



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB  
PRO-REITORIADE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO - PPGEN  
MESTRADO EM ENSINO



ADRIANA DE SOUZA PINHEIRO

**O CONHECIMENTO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE MEDIDAS  
DE COMPRIMENTO**

VITÓRIA DA CONQUISTA  
2019

ADRIANA DE SOUZA PINHEIRO

**O CONHECIMENTO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE  
MEDIDAS DE COMPRIMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino, na área de concentração de Ensino na Educação Básica.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dra. Tânia Cristina Rocha  
Silva Gusmão

VITÓRIA DA CONQUISTA  
2019

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

O CONHECIMENTO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA SOBRE  
MEDIDAS DE COMPRIMENTO

**Autora: Adriana Souza Pinheiro**

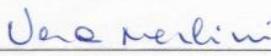
**Data de aprovação: 24 de abril de 2019**

Este exemplar corresponde à versão final da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino.

Área de concentração: Ensino na Educação básica

**COMISSÃO JULGADORA:**

Profa. Dra. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão – Orientadora 

Profa. Dra. Vera Lúcia Merlini (UESC) 

Prof. Dr. Wagner Duarte José (UESB) 

P718c

Pinheiro, Adriana de Souza.

O conhecimento de professores de matemática sobre medidas de comprimento. / Adriana de Souza Pinheiro, 2019.

154f. il.

Orientador (a): Dr<sup>a</sup>. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão .

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2019. Inclui referência F. 124–137.

1. Professores de matemática - Conhecimento. 2. Ensino de matemática. 3. Medidas de comprimento. 4. Conhecimento de professores. I. Gusmão, Tânia Cristina Rocha Silva. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino - PPGEn.

CDD 510

***Catálogo na fonte: Juliana Teixeira de Assunção – CRB 5/1890***

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

## AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente à **Deus** Todo-poderoso, por me proporcionar essa grande bênção de cursar o Mestrado em Ensino.

Aos meus pais, **Nilton** e **Lezenita**, por todo apoio e incentivo, por caminhar comigo de mãos dadas, ajudando a enfrentar os obstáculos surgidos no percurso desse estudo. Foram tão presentes que brinco ao dizer: “fizeram o mestrado junto comigo”! À minhas irmãs, **Simone**, **Eliana** e **Andréa**, pelas escutas, palavras de incentivo, respeito e pela certeza de que estaremos sempre juntas. Aos meus sobrinhos **Tarsila** e **Gustavo** pela compreensão quando em alguns momentos não lhes deem atenção merecida. Ao meu noivo **Sídian**, pela compreensão, cuidado e incentivo nas horas mais difíceis. A vocês, sou ETERNAMENTE GRATA por tudo que sou, por tudo que consegui conquistar.

À querida orientadora **Profª Dra. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão**, dedico minha GRATIDÃO, pelos valiosos ensinamentos, respeito, amizade, carinho, comprometimento, e profissionalismo ao longo desse percurso. Obrigada pelos desafios colocados, pela confiança em mim depositada. Tenho muito orgulho em dizer que sou sua ORIENTANDA.

Aos professores que fizeram parte da banca examinadora, **Profª Dra. Vera Lucia Merlini** e **Prof. Dr Wagner José**, OBRIGADA pelas VALIOSAS CONTRIBUIÇÕES.

Aos **professores participantes** desta pesquisa, que, gentilmente, me receberam tão bem em suas escolas e universidades e se dispuseram a colaborar de forma tão significativa para a realização desta investigação.

Aos professores do **Programa de Mestrado em Ensino** – PPGEn/UESB, pela partilha de seus conhecimentos durante as disciplinas que cursamos, seminários e palestras.

Aos meus colegas do mestrado, com os quais a discussão, partilha e risadas tornaram os nossos dias mais leves. Quero agradecer com muito carinho a **Débora** e **Bruno** por serem tão prestativos e atenciosos comigo. As minhas colegas amigas, **Lucineide** e

**Graciele** pelas longas conversas nos momentos de dúvidas, inseguranças e angústias. Aos colegas amigos de jornada do grupo de Medidas, **Gil, Cris, Linda, Zé, Rosilda**.

À **Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)**, pelo acolhimento desde a graduação e por inúmeras aprendizagens relevantes à construção do conhecimento, em especial ao departamento de Matemática e ao professor **Antônio Augusto**, que reservaste um tempo de sua aula para eu aplicar minha pesquisa com os estudantes do curso de Matemática.

Aos membros do **Grupo de Estudo e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM)**, pelas valiosas discussões e reflexões, as quais foram muito importantes para a construção do meu trabalho, em especial, minha colega **Talita**, pela gentileza a mim prestada.

Às minhas amigas **Sara Pires e Tânia Mácario**, obrigada pelo apoio e carinho.

Aos meus colegas professores do **Colégio Estadual de Brumado**, obrigada por toda colaboração.

Ao professor **Márcio Pinho**, que colaborou ilustrando algumas questões do questionário-teste.

A **Universidade do Estado da Bahia (UNEB)**/ o departamento Matemática/UNEB/Campus VI - Caetité, por me receber tão bem e permitir a realização da minha pesquisa com os estudantes do curso de Matemática, em especial, agradeço **Angelita, Robson Aldrin, Ana Paula e Gildelson**.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, o meu muito obrigada!

## RESUMO

O objetivo deste estudo foi analisar o conhecimento de professores de Matemática veteranos e em formação sobre o ensino de Medidas de Comprimento e, para isso percorreu caminhos peculiares para uma abordagem de cunho qualitativo. Nessa perspectiva, buscou-se realizar um estudo exploratório que consistiu na aplicação de questionários, abordando questões sobre formação do professor, conhecimentos gerais sobre Grandezas e Medidas no ensino e conhecimentos específicos do conteúdo Medidas de Comprimento. Participaram da pesquisa nove professores veteranos dos anos finais do Ensino Fundamental da rede municipal de educação de Brumado-Ba e trinta e seis professores em formação do curso de Licenciatura em Matemática de duas universidades estaduais baianas. Teoricamente embasou-se nos estudos de Shullman (1986/1987); Ball et al. (2010) e Pino Fan, Godino et, al (2013) sobre o conhecimento de professores para o ensino. E para os estudos sobre o ensino de Medidas nos embasamos, principalmente, nos trabalhos de Chamorro e Belmonte (2000) e Gusmão e colaboradores (2004). Foram consideradas também as propostas dos documentos oficiais da Base Nacional Comum do Currículo – BNCC (BRASIL, 2018) para o ensino de Medidas. Os resultados foram organizados e analisados em três blocos: o bloco I, evidenciou que a maior parte dos professores participantes da pesquisa admite que a formação acadêmica exerce forte influência em seu exercício docente; destacou, especialmente, as disciplinas acadêmicas como instrumentos que corroboraram em sua atuação no ensino de Matemática; no bloco II, foram destacadas evidências do conhecimento comum, especializado e ampliado do conteúdo quando os professores expressaram suas experiências no ensino de Medidas de Comprimento; e, no bloco III, ao compararmos o conhecimento de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento, verificamos que os professores veteranos apresentam um conhecimento mais aprofundado do conteúdo que os professores em formação e, tal resultado parece estar estreitamente relacionado ao tempo de serviço no magistério. Contudo, independentemente do tempo de experiência/formação, os resultados também apontaram que as dificuldades apresentadas por ambos os participantes da pesquisa são principalmente de conceitos e procedimentos de conversão de unidades de medidas e essas dificuldades parecem estar atreladas a um ensino baseado na memorização de fórmulas e regras, desprovido de experiências práticas, estratégias e instrumentos de medições.

**Palavras-chave:** Conhecimento de Professores. Medidas de Comprimento. Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

The aim of this study was to analyze the knowledge of veteran and undergraduate Mathematics teachers about the teaching of Length Measures and, for that, it went through peculiar ways for a qualitative approach. From this perspective, we sought to conduct an exploratory study that consisted of the application of questionnaires, addressing questions about teacher education, general knowledge about quantities and measures in teaching and specific knowledge of the content Length Measures. Nine senior teachers from the final years of elementary school from Brumado-Ba municipal school system and thirty-six teachers in the Mathematics Degree course of two the Bahia state universities participated in the research. Theoretically it was based on the studies of Shullman (1986/1987); Ball et al. (2010) and Pino Fan, Godino et, al (2013) about teachers' knowledge for teaching. And for the studies on the teaching of Measures we are based mainly on the works of Chamorro and Belmonte (2000) and Gusmão and collaborators (2004). The proposals of the official documents of the Common National Curriculum Base - BNCC (BRASIL, 2018) for the teaching of Measures were also considered. The results were organized and analyzed in three categories: category I showed that most of the teachers participating in the research admit that the academic formation has a strong influence on their teaching practice; He especially emphasized the academic disciplines as instruments that corroborated his performance in the teaching of mathematics. In category II, evidence of common, specialized, and expanded knowledge of content was highlighted when teachers expressed their experiences in teaching Length Measures; and in category III, by comparing the knowledge of veteran and undergraduate mathematics teachers on Length Measures, we find that veteran teachers have a more in-depth knowledge of the content than undergraduate teachers, and this result appears to be closely related to time. of service in the teaching career. However, regardless of the time of experience / training, the results also pointed out that the difficulties presented by both research participants are mainly of concepts and procedures of conversion of units of measures and these difficulties seem to be linked to a formula-based teaching. and rules, devoid of practical experiences, strategies and measuring instruments.

**Keywords:** Teacher Knowledge. Length measures. Mathematics teaching.

## LISTAS DE TABELAS

Tabela 1 - A forma como aprenderam matemática interfere no ensino desta disciplina.....	80
Tabela 2 - Abordagem dos conteúdos em sala de aula.....	80
Tabela 3 - Sobre a exatidão das Medidas de Grandeza .....	90
Tabela 4 - Grandezas mais trabalhadas ou conhecidas.....	96
Tabela 5 - Leitura e escrita de medidas .....	112
Tabela 6 - Resultados obtidos na questão 24.....	120

## LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 - Produções pesquisadas sobre o conhecimento do professor de matemática/conhecimento matemático.....	22
Quadro 2 - Conhecimento do professor de Matemática/ conhecimento matemático.....	22
Quadro 3 - Características de conhecimento comum, especializado e ampliado.....	36
Quadro 4 - Quantitativo de Produções nas bibliotecas pesquisadas.....	44
Quadro 5 - Sobre os questionários.....	71
Quadro 6 - Formação e tempo de serviço de professores veteranos .....	73
Quadro 7 - Blocos.....	74
Quadro 8 - Dificuldades de professores veteranos e em formação ao lecionarem Matemática .....	77
Quadro 9 - Características importantes para um bom professor .....	81
Quadro 10 - Percepção do grau de interesse dos alunos.....	82
Quadro 11 - Unidade temática com mais ênfase em sua sala de aula .....	86
Quadro 12 - A compreensão de professores veteranos e em formação sobre Grandeza.....	88
Quadro 13 – O que é medir .....	90
Quadro 14 - Unidades de Medida de Comprimento que conhece.....	98
Quadro 15 - O que caracteriza a importância do trabalho com Grandezas e Medidas.....	95
Quadro 16 - Grandeza considerada mais fácil/ Grandeza considerada mais difícil .....	98
Quadro 17 - Dificuldades para trabalhar/aprender o conteúdo de Medidas.....	99
Quadro 18 - Recursos/ estratégias apropriados para compreensão da Medida .....	102
Quadro 19 - Questões 2 e 3 .....	114
Quadro 20 - Questões 5, 6 e 7 .....	116
Quadro 21 - Questões 8 e 9 .....	118
Quadro 22 - Questões 14 e 15 .....	119
Quadro 23 - Questões 17 e 18 .....	122
Quadro 24 - Questões 16 e 19 .....	122
Quadro 25 - Questões 20 e 21 .....	122
Quadro 26 - Questões 22 e 23 .....	122
Quadro 27 - Síntese .....	122

Gráfico 1 - Porcentagem das produções de acordo com o campo de estudo.....	45
Gráfico 2 - Grandezas mais abordadas nos estudos acadêmicos no período de 2003-2018 ....	52
Gráfico 3 - Produções Acadêmicas sobre Medidas (2003 – 2018) .....	54
Figura 1- Comparação 1 .....	59
Figura 2 - Comparação 2 .....	60
Figura 3 - Tabela (SMD) .....	61
Figura 4 - Procedimento da escadinha.....	65
Figura 5 - Tabela linear .....	65
Figura 6 - Resposta obtida .....	84
Figura 7 - questão 1 .....	103
Figura 8 - Resposta obtida nas questões 8 e 9 .....	108
Figura 9 - Questão 10 .....	109
Figura 10 - Resposta obtida na questão 10 .....	110
Figura 11 - Questão 11 .....	110
Figura 12 - Questão 12 .....	111
Figura 13 - Questão 17 (Resultado Pv5) .....	115
Figura 14 - Resposta dada a questão 16 .....	116
Figura 15 - Exemplo de resposta obtida na questão 24 .....	121
Figura 16 - Exemplo de resposta obtida na questão 24 .....	121

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	13
CAPÍTULO I - MARCO TEÓRICO.....	18
1 O Conhecimento e a Formação de Professores de Matemática: breve introdução .....	18
1.1 O Conhecimento do Professor de Matemática nas Produções Acadêmicas.....	21
1.2 O Conhecimento de Professores para o Ensino de Matemática: breve introdução .....	29
2 Grandezas e Medidas no ensino .....	38
2.1 A produção acadêmica sobre Grandezas e Medidas .....	43
2.1.2 Medidas de Comprimento, o cenário.....	53
2.2 O conhecimento comum, especializado e ampliado do professor para o ensino de Medidas de Comprimento .....	57
CAPÍTULO II - ABORDAGEM METODOLÓGICA .....	69
1 Instrumentos .....	70
1.1 Sujeitos da pesquisa.....	72
1.2 Critérios .....	74
CAPÍTULO III - ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS.....	76
Bloco I - Percepção de professores veteranos e em formação sobre a sua formação acadêmica em Matemática .....	76
Bloco II - Conhecimento comum, especializado e ampliado: percepção global e experiências do professor.....	85
Bloco III – Conhecimento comum, especializado e ampliado do professor: as especificidades do conteúdo Medidas de Comprimento .....	103
CAPÍTULO IV- CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	123
REFERÊNCIAS .....	127
APÊNDICE .....	141
APÊNDICE A - Questionário/ veteranos .....	142

APÊNDICE B - Questionário/ professores em formação acadêmica .....	146
APÊNDICE C - Questionário-teste .....	150
APÊNDICE D - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido .....	156

## INTRODUÇÃO

O pesquisador é um ser imerso em busca por algo que deseja conhecer, averiguar, obter explicações. Não é permitido ao pesquisador, frente à sua pesquisa, furtar-se da sua identidade, dos anseios, de ir ao encontro do seu eu. Por isso, anterior à apresentação da nossa proposta de estudo, apresentamos um trecho do texto *Você é o que você gosta*, da escritora Martha Medeiros<sup>1</sup> (2003), o qual relata: “Quem sou eu? [...] A gente é o que a gente gosta. A gente é nossa comida preferida, os filmes que a gente curte, os amigos que escolhemos [...]. Vamos listar quem a gente é: você daí e eu daqui [...].”

Inspirada na crônica de Martha Medeiros e, para melhor evidenciar nossas razões de pesquisa, sentimo-nos, primeiramente, mobilizadas a responder: quem sou eu. O que desejo. Para a minha família, amigos, colegas de trabalho e alunos, eu sou Adri, Adria, Dria, Dri, Drica, a professora de Matemática, graduada em Ciências Exatas com habilitação em Matemática. Sou aquela que depois de concluída a graduação sentiu a necessidade e dificuldade em trabalhar em sala de aula com os alunos uma Matemática diferente, voltada para vivência, bem como utilizada em situações de uso da vida real.

Sou composta das várias experiências vividas, dentre elas, sinto saudades do período de oito anos atuando como Professora Formadora do Programa de Formação Continuada de Professores (GESTAR) II<sup>2</sup>, o qual me rendeu muitos conhecimentos e me permitiu também perceber que as dificuldades anteriormente citadas são entraves para muitos professores de Matemática, tanto para novatos como para veteranos na área.

Com frequência, me angustio quando um aluno diz: “eu não gosto de Matemática”, “eu não consigo aprender Matemática”, mas essas declarações também me motivam a fazer algo que possa contribuir para mudar esse cenário que ainda insiste em se repetir cotidianamente.

Tomada pelo desejo de quem se incomoda com os fatos e as experiências traumatizantes com a disciplina, fui em busca de vários cursos de aperfeiçoamento. Eu,

---

<sup>1</sup> Martha Medeiros jornalista e escritora brasileira/ Crônica "Você é o que você gosta", 2003.

<sup>2</sup> **Programa GESTAR II** - Programa Gestão da Aprendizagem Escolar - Formação continuada de professores, tem como objetivo geral no ensino da matemática, tornar os professores competentes e autônomos para desencadear e conduzir um processo de ensino contextualizado, desenvolvendo as suas capacidades para o uso do conhecimento matemático, bem como para o planejamento e a avaliação de situações didáticas que articule atividades apoiadas em pressupostos da Educação Matemática.

professora da escola pública e aluna do Programa de Mestrado em Ensino (PPGEn) da Universidade do Sudoeste da Bahia (UESB), campus de Vitória da Conquista, e a minha orientadora a Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup>. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão, buscamos fazer um estudo exploratório para nos inteirarmos acerca do conhecimento que os professores de Matemática trazem sobre o conteúdo Medidas de Comprimento, identificando possíveis dificuldades que possuem ao lidar com este conteúdo e que podem refletir no ensino e, conseqüentemente, na aprendizagem.

Sabemos que o ensino da Matemática nas escolas passa por problemas, pois as experiências dos alunos com a disciplina não têm revelado bons resultados e, entre as causas para isso, está a forma como a Matemática vem sendo trabalhada. Saber do repertório de conhecimento sobre determinado conteúdo é rever o que é e como é oferecido aos alunos e, assim, buscar novas formas de trabalho que possam desmistificar o ensino dessa disciplina.

Assim, direciono a atenção para a unidade temática Grandezas e Medidas. Considerando-se que esta temática por sua relevância social está constantemente presente no cotidiano das pessoas e articulada com outras áreas de conhecimento e com conteúdos de outras unidades temáticas, tais como Número, Geometria, Álgebra etc., o conteúdo de Grandezas e Medidas possibilita atividades de resolução de problemas inseridas no contexto sociocultural, uma vez que se trata de um conhecimento de caráter prático. Diante dessa concepção, parte-se da premissa de que o ensino desse conteúdo é livre dos processos de memorização de regras e de que sua compreensão é construída por meio das vivências dentro e fora da sala de aula.

O conteúdo de Grandezas e Medidas – Medidas de Comprimento remete-me à minha infância, quando, aos 10 anos, não entendi a tabelinha colocada no quadro pela professora, com a letra (m) de metro no centro, a esquerda os múltiplos e a direita os submúltiplos, e as regras de deslocamento de vírgulas. Na época, tal incompreensão me desanimou, pois foi minha primeira dificuldade em Matemática. Eis que resultou na minha entrada em uma banca de reforço escolar, que no tempo chamavam de cursinho, com uma professora formada no antigo magistério. Famosa na cidade por sua habilidade com a Matemática, ela me ensinou a regra do deslocamento da vírgula e, mesmo não entendendo real sentido das transformações, lembro-me dela com carinho e gratidão, por toda paciência e dedicação reservadas àquela sala repleta de crianças com dificuldade em Matemática.

Anos depois, atuando como professora do Ensino Médio, deparei-me com alunos de uma classe sentindo as mesmas dificuldades que tive um dia, dificuldades em relacionar e

realizar mudanças de unidades de medidas de comprimento, sem entender seu real sentido diante de um conteúdo tão aplicável na vida real.

O tempo passou e, em meio ao caminhar, percebe-se que o ensino de Matemática ainda está condicionado, acarretado pelo acúmulo de informações e procedimentos mecânicos que sobrecarregam o aluno, a ponto de não perceberem a sua importância no dia a dia. Isso fica evidente em questionamentos do tipo: “para que serve isso?” ou “onde vou usar na minha vida?”, perguntas ainda corriqueiras nas aulas de Matemática em razão de o ensino dessa disciplina ainda estar centrado na utilização de fórmulas, regras e teorias, geralmente, descontextualizadas, de modo que os pensamentos ou ideias matemáticas não são levados à reflexão e acabam ficando apenas dentro da sala de aula, sem estabelecer vínculo com a prática do cotidiano do aluno.

Em nossa experiência docente, é comum ouvirmos os alunos dizerem frases do tipo: “eu nunca aprendi isso na escola”. Essa frase é pronunciada pelas pessoas todas as vezes em que se deparam com o conteúdo não aprendido ou com algo relacionado a ele. Provavelmente, situações como essas acontecem quando o aluno não percebe a utilidade e o significado do conteúdo para a aprendizagem, em razão de este ter sido, muitas vezes, trabalhado de forma mecânica e descontextualizada

Em se tratando da temática Medida de Comprimento, é possível que essas dificuldades em lidar com as unidades de medidas, seus múltiplos e submúltiplos, seja consequência também da formação docente vinculada a um ensino da Matemática mecânico e memorizador de regras.

Se o professor não teve oportunidade de desenvolver o conhecimento matemático por meio da investigação e da descoberta ao longo de sua formação, provavelmente, dará continuidade a um trabalho superficial e fragmentado. Como argumenta Polya (1997, p. 3), “[...] ninguém pode ensinar o que não aprendeu. Nenhum professor pode comunicar a experiência da descoberta, se ele próprio não adquiriu [...]”.

Dessa forma, as experiências dos professores com a disciplina de Matemática vão depender também da vivência destes em sua formação como docente. Contudo, a prática da descoberta, da investigação, da pesquisa e da formação continuada pode contribuir para a profissão na busca por novos meios de ensinar que revelem novos conhecimentos, bons resultados e não apenas a obtenção de conhecimentos prontos e acabados. Essa é uma tarefa a ser construída primeiramente em nós professores, pois é bem comum encontrarmos professores que não conseguem se desprender das antigas práticas marcadas pela

fragmentação e superficialidade.

Há também aqueles que acreditam que o ensino de Matemática deva ser renovado, que novas estratégias devam ser usadas para um melhor aproveitamento da aprendizagem, no entanto, nota-se que o desejo não vai além, ficando apenas no discurso, pois a resistência em fazer diferente e diversificar a prática ainda é muito grande, haja vista que uma boa parcela de professores estão preocupados em cumprir o programa de conteúdos ao final do ano.

O processo da mudança nasce do olhar sobre a realidade, da inquietação, do desejo em fazer algo que possa contribuir para uma nova configuração no ensino de Matemática, e cada um de nós pode encontrar em si mesmo. Como professora da área, perante as dificuldades dos alunos frente ao seu desempenho sobre Medidas de Comprimento e seus múltiplos e submúltiplos, venho considerar um estudo com os professores de Matemática veteranos e professores em formação, na perspectiva de analisar o conhecimento destes sobre o ensino de Medidas de Comprimento. Nesse contexto, levantamos a seguinte questão de pesquisa: qual o conhecimento matemático de professores veteranos e professores em formação sobre Medidas de Comprimento?

**Objetivo geral:** analisar o conhecimento de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento;

**Objetivos específicos:**

- ✓ Investigar a percepção de professores veteranos e de professores em formação sobre a sua formação acadêmica em Matemática;
- ✓ Diagnosticar o conhecimento comum, especializado e ampliado de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento;
- ✓ Comparar o conhecimento de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento.

Esta pesquisa está organizada em quatro capítulos descritos a seguir.

No primeiro capítulo, apresentamos o marco teórico, uma abordagem sobre o conhecimento e a formação de professores de Matemática para o ensino, como também o estudo das Grandezas e Medidas – Medidas de Comprimento.

No segundo capítulo, expomos a Metodologia da pesquisa, o detalhamento dos procedimentos seguidos, o perfil dos sujeitos envolvidos, os instrumentos e os critérios adotados.

Apresentamos, no terceiro capítulo, três blocos de análises dos dados obtidos. No Bloco I, analisamos a percepção de professores veteranos e de professores em formação sobre

a sua formação acadêmica em Matemática. E, nos Blocos II e III, analisamos e comparamos indícios dos conhecimentos comum, especializado e ampliado sobre Medidas de Comprimento de professores de Matemática veteranos e em formação.

Finalmente, no quarto capítulo, apresentamos uma síntese integral dos resultados das análises dos três blocos, momento oportuno para tecermos os prováveis desfechos do estudo e as considerações finais. Em seguida, as referências bibliográficas e os apêndices, que contêm os questionários e o termo de compromisso.

## **CAPÍTULO I - MARCO TEÓRICO**

Nesse capítulo abordamos a formação de professores, em especial dos professores de Matemática, além disso trazemos o conhecimentos dos professores de Matemáticas nas produções acadêmicas a fim de investigarmos as direções abordadas sobre esse tema no Brasil. A partir dessas discussões destacamos as categorias de conhecimentos do professor necessárias para o ensino e adentramos ao conteúdo de Grandezas e Medidas, especificamente na Medida de Comprimento para assim fazermos uma relação mais próxima entre ambas as temáticas.

### **1 O Conhecimento e a Formação de Professores de Matemática: breve introdução**

As experiências dos alunos em sala de aula com o conhecimento matemático não têm sido boas; os resultados e as dificuldades na compreensão dos conteúdos têm marcado a história da Matemática e, equivocadamente, a apresentado como uma disciplina de difícil compreensão (D' AMBROSIO, 2010). De acordo com D' Ambrosio (2010) ainda nos dias atuais a aula tradicional de matemática acontece por meio unicamente de exposição teórica do conteúdo, cópia do quadro e repetição de exercícios, o que dificulta um processo de ensino e aprendizagem significativo para o aluno. Nessa deriva, vêm crescendo, nas discussões acadêmicas, a busca por um ensino construtor de um processo que possibilite compreensão, transformação, reflexão e conscientização.

Quando pensamos nas possibilidades de inovação do processo de ensino e aprendizagem matemática em sala de aula, é impossível não relacionarmos a intenção da formação do professor ao que ela necessita contemplar. Para Veiga (2015, p. 23), “a formação do professor como espaço de ação humana exige um compromisso de adequação intencional do real ao ideal. Exige também uma adequação entre os interesses individuais e coletivos”.

Espera-se que a formação dos professores resulte em um produto idealizado que atenda aos propósitos da educação. A formação para o coletivo requer uma compreensão do contexto social, uma reflexão para adequar o trabalho para atender à diversidade da sala de aula, enquanto que a formação para o interesse individual pressupõe realização pessoal, permeada pela intenção de ser um bom professor, eficaz, valorizado e alcançar bons resultados de aprendizagem em sala de aula (VEIGA, 2015).

Conforme Shulman (1987, p. 197),

embora existam muitas descrições de professores eficazes, a maioria delas concentra-se na gestão da sala de aula. Encontram-se poucas descrições ou análises de professores que prestam muita atenção não apenas na gestão dos alunos em sala, mas também na gestão das ideias dentro do discurso em sala de aula. As duas ênfases são necessárias para produzir retratos da boa prática que sejam guias suficientes para uma educação melhor (SHULMAN, 1987, p. 197).

Como afirma Shulman (1987), as duas ênfases são importantes e devem estar atreladas às ideias dos propósitos educacionais, pois não adianta o professor manter a disciplina de uma turma, impor regras, organização e limites, planejamento de atividades etc., se não responder de maneira flexível às dificuldades, à natureza do conteúdo e à capacidade dos alunos. Há de se ter uma boa combinação de conhecimento do professor (ideias e discurso) e de gestão de sala de aula para melhores resultados na aprendizagem.

No que diz respeito ao conhecimento de professores, Ribeiro (2012) afirma que ele é necessário para o professor exercer seu ofício de ensinar. Tem-se que esse conhecimento é produzido no decorrer de toda a sua escolarização e nos cursos de formação inicial e continuada, mas, sobretudo, nas práticas desenvolvidas ao longo de sua experiência docente. Alguns autores, entre eles Mellado, Ruiz e Blanco (1997), ainda mencionam que o conhecimento profissional dos professores, para além do conhecimento da área específica, constrói-se desde a sua infância, pois estes profissionais são os que mais tempo passam na escola e tomam, não raras vezes, os seus próprios professores como modelos.

Demo (2001, p. 10) afirma que “predomina entre nós a atitude do imitador, que copia, reproduz e faz prova”. É possível observarmos essa descrição no ensino de Matemática, no qual há uma predominância por reprodução do conhecimento. Como afirma D’Ambrosio (1993),

as pesquisas sobre a ação de professores mostram que em geral o professor ensina da maneira como lhe foi ensinado. Predomina, portanto, um ensino em que o professor expõe o conteúdo, mostra como resolver alguns exemplos e pede que os alunos resolvam inúmeros problemas semelhantes (D’AMBROSIO, 1993, p. 38).

Considerando toda a sua trajetória, desde a experiência adquirida na escolarização até a sua formação inicial, “aprendem com as práticas dos seus formadores; de fato, estes, conscientes ou inconscientemente, apoiam-se em sua ação educativa numa maneira de

conceber o ensino e aprendizagem, [...] e isso se transmite implicitamente na sua própria atuação” (SERRAZINA, 2003, p. 71).

De acordo com Fenstermacher (1978/1986, apud Shulman, 1987, p. 214), “o objetivo da formação do professor não é doutrinar ou treinar professores para se comportar da maneira prescrita, mas sim educar professores para refletir em profundidade sobre o próprio ensino, assim como para ter um bom desempenho como docente”.

Segundo Freitas et al. (2005),

[...] os saberes e os processos de ensinar e aprender tradicionalmente desenvolvidos pela escola mostra-se cada vez mais obsoletos e desinteressantes para os alunos. O professor, então, vê-se desafiado a aprender a ensinar de modo diferente do que lhe foi ensinado (FREITAS et al., 2005, p. 89).

Este é de fato um grande desafio para o professor de Matemática: ensinar de modo diferente do que lhe foi ensinado, diferente das suas próprias experiências com o ensino. Por não conseguir fazer de modo diverso ao que já está acostumado a ver e fazer e por se sentir confortável nessa prática, acaba por perpetuar a concepção de ensino de Matemática frente à relação com o objeto de ensino, preso às amarras do já comumente costumeiro/trabalhado. De acordo com Serrazina (2012),

o conhecimento matemático envolve ser capaz de conversar sobre a Matemática, não apenas descrever os passos para fazer um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos, os significados e razões para certas relações e procedimentos [...] O professor precisa de oportunidades para construir situações de aprendizagem, experimentá-las com os seus alunos na sala de aula e refletir sobre essas experiências (SERRAZINA, 2012, p.281-282).

Alguns autores defendem uma abordagem prática, ou seja, vivenciar com os próprios formandos os conhecimentos matemáticos que estes utilizarão no trabalho. Como sugere Garcia (1995), o professor que trabalha com a formação de futuros professores deve ensinar a ensinar ensinando, ou seja, ensinar aos professores na prática a forma como gostariam que fossem de fato trabalhados os conhecimentos matemáticos nas escolas com os seus alunos. Em consonância com Garcia, Serrazina (2003, p. 67) também defende que “os cursos de formação de professores devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências de aprendizagem que se quer que os alunos experimentem e que constituam um desafio intelectual”.

Esse tipo de experiência contribui para o aprendizado de ambos, professores e alunos, pois, conforme afirma D'Ambrosio (1993, p. 39), “da mesma forma que os alunos constroem seu conhecimento matemático através de suas experiências com a Matemática, futuros professores constroem seu conhecimento sobre o ensino da Matemática através de suas experiências com o ensino”. Logo, a sala de aula também constitui um lugar de formação de professores. Segundo Ball et al. (2005), o conhecimento aumenta com o tempo e, de acordo com o desenvolvimento profissional, os professores vão ganhando experiência no domínio do conhecimento.

Também com o ganho de experiência um professor pode buscar transformar a compreensão de um conteúdo pelo jeito de falar, mostrar, interpretar ou representar ideias, de maneira que os que não sabem venham a saber, os que não entendem venham a compreender. Portanto, o ensino necessariamente começa com o professor entendendo o que deve ser aprendido e como deve ser ensinado (SHULMAN, 1987).

Direcionar uma especial atenção ao aprimoramento dos professores que estão em sala de aula, que são os responsáveis, em última instância, pela aprendizagem matemática dos alunos, ainda é um grande desafio para os cursos de formação de professores.

Todavia, “como é possível aprender tudo que é preciso saber sobre o ensino durante o breve período destinado à formação de professores?”. Aproveitamos a interrogativa feita por Shulman (1987, p. 205), em sua obra *Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma*, para destacarmos, além da experiência de sala de aula, a importância da formação continuada, dos cursos de capacitação e formação, que são meios de se buscar novos aperfeiçoamentos e de conhecer mais sobre a área de conhecimento ou superar possíveis deficiências conceituais oriundas da formação inicial. Como destacam Veiga et al. (2015), a formação deve ser permanente e constante e atribuir um valor significativo para a experiência docente; por isso, é necessário um investimento contínuo na formação do professor para ultrapassar o papel de ser apenas “instrumento de reprodução social”.

### **1.1 O Conhecimento do Professor de Matemática nas Produções Acadêmicas**

Têm sido desenvolvidos muitos estudos relacionados ao conhecimento do professor de Matemática no ambiente educacional, o que tem gerado grande interesse nas comunidades científicas, mobilizando pesquisadores, professores e formadores de professores em vários eventos, linhas de pesquisas/grupos de estudos e iniciativas importantes no âmbito nacional.

Com intuito de melhor investigarmos as direções abordadas e o sentido da produção sobre o conhecimento do professor de Matemática no Brasil, realizamos uma consulta bibliográfica em vários repositórios. A escolha dos repositórios foram, mediante o Sistema de Avaliação e Qualificação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Capes, selecionando periódicos da área Educação Matemática com avaliação qualis A e B e circulação nacional (N).

Adotamos como procedimento de busca a inserção dos termos “Conhecimento do professor de Matemática e o conhecimento matemático”, selecionando 39 produções, articuladas, de uma forma geral, à formação docente e ao ensino de Matemática, sendo 17 artigos, 13 dissertações e 9 teses. O quadro 1 mostra esse quantitativo:

**Quadro 1 - Produções pesquisadas sobre o conhecimento do professor de matemática/conhecimento matemático**

Repositório	Produções sobre conhecimento matemático	Tipo
ANPED- Associação Nacional Pós-graduação e Pesquisa em Educação	1	Artigo
Scielo- Scientific Electronic Library Online	2	Artigo
Repositório Institucional – UFJF-O Centro de Difusão do Conhecimento (CDC) da Universidade Federal de Juiz de Fora.	4	Artigo
BOLEMA- BOLETIM DE Educação Matemática	6	Artigo
BDTD- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	26	Dissertação/ Tese
Total	39	

Fonte: organização das autoras

A partir do quantitativo observado, construímos o quadro 2, detalhando o autor/ano/título dessas 39 produções brasileiras publicadas de 2002 até o ano de 2018.

**Quadro 2 - Conhecimento do professor de Matemática/ conhecimento matemático**

Ident.	Autor	Ano	Título
1	Marcelo Cestari Terra Lellis	2002	Sobre o Conhecimento Matemático do professor de Matemática.
2	Paulo Domingos Mieres Caruso	2002	O Professor de Matemática: transmissão de conhecimento ou construção de significados
3	Chateaubriand Nunes Amancio	2004	Uma perspectiva sociológica do conhecimento matemático
4	Plinio Cavalcanti Moreira	2004	O Conhecimento Matemático do professor: formação na Licenciatura e Prática Docente na escola básica

5	Plínio Cavalcanti Moreira e Maria Manuela Martins Soares David	2005	O Conhecimento Matemático do professor: formação e prática docente na escola básica
6	Marizoli Regueira Schneider	2006	Produção escrita: caminho para aprendizagens significativas a partir da construção e reconstrução do conhecimento matemático
7	Rosa Monteiro Paulo	2006	O significado epistemológico dos diagramas na construção do conhecimento matemático e no ensino de matemática
8	Aparecida Augusta da Silva	2008	Em busca do diálogo entre duas formas distintas de conhecimentos matemáticos
9	Kelly Kett Sacardi	2008	O conhecimento matemático escolar e as relações com a marchetaria.
10	Marcello Lucas	2009	O blog nas aulas de Matemática: um instrumento capaz de contribuir para que o aluno elabore e reelabore suas compreensões sobre seu conhecimento matemático?
11	Renata Cristina Geromel Meneghetti	2009	O Intuitivo e o Lógico no Conhecimento Matemático: análise de uma proposta pedagógica em relação a abordagens filosóficas atuais e ao contexto educacional da matemática
12	Carlos Miguel Ribeiro	2009	Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais
13	Aparecida Rodrigues S. Duarte, Maria Cristina A. de Oliveira e Neuza Bertoni Pinto	2010	A relação conhecimento matemático versus conhecimento pedagógico na formação do professor de Matemática: um estudo histórico
14	Maritza Costa Moraes	2010	Robótica educacional: socializando e produzindo conhecimentos matemáticos
15	Regina Efigênia de Jesus Silva Rodrigues	2011	As contribuições do software Graphmatica na construção do conhecimento matemático de função
16	Roberto Alves de Oliveira e Celi Espasandin Lopes	2012	O Ler e o Escrever na Construção do Conhecimento Matemático no Ensino Médio
17	Alessandro Jacques Ribeiro	2012	Equação e Conhecimento Matemático para o Ensino: relações e potencialidades para a Educação Matemática
18	Priscila Domingues de Azevedo	2012	O conhecimento matemático na educação infantil: o movimento de um grupo de professoras em processo de formação continuada
19	Milton Rosa e Daniel Clark Orey	2012	A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático
20	Taiana Vanessa Rossi	2012	Jogo interativo: espaço de construção do conhecimento matemático e do convívio com o outro
21	Fabiana Mattei	2012	A modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos
22	Rosi Meri Dornelles Brandão Costa	2012	Superação de lacunas de conhecimentos matemáticos no ensino fundamental: a integração entre a construção da aula e o uso da caça ao tesouro

23	Carla Cristina Pompeu	2013	Aula de Matemática: as relações entre o sujeito e o conhecimento matemático
24	Priscila Domingues de Azevedo	2013	O conhecimento matemático na educação infantil: o processo de formação continuada de um grupo de professoras
25	Eliane Maria de Oliveira Araman e Irinéa de Lourdes Batista	2013	Contribuições da História da Matemática para a Construção dos Saberes do Professor de Matemática
26	Tarcísio Rocha dos Santos	2014	Mankala Colhe Três: jogando e explorando conhecimentos matemáticos por meio de situações didáticas
27	Maria Cristina Costa Ferreira	2014	Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor
28	Luiz Fernando Costa	2014	Protótipo de um programa de aprendizagem, para auxiliar alunos do ensino médio a revisar e aprofundarem conhecimentos matemáticos básicos
29	Lucas Carato Mazzi	2015	Conhecimento Especializado do Professor de Matemática: um olhar para os anos iniciais do Ensino Fundamental
30	Marieli Vanessa Rediske de Almeida, Karina Aguiar Alves, Thais Helena Inglês Silva e Regina Lúcia da Silva	2015	Uma Proposta de Análise Vertical: investigando o conhecimento matemático para o ensino de professores da Educação básica
31	Hudney Alves Faria de Carvalho	2015	Investigando o conhecimento matemático para o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental em um curso de licenciatura em pedagogia mineiro
32	Luís Havelange Soares	2015	A dialética entre o concreto e o abstrato na construção do conhecimento matemático
33	Miliam Juliana Alves Ferreira	2015	A Produção do Conhecimento Matemático ao se estar-com as TIC: um estudo fenomenológico
34	Giskele Luz Rafael	2015	Processos pedagógicos e a construção do conhecimento matemático no Ensino Fundamental
35	Mateus Coqueiro Daniel de Souza	2016	Análise das contribuições dos objetos educacionais digitais para a construção do conhecimento em matemática na educação básica
36	Miriam Criez Nobrega Ferreira	2017	Álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise do conhecimento matemático acerca do pensamento algébrico
37	Etienne Lautenschlager	2017	Conhecimento matemático para o ensino de polinômios na educação básica
38	Taís Alves Moreira Barbariz	2017	A constituição do conhecimento matemático em um curso de Matemática à distância
39	Patric Machado de Menezes	2017	Modelagem matemática na escola básica: caracterização do conhecimento matemático aprendido com modelagem

Fonte: dados da pesquisa

Quanto aos critérios de seleção dos trabalhos publicados durante esse período de 2002 a 2018, foram pelos termos “conhecimento matemático e conhecimento do professor de Matemática” temos ciência de que deixamos à margem algumas pesquisas; contudo, acreditamos que, durante esses dezesseis anos, os trabalhos que foram apurados contribuíram para a compreensão do que se buscava, mostrando o que se discute no meio acadêmico sobre o campo de conhecimento matemático, seu percurso e as suas perspectivas.

