”*. Assim, percebemos que os alunos conseguiram compreender os conceitos, porém não souberam se expressar com a linguagem geométrica.

Observando essa organização dos conceitos feita pelos alunos, percebemos que aqueles que manusearam o *software* conseguiram formar os conceitos geométricos e mudaram a percepção e a definição de alguns conceitos. Do grupo restante, durante a entrevista, alguns se recusaram a participar, enquanto outros, quando questionados, diziam não lembrar, que não sabiam os conceitos. Desse modo, dos vinte e três alunos que participaram dos encontros, identificamos que nove conseguiram formar alguns conceitos como visto nas figuras 59, 60, 61 e 62, anteriormente.

Ao término dos encontros, perguntamos para os alunos o que acharam sobre a utilização do computador para aprender alguns conceitos de geometria, uma dessas respostas foi a de A2:

*“Fazendo a oficina no computador me ajudou a entender que figuras não é só aquela que vem na nossa mente, tipo ah me fala o que é um triângulo, ah um triângulo é aquele negocio de três lados, mas não é só assim, tem vários modelos e que você não aprende só na sala mas mexendo lá no computador”.*

No tópico seguinte, apresentamos a análise da categoria 3 da segunda intervenção.

#### **4.3.2 Segunda Intervenção**

Relembrando que a segunda intervenção foi realizada com os alunos da EJA do eixo IV do tempo formativo II, o que corresponde ao ensino fundamental II.

#### **OBSERVAÇÃO: Etapa de estabelecimento da BOA**

Essa etapa de estabelecimento da BOA ocorreu somente na segunda intervenção. Como dito anteriormente, na primeira intervenção, tínhamos elaborado todos os roteiros de atividades matemáticas, mas não tínhamos suporte teórico no campo da aprendizagem que embasasse nossa proposta. Após o acesso à teoria e às nossas observações de que alguns alunos na primeira intervenção não tinham assimilado os conceitos, decidimos rever as BOA e aplicá-las com uma nova turma. Como a turma a que tivemos acesso era a do eixo IV (ensino fundamental), reorganizamos e adaptamos a BOA a essa turma. Além disso, decidimos aplicar somente as BOA referentes às noções básicas de ponto e reta, retas paralelas e perpendiculares, e quadriláteros quaisquer, como quadrado e retângulo. Isso em função do tempo de realização que tínhamos: oito encontros.

Diferentemente do que ocorreu na primeira intervenção, na segunda tivemos cuidado ao questionar cada construção realizada no GeoGebra e cada diálogo feito pelos alunos. Isso para que não houvesse equívocos durante a formação dos conceitos, como percebemos na primeira intervenção. Como na segunda intervenção frequentavam apenas quatro alunos, tivemos tempo para dar o suporte necessário a todos durante as construções.



#### **4.3.2.1 Subcategoria – Etapa motivacional**

Nas primeiras observações na turma do eixo IV, percebemos que apenas duas alunas – X e Vitória – frequentavam as aulas. Com o decorrer das BOA, novos alunos começaram a participar dos encontros, o que chamou a atenção da direção da escola. Acredita-se que isso pode ter ocorrido em virtude de os alunos se sentirem motivados em participar de uma aula diferenciada, com uso do computador, especificamente, do *software* GeoGebra. Apesar de novos alunos participarem dos encontros, eles não iam para a escola com frequência. Geralmente quem estava nas aulas eram X, Vitória e Y.

Também percebemos que a aluna Vitória se sentiu motivada em participar das atividades propostas por nós, pois, durante os encontros, ela era questionada e estimulada a pensar, e tinha a oportunidade de expor sua opinião – algo que não tínhamos visualizado em nossas observações anteriores. Vitória se esforçou para participar de todos os encontros, e faltou apenas dois, por motivo de doença.

#### **4.3.2.2 Subcategoria – Etapa da formação da ação no plano material ou materializado e etapa da ação no plano da linguagem externa**

Apresentamos uma breve análise e discussão dessa subcategoria, visto quem apresentaremos, com mais detalhes, em um artigo que estamos elaborando para submeter a revista Educação Matemática Pesquisa.

As atividades que foram realizadas na segunda intervenção foram: noção de ponto e reta, retas paralelas, retas perpendiculares, triângulos e quadriláteros.

Em todos os encontros os alunos tentaram representar de forma material os conceitos estudados. Por exemplo, durante a formação do conceito de ponto associaram o ente geométrico com o ponto de ônibus, com o pingo que fica sobre a vogal i, com o ponto de uma frase. Com o decorrer das construções no *software* GeoGebra começaram a perceber as propriedades que diferenciam o ponto ente geométrico, das demais ideias de pontos citadas anteriormente.

Na atividade sobre retas paralelas associaram com um exercício de barras paralelas feito na academia. Nessa BOA identificamos os primeiros diálogos e discussões entre os alunos, nos quais tentaram formar os conceitos juntos, questionando o porquê das diferenças entre as construções realizadas por eles.

A BOA seguinte foi sobre triângulos, na qual os alunos associaram o ente geométrico a placa de trânsito “Dê preferência” e ao instrumento musical triângulo. Diferente dos alunos

da primeira intervenção, os alunos da segunda intervenção, conseguiram visualizar o triângulo de posição diferenciada, podendo ser de “cabeça pra baixo”, de lado ou pra cima. A aluna Vitória, por outro lado, não interferia nas discussões entre os colegas, respondia aos questionamentos somente quando eram direcionados a ela.

Das BOA realizadas, a que gerou maior discussão entre os alunos, foi a de quadriláteros, pois conseguiam perceber visualmente o que era um retângulo e um quadrado, entretanto, não sabiam quais as propriedades que as definiam. O processo de formação dos conceitos de quadrado e retângulo foi longo e teve várias discussões e dúvidas por parte dos alunos. Ao término, conseguiram formalizar e formar os conceitos desses entes geométricos.

#### 4.3.2.3 Subcategoria – Etapa mental

Ao contrário do que ocorreu na primeira intervenção, na segunda intervenção gravamos todos os encontros e, ao término, fazíamos alguns questionamentos para os alunos, a fim de verificar o que ficou internalizado em cada encontro.

Desse modo, identificamos a etapa mental em todos os encontros, pois, como a turma era pequena, todas as construções eram discutidas pelos alunos de forma coletiva. Apenas a aluna Vitória não participava dessas interações com a turma, ela ficava sempre sentada no cantinho dela.

Como dito anteriormente, no último encontro fizemos um debate. Apresentamos algumas das repostas dos alunos X, Y, Z e Vitória; deve-se ressaltar que algumas foram basicamente as mesmas, e, por isso, não foram apresentadas.

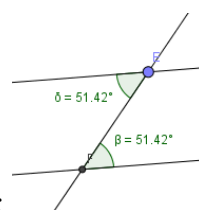
Professora: “o que vocês entenderam por ponto?”.

Aluna X: “tem coordenadas”.

Professora: “O que é uma reta paralela?”.

Aluno Y: “uma do lado da outra e tem uma transversal”.

Aluna X: “o ângulo que fica desse lado de cá é igual o do lado de lá”.



A aluna desenhou no quadro desse modo:

Professora: “e a reta perpendicular?”.

Aluno Z: *“tem ângulo de 90 grau”*.

Professora: *“e o triângulo?”*.

Vitória: *“tem três parte e os ângulo tudo é 180”*.

Aluno Y: *“tem três tipos, mas só lembro do escaleno”*.

Os demais alunos não complementaram a fala do colega, então a professora pesquisadora disse:

Professora: *“os outros dois são equilátero e isósceles. Alguém sabe diferenciar eles?”*.

Aluno Z: *“tem um que é tudo igual, acho que é esse equi...”*.

Professora: *“Equilátero”*.

Aluno Z: *“é esse ai. Mas os outro não lembro”*.

Aluno Y: *“um tem os lados tudo diferente e o outro dois igual”*.

Aluna X: *“acho que o primeiro que você falou é escaleno, o outro deve ser isso...”*.

Professora: *“Isósceles. E o que é um triângulo isósceles?”*

Aluno Z: *“dois lados igual?”*.

Professora: *“sim, está certo. E tem outro tipo de triângulo que também é isósceles?”*

Os alunos ficaram em silêncio.

Professora: *“lembram... o triângulo equilátero, também é isósceles, mas o triângulo isósceles não é equilátero”*.

Aluno Y: *“é mesmo não lembrava disso”*.

Professora: *“o que é um quadrilátero?”*.

Vitória: *“tem quatro lado”*.

Professora: *“o que é quadrado?”*.

Aluna X: *“4 lados iguais e 4 ângulos iguais”*.

Professora: *“e retângulo?”*.

Aluno Y: *“tem 4 ângulo iguais. O quadrado é retângulo”*.

Aluna X: *“mas tem retângulo que não é quadrado”*.

Ao término dessa discussão, foi sugerido aos alunos que escrevessem um breve texto da experiência de utilizar o GeoGebra como recurso para aprender os conceitos de geometria.

Aluno Z: *“A aula de Taiane foi muito boa porque ela ensinou um novo jeito de aula com o uso do computador e foi muito bom porque foi uma forma muito boa e moderna de*

*aula porque nesses tempos atuais é muito importante saber lidar com a tecnologia enfim foi uma experiência muito boa”.*

Aluna X: *“Eu gostei porque eu aprendi sobre triângulo, quadrado, sobre ângulo quando é 90°, 180°, 360° graus. Tive dificuldade com os nomes da figura. Aprendi sobre paralelos. Foi uma aula que eu vou levar pra vida toda. Obrigada”.*

Aluno Y: *“A aula com o computador foi muito boa porque é um ensino mais profundo uma aula mais clara que mim fez aprender um pouco a mais”.*

Vitória: *“Eu gostei muito da aula, porque como eu não sei ler eu consegui estudar os triângulos aqui no computador e consegui ver os vértices e movimentar os triângulos. Gostei muito porque também aprendi mexer no computador. Eu nunca tinha feito tarefa no computador e achei muito legal”.*

#### **4.3.3. Resultados e comparações das análises das duas intervenções**

##### **O que foi a nossa pesquisa?**

Nossa proposta de pesquisa foi analisar a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo uso do *software* GeoGebra, cuja questão de pesquisa foi: **“Como ocorre a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo uso do *software* GeoGebra?”**. Nossa ideia foi explorar os conceitos de geometria, utilizando o GeoGebra, a fim de permitir a formação desses conceitos pelos alunos, e, desse modo, sair da aula tradicional na qual o professor é o único detentor do conhecimento e os alunos apenas memorizam os conceitos.