No processo de estudo dessas discussões acadêmicas, percebemos os diversos tipos de ações apropriadas para a compreensão do que seria o conhecimento matemático; buscamos estabelecer um comparativo entre essas trinta e nove produções brasileiras e as agrupamos em eixos, tendo como referência três temáticas, e em razão delas se entrelaçarem, algumas produções se enquadram em mais de um eixo:

- (1) conhecimento sobre estratégias, recursos e materiais didáticos (22 trabalhos);
- (2) conhecimento para o ensino de matemática (20 trabalhos);
- (3) conhecimento do professor, formação (continuada), pensamento, prática profissional (13 trabalhos).

As considerações aqui trazidas são prévias especulativas referentes a problemas e/ou a objetivos de pesquisa que geraram os trabalhos, como também a considerações, reflexões e/ou conclusões dessas pesquisas relativas ao conhecimento matemático.

Observamos que o conhecimento matemático ganha ênfase nas discussões educacionais, articulado em diferentes contextos, mas com o único fim de garantir a qualidade de ensino.

Verificamos que as preocupações emanadas dos trabalhos citados em cada eixo correspondem a algumas propostas de trabalho, como articular o conhecimento matemático em sala de aula com outras ferramentas e garantir um melhor resultado na educação básica. Embora cada eixo tenha a sua importância, os eixos não se excluem, pelo contrário, se completam, interagem entre si. O eixo 1 está sempre presente nas discussões no meio acadêmico, e os eixos 2 e 3 vêm ganhando cada vez mais espaço nas discussões, principalmente nos últimos dezesseis anos.

São bastante vastas as pesquisas educacionais sobre o eixo 1, principalmente na área de Matemática, que remetem a estratégias, ao uso de jogos como recurso pedagógico, materiais didáticos para ensinar e aprender os conhecimentos matemáticos. Essa tendência metodológica, amplamente sugerida como alternativa de alteração do modelo tradicional de ensino, que, muitas vezes, tem o livro e os exercícios padronizados como principais recursos didáticos, surge como forma de facilitar e motivar a aprendizagem de Matemática. As

pesquisas relacionadas ao uso de jogos como recurso pedagógico (AZEVEDO, 2012; SANTOS, 2014; ROSSI, 2012) apontam as diversas vantagens que oferece, tais como: inserção do caráter lúdico nas aulas de matemática; interação entre os alunos e a matemática; desenvolvimento do raciocínio lógico; construção de uma atitude positiva perante os erros; motivação para compreender os conteúdos trabalhados, entre outras.

Em sua pesquisa com um grupo de alunos com idades entre 8 e 11 anos, Rossi (2012) observou que, a medida que as dificuldades com a matemática eram superadas, os alunos passavam a apresentar um comportamento mais positivo, demonstrando mais empenho nas atividades de trabalhos; além disso, observou que o repúdio às atividades de matemática diminuiu quando as dificuldades no entendimento começaram a ser amenizadas pelo uso de um recurso lúdico e de materiais concretos.

Destacamos ainda o trabalho de Meneghetti (2009), focalizando a implementação da proposta no processo de elaboração de materiais didáticos para o ensino e aprendizagem da Matemática para proporcionar aos alunos a construção dos conceitos matemáticos envolvidos, além de auxiliar o professor quanto à sua conduta no desenvolvimento das atividades em sala de aula. Também Soares (2015, p. 09), em sua pesquisa, evidencia que “a maioria dos objetos matemáticos estudados na Educação Básica é representável concretamente e estes podem ser associados a objetos manipuláveis materialmente”.

Os trabalhos de Schneider (2006), Lucas (2009) e Oliveira e Lopes (2012) objetivam utilizar estratégias de leitura, escrita e produção escrita no ensino de matemática para aprendizagem de conceitos matemáticos, organização, e para instigar o diálogo sobre os conhecimentos matemáticos, o que contribuiu para repensar o processo de ensino e aprendizagem da disciplina.

As pesquisas de Lucas (2009), Moraes (2010), Rodrigues (2011), Costa (2012; 2014), Ferreira (2015) e Souza (2016) enfatizam o uso de recursos tecnológicos, midiáticos e Tecnologia da informação e comunicação (TIC) nas aulas de Matemática como forte aliado para a aprendizagem na medida em que favorece a atitude exploratória e a produção dos estudantes sobre o conhecimento matemático. Os autores citados apostam na utilização dos recursos tecnológicos, porque acreditam que eles dinamizam os conteúdos curriculares a serem estudados de forma diferente daquelas comumente utilizadas no cotidiano da sala de aula, bem como instigam a curiosidade e favorecem as experimentações matemáticas, podendo tornar a aula mais prazerosa e atender às demandas das evoluções social e tecnológica dos dias atuais.

Observamos, ainda no eixo 1, a presença de pesquisas que buscaram a modelagem matemática no ambiente escolar como estratégia de aprendizagem para a construção dos conhecimentos matemáticos. Essa estratégia ganhou destaque no ensino de matemática na década de 80, quando surgiram os primeiros artigos e dissertações estabelecendo-a como uma tática muito eficaz de ensino-aprendizagem, contrapondo-a ao ensino dos algoritmos de matemática, pois sua compreensão vai além de executar algoritmos (MENEZES, 2017). As pesquisas de Silva (2008), Rosa e Orey (2012), Mattei (2012) e Menezes (2017) apontam a modelagem matemática como ferramenta pedagógica elaborada para facilitar o entendimento e a compreensão das relações e as conexões da matemática com a vida cotidiana, o que vem ajudar no processo de ensino e aprendizagem da matemática, levando em consideração os conhecimentos prévios dos alunos.

Em síntese, esse eixo 1 aponta para necessidade e importância do conhecimento sobre estratégias, recursos e materiais didáticos.

No eixo 2, há uma preocupação dos autores em enfatizar a importância de considerar os conhecimentos prévios dos alunos, de trazer para a sala de aula as experiências dos saberes matemáticos do dia a dia.

Observamos nos trabalhos de Amancio (2004), Sacardi (2008) e Chisté, Santos e Neto (2013) o ensino de matemática a partir da perspectiva das concepções do Programa da etnomatemática. Esses autores evidenciam que o conhecimento matemático é algo da cultura humana, o qual é elaborado, organizado e difundido, um constructo social; verificam que a matemática está em total integração com as demais manifestações da cultura e destacam a importância de atividades desenvolvidas no âmbito escolar com objetos do mundo real. De cunho etnográfico, Silva (2008) também busca, em sua pesquisa, um trabalho com um grupo de professores indígenas, considerando a etnomatemática, seus aspectos históricos e antropológicos no ensino de matemática; Pompeu (2013) e Soares (2015) discutem a relação do sujeito com o conhecimento matemático em situações distintas de aprendizagem, levando em conta o modo como os sujeitos aprendem na escola, bem como a importância dos conhecimentos oriundos de suas experiências fora do ambiente escolar.

Em síntese, os estudos nesse eixo 2 apontam para a importância de se considerar sobretudo os conhecimentos prévios e conhecimentos do mundo real como essenciais para o ensino de Matemática.

Sobre o eixo 3, alguns autores (RIBEIRO, 2009; AZEVEDO, 2012; AZEVEDO, 2013) realizam suas pesquisas por meio de grupos de estudos colaborativos de formação continuada

de professores com a finalidade de estudar e compartilhar as experiências vividas, mostrando que os conhecimentos matemáticos podem ser produzidos e ressignificados.

Sabe-se que os grupos de estudos surgiram da preocupação dos professores com a renovação do ensino de matemática nas escolas e ganharam destaque no século XX, a partir do Movimento da Matemática Moderna (MMM), que idealizava preparar pessoas que pudessem acompanhar e lidar com a tecnologia que estava emergindo na época. A modernização do ensino teria que ser absorvida pelos professores, os quais teriam que se adaptar a um novo roteiro de conteúdos e de metodologias. Para tanto, grupos de estudo e de pesquisa foram criados em alguns países, com o objetivo de estudar, divulgar e implantar a Matemática Moderna nas escolas (WIELEWSKI, 2008).

Nesse mesmo período, preocupou-se com a formação (continuada) dos professores de matemática, uma vez que havia necessidade de atualizá-los acerca dos “novos” conteúdos, inserindo-se novas metodologias para a didática da matemática. Ao que tudo indica, a articulação dos conhecimentos específicos e pedagógicos obteve maior consolidação a partir do MMM e influencia os cursos de formação (continuada) e as pesquisas até os dias atuais (DUARTE, OLIVEIRA e PINTO, 2010).

Observamos, ainda no eixo 3, que os estudos (MOREIRA, 2004; MOREIRA e DAVID, 2005; DUARTE, OLIVEIRA e PINTO, 2010; MAZZI, 2015) debatem sobre a falta de articulação entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico nos cursos de formação de professores para a escola básica. Esses estudos discutem que os professores que ensinam Matemática enfrentam dificuldades no que se refere ao domínio do conhecimento necessário à difusão do saber matemático em sala aula e atribuem isso à falta de articulação entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos pedagógicos na licenciatura (DUARTE, OLIVEIRA e PINTO, 2010). Rafael (2016, p. 131), em sua pesquisa, aponta que, “assim como os estudantes, os professores consideram fundamental a relação entre a teoria e a prática no ensino da Matemática; para eles, a prática está vinculada ao fazer, e a teoria se relaciona com os conteúdos que o docente deve transmitir”.

Percebemos que, ao longo dos anos, professores pesquisadores têm procurado melhorar o ensino de matemática, buscando várias alternativas de recursos pedagógicos, estratégias e modalidades para relacionar teoria e prática, a fim de elucidar os conhecimentos matemáticos no ambiente escolar. Todas essas pesquisas têm como propósito identificar ganhos de desempenhos de professores e/ou alunos. E, embora exista uma abundante bibliografia de pesquisas nessas áreas, o conhecimento do professor sobre o que se deseja ensinar e aprender

será fundamental para facilitar ou inibir esse processo.

No final dos anos de 1980, Shulman (1986a) levanta a temática de investigação de que existe uma base de conhecimento para o ensino que é necessária a um professor da Educação Básica para um melhor desempenho na aprendizagem. Percebe-se, então, que os conhecimentos construídos pelos professores passam a ser foco das investigações, o que antes não era de grande relevância para as pesquisas.

Notamos, então, que algumas pesquisas do eixo 3 concentram seus esforços, a partir dos trabalhos de Shulman (1986a/1987), em estudar os conhecimentos necessários à formação de professores para atuar com sucesso em sua sala de aula com os alunos. Entre esses trabalhos, estão os de Caruso (2002), Ribeiro (2009/2012), Ferreira (2014a), Trivilin e Ribeiro (2015), Mazzi (2015), Carvalho (2015), Almeida et al. (2015), Ferreira (2017) e Lautenschlager (2017), que discutem ideias que permeiam a formação do professor, seguido do conhecimento matemático necessário para o ensino. Os estudos realizados destacam tipos de conhecimentos importantes que compõem o conhecimento matemático específico do professor da Educação Básica para melhores resultados na aprendizagem matemática e contribuem para a base do conhecimento no ensino dos conteúdos matemáticos.

Destacamos alguns dos principais autores presentes nessas discussões além de Shulman (1986b), como Ball, Thames e Phelps, (2002), que exaltam os conhecimentos necessários para a formação docente, defendendo a existência de um conhecimento do conteúdo que é particular ao ensino. Adiante, discutiremos um pouco mais sobre eles.

## **1.2 O Conhecimento de Professores para o Ensino de Matemática**

Para Shulman (1986a), o ensino começa com o professor entendendo o que deve ser aprendido e como deve ser ensinado. O autor defende a existência de categorias de conhecimento que são particulares ao ensino, subjacentes à compreensão do professor.

Nesta perspectiva, Lee Shulman (1986a/1987) publicou um estudo que enfatiza um conjunto de determinadas categorias de conhecimentos necessárias para o exercício da profissão docente, formado pelo conhecimento do conteúdo, que implica ir além do conhecimento dos fatos ou conceitos de um domínio; conhecimento pedagógico geral, que se refere às estratégias de gerenciamento e gestão de sala de aula; conhecimento do currículo, que se refere ao conhecimento de materiais e programas que servem como ferramentas do ofício para professores; conhecimento pedagógico do conteúdo, referente a um conhecimento

exclusivo de professores; conhecimento dos alunos e suas características; conhecimento dos contextos educacionais, que se refere ao funcionamento do grupo ou da sala de aula, até às características das comunidades; e conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação.

Nesse panorama a primeira base de conhecimento é o conhecimento do conteúdo, uma categoria importante para o processo de ensinar e aprender, pois

o professor tem responsabilidades especiais com relação ao conhecimento do conteúdo, pois serve como fonte primária da compreensão deste pelo aluno. A maneira como essa compreensão é comunicada transmite aos alunos o que é essencial e o que é periférico na matéria. Diante da diversidade dos alunos, o professor deve ter uma compreensão flexível e multifacetada, adequada à oferta de explicações diferentes dos mesmos conceitos ou princípio (SHULMAN, 1987, p. 208).

Logo, Shulman (1987) considera o professor como sendo membro da comunidade acadêmica, que deve entender as estruturas da disciplina, os princípios da organização conceitual e os princípios de investigação de novas ideias de cada área, o que significa que o professor deve dominar a profundidade da compreensão da matéria específica que ensina, abraçar o já aprendido e facilitar a nova compreensão. Não se exclui desse processo a importância de atitudes de entusiasmo por parte do professor com relação ao que está sendo ensinado e aprendido. Todos esses aspectos constituem características centrais da base do conhecimento para o ensino.

Todavia, além dessa categoria, o conhecimento pedagógico do conteúdo é de especial interesse para Shulman (1987), pois o mesmo representa para o autor uma relação indissociável entre o conhecimento do conteúdo e o conhecimento pedagógico, combinação de uma “forma particular de conhecimento de conteúdo que incorpora os aspectos de conteúdo mais pertinentes à sua capacidade de ensino” (SHULMAN, 1986a, p. 09, tradução nossa)<sup>3</sup>.

A partir dos trabalhos de Shulman (1986a, 1987), pesquisadores em diversas áreas passaram a se dedicar ao estudo dos conhecimentos necessários ao ensino, principalmente em relação ao Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Entre os pesquisadores, temos os estudos

---

<sup>3</sup> but of the particular form of content knowledge that embodies the aspects of content most germane to its teachability (p.09).

de Ball et al. (2005, p.14, tradução nossa)<sup>4</sup>, que evidenciam “que não deve ser surpresa que a qualidade do ensino da Matemática depende do conhecimento dos professores sobre o conteúdo”.

Para Ball et al. (2010),

[...] os professores devem conhecer o assunto que ensinam. De fato, pode não haver nada mais fundamental para a competência do professor. A razão é simples: professores que não conhecem bem um assunto não são susceptíveis a ter o conhecimento necessário para ajudar os alunos a aprenderem esse conteúdo. Ao mesmo tempo, no entanto, apenas conhecendo bem um assunto pode não ser suficiente para ensinar. [...] Além disso, os professores precisam conhecer a matemática de maneira útil para, entre outras coisas, escolher a melhor forma de apresentar o conteúdo para que seja compreensível para os estudantes (BALL et al., 2010, p.404, tradução nossa).<sup>5</sup>

Porém, como os próprios autores destacam, conhecer bem o assunto não é o suficiente para o ensino. Nessa perspectiva, Ball et al. (2008) investigaram o papel e a importância dos diferentes tipos de conhecimento matemático para o ensino, levando em consideração alguns refinamentos do conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo e do conceito mais amplo de conhecimento do conteúdo, enquadrando na conceituação dos diferentes tipos de domínio do conhecimento matemático as habilidades necessárias ao professor que ensina Matemática.

De acordo com esta observação, Ball et al. (2008) construíram diferentes categorias para domínios necessários ao ensino de Matemática: I) Conhecimento Comum do Conteúdo (*commom content knowledge*), que se refere aos conhecimentos e habilidades matemáticas utilizados em qualquer situação além do ensino; II) Conhecimento Especializado do Conteúdo (*specialized content knowledge*), que se refere aos conhecimentos e habilidades específicas do professor para o ensino de matemática, essencial para o ensino eficaz; III) Conhecimento horizontal do conteúdo (*horizon content knowledge*), que se refere a como os temas

---

<sup>4</sup> That the quality of mathematics teaching depends on teachers' knowledge of the content should not be a surprise.

<sup>5</sup> Teachers must know the subject they teach. Indeed, there may be nothing more foundational to teacher competency. The reason is simple: Teachers who do not themselves know a subject well are not likely to have the knowledge they need to help students learn this content. At the same time, however, just knowing a subject well may not be sufficient for teaching. [...] In addition, teachers need to know mathematics in ways useful for, among other things, making mathematical sense of student work and choosing powerful ways of representing the subject so that it is understandable to students.

matemáticos estão relacionados entre si, de modo que o professor deve conhecer as possíveis conexões dos conteúdos matemáticos; IV) Conhecimento de Conteúdo e de Estudantes (*knowledge of content and students*), que relaciona os conhecimentos matemáticos com os conhecimentos sobre os alunos, e o V) Conhecimento do Conteúdo e o Ensino (*knowledge of content and teaching*), que relaciona conhecimentos matemáticos com conhecimentos sobre o ensino.

Dentre essas categorias, Ball et al. (2008) destacam duas, o conhecimento comum do conteúdo, que se refere a conhecimentos e habilidades matemáticas utilizados em qualquer situação além do ensino; e o conhecimento especializado do conteúdo, que se refere a conhecimentos e habilidades específicas do professor, essenciais para o ensino.

Pino-Fan, Godino et al. (2013), em seus estudos, discutem, além dessas duas categorias referidas por Ball et al. (2005), uma terceira categoria, o conhecimento ampliado do conteúdo, que se refere ao conhecimento mais avançado sobre um determinado tema e à capacidade de relacioná-lo com outras áreas do saber.

Conforme Pino-Fan, Godino et al. (2013), Ball et al. (2005), dominar o conhecimento da Matemática que se ensina constitui condição necessária à reflexão e ao envolvimento com os objetos de estudo e sua natureza. Como destacam Godino, Font e Wilhemi (2008), quando compreende um determinado objeto matemático, o sujeito passa a utilizá-lo de maneira competente em diferentes práticas.

Fizemos aqui uma breve introdução sobre os conhecimentos necessários para o ensino optamos por entrar mais em detalhes sobre o conhecimento comum, o especializado e o ampliado quando abordarmos conteúdo de Grandezas e Medidas, especificamente na Medida de Comprimento para assim fazer uma relação mais próxima entre ambas temáticas.

### **1.3 O conhecimento comum, especializado e ampliado do professor para o ensino**

Para atender às necessidades de desenvolvimento e inovação no ensino de Matemática, é indispensável a observação de alguns aspectos importante para a atuação do professor, como o conhecimento que este possui sobre os conteúdos matemáticos com os quais trabalha.

O conhecimento, como já mencionado neste trabalho, vem sendo construído pela pessoa desde sua trajetória escolar, no decorrer dos cursos de formação inicial e continuada e ao longo da sua caminhada com a experiência docente (MELLADO; RUIZ; BLANCO, 1997).

Para fundamentar o trabalho, apresentamos, de forma sistematizada, as abordagens de

Shulman (1986;1987) e Ball, Thames e Phelps (2008), que estudam os conhecimentos necessários ao docente e, em seguida, a perspectiva ampliada do conhecimento segundo Pino-Fan et al. (2013).

Para Shulman (1987), espera-se que o professor possua o conhecimento do conteúdo, dos princípios e estratégias de gestão de sala de aula, que parecem transcender a matéria, e dos materiais e programas curriculares, de modo que consiga refletir e elaborar diferentes formas de abordagem, o que é de domínio exclusivo dos professores. Nota-se que Shulman estava preocupado com as concepções predominantes da competência do professor para o ensino, principalmente no que se refere a entender, avaliar e formar o profissional, já que, conforme Ball; Hill e Bass (2005) constataram, os

[...] estudos nos últimos 15 anos consistentemente revelam que o conhecimento matemático de muitos professores são desanimadoramente ‘fraco’ [...] Estamos simplesmente falhando em alcançar padrões razoáveis de proficiência matemática com a maioria dos nossos alunos, e esses alunos se tornam a próxima geração de adultos, alguns deles professores. Este é um grande problema e um desafio para nosso desejo de melhorar (BALL; HILL E BASS, 2005, p. 14, tradução nossa)<sup>6</sup>

Nessa ocasião, Deborah L. Ball, Mark H. Thames e Geoffrey Phelps (2005), pesquisadores da Universidade de Michigan (Estados Unidos), baseados nos estudos de Shulman (1987), realizaram novas discussões voltadas para a compreensão sobre o conhecimento para o ensino da Matemática – uma espécie de conhecimento profissional de Matemática diferente daquele exigido por outras profissões matematicamente intensivas, como a engenharia, a física, a contabilidade ou carpintaria etc. Baseado nas ideias construídas por Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) propuseram outras subcategorias relacionadas ao conhecimento, dentre as quais destacamos:

O Conhecimento Comum do Conteúdo, que se refere a um conhecimento matemático utilizado por profissionais de outras áreas que envolvem a matemática para desenvolver suas funções, não é exclusivo dos professores de matemática. Um exemplo disso é

---

<sup>6</sup> Studies over the past 15 years consistently reveal that the mathematical knowledge of many teachers is dismayingly thin [...] We are simply failing to reach reasonable standards of mathematical proficiency with most of our students, and those students become the next generation of adults, some of them teachers. This is a big problem, and a challenge to our desire to improve.

[...] quando os professores de Matemática escrevem no quadro, eles precisam usar termos e notações corretamente. Em suma, eles devem ser capazes de fazer o trabalho que eles atribuem aos seus alunos. Mas parte disso requer conhecimento e habilidade matemática que os outros também podem possuir. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p.399, tradução nossa)<sup>7</sup>.

Para esses autores, ser “comum” não sugere que todos tenham esse conhecimento, pelo contrário, este é um tipo de conhecimento utilizado em uma variedade de situações que não somente a de ensinar, como em funções semelhantes a ocupações matematicamente intensivas, como a de um bancário, engenheiro etc., em outras palavras, não é exclusivo para ensino. Conforme Ball; Hill e Bass (2005), no ensino, há mais que “conhecer o conteúdo” do que os olhos nos mostram; é preciso ir além, conhecer mais a fundo o conteúdo, para que o professor possa, a partir da perspectiva do aluno, considerar o que é preciso fazer para entender uma ideia matemática, observando o modo como o conteúdo é aprendido, e não apenas a sua forma lógica acabada, mas, ser capazes de ver e dimensionar respostas tipicamente erradas; analisar a fonte do erro, selecionando modelos úteis ou exemplos. Fazer isso requer mais percepção e compreensão matemática.

Os pesquisadores Pino-Fan; Godino e Font (2013) também têm realizado discussões acerca do tema baseando-se nos estudos de Ball e colaboradores. Nesta perspectiva, apresentam ademais o conhecimento comum do conteúdo como sendo um tipo de conhecimento relacionado aos conhecimentos matemáticos necessários para o professor ensinar e resolver situações-problemas de um tema específico da Matemática.

Ball; Hill e Bass (2005) acreditam que ensinar requer um conhecimento além do conhecimento comum do conteúdo, mais amplo do que é ensinado para o aluno, e mencionam a necessidade de um Conhecimento Especializado do Conteúdo, que pode ser definido como qualquer conhecimento do conteúdo de índole matemática que o professor requer em seu trabalho profissional. “Esse é um tipo de conhecimento matemático específico para ensinar, ou seja, que normalmente não é necessário para outros fins que não seja para o ensino” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa)<sup>8</sup>. Então, consideremos o conhecimento do professor que ensina Matemática como sendo especializado.

---

<sup>7</sup> When teachers write on the board, they need to use terms and notation correctly. In short, they must be able to do the work that they assign their students. But some of this requires mathematical knowledge and skill that others have as well.

<sup>8</sup> This is the domain in which we have become particularly interested. Close examination reveals that is mathematical knowledge not typically needed for purposes other than teaching.

Pino-Fan; Godino e Font (2013), acrescenta ademais que o conhecimento especializado

[...] é o tipo de conhecimento que se refere à capacidade de o professor ir além de resolver situações-problemas em relação a um conteúdo matemático. Isso significa que o professor deve buscar um conjunto de significados, diferentes representações, conceitos, proposições, argumentos e procedimentos pertinentes no processo de ensino e aprendizagem (PINO-FAN; GODINO; FONT, 2013, p. 864).

Esse conhecimento pode ser considerado como o adicional que o professor deve ter, pois é ele que o diferencia das demais pessoas que sabem Matemática, mas que não são professores (FONT; PIETROPAOLO; SILVA, 2016).

Destacamos ainda, conforme Ribeiro (2016), que,

[...] ao se reconhecer uma resposta errada a um determinado cálculo, essa capacidade de identificar o erro pode ser vista como um conhecimento comum do conteúdo, enquanto classificar a natureza do erro, especialmente um erro desconhecido, requer geralmente agilidade no pensamento sobre números, atenção a padrões e flexibilidade de pensamento sobre determinados significados, de modo que essa situação seja característica do Conhecimento Especializado do Conteúdo (RIBEIRO, 2016, p.55).

O conhecimento comum do conteúdo não exclusivo do professor de Matemática é o conhecimento desenvolvido no ensino do conteúdo disciplinar pelo professor e que outros profissionais também possuem. Ele inclui saber resolver exercícios e problemas, saber utilizar notações e termos corretamente, saber identificar definições incorretas e respostas incorretas dos exercícios.

Sobre o conhecimento especializado, Flores-Medrano et al. (2014) consideram o caráter especializado do conhecimento do professor de maneira integral em todas as suas subdimensões e evitam fazer alusão a referentes externos (conhecimentos de outras profissões).

Ademais das duas categorias de conhecimento, Ball; Hill e Bass (2005) propõem o conhecimento comum e o conhecimento especializado. Pino-Fan; Godino; Font (2013) apresentam o conhecimento ampliado do conteúdo.

O conhecimento ampliado do conteúdo refere-se àquilo que o professor é capaz de fazer além de resolver as situações-problemas sobre determinado tema quando está ensinando. Nesse sentido, o professor deve possuir conhecimentos mais avançados sendo capaz de estabelecer relações e conexões com outros temas mais complexos com os quais os alunos

vão deparar ao longo da vida acadêmica, e competência em análise didática (planejar, aplicar e avaliar sequências didáticas, adotar critérios e técnica de qualidade do processo de ensino aprendizagem, aperfeiçoar o processo de ensino aprendizagem) (PINO-FAN; GODINO; FONT, 2013).

Em suma, adicionamos o quadro 3 a seguir com características de tipos de conhecimentos próprios do trabalho docente categorizados por Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) e Pino-Fan; Godino e Font (2013), levando em consideração também as competências específicas da Matemática apresentadas pelo documento oficial da BNCC (BRASIL, 2018).

**Quadro 3 – Características de conhecimento comum, especializado e ampliado**

Conhecimento	Características/ competência
Conhecimento Comum	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a importância do conteúdo para as necessidades do dia a dia;</li> <li>• Contribuir para que o aluno perceba a matemática no dia a dia, sua aplicabilidade e importância;</li> <li>• Utilizar de recursos e estratégias para resolver problemas que envolvem matemática;</li> <li>• Expressar respostas e sintetizar conclusões, utilizando uma linguagem comum do conteúdo;</li> </ul>
Conhecimento Especializado	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a importância do conteúdo para o desenvolvimento do aluno em cada ano de escolarização e sabê-las relacioná-las a situações do mundo real;</li> <li>• Compreender as relações entre conceitos-definições e procedimentos e sentir segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos para resolver situações-problemas.</li> <li>• Compreender o que pode tornar a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil para o aluno (escolha adequada dos princípios, recursos, estratégias e técnicas de ensino);</li> <li>• Expressar respostas e sintetiza conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens; utilizar uma linguagem formalizada do conteúdo;</li> <li>• Ter uma atitude crítica com relação ao conteúdo e identificar possíveis soluções.</li> </ul>
Conhecimento Ampliado do conteúdo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reconhecer a importância do conteúdo em cada ano de escolarização, relacionar observações empíricas do mundo real e associá-las às tarefas matemáticas;</li> <li>• Compreender as relações entre conceitos-definições e procedimentos matemáticos e relacionar a outras áreas do conhecimento sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos para resolução de situações-problemas;</li> <li>• Compreender o que pode tornar a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil para validar estratégias e resultados, também em outros contextos e áreas.</li> <li>• Expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens; utilizar uma linguagem aprofundada do conteúdo;</li> <li>• Ter uma atitude crítica com relação ao conteúdo e identificar</li> </ul>

	possíveis soluções.
--	---------------------

Fonte: organização das autoras

Conforme dito, organizamos o quadro 3 de modo atender as características de cada conhecimento do conteúdo para o ensino segundo os autores supracitados. Logo, para o conhecimento comum elencamos competências sobre o conhecimento da importância do conteúdo e suas aplicações no cotidiano; no que se refere ao conhecimento especializado, pontuamos competências relacionadas a apreensão dos significados dos conceitos, definições, sem deixar de lado o conhecimento de suas aplicações; e o conhecimento ampliado, enfatizamos competências que contempla os dois tipos de conhecimento e acrescentamos competências mais aprofundadas sobre o conteúdo, tais como a capacidade de relacionar o conteúdo matemático com outras áreas do saber.

Os estudos realizados sobre o que aqui apresentamos no quadro 3 direcionarão nosso olhar diante do conhecimento do conteúdo de Medidas de Comprimento nas análises dos dados da nossa pesquisa.

## 2 Grandezas e Medidas no ensino

“O homem é a medida de todas as coisas”.

(Protágoras)

Inicialmente, não há distância entre nós e o conhecimento, pois este é de gênese humana; logo, faz parte do nosso contexto social, cultural e político. Dentro desse contexto, também se faz presente a escola como ambiente em que o conhecimento deve ser construído e vivenciado. De diversos campos e natureza, o conhecimento constitui a essência do currículo para a formação do indivíduo (PACHECO, 2016), por sua importância nas atividades da vida pessoal e profissional. Alguns conteúdos a serem trabalhados se fazem tão presentes, que se tornam inerentes à vida do homem. Vejamos, por exemplo, no campo da Matemática, o conteúdo de Grandezas e Medidas, que é tão recorrente em nosso cotidiano, pois as experiências do dia a dia constantemente nos colocam frente a situações em que necessitamos medir.

Moraes (2008) propõe o seguinte questionamento: “O que você já mediu hoje?”.

Muitas pessoas poderiam responder que mediram o tecido na loja, a temperatura de uma criança, pesaram os legumes no supermercado, mediram sua pressão arterial, quanto receberão pelas horas extras trabalhadas e quanto irão pagar de juros na prestação atrasada. Assim, conclui-se que são tantas as situações nas quais a necessidade de medir as coisas se faz presente no mundo contemporâneo, que se torna impossível pensar em ser cidadão e desconhecer tão importante conteúdo. Muitos são marginalizados ou enganados no dia-a-dia por não saberem utilizá-lo com segurança. Pelas respostas pode-se notar que Grandezas e Medidas são ferramentas necessárias para que os alunos se apropriem do conhecimento científico-tecnológico contemporâneo (MORAES, 2008, p. 9).

Isso nos mostra a aplicabilidade do conteúdo de Grandezas e Medidas e sua relevância social. Podemos analisar que os conhecimentos sobre esse tema estão presentes em quase todas as atividades humanas, não somente no mundo contemporâneo, mas desde as antigas civilizações. Como relata Moraes (2004),

[...] as medidas são um antigo conhecimento construído pela humanidade. Desde a antiguidade, diferentes civilizações se dedicaram à comparação de grandezas. Entre tantas outras necessidades de medição, as antigas civilizações tiveram a necessidade da expressão numérica da medição de terras que margeavam os rios, que eram fundamentais para a sua sobrevivência (MORAES, 2004, p.121).

Portanto, os atos de mensurar e comparar estão vinculados às experiências pessoais e coletivas da humanidade e são tão antigos quanto o ato de contar. Um filósofo grego de nome Protágoras de Abdera (século V a. C.) já dizia: “o homem é a medida de todas as coisas” (VIEIRA, 2016, p.279). A expressão pode ilustrar a relatividade sobre as medidas obtidas quando o homem usava seu próprio corpo como referência para medir, como a mão, o pé, a polegada etc.

Conforme Silva (2004),

[...] o homem primitivo não precisava de um sistema de medidas muito elaborado. Suas necessidades metrológicas certamente eram apenas para algumas indicações rústicas de posições, distâncias aproximadas e relações de grandezas como “maior do que” e “mais pesado do que” ou “menor do que” e “mais leve do que”. Entretanto, a partir do momento em que foi preciso cultivar a terra ou transferir os animais para as pastagens mais férteis, houve também a necessidade de se comunicar mais convenientemente em termos metrológicos, e pode ter sido nesse momento que apareceram as primeiras unidades de medida. E por facilidade, elas foram embasadas em dimensões do corpo humano. O homem tornou a si próprio como padrão de medida (SILVA, 2004, p.38).

Com o tempo, observou-se que essas medições causavam muitas confusões devido à variação de medidas obtidas de pessoa para pessoa com padrões diferentes. Então, um grupo de representantes de vários países se reuniu para discutir um sistema único de medidas, dando surgimento ao Sistema Métrico Decimal (GODOI; GUIRADO, 2009).

O Sistema Métrico Decimal foi criado a partir da Convenção da Revolução Francesa, em 1795, em um decreto relativo a pesos e medidas. Dentro do Sistema Métrico Decimal, por base, tinha o metro e o quilograma. Segundo Rozenberg (2006, p.14), “é bem provável que também as primeiras grandezas cujas medições pelos antigos foram realizadas tenham sido a de comprimento, o volume, a massa (por muitos e muitos séculos confundida com o peso) e, obviamente, o tempo [...]”.

O sistema evoluiu ao longo do tempo e inclui, atualmente, sete unidades de base e seus derivados, que correspondem a comprimento, massa, tempo, corrente elétrica, temperatura termodinâmica, quantidade de substância e intensidade luminosa (INMETRO, 1988).

Nesse sistema, a unidade é dividida em 10, 100 e 1000, acrescentando-se os prefixos deci, centi e mili. E os que são 10, 100 e 1000 vezes maior que a unidade receberam os nomes

a partir da adição dos prefixos deca, hecto e quilo (INMETRO, 1988)<sup>9</sup>.

Em 1862, o sistema decimal de medidas ganhou destaque no Brasil, e passou a ser um dos primeiros países a adotar o Sistema Métrico Decimal. Dez anos mais tarde, em 1872, D. Pedro II, na época imperador do Brasil, expediu as instruções regulamentadoras daquela medida, promovendo a importação e distribuições de padrões e instituindo nas escolas o ensino obrigatório do novo sistema (ROZENBERG, 2006).

E hoje, no campo matemático, podemos estudar as grandezas que envolvem mensurar tempo, temperatura, comprimento, massa, capacidade e grandezas geométricas, como perímetro, área, volume e outras mais, que estão presentes no currículo desde os anos iniciais, acompanhando toda a trajetória escolar do aluno.

E afim de atender às demandas da sociedade tecnológica, a Base Nacional Comum do Conteúdo (BNCC) (BRASIL, 2018) propõe ainda para o Ensino Fundamental a introdução de medidas de capacidade de armazenamento de computadores como grandeza. Nesse caso, esse documento chama a atenção que é importante destacar o fato de que os prefixos utilizados para *byte* (quilo, mega, giga) não estão associados ao sistema de numeração decimal, de base 10.

A BNCC (BRASIL, 2018) mobiliza conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. Com base nesse documento curricular, os conteúdos no Ensino Fundamental são organizados em cinco unidades temáticas (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística).

Cada uma das unidades temáticas recebe uma ênfase diferente, dependendo do ano de escolarização, busca garantir o desenvolvimento de habilidades em Matemática ao longo Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

Dessa forma, vale ressaltar a finalidade da unidade temática Grandezas e Medidas na proposta da BNCC (BRASIL, 2018), qual seja:

[...] as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja,

---

<sup>9</sup> Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (CONMETRO). Disponível em: <<http://www.inmetro.gov.br/resc/pdf/RESC000114.pdf>>

das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.). Essa unidade temática contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico (BRASIL, 2018, p. 273).

De acordo com Fonseca (1995, p. 53) há a “necessidade de contextualizar o conhecimento matemático, buscar sua origem e acompanhar sua evolução”, pois, nessa perspectiva, por exemplo, os alunos perceberão o panorama histórico, social e cultural do conteúdo de Grandezas e medidas, compreenderão, além da sua utilidade, a importância de sua padronização no uso social.

Espera-se que o trabalho em sala de aula seja voltado para resolução de problemas que envolvam situações de compra e venda e desenvolvam, por exemplo, atitudes éticas e responsáveis em relação ao consumo (BNCC) (BRASIL, 2018). O que se deseja garantir é um cidadão consumidor consciente sobre as medidas, para que não seja enganado na compra de um quilo de alimento, de um metro de tecido, ou de qualquer outro produto vendido no mercado com suas medidas adulteradas em prol dos beneficiários.

Com o intuito de ajudar o consumidor, o Brasil conta com o Sistema Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial – SINMETRO, objetivando, entre outras coisas, avaliar e assegurar a qualidade e a produtividade; o País conta ainda com dois órgãos: o Instituto Nacional de Pesos e Medidas - INMETRO, que atua na fiscalização de uma grande variedade de instrumentos e sistemas de medição, tais como balanças, pesos, taxímetros, metros comerciais e bombas de combustível, verificando se estão medindo corretamente e se cumprem a certificação obrigatória da conformidade, e o Conselho Nacional de Metrologia, Normalização Industrial e Certificação de Qualidade de Produtos Industriais – CONMETRO (ROZENBERG, 2006).

Quanto ao ensino da temática Grandezas e Medidas, é necessário que os estudantes realizem medições e utilizem instrumentos adequados para medir coisas e objetos, a fim de que percebam que medir é comparar grandezas, já que será possível identificar as propriedades de objetos que podem ser medidos e as unidades; e estabelecer comparações entre elas. Isso lhes permitirá construir conceitos e compreender as diferenças entre medida e grandeza, uma vez que, no campo de conhecimento, essa temática é fruto de muitos equívocos conceituais, principalmente quanto à utilização das palavras grandezas e medidas com sentidos semelhantes.

Segundo Caraça (1984) medir consiste comparar duas grandezas de mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes etc.. Portanto, medir significa que o atributo que está sendo medido é comparado com uma unidade de medida com o mesmo atributo, de forma que a medida é a contagem de quantas unidades foram necessárias para caber ou preencher o atributo do objeto que se deseja medir.

Para Caraça (1984) não basta apenas sabermos por exemplo, quantas vezes um comprimento cabe no outro, é portanto necessário: 1º) estabelecer um padrão único para comparar as grandezas de mesma espécie – unidade de medida; 2º) responder a pergunta quantas vezes? Para obter um número que expresse o resultado da comparação com a unidade. Este número obtido é a medida da grandeza em relação a unidade. De acordo com estas proposições, o autor denota que no problema da medição existem três fases distintas: a escolha da unidade; a comparação com a unidade; e a expressão numérica que é o resultado dessa comparação por um número.

De acordo com Lorenzato (2006), o conceito de medida é abrangente e contempla as seguintes grandezas:

[...] distância (comprimento/ largura/ altura/ espessura/ profundidade/ tamanho – noções de horizontalidade, verticalidade, perpendicularidade e paralelismo), superfície (área. Ela tem propriedades físicas: cor, brilho, extensão, aspereza), espaço (volume – cheio – e capacidade – vazio), massa (matéria. Peso é força), duração (tempo) (...) (LORENZATO, 2006, p. 49-50).

Conforme o Instituto de Pesos e Medidas de São Paulo, grandeza é um “atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado” (IPEM, 2016). Para Berlim (2011),

grandeza é tudo aquilo que pode ser medido. Medir é o ato de comparar a quantidade de uma grandeza qualquer com outra quantidade da mesma grandeza que se escolhe como unidade – a unidade de medida. As unidades de medidas são quantidades específicas de determinadas grandezas físicas e são usadas como padrão para realizar medições (BERLIM, 2011, p.45).

Segundo Lorenzato (2006, p. 51), a medida “é a relação entre grandeza e unidade, expressa num número que quantifica quantas vezes a grandeza contém a unidade [...] as medidas podem ser estimadas (mais – menos; muito – pouco e igual – diferente) e precisas (determinadas)”. Conforme Pozebon e Lopes (2013, p.7) “o aspecto quantitativo somente

surge quando é indagado “quantas” vezes é mais comprido, “quantas” vezes cabe, assim a necessidade de resposta é um número, que será obtido através do uso de algum instrumento comparativo”.

Sobre o ensino na escola, Gusmão, Cajaraville e Barrero (2004) afirmam que

[...] não se evidencia, em geral, a estrutura subjacente à noção matemática de grandeza (percepção, comparação, classificação, ordem etc.), e quando se faz, estabelecem-se diretamente sobre os números- medidas, perdendo-se de vista as propriedades inerentes às grandezas e as ricas relações que se estabelecem quando se manipulam quantidades (GUSMÃO; CAJARAVILLE e BARRERO, 2004, p. 110).

Também, Chamorro e Belmonte (2000) mencionam que muitos conceitos matemáticos são construídos por meio do processo de classificação e seriação, e Grandezas é um deles. Logo, recomenda-se a necessidade de um trabalho em sala de aula que oportunize aos alunos seriação, classificação e comparação de objetos diversos para construção do conceito sobre qualquer grandeza e medida. Esses autores ainda afirmam que medir é um ato difícil e complexo que requer do aluno prática, então, quanto mais cedo oportunizarem aos alunos processo de classificação e seriação, melhores serão os resultados na compreensão do ensino de Grandeza e Medidas.

## **2.1 A produção acadêmica sobre Grandezas e Medidas**

Considerando o contexto em que o ensino de Grandezas e Medidas se encontra, realizamos um levantamento de produções acadêmicas de estudiosos/pesquisadores sobre essa temática, principalmente de trabalhos direcionados ao nosso conteúdo de interesse, Medidas de Comprimento, com a finalidade de investigarmos as reflexões acerca dessa temática.

Para o levantamento das produções acadêmicas, selecionamos seis repositórios e adotamos como critério as palavras-chave Grandezas e Medidas e Grandezas - Medidas de Comprimento.

O quadro 2 a seguir aponta os repositórios pesquisados conforme o Sistema de Avaliação e Qualificação da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior- Capes, selecionando periódicos da área Educação Matemática e Matemática com circulação nacional e internacional e o quantitativo encontrado de acordo com a investigação de trabalhos como artigos, dissertações e teses do período de 2003 a 2018.

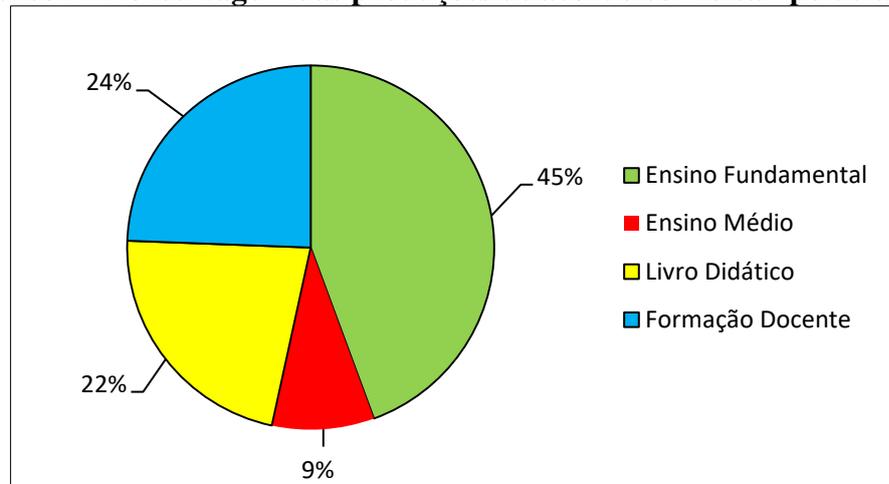
O período estipulado para a investigação não corresponde a uma emergência histórica sobre o tema, contudo acreditamos que o espaço de quinze anos (2003-2018) de publicações seja relevante para obtermos mais conhecimentos sobre o assunto.

**Quadro 4 - Quantitativo de Produções nas bibliotecas pesquisadas**

Repositório	Produções sobre Grandezas e Medidas	Produções sobre Medida de Comprimento	Tipo
Scielo - Scientific Electronic Library Online	1	0	Artigo
Repositório Institucional – UFPE-Universidade Federal de Pernambuco	13	4	Dissertação
BOLEMA - BOLETIM DE Educação Matemática	3	0	Artigo
Biblioteca virtual /Revista Aula Universitária	1	1	Artigo
BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	15	6	Dissertação/ Tese
USC - Universidade de Santiago da Compostela	2	1	Tese
Lematec – XVIII, XX e XXII EBRAPEM	7	0	Artigo
UFJF - Universidade Federal de Juiz de Fora	3	0	Artigo
Total	45	12	

Fonte: organização das autoras

Ao buscarmos informações sobre Grandezas e Medidas, selecionamos o quantitativo de 45 trabalhos envolvendo a temática. Observamos que muitos desses trabalhos estão direcionados aos alunos, formação dos professores e também a análises e estudos do livro didático. O gráfico 1 a seguir representa o percentual encontrado nessas publicações de acordo com a categoria nas quais o tema Grandezas e Medidas mais se aplica, referindo-se ao campo da Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio), à Formação de professores e ao Livro Didático.

**Gráfico 1 - Porcentagem das produções de acordo com o campo de estudo**

Fonte: as autoras

Apresentamos algumas reflexões, produto de uma breve leitura de parte dos textos, alguns resumos, objetivos e problemáticas que realizamos acerca do tema Grandezas e Medidas nas produções acadêmicas selecionadas.

Notamos que, nesse período de quinze anos, com frequência, os pesquisadores tomaram como base os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) como documento-referência para o trabalho pedagógico, principalmente nas pesquisas destinadas ao Ensino Fundamental; junto aos PCN, utilizaram também os documentos do Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), mencionado nas análises de tarefas matemáticas apresentadas nos livros sobre o conteúdo de Grandezas e Medidas.

Nos PCN (BRASIL, 1997), os conteúdos aparecem agrupados em quatro blocos. Sobre o bloco de Grandezas e Medidas, os Parâmetros apontam sua importância no currículo:

na vida em sociedade as grandezas e medidas estão presentes em quase todas as atividades realizadas. Desse modo desempenham um papel importante no currículo, pois, mostram claramente ao aluno a utilidade do conhecimento matemático no cotidiano (BRASIL, 1997, p.56).

Espera-se, então, que o trabalho com Grandezas e Medidas no ambiente escolar seja voltado para experiências que possibilitem ao aluno perceber a sua utilidade e a sua importância da Matemática para a vida.

Porém, vários pesquisadores (BRITO, 2003; BERNARDES, 2004; NOGUEIRA, 2004; SANTANA, 2006; ROCHA, 2006; RODRIGUES, 2007; ARAÚJO; SANTOS, 2009; FREITAS, 2009; BATISTA, 2009; BACKENDORF, 2010; SILVA, 2011a; SILVA, 2011b;

MUNHOZ, 2012; FIGUEIREDO, 2013; MORAIS, 2013; FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; LIMA, 2017), em estudos direcionados ao Ensino Fundamental e também ao Ensino Médio, de forma geral, apontaram em seus estudos que, na maior parte das vezes, as situações propostas no ambiente escolar, como as apresentadas para aprendizagem de Grandezas e Medidas, aparecem descontextualizadas. E isso não acontece só com a proposta de trabalho do professor em sala de aula; verifica-se que, nas atividades sugeridas pelos livros didáticos, também há predomínio de exercícios mecânicos. Assim, é possível perceber através dos resultados das presentes pesquisas que, na maioria das vezes, o estudo das Medidas ocorre de forma mecânica, por meio da memorização com ênfase excessiva ao uso de fórmulas, sem uso de materiais manipuláveis que levem o aluno a medir grandezas e sem experiências práticas no ambiente escolar.

Rocha (2006) argumenta em sua pesquisa que a proposta de trabalho, com instrumentos de medição, desenvolvido com os alunos de uma escola se mostrou um recurso eficiente para o aumento do conhecimento do assunto proposto de Grandezas e Medidas. E ainda espera que o resultado da mesma possa ajudar a desconstruir o mau hábito, por parte do sistema escolar, da abordagem do estudo das grandezas, tomando como recurso didático somente o livro texto adotado.

A BNCC orienta que sejam desenvolvidas atividades também relacionadas ao cotidiano e que levem os alunos a estimar, medir e comparar grandezas utilizando unidades de medida padronizadas e não padronizadas e instrumentos adequados, pois eles têm um papel essencial para a compreensão e utilização das noções matemáticas (BRASIL, 2018).

No Ensino Fundamental, tanto nos anos iniciais quanto nos anos finais, a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada, à apreensão de significados dos conhecimentos matemáticos, sem deixar de lado as suas aplicações. Portanto, o significado desse conhecimento resulta das conexões que os alunos estabelecem entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos (BNCC) (BRASIL, 2018).

Os trabalhos de Brito (2003); Bernardes (2004); Rocha (2006); Ferreira (2010); Melo (2009); Batista (2009) e Lima (2017), também direcionados para alunos do Ensino Fundamental, mencionam que uma compreensão mais elaborada de medida requer atividades que envolvam a utilização dos diversos instrumentos manipulativos e de medição. Lima (2017), ao analisar a contribuição do uso de materiais manipuláveis no processo de aprendizagem dos conceitos de Grandezas e Medidas para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, observou que, no decorrer da pesquisa, houveram situações que favoreceram a

aprendizagem dos alunos, como a curiosidade, o entusiasmo em aprender e o gosto pelos objetos manipuláveis. Contudo, houveram também algumas limitações, principalmente na elaboração das atividades pela professora da turma. Para contornar essa dificuldade, a Lima (2017) utilizou diversos materiais manipuláveis e brincadeiras, o que lhe permitiu explorar conceitos de Grandezas e Medidas presentes no cotidiano do aluno, obtendo melhores resultados.

A utilização de recursos, estratégias e materiais manipuláveis requer do professor não só conhecimento acerca dos mesmos, mas também o conhecimento de conteúdo para utilizá-los adequadamente. Destacamos que, nesse contexto, o papel do professor vai além do papel de transmissor para o de mediador de conhecimento, e o aluno, de sujeito passivo, passa a ser sujeito ativo em busca do conhecimento. Segundo Fiorentini e Miorim (1990, p. 2), até o século XVI, “a aprendizagem do aluno era considerada passiva, consistindo basicamente em memorização de regras, fórmulas, procedimentos ou verdades localmente organizadas”.

Pura perda de tempo, uma atividade que perturbava o silêncio ou a disciplina da classe. Os poucos que os aceitavam e utilizavam o faziam de maneira puramente demonstrativa, servindo apenas de auxiliar a exposição, a visualização e memorização do aluno. Exemplos disso são: o flanelógrafo, as réplicas grandes em madeira de figuras geométricas, desenhos ou cartazes fixados nas paredes (...) Em síntese, estas constituem as bases do chamado ‘Ensino Tradicional’ que existe até hoje em muitas de nossas escolas (FIORENTINI; MIORIM, 1990, p. 2).

Conforme Rodrigues (2007), em seu trabalho sobre o conteúdo de Grandeza e Medidas e os recursos didáticos,

[...] geralmente o ser humano tem medo de mudança, e, o professor ao sentir necessidade de produzir novas estratégias para aperfeiçoamento de suas aulas, figura inseguro muitas vezes deixando de fazê-la. Outro motivo é a falta de conhecimento dos conceitos de Grandezas e medidas, que devem ser ministrados, segundo Skemp (1980), com a construção dos saberes a partir daquilo que o aluno traz com as experiências do dia-a-dia [...]. Em muitas ocasiões os professores abordam esses tópicos como aprenderam isso acaba por se tornar um entrave didático para o alcance de uma aprendizagem mais significativa dos conceitos objetivados no planejamento do professor. (RODRIGUES, 2007, p. 119).

Apesar de as Grandezas e Medidas existirem desde a antiguidade e até os dias atuais, o ato de medir não parece uma tarefa tão simples ser trabalhada. Nesse sentido, Teixeira (2004, p. 67) afirma que “medir grandeza é, também, uma operação primitiva, o que não quer dizer que

seja uma atividade simples. Nela estão incluídas: a escolha da grandeza e da unidade de medida, a escolha do instrumento de medição e a produção da medida grandeza”.

É preciso que, no ensino das Grandezas e Medidas, o aluno seja conduzido a pensar sobre o ato de medir antes da medição. Cunha (2008) destaca que,

[...] quando fazemos medida, agimos de forma mecânica: usamos instrumentos de medidas, medimos simplesmente, sem refletirmos sobre os conceitos matemáticos envolvidos nessa ação [...], no entanto, quando pensamos sobre a medida estamos pensando nas qualidades e nas relações desta com o objeto a ser medido. [...] entendemos que a medida é uma forma do pensamento de ver e modelar uma quantidade que faz parte da realidade (CUNHA, 2008, p.29).

Gusmão et al. (2011), em seus estudos, descrevem uma experiência pedagógica realizada com 86 estudantes dos anos iniciais de Escolas Públicas do Município de Vitória da Conquista, Estado da Bahia e, por meio de um conjunto de atividades (sequência de ensino), diagnosticaram as dificuldades e os erros mais frequentes cometidos pelos alunos sobre conteúdo de Medidas, dentre os quais estão: uso inadequado dos sentidos da visão e tato, confusão entre grandezas, escolha de unidades inadequadas, manejo incorreto de instrumentos e abuso da exatidão de medidas. O processo de intervenção foi realizado a partir dos erros diagnosticados nos instrumentos e na linguagem oral dos alunos com repensar de estratégias e reformulação de atividades dentro do contexto da vida real, buscando integração e autonomia na aprendizagem do estudante; e de acordo com a pesquisadora os mesmos tiveram uma melhora significativa na aprendizagem do conteúdo.

Para Caraça (1987) a escolha da unidade faz-se sempre em conformidade a considerações de caráter prático, da comodidade, da economia. Em princípio, a escolha da unidade é arbitrária, mas ela deve ser da mesma espécie do atributo que se deseja medir. Quanto maior o tamanho da unidade, menor o número de vezes que se utiliza para medir um objeto. Logo, a escolha mais adequada vai depender do tamanho do objeto e da precisão que se pretende alcançar.

De fato, a compreensão do conceito de Grandezas e Medidas consiste em saber escolher a Grandeza apropriada para se comparar determinada coisa e, sobretudo, o instrumento mais adequado para obter a medida, a fim de evitar, por exemplo, a utilização de um metro para a medição de um caminho, que seria em quilômetro.

Ainda sobre as produções, percebemos que os pesquisadores são recorrentes nas discussões sobre Grandezas e Medidas, principalmente, nos trabalhos de Brito (2003);

Bernardes (2004); Barros (2006); Santana (2006); Melo (2009); Pessoa (2010); Ferreira (2010); Backendorf (2010); Cavalcanti (2010); Santos (2011); Carvalho (2012); Morais (2013); Araujo (2013); Figueiredo (2013); Canne (2014); Ferreira (2014a); Carvalho (2015) e Ignácio (2016).

Sobre o ensino de Grandezas e Medidas nas escolas, Bellemain e Lima (2002) ressaltam que,

embora a ideia de grandeza seja uma das mais básicas no conhecimento humano, uma breve incursão nas obras especializadas revela que tanto no âmbito da conceituação quanto no terreno da formação, inúmeras e persistentes dificuldades e divergências envolvem o ensino/aprendizagem do conceito de grandeza (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 8).

Em conformidade com Bellemain e Lima (2002), percebermos que, nas produções, há o consenso acadêmico de que, embora Grandezas e Medidas sejam constantemente aplicadas na vida cotidiana, em sala de aula, o ensino desse conteúdo não estabelece relações com o cotidiano, ocorrendo de forma isolada. As medidas trabalhadas são dadas prontas, pois não há uso de instrumentos de medições, o que, além de dificultar a compreensão do conteúdo de Medidas para o aluno, não faz correspondência com a Matemática do dia a dia.

Alguns estudos (BRITO, 2003; ROCHA, 2006; GUSMÃO et al., 2011; SILVA, 2011; SANTOS, 2011; FIGUEIREDO; BELLEMAIN; TELES, 2014; CASTANHO, 2014; SANTOS; FERRAREZI; MACHADO, 2017), preocupados com a abordagem do conteúdo de Grandezas e Medidas, sugerem como intervenções recursos como: a História da Matemática, a Literatura, Temas transversais, Etnomatemática, os instrumentos de medições e os conhecimentos prévios dos alunos, para que eles possam experimentar e perceber a presença das grandezas na vida e a evolução dos conceitos e nomenclaturas que foram adotados na prática ao longo dos anos.

Quanto às produções acadêmicas que têm como foco o livro didático; Barros, (2006), Santos (2011), Morais (2013), Ferreira (2014b) e Araujo (2013) mapearam e analisaram atividades relacionadas a grandezas específicas em algumas coleções de livros didáticos de Matemática do Ensino Básico aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2012/2013. Morais (2013), referindo-se às atividades relacionadas à Grandeza volume, informa que, na maioria dos livros didáticos, as situações de medição são amplamente majoritárias com relação as situações de comparação e produção; e, mesmo em exercícios de comparação, produção e outros tipos, o aspecto numérico e o uso de fórmulas são enfatizados

(MORAIS, 2013).

Referente à Grandeza tempo, Araujo (2013) evidencia que as atividades envolvendo a rotina diária são pouco trabalhadas nos livros didáticos para alfabetização matemática, contrariando a indicação do documento Referencial Curricular Nacional para Educação Infantil - RCNEI (BRASIL,1998).

O trabalho de Silva (2011a) aponta que o conteúdo de Medidas está presente em todo o Ensino Básico e certifica, por meio da análise de algumas coleções de livros didáticos do 6ª ano aprovados no PNL D de 2008, que esses materiais didáticos dedicam menos de 15% ao campo Grandezas e Medidas, e ocupam menos de 10% dos livros. O recomendado pelo guia/2008 é de 20%, o que significa que há uma carência de atividades relacionadas a esse campo do conhecimento nos livros didáticos.

Gomes (2014) traz a seguinte observação, que a maioria do corpo docente segue a ordem de tratamento dos conteúdos propostos pelo livro didático adotado na escola.

D'Ambrosio e Lopes (2015) salientam que

[...] o conhecimento matemático, na maioria das vezes, tem sido proporcionado pela escola a partir da autoridade do professor e do livro didático, sem um entrelace entre conjecturas e argumentos para a validade desse conhecimento. As ideias de possibilidades, diversidades e incertezas raramente fazem parte desse espaço formativo. Pouco se tem possibilitado aos alunos tornarem-se conhecedores da Matemática, de maneira a serem capazes de avaliar e redimensionar o seu próprio conhecimento e de discutir a legitimidade de suas elaborações matemáticas (D'AMBROSIO; LOPES, 2015, p. 270).

Quando os professores utilizam o livro como principal instrumento no ensino e não buscam outro recurso suporte, o conteúdo e as atividades trabalhadas em sala de aula acabam se tornando limitados ao que o livro didático oferece. Em contrapartida, existe uma parcela de professores que não utilizam o livro didático adotado pela escola, que para Carvalho e Lima (2010, p.16), “desperdiça-se, assim, um recurso didático valioso”, que pode ser enriquecido com outras fontes que o ampliem e o adequem à realidade dos alunos.

Logo, é preciso o uso consciente do livro didático, a fim de que seja evitada a linearidade que nele se encontra e que o ensino não se torne algo engessado. Porém, esta ferramenta é um forte aliado no processo de ensino aprendizagem, pois oferece benefícios suporte para a preparação das aulas dos professores/as (APPLE, 1997; 2002; PERRENOUD, 1995) e favorece o processo de ensino aprendizagem dos alunos no decorrer da sua trajetória

escolar (CHOPPIN, 1998; SANTO, 2006).

Silva (2011b, p.7) apresenta “uma reflexão sobre os processos de ensino e aprendizagem da Matemática no que se refere às grandezas e medidas, assim como a formação de conceitos sobre esse tema”. Por meio de seus estudos, Silva elaborou oficinas para serem ministradas nas escolas, o que permitiu um possível rompimento com a ordem histórica dos currículos e livros didáticos, pois desvinculou o ensino de medidas, baseado em unidades e padrões estabelecidos, transformações mecânicas de múltiplos e submúltiplos. “Apontou novas estratégias pedagógica didática para o “fazer Matemático” no que se refere às Grandezas e Medidas” (SILVA, 2011b, p. 7).

Quanto às pesquisas direcionadas à formação docente, destacamos os estudos de Cavalcanti (2010), que analisou o trabalho de professoras da Educação infantil da rede municipal de Ensino do Recife. A pesquisadora observou que as docentes priorizam, no ensino da Educação Infantil, o trabalho com a Língua Portuguesa e que, dentro do campo da Matemática, o conteúdo mais trabalhado é Números e o Sistema de Numeração; dentro de Grandezas e Medidas, as Medidas de Comprimento e de Tempo são as mais exploradas.

Consultando a proposta da BNCC (BRASIL, 2018), verificamos que objetivos dentro do campo de Grandezas e medidas a serem explorados em todo o segmento da Educação Infantil, e que serão ampliados e aprofundados no Ensino Fundamental tem uma forte relação com as Medidas de Comprimento e medidas de tempo.

Utilizar vocabulário relativo às noções de grandeza (maior, menor, igual etc.), (...) e medidas (comprido, curto, grosso, fino) como meio de comunicação de suas experiências. Utilizar unidades de medida (dia e noite; dias, semanas, meses e ano) (...), para responder a necessidades e questões do cotidiano (BRASIL, 2018, p. 55).

Já a pesquisadora Silva (2011b), em seus estudos, notou que as Grandezas de Comprimento e Massa são as mais exploradas pelos professores do 4º ano do Ensino Fundamental. Para Santos (2011), as noções de Grandezas e Medidas mais ensinadas no 4º e 5º ano do Ensino são comprimento, capacidade, massa, área e sistema monetário.

Os PCN (BRASIL, 2001) e a BNCC (BRASIL, 2018) ambos documentos de apoio pedagógico ao direcionar o trabalho de Grandezas e Medidas para o Ensino Fundamental anos iniciais trazem como um dos objetivos a identificação de grandezas no contexto diário: comprimento, massa, superfície, tempo, perímetro, etc.; e propõe atividades que permitem o aluno medir e fazer estimativas para que possam progredir na construção de conceitos e

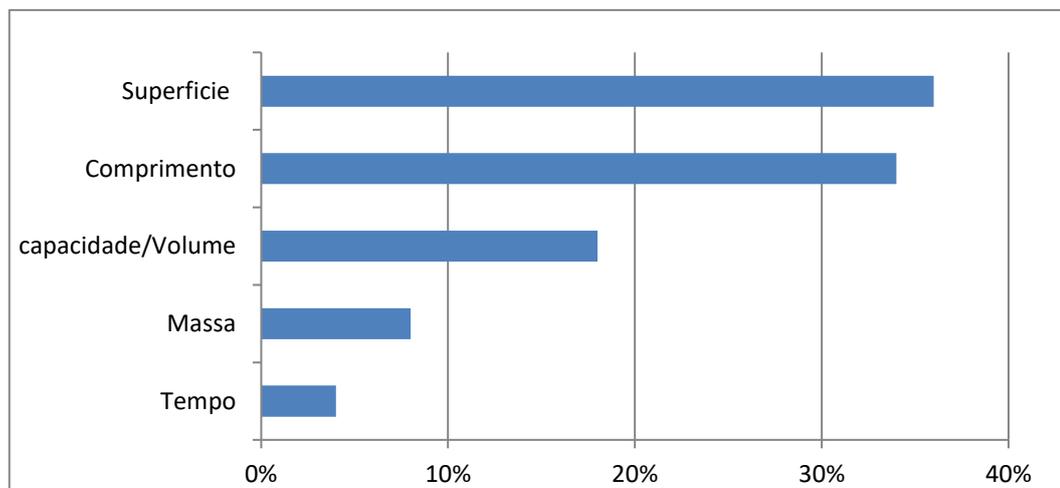
procedimentos matemáticos.

Nessa perspectiva, observa-se que em alguns casos, como os citados nas pesquisas por Silva (2011b) e Santos (2011), o ensino dos conteúdos de Grandezas e Medidas, determinadas abordagens podem estar sendo priorizadas em detrimento de outras.

Não podemos afirmar as razões pelas quais uma grandeza é mais explorada que outras pelos professores; conjecturamos que talvez seja pelo fato de eles terem mais propriedade ou se identificarem mais com uma grandeza do que com outra, ou até por acreditarem que determinada grandeza terá mais utilidade, que será mais importante para aprendizagem do aluno, ou ainda seja pelo fato do livro didático escolhido pela escola explorar mais uma grandeza que a outra.

Mapeamos as 45 produções selecionadas para verificar quais grandezas eram mais abordadas nestes estudos acadêmicos e obtivemos o resultado representado no gráfico 2 a seguir.

**Gráfico 2- Grandezas mais abordadas nos estudos acadêmicos no período de 2003-2018**



Fonte: organização das autoras

Podemos perceber por meio dos dados do Gráfico 2 que as grandezas de superfície são as mais exploradas nos trabalhos acadêmicos que elencamos, abordadas, na maioria das vezes, juntamente com perímetro, que são compostas pela grandeza de Comprimento.

Conforme a BNCC (BRASIL, 2018), dentro de cada unidade temática, como a de Grandezas e Medidas, existe um conjunto de objetos matemáticos e habilidades essenciais a serem efetivadas em cada ano, podendo uma grandeza receber mais ênfase a depender do ano de escolarização. Os objetos matemáticos e habilidades estão relacionados às aprendizagens

propostas em anos anteriores, e é importante reconhecer que elas se articulam com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes.

Apoiadas nos estudos de Lee Shulman (1986a/1987) e de Debora Ball (2008), as pesquisas de Silva (2014), Ignacio (2015, 2016) e Brandão (2015) tiveram como objetivo o conhecimento matemático que os professores de Matemática do Ensino Básico possuem sobre o campo da unidade temática Grandezas e Medidas.

Ignacio (2016) realizou sua pesquisa com profissionais da educação que atuaram como Orientadores de Estudo (OE) em um programa para alfabetização no estado de Pernambuco em 2014. Ao identificar e analisar os conhecimentos específicos e pedagógicos do conteúdo (Shulman, 1986a) sinalizados pelos OE. A pesquisadora constatou que os conhecimentos pedagógicos do conteúdo mostraram-se mais superficiais do que os conhecimentos específicos do conteúdo e conclui que “uma boa formação inicial é fundamental para a construção de uma base de conhecimentos do conteúdo que deem aos profissionais da educação condições de dominar aquilo que faz parte do que devem saber e realizar em suas práticas profissionais” (IGNACIO, 2016, p. 133). Quanto aos conhecimentos específicos das medidas abordadas, a estudiosa considera que os conhecimentos identificados ainda não são suficientes para uma avaliação mais segura, mas constituem indícios de lacunas no domínio do conteúdo que podem gerar a construção de conceitos errôneos quanto ao estudo das grandezas, como é o caso da confusão conceitual entre massa e volume, volume e capacidade, e outros.

### **2.1.2 Medidas de Comprimento, o cenário**

Consta nos Princípios e Normas Internacionais para a Matemática Escolar (NCTM, 2007, p. 48) que, “o estudo da medida é importante no currículo de Matemática, do pré-escolar ao ensino secundário, devido à aplicação prática e à abundância de situações que envolvem a medida em vários aspectos da vida cotidiana”.

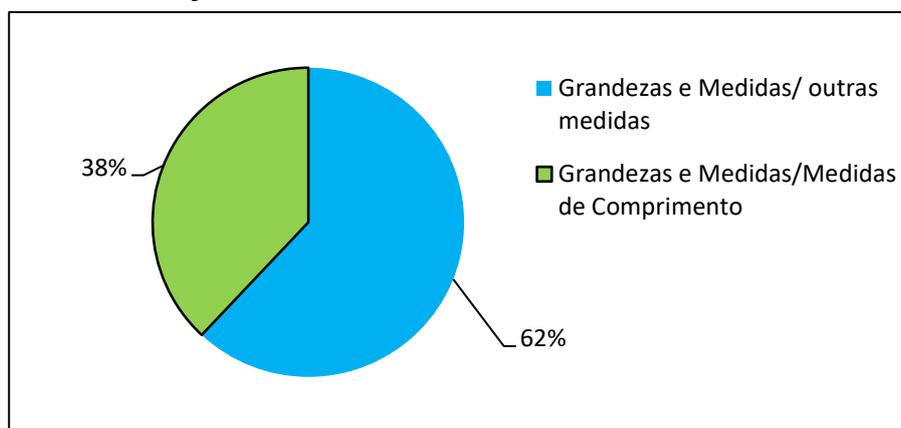
A partir das orientações da BNCC, verifica-se que, no ensino de Grandezas e Medidas, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas oriundos de situações cotidianas que envolvem grandezas como comprimento, [...] sem uso de fórmulas, recorrendo, quando necessário, a transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais (BRASIL, 2018, p. 273).

A importância da aprendizagem consciente do uso das medidas e sua presença tão útil no cotidiano constam em todos os documentos oficiais.

Como a nossa pesquisa está relacionada às medidas da Grandeza Comprimento focamos nas produções relacionadas em especial no que tem sido proposto e investigado nos trabalhos acadêmicos sobre esse assunto.

Do total das 45 produções já apresentadas no quadro 2, foi verificado o percentual de 38% destinadas a Medidas de Comprimento. O gráfico 3, a seguir, representa esse percentual.

**Gráfico 3 - Produções Acadêmicas sobre Grandezas e Medidas (2003 – 2018)**



Fonte: organização das autoras

Observamos que muitas dessas produções estão relacionadas ao campo da Geometria. Esse tipo de parceria curricular também é proposto pela BNCC, conforme menciona, “ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento [...] contribui ainda para a consolidação e ampliação da noção de número, a aplicação de noções geométricas [...]” (BRASIL, 2018, p. 273).

O cenário dessas produções aponta que o ensino de Medidas de Comprimento tem sido feito de forma isolada do contexto social, e o que tem levado o professor a exercer uma prática mecânica.

Esses estudos apresentam expressões e termos que denotam queixas frequentes no discurso dentro desse campo de investigação (BRITO, 2003; ROCHA, 2006; BACKENDORF, 2010; SILVA, 2011a; QUEVEDO, 2015), conforme destacamos:

- Conteúdo muito vivenciado no dia a dia e pouco vivenciado na experiência prática na escola;

- Ensino baseado na utilização e memorização de regras e fórmulas;
- Transformações mecânicas de metro para múltiplo e submúltiplo; dificuldades em converter uma unidade de comprimento em outra unidade de comprimento;
- Não estabelece comparação nem relações entre as unidades;
- Não são utilizadas experiências práticas com os instrumentos de medição (não se utiliza um instrumento ou outros materiais manipuláveis para medir);
- Dificuldades com a compreensão das unidades de medidas; confusão entre os conceitos de perímetro e área;
- Dificuldades com aplicação do conteúdo.

Conforme Backendorf (2010), as incompreensões do conceito de medidas em sala de aula estão relacionadas a um ensino baseado na utilização e memorização de regras e fórmulas. Com relação às tarefas de conversão de unidades de comprimento, Silva (2011a) verificou, em alguns livros didáticos de 6º ano aprovados no PNLD de 2008 e 2011, que o foco é no sistema métrico decimal e que as técnicas se apoiam na multiplicação e divisão de números decimais por potência de dez (SILVA, 2011a, p.166).

Em relação aos livros, dificilmente estes sugerem propostas de exercícios que utilizem a régua graduada como suporte para maior entendimento dos submúltiplos do metro ou a utilização de instrumentos de medidas em atividades práticas em sala de aula. Isso torna deficiente o conhecimento sobre o uso do instrumento, pois são muito comuns perguntas do tipo: “começo a medir a partir do zero ou do um?” quando se faz necessário utilizar algum instrumento de medição de comprimento (CHAMORRO e BELMONTE, 2000).

Sobre o uso dos instrumentos de medição, Brito (2003) e Rocha (2006) pontuam que

[...] a utilização de instrumentos de medição facilita o entendimento do conceito de comprimento, estimula a aprendizagem do aluno em todo o contexto que envolve o ato de medir - a grandeza a ser medida, a unidade de medida e a medida (número) - e favorece o entendimento do sistema métrico decimal (ROCHA, 2006, p. 70).

Rocha (2006) ainda pontuou através da análise das respostas de alunos com faixa etária de 11 à 15 anos, no pré-teste, três aspectos que evidenciaram, do ponto de vista matemático: 1) 61% dos alunos não tinham noção da ação de medir, com ou sem a régua graduada; 2) 90% dos alunos não sabiam fazer transformação de unidades padrão; 3) 93% dos alunos desconheciam o cálculo do perímetro de um polígono.

Ao analisarmos as pesquisas relacionadas à medida de área e de perímetro enquanto

grandeza comprimento, percebemos que, para os autores Barros (2006), Backendorf (2010), Ferreira (2010) e Quevedo (2015) os alunos tendem a confundir o conceito de área com o conceito de perímetro. Backendorf (2010), a partir de suas pesquisas, sugere que sejam empreendidos novos estudos sobre a construção de desses conceitos para melhores resultados na sua compreensão.

Na análise dos trabalhos encontrados, ficou evidente que há necessidade de melhora nas abordagens referentes a Medidas, sendo, portanto, necessário explorar mais os conteúdos dentro da sala de aula, romper com a ordem histórica dos conteúdos (SILVA, 2011a), desarticular transformações mecânicas e apresentar o conteúdo a partir dos conhecimentos prévios dos alunos, oportunizando resolverem atividades para pensar e participarem ativamente do processo de ensino aprendizagem, para que possam utilizar esses conhecimentos em situações do cotidiano (BACKENDOF, 2010).

Como procedimentos metodológicos para o trabalho em sala de aula, os estudos trazem como sugestões: sequência didática, módulos de atividades, a utilização de laboratório de Matemática, articulação com os outros blocos de conteúdos matemáticos e utilização de recursos e outros instrumentos. Todos esses recursos são de imenso valor e podem contribuir para o trabalho do professor nos ensinamentos matemáticos.

De modo geral, ao analisarmos os trabalhos acadêmicos referentes ao conteúdo de Medidas de Comprimento, constatamos que, a maioria dos trabalhos se ocupa principalmente com a ação pedagógica em sala de aula, com as abordagens metodológicas e com os recursos e materiais manipulativos utilizados na prática. Contudo, ao pensarmos na melhoria do ensino de Matemática e na aprendizagem dos alunos, tais estudos deixam à margem o estudo mais direcionado a formação do professor e o seu conhecimento no processo de ensino e aprendizagem, sendo esse conhecimento um dos fatores que mais impactam nos resultados dos alunos (NYE; KONSTANTOPOULOS; HEDGES, 2004). A esse respeito concentraremos com mais detalhes nos tipos de conhecimento necessários para o professor no âmbito das Medidas de Comprimento.

No conjunto desses estudos, salientamos o trabalho de Silva (2014b), que se apoia nas ideias de Shulman e Ball, Thames e Phelps sobre o conhecimento profissional docente e sobre os conhecimentos necessários ao ensino. A pesquisadora investiga o desenvolvimento do conhecimento profissional docente de educadores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental quando estudam área e perímetro em uma escola particular de São Paulo. Silva informa que encontrou pesquisas apontando algumas fragilidades no

conhecimento de professores e alunos quanto à vivência e à verdadeira compreensão desses conceitos matemáticos. E assim, considerou o conhecimento do conteúdo comum e o conhecimento do conteúdo especializado como sendo importantes, verificando que o professor precisa ser capaz de conhecer além do que ele propõe aos seus alunos e analisar criticamente, do ponto de vista da matemática, os materiais de apoio, como livros didáticos etc.

## **2.2 O conhecimento comum, especializado e ampliado do professor para o ensino de Medidas de Comprimento**

De modo mais específico, concentramo-nos no conhecimento matemático e nas habilidades necessárias dos professores. É preciso que o professor que ensina Matemática entenda o conteúdo (neste caso, o de Medidas de Comprimento) e conheça integralmente as suas abordagens. Por isso, começamos investigando o que exige no ensino de Medidas de Comprimento, conforme os documentos oficiais, no intuito de verificar não somente o que os professores precisam ensinar aos alunos, mas, sobretudo, o que os próprios professores devem saber e devem ser capazes de fazer para realizar esse ensino.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), o ensino do conteúdo de Medidas de Comprimento constitui um objeto de conhecimento importante desde as anos iniciais. A BNCC (BRASIL, 2018) ainda afirma que a princípio, nos anos iniciais, a Grandeza Comprimento deve ser trabalhada no sentido de promover experiências nas quais os alunos possam fazer observações, manipular objetos, comparar comprimentos, investigar e explorar, utilizando vocabulário relativo às noções de grandeza (maior, menor, igual etc.) e de medidas (comprido, curto, grosso, fino) como meio de comunicação de suas experiências (BNCC) (BRASIL, 2018).

Chamorro e Belmonte (2000) também reforçam a importância de se trabalhar, na pré-escola, os conceitos de grandezas de comprimento, tais como “mais baixo”, “mais comprido”, “mais largo que”, “tão alto quanto”, “tão grande quanto”, “mais perto do que”, “menos largo”, “mais grosso que” etc. Nessa etapa, as atividades em sala de aula podem estar voltadas para o uso de instrumentos manipulativos, como classificar objetos de igual comprimento, ordenar barras, comparar alturas das crianças na sala, estimar, medir e comparar comprimentos de lados de salas etc., oportunizando aos alunos a ampliação dos seus conhecimentos do mundo físico e sociocultural, permitindo a utilização em seu cotidiano. Todas essas ações

relacionadas com a Grandeza de Comprimento constituem uma preparação da etapa anterior para compreensão e avanço desse conhecimento nas séries seguintes. Essas ações se apresentam como base para uma compreensão de conhecimento ampliado do conteúdo, conforme verifica Ribeiro (2016), para quem

[...] a Categoria do Conhecimento Ampliado do Conteúdo refere-se aos conhecimentos que o professor precisa ter a respeito dos conteúdos matemáticos e de como eles estão relacionados, por exemplo, com o currículo do próximo nível de ensino, ou seja, essa categoria discute a necessidade do professor saber como os conteúdos matemáticos que ele ensina em um determinado ano está relacionado com os conteúdos matemáticos que seu aluno irá aprender em anos posteriores (RIBEIRO, 2016, p. 64).

Todavia, sabemos que os conteúdos funcionam como pré-requisitos de acordo com a idade/série. Logo, o professor, ao trabalhar certo conteúdo, deverá vislumbrar não só o desenvolvimento e aprendizagem do aluno, como também saber quais conhecimentos serão necessários para o aluno avançar no processo de aprendizagem dos anos precedentes.

Sobre as abordagens acerca do ensino de Medidas de Comprimento nas normativas curriculares institucionais, Gusmão; Cajaraville e Barrero (2004) apontam que

[...] os currículos oficiais de distintas épocas sempre consideraram aspectos básicos: a) as unidades usuais de medidas, com predomínio do sistema métrico decimal e b) o conhecimento e manejo de instrumentos de medida comuns (sobretudo da medida de comprimento). É concedido grande importância ao estudo do sistema métrico decimal [...] (GUSMÃO; CAJARAVILLE e BARRERO, 2004, p. 110).