Ainda, segundo Núñez (2009), na maioria das vezes, a escola tradicional esquece o fato de que a aprendizagem não ocorre rapidamente, pois é um processo contínuo de formação e apropriação de conceitos. Além disso, cada aluno possui um tempo de aprendizagem e de desenvolvimento que é influenciado pelo processo cognitivo e afetivo, o que percebemos durante nossa pesquisa.

Para realizar nossa pesquisa, nos baseamos nas discussões da Teoria de Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin (Núñez, 2009) e no Constructo Teórico Seres-Humanos-com-Mídias (Borba; Villarreal, 2005). Aquela no campo da aprendizagem e da formação de conceitos e essa no campo da importância do uso da tecnologia para a aprendizagem de conceitos matemáticos.

Nossa pesquisa foi de natureza qualitativa, cuja modalidade foi a pesquisa intervenção. Como técnicas para a produção dos dados, realizamos questionário diagnóstico, roteiros de atividades matemáticas (BOA) com a mediação do GeoGebra, entrevistas e diário de bordo. Para a análise, nos baseamos na análise de conteúdo, estabelecemos categorias e subcategorias de análise e fizemos triangulação de dados e de teorias.

Os sujeitos que fizeram parte de nossa pesquisa na primeira intervenção foram alunos da EJA do eixo VII do tempo formativo III e, na segunda, alunos do eixo IV do tempo formativo II. Fizemos duas intervenções de pesquisa porque percebemos que alguns alunos não conseguiram compreender os conceitos, pois só quem aprendia eram os alunos que manipulavam o GeoGebra, e, também, porque não tínhamos um aporte teórico para embasar a pesquisa. Então resolvemos fazer a segunda intervenção com o olhar da teoria de Galperin.

### **Quais os principais desafios que nós encontramos antes, durante e após o desenvolvimento da pesquisa?**

Antes de iniciarmos nossa pesquisa, muitos questionaram a nós: “Como vocês vão utilizar recursos tecnológicos para ensinar conteúdos geométricos para alunos da EJA?”, “Na escola tem acessibilidade?”, “Os alunos da EJA são inclusos na escola?”, “No turno noturno, o laboratório de informática é disponível para esse tipo de atividade que estão propondo?”, “E se não tiverem computadores na escola, como vão dar continuidade à pesquisa?”, “Como pretendem utilizar celular em uma turma de EJA? Os alunos têm celulares para realizar esse tipo de atividade?”.

Se tivéssemos nos abatido por esses questionamentos, não teríamos conseguido desenvolver nossa pesquisa. Sempre acreditamos que conseguiríamos encontrar um colégio com o suporte necessário. Em toda a cidade, fizemos uma busca por escolas que tivessem a modalidade de ensino EJA e laboratório de informática. Algumas tinham EJA, mas não possuíam computadores, outras tinham computadores, mas eles estavam desatualizados, e atualizá-los seria um longo processo, em outras havia laboratório, mas elas não tinham EJA. Depois dessa busca, tivemos acesso ao Colégio Nilton Gonçalves, que recebeu nossa proposta de portas abertas e nos ajudou muito a reorganizar o Laboratório de Informática, que estava obsoleto. A escola se dispôs a dar uma manutenção nos computadores que não estavam funcionando, disponibilizou os notebooks da sala dos professores e o computador da secretaria da escola, e, ainda, conseguiu dois computadores seminovos para o desenvolvimento de nossa proposta. Em aproximadamente duas semanas, conseguimos deixar os computadores da escola acessíveis e com o *software* GeoGebra instalado.

Enquanto estávamos organizando os computadores do colégio, também estávamos elaboramos as BOA. O processo de elaboração da BOA é lento e demorado, pois, para produzi-las, tivemos que elaborar e testar cada passo, para que, assim, não houvesse erros durante a realização na sala de aula. Além disso, o tempo para a produção de uma BOA varia muito; conseguimos preparar algumas BOA em uma ou duas horas, outras em cerca de um ou dois dias, às vezes até mais. Esse processo de produção da BOA foi feito por uma equipe composta por três pessoas, e as atividades eram testadas por todas. Ao passo que realizávamos nossa pesquisa, havia mais duas pesquisas sendo realizadas com uma proposta bem parecida com a nossa, mas com outro público. Então, as atividades que propomos para os alunos da EJA também foram testadas com alunos do I semestre do curso de Licenciatura em Matemática, sofrendo adaptações de acordo com o nível de escolaridade. Com o desenvolvimento das BOA, pensamos em elaborar um livro de atividades geométricas para que professores de matemática pudessem explorar os conceitos de geometria no GeoGebra (esse livro está no disponível no site: [www.amazon.com.br](http://www.amazon.com.br)). Todas essas atividades que realizamos com os alunos da EJA constam nesse livro, entretanto algumas foram reescritas pela equipe, uma vez que, por meio das pesquisas realizadas, identificamos algumas falhas e procedimentos que poderiam ser retirados ou acrescentados.

Outro aspecto que identificamos foi que, na primeira intervenção, percebemos que os alunos se organizavam na sala em grupos, e os componentes de um grupo não sentavam junto ou fazia atividades com outro grupo, eram sempre os mesmos. Apenas o aluno do grupo que manuseava o computador estava conseguindo formar os conceitos. Os demais alunos apenas copiavam as reflexões e as construções dos entes geométricos feitas por esse aluno. Isso pode ter acontecido em razão da quantidade de alunos, uma vez que a turma era composta por aproximadamente 23 alunos, e, também, em virtude da falta de uma pessoa para auxiliar durante as construções. A professora pesquisadora, enquanto explicava as BOA e o modo de execução no GeoGebra, observava as construções e o processo de formação dos conceitos dos alunos, solucionava as dúvidas geradas e ensinava aos alunos que não sabiam manusear o computador como fazer as construções dos entes geométricos no *software*. Talvez, se a turma fosse menor ou se houvesse alguém para auxiliá-la, essas dificuldades teriam sido menores. Inicialmente, nossa proposta era que o professor regente da turma participasse dos encontros, porém ele participou apenas do primeiro.

Por esse motivo, na segunda intervenção, tivemos o cuidado de deixar cada aluno com um computador, gravar os áudios de todos os encontros e questionar sobre os conceitos estudados em cada encontro. Como a turma dessa intervenção era composta por

aproximadamente quatro alunos, esse controle do manuseio do computador foi mais fácil de ser percebido, e também foi mais acessível para a professora pesquisadora ensinar a manusear o *software*, solucionar as dúvidas e observar a formação dos conceitos. Essa gravação dos áudios dos encontros foi muito importante para a nossa compreensão do desenvolvimento da formação dos conceitos pelos alunos da segunda intervenção. Entretanto, durante a transcrição dos áudios, tivemos um pouco de dificuldade em identificar as vozes dos alunos, visto que foram gravadas com o gravador de celular e que os sons de fora da sala de aula também foram gravados. Além disso, a sala da turma do eixo IV (segunda intervenção) ficava ao lado da cozinha da escola, então todas as conversas e sussurros que vinham da cozinha também foram gravadas pelo celular – entretanto não prejudicaram o desenvolvimento das atividades na escola. Todavia, apesar do trabalho em transcrever e diferenciar as vozes dos alunos, ter realizado essa gravação foi de fundamental importância, pois, graças a ela, percebemos que os alunos da segunda intervenção tiveram um aproveitamento melhor do que os alunos da primeira intervenção.

Outro desafio que encontramos ocorreu na segunda intervenção, quando encontramos a aluna Vitória. Em nenhum momento, havíamos pensado que haveria uma aluna não alfabetizada em alguma das turmas. Inicialmente, ficamos sem saber o que fazer e como lidar com essa aluna. Após algumas discussões entre a professora pesquisadora e a orientadora, decidimos que todos os encontros seriam gravados, já que era uma forma possível para guardar as informações e discussões feitas pela aluna, e também que as BOA seriam lidas em voz alta para que ela pudesse tentar realizar as construções dos entes geométricos.

Ainda na segunda intervenção, tivemos pouco tempo para desenvolver as BOA. Isso em razão de a escola estar na última unidade do ano letivo e de terem sido liberados poucos encontros para desenvolver as atividades. Por esse motivo, realizamos poucas atividades com a turma do eixo IV, e, se tivéssemos mais tempo, teríamos conseguido aproveitar mais informações e conhecimentos sobre a formação dos conceitos dessa turma. Entretanto, apesar do pouco tempo, conseguimos enxergar a Teoria em cada encontro realizado nessa segunda intervenção, e a associação das Teoria de Galperin com o Constructo Seres-Humanos-com-Mídias tornou-se mais clara e enfatizou nossa proposta de pesquisa e a importância da mediação da BOA com o *software* GeoGebra.

No quadro 9, fizemos uma comparação sobre o desempenho dos alunos durante as duas intervenções. Além disso, também apresentamos o posicionamento da professora pesquisadora em relação ao desenvolvimento da pesquisa nas duas turmas.