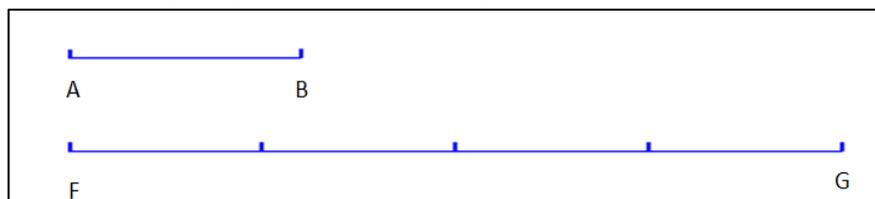
Nesse contexto, quando se trata do trabalho voltado à resolução de situações-problemas que envolvam medir comprimentos, a escola deve dispor de meios que permitam ao aluno executar as atividades. Em uma situação-problema na qual é solicitado ao aluno que expresse a medida do diâmetro de uma determinada bola, por exemplo, é recomendável que sejam fornecidos materiais manipulativos e apropriados, tais como corda, barbante, fita métrica etc. Além disso, é preciso que o aluno receba instruções para aprender a usá-los apropriadamente e selecione a unidade de medida adequada para expressar pequenas extensões, como o centímetro e o milímetro, que são as mais utilizadas na prática, ou grandes extensões, como o quilômetro (CHAMORRO e BELMONTE, 2000).

Tais procedimentos caminham em direção ao conhecimento comum do conteúdo, que consiste as habilidades de calcular uma resposta, resolver corretamente problemas de

matemática, conhecer o material, usar termos e notação corretamente. Em suma, os professores devem ser capazes de fazer o trabalho que eles atribuem aos seus alunos (BALL; THAMES e PHELPS, 2010).

Outros exemplos de situações que podem ser trabalhadas no ensino envolvendo as Medidas de Comprimento são as propriedades de definição do produto de um número positivo por uma quantidade de grandeza. Uma situação para ilustrar seria de um produto de um número natural por uma quantidade de grandeza. Por exemplo: determinar quantas vezes a unidade AB estabelecida cabe, por exemplo, no comprimento de FG que se quer medir (Chamorro e Belmonte, 2000).

**Figura 1- Comparação 1- Medida da grandeza em relação a unidade**

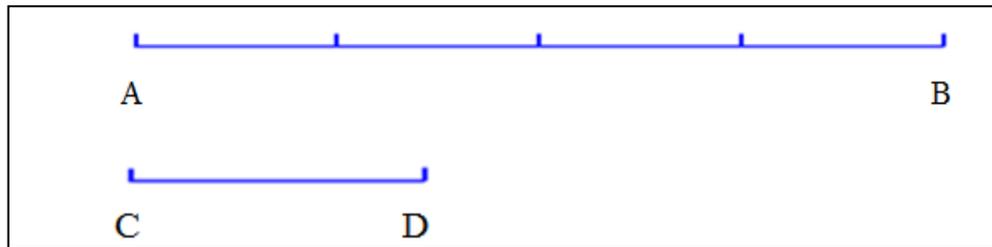


Segundo Chamorro e Belmonte (2000) o resultado desta comparação é a medida da grandeza em relação à unidade considerada e deve ser expresso por um número. Na figura acima, se considerarmos a unidade AB como a unidade de medida (u), teremos que FG contém um número inteiro de vezes a unidade de medida (u). Logo, a medida de FG é maior que 3 u e menor que 4 u. Em geral, tem-se esta “definição: se  $a \in A$  e  $n \in \mathbb{N}$ , então  $n.a = a.a.a...a$  n vezes” (CHAMORRO e BELMONTE, 2000, p. 136). Portanto, o resultado da comparação exprime-se dizendo que no segmento FG cabe aproximadamente a unidade AB, ou que a medida de FG tomando AB como unidade, é aproximadamente 3.

Segundo Caraça (1984), em geral, se uma grandeza, medida com unidade u, mede n, e subdividimos u em n parte iguais, a medida da mesma grandeza, com a mesma unidade u, expressa pela razão de dois números que é o resultado do número de vezes que a unidade cabe na grandeza a medir. Matematicamente  $FG/AB = n.u$ .

Logo, é possível exprimir sempre a medida de um segmento tomando outro como unidade; se por exemplo, em uma outra situação determinarmos quantas vezes a unidade AB estabelecida na figura 2 abaixo, cabe por exemplo, no comprimento de CD que se quer medir.

**Figura 2- Comparação 2- Campo racional**



Para exemplificar a propriedade de um produto de um número racional positivo por uma quantidade de grandeza é possível expressar o resultado de uma medição ou de uma razão. Assim, teremos, aproximadamente,  $1/3$ , em que  $CD = 1/3AB$ , uma medida racional fracionária.

Sobre essa propriedade, Chamorro e Belmonte (2000) fazem a seguinte observação: sabe-se que não só as quantidades naturais de grandeza são multiplicadas por números naturais, mas também um produto de um número racional positivo por uma quantidade de grandeza. Por exemplo:

[...] começará definindo o produto por números racionais da forma  $1/n$  com  $n$  natural distinto de zero e depois se passará definido por um racional positivo qualquer. Se  $a \in A$ , se sabe que, por exemplo,  $6.a = a.a.a.a.a$  e se  $b = 6.a$ , quer dizer que  $b$  tem 6 vezes mais quantidade de grandeza que  $a$ , e é o mesmo que a sexta parte da quantidade de  $b$ . Assim, se escreve:  $a = (1/6).b$  (CHAMORRO e BELMONTE, 2000, p.137, tradução nossa)<sup>10</sup>

A nossa percepção é a de que essa propriedade dificilmente é trabalhada no ensino de Medidas de Comprimento, além de não constar nas tarefas dos livros didáticos.

Cabe ressaltar a ênfase dada ao Sistema Métrico Decimal no ensino e algumas regras consideradas práticas como o deslocamento da vírgula para transformação/conversão de uma unidade de medida em outra. Embora pareça prático, nem sempre essa regra de transformação/conversão é de fácil compreensão. Na verdade ela se constitui um ponto crítico no tratamento da medida. A esse respeito iremos comentar adiante.

<sup>10</sup> Ejemplo: comenzará definiendo el producto por números racionales de la forma  $1/n$  con  $n$  natural distinto de cero y después se pasará definido por un racional positivo cualquiera. Sea  $a \in A$ , se sabe que, por ejemplo,  $6a = a.a.a.a.a$ . Si se llama  $b = 6.a$ , se dice que  $b$  tiene 6 veces más cantidad de magnitud que  $a$ , o lo que es lo mismo, que  $a$  tiene la sexta parte de cantidad de magnitud que  $b$ . Así, se escribe:  $a = (1/6).b$ .

Chamorro e Belmonte (2000) apontam que,

embora seja verdade que o SMD oferece uma perfeita divisibilidade e, portanto, grande facilidade de comparação, requer também um certo desenvolvimento do processo mental do indivíduo que deve ser cuidadosamente preparado, portanto, o uso prematuro de tal sistema implica uma incompreensão (CHAMORRO e BELMONTE, 2000, p. 43, tradução nossa).<sup>11</sup>

Como o nosso SMD funciona por agrupamentos de potência de dez, cada unidade de comprimento é igual a 10 vezes a unidade imediatamente inferior e 1 décimo da unidade imediatamente superior. De acordo com esse entendimento é comum a seguinte representação:

**Figura 3 – Sistema Métrico Decimal**

km	hm	dam	m	dm	Cm	mm
1000 m	100 m	10 m	1	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Daí decorrem as regras supostamente práticas. Para Chamorro e Belmonte (2000), os múltiplos e submúltiplos da unidade apenas só têm sentido para o aluno se este perceber a necessidade de uso, o que é impossível se ele não realizar atividades práticas de medição que o levem a comparar uma unidade de medida com a quantidade a medir.

Sobre os múltiplos e submúltiplos, podemos observar que todos os seus prefixos estão representados por potência de dez compreendidos entre 0,1 e 1000 e devem ser escritos com letras minúsculas, respeitando o plural, e sem ponto final, deixando um espaço entre o valor numérico e o símbolo, como este exemplo: 15,25 cm; 1,25 m etc.

É também necessária a compreensão das diferentes ordens das unidades para entender e elaborar escritas numéricas. A leitura de números e a escrita se apresentam como conhecimentos prévios à leitura de medidas, embora estas últimas envolvam outros fatores adicionados de maior complexidade (CHAMORRO e BELMONTE, 2000). Assim, algumas apresentações de números decimais se baseiam na ideia de que estes são uma recodificação de um número inteiro, uma conversão na qual a quantidade de referência é a mesma. Um exemplo da escritura de 2,20 m seria como 2 metros mais 20 centímetros e não como 2,20

<sup>11</sup> Si bien que el SMD ofrece una perfecta divisibilidad y, por lo tanto, gran facilidad de comparar, requiere también un cierto desarrollo del proceso mental del individuo que há de ser preparado cuidadosamente. De ahí que un uso prematuro de tal sistema lleve aparejada la incompreensión.

vezes de 1 metro.

Ainda sobre as escrituras de medidas, é muito comum encontrarmos, nas tarefas de sala de aula e nos livros didáticos, enunciados de situações-problemas sobre medidas fora de contexto. Chamorro e Belmonte (2000) apontam resoluções de operações com escrituras do tipo: “ $7\text{m} \times 4\text{m} = 28\text{m}^2$ ;  $625/5=125 = 125 \text{ cm}$ . Embora os problemas de simbolização sejam complexos, acreditamos que seria uma grande ajuda para o aluno entender cada uma das etapas contextualizando com a realidade” (CHAMORRO e BELMONTE, 2000, p. 48, tradução nossa). E, quando possível, didaticamente, parece-nos aconselhável que se permita que o aluno realize medições, construa os múltiplos e submúltiplos, de forma que se estabeleçam as relações existentes entre eles e não apresente medidas de forma fictícia, as quais são apresentadas normalmente como sendo medidas exatas.

A estimação dessas medidas é frequentemente enquadrada (de tanto a tanto) ou aproximada (ao redor de), mas é preciso ter cuidado para que não aconteçam abusos nessas aproximações e estimações, distanciando-as da condição de que elas não são exatas.

Entre as estratégias de estimação, temos: visualizar a unidade que se vai usar na estimação e repeti-la mentalmente sobre o objeto a medir; comparar o comprimento a medir com o comprimento de um objeto conhecido; e, se o comprimento a estimar for muito grande, estimar a metade. É importante também exercitar o enquadramento, pois os alunos estão acostumados com resultados inteiros e, quando obtêm um não inteiro, apresentam dificuldades para expressá-lo (CHAMORRO e BELMONTE, 2000).

Para o processo de classificação e ordenamento de medida, apresentamos a propriedade de transitividade das comparações conforme Chamorro e Belmonte (2000). A transitividade se produz pela comparação de objetos ou medidas, na qual são comparadas dois a dois. Assim, quando se encontra escrito  $a < b$  e  $b < c$ , logo se observa que  $a < c$ , então podemos expressá-la na seguinte ordem  $a < b < c$  (CHAMORRO e BELMONTE, 2000).

Enfim, cada um desses conhecimentos abordados sobre o conteúdo de Medidas de Comprimento no ensino, e muitos outros não citados aqui, envolve o conhecimento de ideias, habilidades de raciocínio matemático, fluência, exemplos, termos e consideração sobre a proficiência em Matemática.

Entretanto, esses conhecimentos do conteúdo apresentam pontos que se revelam como o ápice de dificuldades do professor que ensina Matemática e de deficiências na compreensão desse conhecimento por parte dos alunos.

Buscando um maior entendimento sobre o conteúdo, o conhecimento especializado

aponta que é essencial identificar a área mais crítica em relação à aprendizagem dos alunos. Para Almeida et al. (2017),

[...] aprofundar o entendimento que se detém do conteúdo do conhecimento do professor associa-se a colocá-los diante de situações que sejam, para cada um deles, matematicamente críticas, ou seja, que envolvam alguns aspectos não esperados e para os quais não conhecem imediatamente a resposta – em um paralelismo com a resolução de problemas –, que nos fornecem elementos para aprender sobre e melhor entender o conteúdo do conhecimento do professor e as formas como se pode desenvolvê-lo (ALMEIDA et al., 2017, p. 8).

Antes de apresentarmos alguns pontos críticos do conteúdo, utilizamos questionamentos feitos por Chamorro e Belmonte (2000, p. 42, tradução nossa) que nos convidam a refletir: “no tempo em que você foi estudante, havia em sua escola instrumentos de medidas, tais como cordas, réguas, fita métrica, etc? e nas aulas atuais? teve que medir algum comprimento? fez alguma medição de forma prática?” Diante dessas interrogações, se as respostas forem majoritariamente negativas, podemos observar uma das possíveis causas das dificuldades na aprendizagem envolvendo o conteúdo de Medidas. Isso porque a forma como o conhecimento é trabalhado pode privar o aluno da formação de concepções e conceitos sobre o assunto, levando à aplicação de regras não compreendidas que se aplicam bem no curto espaço de tempo e depois são provavelmente esquecidas.

Como ensinar o conceito de perímetro e depois diferenciá-lo de área, se não houve medição de comprimento? Como diferenciar metro de metro quadrado se não se distingue comprimento? A carência na utilização de instrumentos de medição, como também o uso de um instrumento inadequado e o uso incorreto de instrumentos para o desenvolvimento do conteúdo de Medidas de Comprimento levam à formação de concepções e conceitos equivocados (CHAMORRO e BELMONTE, 2000).

Para esses autores,

[...] muitos dos erros estão intimamente interconectados, pois uma má apreciação sensorial faz o indivíduo escolher, algumas vezes um instrumento inadequado. Em outras ocasiões, o fato de reduzir os instrumentos de medidas apenas aos convencionais torna a escolha desacertada; por exemplo, usar uma régua graduada para medir o comprimento de uma curva, quando o uso de uma corda como intermediário seria mais adequado (CHAMORRO;

BELMONTE, 2000, p. 45, tradução nossa)<sup>12</sup>.

Nesse sentido os autores alertam para necessidade de proporcionar experiências concretas, momentos de vivências para que os alunos tenham a oportunidade de realizar medições, do contrário seguirão cometendo erros.

[...] estes erros ocorrem porque o aluno não tem ocasiões frequentes para medir e, conseqüentemente, não se vê obrigado a elaborar estratégias para buscar entre os objetos que o cercam, instrumentos de medida. E também porque, um uso incorreto de instrumentos provoca não poucos erros de medições e é comum ver os alunos, por exemplo, colocar a régua de modo que o zero não coincide com a extremidade do comprimento a ser medido, obtendo assim o resultado inferior ao da medida real (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 45, tradução nossa)<sup>13</sup>.

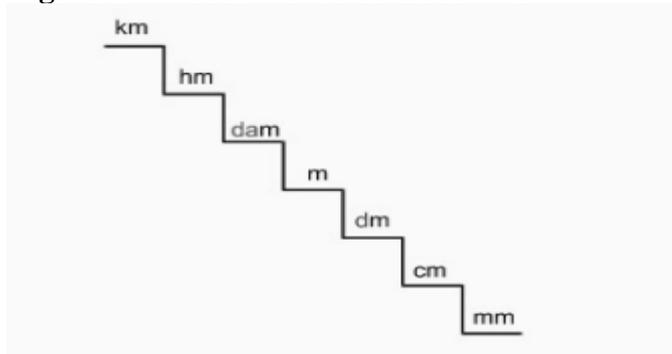
Isso nos mostra que a carência no entendimento das unidades de medidas e, sobretudo, o não conhecimento de manejo do instrumento causam erros nas medições.

Destacamos ainda um dos pontos considerados mais críticos no ensino de Medidas de Comprimento que está justamente no trabalho com o Sistema Métrico decimal e suas transformações: o trabalho com o sistema métrico decimal é construído por meio do predomínio da memorização de técnicas de deslocamento de vírgula. O significado da mudança é apenas registrado mecanicamente pelo aluno sem que ele compreenda o sentido da transformação estabelecida pela grandeza de medida. Chamorro e Belmonte (2000, p. 44) falam sobre o procedimento da escadinha, que foi muito usado para ensinar o sistema métrico decimal (Figura 4).

---

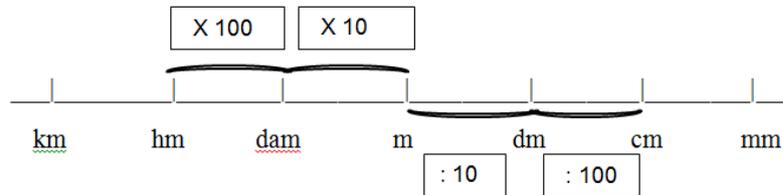
<sup>12</sup> muchos de los errores están íntimamente interconectados, pues una mala apreciación sensorial hace elegir a veces un instrumento inadecuado. En otras ocasiones, el reducir los instrumentos de medida a los convencionales hace la elección sea poco afortunada; por ejemplo, usar una regla graduada para medir la longitud de una curva, cuando el uso de una cuerda como intermediario sería más adecuado.

<sup>13</sup> Estos errores produce porque el alumno no tiene ocasiones frecuentes para medir y, conseqüentemente, no se ve forzado a elaborar estrategias para buscar entre los objetos que la rodea instrumentos de medida. Y también porque, un uso incorrecto de instrumentos provoca no pocos errores de mediciones y es frecuente observar por ejemplo como los niños colocan la regla graduada de forma que el cero no coincide con el extremo de la longitud a mide, obteniendo así el resultado de la mediación es inferior al de la medida real.

**Figura 4 - Procedimento da escadinha**

Fonte: Chamorro e Belmonte (2000, p. 44)

Esse procedimento mais tarde foi substituído por uma tabela na forma linear (Figura 5).

**Figura 5 - Tabela linear**

Fonte: Chamorro e Belmonte (2000, p.44).

Ambos os procedimentos são criticados por Chamorro e Belmonte (2000). No caso da figura 5, a confusão para eles é ainda maior na tabelinha que parte e chega à unidade, nesse caso, o metro, fazendo uso inadequado da representação linear, pois, se o espaço entre m e dam representa 10, por que apresentar medida igual (nesse espaço) entre m e hm que é 100, e não 20? (CHAMORRO; BELMONTE, 2000). Esse tipo de procedimento causa um transtorno para a compreensão do aluno, que não vê sentido nessas transformações. E o professor recorre a essas conversões buscando a aplicação da regra das operações com números decimais, acreditando ser uma alternativa mais fácil para trabalhar o conceito de Medidas, o que gera muitos erros por parte dos alunos.

Em relação aos erros cometidos pelos alunos, Ball, Thames e Phelps (2008) alertam para o fato de que reconhecer uma resposta errada é conhecimento comum do conteúdo, mas opinar sobre a natureza de um erro, prestar atenção nos seus padrões e pensar nos seus significados é conhecimento especializado do conteúdo. A familiaridade com os erros mais comuns e a decisão sobre quais medidas tomar para evitá-los ou solucioná-los é um conhecimento que o professor deve possuir.

Gusmão et al. (2011) sinalizam que o ensino de Medidas baseado apenas no manejo de técnicas e instrumento pode implicar uma aprendizagem superficial e gerar equívocos na medição.

[...] no ensino de Medidas são enfatizados o uso de técnica e da leitura de instrumentos, impossibilitando que a criança aprofunde e internalize os processos que inclui a medição. Na mesma não são acentuadas noções imprescindíveis para alcançar uma boa aprendizagem de ‘medir’, o que conduz uma série de erros clássicos no tratamento deste conteúdo [...] (GUSMÃO et al, 2011, p.67, tradução nossa)<sup>14</sup>.

Chamorro e Belmonte (2000, apud GUSMÃO et al., 2011) apresentam alguns equívocos no ensino do conteúdo de Medidas:

[...] uso incorreto dos sentidos e de ferramentas inadequadas e o manejo equivocado dos instrumentos correspondentes, procedimentos mal empregados na escolha errada (equivocada) de unidade de medida, confusão entre grandezas, abordagem de problemas que contém dados errôneos, abuso de exatidão, escrituras sem sentidos ou erradas (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, apud GUSMÃO et al., 2011, p. 67, tradução nossa)<sup>15</sup>.

A unidade padrão de comprimento é o metro (m), que é a base do nosso sistema métrico. A palavra metro vem do grego *métron* e significa "o que mede" (KLEIN et al., 2015). O metro é um comprimento assinalado sobre a barra metálica que se encontra no Museu Internacional de Pesos e Medidas. A medida definida, por convenção, com base nas dimensões da Terra, equivale à “décima milionésima parte da distância entre o equador e o pólo” (BOYER, 1974, p. 347). É também definida como o comprimento do trajeto percorrido pela luz do vácuo no intervalo de tempo de  $1/299\,792\,458$  (ALDER, 2003).

Logo, podemos observar que a unidade de comprimento metro não expressa um número exato. Contudo, no ensino de medidas, observa-se que há um abuso da exatidão de medidas, conforme analisam Chamorro e Belmonte (2000) e Gusmão et al. (2011).

---

<sup>14</sup> En la enseñanza de Medidas son enfatizados el uso correcto de la técnica y la lectura de instrumentos, impossibilitando que el niño profundice e internalice los procesos que incluye la medición. En la misma no son acentuadas nociones imprescindibles para lograr un buen aprendizaje de “medir”, lo que conduce a una serie de errores clásicos en el tratamiento de este contenido.

<sup>15</sup> uso incorrecto de los sentidos, de herramientas inadecuadas y manejo equivocado de los instrumentos correspondientes, procedimientos mal empleados o la elección errada (equivocada) de una unidad de medida, confusión entre magnitudes, planteamientos de problemas que contienen datos erróneos o no reales, abuso de exactitud, escritura sin sentido o errónea.

O excesso de medidas exatas está presente tanto nas respostas encontradas na resolução de problemas trabalhada pelos professores em sala de aula quanto nas próprias tarefas selecionadas nos livros didáticos, dando a ideia de que as medidas de uma forma geral e, em especial, as de comprimento são também exatas na vida real. Nota-se que também, com frequência, um abuso do uso das medidas inteiras, de tal forma que o aluno tende a pensar que todas as medidas são assim, inteiras (CHAMORRO; BELMONTE, 2000; GUSMÃO et al., 2011).

Podemos verificar que, na realidade, tudo acontece bem diferente. Dificilmente alguém encontrará uma medida inteira de qualquer coisa que seja. Vivemos e lidamos com medidas de números racionais e, muitas vezes, as aproximações para menos ou para mais terão que ser feitas com muita cautela; outras vezes, dependendo da medida, não serão aceitas aproximações, pois pode acarretar incabíveis adequações. A BNCC sinaliza a efetivação de um trabalho direcionado a “resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridas em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada” (BRASIL, 2018, p. 309).

Chamorro e Belmonte (2000, apud GUSMÃO et al., 2011) indicam que as dificuldades e carências nos significados e nos estudos com frações e números decimais no ensino são obstáculos para a compreensão de noções importantes da medida (erro, aproximação...) e, por esse motivo, com frequência, as aproximações realizadas nas medidas de comprimento e outras acontecem de forma abusiva e discrepante das medidas reais.

Para Ball; Thames e Phelps (2008), o ensino hábil requer dimensionar a fonte de um erro matemático. Além disso, este é um trabalho que os professores devem fazer rapidamente, porque, em uma sala de aula, os alunos não podem esperar.

Então, assume-se, neste estudo, o conhecimento do professor que ensina Matemática como sendo o conhecimento especializado, “como sendo um conjunto de conhecimentos matemáticos e didáticos específicos do professor de Matemática, os quais por sua vez estão permeados por concepções e crenças que possui o professor acerca da Matemática, sua aprendizagem e ensino” (ESCUADERO et al., 2013, p. 57, tradução nossa)<sup>16</sup>.

---

<sup>16</sup> Como la conjunción de conocimientos matemáticos y didácticos específicos del profesor de matemáticas, los cuales a su vez están permeados por las concepciones y creencias que tiene el profesor acerca de las matemáticas, su aprendizaje y enseñanza.

Porém, percebe-se, pelo histórico de dificuldades de aprendizagem desse conteúdo, que a maneira como o professor conduz seu conhecimento com relação ao conteúdo de Medidas está ligada ao seu processo de formação; logo, torna-se também um desafio, já que o trabalho deverá ser primeiramente feito com o professor para que haja uma transformação na condução em sala de aula, assumindo que este conhecimento matemático precisa ser ressignificado e ampliado.

O conteúdo de Medidas de Comprimento é um conhecimento dinâmico, difícil de ser dissociado das atividades de natureza humana; por isso, não cabe ser trabalhado somente no faz de conta, com exemplos a serem ouvidos, anotados sem atribuição de sentido e significados. Essas representações não fazem sentido para o aluno, exceto pelo fato de exercitarem a Matemática sem nenhuma articulação com a vida real.

Ainda sobre o ensino de Medidas, Gusmão; Cajaraville e Barrero (2004) consideram que existe uma

[...] forte contradição entre o que o professor quer fazer (um processo experimental) e o que ele realmente faz (um processo algoritmizado e aritmetizado). A realização de práticas efetivas de medidas faz com que a gestão da classe e tempo didático seja custosa, pelo que substituem por práticas imaginárias (GUSMÃO; CAJARAVILLE E BARRERO, 2004, p.111).

Mas é preciso, principalmente, que o professor de Matemática perceba os equívocos construídos ao longo do tempo diante desse eixo de conhecimento e possa desconstruir e reconstruir novas formas de conceber o ensino, possibilitando que o educando aprenda e perceba o uso adequado dos instrumentos e suas medidas.

Em síntese, o Conhecimento comum, especializado e ampliado sobre o conteúdo matemático visa melhorar a concepção do ensino de Matemática, pois promove condições para que os professores consigam adequar as situações de aprendizagem aos alunos.

## CAPÍTULO II - ABORDAGEM METODOLÓGICA

Para Minayo (2014, p.187), “a metodologia, caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade, ocupa um lugar central no interior das investigações”. Logo o caminho metodológico selecionado é de fundamental importância para realização do estudo de investigação e este deve seguir em consonância com o objetivo da pesquisa em estudo, que neste caso se pauta em analisar o conhecimento de professores veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento.

A pesquisa percorre caminhos peculiares para uma abordagem de cunho qualitativo.

Conforme Chizzotti (1998),

[...] a abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito-observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações (CHIZZOTTI, 1998, p.79).

Para Esteban (2010, p. 127) a pesquisa qualitativa “é uma atividade sistemática orientada à compreensão em profundidade de fenômenos educativos e sociais, à transformação de práticas e cenários socioeducativos, à tomada de decisões e também ao descobrimento e desenvolvimento de um corpo organizado de conhecimentos”.

Dentro da abordagem qualitativa e em relação aos objetivos, ao propor analisar o conhecimento de professores veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento estamos no contexto também de um estudo comparativo.

Este estudo também se caracteriza como Exploratório. Conforme Triviños (2013),

[...] os estudos exploratórios permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de um determinado problema. O pesquisador parte de uma hipótese e aprofunda seus estudos nos limites de uma realidade específica, buscando antecedentes, maior conhecimentos [...] o pesquisador planeja um estudo exploratório para encontrar os elementos necessários que lhes permitam, em contato com determinada população, obter resultados que lhes deseja (TRIVIÑOS, 2013, p.109).

Também com o objetivo de buscar elementos necessários e mais conhecimentos sobre o

objeto em estudo, a participação como membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM)<sup>17</sup>, coordenado por Gusmão, veio enriquecer ainda mais nossos estudos, pois, além dele tratar de outros temas relacionados à didática da Matemática, trata também de conteúdos da Matemática.

## **1 Instrumentos**

Para a produção de dados foram utilizados como instrumentos, questionários e um diário de campo. Fiorentini e Lorenzato (2007) destaca que o questionário é um tipo de instrumento que permite ao pesquisador melhor conhecer e observar fatores que contribuem para identificar os sujeitos e descrever determinadas situações em relação ao objeto de estudo. Para essa finalidade, organizamos três questionários nomeados como questionário/veterano, questionário/professor em formação e questionário-teste.

Ambos os questionários/ veterano e do professor em formação estão divididos em duas partes: na primeira parte, com quinze perguntas que se relacionam aos dados pessoais e ao conhecimento sobre a docência, e a segunda parte composta de dez questões baseadas nos trabalhos de Gusmão (2014) estão voltadas para o conhecimento dos professores e sua concepção de Medidas/ Medidas de Comprimento.

O questionário/veteranos e questionário/professor em formação se diferenciam somente nas questões de 1 a 4, relacionadas aos dados pessoais, as demais questões são iguais para ambos os questionários.

O terceiro questionário contém 24 questões, comum a ambos os grupos, veteranos e professores em formação e identificamos como questionário-teste. As questões do mesmo foram voltadas para o conhecimento de Medidas de Comprimento e elaboradas tendo como referência os trabalhos de Gusmão (2014).

A seguir apresentamos o Quadro 5 que é a síntese dos três questionários.

---

<sup>17</sup> GDICEM - grupo de pesquisa sob orientação da Professora Tânia Gusmão da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia.

**Quadro 5 - Sobre os questionários**

Questionários	1ª parte/ questões		2ª parte/ questões	
Questionário/ veteranos	15 questões	7discursivas (abertas)	10 questões	7discursiva (abertas)
Questionário/ professor em formação acadêmica		8 de múltipla escolha		3 de múltipla escolha
Questionário-teste	24 questões, sendo 3 de múltipla escolha			

Fonte: as autoras

Orientamos aos professores participantes responderem os questionários individualmente, sem consulta de material de apoio, apenas com a pesquisadora para tirar possíveis dúvidas. Porém, mesmo solicitando o não uso de material de consulta, houve professores que consultaram a internet através do celular e também aos colegas para responderem algumas questões do questionário. Esses questionários foram discretamente sinalizados com um “x” para depois serem analisados e comparados conjuntamente com os demais.

Sobre as questões da 2ª parte do questionário foi difícil evitarmos as discussões, pois os professores, principalmente os veteranos insistiam em debater as respostas das questões com os colegas.

No momento posterior a aplicação dos questionários, foi construindo um diário de campo, a fim de resgatar os ocorridos ao longo de todo o período de aplicação dos mesmos. Este instrumento proporcionou registrar as observações e a escuta. “O diário também é utilizado para retratar os procedimentos de análise do material empírico, as reflexões dos pesquisadores e as decisões na condução da pesquisa; portanto ele evidencia os acontecimentos em pesquisa do delineamento inicial de cada estudo ao seu término” (ARAÚJO et al., 2013, p. 54).

No diário foram registradas as observações realizadas no ambiente em que a pesquisa estava ocorrendo, os fatos importantes desde o início até o final da aplicação dos questionários, as escutas, sentimentos expressados, expressões e desabafos dos professores. Neste sentido,

O analista qualitativo observa tudo, o que é ou não dito: os gestos, o olhar, o balanço, o manejo do corpo, o vaivém das mãos, a cara de quem fala ou deixa de falar, porque tudo pode estar imbuído de sentido e expressar mais do que a própria fala, pois a comunicação humana é feita de sutilezas, não de grosserias. Por isso, é impossível reduzir o entrevistado a objeto (DEMO, 2012, p. 33).

Importa, antes de tudo, saber que este instrumento nos ofereceu uma maior compreensão dos fatos, pois, permitiu-nos associar indícios de correlações entre o que os sujeitos respondiam no questionário e identificar possíveis dificuldades, validade do mesmo, uma vez que, muitas respostas não registradas nos questionários, foram expressas pelos professores durante a realização do mesmo, principalmente, relatos sobre suas dificuldades, angústias como professores da disciplina de Matemática.

### **1.1 Sujeitos da pesquisa**

Nossos sujeitos são professores de Matemática veteranos e professores em formação. Identificamos como veteranos aqueles já formados e que possuem experiência docente no ensino de Matemática. E considerando professor em formação, estudantes do curso de licenciatura em Matemática, com “experiência em sala de aula” seja por estágio, Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), e outros.

Os professores veteranos são do Ensino Fundamental Anos Finais de três escolas municipais da cidade de Brumado e os professores em formação acadêmica são estudantes do curso de Matemática da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, campus de Vitória da Conquista e da Universidade Estadual da Bahia (UNEB), campus VI da cidade de Caetité. É importante mencionar que o curso de Matemática de ambas as universidades tem uma duração de 4 anos, logo, os alunos tem oito semestres para concluir regularmente o curso. Os professores em formação estavam cursando o 5º, 6º e 8º semestre do curso de Matemática. Decidimos optar por estudantes a partir do 5º semestre, devido já terem estudado as disciplinas<sup>18</sup> que envolvem o conteúdo de Medidas, como disciplina de Fundamentos de Matemática Elementar I e II, as disciplinas de Prática como componente curricular I; Prática como componente curricular II, que são oferecidas a partir do 3º semestre e Prática como componente curricular III; Estágio Supervisionado I e Estágio Supervisionado II, oferecidas a partir do 5º semestre.

---

<sup>18</sup> Fluxograma do curso de licenciatura em Matemática/UESB/Vitória da Conquista. Disponível em: <<http://www.uesb.br/mat/download/fluxogramaN.pdf>>; Fluxograma do curso de licenciatura em Matemática/UNEB/Campus VI / Caetité. Disponível em: <<https://portal.uneb.br/caetite/wp-content/uploads/sites/25/2017/02/FLUXOGRAMA-2.pdf>>. Acesso em: 18 set. 2018.

Participaram da pesquisa nove professores veteranos e trinta e seis em formação, totalizando 45 participantes. Conforme dito, as questões de 1 ao 4 foram direcionadas a explorar sobre a formação e experiência na docência dos participantes da pesquisa. A formação e o tempo de serviço dos professores veteranos são apresentados a seguir (quadro 6) identificando-os de modo geral por Pv1, Pv2, Pv3, Pv4, Pv5, Pv6, Pv7, Pv8, Pv9. Sendo um do sexo masculino e oito do sexo feminino.

**Quadro 6 - Formação e tempo de serviço dos professores veteranos**

Professores veteranos	Formação	Carga horária	Tempo de serviço
Pv1	Matemática	40 h	17 anos
Pv2	Matemática	20 h	10 anos
Pv3	Matemática	20 h	20 anos
Pv4	Matemática	40 h	10 anos
Pv5	Matemática	40 h	07 anos
Pv6	Matemática	40 h	22 anos
Pv7	Letras-Matemática	60 h	26 anos
Pv8	Letras-Matemática	60 h	27 anos
Pv9	Matemática	60 h	27 anos

Fonte: as autoras

Notamos que do grupo de professores veteranos, dois possuem, além da formação em Matemática, a licenciatura em Letras. O tempo de serviço está entre 7 e 27 anos de carreira, podendo, assim considerar que há um bom caminho percorrido e dedicado à docência.

Com relação aos professores em formação acadêmica afirmaram que já atuaram como professor/ ou já tiveram alguma experiência com a docência, isso inclui também experiências com o estágio supervisionado, Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid) etc.

Sempre que for preciso estaremos identificando professor veterano por Pv e professor em formação por Pf.

Durante o caminho percorrido em busca da produção dos dados, deparamos com algumas dificuldades, tais como, o tempo disponível dos professores juntamente com a boa vontade para responder, particularmente dos professores veteranos. Percebemos que quanto maior a carga horária semanal do professor, maior a dificuldade de disponibilidade e resistência para colaborar com a pesquisa.

A aplicação dos questionários com os professores veteranos foi realizada em dois dias, no horário da Atividade Complementar (AC) na própria escola do professor e, a aplicação com os professores em formação, aconteceu em sala de aula de suas referentes universidades

em um horário agendado com o coordenador de seus respectivos departamentos de Matemática, sendo aplicado em um único dia.

Os participantes levaram em média 3 horas para responderem os dois questionários.

Sobre questões éticas dos participantes, Minayo et al. (2014, p. 51) cita: “[...] o projeto da pesquisa que virá a ser realizado também deve ter a preocupação de não causar malefícios aos sujeitos envolvidos no estudo, preservando sua autonomia em participar ou não do estudo e garantido assim seu anonimato [...]”. Nesse sentido o anonimato das pessoas participantes foi garantido.

## 1.2 Critérios de Análise

Os critérios de análise foi em função de atender os objetivos da pesquisa. Assim, organizamos as análises em 3 blocos a saber:

Bloco I - Percepção de professores veteranos e em formação sobre a sua formação em Matemática; Bloco II - Conhecimento comum, especializado e ampliado: percepção global e experiências do professor e Bloco III - Conhecimento comum, especializado e ampliado do professor: as especificidades do conteúdo Medidas de Comprimento.

Organizados de acordo com a relação de questões do questionário veterano/ professor em formação, a seguir temos o quadro 7:

**Quadro 7 – Blocos**

Blocos	Questionário veterano/ professor em formação (questões)	
Bloco I - Percepção de professores veteranos e em formação sobre a sua formação em Matemática	1ª parte	5 a 13
Bloco II - Conhecimento comum, especializado e ampliado: percepção global e experiências do professor	1ª parte	14 e 15
	2ª parte	1 a 10
Bloco III – Conhecimento comum, especializado e ampliado do professor: as especificidades do conteúdo Medidas de Comprimento	Questionário-teste (1 a 24)	

Fonte: as autoras

Em cada bloco são abordados os dados qualitativos. No Bloco I - agrupamos as questões referentes à percepção de professores veteranos e de professores em formação sobre os reflexos da sua formação acadêmica ao ensinar Matemática, em particular ao ensinar o conteúdo de Medidas de Comprimento. As questões são direcionadas a docência e condições

de trabalho, as formas de ensinar, particularmente sobre o ensino de Medidas. Pretende-se no Bloco II - apresentar o Conhecimento comum, especializado e ampliado (conforme SHULMAN, 1986; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; PINO-FAN; GODINO; FONT, 2013) sobre Medidas de Comprimento de veteranos e professores em formação e para tanto as questões são de conhecimento geral sobre o tema. As análises desse bloco também serão enriquecidas a luz dos estudos sobre Medidas de Comprimento, entre elas a proposta do documento oficial da BNCC. O Bloco III - apresentamos o Conhecimento Matemático dos professores sobre Medidas de Comprimento a partir das respostas dadas ao questionário-teste, de conteúdo matemático, específico do tema.

Todos os dados aqui apresentados foram produzidos tendo como fonte de informação o questionário e observações que foram registradas no diário de campo. O questionário foi um instrumento importante para nossas reflexões, embora as questões da primeira parte do questionário não estejam diretamente dirigidas para o nosso objeto de estudo, elas foram essenciais para compreendermos melhor as percepções de ensino sobre Medidas de Comprimento, através de um levantamento objetivando como a formação acadêmica vem contribuir na sua percepção da prática em sala de aula, em particular o ensino de Medidas de Comprimento. Junto à análise do questionário, foram acrescentadas, as observações, escutas e falas de alguns professores expressas durante a aplicação do mesmo, que nos ajudou para entender melhor nosso objeto de estudo e posteriormente, analisadas à luz dos estudos referenciados conforme o marco teórico apresentado neste trabalho.

### **CAPÍTULO III - ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS**

Nesse capítulo apresentamos os dados produzidos através dos questionários e das observações registradas no diário de campo no decorrer da aplicação dos mesmos. Estes, conforme citado foram organizados em três blocos. A seguir apresentaremos em detalhes cada um deles e suas respectivas análises.

#### **Bloco I - Percepção de professores veteranos e em formação sobre a sua formação acadêmica em Matemática**

O conjunto de questões agrupadas neste bloco se refere a percepção dos participantes sobre os reflexos da sua formação acadêmica ao ensinar Matemática, como por exemplo as formas de ensinar, as condições de trabalho, o gosto pela docência e se justifica por entendermos, em conformidade com Shulman (1986a, 1987) e Ball et al. (2005, 2010), que há forte relação entre o conhecimento do professor e os estilos de ensino empregados por eles.

Temos boas razões dentro desse contexto para procurarmos também investigar as condições de trabalho do nosso grupo de participantes. Logo, ao perguntarmos como classificaria as suas condições de trabalho (caso tenha tido alguma experiência na docência), um percentual considerável de 67% dos professores veteranos aponta como sendo boas as condições de trabalho, frente a 28% dos professores em formação já com experiência na docência. Comparando os dois grupos de professores, percebemos o efeito controverso no resultado: os que têm mais tempo de serviço consideram boas, e os que têm menos tempo, não tão boas. Talvez os professores veteranos estejam mais acostumados e adaptados à realidade em que se encontram do que os professores em formação, os quais, por terem se inserido mais recentemente na carreira docente, podem ter criado expectativas, esperado mais do que a realidade do cenário de ensino realmente oferece, já que a justificativa que deram para os que responderam que as condições não são satisfatórias, se deve a falta de recursos para trabalhar na escola, a necessidade de uma infraestrutura das salas de aula, da valorização do profissional, dentre outros.

Não queremos ser ainda absolutistas, haja vista que a classificação como boa, regular ou ruim é estritamente particular, pois aquilo que para uns pode parecer uma boa condição pode não o ser para outros. Além disso, as condições variam de instituição para instituição. Por ora, queremos ressaltar que conhecer as condições do cenário de ensino na opinião dos nossos

participantes nos pareceu importante.

Shulman (1987) enfatiza que, para atingir os objetivos da escolarização organizada, criam-se materiais e estruturas para ensinar e aprender. Entre eles, incluem-se, além do currículo, materiais didáticos, atividades, estrutura do ambiente escolar, valorização profissional etc. Ele afirma que professores necessariamente operam dentro de uma matriz criada por esses elementos, usando-os e sendo usados por eles; portanto, os princípios, as políticas e os fatos relacionados ao seu funcionamento compõem uma fonte fundamental de conhecimento para o ensino, o que indica que tanto as ferramentas do ofício como as condições contextuais é que vão facilitar ou inibir os esforços para ensinar.

Ao perguntarmos sobre quais as dificuldades dos professores ao lecionar Matemática (questão 7), obtivemos um conjunto de respostas, expressas no quadro 8 a seguir:

**Quadro 8- Dificuldades dos professores veteranos e em formação ao lecionarem Matemática**

<b>Dificuldades</b>	<b>Percentual (%)</b>
Desinteresse por parte dos alunos (aluno)	19 %
Falta de base dos alunos (dificuldades com as quatro operações e leitura) (aluno)	18%
Rótulo de uma disciplina difícil (aluno)	16%
Falta de recursos disponíveis (escola)	15%
Despertar o interesse do aluno (professor)	9%
Trabalhar os conteúdos abstratos (professor)	5%
Adequar o conteúdo a realidade do aluno (professor)	5%
Experiências negativas por parte dos alunos com a Matemática (aluno)	3%
Indisciplina (aluno)	3%
Salas superlotadas (infraestrutura) (escola)	3%
Salário baixo (políticas públicas)	1%
Em branco	3%
Total	100 %

Fonte: dados da pesquisa

Como as respostas dadas pelos professores veteranos e em formação foram muito próximas, decidimos apresentá-las em um único percentual de acordo com a quantidade de vezes em que foram elencadas. Dentre as dificuldades mais citadas, destacamos o desinteresse por parte dos alunos como a mais mencionada pelos professores, com o percentual de 19%.

As dificuldades apontadas pelos participantes atreladas ao desinteresse por parte dos alunos, as experiências negativas que os alunos carregam sobre a Matemática desde os anos iniciais, salas lotadas; falta de base; a falta de recursos disponíveis para o trabalho, indisciplina, desvalorização profissional (salário baixo) etc., podem refletir diretamente no

processo de ensino aprendizagem, o que, infelizmente, é um cenário histórico e social.

É inquestionável a importância de se despertar o interesse dos alunos para a aprendizagem matemática, e isso funciona não só como fonte motivadora para aprendizagem do aluno, como também para o trabalho do professor. Mas como fazer isso?

O interesse pelos pesquisadores sobre o conhecimento de estratégias, recursos e materiais didáticos tem sido muito pesquisado no meio acadêmico, e a meta principal desse tipo de pesquisa tem sido identificar os comportamentos ou estratégias docentes que, com maior probabilidade, levem a ganhos de desempenhos entre os alunos para a aprendizagem. Os trabalhos acadêmicos que nos referimos no capítulo I deste estudo e agrupados no eixo 1 (conhecimentos de materiais pedagógicos e estratégias) buscaram alternativas de estratégias, materiais didáticos para possíveis soluções de aprendizagem no ensino de Matemática, entre as quais encontramos trabalhos direcionados ao uso de jogos, leitura e escrita, recursos midiáticos, modelagem matemática, etc., todas articuladas com o conteúdo com a finalidade de despertar o interesse e facilitar o ensino e a aprendizagem da Matemática (SCHNEIDER, 2006; SILVA, 2008; MENEGHETTI, 2009; LUCAS, 2009; MORAES, 2010; RODRIGUES, 2011; COSTA, 2012; AZEVEDO, 2012; ROSSI, 2012; ROSA e OREY, 2012; MATTEI, 2012; OLIVEIRA; LOPES, 2012; SANTOS, 2014; COSTA, 2014; FERREIRA, 2015; SOUZA, 2016; MENEZES, 2017).

É evidente que, nesse processo, além de se ter o conhecimento de estratégias do que facilita ou dificulta o aprendizado de tópicos específicos, há de se ter o conhecimento de conteúdo, pois, como afirma Shulman (1986a, 1987), esses elementos são essenciais para o desempenho docente. De acordo com o autor, como já mencionado, existe uma base de conhecimento ligada ao conteúdo e à pedagogia como fazendo parte de um corpo indistinguível de compreensão, assumida como necessária aos professores. Em consonância com Shulman (1987), Ball et al. (2010) também apontam que “o quanto os professores conhecem a matemática é fundamental para a capacidade de usar sabiamente os materiais didáticos, avaliar o progresso dos alunos e fazer julgamentos sólidos sobre apresentação, ênfase e sequenciamento” (BALL et al., 2005, p.14, tradução nossa).

Numa visão mais ampla, segundo Ball et al (2010) despertar o interesse do aluno pela disciplina envolve ainda a relação que o professor tem com a Matemática, seus conhecimentos sobre o conteúdo e a finalidade que atribui ao ensino da disciplina, como também a relação e o conhecimento que se tem dos sujeitos envolvidos, como o conhecimento sobre os alunos e suas características e a capacidade de antecipar o que eles pensam sobre o

que está sendo ensinado, o que inclui ouvir o aluno, perceber falhas e interpretações equivocadas sobre os conteúdos, imaginar o que eles podem achar difícil ou fácil e o que poderá despertar ou não sua motivação, as crenças e experiências junto às noções da disciplina (Ball et al., 2010).

Direcionamos 3 questões (8, 9 e 10) do questionário para investigarmos sobre a forma como os professores aprenderam matemática e o processo de ensino.

Logo, ao perguntar como classificaria a sua formação acadêmica em relação à possibilidade de trabalhar com a Matemática nas aulas (questão 8), tivemos que oito dos nove professores veteranos e 78% dos professores em formação acreditam ter recebido uma boa formação para o exercício da docência, supondo que estejam se referindo à formação acadêmica no tocante ao conhecimento matemático e ao conhecimento pedagógico que os preparou para exercer bem sua profissão.

Presenciamos nos trabalhos agrupados no eixo 2 de nosso estudo, que algumas pesquisas debateram essa carência de articulação entre o conhecimento matemático e o conhecimento pedagógico nos cursos de formação acadêmica de professores. Esses estudos discutem que os professores que ensinam Matemática enfrentam dificuldades no que se refere ao domínio do conhecimento necessário à difusão do saber matemático em sala aula. E atribui isso à falta de articulação entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos pedagógicos na licenciatura (DUARTE; OLIVEIRA; PINTO, 2010).

Segundo Shulman (1986a), uma boa formação acadêmica para o ensino precisa combinar conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico, ou seja, saber o que ensinar e como ensinar.

Ainda no que se refere à questão 08, apenas um dos professores veteranos apontaram como regular a formação que receberam. Essa foi uma pergunta que certamente os levou a pensar sobre sua formação, podendo ter avaliado não só a instituição, como também a si próprio, numa espécie de autoavaliação. Nessa perspectiva, D' Ambrosio (1996, p. 97) destaca que o “conceito de formação de professor exige um repensar. É muito importante que se entenda que é impossível pensar no professor como já formado. Quando as autoridades pensam em melhorar a formação do professor, seria muito importante um pensar novo em direção à educação permanente [...]”.

Repensar sobre a formação recebida envolve o ato de refletir sua docência diante das exigências da atualidade; por isso, Veiga et al. (2015) pontuam que a formação é permanente e constante; exige adequação para ajustar a visão do mercado.

Para Ball et al. (2005), a formação acadêmica para o ensino de Matemática deve contemplar uma compreensão profunda da matemática que irão ensinar e em vários níveis além do que eles esperam ensinar. Recomendam, ainda, que os professores façam cursos de Matemática para aperfeiçoar na área.

Em seguida, perguntamos aos professores se a forma como aprenderam matemática interfere no ensino desta disciplina (questão 9). Os resultados obtidos foram registrados na tabela 1 a seguir:

**Tabela 1 - A forma como aprenderam matemática interfere no ensino desta disciplina**

<b>Professores</b>	<b>Sim</b>	<b>Não</b>	<b>Em parte</b>	<b>Não opinaram</b>
Professores veteranos	33%	0%	67%	0%
Professores em formação	58%	0%	36%	6%

Fonte: dados da pesquisa

Nesta tabela 1, nota-se que não houve professor que negasse a interferência. Nenhum professor respondeu que não. De forma geral, conclui-se que quase todos concordam que há uma. Esses resultados vêm reafirmar o que os autores Mellado et al. (1997) e Serrazina (2003) ressaltam, que aquilo que os futuros professores vivenciam nas suas aulas de Matemática condicionará fortemente sua filosofia de ensino. Logo, as experiências vividas com a disciplina, a forma como o conhecimento matemático foi construído pelos futuros professores, serão fatores importantes para o desempenho docente.

Na sequência foram indagados se ensinam Matemática da mesma forma que aprenderam quando eram estudantes (questão 10). Os resultados se encontram na tabela 2 a seguir:

**Tabela 2- Abordagem dos conteúdos em sala de aula**

<b>Professores</b>	<b>Sim</b>	<b>Não</b>	<b>Em parte</b>	<b>Não opinaram</b>
Professores veteranos	0%	22%	78%	0%
Professores em formação	11%	31%	53%	5%

Fonte: dados da pesquisa

Respectivamente, 53% e 78% dos professores em formação e veteranos responderam que isso acontece em parte, o que vem reafirmar os percentuais de 58% e 33%; 36% e 67% sobre a ideia de que a forma como aprenderam matemática interfere no ensino desta

disciplina, apresentados na tabela 1, quando os participantes admitem que há interferência na forma de ensinar.

Como já constatamos em nossa amostra, os professores tendem a ensinar do mesmo modo como foram ensinados. Considerando a sua trajetória, desde a experiência adquirida na escolarização até a sua formação inicial, os professores, conscientes ou inconscientemente, apoiam suas ações em um modelo implícito de conceber o ensino e aprendizagem, adquirido durante sua escolarização (SERRAZINA, 2012). Em comum acordo, Mellado, Ruiz e Blanco (1997) também se referem ao conhecimento profissional dos professores como algo que se constrói desde a sua infância, pois estes profissionais são os que mais tempo passam na escola e tomam, não raras vezes, os seus próprios professores como modelos.

Para os participantes as características importantes para ser um bom professor de Matemática são (questão 11):

**Quadro 9 - Características importantes para um bom professor**

<b>Professores veteranos</b>	<b>Professores em formação</b>
1º Domínio do conteúdo	1º Gostar do que faz
1º Orientador/ mediador	2º Domínio do conteúdo
2º Gostar do que faz	3º Orientador/ mediador

Fonte: dados da pesquisa

Aparecem como características importantes para os professores veteranos, o domínio do conteúdo e ser orientador/mediador, enquanto para os professores em formação o gostar do que faz. Um percentual de 6% dos professores em formação ressaltou outras características, como ter uma boa didática; ter carisma, ser dinâmico, criativo, motivador e ser reflexivo-orientador.

Consideramos que as características assinaladas são atributos importantes para os professores e acreditamos que uma não anula o valor da outra, mas, ao contrário, ambas contribuem e potencializam o desempenho do exercício docente.

O domínio do conteúdo, julgado pelos professores veteranos como característica de um bom professor, já foi ressaltado por alguns autores (SHULMAN, 1986a, 1987; BALL et al., 2005, 2008; GODINO; FONT; WILHEMI, 2008) como sendo uma característica central para a qualidade do ensino. Os mesmos autores destacam a relevância de os professores conhecerem de forma aprofundada os conteúdos que ensinam para melhores resultados no processo de ensino aprendizagem. Ball et al. (2005) apontam que muitos estudos demonstram que o conhecimento matemático dos professores ajuda a apoiar o aumento do desempenho

dos alunos.

Quanto a ser orientador/mediador, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) ressaltam que

para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36).

Percebemos mais uma vez a importância do domínio do conhecimento matemático como fator importante para desempenhar a função de orientador/mediador, pois examinar os trabalhos dos alunos, ouvir, responder de maneira flexível à dificuldade, ao caráter do conteúdo e à capacidade dos alunos, utilizar exemplos úteis e direcionar requer discernimento e entendimentos matemáticos adicionais.

Shulman (1987) afirma que, conscientemente ou não, o professor transmite ideias, atitudes e entusiasmos em relação ao que está sendo ensinado e aprendido, e isso influencia notoriamente na compreensão do aluno.

Em outra questão, buscamos conhecer a percepção dos professores do grau de interesse de seus alunos pelos conteúdos de Matemática. Essa questão pode nos dar indício de como é a relação dos alunos com a Matemática.

**Quadro 10 - Percepção do grau de interesse dos alunos**

<b>Professores veteranos</b>	<b>Professores em formação</b>
1° Indiferente	1° satisfeito
2° satisfeito	2° indiferente
3° insatisfeito	3° muito satisfeito
4° muito satisfeito	4° insatisfeito

Fonte: dados da pesquisa

Essa pergunta trouxe certo desconforto para o professor, já que, de forma indireta, é um reflexo de sua prática pedagógica. Quase a metade, 40% dos professores em formação decidiram não opinar, alguns desses professores participantes chegaram a dizer que acontece de tudo: uns gostam, outros não gostam e ainda outros gostam mais ou menos.

Contudo, observamos que a resposta *indiferente* foi a opção mais destacada pelo professor veterano, com 67% dos que responderam, enquanto que, para o professor em

formação, a mais destacada foi *satisfeito*, com 25%. Embora boa parte dos professores veteranos e em formação perceba que os alunos estão satisfeitos quando apresentam os conteúdos matemáticos, a maioria dos professores veteranos que apontou como sendo indiferentes mostra um dado preocupante, já que é possível que nos indique que os conteúdos matemáticos para os estudantes não oferecem razão ou nenhum atrativo.

Esses dados indicam que os conteúdos e a forma como eles estão sendo trabalhados nas escolas não estão atendendo nem despertando interesse nos alunos; aparentemente, eles não conseguem ver a importância nem a razão de se estudar tais conteúdos, por não identificarem a sua relevância para a vida, seja ela social ou profissional. Essa constatação vem ao encontro dos resultados de pesquisa encontrado por Freitas et al. (2005, p.89), os quais salientam que “os saberes e os processos de ensinar e aprender tradicionalmente desenvolvidos pela escola mostram-se cada vez mais obsoletos e desinteressantes para os alunos”.

Não se pretende aqui, frente ao exposto, apontar responsáveis, pois é preciso ter uma visão mais apurada para entender os motivos que chegaram a esta situação que pode ser por diversas razões, tais como as já citadas na questão 7 pelos professores participantes quando perguntados sobre as dificuldades ao ensinar Matemática e eles apontaram: a falta de interesse por parte dos alunos, a falta de base, recursos insuficientes etc.

Por ora, enfatizamos que a formação de professores precisa vincular os conteúdos matemáticos às situações do dia a dia da escola. Conforme Serrazina (2003, p. 67), “os cursos de formação de professores devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências de aprendizagem que se quer que os alunos experimentem”.

Nesse contexto a qual se encontram esses resultados os pressupostos pedagógicos que devem reger as atividades do ensino devem ser analisados na busca da coerência entre o que se pensa fazer e o que realmente se faz (D’AMBROSIO, 2007). Assim, o professor deve procurar se conscientizar de suas funções, conhecer seu ambiente de trabalho, conhecer seus educandos, visando um planejamento de atividades que possam ser realmente aplicadas e que sejam significativas e com objetivos definidos. Portanto, alunos e professores devem se conhecer, conhecerem seus interesses, expectativas e se comprometerem com atitudes de acordo com suas necessidades (FIORENTINI, 2003; D’AMBROSIO, 2007).

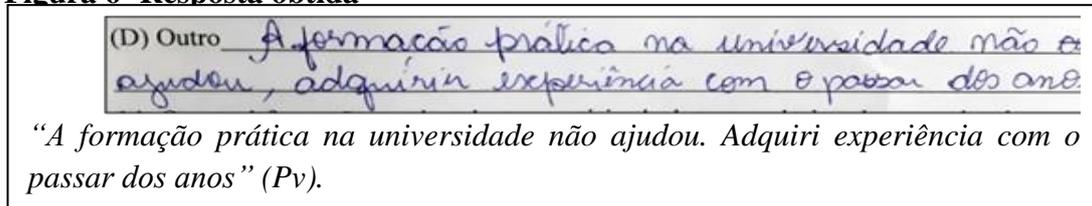
Ao serem perguntados se a experiência na sua formação acadêmica contribuiu para a prática profissional no ensino de Matemática, abordando os conteúdos que iriam ensinar no Ensino Básico (questão 13), a maioria dos professores tanto em formação quanto os veteranos, apontaram as disciplinas da graduação como a única experiência de formação que

de fato contribuiu para a sua prática profissional e, portanto, para o conhecimento que têm sobre os conteúdos disciplinares para ensinar.

De acordo com D'Ambrosio (1993), Mellado et al. (1997) e Serrazina (2003, 2012), os professores aprendem com a prática de seus professores; logo, podemos inferir que a ação educativa dos professores veteranos e em formação poderá estar atrelada à ação educativa de seus próprios professores.

Ainda, 9% de ambos os grupos de professores veteranos e em formação acrescentaram que a sua própria experiência foi o que de fato contribuiu para a sua prática profissional. Uma professora veterana ressaltou (Figura 6):

**Figura 6- Resposta obtida**



Uma parcela de professores consideraram as suas próprias experiências na docência como o principal fator que tem lhe ajudado na sua formação profissional, como foi o caso da professora veterana (figura 2). Nesta direção; D'Ambrosio (1993) menciona que a sala de aula constitui um campo de formação tanto para alunos quanto para o professor, pois, da mesma forma que os alunos constroem seu conhecimento matemático através de suas experiências com a Matemática, os professores constroem seu conhecimento sobre o ensino da Matemática por meio de suas experiências com o ensino. Da mesma forma para Shulman (1986b) a sala de aula também é lugar de formação de professores, pois o seu conhecimento evolui com o ensino. Consoante Shulman (1986b), Ball et al. (2005) denominam de sabedoria pedagógica o conhecimento do conteúdo adquirido com a prática. Para eles, o conhecimento aumenta com o tempo: os professores vão ganhando domínio do conhecimento de acordo com o desenvolvimento profissional.

Por fim os resultados deste bloco de análise revelam que a maior parte dos professores, tanto veteranos quanto em formação, acredita que a formação acadêmica em Matemática contribuiu e tem contribuído para a sua atuação docente, destacando especialmente as disciplinas da graduação como instrumentos que tenham ajudado na sua atuação no Ensino Básico. Isso possibilitou pensarmos na importância dessas disciplinas e o seu papel

fundamental na formação acadêmica do professor, pois, como mencionado, a forma como são concebidos os conhecimentos matemáticos exerce uma grande influência na forma como os professores irão ensiná-los. Como se verifica, as experiências vividas com a Matemática em sala de aula pelos professores, a forma como são trabalhados os conhecimentos matemáticos nos cursos de formação, têm fortes chances de serem reproduzidas e aplicadas em sua atuação docente; então, espera-se que os cursos de formação dos professores oportunizem reflexões, diretrizes, estágios e práticas; e um novo olhar sobre os conhecimentos matemáticos já adquiridos, para que o professor possa pensar e repensar, contemplando possíveis mudanças no processo de ensino aprendizagem da Matemática.

Não desmerecendo o valor inestimável da sabedoria da prática, e como o professor aprende ensinando, os encontros de professores na Atividade Complementar (AC), as preparações de aula, os estudos e outras experiências enriquecedora, mas entendemos ser oportuno também destacar, devido às demandas da sociedade, a necessidade de se buscar novos aperfeiçoamentos em sua área de atuação, investindo na qualidade do conhecimento de conteúdo de Matemática, enquanto desempenham o exercício da profissão, visto que as universidades não formam profissionais prontos e acabados. “A formação é um processo, por isso inacabado, não avança no isolamento”, afirma Veiga (2015, p. 32). Diante de uma área como a da Matemática, tão significativa e presente em nossas vidas, além da sala de aula, a formação continuada é uma das possibilidades de se aperfeiçoar e, por meio dela, o professor poderá inovar e refletir sobre os conhecimentos para o processo de ensino e aprendizagem, sejam eles nos grupos de estudos e ou cursos adicionais.

Logo, a formação acadêmica é a porta principal para conhecer mais a fundo a área específica de conhecimento; no entanto, ela não é a única. É necessário buscar outras possibilidades de aprofundar-se nos conhecimentos matemáticos, pois, acreditamos que, quanto mais o professor conhece o objeto com que trabalha, mais possibilidades de construção de estratégias para a qualidade de ensino ele terá.

## **Bloco II - Conhecimento comum, especializado e ampliado: percepção global e experiências do professor**

A análise deste bloco refere-se à experiências formativas vivenciadas sobre a Matemática e, sobretudo, relativas a Medidas de Comprimento.

O conhecimento matemático do professor pode ser expresso e manifestado de diferentes

formas; por isso, convêm destacarmos que as inferências de nossas análises podem ser consideradas aproximações (preliminares) aos estudos tomados como referência.

Ao solicitarmos para enumerar as unidades temáticas de conteúdo que recebia ênfase em sua sala de aula (questão 14), os professores veteranos colocaram primeiro em evidência a unidade temática Espaço e Forma, enquanto que os professores em formação colocaram Grandezas e Medidas. Ao analisarmos as respostas não queremos descartar a suposição que estas unidades temáticas escolhidas pelos professores veteranos e em formação podem ter sofrido influência da temática em estudo e o contexto das perguntas contidas no questionário. Contrária a respostas dos pesquisados, os estudos de Gusmão et all (2011) apontou que o eixo de conteúdo mais trabalhado por parte dos professores foi Números e Operações.

**Quadro 11 - Unidade temática com mais ênfase em sua sala de aula**

<b>Professores veteranos</b>	<b>Professores em formação</b>
1º Espaço e forma	1º Grandezas e medidas
2º Grandezas e medidas	2º Números e operações
3º Números e operações	3º Espaço e forma
3º Tratamento da informação	4º Tratamento da informação

Fonte: dados da pesquisa

Sabemos que as duas unidades temáticas como mais ênfase dada pelos participantes se inter-relacionam. O conteúdo de Grandeza e Medidas tem uma relação direta com o conteúdo de Espaço e forma. As Grandezas estão muito presentes na Geometria. Bellemain e Lima (2002) apontam que há inúmeras possibilidades do emprego de grandeza na atribuição de significado de outros conceitos matemáticos; além disso, seu papel tem sido apontado como muito importante na articulação entre os domínios matemáticos da Geometria e outras áreas.

Conforme Chamorro e Belmonte (2000), há muito tempo, as concepções sobre Medidas e Geometria são indissociáveis; eles afirmam que o desenvolvimento da Geometria na Babilônia, Egito e em toda a Grécia estava, desde o princípio, unidas as questões relativas às Medidas.

Quanto à ênfase dada a uma unidade temática em detrimento de outra, os documentos curriculares, BNCC (BRASIL, 2018), informam que “cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização” (BRASIL, 2018, p. 268). Logo, reconhecer a importância do conteúdo em cada ano de escolarização, significa conhecer habilidades que as compõem e expressam as aprendizagens essenciais a serem asseguradas aos alunos, isso constituem um conhecimento importante e exclusivo do professor. Trata-se do conhecimento

especializado ou ampliado do conteúdo.

Obtivemos ainda um percentual de 25% de professores em formação que optaram por deixar em branco, possivelmente, por terem pouca experiência com a docência e, conseqüentemente, ainda não terem o conhecimento mais aprofundado da importância de cada unidade temática em cada ano escolar.

A fim de reforçar as respostas obtidas nessa questão em análise, perguntamos quais das unidades temáticas da área de Matemática são mais importantes nos anos finais do Ensino Fundamental para ingressar no Ensino Médio (questão 15).

Os professores veteranos responderam que as unidades temáticas mais importantes para o ingresso no Ensino Médio são as de Espaço e Forma e Grandezas e Medidas, enquanto que os professores em formação responderam Números e operações (álgebra) como sendo a mais importante.

De acordo com os documentos oficiais da BNCC (BRASIL, 2018), a aprendizagem dessas unidades temáticas nos Anos Finais do Ensino Fundamental consiste nas seguintes expectativas: Números são os primeiros conteúdos e constituem as bases fundamentais de toda a matemática. Essa unidade tem como finalidade desenvolver o pensamento numérico, que é ampliado e aprofundado quando se discutem situações que envolvem conteúdos das demais unidades temáticas: Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. Em Geometria, nessa fase, precisam ser enfatizadas também tarefas que analisem e produzam transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas; dentre outras coisas, a Geometria não pode ficar reduzida à mera aplicação de fórmulas de cálculo de área. Sobre as Grandezas e Medidas, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre grandezas e entre grandezas não geométricas. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos etc. (BRASIL, 2018).

Logo, todas se fazem importantes, dentro de cada uma dessas unidades temáticas de vasto campo, há conhecimentos que contribuem para o desenvolvimento social e intelectual do aluno.

Cabe salientarmos, de acordo com a BNCC, que esta organização de habilidades propostas nas unidades temáticas indica um arranjo possível (dentre outros) e não deveria ser tomada como um modelo obrigatório para o desenho dos currículos. Essa divisão em unidades temáticas serve tão somente para facilitar a compreensão dos conjuntos de habilidades e de como eles se inter-relacionam. Portanto, ao se trabalhar uma unidade temática em um

determinado ano, há de se ter a percepção de que estes objetos de conhecimento estão contemplando outros objetos de conhecimento das demais unidades temáticas.

Para alcançar esses objetivos de aprendizagem, acreditamos que se faz necessário que o professor que ensina Matemática tenha um conjunto de conhecimentos, comum, especializado e/ou ampliado do conteúdo, pois, conforme a BNCC (2018), além da capacidade de resolver situações-problemas sobre os conhecimentos específicos, a de se ter também a competência de estabelecer relações entre as unidades temáticas, reconhecer o conhecimento que o aluno traz, conhecer o conteúdo para o ensino e sua importância para a aprendizagem do aluno (BNCC) (BRASIL, 2018).

A partir de agora, as questões aqui apresentadas compõem a segunda parte do questionário veterano/professor em formação, porém elas se enquadram no nesse Bloco II em estudo, pois, as mesmas estão direcionadas para o conhecimento comum, especializado e ampliado do conteúdo: percepção global e experiências do professor.

Com o objetivo de investigar, explorar e discutir o entendimento do professor em relação aos atributos conceitos-definições e linguagens sobre Grandeza e Medidas, perguntamos o que entendem por grandezas (questão 1). As respostas estão apresentadas no quadro 12 a seguir.

**Quadro 12 - A compreensão de professores veteranos e em formação sobre Grandeza**

Definição	Quantitativo (Pv)	Quantitativo (Pf)	(Pv+Pf)(%)
É tudo aquilo que possa ser medido	6	14	45%
São várias formas de medidas	1	8	20%
Algo de tamanho grande, imensidão.	0	2	4,2%
Área da matemática que estuda as figuras geométricas e suas características	0	2	4,2%
Imprecisas/ não avaliadas	2	8	22,2%
Em branco	0	2	4,4%
Total	9	36	100%

Fonte: dados da pesquisa

Relembrando os conceitos já apresentados neste estudo, temos que para Berlim (2011), grandeza é tudo aquilo que pode ser medido e conforme o Instituto de Pesos e Medidas de São Paulo, grandeza é um atributo de um fenômeno, corpo ou substância que pode ser qualitativamente distinguido e quantitativamente determinado (IPEM, 2016).

Essa foi uma questão que gerou inquietações entre os participantes. Durante a aplicação do questionário, observamos que três professores veteranos e cinco professores em formação

consultaram a internet por meio do celular para responder a esta pergunta. Ao verificarmos seus respectivos questionários, percebemos que, em ambos, foram registradas respostas que correspondem a: “*Grandeza é tudo aquilo que possa ser medido*”, para esta, resposta obtivemos o percentual de 45% de ambos os grupos de professores. Embora pareça simples, esta definição é abstrata, ampla e geral, e engloba todas as dimensões/atributos dos objetos a serem medidos.

Ball; Thames e Phelps (2008) referem-se ao conhecimento de compreensão de conceito-definição e preposições matemáticas como sendo um conhecimento especializado do conteúdo, de modo que a conceituação descrita acima apresenta uma linguagem formalizada e de referência, como por exemplo, como a determinada pelo Instituto de Pesos e Medidas de São Paulo (IPEM, 2016), então, consideramos a resposta como fazendo parte de um conhecimento de compreensão de conceitos-definições que pode ser especializado ou ampliado do conteúdo, devido à sua amplitude e à generalização a que a definição remete.

A partir das respostas obtidas é perceptível que a maioria dos professores, apesar de responder que privilegia as unidades de Grandezas e Medidas, e Espaço e Forma, não sabe o que significa Grandeza no contexto da Matemática. Os professores que responderam: “são várias formas de medidas” é possível que estejam atrelando o conceito de Grandeza ao ato de medir. Os professores que responderam “algo de tamanho grande, imensidão” podem ter considerado o termo Grandeza no sentido literal da palavra e não levando em conta seu significado na Matemática. Quanto aqueles que categorizamos como respostas imprecisas, responderam:

- É algo que serve para referenciar algo, alguma unidade, ou seja, diferenciar algo [...] (Pf);
- É a capacidade de um objeto ou lugar (Pf).

Esse tipo de resposta foi mais frequente entre os professores em formação e não foi analisado, são respostas relativamente difíceis de serem definidas adequadamente, por isso, a enquadrámos na categoria respostas imprecisas.

Para Chamorro e Belmonte (2000, p. 15), as grandezas “são consideradas e percebidas como atributos ou propriedades de coleções de objetos”. Gusmão; Cajaraville e Barrero (2004) mencionam que não se evidencia no ensino, em geral, a estrutura subjacente à noção matemática de grandeza (percepção, comparação, classificação, ordem etc.) e, por esse motivo, as propriedades inerentes às grandezas e as ricas relações que se estabelecem são

perdidas.

O entendimento sobre a Grandeza pode nos levar a um conhecimento comum do conteúdo, pois qualquer pessoa que trabalhe ou não com a grandeza pode responder a respeito dela. Contudo consideramos que para o professor que ensina Matemática, é importante conhecer sua conceituação, seus atributos e propriedades inerentes, por isso faz parte do conhecimento especializado ou ampliado do conteúdo, é fundamental para o ensino desse conteúdo.

Com esse mesmo objetivo da questão anterior, perguntamos: o que é medir? (questão 2). Essa também foi uma pergunta que provocou muitas inquietações nos professores veteranos e em formação. O silêncio do ambiente foi rompido por murmurinhos dos professores, ora baixos, ora altos, na tentativa de obter respostas à essa pergunta.

Nesse momento, percebemos que as dificuldades em responder tais perguntas faziam com que professores trocassem olhares e alguns até tentassem sutilmente copiar a resposta do colega. Ao ler as perguntas, uma professora veterana disse, com tom de irritação: “*eu não sei respondê-las, vou deixá-las em branco?*” (Pv5). Notamos que ela se sentiu angustiada com tal pergunta, afirmando, em seguida, que não iria responder a nenhuma delas.

Os professores veteranos e em formação foram tranquilizados quando pedimos para que eles que respondessem de acordo com aquilo que compreendessem do termo. Dos nove, dois professores veteranos consultaram a internet para responder à pergunta.

Exemplos de respostas obtidas estão no Quadro 13, abaixo:

**Quadro 13 - O que é medir**

Respostas	Quantitativo (Pv)	Quantitativo (Pf)	(Pv)+(pf)= (%)
É determinar o tamanho de algo / Verificar o tamanho, espaço e tempo/ É contar algo como tempo, velocidade e peso	2	13	34%
Quantificar as dimensões de um objeto/ Quantificar certo espaço usando uma unidade medida padrão ou popular /quantificar algo	1	9	22%
É calcular o comprimento, volume de algo/ Calcular a distância baseada em algum padrão /distância, área.	3	5	18%
Característica de uma grandeza com relação a sua dimensão /dimensionar algo/ O que pode mensurar	3	1	9%
Estabelecer parâmetros que possam mensurar algo	0	2	4%
Delimitar um objeto/ Calcular um objeto.	0	3	7%

Comparação	0	1	2%
Ação de atribuir um valor a um objeto físico	0	1	2%
Em branco	0	1	2%
Total	9	36	100%

Fonte: dados da pesquisa

Anteriormente as análises das respostas obtidas, retomamos ao conceito-definição apresentado pelos autores. Segundo Caraça (1984) medir consiste em comparar duas grandezas de mesma espécie - dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc. Para Berlim (2011), medir é o ato de comparar a quantidade de uma grandeza qualquer com outra quantidade da mesma grandeza que se escolhe como unidade – a unidade de medida.

Apenas 1 professor em formação associou o ato de medir ao termo de comparação; 22% o associaram à quantificação de algo; 18% o associaram ao ato de calcular. Isso revela que os professores apresentaram conhecimentos matemáticos acerca da definição/conceito.

Ainda temos que, dos 34% dos professores que responderam que medir é determinar o tamanho de algo/dar tamanho a algo, 13 são professores em formação. Isso nos sugere que seu conhecimento sobre o conceito de medir pode ir além de simplesmente “conhecer termos”, podendo também incluir propriedades e aplicações. Apesar de as respostas terem apresentado alguns termos matemáticos adequados ao conceito/definição, elas se revelam superficialmente embaraçadas.

Aparentemente, o ato de medir parece ser simples, à semelhança da palavra, que, morfológicamente, também parece ser simples, mas por que tanto embaraço ao tentar defini-la? Será pelo fato de fazermos isso de forma tão mecânica, que não nos damos conta do que de fato estamos fazendo?

Conforme Gusmão; Cajaraville e Barrero (2004) medir é comparar, comparar grandezas de mesma espécie associadas a um valor numérico. Para Toledo (1997, p. 271), “pode-se afirmar que medir é comparar grandezas de mesma espécie, sendo o resultado de cada medição expresso por um número”.

Chamorro e Belmonte (2000) mencionam que o conceito de medir é construído por meio dos processos de comparação, classificação e seriação de objetos diversos e afirma que, quanto mais cedo ocasionarem aos alunos processo de classificação e seriação, melhores serão os resultados na compreensão de Medidas.

As respostas obtidas relacionadas a medir (determinar ou calcular tamanhos) parecem expressar um conhecimento comum do conteúdo, pois, normalmente, as pessoas/professores

trazem esse conceito em seu entendimento. E as respostas associadas ao termo de comparar, quantificar etc. demonstram uma linguagem/compreensão que melhor aproxima da definição-conceituação e podem favorecer o processo de ensino/aprendizagem. Então, as entendemos como um conhecimento especializado do conteúdo.

Também perguntamos aos professores quais unidades de Medida de Comprimento eles conhecem (questão 3). As respostas estão apresentadas no quadro 14 a seguir:

**Quadro 14 – Unidades de Medida de Comprimento que conhece**

	Quantitativo (Pv)	Quantitativo (Pf)
• Metro (m), decímetro (dm), centímetro (cm), milímetro(mm), quilômetro (km)/ km, cm, mm, m, léguas	6	28
• Metro, pés, jardas, hectares, estádios, polegadas, ano-luz, milhas	0	5
• Metro, kg, ham, cm, mm	0	3
• Medidas de tempo, comprimento capacidade, massa, temperatura	2	0
• Conheço todas, uso o metro e o quilômetro	1	0

Fonte: dados da pesquisa

Ambos os grupos de participantes (6 professores veteranos e 28 professores em formação) respondeu mencionando o metro e seus múltiplos e submúltiplos. Nas respostas, ainda apareceu a medida léguas, que é relacionada a uma medida de comprimento equivalente a 3 milhas  $\approx 4,82803$  km. Segundo Rozenberg (2006), léguas é uma medida antiga, usada no Brasil na época do Império. 5 professores em formação confunde comprimento com área ao apontar unidades de área, tal como a 1 hectare = 10 000 m<sup>2</sup>; ainda dentro desse conjunto de resposta, aparece o ano-luz, que é uma unidade de comprimento muito usada em Astronomia, e o estádio, uma unidade de medida de comprimento usada na Grécia Clássica (dicionário online); a jarda  $\approx 0,9144$  m, a polegada  $\approx 25,4$  mm e a milha  $\approx 1.609,344$  m; 3 professores em formação trazem como resposta, além de unidades de comprimento, a unidade de grandeza massa, como a de quilograma (confunde grandezas); 2 professores veteranos mencionam exemplos de grandezas, tais como medidas de tempo, capacidade etc. (confunde grandezas); e apenas 1 professor veterano afirma conhecer todas e diz que usa o metro e o quilômetro.

Mesmo com alguns equívocos ocorridos nos resultados, podemos perceber que grande parte dos professores participantes apresenta compreensão das unidades de Medidas de Comprimento e expressa uma linguagem comum/formalizada do conteúdo.

Logo, observamos que, tanto os professores veteranos quanto os professores em

formação, revelaram conhecimentos acerca de unidades de comprimento, trazendo medidas longitudinais e distâncias. Consideramos esses elementos como parte do conhecimento comum do conteúdo, pois se referem ao ato de identificar e escrever exemplos de unidades de Medidas de Comprimento, seus múltiplos e submúltiplos e estão relacionados à concepção longitudinal. Chamorro e Belmonte (2000), em seus estudos, mencionam, em alguns pontos, matematicamente, o comprimento como sendo a dimensão de um objeto (quanto mede tal coisa?) e como ideia de distância (qual é a distância entre A e B?).

Com a intenção de verificar qual o entendimento dos participantes acerca de conceito-definições sobre medidas e os possíveis procedimentos de aproximações e enquadramento realizados, perguntamos se as medidas de grandezas são exatas (questão 4).

Essa também foi uma das perguntas que gerou murmurinhos, dúvidas, consultas e discussões em sala. Os resultados dessa pergunta podem ser apreciados na tabela 3.

**Tabela 3 - Sobre a exatidão das Medidas de Grandeza**

Professores	Sim	Não	Nem sempre	Não responderam
Professores veteranos	3	3	1	2
Professores em formação	11	15	6	3

Fonte: dados da pesquisa

No momento em que respondia à questão, um professor veterano levantou-se de sua mesa e se dirigiu até nós, pesquisadoras, dizendo: *“as medidas nem sempre são exatas, isso vai depender... ora são exatas, ora não são exatas”* (Pv8). Um dos professores em formação escreveu como resposta: *“a unidade de medida é exata, porém quando se mede algo busca-se sempre uma aproximação”* (Pf).

As professoras Pv1 e Pv4 discutiam sobre a resposta, uma dizia: *“dos padrões são sim exatas”* (Pv1), enquanto a outra falava: *“eu acho que não são exatas”* (Pv4). Em seguida, as duas professoras se entreolharam e dirigiram os olhares para nós, esperando que nos pronunciássemos a respeito do assunto.

Três professores veteranos e 11 professores em formação responderam “sim”, são exatas se supusermos que os professores que responderam sim apresentam o entendimento de que todas as medidas correspondem a um número inteiro, é provável que tenham confundido medidas exatas com medidas inteiras e tenham se esquecido das medidas reais, remetendo-se apenas às medidas que aparecem nas tarefas dos livros didáticos, as quais normalmente são representadas por números inteiros.