**Quadro 9.** Comparação entre o desempenho dos alunos da primeira e da segunda intervenção

	<b>Primeira intervenção</b>	<b>Segunda intervenção</b>
<b>Nível de maturidade</b>	Os alunos tinham uma faixa etária entre 18 e 45 anos de idade.	Os alunos tinham faixa etária de 18 a 50 anos de idade.
<b>Interesse em participar das atividades</b>	Poucos tinham interesse.	Os alunos X, Y, Z e Vitória tinham interesse em participar dos encontros.
<b>Trabalho coletivo</b>	As atividades tinham grupos definidos.	Os alunos realizavam as construções coletivamente. A aluna Vitória preferia não dialogar em grupo.
<b>Ruídos e conversas paralelas</b>	Os alunos conversavam muito e como o laboratório era perto do pátio, o barulho exterior ao laboratório, às vezes, atrapalhava um pouco.	As conversas da cozinha ficaram gravadas nos áudios, mas não atrapalharam o desenvolvimento das atividades.
<b>Conhecimento prévio</b>	Os alunos tinham conhecimentos de algumas atividades cotidianas com os nomes de alguns entes geométricos.	Os alunos também tinham conhecimentos de algumas atividades cotidianas com os nomes de alguns entes geométricos.
<b>Quantidade de alunos na turma</b>	Tinham aproximadamente 23 alunos.	Frequentavam quatro alunos.
<b>Atenção da professora pesquisadora em relação aos alunos</b>	Como a turma era grande, alguns alunos não conseguiram solucionar algumas dúvidas, pois enquanto explicava a BOA, ensinava mexer no <i>software</i> , e, também solucionava as dúvidas.	Como a turma era pequena foi possível participar dos diálogos, ensinar mexer no <i>software</i> e explicar a BOA, ocorrendo assim um melhor acompanhamento da turma.
<b>Gravação dos encontros</b>	Não pensamos em gravar os encontros.	Todos os encontros foram gravados.
<b>Formação de conceitos</b>	Nove dos vinte e três alunos conseguiram formar alguns conceitos.	Os quatro alunos que frequentavam conseguiram formar alguns conceitos.
<b>BOA mediada pelo GeoGebra e pela professora pesquisadora</b>	Não houve muitas intervenções nas construções dos entes geométricos feitas pelos alunos. Alguns questionamentos não foram feitos.	Em todos os encontros os alunos foram questionados sobre o porquê das escolhas dos ícones para fazer as construções dos entes geométricos.
<b>Apropriação dos termos geométricos</b>	Poucos alunos apropriaram dos termos geométricos.	Alguns conseguiram apropriar dos termos geométricos.

Fonte: Produção Nossa (2018)

Outro aspecto que identificamos foi em relação aos erros cometidos pelos alunos durante ambas intervenções. Quanto a isso, só identificamos essa falha durante a análise da etapa mental, pois percebemos que não analisamos o porquê dos erros cometidos nem levamos um retorno, a cerca dos resultados obtidos, para os alunos. Acreditamos que isso não foi possível em função do tempo de realização da pesquisa, visto que, na primeira intervenção, tivemos aproximadamente dois meses de encontros e, a segunda, um mês.



## CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para melhor descrever nossas considerações finais fizemos alguns tópicos:

- Quais as dificuldades percebidas no processo de formação de conceitos pelos alunos?
- O que a BOA e o *software* GeoGebra proporcionaram à formação dos conceitos pelos alunos?
- Perspectivas futuras: em que nossa pesquisa contribuiu, quais os questionamentos que ficaram e o que pretendemos investigar futuramente?

### **Quais as dificuldades percebidas no processo de formação dos conceitos pelos alunos?**

Na primeira intervenção, identificamos que alguns alunos tiveram resistência em participar dos encontros, e, por isso, acabavam fazendo “bagunça” querendo chamar a atenção dos demais colegas. Com o decorrer dos encontros, poucos desses começaram a se interessar em realizar as atividades, porém os demais acabaram por não frequentar os encontros e, quando participavam, tentavam chamar a atenção dos outros colegas.

Por outro lado, durante a formação dos conceitos geométricos, percebemos que, nas duas turmas, os alunos tiveram um pouco de dificuldade no manuseio do *software*, mas que, com o decorrer dos encontros, começaram a ter autonomia para explorar os ícones. Quanto à BOA, tiveram muita dificuldade em interpretar os procedimentos. Mas acreditamos que isso ocorreu pelo fato de os alunos estarem acostumados a terem respostas prontas, o que foi diferente em nossa pesquisa, pois os conceitos foram formados com o decorrer das manipulações no *software*.

Também percebemos a dificuldade em se apropriar dos termos geométricos, como, por exemplo, vértices, arestas, intersecção, dentre outros. Durante as construções, os alunos conseguiam explicar os procedimentos que estavam fazendo, porém percebemos que a apropriação dos termos foi feita por poucos alunos. Acreditamos que isso se deve ao fato de ter sido o encontro com um vocabulário novo e extenso, pois, numa mesma construção de um ente geométrico, surgiam vários termos. Além disso, muitos tiveram dificuldades em ler e interpretar os procedimentos da BOA e, por isso, acabavam não prosseguindo nas construções dos entes geométricos.

Por outro lado, nos deparamos, no processo de formação dos conceitos geométricos, com a dificuldade nas operações com os números decimais, em especial, a adição. Na primeira intervenção, não identificamos isso, talvez porque os alunos sabiam realizar essa operação ou utilizar a calculadora. Já, na segunda intervenção, isso ficou bem perceptível,

pois foi necessário parar o desenvolvimento da BOA para ensinar o algoritmo da soma com números decimais.

Apesar de os alunos da segunda intervenção serem do eixo IV, percebemos que, durante a realização das BOA e o manuseio no GeoGebra, houve menos dificuldades comparando com os alunos da primeira intervenção, eixo VII, uma vez que os alunos da primeira intervenção estavam mais avançados pelo fato de serem do ensino médio.

### **O que a BOA e o *software* GeoGebra proporcionaram para a formação dos conceitos pelos alunos?**

Por meio de nossa proposta de pesquisa, percebemos o interesse por parte de alguns alunos em participar de uma atividade diferenciada na qual eles eram os principais responsáveis pela formação dos conceitos estudados. Outros não tiveram muito interesse, pois como não havia respostas prontas, estavam com “preguiça” de pensar ou até mesmo de tentar construir os entes geométricos no GeoGebra. Na primeira intervenção, não conseguimos perceber uma interação coletiva entre os alunos, houve interação apenas com os grupos estabelecidos entre eles, pois o diálogo era restrito aos grupos e à professora pesquisadora. Já na segunda intervenção, isso foi diferente, pois, como somente quatro alunos frequentavam os encontros, eles tinham um interesse maior em participar das atividades. Além disso, a realização das BOA com o GeoGebra permitiu interação e diálogo a esses alunos da segunda intervenção, algo que foi pouco visto nas observações iniciais. No momento das construções dos entes geométricos, discutiam sobre os ícones e as figuras que eram formadas após a movimentação de um vértice, faziam questionamentos sobre porque a construção do ente estava sendo feita daquele modo, e ainda davam sugestões de como realizar as construções. Com isso, percebemos um dos nossos objetivos específicos de pesquisa: “Identificar as formas de interação dos alunos da EJA quando utilizam as TD na formação de conceitos geométricos”.

Também, percebemos a moldagem que ocorreu entre os alunos e o *software*, e entre o *software* e os alunos. Como dito, alguns alunos não sabiam manusear o computador nem haviam estudado conceitos de geometria; então, para eles tudo era novo. Mas, com o decorrer das BOA, começaram a demonstrar interesse em manipular o *software* e formar o conhecimento geométrico. Um dos alunos deu o seguinte depoimento: “*Senti um pouco de dificuldade logo começo. Mas no final da aula quando tava começando a ficar interessante, acabou...*”. Com essa fala, identificamos, mais uma vez, o objetivo específico de nossa pesquisa: “Identificar as formas de interação dos alunos da EJA quando utilizam as TD na

formação de conceitos geométricos”, pois, com o decorrer dos encontros, os alunos começaram a se familiarizar com o *software* GeoGebra e perceberam a importância do *software* para a formação dos conceitos geométricos. No caso da aluna Vitória, somente a BOA não ajudaria na formação dos conceitos, pelo fato de a mesma não ser alfabetizada e não conseguir ler. A tecnologia GeoGebra foi fundamental para a formação dos conceitos geométricos dessa aluna, pois ela conseguiu manipular, construir, manusear e formar conceitos utilizando o *software*.

Quanto à formação dos conceitos geométricos, em ambas as intervenções, percebemos a mudança de percepção dos conceitos. Na primeira, das figuras geométricas estudadas, a que os alunos tiveram mais dificuldades de entender foi o quadrilátero paralelogramo, pois, para eles, existia apenas um modo de construir um paralelogramo. Após a construção de um quadrilátero paralelogramo no *software* GeoGebra pela professora pesquisadora, os alunos começaram a compreender o conceito. Para isso, a professora construiu detalhadamente cada passo e movimentou todos os vértices do quadrilátero, para que, assim, pudessem visualizar a mudança da figura geométrica. Após isso, conseguiram compreender que um paralelogramo possui seus lados opostos paralelos e seus ângulos opostos iguais (côngruos). Já os alunos da segunda intervenção tiveram dificuldades em construir um quadrado e visualizar as propriedades do quadrado. Pelos diálogos apresentados na categoria 3, pode-se observar como foi esse processo de formação do conceito de quadrado. Por meio dessa análise feita na categoria 3, identificamos mais um dos nossos objetivos específicos: “Analisar os resultados da formação dos conceitos geométricos após a utilização do *software* GeoGebra”.

Além disso, percebemos o quanto a tecnologia contribuiu para a aprendizagem da aluna Vitória, que disse em um dos seus depoimentos: “*Gostei dessa aula porque consegui participar e aprender, achei muito bom estudar com o computador*”. Desse modo, a BOA desenvolvida por nós exigia dos alunos conhecimentos que eles não haviam estudado e que, após a interpretação da BOA, da manipulação e da visualização do *software* GeoGebra, puderam assimilar e formar os conceitos geométricos. Assim sendo, identificamos mais um dos nossos objetivos específicos de pesquisa por meio dessa fala da aluna Vitória: “Verificar o posicionamento dos alunos da EJA em relação ao uso do *software* GeoGebra na formação dos conceitos geométricos”.

Antes de construir os entes geométricos no *software* GeoGebra, os alunos tentavam assimilar e associar o ente geométrico à alguma figura prévia do seu cotidiano, e, após isso, tentavam reproduzir essa figura no *software*. Após a manipulação, a movimentação e a visualização proporcionada pelo GeoGebra, conseguiam chegar a uma conclusão. Assim,

formavam o conceito geométrico, que ora se assemelhava com o conhecimento prévio tido por eles, ora não, e, desse modo, transcorria uma mudança na percepção e na definição do conceito estudado. Dessa maneira, conseguimos identificar mais um dos nossos objetivos específicos: “Analisar os fatores que contribuem para a formação de conceitos geométricos por alunos da EJA”.

A articulação da BOA com o GeoGebra permitiu o diálogo em grupo, o trabalho coletivo, a motivação, as trocas de experiências, a reflexão sobre os conceitos estudados e, principalmente, a formação de conceitos geométricos. Todos esses aspectos nós visualizamos na Teoria de Galperin (Núñez, 2009) e no Constructo Teórico Seres-Humanos-com-Mídias (Borba e Villareal, 2005) e, com isso, mais uma vez justificamos a importância de interligar essas duas teorias. Acreditamos que, para que a formação de conceitos geométricos ocorra de modo eficaz, não é possível realizar a BOA sem o *software* GeoGebra ou o *software* GeoGebra sem uma BOA. Ou seja, é uma mediação recíproca na qual um completa o outro.

Desse modo, enfatizando a visualização proporcionada por um *software* matemático, bem como as contribuições da visualização para a formação do conceito matemático, concluímos com a seguinte fala: “o raciocínio visual é uma forma cognitiva capacitadora que implica a necessidade de dar aos alunos tempo, oportunidade e recursos para elaborar construções, investigações, conjecturas e modificações (BORBA; VILLARREAL, 2005, p.94, tradução nossa)<sup>22</sup>”. Ou seja, a mediação proporcionada pelo GeoGebra potencializou o desenvolvimento cognitivo, reflexivo e matemático dos alunos.

Cabe ressaltar a importância da exploração de conceitos de geometria no GeoGebra em razão do *software* explorar a geometria plana, a geometria espacial e a geometria analítica, simultaneamente. Além disso, esse *software* permite o desenvolvimento de outras atividades não propostas, como os quadriláteros côncavo e convexo que surgiram durante o estudo de quadriláteros na primeira intervenção. E isso é um ganho para o ensino de matemática, uma vez que muitos alunos têm dificuldades em visualizar um ente geométrico e, posteriormente, explorar algebricamente suas equações, coordenadas, funções, dentre outras propriedades. Desse modo, afirmamos que nossa proposta de atividades BOA mediadas pelo *software* GeoGebra pode ser realizada com qualquer público: educação infantil, ensino fundamental, ensino médio, ensino superior, EJA. Basta apenas ajustar as atividades ao nível de escolaridade dos alunos.

---

<sup>22</sup> Texto original: “visual reasoning is an empowering form of cognition that implies the need to give the students time, opportunity and resources to elaborate constructions, investigations, conjectures and modifications”

**Perspectivas futuras: em que nossa pesquisa contribuiu, quais os questionamentos que ficaram e o que pretendemos investigar futuramente?**

Observando as pesquisas acadêmicas que relacionam a temática EJA x Geometria Plana x Tecnologia (GeoGebra), percebemos que o foco é a exploração do conceito já definido no *software*. Em nossa proposta, o conceito foi formado de outra forma: a partir da exploração dos entes geométricos no *software* GeoGebra. E essa proposta é desafiadora tanto para nós enquanto professores pesquisadores quanto para os alunos. Pois desenvolver uma atividade desse tipo requer tempo e disponibilidade do professor pesquisador para elaborar, testar e identificar se os procedimentos da BOA são possíveis de serem realizados no GeoGebra e, se ao término das manipulações, levará a formação do conceito geométrico.

Além disso, o professor pesquisador deve ter domínio dos conceitos geométricos a serem estudados e também dos ícones e ferramentas do *software*, para que, assim, possa utilizar a tecnologia para explorar o conteúdo matemático e conhecer a tecnologia por meio da matemática; ou seja, de modo que haja a moldagem recíproca nomeada por Borba e Villarreal (2005). Desse modo, é possível levar uma atividade investigativa que permita a reflexão e, como consequência, a formação dos conceitos. E, por parte dos alunos, é necessário o interesse, a autonomia e a motivação para realizar atividades diferenciadas que envolvam o raciocínio, a reflexão e a interpretação, para após isso, formar o conceito. O que é diferente das aulas tradicionais, nas quais o aluno somente memoriza o conceito sem entender o porquê das propriedades que o definem.

Enquanto estávamos desenvolvendo a pesquisa, fizemos alguns trabalhos e os apresentamos em alguns eventos com o intuito de divulgá-la. O primeiro trabalho que apresentamos foi intitulado “Aprendendo Conceitos de Geometria Plana na EJA com o GeoGebra” e apresentado no dia 26 de abril de 2018 no IV Simpósio Nacional de Grupos Colaborativos e de Aprendizagem do Professor que ensina Matemática/IV Jornada de Estudos do GEEM realizado em Vitória da Conquista – Bahia. O segundo teve o título “APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA PLANA NA EJA: uma experiência utilizando tecnologias digitais” e foi apresentado no dia 29 de junho de 2018 no 5º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (5º SIPEMAT) realizado em Belém – Pará. O terceiro, intitulado “O SOFTWARE GEOGEBRA: mediador da aprendizagem de conceitos de geometria de uma aluna não alfabetizada”, foi apresentado na I Jornada Baiana de Tecnologias Digitais no Ensino no dia 13 de setembro de 2018. Também enviamos um artigo para a Revista BOLEMA, intitulado “Da Revisão de Literatura ao Referencial Teórico: compreendendo a

formação de conceitos geométricos mediada pela tecnologia”, e estamos aguardando o parecer da revista para saber se foi aceito para publicação. Agora que finalizamos a escrita da dissertação, estamos elaborando um novo artigo com o enfoque nas discussões dos resultados da segunda intervenção – cujo título será “Formando conceitos geométricos com o *software* GeoGebra: uma experiência com alunos do eixo IV da Educação de Jovens e Adultos”, entretanto, queremos submetê-lo a Revista Educação Matemática Pesquisa.

Ao passo que escrevemos os trabalhos citados anteriormente, também estávamos desenvolvendo e escrevendo um livro de atividades envolvendo geometria plana e espacial para serem realizadas com o *software* GeoGebra, como já citado anteriormente. Ele foi publicado no site *www.amazon.com.br* e seu título é “Atividades matemáticas com o GeoGebra”.

Assim sendo, nossa pesquisa nos permitiu refletir sobre as atividades BOA desenvolvidas por nós, bem como a interpretação dos procedimentos para a construção dos entes geométricos no GeoGebra. Pois, durante a análise, percebemos que outros procedimentos e questionamentos poderiam ter sido inseridos além da exploração de outros conceitos. Assim, com o decorrer da pesquisa, foram surgindo outros questionamentos, dentre eles:

- Como se dá a formação do conceito de quadriláteros, em especial, dos quadriláteros paralelogramos?
- Como será a formação de conceitos da geometria espacial com a BOA mediada o GeoGebra?
- É possível explorar outros conteúdos matemáticos com a BOA mediada pelo GeoGebra?
- Como desenvolver atividades matemáticas que articulam a geometria plana, a geometria espacial e a geometria analítica?
- Será que nossas BOA são suficientes para que outros professores consigam desenvolver atividades geométricas utilizando o *software* GeoGebra?
- Como minimizar as dificuldades na formação inicial dos professores quanto ao uso de tecnologias na sala de aula?
- Como desenvolver cursos de formação continuada, utilizando tecnologias, para professores da educação básica que já lecionam há alguns anos?

Ao término de nossa pesquisa, enfatizamos a importância de sua realização. Uma vez que fizemos uma proposta de atividade diferenciada, na qual os alunos foram os responsáveis

pela formação dos conceitos e, além disso, analisamos como ocorre esse processo de formação de conceitos. Mais uma vez retomamos nossa questão de pesquisa **“Como ocorre a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo uso do *software* GeoGebra?”**. A nosso ver a formação de conceitos se deu de forma continuada, por meio da leitura e interpretação da BOA, da manipulação, visualização e construção dos entes geométricos no *software* GeoGebra, do trabalho e discussão em grupo, e pela mediação proporcionada pela professora pesquisadora, ao propor uma atividade diferenciada e inovadora para um público específico da EJA.

Salientamos também, que as atividades produzidas podem ser aplicadas com outras turmas de EJA e podem surgir resultados positivos ou não. Com a experiência da primeira intervenção, por exemplo, vimos que alguns alunos não conseguiram formar os conceitos por não terem manipulado os entes geométricos no *software*, mas também em função do próprio desinteresse em aprender. Já na segunda intervenção, que havia um público menor, todos os frequentavam os encontros tiveram interesse em manusear o *software*, mesmo com dificuldades no manuseio e na internalização dos conceitos.

Desse modo, nossa proposta tende a ser ampliada para outros públicos envolvendo outros conceitos matemáticos e, assim, contribuindo para a investigação matemática no que tange o uso de tecnologias no ensino de matemática. Sendo assim, ressaltamos que, em nossa pesquisa, realizamos as BOA mediadas com o *software* GeoGebra com alunos da Educação de Jovens e Adultos. Entretanto, essas atividades podem ser realizadas com qualquer público, desde a educação infantil até o ensino superior, adaptando somente de acordo com o nível de escolaridade da turma. Com isso, essa pesquisa pode se tornar subsídios para que outros pesquisadores investiguem o processo da formação de conceitos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

ALENCAR, Sérgio Vicente. **A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: proposta de uma oficina para professores de matemática.** 2012. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: 2012.

ARROYO, Miguel González. Educação de jovens-adultos: um campo de direitos e de responsabilidade pública. IN: SOARES, L.; GIOVANETTI, M. A. G. de C.; GOMES, N. L. (Orgs.). **Diálogos na educação de jovens e adultos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011. p.19-50.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** São Paulo: Edições 70, 1977.

BENTO, Humberto Alves. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: Geogebra.** 2010. Dissertação (Mestrado de Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2010.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Portugal: Porto Editora, 1994.

BORBA, Bruno Tizzo. **Práticas de ensino e aprendizagem de matemática e tecnologia: um olhar para as especificidades da Educação de Jovens e Adultos (EJA).** 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017.

BORBA, SCUCUGLIA, GADANIDIS **Fases das tecnologias digitais Em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.** 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Monica Ester. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization.** New York: Springer, v.39, 2005.

BRASIL. **Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos: primeiro segmento do ensino fundamental.** São Paulo: Ação Educativa; Brasília MEC: 2001.

BRASIL. **Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos: segundo segmento do ensino fundamental - 5ª a 8ª série.** Brasília: Ministério da Educação e Cultura (MEC) /Secretaria de Educação Fundamental (SEF), v.3, 2002.

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional: LDB.** Brasília : Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2017.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em ciências humanas e sociais.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.