Como já citado por Chamorro e Belmonte (2000) e; Gusmão e colaboradores (2004), há abusos de medidas exatas nas situações-problemas trabalhadas em sala de aula pelos professores, como também nos livros didáticos. A maioria dos resultados encontrados é de medidas exatas em números inteiros, bem diferente do que se encontra nas situações da vida real. Também segundo esses autores, os erros cometidos no tratamento das estimações de medidas nas tarefas em sala de aula aparecem, muitas vezes, com certa discrepância da medida real, o que, na compreensão do aluno, prevalece o entendimento da medida como um número inteiro.

Dos professores veteranos 3 e 15 em formação, responderam “não”, não são exatas; um conhecimento importante para o ensino de Matemática, em especial, para o ensino de Medidas.

Para Chamorro e Belmonte (2000), um bom entendimento de aproximação ensinaria ao aluno arredondamentos mais apropriados para cada medição. Para o ensino, deve-se ter a compreensão de que, devido aos instrumentos de medição utilizados e aos erros humanos na leitura de suas escalas, as medidas no mundo real são aproximadas; entendemos esse conhecimento de estimativas e aproximações nas medidas, de acordo com os critérios, como sendo uma compreensão de conceitos e procedimentos que correspondem ao conhecimento especializado do conteúdo.

Um professor veterano e seis professores em formação, que responderam “nem sempre” consideram, provavelmente, as medições como possíveis de serem números (exatos) inteiros. Entre professores veteranos e em formação, o total de cinco participantes não responderam à pergunta, deixando-a em branco.

Por meio dos resultados, verificamos que houve incertezas por uma boa parte dos professores ao responder a essa questão. É possível que nunca tenham refletido sobre esse assunto, o que evidencia uma carência no ensino de Medidas e na forma como aprenderam.

Nesse sentido, verifica-se que, no processo de ensino aprendizagem, é pouco oportunizado aos alunos o ensino de estimativas e arredondamentos das medidas, uma vez que são oferecidas, na maioria das vezes, situações-problemas com medidas exatas. De acordo com Gusmão; Cajaraville e Barrero (2004), o tratamento da medida no âmbito escolar deveria abordar o duplo caráter da Matemática, exato e aproximado, e que estudantes deveriam vivenciar atividades que proporcionassem a eles uma compreensão sobre em que momento seria conveniente usar uma Matemática exata ou não. Essa flexibilidade de pensamento sobre determinados significados caracteriza um conhecimento especializado do conteúdo.

A próxima questão traz a seguinte afirmativa: “As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para compreensão da realidade” (BRASIL, 2018, p. 273). Em seguida perguntamos aos professores o que caracteriza a importância do trabalho com Medidas (questão 5). Pretendemos com essa pergunta verificar o entendimento dos professores sobre o conteúdo e sua importância para o ensino.

Obtivemos as seguintes respostas apresentadas a seguir:

**Quadro 15 - O que caracteriza a importância do trabalho com Grandezas e Medidas**

Respostas	Quantitativo (Pv)	Quantitativo (Pf)
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A importância das medidas em nossa vida/ Por fazerem parte do nosso cotidiano, auxiliam no conhecimento de mundo/Associar o conteúdo à realidade.</li> </ul>	7	24
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Para informar ao aluno o conhecimento da existência de grandeza/Que o aluno aprenda e aplique em seu cotidiano/Preparar para a vida profissional acadêmica do aluno/Para que os alunos tenham noção de espaço.</li> </ul>	1	10
<ul style="list-style-type: none"> <li>• São conteúdos a serem trabalhados em Matemática, necessita saber quais grandezas devem ser colocadas/ É importante para que o aluno desenvolva suas habilidades nos anos iniciais/Despertar a capacidade de saber medir.</li> </ul>	1	2
Total	9	36

Fonte: dados da pesquisa

Os resultados obtidos estão em torno da importância desse conteúdo na/para a vida. Verifica-se que 31 professores, sendo 7 veteranos e 24 em formação, mencionaram, de uma forma geral, a utilidade no cotidiano e a associação do conteúdo à realidade, afirmando ser essencial para o conhecimento dos alunos, o que se confirma como umas das finalidades apresentadas pela BNCC, que informa: as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento (BRASIL, 2018).

Isso implica em reconhecer a importância do conteúdo para as necessidades do dia a dia (conhecimento comum do conteúdo) dentre mais relacionar a observações empíricas do mundo real e associá-las às tarefas matemáticas (conhecimento especializado e ampliado do conteúdo).

Construir e ampliar noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade,

por meio de exemplos concretos, situações-problemas que possibilitem ao aluno viver experiências de medições e perceber a presença e a utilidade dela na vida; é preciso para isso que o professor possua o conhecimento do conteúdo, a fim de estabelecer adequadamente essas relações com situações do dia a dia. Quando isso se aplica, verifica-se um conhecimento comum, especializado e ampliado do conteúdo.

Os 11 professores veteranos e em formação que responderam acerca da sua importância para a aplicação no dia a dia nos remetem para uma visão de que o aluno pode não conhecer as grandezas e medidas antes de entrar na escola. Chamorro e Belmonte (2000) afirmam que, desde cedo, os alunos têm contato com as grandezas e medidas em suas experiências cotidianas, portanto não se trata de conteúdo primeiramente vivenciado na escola. 3 professores participantes, sendo um veterano e dois em formação, responderam que são conteúdos a serem trabalhados em Matemática, mas não expressam sua importância e utilidade para vida.

Para o ensino desse conteúdo, Chamorro (2003) orienta que o trabalho com medidas precisa ser um “desafio didático que consistirá em encontrar situações didáticas que permitam a construção do significado dos conceitos essenciais de medida, que terá que envolver o aluno, ao qual deve proporcionar as ferramentas necessárias para desenvolver a sua vida em sociedade” (CHAMORRO, 2003, p. 123).

Na sequência, apresentamos um conjunto de 3 questões, referentes aos atributos mais trabalhados e conhecidos pelos professores e as suas dificuldades.

Assim, perguntamos na Questão 6: “Dentre a unidade temática de Grandezas e Medidas, quais dessas grandezas são mais trabalhadas ou conhecidas por você. (A) Comprimento; (B) Massa; (C) Tempo; (D) Temperatura; (E) Capacidade; (F) outra; porque?”

Na tabela 4 a seguir, apresentamos o percentual obtido dos resultados.

**Tabela 4 - Grandezas mais trabalhadas ou conhecidas**

<b>Professores</b>	<b>Comprimento</b>	<b>Massa</b>	<b>Tempo</b>	<b>Temperatura</b>	<b>Capacidade</b>	<b>Outra</b>
Professores veteranos	89%	56%	67%	33%	67%	11%
Professores em formação	94%	67%	69%	44%	42%	19%

Fonte: dados da pesquisa

Observamos que as Medidas de Comprimento foram as mais citadas, tanto por professores veteranos (89%) quanto por professores em formação (94%), como sendo as mais

trabalhadas/conhecidas. As pesquisadoras Silva (2011b), Santos (2011) e Cavalcanti (2010), em seus estudos, também destacam que as Medidas de Comprimento são uma das grandezas mais trabalhadas pelos professores no Ensino Fundamental.

Ao solicitarmos que justificassem suas escolhas, 2 professores veteranos afirmaram que as Medidas de Comprimento são mais utilizadas no Ensino Fundamental nos Anos Finais e no ensino de física. E 3 professores em formação afirmaram que elas são muito usadas no nosso cotidiano. Outras justificativas e Medidas foram citadas como sendo mais conhecidas e trabalhadas:

- Essas grandezas são todas trabalhadas. Com menor ênfase a temperatura (Pv8);
- O volume e capacidade são a mesma coisa. Todas são trabalhadas por igual, porque é necessário que os alunos tenham conhecimento da sua aplicação no dia a dia. (Pv6);
- Volume, porque estão presentes no cotidiano. (Pf);
- Comprimento é a mais usada em Matemática pelo professor (Pf);
- Tamanhos de arquivos: Kb, b, mb, Gb, Tb (informática) (Pf).

As justificativas de ambos os grupos de professores, veteranos e em formação, baseiam-se na presença do conteúdo no cotidiano, reforçando algumas respostas obtidas na questão anterior.

As respostas apontam para uma habilidade importante, que é o reconhecimento da utilidade do conteúdo para o dia a dia; mas, em uma visão geral mais integrada a contemplar, acrescentamos, além do interesse da utilidade no cotidiano, o desenvolvimento da formação intelectual e sociocultural, consolidação das aprendizagens anteriores e sua ampliação; por isso, é importante que se verifique o que já foi trabalhado em cada ano, o que necessita trabalhar e o que ainda será trabalhado, para que os conteúdos possam ser contemplados e articulados entre si.

Conforme a BNCC, dentro da unidade temática Grandezas e Medidas, existe um conjunto de objetos matemáticos e habilidades essenciais a serem efetivadas em cada ano, podendo uma grandeza receber mais ênfase de acordo com o ano de escolarização. Esses objetos matemáticos e habilidades estão relacionados às aprendizagens propostas em anos anteriores e, conseqüentemente, articulam-se com as indicadas para os anos posteriores, tendo em vista que as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes (BRASIL, 2018).

Reconhecer a importância do conteúdo para o desenvolvimento do aluno em cada ano

de escolarização e saber relacioná-las a situações do mundo real; levando em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos constitui, portanto, um conhecimento especializado ou ampliado do conteúdo.

Com o objetivo de verificar a percepção das dificuldades dos professores no trabalho com Medidas, apresentamos uma relação de grandezas e solicitamos que eles as enumerassem de acordo com o grau de complexidade, sendo 1 para a opção mais fácil e assim por diante (questão 8), e em outra questão solicitamos que eles apontassem a grandeza com a qual mais sentiam dificuldades em trabalhar (questão 9).

### Quadro 16 - Grandeza considerada mais fácil/ Grandeza considerada mais difícil

Grandeza considerada mais fácil para trabalhar							
Professores em formação	Medida	Posição	(%)	Professores veteranos	Medida	Posição	(%)
	Comprimento	1º	78%		Comprimento	1º	56%
	Massa	2º	39%		Tempo	2º	78%
	Tempo	3º	31%		Capacidade	3º	56%
	Temperatura	4º	31%		Massa	4º	33%
	Capacidade	5º	47%		Temperatura	5º	78%
Grandeza considerada mais difícil de trabalhar							
Professores em formação	Medida	Posição	(%)	Professores veteranos	Medida	Posição	(%)
	Superfície	1º	34%		Superfície	1º	44%
	Temperatura	2º	28%		Temperatura	1º	44%
	Capacidade	2º	28%		Capacidade	2º	22%
	Tempo	3º	6%		Tempo	2º	22%
	Comprimento	5º	2%		-	-	
	Massa	5º	2%		-	-	
	Outra	-	2%		-	-	

Fonte: dados da pesquisa

Ambos os professores veteranos e em formação apontam a grandeza Comprimento como sendo a mais fácil para se trabalhar em sala, seguida de massa e tempo, e a grandeza superfície como a mais difícil para se trabalhar.

Ao relacionar esses resultados, aos da questão anterior, o grupo de professores participantes, aponta que a Grandeza/Medida de Comprimento é a mais conhecida, a mais trabalhada em sala de aula e uma das Medidas que os professores sentem menos dificuldades em ensinar.

É possível que a escolha dos professores pelo conteúdo de Medidas de Comprimento seja reflexo da formação recebida, por, ocasionalmente, esse conteúdo ter recebido mais atenção no período de sua escolarização/formação em detrimento de outros.

Cabe também mencionar, segundo Rozenberg (2006), que é muito difícil identificar na história das civilizações a época em que o homem começou a medir, porém é aceitável

admitir que as primeiras grandezas cujas medições pelos homens foram realizadas tenham sido o comprimento, o volume, a massa e, obviamente, o tempo.

As dificuldades na compreensão e no ensino de Medidas podem ser ocasionadas pelo fracasso das “metodologias da quietude<sup>19</sup>”, que, baseadas na escuta e repetição, privam o aluno de uma fonte inesgotável de ocasiões para aprender o que procede da sua própria experiência cotidiana, o que, muitas vezes, impede a formação de conceitos e leva o aluno a recorrer à memorização de regras não compreendidas, que só se aplicam bem por um curto espaço de tempo (BELMONTE; CHAMORRO, 2000). Consequentemente, podemos afirmar que aquilo que aprendemos bem provavelmente se torna mais fácil de ensinar. Para Almeida et al. (2017), um melhor entendimento sobre o conteúdo será essencial para identificar as áreas mais críticas em termos das aprendizagens dos alunos, pois aprofundar o entendimento que se tem do conteúdo fornecerá melhores formas de trabalhar com as dificuldades e de desenvolver o conteúdo em sala de aula. Tudo isso denota ter uma atitude crítica com relação ao conteúdo e identificar possíveis soluções compreende um conhecimento especializado ou ampliado do conteúdo.

O quadro 17 a seguir apresenta as dificuldades para trabalhar e para aprender o conteúdo Medidas por parte dos participantes da pesquisa (questão 9).

**Quadro 17 - Dificuldades para trabalhar/aprender o conteúdo de Medidas**

Respostas	Quantitativo (Pv)	Quantitativo (Pf)	(Pv+Pf)=(%)
Na transformação de medidas /conversão de medidas que possuem base decimal/alguns métodos como multiplicar e dividir/ dificuldades nas transformações de tempo: a difícil transformação em minutos.../exemplos práticos de temperatura.	5	22	60%
Associar ao cotidiano do aluno	0	5	11,2%
Falta de conhecimentos prévios dos alunos	2	2	9%
Falta de recursos	2	1	7%
Não tem dificuldades por ser um assunto muito frequente na vida do aluno/não tenho dificuldades com esse conteúdo, mas ao trabalhar percebo que os alunos não conseguem ter uma visualização da medida.	0	2	4,4%
O problema da exatidão, pois sempre vai existir um erro por menor que seja.	0	1	2,1%

<sup>19</sup> Metodologia da quietude: termo usado pelos autores Chamorro e Belmonte (2000) para designar metodologias do ensino tradicional acentuada a transmissão de conhecimentos a partir de uma perspectiva abstrata, formal.

O assunto é deixado para ser trabalhado no final do ano e fica muito corrido.	0	1	2,1%
Depende da série que está sendo trabalhado.	0	1	2,1%
As medições são mais utilizadas em física.	0	1	2,1%
Total	9	36	100%

Fonte: dados da pesquisa

Nessa pergunta, 5 professores veteranos e 22 em formação, totalizando um percentual de 60%, apontaram a conversão das Medidas como uma das maiores dificuldades a serem trabalhadas no conhecimento de grandezas.

Vejam algumas respostas dadas pelos professores participantes:

- Esses conteúdos são abordados principalmente no 6º ano, os alunos sentem dificuldades em compreender e nem sempre usam instrumentos de medidas que também não tem para o uso do professor (Pv7);
- Medidas de temperatura apresenta maior dificuldade pelo fato de os alunos não compreenderem as transformações de uma escala para outra (celsius, Kelvin, Fahrenheit); tempo: a difícil compreensão das transformações em minutos, hora, segundos pelo fato de ter como pré-requisito a divisão e multiplicação. (Pf);
- Fazer com que os alunos consigam fazer as conversões das unidades, uma vez que a maioria deles não sabem as operações básicas (Pv2).

Como apontado pelos professores, a conversão de medidas se apresenta como um problema no processo de aprendizagem, principalmente quando trabalhada de maneira isolada das situações reais, de modo que o aluno não consegue ver o sentido para tal transformação.

Em seus estudos, Chamorro e Belmonte (2000) apontam que o problema das conversões é um dos mais complexos, já que sua compreensão se baseia sobre outras muitas concepções que precisam ser adquiridas previamente. Convém recordar que, como o sistema decimal funciona por agrupamentos de potência de dez, é fundamental que o aluno compreenda o sistema de numeração de posição, ou seja, o valor da posição e a importância do zero.

Além disso, a conversão precisa fazer sentido real para o aluno. Ainda de acordo com esses autores, os chamados múltiplos e submúltiplos da unidade apenas têm sentido para o aluno se este perceber a necessidade de uso, o que é impossível se ele não realizar atividades práticas de medição que o levem a comparar uma unidade de medida com a quantidade a medir (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Em seguida, 11,2% dos professores em formação responderam sobre as dificuldades que têm de relacionar o conteúdo com as situações do dia a dia.

Sobre a abordagem das Grandezas e Medidas no ensino, a BNCC (BRASIL, 2018) considera como sendo um tema muito rico do ponto de vista das conexões entre a Matemática e as situações cotidianas, que acaba por ser trabalhado ao longo de toda escolaridade básica. Para o ensino desse tema, a construção do conhecimento deve se dar a partir daquilo que o aluno traz com as experiências do dia a dia. Nesse contexto, examinar os conceitos prévios sobre grandezas e medidas e utilizar adequadamente os instrumentos de medição são ações indispensáveis para a sua compreensão (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Sobre a resposta da professora: *“não tenho dificuldades com esse conteúdo, mas no momento de trabalhá-lo percebo que a maioria dos alunos não entendem, não conseguem ter uma visualização da medida” (Pv6)*, pensamos que proporcionar experiências práticas e o uso de instrumentos de medições poderia contribuir para o entendimento dos alunos.

Apenas 1 professor em formação apontou o “problema da exatidão, pois sempre vai existir um erro por menor que seja”, como sendo uma dificuldade no ensino de medidas. Entendemos que esse professor se refere também ao abuso de medidas inteiras. De fato, o excesso de medidas inteiras pode acarretar um problema na compreensão das medidas, portanto demanda um trabalho de aproximações coerentes de acordo com as situações propostas.

Um professor em formação apontou que o “assunto é deixado para ser trabalhado no final do ano e fica muito corrido”. De acordo com a proposta da BNCC (BRASIL, 2018), o conteúdo de Grandeza e Medidas deve ser trabalhado ao longo do ano, o conjunto de habilidades dessa unidade temática está distribuído em cada etapa de escolarização e expressa um arranjo possível (dentre outros). Portanto, os agrupamentos propostos não devem ser tomados como modelo obrigatório para o desenho dos currículos; logo, cada escola tem a autonomia para organizar sua própria proposta.

Como já mencionado, reforçamos: “todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano” (BRASIL, 2018, p. 276).

Identificar as dificuldades sobre o conteúdo de Medidas para trabalhar/aprender é um conhecimento que se pode classificar como sendo “comum” do conteúdo. Porém, identificar não é o suficiente para ensinar o conteúdo matemático; o conhecimento para o ensino inclui a competência do professor de como ajudar o aluno a compreender. Para Ball (2003), o conhecimento especializado do conteúdo inclui a habilidade de saber estruturar e adaptar o conteúdo aos diversos interesses e capacidades dos alunos, criando novas estratégias para

facilitar a abordagem em sala de aula.

Por fim, perguntamos quais os recursos/estratégias que os professores julgam apropriados para a compreensão de Medidas no ensino (questão 10). As respostas foram enquadradas de acordo com sua semelhança e apresentadas no quadro 18 a seguir:

**Quadro 18 - Recursos/ estratégias apropriados para compreensão da Medida.**

Recursos/ estratégias	Quantitativo (Pv)	Quantitativo (Pf)
• Materiais manipuláveis para facilitar a visão e compreensão de medidas. Ex: régua, fita métrica, balança, etc.	8	19
• Relacionar sempre o conteúdo a situações cotidianas.	1	15
• Buscar os conhecimentos prévios dos alunos	0	2
Total	9	36

Fonte: dados da pesquisa

Observamos que 8 professores veteranos e 19 em formação apontaram a necessidade de se utilizar os materiais manipuláveis e a importância desses recursos para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de Medidas. 16 professores também acrescentaram a necessidade de relacionar o conteúdo às situações da vida real. E 2 professores em formação mencionam a importância de buscar os conhecimentos prévios. Consideramos as respostas obtidas como recursos e estratégias importantes para o ensino de medidas.

Apesar de reconhecer a importância desses recursos verificamos reclamações dos professores participantes sobre a falta de materiais e recursos no âmbito escolar. Logo, inferimos que o ensino de Medidas nas escolas é empreendido de modo teórico e possivelmente desprovido de medições e materiais manipuláveis, não havendo aprendizagem significativa do conteúdo, reflexo da formação e das metodologias baseadas na escuta e repetição.

É inquestionável que a qualidade do ensino de Matemática depende do conhecimento que o professor tem sobre o conteúdo e é essencial que a aprendizagem de Medidas esteja ligada a situações reais do cotidiano e ao manejo de instrumentos de medição para que este conteúdo seja aprendido com sentido.

Compreender o que pode tornar a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil para o aluno (escolha adequada dos princípios, recursos, estratégias e técnicas de ensino) constitui um conhecimento especializado/ampliado do conteúdo que são conhecimentos importantes para a tarefa de ensinar; mas queremos destacar conforme Hill, Rowan e Ball

(2005) que possuir o conhecimento especializado/ampliado do conteúdo não nos garante ganhos no desempenho dos alunos (HILL; ROWAN; BALL, 2005), mas pode ajudar significativamente no ensino de Matemática com mais qualidade.

### **Bloco III – Conhecimento comum, especializado e ampliado do professor: as especificidades do conteúdo Medidas de Comprimento**

Para análise deste bloco, apresentamos o questionário-teste, composto de 24 situações-problemas relacionadas ao conhecimento matemático de Medidas de Comprimento, que objetiva identificar possíveis conflitos de domínio de conteúdo por parte dos professores veteranos e em formação. Os participantes levaram em média 2 horas para responder ao questionário-teste.

Destacamos que, apesar de este questionário-teste ser composto por um grande número de questões, os participantes demonstraram satisfações por tê-lo respondido, o que nos deixou felizes e animadas com a pesquisa.

As análises deste questionário serão feita item a item.

A **questão 1** (Figura 7) remete à comparação de tamanhos de três crianças. Pretendia-se avaliar o domínio da expressão matemática (linguagem): “menos baixa”.

**Figura 7 - Questão 1**



**Fonte:** (adaptada de GUSMÃO, 2014)

O percentual de 42 professores participantes respondeu corretamente a situação-problema (tarefa), identificando Marquinhos como sendo a criança menos baixa. Uma pequena parcela de dois dos professores em formação assinalou como sendo Fred a criança menos baixa. E um dos professores em formação respondeu Chico, parecendo considerar

“menos baixa” a criança mediana.

Não houve professor veterano que se equivocasse com relação à identificação da criança de acordo com a linguagem utilizada. Observamos que alguns professores em formação apresentaram falta de familiaridade com a expressão. Nesse sentido, refletimos à cerca de um pensamento muito direto recomendado nos documentos oficiais e que diz respeito a comparar comprimentos utilizando termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto etc. A BNCC (BRASIL, 2018), não dando lugar a uma variação na linguagem e no pensamento, proporciona refletir se o menos baixo é o mesmo que o mais alto, assim poderia constar nos documentos oficiais expressões também como menos baixo, menos comprido etc., é uma forma a mais de expressar o raciocínio.

Chamorro e Belmonte (2000) afirmam que, em primeiro lugar, há de se destacar que o comprimento se expressa mediante adjetivos e também por pares de adjetivos, ou advérbios, opostos: curto-longo, alto-baixo, profundo-superficial, grosso-fino etc. Parece claro que a habilidade para distinguir tais propriedades precede a habilidade de expressá-las linguisticamente. Em volta de alguns desses adjetivos, há também expressões relacionadas, como: mais longo, mais baixo, menos baixo, tão longo como etc. Todas elas servem para comparar objetos em relação ao comprimento, e sua utilização e compreensão são necessárias para o desenvolvimento adequado do aluno.

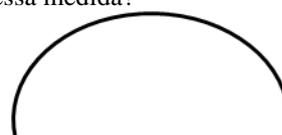
Esse é um conhecimento de entendimento de linguagens que envolve o procedimento de comparar para ordenar objetos, coisas etc., importante para o desenvolvimento do aluno. Trata-se de um conhecimento comum do conteúdo.

As **questões 2 e 3** referem-se ao conhecimento de procedimentos e objetivam analisar o conhecimento da utilização de instrumentos adequados para medir um corpo redondo e um objeto curvilíneo. O quadro 19 a seguir apresenta:

#### **Quadro 19 – Questões 2 e 3**

**Questão 2:** Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para dimensionar essa medida?

**Questão 3-** Com o furacão, alguns ferros foram contorcidos, como o que Marquinhos encontrou. Ele quer saber a medida do comprimento do aro representado abaixo. Que instrumento ele pode usar para determinar essa medida?



Instrumentos utilizados	Questão 2		Questão 3	
	Pv (quantitativo)	Pf (quantitativo)	Pv (quantitativo)	Pf (quantitativo)
Fita métrica/corda/barbante	7	24	9	30
Régua /metro/trena	-	6	-	-
Uma linha e uma régua	1	1	-	1
Compasso/transferidor/paquímetro	-	3	-	3
Fórmula	1	1	-	2
Em branco	0	1	0	0

Fonte: dados da pesquisa

Na questão 2 e 3 a maioria dos professores veteranos e em formação indicaram os mesmos instrumentos, fita métrica, corda ou barbante. Consideramos que tais professores buscaram procedimentos adequados para solucionar o problema.

Observando as respostas dos professores veteranos, verificamos que 1 professor escolheu resolver a questão 2 por meio de uma fórmula. Logo, não apresenta como resposta um procedimento adequado de resolução. Sabemos que o uso de uma fórmula também é um recurso, mas queremos destacar que, ao perguntarmos que instrumento ela pode usar para dimensionar essa medida, estamos nos referindo à utilização de um recurso material.

Quanto aos resultados dos professores em formação, temos: na questão 2, 6 participantes optaram por uma régua, metro ou trena, o que demonstra um procedimento inadequado para medidas curvilíneas e corpos redondos. Três escolheram os instrumentos compasso, transferidor ou paquímetro, e 1 mencionou a resolução por meio de fórmulas. 10 (6+3+1) dos professores em formação demonstraram não conhecer procedimentos adequados para resolver a questão proposta. Um professor deixou em branco e na questão 3, 6 (1+2+3) escolheram um procedimento que consideramos como inadequado.

Considerando que o professor em sala de aula ao trabalhar com Medidas deve proporcionar materiais de diversas procedências para realizar medições, tais como: fita métrica, régua, cordas, barbantes etc., pois eles ajudam nos problemas práticos para investigação, observação e estimativa; os professores devem possuir o conhecimento para manuseá-los. Conforme Chamorro e Belmonte (2000), muitos erros estão intimamente interconectados em razão do uso de instrumentos inadequados, como a utilização de uma régua graduada para medir o comprimento de uma curva, quando o uso de uma corda como intermediária seria mais adequado.

Por ser um conhecimento que envolve o uso de estratégias e procedimentos importantes para resolver problemas, identificar o diâmetro e utilizar materiais apropriados

para estimar, medir e comparar comprimentos, nós o consideramos como conhecimento especializado do conteúdo.

As **questões 05, 06 e 07**, apresentadas no quadro 20 a seguir, têm como objetivo a estimação e comparação de medidas e a utilização de unidades de medidas adequadas.

**Quadro 20 - Questão 5, 6 e 7**

<p><b>Questão 5.</b> Entre milímetro, centímetro, metro e quilômetro, diga qual das unidades seria melhor para medir</p> <p>a) o comprimento de um grão de arroz; b) o comprimento de uma formiga; c) a distância da Bahia para São Paulo; d) o comprimento de um lápis; e) a altura de uma casa; f) a altura de uma vaca.</p>	<p><b>Questão 6-</b> Lilica levou café para a reunião. Qual a medida aproximada do diâmetro de uma xícara de café? a) 1 cm; b) 8 cm; c) 20 cm; d) 50 cm.</p>	<p><b>Questão 7-</b> Aproximadamente, qual a sua altura?</p> <p>a) Em metros. b) Em centímetros.</p>
--	--	--

Fonte: dados da pesquisa (adaptadas de GUSMÃO, 2014)

Na questão 5, todos os professores participantes, veteranos e em formação apresentaram escolhas de medidas apropriadas para resolver a tarefa.

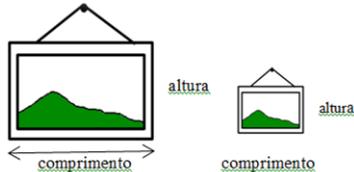
Sobre a questão 6, apenas destacamos que dois dos professores em formação que assinalaram as opções (a) 1 cm e (c) 20 cm. Esses valores para o diâmetro de uma xícara de café são incoerentes. O professor que escolheu a alternativa de 20 cm pode ter confundido o diâmetro com o comprimento da circunferência. Eleger a unidade mais adequada para medir requer a noção de Medidas.

Na questão 7, 9 professores veteranos e 34 professores em formação responderam de forma correta. Em resposta à alternativa “a”, um professor escreveu por extenso o seguinte: “cento e sessenta e sete metros”. É possível que o professor tenha confundido as unidades metro e centímetro ou, até mesmo, que tenha havido uma falha na compreensão das unidades de medidas, apresentando uma linguagem e uma representação incorretas.

Conforme Chamorro e Belmonte (2000), a tarefa dispõe de arbitrariedade na escolha da unidade para cada alternativa, porém é necessário considerar a escolha de unidades coerentes com os objetos citados. Os autores afirmam ainda que escolher uma unidade adequada para fazer uma medida envolve fazer uma estimativa que compara a quantidade a ser medida com a unidade escolhida. Nesse contexto, consideramos essa uma tarefa de representação e linguagem apropriadas que envolve um conhecimento comum do conteúdo.

As **questões 8 e 9**, dispostas no quadro 21, foram analisadas conjuntamente, por apresentarem o mesmo objetivo de comparação e conhecimento da propriedade de produto de um número racional positivo por quantidade de grandeza.

### Quadro 21 - Questões 8 e 9

<p><b>Questão 8-</b> Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor?</p> 			<p><b>Questão 9-</b> Aproximadamente, quantas vezes a medida da altura do quadro maior cabe na medida da altura do quadro menor?</p> 		
Respostas	Pv(quantitativo)	Pf(quantitativo)	Respostas	Pv(quantitativo)	Pf(quantitativo)
3 vezes	4	20	2 vezes/ 4 vezes	3	15
Nenhuma	2	8	Nenhuma	3	11
1/3 ou 0,33...	2	3	1/2	2	3
Não tem como/ não cabe	1	3	Não tem como/ não cabe	1	3
2; 2,5 vezes	0	2	2,5/1,5/0,5	0	3
			2/3	0	1

Fonte: dados da pesquisa (adaptada de GUSMÃO, 2014)

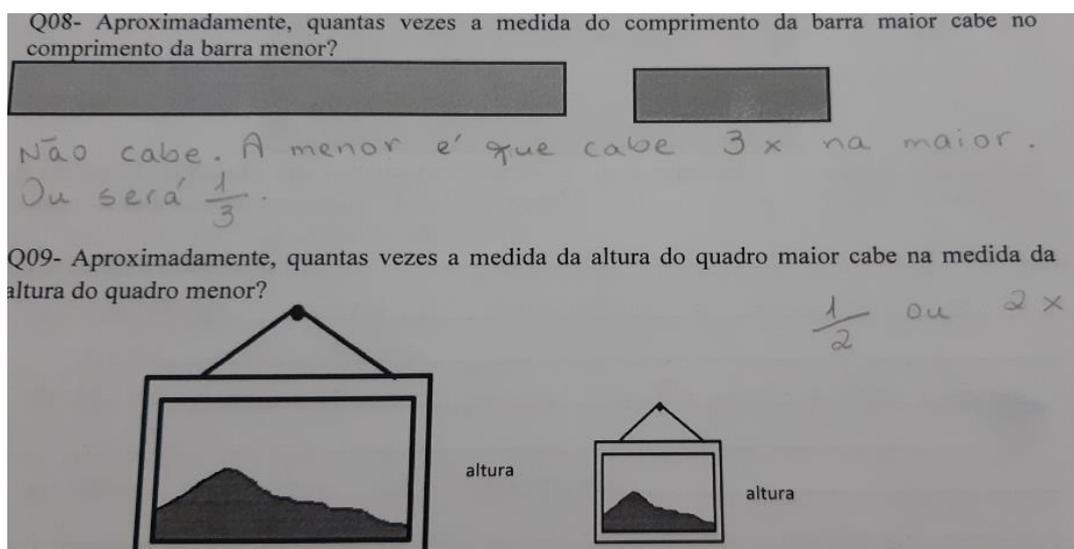
A questão 8 refere-se ao comprimento, e a 9, à altura. Ambas geraram discussões em sala. Alguns professores em formação se direcionaram até nós para perguntar se as questões estavam escritas corretamente. Respondemos que sim.

Um professor veterano perguntou: “*tem certeza que é o maior no menor?*”. No mesmo momento, uma professora veterana, admirada com tal pergunta, quis debater com a colega que estava ao lado. Algum tempo depois, ela chegou à conclusão de que era possível.

Tanto na questão 8 quanto na questão 9, 5 dos professores veteranos e em formação, respectivamente, apresentaram uma resposta aproximada que indica uma medida racional fracionária da unidade  $1/3$  ou  $0,333$  (questão 8) e  $1/2$  (questão 9). Consideramos as respostas como correta.

Veja, na figura a seguir, a resposta de um professora veterana com relação a essas perguntas:

**Figura 8 – Registro individual de uma professora veterana nas questões 8 e 9**



Verifica-se que, na questão 8, a professora ficou confusa em relação à possibilidade de um pensamento inverso quando disse: “não cabe. A menor é que cabe 3x na maior. Ou será 1/3?”. E, na questão 9, ela respondeu “ $\frac{1}{2}$  ou 2x”.

O grau de dificuldade dos participantes em pensar de maneira inversa (reversibilidade) foi notório, talvez pelo fato de esse tipo de pensamento/propriedade não ser trabalhado na escola.

Essas questões também provocaram a vontade de medir. Observamos que os participantes da pesquisa, ao realizá-la, tentavam fazer medições utilizando os materiais que tinham em mãos, tais como o bocal de uma caneta, o lápis, a própria caneta etc. As medições realizadas eram contrárias ao sentido da pergunta, ou seja, ao invés de estimar quanto o maior cabe no menor, eram feitas de quanto o menor cabe no maior. Por isso, 4 professores veteranos e 20 professores em formação responderam que cabe 3 vezes (questão 8), e 3 professores veteranos e 15 dos em formação responderam que cabe 2 vezes/4 vezes (questão 9).

O quantitativo de 4 professores veteranos e em formação respondeu: “não tem como/não cabe”, na questão 8. E, na questão 9, 3 professores veteranos e 11 em formação disseram que “nenhuma vez”.

Logo, 7 dos professores veteranos e 33 dos professores em formação apresentaram uma resposta incorreta para as questões 8 e 9.

De modo geral, nota-se que, nas duas questões, provavelmente, os professores desconhecem a noção de número racional associada à quantidade de Medidas, chegando até a

pensar que poderia haver um erro de digitação na pergunta, pois o comum e corriqueiro tem sido perguntar quanto o menor cabe no maior, e não o inverso, por não trabalharem a possibilidade da linguagem (escrita) de uma medida fracionária (racional).

Isso manifesta uma necessidade de inovação no ensino de Medidas nas escolas. Como vimos na maioria das respostas, o que se trabalha nas escolas é a concepção de parte-todo, e não os números racionais fracionários com base na interpretação de Medidas de Comprimentos.

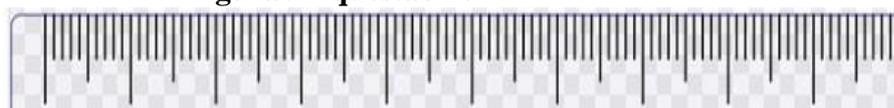
Sobre isso, Chamorro e Belmonte (2000) fazem a seguinte observação: “sabe-se que não só as quantidades naturais de grandeza são multiplicadas por números naturais, mas também se falam sobre divisores de uma quantidade” (p. 137). Por exemplo: começará definindo o produto por números racionais da forma  $1/n$  com  $n$  natural distinto de zero e depois se passará definindo por um racional positivo qualquer (CHAMORRO e BELMONTE, 2000). Segundo Caraça (1984) qualquer que sejam as medidas  $m$  e  $n$ , se  $m$  for divisível por  $n$  ( $m/n$ ) obtemos um resultado um número inteiro que é o quociente da divisão; caso  $m$  não seja divisível por  $n$ , o número diz-se fracionário  $m/n$ . De qualquer maneira o resultado será sempre uma medida racional, pois os campo dos números racionais compreende o conjunto de números inteiros, mais o formado pelos números fracionários.

Esse é um conhecimento de propriedade do conteúdo importante para trabalhar a representação de uma medida. A expressão por meio de um número racional, o conhecimento de significado e a relação inversa de parte-todo constituem um conhecimento ampliado do conteúdo de Medidas, como já definimos.

As **questões 10, 11 e 12** objetivam verificar o conhecimento sobre o uso de instrumentos de medições (procedimentos) e conceitos, uma vez que muitos erros de medições, aproximações e estimações são cometidos em razão do uso incorreto de instrumentos.

**Questão 10** - Marque na régua o número **zero** e o número **4,5**.

**Figura 9 - questão 10**

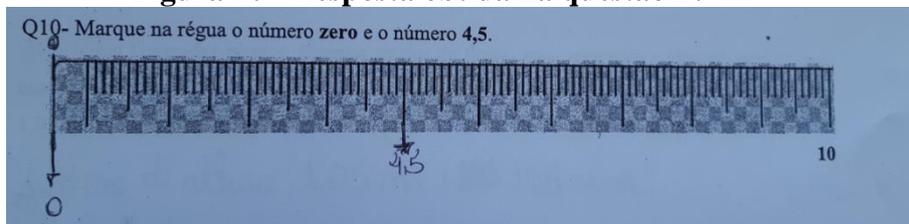


10

Não houve erros dos professores veteranos ao localizar o número 4,5 na figura ilustrada. O percentual de 35 professores em formação localizou o valor 4,5 no lugar correto,

e apenas um cometeu o erro de posicionar o 0 no início da régua, marcando o valor de 4,5 na posição incorreta, como apresenta a figura 7:

**Figura 10 - Resposta obtida na questão 10**



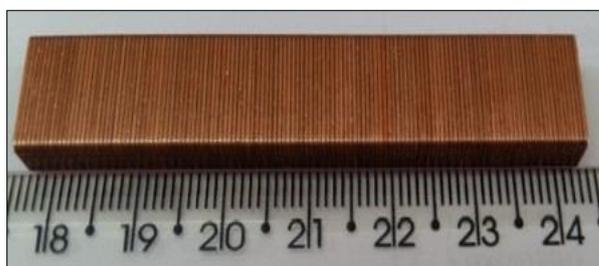
Conforme Chamorro e Belmonte (2000), esse tipo de erro é muito comum entre os alunos, que começam a medir pelo início da régua. Essa falta de familiaridade com os instrumentos convencionais decorre da falta de uso, de experiências que proporcionem o manuseio desses instrumentos. Mesmo com tantas ferramentas de medições disponíveis, como régua graduada, trena, fita métrica etc., poucas vezes ou quase nunca o seu uso é ensinado nas escolas.

Conhecer esses instrumentos, saber manuseá-los e responder corretamente às atividades matemáticas fazem parte do conhecimento comum do conteúdo de Medidas, como já foi definido anteriormente.

As **questões 11 e 12** serão apresentadas juntas e só depois as analisaremos separadamente.

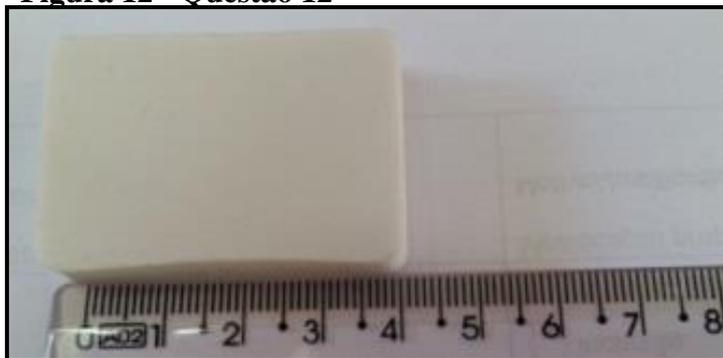
**Questão 11-** Marquinho, morador do Arraial, mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada.