DAMIANI, Magda Floriana. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação.** Pelotas. n.45, p. 57- 67, 2013.



FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação matemática: representação e construção em geometria.** Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática- percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. Campinas - São Paulo: Autores associados, 2009.

FLICK, Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa.** Tradução de Sandra Netz. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FONSECA, Marcelly Iack Peres da. **O ensino de geometria no programa nova EJA: uma abordagem através de recursos lúdicos e tecnológicos.** 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Goytacazes, 2017.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis. Educação matemática de jovens e adultos: discurso, significação e constituição de sujeitos nas situações de ensino aprendizagem escolares. In: SOARES, Leôncio; GIOVANETTI, Maria Amélia; GOMES, Nilma Lino (Orgs.). **Diálogos na educação de jovens e adultos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2011, p. 225-240.

\_\_\_\_\_. Maria da Conceição Ferreira Reis. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

GODINO, Juan D.; RUIZ, Francisco. **Geometría y su didáctica para maestros.** 2002. Disponível em: < <https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>>. 2002

GOUVEA, Flávio Roberto. **Um estudo de fractais geométricos através de caleidoscópio e softwares de geometria dinâmica.** 2005. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. 2005.

HONORATO, Vinícius dos Santos. **Elaborando atividades matemáticas com o software GeoGebra.** 2018. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. 2018

JESUS, Silvio Márcio Costa de; SILVA, Maria Deusa Ferreira. Estudo das funções Afins, Quadráticas e Equações Polinomiais com o auxílio do software Winplot no Ensino Médio. **Revista Brasileira de Ensino de Ciências e Tecnologia.** v.8, n.1, p.70-91, 2015.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação.** Campinas: Papirus, 2008.

LEONTIEV, Alexis Nikolaevich. Activity and consciousness. **Revista Dialectus.** ano 2 , n.4. p.159-183, 2014.

LÉVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: O futuro do pensamento na erada informática.** Tradução Carlos Irineu Costa. 1. ed. São Paulo:34, 1993.

LOREZANTO, Sérgio. Por que não ensinar geometria?. **A educação matemática em revista.** n.4, p. 3-13, 1995.

- LYRA, Anni Barreto. **O uso do GeoGebra em atividades matemáticas na formação docente**. 2017. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. Jequié. 2017.
- MASETTO, Marcos Tarciso. Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 19. ed. São Paulo: Papirus, 2012, p. 133-173.
- MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 19. ed. São Paulo: Papirus, 2012, p. 11-65.
- MOREIRA, Marco Antônio; ROSA, Paulo R. S. **Subsídios Metodológicos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências: Pesquisa em Ensino: Métodos Qualitativos e Quantitativos**. 2. ed. Porto Alegre, 2016.
- NÚÑEZ, Isauro Béltran. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.
- NÚÑEZ, Isauro Bétran; FARIA, Tereza Cristina Leandro de. O enfoque sócio-histórico-cultural da aprendizagem: os aportes de L. S. Vygotsky, A. N. Leontiev e P. Ya Galperin. In: NÚÑEZ, Isauro Bétran; RAMALHO, Betania Leite. **Fundamentos do Ensino-Aprendizagem de Ciências Naturais e Matemática: o Novo Ensino Médio**. Porto Alegre: Sulina, 2004, p. 51-68.
- OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico**. São Paulo: Scipione, 1997.
- RÊGO, Rogéria Gaudencio; RÊGO, Rômulo Marinho. ; VIEIRA, Kleber Mendes. **Laboratório de ensino de Geometria**. 1. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.
- SANTOS, Cleane Aparecida dos. NACARATO, Adair Mendes. **Aprendizagem em Geometria na educação básica: a fotografia e a escrita na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- SILVA, Maria Deusa Ferreira. **O Computador na Formação Inicial do Professor de Matemática: Um estudo a partir das perspectivas de alunos-professores**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho- UNESP. Rio Claro, 1999.
- TALÍZINA, Nina. F. La formación de los conceptos matemáticos. IN: TALÍZINA, Nina. F. (Org). **La formación de las habilidades del pensamiento matemático**. México: Editorial Universitaria Potosina, 2001. p. 21- 39.
- TAVARES, Kátia Cristina do Amaral. **Aprender a moderar lista de discussão – um estudo na perspectiva da teoria da atividade**. 2004. Tese (Doutorado em Linguística Aplicada e Estudos da Linguagem) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.
- VIGOTSKI, Liev Semiónovitch. **Pensamento e Linguagem**. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

VIGOTSKI, Liev Semiónovitch. **A formação social da mente: O desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores.** 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

VOLODARSKAYA, I.A. La formación de las habilidades generalizadas del pensamiento geométrico. IN: TALÍZINA, Nina. F. (Org). **La formación de las habilidades del pensamiento matemático.** México: Editorial Universitaria Potosina, 2001. p. 195 - 246.

VOLODARSKAYA, I.A; NIKITIUK, T.K. La formación del método general para la solución de problemas con construcciones geométricas. IN: TALÍZINA, Nina. F. (Org). **La formación de las habilidades del pensamiento matemático.** México: Editorial Universitaria Potosina, 2001. p. 246 – 280.

# ANEXOS

## ANEXO A: Plano de Curso do eixo VII da EJA

UNIDADE ESCOLAR: Colégio Estadual Nilton Gonçalves  
DOCENTE: José Reinaldo Prado Filho

DISCIPLINA: Matemática

ÁREA DO CONHECIMENTO:  
Tempo Formativo: 3º, Eixo VII.

### ■ OBJETIVO GERAL:

Desenvolver as habilidades para medidas e cálculos, bem como atitudes de interpretar, relacionar, comparar, classificar, ordenar, sintetizar, avaliar, generalizar, criar e principalmente ajudar o aluno interpretar o mundo, a tomar decisões, a exercer cidadania.

Ano letivo 2017	O que os alunos precisam conhecer e saber fazer ao longo do ano letivo (conhecimentos, habilidades, nexos interdisciplinares, materiais didáticos, avaliação)				
	Conteúdos	Habilidades	Interfaces	Materiais didáticos e recursos pedagógicos	Proc. de Avaliação do aluno
I UNIDADE	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revisão:               <ul style="list-style-type: none"> <li>das quatro operações;</li> <li>de potenciação e radiciação;</li> <li>de sistemas de numerações;</li> <li>de divisibilidade;</li> <li>m.m.c. e m.d.c.;</li> </ul> </li> <li>Resolução de expressões com números inteiros, fracionários e decimais;</li> <li>produtos notáveis;</li> <li>fatoração;</li> <li>equações de 1º e 2º grau.</li> <li>Revisão:               <ul style="list-style-type: none"> <li>razão e proporção;</li> <li>Regra três simples e composta;</li> <li>porcentagem;</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Revisar:               <ul style="list-style-type: none"> <li>as quatro operações;</li> <li>potenciação e radiciação;</li> <li>sistemas de numerações;</li> <li>divisibilidade;</li> <li>m.m.c. e m.d.c.;</li> </ul> </li> <li>Resolução de expressões com números inteiros, fracionários e decimais;</li> <li>Resolver os produtos notáveis;</li> <li>fatoração;</li> <li>equações de 1º e 2º grau.</li> <li>Revisar:               <ul style="list-style-type: none"> <li>razão e proporção;</li> <li>Regra três simples e composta;</li> <li>porcentagem</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estabelecer conexão e integração entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e outras áreas do currículo;</li> <li>Analisar e interpretar criticamente dados provenientes de problemas matemáticos, de outras áreas do conhecimento e do cotidiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Livro didático;</li> <li>Quadro branco;</li> <li>Marcador p/ quadro branco;</li> <li>Listas de exercícios variados;</li> <li>Cartazes informativos;</li> <li>Fichas didáticas;</li> <li>Material concreto (calculadoras, régua, esquadro, fita métrica, etc.);</li> <li>Slides;</li> <li>TV pendraiv;</li> <li>Aula expositiva;</li> <li>Exposição participada;</li> <li>Estudo em grupo;</li> <li>Estudo individualizado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Observação do interesse e da atenção do aluno;</li> <li>Participação em classe;</li> <li>Resolução de atividade propostas;</li> <li>Trabalho em grupo e individuais;</li> <li>Avaliações escritas;</li> <li>Avaliações orais.</li> </ul>
II UNIDADE	<ul style="list-style-type: none"> <li>juros simples e composto;</li> <li>Unidade de medida.</li> <li>Conjuntos;</li> <li>Subconjuntos de um conjunto;</li> <li>Operações com conjuntos;</li> <li>conjuntos numéricos;</li> <li>Produto cartesiano;</li> <li>Relações;</li> <li>Funções;</li> <li>Domínio, imagem e contradomínio de um função;</li> <li>Gráfico de uma função;</li> <li>Identificação de uma função através dos gráficos;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>juros simples e composto;</li> <li>Definir conjuntos;</li> <li>Diferenciar conjuntos de subconjuntos;</li> <li>Efetuar operações com elementos dos conjuntos numéricos fundamentais;</li> <li>Identificar os conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais;</li> <li>Determinar o produto cartesiano entre dois conjuntos;</li> <li>Representar graficamente o produto cartesiano;</li> <li>Definir função real;</li> <li>Conceituar Domínio, Contradomínio, Imagem e Conjunto imagem;</li> <li>Representar graficamente uma função real;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estabelecer conexão e integração entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e outras áreas do currículo;</li> <li>Analisar e interpretar criticamente dados provenientes de problemas matemáticos, de outras áreas do conhecimento e do cotidiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Livro didático;</li> <li>Quadro branco;</li> <li>Marcador p/ quadro branco;</li> <li>Listas de exercícios variados;</li> <li>Textos para leitura e interpretação e resolução de problemas;</li> <li>Cartazes informativos;</li> <li>Fichas didáticas;</li> <li>Material concreto (calculadoras, régua, esquadro, fita métrica, etc.);</li> <li>Apostilas, jornais, revistas;</li> <li>Slides;</li> <li>TV pendraiv;</li> <li>Aula expositiva;</li> <li>Exposição participada;</li> <li>Estudo em grupo;</li> <li>Estudo individualizado.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Acompanhamento da resolução das atividades;</li> <li>Participação e interesse por parte do aluno;</li> <li>Leitura e interpretação de textos, de cartazes e gráficos;</li> <li>Discussão em grupo;</li> <li>Leitura, análise e comparação de dados estatísticos de textos, tabelas e gráficos;</li> <li>Atividades orais e escritas.</li> </ul>
III UNIDADE	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estudo dos tipos de funções;</li> <li>Noções de função de 1º grau;</li> <li>Noções de função de 2º grau (quadrática);</li> <li>Noções de equação e função exponencial;</li> <li>Noções de logaritmos;</li> <li>Definição de estatística;</li> <li>Estudo de média, mediana e moda.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Definir função de 1º grau;</li> <li>Determinar a raiz da função de 1º grau;</li> <li>Definir função de 2º grau;</li> <li>Calcular as raízes da função do 2º grau;</li> <li>Representar graficamente a função do 2º grau;</li> <li>Definir função exponencial;</li> <li>Resolver equação e função exponencial simples;</li> <li>Definir função logarítmica;</li> <li>Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc.);</li> <li>Compreender as maneiras pelas quais a matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir;</li> <li>Definir estatística;</li> <li>Estudar média, mediana e moda.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Estabelecer conexão e integração entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e outras áreas do currículo;</li> <li>Analisar e interpretar criticamente dados provenientes de problemas matemáticos, de outras áreas do conhecimento e do cotidiano.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Livro didático;</li> <li>Quadro branco;</li> <li>Marcador p/ quadro branco;</li> <li>Listas de exercícios variados;</li> <li>Textos para leitura e interpretação e resolução de problemas;</li> <li>Cartazes informativos;</li> <li>Fichas didáticas;</li> <li>Material concreto (calculadoras, régua, esquadro, fita métrica, etc.);</li> <li>Apostilas, jornais, revistas;</li> <li>Pesquisas;</li> <li>TV pendraiv;</li> <li>Aula expositiva;</li> <li>Exposição participada;</li> <li>Estudo em grupo;</li> <li>Estudo individualizado;</li> <li>Projeção de vídeos e slides.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Acompanhamento da resolução das atividades;</li> <li>Participação e interesse por parte do aluno;</li> <li>Leitura e interpretação de textos, de cartazes e gráficos;</li> <li>Discussão em grupo;</li> <li>Leitura, análise e comparação de dados estatísticos de textos, tabelas e gráficos;</li> <li>Atividades orais e escritas.</li> </ul>

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

#### ***TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)***

Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012, Conselho Nacional de Saúde.

Título do Projeto: *A aprendizagem de geometria plana na Educação de Jovens e Adultos mediada pelas tecnologias digitais*. PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Taiane de Oliveira Rocha. ORIENTADORA: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva

Prezado (a) Senhor (a) eu sou Taiane de Oliveira Rocha, aluna do Curso de Mestrado Acadêmico em Ensino – PPGEn, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e estou realizando, juntamente com a pesquisadora e orientadora do mestrado Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva, o projeto de pesquisa intitulado “A aprendizagem de geometria plana na Educação de Jovens e Adultos mediada pelas tecnologias digitais.”. O objetivo geral desse projeto é: Analisar a aprendizagem de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo uso das tecnologias digitais. Essa pesquisa se mostra relevante para o campo científico ao contribuir com a área da Ciência e da Matemática na Educação Básica por meio da produção de novos conhecimentos, e para o campo social ao investigar as potencialidades e limites de suportes metodológicos utilizados pela tecnologia, seu uso constante como mediadores nos processo do ensino e da aprendizagem. Os sujeitos da pesquisa serão alunos da Educação de Jovens e Adultos do Colégio Estadual Nilton Gonçalves, localizado no Bairro Ibirapuera, na cidade de Vitória da Conquista/BA. A pesquisa será desenvolvida a partir da implementação de um questionário, uma atividade diagnóstica inicial, oficinas de atividades envolvendo os conceitos geométricos utilizando uma tecnologia digital e uma atividade de sondagem final. Em alguns momentos, durante a realização das oficinas, realizaremos registros por meio de fotografias, gravação de áudios e diário de campo. Os riscos, desconfortos ou constrangimentos apresentados pela pesquisa são mínimos, se isso ocorrer por meio da utilização de algum instrumento de produção de dados ou qualquer outro tipo de situação que possa emergir o (a) Senhor (a) poderá solicitar a retirada do mesmo ou deixar de participar da etapa, pois, a sua participação nesta pesquisa não é obrigatória e o mesmo poderá retirar seu consentimento em qualquer momento da pesquisa, sem sofrer nenhum prejuízo. Essa pesquisa também não traz gastos financeiros para o (a)

Senhor (a) e nem qualquer forma de ressarcimento ou indenização financeira por sua participação. Os resultados desta pesquisa serão publicados na dissertação do Mestrado e em revistas especializadas. As fotografias e as gravações em áudio, se houver, além das respostas dos questionários e das atividades/oficinas, serão arquivados pelos pesquisadores por cinco anos. O (A) Senhor (a) poderá solicitar esclarecimentos antes, durante e depois da sua participação na pesquisa. Qualquer esclarecimentos, podem ser obtidos com a pesquisadora Taiane de Oliveira Rocha, por meio do e-mail taiane.o.r@gmail.com, ou por telefone (77) 98846-5478. Com a orientadora Maria Deusa Ferreira da Silva pelo e-mail: mariadeusa@gmail.com, ou pelo fone: (77) 99165-9110, e também no Comitê de Ética em Pesquisa da Faculdade Independente do Nordeste (CEP-FAINOR), que analisou esta pesquisa, através do e-mail cepuesb.jq@gmail.com ou do telefone (77) 3161-1071 ou ainda no seguinte endereço: Av. São Luiz, nº 31 (Núcleo de Pesquisa da FAINOR – 2º andar). Bairro Candeias, Vitória da Conquista/BA. CEP: 45055-080, Comitê de Ética em Pesquisa da Faculdade Independente do Nordeste (CEP-FAINOR)

Se o (a) Senhor (a) aceitar o convite e concordar em participar desta pesquisa, precisará assinar este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, (uma via ficará com o participante e a outra sob a guarda da pesquisadora e arquivada por cinco anos). Desde já agradeço sua atenção e colaboração com a pesquisa!

Vitória da Conquista - BA, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2017.

---

Participante da pesquisa

---

Pesquisador responsável pelo Projeto

**APÊNDICE B – Autorização para a coleta de dados**

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB

Autorizada pelo Decreto Estadual nº 7344 de 27.05.98

**AUTORIZAÇÃO PARA COLETA DE DADOS**

Eu, Edna Maria Souza Rabêlo, ocupante do cargo de Vice-diretora do(a) Colégio Est. Milton Gonçalves, AUTORIZO a coleta de dados do projeto “A aprendizagem de geometria plana na Educação de Jovens e Adultos mediada pelas tecnologias digitais” das pesquisadoras Taiane de Oliveira Rocha e Maria Deusa Ferreira da Silva após a aprovação do referido projeto pelo CEP/UESB.

Vitória da Conquista-Ba, 06 de março de 2017

ASSINATURA

CARIMBO

**Edna Mª. Souza Rabêlo**  
**Vice - Diretora**  
**Aut: 20.331.2016**

### APÊNDICE C – Atividade Diagnóstica

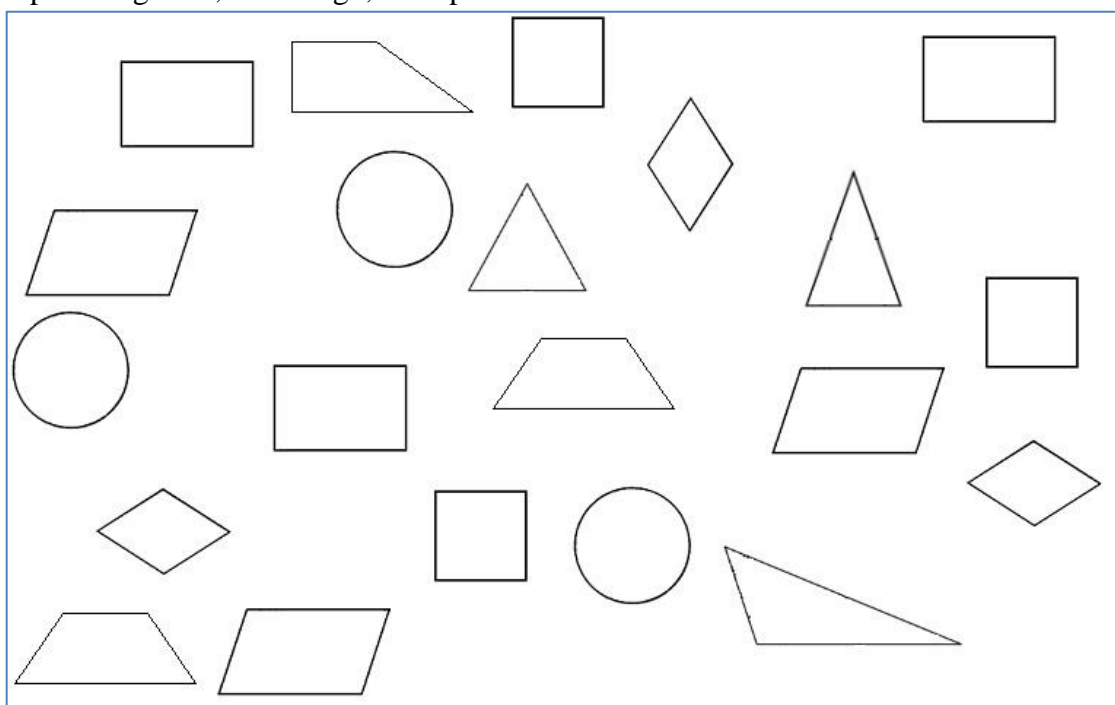
- 1) Qual seu nome e sua idade?
- 2) Você trabalha?  
 não       sim, meio período       sim, o dia inteiro
- 3) Qual o motivo de você estar estudando na EJA?
- 4) Você gosta de matemática? Por quê?
- 5) Como você percebe a utilidade da matemática no seu dia a dia?
- 6) Quando você estudou, antes de vir para a EJA, você teve aulas de Geometria?
- 7) O que você lembra dessas aulas?
- 8) Você sabe manusear computador?  
 não       pouco       domina
- 9) Possui computador em casa?  
 não       sim, sem internet       sim, com internet
- 10) Você participa de alguma rede social?  
 facebook       twitter       whatsapp       e-mail  
 instagram       orkut       outra \_\_\_\_\_
- 11) Você possui celular?  
 não       sim, tipo simples       sim, smartphone
- 12) Você já ouviu falar de algum software para estudar matemática?  
 não       sim  
 Se sim qual? \_\_\_\_\_
- 13) Você já utilizou algum software para estudar matemática?  
 não       sim  
 Se sim qual? \_\_\_\_\_
- 14) Quais das atividades abaixo usam a Geometria como ferramenta?
  - a) Desenhar a planta de uma casa.
  - b) Calcular a área de uma sala a ser ladrilhada.
  - c) Desenhar o mapa do bairro onde moro.
  - d) Verificar a possibilidade de um candidato a prefeito ganhar uma eleição.
  - e) Verificar a massa de um pacote de arroz.
  - f) Traçar as margens em uma folha de papel sulfite.
  - g) Calcular o juro cobrado por uma loja para a compra de um automóvel.
- 14) Relacione, na tabela abaixo, os itens que dão a ideia de ponto, reta ou plano, respectivamente.

Item	Ponto	Reta	Plano
a) Um fio de alta tensão esticado.			
b) O gramado de um campo de futebol.			
c) O furo na orelha para colocar um brinco.			



d) Uma praia deserta.			
e) A quina de um armário.			
f) A parede lateral de um prédio.			
g) Um fio de linha esticado.			
h) Uma formiga no chão, vista do alto.			
i) Um prego fincado na parede.			
j) O trilho do trem.			

15) Numere às figuras abaixo: 1- quando for triângulo, 2- retângulo, 3- quadrado, 4- paralelogramo, 5- losango, 6- trapézio e 7- circunferência.



16) Descreva as características que você consegue perceber nas figuras da questão 1.

- Triângulo
- Retângulo
- Quadrado
- Circunferência
- Paralelogramo
- Trapézio
- Losango

17) Explique o significado ou exemplifique por meio de desenhos, cada um dos seguintes entes geométricos:

- Ponto
- Reta
- Plano

- d) Paralelismo
- e) Perpendicularismo
- f) Segmento de reta
- g) Ângulos
- h) Quadriláteros
- i) Triângulos
- j) Paralelogramos
- k) Polígonos
- l) Polígonos regulares

## APÊNDICE D – BOA: Noções básicas de ponto e de reta


- 1) Em uma folha de papel marque um ponto e nomeie de ponto A.
- 2) O que você entende por ponto?
- 3) Tente localizar esse ponto por meio de coordenadas. O que você entende por coordenadas?
- 4) Agora vamos utilizar o GeoGebra e ver o que acontece com esses pontos. Essa é a janela de visualização do GeoGebra




Desses ícones qual

pode ser utilizada para mostrar os pontos?

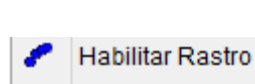
- 5) Retire os eixos e as malhas da janela de visualização deixando-a em branco. Agora, clique

no ícone “Ponto”  e em seguida, na área de trabalho para criar o ponto A.


- 6) Movimente esse ponto. O que acontece quando o ponto é movimentado?
- 7) Agora acrescente os eixos e as malhas e movimente esse ponto. O que ocorreu ao fazer esse movimento?
- 8) Utilizando o ícone “Ponto” crie um novo ponto B.
- 9) Agora procure qual a ícone que pode ser utilizada para mostrar o caminho de A até B sem fazer curvas. Após isso, construa esse caminho. Você sabe como é nome matemático desse caminho?


- 10) Utilize a ícone “Mover”  e clique no ponto A e mova, em seguida clique no ponto B e mova. O que você conseguiu observar?


- 11) Agora com o botão direito do mouse selecione o ícone “Habilitar Rastro”





Clique no ícone “Mover”  e movimente o ponto A ou o Ponto B. O que você observa?


- 12) Agora utilize a ícone “Ângulo”  e selecione a opção “Distância, comprimento ou perímetro”. Em seguida, clique no ponto A e depois no ponto B. O que você observou?

- 13) Novamente utilize o ícone “Mover”  e clique no ponto A e movimente, em seguida clique no ponto B e mova. O que você conseguiu observar?

14) Agora selecione o ícone “Reta perpendicular”  e selecione a opção “Mediatriz”. Em seguida clique no ponto *A* e depois no *B*. O que você observa que aconteceu? O que você acha que significa esse ente geométrico que apareceu?

15) Agora clique no ícone “Ponto”  e selecione a opção “Intersecção de dois pontos”, em seguida clique no local onde os dois segmentos se cruzam.

16) Agora utilize o ícone “Ângulo”  e selecione a opção “Distância, comprimento ou perímetro”. Clique primeiro no ponto *A* e depois no ponto *C*. Faça o mesmo do ponto *C* até o ponto *B*.

17) Utilize a ícone “Mover”  e clique nos três pontos criados e movimente um de cada vez. Quais os pontos que você consegue movimentar? Porque você acha que isso acontece? Quando você aumenta a distância entre os pontos *A* e *B* o que você observa? O que acontece com a distância entre o ponto *A* e o ponto *C*, e o ponto *C* e o ponto *B*?

18) Agora com o botão direito do mouse selecione o ícone “Habilitar Rastro”

 . Clique no ícone “Mover”  e movimente o ponto *A* ou o Ponto *B*. O que você consegue observar?

19) Então, a partir dessas reflexões:

- O que você entende por distância entre pontos?
- Porque quando utilizamos o ícone mover alguns pontos se movimentam e outros não?
- O que significa intersecção entre dois pontos?
- Após as construções realizadas nos passos 14, 15, 16, 17 e 18, o que significa mediatriz?

## APÊNDICE E – BOA: Retas paralelas



- 1) Com o ícone “Reta”, clique na tela em dois locais e observe o que acontece.
- 2) A partir dessa reta crie um segmento de reta. Agora observe as diferenças entre essas construções. O que é necessário para construir uma reta paralela? Você sabe o que é uma reta paralela?



- 3) Agora clique no ícone “Reta paralela” e crie uma nova reta.
- 4) Qual a relação que você observa entre essas retas criadas?



- 5) Clique no ícone “Reflexão”. Em seguida clique na primeira reta criada e depois na segunda reta. Observe que foram criadas três retas. A partir daí podemos observar o que? O que está acontecendo?
- 6) Agora observe as três retas criadas e responda:  
essas retas são paralelas? Quais os ícones ou recursos me provam que é paralela ou não?
- 7) Agora crie uma quarta reta que não seja paralela as outras três criadas de forma que essa reta interseccione as paralelas. Observe o que acontece. Você sabe o nome dessa reta criada?



- 8) Com o ícone “Ponto” construa um ponto que una as retas. Esse ponto é chamado de intersecção.



- 9) Selecione o ícone “Mover” e movimente os pontos. Quais os pontos que você consegue mover? Porque você acha que acontece isso? O que você conseguiu observar ao realizar esse movimento?










- 10) Agora clique no ícone “Ângulo” e construa ângulos nas intersecções criadas. Mais uma vez, o que acontece?
- 11) Agora mova a reta transversal (aquela criada no passo 7) e observe o que acontece com os ângulos. Você sabe o nome desses ângulos?
- 12) O que você consegue observar em relação aos ângulos de cada ponto de intersecção? Porque você acha que isso acontece?








13) Agora, a partir das construções realizadas, responda:

- a. O que é uma reta paralela?
- b. Como consigo identificar uma reta paralela?
- c. Quando o ícone mover é selecionado o que acontece com a distância entre os pontos? E com os ângulos?
- d. Então, a partir das construções, o que é uma reta paralela?


## APÊNDICE F – BOA: Retas Perpendiculares


- 1) Clique no ícone “Reta”  e, em seguida, na área de trabalho.
- 2) Agora clique no ícone “Reta perpendicular”  e crie a reta perpendicular à primeira reta.
- 3) Em seguida clique no ícone “Ângulo”  e meça o ângulo formado pelas retas. Que valor de ângulo você obtém?
- 4) Selecione o ícone “Mover”  e movimente o ponto da reta perpendicular criada. O que você consegue observar?
- 5) Vamos então construir de outra forma a reta (ou segmento) perpendicular a outra reta, um segmento ou um ponto, siga os passos:
  - a. Crie dois pontos quaisquer ( $A$  e  $B$ , por exemplo) usando o ícone “Ponto” .
  - b. Crie um terceiro ponto ( $B'$ ) usando o ícone “Ângulo”  e selecione a opção “Medir ângulo com amplitude fixa”. Clique em  $A$  depois em  $B$ . Na janela que abrir digite 90.
  - c. Clique na opção reta para unir os pontos  $A$  e  $B'$  e  $A$  e  $B$ . Agora, movimente os pontos  $A$  e  $B$ , o que observa? Tente movimentar o ponto  $B'$ , o que observa?
  - d. Quando o ícone “Mover”  é selecionado o que acontece com a distância entre os pontos? E com os ângulos?
- 6) Então, a partir dessas reflexões:
  - a. Que condições são necessárias para garantir que duas retas são perpendiculares?
  - b. Como conseguimos identificar que uma reta é perpendicular a outra, ou a um segmento, ou a um ponto?
  - c. De modo geral, como podemos definir perpendicularismo?

## APÊNDICE G – BOA: Triângulos


- 1) O que é um triângulo? Todos os triângulos são iguais? Explique.
- 2) Com o ícone “Polígono”  construa um triângulo ABC.
- 3) Com o ícone “Polígono Regular”  construa dois vértices D e E de um novo triângulo e na caixa “Polígono Regular” digite 3 como o número de lados.
- 4) Movimente os vértices do triângulo ABC e os vértices do triângulo DEF. Quais diferenças e/ou semelhanças você pode notar?
- 5) Com o ícone “Distância, Comprimento ou Perímetro” , clique sobre os lados dos triângulos, exibindo o comprimento dos lados. O que pode ser notado em relação aos valores? Movimente os vértices novamente, o que pode notar?
- 6) Com o ícone “Ângulo” , encontre os ângulos internos dos triângulos ao clicar sobre seus vértices em sentido anti-horário, ou ao clicar sobre os lados em sentido anti-horário, ou ainda, ao clicar sobre a área interna dos triângulos. O que pode ser notado em relação aos valores dos ângulos? Movimente os vértices novamente, o que pode notar?
- 7) Some as medidas dos ângulos do triângulo ABC e depois some as medidas dos ângulos do triângulo DEF. O que você observa ao fazer a soma desses ângulos?
- 8) O triângulo DEF se distingue dos demais triângulos por ser um triângulo equilátero. Escreva as características de um triângulo equilátero.
- 9) Com o ícone “Reta Perpendicular” , clique sobre um dos vértices do triângulo ABC e, em seguida sobre o lado oposto. Com o ícone “Interseção de Dois objetos” , clique sobre a reta construída e sobre o lado que ela intercepta, construindo o ponto de interseção entre elas. Oculte a reta e com o ícone “Segmento”  ligue o ponto de interseção ao vértice oposto àquele lado do triângulo. Dessa maneira construiu a altura relativa do triângulo, que expressa a altura do triângulo relativa àquela base. Seguindo o mesmo procedimento, construa uma das alturas relativas do triângulo equilátero DEF.
- 10) Movimente os vértices dos triângulos. O que ocorre com as alturas relativas em cada um deles ao se movimentar os vértices?



11) A altura relativa foi construída utilizando o ícone “Reta Perpendicular” , portanto ela faz um ângulo de  $90^\circ$  com o lado que a intercepta, que é chamado base do triângulo.

12) Com o ícone “Distância, Comprimento ou Perímetro” , encontre a distância entre dos vértices da base ao ponto de interseção da altura com a base no triângulo equilátero. O que é observado em relação às distâncias? Movimente e observe o que ocorre.

13) Os triângulos ABC e DEF são os únicos tipos de triângulo que existem? Você conhece outros tipos de triângulo?

14) Utilizando o ícone “Polígono” , construa outros triângulos. Você sabe o nome desses triângulos? O que diferencia esses triângulos dos outros construídos anteriormente?


15) Então, a partir dessas reflexões:


- a) O que é um triângulo?
- b) Você sabe diferenciar os tipos de triângulo?
- c) O que você conseguiu entender sobre os ângulos de um triângulo?



## APÊNDICE H – BOA: Quadriláteros

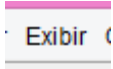
- 1) Construa figuras de quatro lados. Qual é o nome dessa figura? Só existe esse tipo de figura com quatro lados?
- 2) O que você entende por quadriláteros?
- 3) Agora vamos utilizar o GeoGebra para construir figuras de quatro lados. Utilize o ícone

“Polígono”  para realizar essas construções. Qual o nome dos quadriláteros criados?

- 4) Agora utilize o ícone “Mover”  e movimente cada um dos vértices. O que você conseguiu observar ao movimentar os vértices?

- 5) Agora clique no ícone “Ângulo”  e selecione o ícone “Distância, comprimento ou perímetro”. Após isso, clique em cada lado do quadrilátero ABCD. Você observará que aparecerá as medidas de cada lado.

- 6) Agora clique no ícone “Ângulo”  e construa os ângulos desse quadrilátero. Após colocar os ângulos nesse quadrilátero, clique no ícone “Mover”  e observe o que acontece com os ângulos e com as medidas dos lados desse quadrilátero. O que você conseguiu observar? Qual o nome desse quadrilátero que você construiu? Todos os quadriláteros criados são iguais? Quais os nomes deles?

- 7) Agora vamos criar uma planilha para observar o que acontece com a soma dos ângulos internos de um quadrilátero quando os vértices são movimentados. Para isso, clique em  e selecione “Planilha”. Em seguida aparecerá uma janela de visualização da planilha.

- 8) Com a planilha criada, o próximo passo é renomear os vértices do quadrilátero. Para isso, clique como botão direito do mouse em cima do ângulo do quadrilátero, selecione a opção renomear e digite a letra “a”. Faça o mesmo com os outros ângulos. Após isso, clique na


planilha e digite


	A	B	C	D	E
1	alfa	beta	gama	omega	Soma


Agora digite


	A	B	C	D	E
1	alfa	beta	gama	omega	Soma
2	=a	=b	=c	=d	=A2+B2+C2+D2



. Agora

selecione o ícone “Mover”  e movimente os vértices do quadrilátero. O que você conseguiu observar em relação a soma dos ângulos internos do quadrilátero a medida que os vértices eram movimentados?

- 9) Na mesma janela de visualização, utilize o ícone “Polígono”  e selecione polígono regular. Ao clicar na tela aparecerá uma janela, digite o número 4 que corresponde a quantidade de vértices que de um quadrilátero. Com isso você irá perceber que foi construído uma figura de quatro lados. O que você percebe em relação a construção dessa figura? Ela tem alguma semelhança ou diferença em relação as outras construídas anteriormente? Qual o nome dessa figura construída?


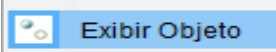

- 10) Agora, tente mover cada um dos vértices desse novo quadrilátero selecionando o ícone “Mover” . O que você conseguiu observar ao mover os vértices?

- 11) Agora clique no ícone “Ângulo”  e selecione “Distância, comprimento ou perímetro”. Após isso, clique em cada lado desse quadrilátero. Você observará que aparecerão as medidas de cada lado.

- 12) Agora clique no ícone “Ângulo”  e construa os ângulos desse quadrilátero. Após colocar os ângulos, clique no ícone “Mover”  e observe o que acontece com os ângulos e com a medida dos lados. O que você conseguiu observar? O que acontece com a soma das medidas dos ângulos internos desse quadrilátero?






- 13) A partir das construções dos quadriláteros, o que você conseguiu observar de semelhanças e diferenças entre elas?

## APÊNDICE I – BOA: Quadriláteros Paralelogramos


- 1) Construa, a mão livre ou usando régua e compasso, quadriláteros cujos lados opostos sejam iguais. Qual nome é dado a esse tipo de quadrilátero?
- 2) Em seguida construa um quadrilátero, com as mesmas características do anterior, em que um dos lados meça 6 cm e o outro 4cm. Essa construção é única? Tente observar isso apenas usando lápis, papel, régua e compasso. A que conclusão chegou?
- 3) Vamos fazer essa construção usando o GeoGebra? Com o GeoGebra aberto, sem eixos e sem a janela algébrica, marque o ponto  $A$  e construa um segmento  $\overline{AB}$ , de medida fixa 6 cm.
- 4) Na extremidade direita de  $\overline{AB}$ , construa o segmento  $\overline{BC}$ , de medida fixa 4 cm.
- 5) Movimente o ponto  $C$ , formando um ângulo qualquer (que não seja nem 0 e nem 180), entre  $B$  e  $C$ .
- 6) Tomando por base o ponto  $C$ , trace a reta paralela ao segmento  $\overline{AB}$ ,
- 7) Em seguida, tomando por base o ponto  $A$ , trace a reta paralela ao segmento  $\overline{BC}$
- 8) Marque o ponto  $D$  no ícone “interseção das duas retas” 
- 9) Construa os segmentos  $\overline{AD}$  e  $\overline{DC}$ .
- 10) Clique sobre cada uma das retas, com o botão do direito do mouse, quando abrir a caixa de diálogo clique em **exibir objeto** , para esconder as retas.
- 11) Pronto, seu paralelogramo está feito.
- 12) Agora utilize a ícone “Ângulo”  e adicione os ângulos do paralelogramo criado.
- 13) Tente movimentar cada um dos pontos, o que observa? É possível mover todos?
- 14) Agora, escreva com suas palavras as semelhanças entre: quadrado, retângulo, trapézio, losango e paralelogramo
- 15) E quais são as diferenças encontradas nas figuras: quadrado, retângulo, trapézio, losango e paralelogramo?

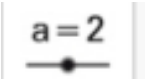

## APÊNDICE J – BOA: Circunferência e círculo


### Parte I

- 1) Utilizando o lápis e papel, faça o que se pede:
  - a) Desenhe uma circunferência e depois um círculo.
  - b) Ao desenhar essas figuras o que você observou? Elas possuem semelhanças? Diferenças? Quais?
- 2) Agora utilizando o GeoGebra vamos explorar as propriedades de uma circunferência.
- 3) Selecione a ferramenta “Círculo dados Centros e Um de seus Pontos” . O que aconteceu ao selecionar essa ferramenta e clicar na janela de visualização? O que significa o ponto A nessa circunferência?
- 4) Agora, utilizando a ferramenta “Reta”  crie uma reta que passe pelos dois pontos criados. Agora utilize a ferramenta “Intersecção de dois objetos”  e marque as intersecções criadas através da reta e da circunferência. Qual o nome desse segmento  $\overline{BC}$ ? E os nomes dos segmentos  $\overline{BA}$  e  $\overline{AC}$ ? Esses segmentos possuem alguma relação?
- 5) Utilizando a ferramenta “Distância, comprimento ou perímetro” , encontre a distância dos segmentos  $\overline{BC}$ ,  $\overline{BA}$  e  $\overline{AC}$ . O que você percebeu? Existe alguma relação entre a distância desses segmentos?
- 6) Utilize a ferramenta “Mover”  clique nos pontos A, B e C. O que você observou que acontece ao clicar em cada um desses pontos?
- 7) Crie outros pontos D, E, F, G, H na circunferência. Quais as relações que você pode fazer entre esses novos pontos (D, E, F, G, H) e os pontos (A, B, C)?

### Parte II

- 1) Agora, abra uma nova janela no GeoGebra.
- 2) Após abrir uma nova janela selecione a ferramenta “Controle deslizante” . Digite os valores -5 e 5 nas janelas min e max, e 0,1 na janela incremento. Observe que irá aparecer

essa imagem . Agora selecione a ferramenta “Círculo dados centro e raio” . Observe que irá aparecer uma janela com o nome “raio”. Digite a letra “a”. O que você conseguiu observar? O que ocorreu?

- 3) Agora selecione a ferramenta “Mover” , e movimente o controle deslizante. O que você observou ao movimentar o controle deslizante? O que ocorreu quando o controle deslizante passava pelos números 1, 2, 3, 4 e 5? E quando passou pelos números -1, -2, -3, -4 e -5? O que podemos concluir a partir disso?