**Figura 11 - Questão 11**



Qual a medida do comprimento da barra de grampos?

**Questão 12 -** Mariana mediu o comprimento de sua borracha.

**Figura 12 - Questão 12**

(adaptada de Gusmão, 2014)

E chegou à conclusão de que a borracha mede 4 cm de comprimento. A medida que Mariana encontrou está correta? Justifique.

Sobre a questão 11, 8 dos professores veteranos e 30 dos professores em formação apontaram medidas entre 6,5 cm e 7 cm, o que consideramos coerentes, pois demonstram uma boa estimativa de acordo com a figura. Um professor veterano que apresentou como resposta 66 cm, provavelmente, confundiu as unidades centímetro e milímetro.

Quanto ao professor em formação que respondeu o valor de 7,9 cm, acreditamos tenham começado a contagem da unidade de centímetros a partir do primeiro milímetro; em relação ao que obteve a medida de 12 cm, em ambos os casos, consideramos como estimativas ruins, pois, comparando com a figura, o erro absoluto é mais de 1 cm, e essa diferença é notória para um objeto que não é relativamente “grande”. Os 2 dos professores que deixaram sem resposta. Por não termos condições de inferir as possíveis causas de respostas como 0,066 cm, optamos por não analisá-las.

A conceituação de uma estimativa boa ou ruim vai depender do tamanho do objeto que está sendo medido, por exemplo: quanto menor o objeto, mais precisão deve se ter na medida. Pensamos também em outros objetos, referindo a outras grandezas que, quanto mais valioso aquilo que se mede (ouro, caviar, perfume etc.), menor é a unidade utilizada e, portanto, mais cara também (CHAMARRO; BELMONTE, 2000).

Consideramos esse conhecimento de conceito de estimativa importante no ensino de medida e o classificamos como um conhecimento especializado ou ampliado do conteúdo, pois requer uma noção mais aprofundada do assunto.

Na questão 12, conforme mostra a figura, há um erro de medição, pois a borracha é posicionada antes do zero na régua graduada.

Obtivemos um bom resultado, pois todos os professores veteranos apresentaram uma

resposta satisfatória, dizendo que a resposta não está correta. Destacamos 8% dos professores em formação que não responderam, talvez pelo fato de não conseguirem visualizar a figura, e 4% que responderam sim, que a resposta está correta.

Como já mencionamos, medir posicionando o objeto no início da régua, antes do ponto zero, é um erro comum de medição cometido também pelos alunos. Segundo Chamorro e Belmonte (2000), o uso incorreto de instrumentos provoca erros de medições e é comum ver os alunos, por exemplo, colocarem a régua de modo que o zero não coincida com o final do comprimento a ser medido, obtendo, assim, o resultado inferior ao da medida real.

Contudo, os resultados indicam uma resposta satisfatória para a questão, pois a maioria dos professores identificaram o erro de posicionamento, e demonstra possuir conhecimento sobre o uso desse instrumento de medição e das unidades de Medidas de Comprimento. Esse conhecimento é considerado um conhecimento comum do conteúdo.

A próxima questão envolve as relações entre as unidades de medidas mais usuais, tendo como finalidade verificar a linguagem e sua utilização em diferentes representações de uso convencional figural, simbólica, compreensão do significado sobre os múltiplos e submúltiplos das Medidas de Comprimento.

Vejam na tabela a seguir, o quantitativo de professores que alcançaram um bom resultado por apresentarem uma linguagem matemática (notação) adequada às suas representações:

**Tabela 5 – Questão 13: Leitura e escrita de medidas**

	<b>1,245 m</b>	<b>62,5 cm</b>	<b>0,80 m</b>
Escritura correta, unidade correta	20	36	38
Escritura correta, erro nas unidades	16	5	3
Outros casos	9	4	4

Fonte: dados da pesquisa

Em ambas as medidas, encontramos discrepância em alguns resultados obtidos. Nota-se que há ainda uma carência no entendimento do significado que envolve o Sistema Métrico Decimal (SMD).

Destacamos que 1 professor em formação apresentou a resposta de “mil metros e duzentos e quarenta e cinco metros” e 2 que responderam “um quilômetro duzentos e quarenta e cinco metros”. A medida 1,245 m foi a alternativa em que mais encontramos problemas de leitura e escrita.

Logo, a leitura e a conceituação das medidas são dificuldades encontradas por alguns professores, como podemos constatar. Chamorro e Belmonte (2000) afirmam que alguns

erros de leitura e escrita de medidas podem estar ligados ao sistema de números decimais (valor posicional). A utilização de trocas é precisamente o que se parece entre o sistema de medida e o sistema decimal, pois, em ambos os casos, faz-se necessária a compreensão das distintas ordens de unidades para entender e elaborar escrituras numéricas. Por requerer um entendimento de leitura formalizada do conteúdo, classificamos esse conhecimento como sendo um conhecimento especializado e também ampliado do conteúdo.

A seguir, no quadro 22, estão dispostas os quantitativos das respostas das **questões 14 e 15**, que objetivaram investigar o procedimento de resolução por comparação e ordenamento.

#### Quadro 22 - Questões 14 e 15

<b>Questão 14</b> - Ordene as medidas da menor para a maior: 0,25 cm; 0,09 cm; 0,13 cm; 0,07 cm.			<b>Questão 15</b> - Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que, com o passar dos dias, elas tinham, respectivamente, 1,05 m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.		
<b>Respostas</b>	<b>Pv</b>	<b>Pf</b>	<b>Respostas</b>	<b>Pv</b>	<b>Pf</b>
0,07 cm ; 0,09 cm ; 0,13 cm ;0,25 cm	9	35	125 cm; 1,05 m; 155 mm	5	21
0,25 cm; 0,13 cm; 0,09 cm; 0,07 cm	0	1	1,05 m; 125 cm; 155 mm	1	9
			155 mm; 1,05 m; 125 m	1	3
			155 mm; 1,25 cm; 1,05 m	1	2
			Em branco	1	1

Fonte: dados da pesquisa

Dados que todas as medidas estavam na mesma unidade foi possível ter bons resultados apresentados na questão 14: todos professores veteranos e 35 em formação compararam e ordenaram as medidas de forma correta, e apenas um professor em formação ordenou as medidas na ordem decrescente, ou seja, do maior para o menor.

Na questão 15, cujas unidades são diferentes, alcançamos o quantitativo de 26 professores responderam corretamente, sendo 5 professores veteranos e 21 em formação, um número significativo de professores que responderam corretamente (125 cm; 1,05 m; 155 mm); 9 professores em formação ordenaram: “1,05 cm; 125 cm; 155 mm”, e 1 professor veterano e 2 em formação ordenaram: “155 mm; 1,25 cm; 1,05m”. Acreditamos que respostas como estas tenham sido produzidas devido às dúvidas na conversão de medidas. Segundo Chamorro e Belmonte (2000), quando aparece o zero logo após a vírgula, pode ocorrer de a pessoa interpretar o número decimal como um casal de números inteiros. Exemplo: 1, 05 m existe 1 metro e 5 subunidades. Para os autores, essa é uma possível causa

da confusão nas subunidades e na ordenação entre elas.

Os 11% dos professores veteranos e os 8% dos professores em formação que dispuseram em ordem crescente (155 mm; 1,05 m; 1,25 cm) talvez tenham se atrapalhado na leitura, confundido ordem crescente com a ordem decrescente, ou mesmo identificado a menor medida como a maior ou vice-versa.

Para solucionar a situação-problema nº 14, uma das alternativas de procedimento seria realizar a comparação entre os pares de algoritmos, verificando a linguagem “do menor para o maior”, e encontrar o seguinte resultado:  $0,07 \text{ cm} < 0,09 \text{ cm} < 0,13 \text{ cm} < 0,25 \text{ cm}$ . Já na situação problema nº 15, um dos possíveis procedimentos seria o de realizar comparação e conversão (se achar necessário) das medidas, depois ordená-las e obter a seguinte sequência:  $125 \text{ cm} > 1,05 \text{ m} > 155 \text{ mm}$ . Em ambas as situações, trata-se de um problema de transitividade, que se produz por comparação entre os algoritmos; primeiro se compara dois a dois os elementos e depois se escolhe o maior ou menor. Somente em seguida é que se empreende a terceira comparação (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Ambas as questões envolvem o conhecimento de comparação e ordenação de comprimentos, além da conversão de medidas na questão 15, que envolve conhecimento da propriedade transitiva no conteúdo de medidas, supondo-se a existência de um elemento intermediário entre as comparações. Classificamos esse conhecimento como especializado e também ampliado por ajudar nas representações e no raciocínio do aluno.

As questões 17 e 18, expostas no quadro 23 a seguir, objetivaram procedimentos de conversão de unidades e relações entre as unidades de medidas e argumentos e foram analisadas conjuntamente.

#### Quadro 23 - Questões 17 e 18

Questão 17- Dona Rosa comprou 3,5 m de mangueira para molhar a sua horta. Quantos milímetros de mangueira ela comprou?			Questão 18- Seu Toninho vai precisar de 14.350 cm de arame para cercar um galinheiro. De quantos metros de arame ele vai precisar?		
Resposta	Pv(quantitativo)	Pf (quantitativo)	Resposta	Pv(quantitativo)	Pf (quantitativo)
Correta	8	23	Correta	5	26
Incorreta	1	12	Incorreta	4	9
Em branco	0	1	Em branco	0	1

Fonte: dados da pesquisa

Para solução da questão 17, é preciso compreender que, em um metro, há 1000

milímetros, então, uma das alternativas de procedimentos seria multiplicar a medida de 3,5 por 1000. Observa-se que, nessa questão, 8 dos professores veteranos e 23 dos professores em formação apresentaram respostas corretas. Nos demais resultados, houve um problema na conversão das unidades, como no exemplo exposto a seguir.

**Figura 13 - Questão 17 (Resultado Pv5)**

<p>Q17- Dona Rosa comprou 3,5 m de mangueira para molhar a sua horta. Quantos milímetros de mangueira ela comprou?</p> $\frac{3,5}{1000} = 0,0035 \text{ cm m}$
---

Verifica-se que o professor realiza uma operação de divisão por 1000 ao invés de uma multiplicação. É como se a unidade de milímetro fosse parte dos múltiplos do metro.

Quanto à situação de nº 18, conforme apresenta o quadro, um dos possíveis procedimentos para a resolução seria a realização de uma divisão: 14.350 cm dividido por 100.

O quantitativo de 5 professores veteranos e 26 dos professores em formação apontaram a resposta 143,5 cm como correta; 4 dos professores veteranos e 9 dos professores em formação apresentaram respostas com erros de conversões.

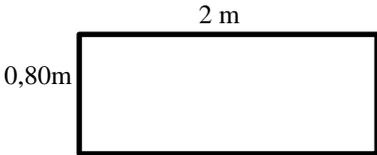
Nota-se que o percentual maior dos erros acontece em razão de a situação-problema envolver o procedimento da conversão das medidas, o que representa um grande problema no processo de ensino. Isso se confirma nos dados produzidos no bloco II, em que 60% dos professores participantes apontaram as conversões de unidades como uma das principais dificuldades no ensino de Medidas.

Para Chamorro e Belmonte (2000), “hoje em dia, as grandezas e suas medidas têm constituído e constituem um ‘cavalo de batalha’ para estudantes e professores, que muitas vezes se transformam em um ‘campo de tortura’ quando abordam o problema das conversões”. Para os autores, o problema das conversões é um dos mais complexos, já que se concentra em muitas outras concepções previamente adquiridas. Como o sistema decimal funciona por agrupamentos de potência de dez, é fundamental que se compreenda o sistema de numeração e a importância do zero. Tudo é reduzido à multiplicação e à divisão pela unidade seguida por zeros (CHAMORRO; BELMONTE, 2000). O entendimento sobre o sistema métrico decimal e a compreensão para realizar as conversões de unidades de medidas

constituem um conhecimento importante para o professor que ensina Matemática. Por isso, consideramos esse conhecimento do conteúdo como sendo especializado e também ampliado.

As **questões 16 e 19**, apresentadas no quadro 24 a seguir, compreendem situações-problemas que envolvem os procedimentos de concepção de perímetro de retângulos.

### Quadro 24 - Questões 16 e 19

<p><b>Questão 16-</b> Dona Gertrudes quer dobrar as medidas do seu galinheiro, representado a seguir.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Qual será a medida do perímetro de seu novo galinheiro?</p>			<p><b>Questão 19-</b> Para fazer novas demarcações, seu Joaquim dividiu um terreno retangular em quatro partes, um galinheiro, um chiqueiro, um celeiro e uma horta na parte quadrada. A quantidade de tela para cercar cada parte está indicada na figura. Quantos metros de tela ele utilizou em volta do terreno?</p> <div style="text-align: center;">  </div>		
Respostas	Pv (%)	Pf (%)	Respostas	Pv (%)	Pf (%)
Correta	6	16	Correta	6	7
Incorreta	2	18	Incorreta	3	24
Em branco	0	2	Não terminou	0	5

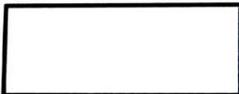
Fonte: dados da pesquisa

Verificamos que 6 professores veteranos e 16 professores em formação apontaram na questão 16 a resposta correta, de 11,2 m. O quantitativo de 18 professores em formação não conseguiu chegar a um resultado satisfatório. Alguns professores somaram as medida da largura e do comprimento e, em seguida, dobraram a medida, obtendo 5,6 m, confundindo a propriedade de alteração das dimensões da largura e comprimento; 2 dos professores em formação dobraram os valores das medidas, mas não efetuaram o perímetro; 2 dos professores veteranos apontou o resultado de 6,4 m, como mostra o exemplo da figura 11 (resposta de um Pv):

**Figura 14 - Resposta dada a questão 16**

Q16- Dona Gertrudes quer dobrar as medidas do seu galinheiro, representado a seguir.

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ 0,8 \\ \hline 6,4 \end{array}$$



Qual será a medida do perímetro de seu novo galinheiro?

$4 \cdot 0,80 \cdot 2 = 6,4 \text{ m}$

O professor dobra a largura e multiplica pelo comprimento ( $0,80 \times 2$ ), numa provável confusão entre área e perímetro.

Uma pequena parte ainda se atrapalha com o conceito de perímetro e área. O conceito de perímetro desde cedo é trabalhado nas escolas como sendo um caso particular da grandeza comprimento. Como afirma Barbosa (2002, p. 39), “desde cedo, a noção de perímetro – comprimento do contorno vai sendo acompanhada do conceito de medida desse mesmo comprimento”.

Sobre a questão 16, a finalidade era investigar a propriedade sobre o que ocorre com a medida do perímetro de um retângulo quando dobra seus lados; assim, temos que, dobrando os seus lados, também se dobra a medida de seu perímetro - BNCC (BRASIL, 2018). Essa é uma propriedade importante e a consideramos como um conhecimento comum do conteúdo.

Quanto à questão 19, para respondê-la, uma das alternativas de procedimentos é a de determinar as dimensões de cada parte a partir da quantidade de tela já apresentada em suas respectivas áreas (partes), realizar a conversão e, em seguida, indicar a quantidade de tela necessária para colocar em volta do terreno, obtendo a resposta de 22 m.

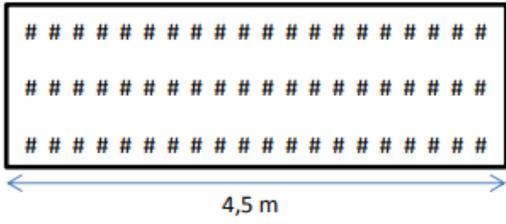
As respostas obtidas para essa questão foram discrepantes e, pela diversidade, procuramos destacar somente aquelas que foram apresentadas com maior frequência. Assim, 6 professores veteranos e 7 professores em formação apontou 22 m, ou seja, manifestou um conhecimento de propriedade do objeto matemático e o utilizou para a resolução; 5 dos professores em formação apresentaram 220 dm como resposta, ou seja, realizaram as operações matemáticas para determinar as dimensões, no entanto não realizaram a conversão das medidas; 3 dos professores veteranos e 24 dos professores em formação apresentaram respostas incoerentes; destes, alguns confundiram perímetro com área.

Diversas respostas foram dadas pelos professores, talvez pelo fato de envolver conceitos além de perímetro e conversão de medidas. Logo, essa é uma questão com maior nível de complexidade em relação às demais. Embora seja possível resolvê-la possuindo apenas o conhecimento comum do conteúdo, ela requer o domínio de mais de um conceito, além do conhecimento de estratégias e procedimentos para sua realização. Nós a consideramos como um conhecimento especializado do conteúdo por envolver um grau de habilidade maior para solucioná-la.

As **questões 20, 21, 22 e 23**, apresentadas nos quadros 25 e 26 a seguir, objetivaram realizar operações que envolvem cálculos de medidas e suas conversões.

Analizamos duas a duas separadamente.

### Quadro 25 - Questões 20 e 21

<p><b>Questão 20</b> - Nos fundos da fazenda de dona Rosa, foi recuperada a horta no formato retangular de 4,5 m de comprimento. Foram plantadas mudas de hortaliças, deixando em cada muda espaçamentos de tamanhos iguais. Sabendo que foram plantadas 20 mudas em cada fileira, qual o tamanho do espaço deixado entre uma muda e outra?</p>			<p><b>Questão 21</b> - Zeca queria demarcar o campinho de futebol que eles usavam antes de o furacão ter atingido o Arraial. Desenhou usando a escala 1: 200. Quais as dimensões reais em metros (comprimento e largura) do campinho de futebol, sabendo que a escala estabelecida para cada 1 cm do desenho corresponde a 200 cm na medida real?</p>		
					
Respostas	Pv (quantitat.)	Pf (quantitat.)	Respostas	Pv (quantitat.)	Pf (quantitat.)
Correta	4	3	Correta	6	18
Incorreta	5	23	Incorreta	2	14
Em branco	0	1	Em branco	1	3
Não terminou	0	9	Não terminou	0	1

Fonte: dados da pesquisa

Pela diversidade de respostas na questão 20, iremos destacar alguns resultados. O quantitativo de 4 professores veteranos e 3 dos professores em formação apontou o resultado correto de 0,225 m; 10 professores em formação deixaram em branco e/ou não terminaram os cálculos; para aqueles que não terminaram os cálculos pensamos que possivelmente, esses professores ficaram com dúvidas para resolver ou já estavam se sentindo cansados para continuar resolvendo as questões do questionário.

Na questão 21, foi preciso efetuar mais de um procedimento, como os de comparação, divisão, razão, conversão, escala, obtendo o resultado de 15 m por 22 m.

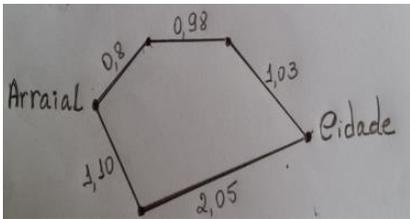
O número de 6 professores veteranos e 18 professores em formação apontaram 15 m e 22 m; 2 professores veteranos e 14 professores em formação não converteram em metros, apresentando os resultados em centímetros (1500 cm e 2200 cm). O restante produziu respostas discrepantes do resultado correto. Também nesta situação, houve professor que apresentou um resultado de área; 1 professor veterano e 4 professores em formação não responderam ou deixaram a questão em branco.

Na realização das questões 20, 21, 23 e 24, foi preciso efetuar mais de uma operação para chegar a um resultado satisfatório. Para o ensino desses conceitos que envolviam

operações de divisão de número racional, conversão de medida, razão, escala comparação de comprimentos, cálculo de diferença e saber trabalhá-las de forma eficiente, há a necessidade de um conhecimento mais aprofundado do conteúdo; por isso, nós o consideramos como especializado e também ampliado.

As questões 22 e 23, expostas no quadro 26 a seguir, também envolvem operações e conversões de medidas.

### Quadro 26 - Questões 22 e 23

<p><b>Questão 22</b> - O mapa mostra a distância do Arraial à cidade mais próxima, onde há dois caminhos. As distâncias estão indicadas em quilômetros. Qual a diferença em metros entre o maior e o menor caminho?</p> 			<p><b>Questão 23</b> - Um retângulo 0,5 m x 1m foi dividido em quadradinhos de 1 dm de lado. Se colocar todos os quadradinhos em fila, qual será a medida do comprimento da fila formada?</p>		
Respostas	Pv (quantitat.)	Pf (quantitat.)	Respostas	Pv (quantitat.)	Pf (quantitat.)
Correta	6	15	Correta	4	3
Incorreta	3	19	Incorreta	5	28
Em branco	0	2	Em branco	0	5

Fonte: dados da pesquisa

Na questão 22, 6 professores veteranos e 15 professores em formação apontaram 340 m ou 0,34 km; consideramos ambos os resultados como corretos; 3 dos professores veteranos e 19 dos professores em formação apontaram resultados discrepantes da resposta correta.

Na questão 23, verifica-se uma quantidade considerável de resultados diferentes. Para obtenção do resultado, uma das possíveis soluções seria realizar as conversões das dimensões e, em seguida, realizar a multiplicação, ou realizar a multiplicação das dimensões e, em seguida, a divisão por 1 dm, obtendo 50 dm.

Os percentuais de 4 professores veteranos e 3 professores em formação conseguiram chegar à resposta de 50 dm; 5 professores veteranos e 28 dos em formação apresentaram erros de cálculos e conversões; e 5 professores em formação deixaram a questão em branco.

Para a questão 24 do questionário, solicitamos aos professores que analisassem os resultados de algumas operações e, em seguida, colocassem V para verdadeiro ou F para falso, apresentando as suas respectivas justificativas (argumentos matemáticos).

**Questão 24** - Coloque V ou F e justifique:

- a)  $8m \times 4m = 32$
- b)  $\frac{125}{25cm} = 5$
- c)  $8m \times 5 = 40 m$
- d)  $8m \times 5 = 40$

A seguir, os resultados apresentados na tabela 6 a seguir:

**Tabela 6 - Resultados obtidos na questão 24**

	Pv (%)	Pf (%)
FFVF	6	18
FFFF	1	4
FVVF	1	4
VFFF	0	4
VVVV	0	2
VFVF	1	2
VVVF	0	1
Em branco	0	1

Fonte: dados da pesquisa

O percentual de 6 professores veteranos e 18 professores em formação analisaram corretamente, porém poucos professores apresentaram a justificativa. Outros analisaram corretamente, mas suas justificativas não foram corretas.

Para Ball e Bass (2003), os professores precisam saber justificar, analisar erros, generalizar e propor definições. Identificar erros constitui um conhecimento comum do conteúdo, porém compreender a natureza do erro, explicar as ideias e procedimentos, além de possuir habilidades para representá-los e explicá-los de forma adequada para os alunos constitui um conhecimento especializado do conteúdo, pois o ensino envolve mais do que identificar uma resposta incorreta, o ensino requer conhecimento para dimensionar a fonte de um erro matemático e fornecer explicações para regras matemáticas comuns (BALL e BASS, 2003).

O reconhecer uma resposta errada de um determinado cálculo, essa capacidade de identificar o erro pode ser vista como um conhecimento comum do conteúdo, enquanto classificar a natureza do erro, especialmente de um erro desconhecido, requer geralmente agilidade no pensamento sobre números, atenção a padrões e flexibilidade de pensamento sobre determinados significados. Assim, essa situação é característica do conhecimento

especializado e/ou ampliado do conteúdo (BALL et al., 2010).

A seguir exemplo de resposta obtidas:

**Figura 15 - Exemplo de resposta obtida na questão 24**

Q24- Coloque V ou F e justifique:

a)  $8m \times 4m = 32$  F  $8m \times 4m = 32m^2$

b)  $\frac{125}{25cm} = 5$  F Não tem a unidade de 125

c)  $8m \times 5 = 40m$  F Não tem a unidade de 5

d)  $8m \times 5 = 40$  F Não tem a unidade de 5

a) F  $8m \times 4m = 32m^2$ ; b) F Não tem a unidade de 125; c) F Não tem a unidade de 5; d) F Não tem a unidade de 5.

Na resposta, o professor, além de argumentar como falso, apontou a resposta como  $8m \times 4m = 32m^2$ . Para ele, essas medidas estavam se referindo a um cálculo de área de uma figura qualquer. Sobre essas situações apresentadas para os alunos fora de um contexto, Chamorro e Belmonte (2000, p. 48) mencionam: “é fácil encontrar, sobretudo em resolução de problemas, escrituras do tipo:  $7m \times 4m = 28m^2$ ;  $625/5 = 125 = 125cm$ . Embora os problemas de simbolização sejam complexos, acreditamos que seria uma grande ajuda para o aluno entender cada uma das etapas contextualizando com a realidade” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 48, tradução nossa). Logo, os alunos precisam de definições utilizáveis, dentro de uma situação que eles possam entender.

**Figura 16 - Exemplo de resposta obtida na questão 24**

Q24- Coloque V ou F e justifique:

a)  $8m \times 4m = 32$  F - falta unidade de medida

b)  $\frac{125}{25cm} = 5$  ? (125 medida de quê?) F - falta unidade.

c)  $8m \times 5 = 40m$  V - verdadeiro, multiplicação por escalar

d)  $8m \times 5 = 40$  F - falta unidade de medida

a) F- falta unidade de medida/ b) ? (125 medida de quê?) (F)- falta unidade/ c) V- verdadeiro, multiplicação por escala.

O que se espera de professores que ensinam matemática é que eles questionem e levem os alunos também a questionarem, como faz a professora ao interrogar: “? (125 medida de quê?)”. O questionamento diante das tarefas é uma habilidade que o professor que ensina matemática deve cultivar. O argumento da professora, remete ao contexto, anteriormente

mencionado por Chamorro e Belmonte da necessidade de contextualização do conteúdo.

Analisando os resultados das questões propostas no questionário-teste veteranos/professor em formação, apresentamos o quadro síntese dos resultados.

**Quadro 27 - Síntese**

Questões	Pv (n=9) acertos (%)	Pf (n=36) acertos (%)	Questões	Pv (n=9) acertos (%)	Pf (n=36) acertos (%)
1	100%	92%	14	100%	97%
2	78%	63%	15	56%	53%
3	100%	80%	16	78%	44%
5	100%	100%	17	89%	64%
6	100%	94%	18	56%	72%
7	100%	97%	19	67%	19%
8	22%	8%	20	44%	11%
9	22%	8%	21	67%	80%
10	100%	94%	22	67%	42%
11	88%	83%	23	44%	8%
12	100%	92%	24	67%	50%

Fonte: dados da pesquisa

Analisando os resultados, a percepção é que obtivemos resultados melhores com os professores veteranos. Pode-se observar que os professores veteranos que participaram da nossa pesquisa tem entre 7 à 27 anos de serviço, entre muitas outras coisas que compõe sua formação, destacamos a experiência com o ensino, a experiência de sala de aula, que conforme D'Ambrósio (1993, p. 39) “da mesma forma que os alunos constroem seu conhecimento matemático através de suas experiências com a Matemática, futuros professores constroem seu conhecimento sobre o ensino da Matemática através de suas experiências com o ensino”. Logo, na sala de aula também se encontra o lugar de formação de professores. Segundo Ball, Hill e Bass (2005) o conhecimento aumenta com o tempo, de acordo com o desenvolvimento profissional, os professores ganham experiência no domínio do conhecimento.

Destacamos em vermelho alguns resultados com percentuais muito baixos, tais como os apresentados nas questões 8, 9, 20 e 23. As questões 8 e 9 averiguam o conhecimento da propriedade reversibilidade, que se trata do produto de um número racional positivo por uma

quantidade de grandeza (representação de uma medida fracionária). A questão 20 envolve conhecimento de divisão de número decimal e conversões de unidades de medidas e questão 23 envolve conhecimento de multiplicação de medidas e conversões de unidades de medidas.

As questões 18 e 21 sinalizadas em verde foram as que obtivemos resultados dos professores em formação como maior percentual de acertos. A tarefa 18 envolve procedimento de conversão de medidas, e a questão 21 envolve procedimentos de: comparação, divisão, razão, conversão, escala.

E em azul, destacamos a questão 19 com uma discrepância acentuada entre o resultado de 67% (pv) e 19% (pf), a tarefa envolve conhecimento de perímetro, e procedimentos de divisão, cálculo de dimensões de largura e comprimento de figuras planas e conversão de unidades de medidas.

Verificamos que em quase em todas as tarefas que envolvem o entendimento de conversão de medidas, o percentual de acertos foram diminuindo em ambos os grupos de professores, o que corrobora a afirmação de Chamorro e Belmonte (2000) quando diz ser o trabalho com as grandezas e suas medidas um ‘cavalo de batalha’ para estudantes e professores, principalmente, quando envolve conversões de unidades de medidas.

## CAPÍTULO IV- CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao tecer as considerações finais, rememoramos neste primeiro parágrafo o relato pessoal manifestado na introdução desse trabalho, *a minha primeira dificuldade com Matemática relacionada ao conteúdo de Medidas de Comprimento, mas especificamente ao procedimento de conversão de Medidas*. Em termos pessoais esta dissertação nos levou a refletir que as minhas dificuldades enquanto aluna e assim como a de tantos alunos, são também dificuldades de professores que ensinam Matemática. Nos questionamos, como um conhecimento tão útil acaba sendo aplicado e reduzido a tarefas fora de contextos com transformações inconscientes, sem real sentido para os alunos. Nosso estudo aponta que Grandezas e Medidas é uma temática muito cara, desde os anos iniciais (GUSMÃO ET ALL, 2011) ao ensino superior.

A fim de elucidar o alcance de nossa pesquisa, retomamos os objetivos específicos propostos. O objetivo de verificar a percepção de professores sobre a sua formação acadêmica em Matemática, foi alcançado quando os dados apontam que os professores veteranos e em formação percebem a contribuição da formação acadêmica para o exercício docente, atribuindo às disciplinas um peso importante para a construção do conhecimento que possuem e ressaltando que a forma como o professor concebe esses conhecimentos terão grande influência na forma como irão desenvolvê-los em sala de aula.

No que se refere ao segundo objetivo, diagnosticar os conhecimentos comum, especializado e ampliado de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento, pontuamos situações que evidenciaram o conhecimento comum, quando os professores reconhecem a importância e a utilidade do conteúdo de Medidas no dia a dia, identifica grandezas e expressam a necessidade de recursos e instrumentos para aprendizagem de Medidas. Observamos o domínio do conhecimento especializado quando o professor manifestou conhecimentos de linguagem, conceitos-definições de Grandezas e Medidas e entendimento de procedimentos de aproximações e enquadramentos. E verificamos o conhecimento ampliado em situações que levaram o professor a evidenciar um pensamento crítico com relação à abordagem do conteúdo em sala de aula utilizando uma linguagem mais aprofundada sobre mesmo e também ao manifestar conhecimento do que pode tornar a aprendizagem de tópicos específicos fácil ou difícil para validar estratégias e que possam ajudar o aluno na compreensão do conteúdo.

Verificamos que é significativo compreendermos que a capacidade de um professor

administrar a sala de aula e resolver um problema matemático com a utilização de materiais manipuláveis, saber explicar, relacionar com situações do dia a dia, analisando métodos de medições e estimativas, oferecer técnicas e procedimentos que facilitem a aprendizagem, requer um conhecimento especializado ou ampliado do conteúdo.

No terceiro objetivo, comparar o conhecimento de professores de Matemática veteranos e em formação sobre Medidas de Comprimento, nosso estudo apontou as diferenças de conhecimentos para ambos os pesquisados, destacando que os professores veteranos apresentaram melhores resultados no questionário-teste específico do conteúdo Medidas e Grandezas, o que pode ser explicado pelos anos de experiência no ensino, visto que têm, em média, 18 anos de atuação docente. Isso corrobora os estudos que afirmam que o conhecimento aumenta com o tempo e de acordo com o desenvolvimento profissional.

Entretanto, independentemente do tempo de experiência/formação, os resultados também apontaram que as dificuldades apresentadas por ambos os participantes, professores veteranos e em formação, são principalmente de conceitos e procedimentos de conversão de unidades de medidas e essas dificuldades parecem estar atreladas a um ensino baseado na memorização de fórmulas e regras, desprovido de experiências práticas, estratégias e instrumentos de medições.

Destacamos, nos resultados referentes ao questionário-teste, o conhecimento especializado do conteúdo, que chegou a 50% dos participantes com dificuldades relativas a conceitos-definições, linguagem, escrita de Medidas, comparação e ordenação de medidas envolvendo unidades diferentes e, principalmente, no quesito conversão de unidades. Quanto às questões que supomos uma compreensão mais ampliada do conteúdo, constatamos que menos da metade, 31%, dos participantes, obteve um resultado satisfatório. Essas questões envolviam o conhecimento de propriedades, conceitos, linguagem e conversão de Medidas.

Todos estes resultados nos fizeram repensar o processo formativo. Repensar que a concepção de professores sobre o conteúdo de Medidas inclui um trabalho direcionado à sua formação inicial e continuada, analisando a prática que o professor vem desenvolvendo em sala de aula a partir de uma base de conhecimento do conteúdo que ensina, conhecimento de estratégias e recursos que utilizam para a aprendizagem dos alunos. Se faz necessária uma formação que proporcione ao professor experiências que lhe ajude na construção dos conceitos essenciais de Medidas; na utilização de estratégias e recursos manipuláveis, pois somente manipulando materiais é possível distinguir as propriedades dos objetos, e conseqüentemente, construir conhecimentos sólidos e significativos sobre o assunto; uma

formação que ajude o professor a fazer levantamento de hipóteses e justificativas para as diferentes formas de raciocínio. Faz falta experiências que incentive o professor a criar e reinventar um processo de ensino mais autônomo e de qualidade.

A problemática do tratamento da medida em sala de aula vem sendo mostrada por muitos estudos na área de Educação Matemática e vem apontando, entre outras coisas, que o ensino de Medidas tem como base a memorização de regras e fórmulas, desprovida de experiências com medições e de significados. Apesar dos estudos apontarem essa problemática e seus estudos refletirem no currículo oficial, um longo caminho ainda precisa ser percorrido. Há necessidade de mais pesquisas.

Embora tenhamos estudado os conhecimentos comum, especializado e ampliado do professor/futuro professor de matemática para o ensino do conteúdo Medidas de Comprimento, uma questão ficou em aberto e que pode servir para estudo futuro: o conhecimento matemático sobre Medidas de Comprimento, aquele que se refere à especificidade do conteúdo, à ontologia e epistemologia do objeto matemático. Este, poderia ser estudado, por exemplo, segundo algum modelo cognitivo, visando a uma análise mais aprofundada do que o professor conhece dessa Matemática, não só do ponto de vista filosófico-didático, mas de um ponto de vista epistêmico do conteúdo.

Finalmente, acreditamos que o longo caminho a ser percorrido perpassa pela formação inicial do professor, onde tudo pode começar, para que as dificuldades de conteúdo não sejam reproduzidas em sua sala de aula, prejudicando a aprendizagem dos alunos, impedindo-lhes de perceberem a importância e utilidade da Matemática no seu dia a dia.

Para que haja uma educação matemática forte e de qualidade para os nossos alunos é necessário que se garanta uma formação inicial sólida em conteúdo didático e matemático para os seus professores.

## REFERÊNCIAS

ALDER, K. **A medida de todas as coisas**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.

ALMEIDA, A.; POLICASTRO, M.; COUTO, S.; RIBEIRO, M. Conhecimento matemático especializado do professor que ensina geometria na educação infantil e nos anos iniciais: um caso de estimação de(e) medida de comprimento. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA – ULBRA, 7., 2017. **Anais...** Canoas – Rio Grande do Sul, 2017.

ALMEIDA, M. V. R.; ALVES, K. A.; SILVA, T. H. I.; SILVA, R. L. **Uma proposta de análise vertical**: investigando conhecimento matemático para o ensino de professores da Educação Básica. O projeto, sediado na Universidade Federal do ABC – UFABC, 2015.

APPLE, M.W. **Os Professores e o currículo**: abordagem sociológica. Lisboa: Educa, 1997.

APPLE, M. W. **Manuais escolares e trabalho docente** - uma economia políticas das relações de classe e de gênero na educação. Lisboa: Didáctica, 2002.

ARAMAN, E. M. O.; BATISTA, I. L. Contribuições da história da matemática para a construção dos saberes do professor de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 27. n. 45, p. 1-30, abr. 2013.

ARAÚJO, A. J.; SANTOS, M. C. **Avaliação Externa do Projovem: o caso de áreas e volumes**. Rio Claro (SP), ano 22, n. 33, p. 23-50, 2009.

ARAÚJO, L. F. S. de; DOLINA, J. V.; PETEAN, E.; MUSQUIM, C. dos A.; BELLATO, R.; LUCIETTO, G. C. Diário de pesquisa e suas potencialidades na pesquisa qualitativa em saúde. **Revista Brasileira Pesquisa Saúde**, Vitória, Espírito Santo, p. 53-61, jul./set. 2013.

AZEVEDO, P. D. O conhecimento matemático na educação infantil: o processo de formação continuada de um grupo de professoras. 2012

BACKENDORF, V. R. **Uma sequência didática de medidas de comprimento e superfície no 5º ano do Ensino Fundamental**: um estudo de caso. 2010. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

BALL, D. L.; BASS, H. **Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching**. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Ed.). Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, 2002.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Eds.), **Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**. Edmonton, Alberta, Canada: Canadian Mathematics Education Study Group. Groupe Canadien d'étude en didactique des mathématiques), 2003. p. 3-14.

BALL, D. L.; HILL, H. H.; BASS, H. **Knowing mathematics for teaching**: Who knows

mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 2005.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2010.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Ed.). **Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**, 2002.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BARBOSA, P. R. **Efeito de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação) - UFPE, Recife, 2002.

BARRETO, V. **Paulo Freire para educadores**. São Paulo: Arte & Ciência, 1998.

BARROS, A. L. S. **Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos do 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado)/ Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

BATISTA, R. M.F. **Uma análise do sentido do número a partir do conhecimento sobre medidas**. 2009. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2009.

BAUERSFELD, H. Remarks on the education of elementary teachers, preservice and inservice. In: BAUERSFELD, H. **Three papers, occasional paper 150 of the IDM**. Bielefeld, 1993.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: Ed. da SBHMat, 2002. v. 1.

BERNARDES, M. F. L. **Um Estudo sobre a Aprendizagem do Conceito de Medida com o uso de Materiais e em Ambiente Computacional**. 2004. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

BORJONO, J. R.; AYRTON. **Matemática- Fazendo a Diferença**. 6. ano. SP: FTD, 2006.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRANDÃO, K. A.; **Saberes Docentes de Professores do Ensino Fundamental Sobre Grandezas e Medidas: Interações em Um Grupo de Estudo**. Artigo/ Instituto Federal do Espírito Santo, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria da educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental** – Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil** /Ministério da Educação e do

Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. Vol.3. Brasília: MEC\SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2001. v. 3.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 2011a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2012: Matemática**. Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2011b.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Fundamentos pedagógicos e estrutura geral da BNCC. **Base nacional comum curricular**. Brasília, DF, 2018.

Disponível em:

<[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=56621-bnccapresentacao-fundamentos-pedagogicos-estrutura-pdf&category\\_slug=janeiro-2017-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=56621-bnccapresentacao-fundamentos-pedagogicos-estrutura-pdf&category_slug=janeiro-2017-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 10 fev. 2018.

BRITO, A. F. **Um estudo sobre a influência do uso de materiais manipulativos na construção do conceito de comprimento como grandeza no 2º ciclo do ensino fundamental**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, 2003.

CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, C. R.; PRADO, M. E. B. B.; SIVA, C. A. Formação Continuada do Professor de Matemática: espiral de aprendizagem na formação reflexiva. **Revista: Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande/MS, p.25-36, 2012.

CANNE, D. V.; **Uma análise praxeológica das Situações de Aprendizagem referentes à noção de área e perímetro nos anos finais do Ensino Fundamental**. Artigo/ Universidade Federal de Pernambuco- Recife, 2014.

CARUSO, P. **Professor de matemática**: transmissão de conhecimento ou construção de significados. 2002. Tese (Curso de Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. **Escolha e uso do livro didático**. Volume 17, Brasília, 2010, p.15-30.

CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas no guia de estudo no pré-jovem urbano sob a ótica da teoria antropológica do didático**. Dissertação (mestrado em Educação Matemática e suas tecnologias) / Universidade Federal de Pernambuco, 2012.

CARVALHO, H. A. F. **Investigando o conhecimento matemático para o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental em um curso de licenciatura em pedagogia mineiro**. Artigo (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), 2015.

CASTANHO, S. B.; MEDEIROS, S.; FAJARDO, R. **Trabalhando com grandezas e medidas**. 2014. Artigo - Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), 2014.

CAVALCANTI, R. F. G. Grandezas e medidas na Educação Infantil. Dissertação- Programa de Pós-graduação da Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

CHAMORRO, C.; BELMONTE, J. M. **El Problema de La Medida** - Didactica de las Magnitudes Lineales. Madrid: Sintesis, 2000.

CHAMORRO, M. C. **El tratamiento escolar de las magnitudes y su medida**. Didáctica de las Matemáticas para Primaria por Pearson Educación, Madrid, 2003.

CHESTÉ, B. S.; SANTOS, R. T.; NETO, S. C. G. A construção do conhecimento matemático de uma turma de alunos do Ensino Médio num espaço sociocultural: Uma postura etnomatemática. **Bolema**, vol.27, Rio Claro, 2013.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa em Ciências Humana e Sociais**. ed. 3. São Paulo: Cortez, 1998. (Biblioteca da educação. Série 1. Escola; v.16).

CHOPPIN, A. **Los manuales escolares. Historia y actualidad**. París: Hachette, 1998.

Conselho Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (**CONMETRO**), 1988. Disponível em: <<http://www.inmetro.gov.br/resc/pdf/RESC000114.pdf>. Acesso: março de 2018

COONEY, T. J. On the application of the science to teaching and teacher education. In: BIEHLER, R. et al. (eds.). **Didactics of mathematics as a scientific discipline**. Dordrecht: Kluwer, 1994.

COSTA, R. M. D. B. **Superação de lacunas de conhecimentos matemáticos no ensino fundamental**: a integração entre a construção da aula e o uso da caça ao tesouro. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Franciscana, Santa Maria, 2012.

CUNHA, M. R. K. Estudo das elaborações dos professores sobre o conceito de medidas em atividades de ensino. Tese (Doutorado) Faculdade de Educação da Universidade Federal de Campinas, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de professores de matemática para o século XXI: o grande desafio. **Pro-posições**, v. 4, n.1, p. 35-41, mar. 1993.

D'AMBRÓSIO, B. S. **Educação matemática**: da teoria à prática. 5. reimpressão. Campinas, SP; Papyrus, 2017. (Coleção Perspectiva em Educação Matemática).

D'AMBROSIO, B. S., & LOPES, C. E. **Práticas que redimensionam o sucesso em matemática**. In B. S. D'Ambrosio, & C. E. Lopes, Ousadia criativa nas práticas de educadores matemáticos (pp. 269-283). Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.

D'AMORE, B., FONT, V., GODINO, J.D. **La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**. Paradigma, XXVIII (2), 49-77, 2007.

DEMO, P. **Pesquisa e informação qualitativa: aportes metodológicos**. 5. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

DEVLIN, K. **O gene da matemática**. Tradução Sérgio Moraes Rego. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 2006.

DUARTE, A. R. S.; OLIVEIRA, M. C. A.; BERTONI, P. A relação conhecimento matemático versus conhecimento pedagógico na formação do professor de Matemática: um estudo histórico. **Zetetiké – FE, Unicamp**, v. 18, n. 33, jan./jun. 2010.

FELDMANN, M. **Formação de professores e escola na contemporaneidade**. São Paulo: Senav, 2009.

FERNANDES, S. H. A. A.; HEALY, L. A Inclusão de Alunos Cegos nas Aulas de Matemática: explorando Área, Perímetro e Volume através do Tato. **Boletim de Educação Matemática**, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil, v. 23, n. 37, p. 1111-1135, 2010. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221915012>>. Acesso em 10 mar. 2018.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. Dissertação (mestrado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

FERREIRA, C. C. M. **Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor**. 2014. Tese (Mestrado em Educação) - UFMG, BDTD, 2014a.

FERREIRA, L.F.D. **Comprimento, Área e Perímetro: análise da abordagem das grandezas geométricas à luz da teoria dos campos conceituais**. Universidade Federal de Pernambuco, 2014b.

FERREIRA, M. J. A. **A Produção do Conhecimento Matemático ao se estar-com as TIC: um estudo fenomenológico**. Artigo (TCC) - Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação à Distância, 2015. Disponível em: [www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/GD6\\_Miliam\\_Ferreira.pdf](http://www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/GD6_Miliam_Ferreira.pdf)>. Acesso em: 10 set. 2018.

FIGUEIREDO, A. P. N. B.; BELLEMAIN, P. M. B.; TELES, R. A. M. **Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação**. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 28, n. 50, p. 1172-1192, dez. 2014.

FIGUEIREDO, A. P. N. B. **Resolução de Problemas sobre a Grandeza volume por alunos do Ensino Médio: um estudo sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, 2013.

FIORENTINI, D. **Rumos da Pesquisa Brasileira em Educação Matemática: o caso da produção científica em cursos de Pós-Graduação**. 1994. Tese (Doutorado em Metodologia de Ensino) - FE/UNICAMP, Campinas, 1994.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos**

teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2007. (Coleção Formação de Professores).

FIorentini, D.; Miorim, M.A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática**. Boletim da SBEM. SBM: São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FIorentini, D.; Nacarato, A. M.; FERREIRA, A. C.; LOPES, C. E.; FREITAS, M. T. M.; Miskulin, R. G. S. **Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira**. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, UFMG, n. 36, p. 137-160, 2002. (Dossiê: A pesquisa em Educação Matemática no Brasil).

FIorentini, D.; PEREIRA, E. M. A. (Org.). **Cartografias do trabalho docente**. 3. reimpressão. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino de matemática no Brasil. *Zetetiké*, Campinas, ano 3, n.4, p.1-37, 1995.

FLORES, E.; ESCUDERO, D. I.; AGUILAR, A. Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. In: BERCIANO, A. et al. (Org.). **Investigación en Educación Matemática XVII**. [S.l.]: Bilbao, 2013. p. 275–282.

FLORES-MEDRANO, E; ESCUDERO-ÁVILA, D. I; MONTES, M; AGUILAR, A; CARRILLO, J. Nuestra Modelación del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, el MTSK. In: CARRILLO, J. et al. (Org.). **Un Marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas**. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones, 2014. p. 70–92.

FONT, V.; PIETROPAOLO, R.; SILVA, J. F. Relações entre conhecimentos e competências na formação inicial de professores de matemática. **Acta Latinoamericana de Matemática**. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, 2016.

FONSECA, Maria C. F. R. **Por que ensinar Matemática**. Presença Pedagógica, Belo Horizonte, v.1, n.6, mar/abril, 1995.

FREITAS, M. T. M.; NACARATO, A. M.; PASSOS, C. B.; FIORENTINI, D.; FREITAS, F. F.; ROCHA, L. P.; MISKULIN, R. S. O desafio de ser professor de matemática hoje no Brasil. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa, 2005. p. 89-105.

FREITAS, R. S. A. **Do conhecimento (matemático) primeiro**: grandezas e medidas no centro das atenções. 2009. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2009.

GARCIA, J. E. **Proyecto docente**. Universidad de Sevilla. 1995.

GÉRARD, F.-M.; ROEGIERS, X. **Conceber e avaliar manuais escolares**. Porto: Porto Editora, 1998.

GIARDINETTO, J. R. B. **Matemática Escolar e Matemática da vida cotidiana**. Campinas: Autores Associados, 1999.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 14, n. 3, p. 325-355, 1994.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In: SIERPINSKA, A.; KILPATRICK, J. (Eds.). **Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity**. Dordrecht: Kluwer, A. P. 1998. p. 177-195.

GODINO, J. et al. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, v. XXVII, n. 2, p. 221-252, 2006.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. Granada. n. 20, dez. 2009.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 14, n. 3, p. 325-355, 1994.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In: SIERPINSKA, A.; KILPATRICK, J. (Eds.). **Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity**. Dordrecht: Kluwer, A. P. 1998. p. 177-195.

GODINO, J.D.; BATANERO, C. **Proporcionalidade e seu ensino para professores**. Departamento de Didática da Matemática. Universidade de Granada, 2003. Disponível em: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica. In: CONFERENCIA INVITADA AL - CIBEM, 6., 2008. **Anais...** Puerto Montt (Chile), Enero 2009. p. 4-9.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P. Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. **REVEMAT**, v. 8, n. 1, p. 46-74, 2013.

GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHEMI, M. R. **Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico**. 2008. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/indice\_eos.htm>. Acesso em: 10 mar. 2018.

GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHEMI, M. R.; CASTRO, C. de. Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. In: CONFERENCIA ESPECIAL INVITADA EN LA 21 REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA (RELME), 2007. **Anais...** Maracaibo, 2007.

GODINO, J. D.; RIVAS, H.; ARTEAGA, P. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v.7, n.2, jul./dez. 2012.

GODÓI, A; GUIRADO, J. **Grandezas e medidas do cotidiano no contexto escolar**. 2009. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/2170-8.pdf>. Acesso: 07 ago. 2018.

GOMES, J. V. **Grandezas e medidas**: um estudo da transição entre os anos iniciais e os anos finais do ensino fundamental. 2014.

GUSMÃO, T. C. R. S., CAJARAVILLE, J. A.; BARRERO A. L. Dificuldades estratégicas de alunos e professores em formação quando enfrentam problemas de medida de grandezas. **VERITATI- Revista da UCSal**. Educação Matemática. Salvador, ano III, n. 4, jun. 2004.

GUSMÃO, T. C. R.S; ODETTI, H.; MOURA, H.; ARAUJO, L. CARVALHO, L. Una investigación sobre los errores del niño em relación a nociones básicas de medida. **Revista - Aula Universitária**, Santa Fe, Argentina, n. 13, 2011.

GUSMÃO, T. **Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos**: una perspectiva ontossemiótica. 2006. 366p. Tese (Doutorado em Didáctica de las Matemáticas) – Faculdade de Ciências da Educação, Universidade de Santiago de Compostela, Espanha, 2006.

HILL; ROWAN; BALL. **Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement**. American Educational Research Journal, 42, 2, 371-406, 2005.

IGNÁCIO, C. A. N.; **Ensino de Grandezas e Medidas no Ciclo de Alfabetização: Conhecimentos Específicos e Pedagógicos do Conteúdo de Orientadores de Estudo do PNAIC**. Artigo/ Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

IGNÁCIO, C. A. N.; **Grandezas e Medidas ciclo de Alfabetização: conhecimentos de profissionais da Educação em processo de formação continuada**. Dissertação. Universidade Federal de Pernambuco/ Pós- graduação em Educação Matemática e suas Tecnologias, 2016.

INSTITUTO DE PESOS E MEDIDAS DE SÃO PAULO (IPEM). **Grandezas e unidades**. 2016. Disponível em: <[http://www.ipem.sp.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=358:grandezas-e-unidades&catid=68:vocabulario-de-metrologia-geral&Itemid=284](http://www.ipem.sp.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=358:grandezas-e-unidades&catid=68:vocabulario-de-metrologia-geral&Itemid=284)>. Acesso em: 07 agosto. 2016.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, QUALIDADE E TECNOLOGIA (INMETRO). 1988

KLEIN, M. R; GOLIN, A. R. LEAL A. T. REZA, D. C. R. G. POZEBON, S. **Trabalhando com medidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma experiência de iniciação a docência**. Artigo ((GEPEMat/UFSM) .Grupo de Trabalho - Educação Matemática Agência Financiadora: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior 2015 .

LEONARDO, P. P.; MENESTRINA, T. C.; MIARKA, R. **A importância do ensino da Matemática na Educação Infantil**. I Simpósio Educação Matemática em Debate. UDESC - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2014.

LIMA, A. **Ensino de Grandezas e Medidas**: uma proposta com materiais didáticos manipuláveis para o 6º ano do Ensino Fundamental. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Ponta Grossa, 2017.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Rio Claro, SP: SBHMAT, 2002. (Série Textos de História da Matemática, v. 8).

LLINARES, S. **Conocimiento y práctica profesional del profesor de matemáticas: características de una agenda de investigación**. Santiago: Tórculo Ediciones, 2014. p.9-36 (Segunda Parte: p.24-36).

LONGO, C. A. C. **O tempo e suas medições: o que pensam os professores?** GEPRAM – UFSCar Sorocaba/SP, 2015.

LORENZATO, S. **Educação infantil e percepção Matemática**. Campinas: Ed. Associados, 2006.

LUCAS, M. **O blog nas aulas de Matemática: um instrumento capaz de contribuir para que o aluno elabore e reelabore suas compreensões sobre seu conhecimento matemático?** BDTD. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade Federal de Goiás, 2009.

MATTEI, F. **A modelagem como ferramenta para a construção de conhecimentos matemáticos**. Dissertação (Mestrado) – Curso de Ensino de Ciências Exatas, Universidade do Vale do Taquari - Univates, Lajeado, 24 fev. 2012. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10737/272>>. Acesso em janeiro 2019.

MAZZI, L. C. Conhecimento Especializado do Professor de Matemática: um olhar para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Ebrapem**, n. 10, 2015, <[http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd01\\_lucas\\_mazzi-A1.pdf](http://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd01_lucas_mazzi-A1.pdf)>. Acesso em: 10 jun. 2018.

MEDEIROS, M. Crônica "**Você é o que você gosta**". Disponível: <https://gauchazh.clicrbs.com.br/columnistas/martha-medeiros/ultimas-noticias/> Novembro de 2003. Acesso: fevereiro de 2018.

MELLADO, V. J.; RUIZ, C. M.; BLANCO, J. L. Aprender a enseñar Ciencias Experimentales en la formacion inicial de maestros. **Bórdon**, v. 49, n. 3, p. 275-288, 1997

MELO, M. M. C. **Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro**. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco/ Pós-graduação em Educação, 2009.

MENEGHETTI, R. C. G. **Ensino-aprendizagem de matemática: uma proposta de intervenção em sala de aula**. 2009. Disponível em: <<http://www.sepq.org.br/IIsipeq/anais/pdf/gt2/11.pdf>>. Acesso em: 10 jun. 2018.

MENEZES, P. M. **Modelagem matemática na escola básica: caracterização do conhecimento matemático aprendido com modelagem**. Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional da Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, 2017. <https://rd.ufffs.edu.br:8443/handle/prefix/1708>. Acesso jan.2019.

MINAYO, M. C. **O Desafio do conhecimento**: pesquisa qualitativa em saúde. SP: Hucitec, 2014.

MORAES, M. S. S. Medidas e Grandezas: da Educação Infantil ao Ensino Fundamental. In: PIROLA, N.; AMARO, F. O. S. T. (Org.). **Pedagogia cidadã**: cadernos de formação. Educação Matemática. São Paulo: UNESP, Pró-Reitoria de Graduação, 2004.

MORAES, M. S. S. Grandezas e medidas. In: SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. **Pró-Letramento**: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

MORAES, M. C. **Robótica educacional: socializando e produzindo conhecimentos matemáticos**. BDTD. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde) - Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2010.

MORAIS, L. B. **Análise da Abordagem da Grandeza volume em livros didáticos de Matemática do Ensino médio**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, 2013.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **O conhecimento matemático do professor**: formação e prática docente na escola básica. 2005. Artigo - Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Matemática, 2005.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 981-1005, dez. 2013.

MOREIRA, P. C. **O conhecimento matemático do professor**: formação na Licenciatura e prática Docente na escola básica. 2004. Tese (Doutorado) - Universidade federal de Minas Gerais Faculdade de Educação, 2004.

MUNHOZ, Danilo Pereira. **Provinha Brasil de matemática**: um estudo sobre a aplicação piloto com ênfase no bloco de grandezas e medidas. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2012.

MUNIZ, C. A. Batista, C. O. e Silva, E. B. **Matemática e Cultura: decimais, medidas e sistema monetário**. Pedagogia, Mód IV do curso de pedagogia para professores em início de escolarização (PIE). Brasília/ FE/ UnB, 2008.

National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: APM, 2007.

NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: NCTM, 2000.

NOGUEIRA, I. C. N. S. A. N. **Abordagem de Grandezas e Medidas no 1º Ciclo de Ensino Básico- Identificação e caracterização de práticas lectivas no âmbito da sua exploração na sala de aula**. Trabalho de investigação. Universidade de Santiago de Compostela, 2004.

NOGUEIRA, I. C. N. S. A. N. **Abordagem Ontossemiótica de Processos de Ensino e Aprendizagem de Grandezas e Medidas no 1º Ciclo de Educação Básica**. 2015. Tese

(Doutoramento) - Universidade de Santiago de Compostela, 2015.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, S. A. J.; SOUZA, S. S. (Org.). **A formação do professor de matemática em questão: reflexões para um ensino com significado**. Jundiaí, Paco Ed., 2014.

NYE, B.; HEDGES, L.V.; KONSTANTOPOULOS, S. Do minorities experience larger lasting benefits from small classes? Evidence from a five-year follow-up of the Tennessee class size experiment. **Journal of Educational Research**, v. 98, p. 94-100, 2004.

PACHECO, J. A. **Para a noção de transformação curricular**. Cadernos de Pesquisa, v.64, n. 159, 2016

PAULA, M. K. B. **Programa Pró-Letramento Matemático uma abordagem de Grandezas e Medidas com inserção dos temas transversais**. Dissertação, 2010.

PERRENOUD, Ph. **Ofício de aluno e sentido do trabalho escolar**. Porto: Porto Editora, 1995.

PESSOA, G. S.; **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada : influência de algumas variáveis**. 2010. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V.; CASTRO, W. F. Prospective teacher's specialized content knowledge on derivative. In: UBUZ, B.; HASER, Ç.; MARIOTTI, M. (Eds.). **Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Antalya, Turkey: CERME., 2013. p. 3195–3205.

POLYA, J. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: **A resolução de problemas na matemática escolar**. São Paulo: Atual, 1997.

PONTE, J. P.; CARREIRA, S. Spreadsheet and investigative activities: A case study of an innovative experience. In: PONTE, J.; MATOS, J. F.; MATOS, J. M.; FERNANDES, D. (Eds.). **New information technologies and mathematical problem solving: Research in contexts of practice**. Berlin: Springer, 1992.

POZEBON, S. **Formação de Futuros Professores na Organização do Ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental: aprendendo a ser professor em um contexto específico envolvendo Medidas**. Dissertação: apresentada ao curso de mestrado em Educação/ UFSM, 2014.

PRINCÍPIOS e Estágios para Educação Matemática. Madrid, 2000. p.174-179.

QUEVEDO, G. A.; **Compreendendo Conceitos de Área e Perímetro: um estudo de caso**. Artigo/ Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2015.

RIBEIRO, A. J. Equação e conhecimento matemático para o ensino: relações e potencialidades para a educação matemática. **Bolema. Boletim de Educação Matemática**, v. 26, n. 42B, p. 535–557, 2012.

RIBEIRO, C. M. Conhecimento Matemático para Ensinar: uma experiência de formação de professores no caso da multiplicação de decimais. **Bolema. Boletim de Educação Matemática**, v. 22, n. 34, p. 1–26, 2009.

RIBEIRO, R. M. **Modelagem matemática e mobilização de conhecimentos didático-matemáticos** na formação continuada de professores dos anos iniciais. 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, 2016.

RICHARDSON, R. et al. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1989.

ROCHA, E. M. **Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2006.

RODRIGUES, M. S. **O Ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2007.

RODRIGUES, R. E. de J. S. **As contribuições do software Graphmatica na construção do conhecimento matemático de função**. 2011. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências, 2011.

ROSA, M.; OREY, D. C. A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem para a Conversão do Conhecimento Matemático. Artigo: **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42A, p. 261-290, abr. 2012.

ROSSI, T. V. **Jogo interativo: espaço de construção do conhecimento matemático e do convívio com o outro**. Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, do Centro Universitário Univates, 2012. Disponível: <http://hdl.handle.net/10737/297/> acesso 22 de jan. 2019.

ROZENBERG, Izrael Mordka. **O Sistema Internacional de Unidades** – SI. 3ª edição. São Paulo: Instituto Mauá de Tecnologia. 2006.

SACARDI, Kelly Kett. **O conhecimento matemático escolar e as relações com a marchetaria**. 2008. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SANTANA, W. M. G. **O Uso de Recursos Didáticos no Ensino de Conceito de área**: uma análise de livros didáticos para séries finais do Ensino Fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

SANTO, E. M. Os manuais escolares, a construção de saberes e a autonomia do aluno. Auscultação a alunos e professores. **Revista Lusófona de Educação**, 8, 2006.

SANTOS, J. L.; FERRAREZI, S. T; MACHADO, R. F. G. **“Causos” de aulas de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental com grandezas e medidas**. Artigo. Faculdade de Educação, Unicamp. 2017.

SANTOS, D. C. S. **O tema transversal Meio Ambiente na abordagem do bloco de Grandezas e Medidas**: contexto ou pretexto nos livros didáticos de Matemática? 2011.

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) - Universidade Federal de Pernambuco, 2011.

SERRAZINA, L. A Formação para o ensino da matemática: perspectiva futuras. Educação Matemática em Revista. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, ano 10, n. 14, ago. 2003.

SERRAZINA, L. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, maio 2012.

SCHNEIDER, Marizoli Ragueira. **Produção escrita: caminho para aprendizagens significativas a partir da construção e reconstrução do conhecimento matemático**. Dissertação- Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/Porto Alegre 2012.

SHUARD, H. Contemporary trends in a primary school mathematics: implications for teaching education. In: MORRIS, R. (Ed.). **Studies in mathematics Education Educatin, the mathematical Education of primary school teachers**. Paris UNESCO, 1984. v. 3. p. 23-50.:

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Harvard, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SHULMAN, L. S. Knowledge and Teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, p. 1- 22, 1986a. Disponível em: <[http://ci.unlv.edu/files/Week3\\_Shulman\\_Knowledge\\_Teaching.pdf](http://ci.unlv.edu/files/Week3_Shulman_Knowledge_Teaching.pdf)>. Acesso em: 15 mar. 2018.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986b.

SILVA, M. F. F. **Frações e Grandezas geométricas: um estudo exploratório da abordagem em livros didáticos**. 2004. Dissertação (Mestrado) - UFPE, 2004.

SILVA, J. V. G.; **Grandezas e Medidas: um Estudo da Transição entre os Anos Iniciais e os Anos Finais do Ensino Fundamental**. Artigo. Universidade Federal de Pernambuco, 2014a.

SILVA, S. M. F. **A Constituição de um Grupo de Estudo sobre Área e Perímetro de Polígonos com Professores dos Anos Iniciais**. Artigo/ Universidade Anhanguera. <http://www.lematec.net.br/CDS/XVIIIIBRAPEM/PDFs/GD7/susanasilva7.pdf> acesso janeiro 2019.

SILVA, J. V. G.; **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático**. 2011. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011a.

SILVA, C.C.R. **Construção de conceitos de grandezas e medidas nos anos iniciais: comprimento, massa e capacidade**. 2011b. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de Brasília. Brasília, 2011b.

SOARES, L. H. **A dialética entre o concreto e o abstrato na construção do conhecimento**

**matemático**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2015.

SOUZA, M. C. D. **Análise das contribuições dos objetos educacionais digitais para a construção do conhecimento em matemática na educação básica**. Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, 2016.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2002.

TEIXEIRA, S. G. **Concepções de alunos de pedagogia sobre os conceitos de comprimento e perímetro**. Dissertação (mestrado)- Pós-graduação em Educação/ Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática de Matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. 22. ed. São Paulo: Atlas, 2013.

VEIGA, I. P. A. (Org.). **A Escola mudou, que mude a formação de professores!** 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2015.

VIEIRA, C. S. Homem: o centro e a medida de todas as coisas. Saber Humano – **Revista Científica da Faculdade Antonio Meneghetti**. Restinga Sêca-RS, Brasil: Edição Especial. p. 277-290, fev., 2016.

WIELEWSKI, G. D. **O movimento da matemática moderna e a formação de grupos de professores de matemática no Brasil**. In: ProfMat2008, 2008. Disponível em: <[http://www.apm.pt/files/\\_Co\\_Wielewski\\_4867d3f1d955d.pdf](http://www.apm.pt/files/_Co_Wielewski_4867d3f1d955d.pdf)>. Acesso: 22 jan. 2019. p. 1-10.

ZUIN, E. S. L. **Por uma Nova Arithmetica: o sistema métrico decimal como um saber escolar em Portugal e no Brasil oitocentista**. UFSC - Campus Florianópolis CED (Centro de Educação) História da Educação Matemática/ TESES E DISSERTAÇÕES, 2007.

## APÊNDICE

## APÊNDICE A - Questionário/ veteranos



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PPG**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS -DCET**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – PPGEN**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**

**Objetivo Geral:** analisar o conhecimento matemático de professores veteranos e de professores em formação sobre o ensino de Medidas de Comprimento

**Mestranda:** Adriana de Souza Pinheiro /e-mail: [adrianapinheiro04@gmail.com](mailto:adrianapinheiro04@gmail.com)

**Orientadora:** Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão /e-mail: [professorataniagusmao@gmail.com](mailto:professorataniagusmao@gmail.com).

As informações coletadas por meio deste instrumento serão utilizadas com finalidades estritamente científica, com base na Resolução nº 196, de 10 de Outubro de 1996, do Conselho Nacional de Saúde.

Muito obrigada pela sua colaboração!

### 1ª Parte

#### DADOS PESSOAIS

#### FORMAÇÃO ACADÊMICA

Graduação: \_\_\_\_\_ Ano de conclusão: \_\_\_\_\_

#### EXPERIÊNCIA NA DOCÊNCIA

1. Há quanto tempo leciona? \_\_\_\_\_
2. Em quais séries/anos você leciona? \_\_\_\_\_
3. Qual a sua carga horária semanal na sala de aula? \_\_\_\_\_
4. Atua em quantas escolas? \_\_\_\_\_

5- Como classificaria as suas condições de trabalho?(caso tenha tido alguma experiência na docência).

- (A) Ótima
- (B) Boa
- (C) Regular
- (D) Ruim

6- No caso de sua resposta na questão anterior, não for satisfatória, o que em sua opinião necessitaria para uma melhor atuação na área?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7- Para você quais são as maiores dificuldades encontradas pelo professor ao ensinar a disciplina de Matemática?

---

---

---

---

8- Como você classificaria a sua formação acadêmica em relação a possibilidade de trabalhar com a Matemática nas aulas?

- (A) Ótima
- (B) Boa
- (C) Regular
- (D) Ruim

9- A forma como você aprendeu a Matemática interfere ao ensinar essa disciplina?

- (A) Sim
- (B) Não
- (C) Em parte

10- Ensino Matemática da mesma forma que aprendi quando era estudante?

- (A) Sim
- (B) Não
- (C) Em parte

11- Características importantes para um bom professor de Matemática.

- (A) Domínio de conteúdo
- (B) Orientador/mediador
- (C) Gostar do que faz
- (D) Outro \_\_\_\_\_

12- Ao abordar os conteúdos matemáticos em sua sala de aula, os alunos de um modo geral se mostram:

- (A) muito satisfeito
- (B) satisfeito
- (C) insatisfeito
- (D) indiferente

13- Você teve experiências na sua formação acadêmica que contribuíram para a sua prática profissional para o ensino de Matemática abordando os conteúdos de matemática para o Ensino básico? Quais?

- (A) Disciplinas
- (B) Grupos de estudo
- (C) Projetos de pesquisa

(D) Outro \_\_\_\_\_

14- Qual (ais) dessas unidades temática a seguir você dá mais ênfase em sua sala de aula?

- (A) Números e operações (álgebra)
- (B) Grandezas e medidas.
- (C) Espaço e forma
- (D) Tratamento da informação.

15-Na sua opinião, qual (ais) dessas unidades temáticas de Matemática são mais importantes, nas séries finais do Ensino Fundamental II para ingressar no Ensino Médio?

- (A) Números e sistemas de numeração
- (B) Grandezas e medidas.
- (C) Espaço e forma
- (D) Tratamento da informação

## 2ª Parte- UNIDADE TEMÁTICA- Grandezas e Medidas

1. Em Matemática o que você entende por grandeza?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

2- O que é medir? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3- Quais unidades de medida de comprimento você conhece? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4- As medidas de grandeza são exatas? \_\_\_\_\_

5- A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2018), “as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para compreensão da realidade” (BRASIL, 2018, p. 273). O que caracteriza a importância do trabalho com esse bloco de conteúdos?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

6- Dentre a unidade temática de Grandezas e Medidas, quais dessas grandezas são mais trabalhadas ou conhecidas por você.

- (A) Comprimento
- (B) Massa
- (C) Tempo
- (D) Temperatura
- (E) Capacidade
- (F) outra \_\_\_\_\_

Por quê? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7. Qual medida considera mais fácil para trabalhar? Enumere de acordo com o grau de complexidade, colocando 1 para a opção mais fácil e assim por diante.

( ) Comprimento

( ) Massa

( ) Tempo

( ) Temperatura

( ) Capacidade

( ) outra \_\_\_\_\_

8. Quais dessas grandezas você sente mais dificuldades em trabalhar?

(A) Comprimento

(B) Massa

(C) Capacidade

(D) Tempo

(E) Temperatura

(F) superfície

(G) outra \_\_\_\_\_

9. Quais dificuldades sobre o conteúdo de Medidas você encontra para trabalhar?

---

---

---

---

---

10. Que recursos/ estratégias você considera apropriados e melhor para lhe ajudar na compreensão da medida?

---

---

---

---

---

## APÊNDICE B - Questionário/ professores em formação acadêmica



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PPG**  
**DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS -DCET**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – PPGEN**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**

**Objetivo Geral:** analisar o conhecimento matemático de professores veteranos e de professores em formação sobre o ensino de Medidas de Comprimento

**Mestranda:** Adriana de Souza Pinheiro /e-mail: [adrianapinheiro04@gmail.com](mailto:adrianapinheiro04@gmail.com)

**Orientadora:** Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão /e-mail: [professorataniagusmao@gmail.com](mailto:professorataniagusmao@gmail.com).

As informações coletadas por meio deste instrumento serão utilizadas com finalidades estritamente científica, com base na Resolução nº 196, de 10 de Outubro de 1996, do Conselho Nacional de Saúde.

Muito obrigada pela sua colaboração!

### DADOS PESSOAIS

### FORMAÇÃO ACADÊMICA

Graduação: \_\_\_\_\_ Ano de conclusão: \_\_\_\_\_

### EXPERIÊNCIA NA DOCÊNCIA

1- Já teve alguma experiência com docência? \_\_\_\_\_

2- Quanto tempo de experiência em sala de aula como professor (a)? \_\_\_\_\_

3- Qual foi (ou é)? \_\_\_\_\_

4- Atua/ou em quantas escolas? \_\_\_\_\_ Qual a carga horária semanal na sala de aula? \_\_\_\_\_

5- Como classificaria as suas condições de trabalho?(caso tenha tido alguma experiência na docência).

(A) Ótima

(B) Boa

(C) Regular

(D) Ruim

6- No caso de sua resposta na questão anterior, não for satisfatória, o que em sua opinião necessitaria para uma melhor atuação na área?

---

---

7- Para você quais são as maiores dificuldades encontradas pelo professor ao ensinar a disciplina de Matemática?

---

---

---

---

8- Como você classificaria a sua formação acadêmica em relação a possibilidade de trabalhar com a Matemática nas aulas?

- (A) Ótima
- (B) Boa
- (C) Regular
- (D) Ruim

9- A forma como você aprendeu a Matemática interfere ao ensinar essa disciplina?

- (D) Sim
- (E) Não
- (F) Em parte

10- Ensino Matemática da mesma forma que aprendi quando era estudante?

- (D) Sim
- (E) Não
- (F) Em parte

11- Características importantes para um bom professor de Matemática.

- (E) Domínio de conteúdo
  - (F) Orientador/mediador
  - (G) Gostar do que faz
  - (H) Outro \_\_\_\_\_
- 

12- Em caso de que atue ou tenha atuado como professor, ao abordar os conteúdos matemáticos em sua sala de aula, os alunos de um modo geral se mostram/mostraram:

- (A) muito satisfeito
- (B) satisfeito
- (C) insatisfeito
- (D) indiferente

13- Você teve experiências na sua formação acadêmica que contribuíram para a sua prática profissional para o ensino de Matemática abordando os conteúdos de matemática para o Ensino básico? Quais?

- (A) Disciplinas
  - (B) Grupos de estudo
  - (C) Projetos de pesquisa
  - (D) Outro \_\_\_\_\_
- 

14- Caso atua/ ou atuou na docência qual (ais) dessas unidades temáticas a seguir você dá/deu mais ênfase em sua sala de aula?

- (A) Números e sistemas de numeração
- (B) Grandezas e medidas.
- (C) Espaço e forma
- (D) Tratamento da informação.

15- Na sua opinião, qual (ais) dos eixos de Matemática são mais importantes, nos anos finais do Ensino Fundamental II para ingressar no Ensino Médio?

- (A) Números e operações (álgebra)
- (B) Grandezas e medidas.
- (C) Espaço e forma
- (D) Tratamento da informação

## **2ª Parte –UNIDADE TEMÁTICA- Grandezas e Medidas**

1- Em Matemática o que você entende por grandeza?

---

---

---

---

2- O que é medir? \_\_\_\_\_

---

---

3- Quais unidades de medida de comprimento você conhece? \_\_\_\_\_

---

---

4- As medidas de grandeza são exatas? \_\_\_\_\_

---

---

5- A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2018), “as medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para compreensão da realidade” (BRASIL, 2018, p. 273). O que caracteriza a importância do trabalho com esse bloco de conteúdos?

---

---

6- Dentre a unidade temática de Grandezas e Medidas, quais dessas grandezas são mais trabalhadas ou conhecidas por você.

(A) Comprimento

(B) Massa

(C) Tempo

(D) Temperatura

(E) Capacidade

(F) outra \_\_\_\_\_

Por quê? \_\_\_\_\_

---

---

---

7. Qual medida considera mais fácil para trabalhar? Enumere de acordo com o grau de complexidade, colocando 1 para a opção mais fácil e assim por diante.

( ) Comprimento

( ) Massa

( ) Tempo

( ) Temperatura

( ) Capacidade

( ) outra \_\_\_\_\_

8. Quais dessas grandezas você sente mais dificuldades em trabalhar?

(A) Comprimento

(B) Massa

(C) Capacidade

(D) Tempo

(E) Temperatura

(F) superfície

(G) outra \_\_\_\_\_

9. Quais dificuldades sobre o conteúdo de Medidas você encontra para trabalhar/ aprender?

---

---

---

---

10. Que recursos/ estratégias você considera apropriados e melhor para lhe ajudar na compreensão da medida?

---

---

---

## APÊNDICE C - Questionário-teste



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO – PPG  
 DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS -DCET  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – PPGEN  
 MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

**Objetivo Geral:** Analisar o conhecimento matemático de professores veteranos e de professores em formação sobre o ensino de Medidas de Comprimento.

**Mestranda:** Adriana de Souza Pinheiro /e-mail: [adrianapinheiro04@gmail.com](mailto:adrianapinheiro04@gmail.com)

**Orientadora:** Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão /e-mail: [professorataniagusmao@gmail.com](mailto:professorataniagusmao@gmail.com).

As informações coletadas por meio deste instrumento serão utilizadas com finalidades estritamente científica, com base na Resolução nº 196, de 10 de Outubro de 1996, do Conselho Nacional de Saúde.

Obrigada pela sua colaboração!

### A FAZENDINHA

No Arraial onde Seu Toninho e Dona Rosa moram, passou um grande furacão destruindo não só a fazenda do seu Toninho, como todas as fazendas da região. Os moradores perderam quase todas as plantações e muitos animais sumiram.

Zeca e Lilica, recém-formados na faculdade, ao retornar para Arraial perceberam a tristeza do seu povo. Então, tiveram a ideia de convocar todos os moradores do Arraial para uma reunião e propuseram aos moradores metas para recuperação do Arraial.

Seu Toninho foi logo dizendo: -vamos precisar demarcar as terras, fazer novas medições para as baias, galinheiro, celeiro e tudo que precisar reconstruir.

Seu Miguel acrescentou: - Todos aqui sabemos medir e podemos ajudar no cálculo das medidas, utilizando as medidas que conhecemos como o passo e a braça.

Lilica e Zeca explicaram: - Essas medidas são bem práticas, mas como cada pessoa tem sua própria medida precisamos utilizar uma unidade padrão, como o metro. Vamos lhe ajudar a entender.

Todos se interessaram pela explicação e atentamente Lilica e Zeca atendiam as dúvidas do pessoal. Após explicação, confeccionaram um cartaz com as unidades de medidas para que

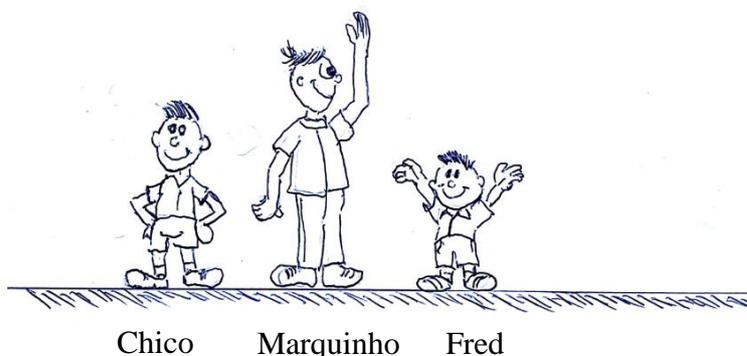
todos pudessem consultar na hora dos cálculos.

MÚLTIPLOS (unidades maiores que o metro)			UNIDADE PADRÃO	SUBMÚLTIPLOS (unidades menores que o metro)		
quilômetro	hectômetro	Decâmetro	Metro	decímetro	centímetro	milímetro
km	hm	Dam	M	dm	cm	mm

Exemplo:  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m} : 10 \rightarrow 1 \text{ hm} = 100 \text{ m} : 10 \rightarrow 1 \text{ dam} = 10 \text{ m} : 10 \rightarrow 1 \text{ m} : 10 \rightarrow 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m} : 10 \rightarrow 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m} : 10 \rightarrow 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$ .

Para avaliar a compreensão dos moradores sobre o que foi explicado sobre medidas, Lilica e Zeca propuseram as seguintes tarefas:

Q01- Chico, Marquinho e Fred são três crianças do Arraial. Assinale a criança menos baixa. (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

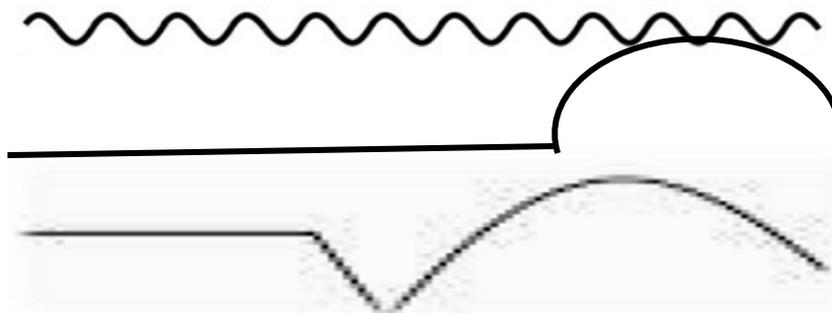


Q02- Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para determinar essa medida?

Q03- Com o furacão alguns ferros foram contorcidos, como o que Marquinhos encontrou. Ele quer saber a medida do comprimento do aro representado abaixo. Que instrumento ele pode usar para determinar essa medida?



Q04- Existem 3 modos de chegar a Fazenda de Dona Gertrudes. Qual caminho mais longo?



Q05- Entre milímetro, centímetro, metro e quilometro, diga qual das unidades seria melhor

para medir: (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

- a) O comprimento de um grão de arroz? \_\_\_\_\_
- b) O comprimento de uma formiga? \_\_\_\_\_
- c) A distância da Bahia para São Paulo? \_\_\_\_\_
- d) O comprimento de um lápis? \_\_\_\_\_
- e) A altura de uma casa? \_\_\_\_\_
- f) A altura de uma vaca? \_\_\_\_\_

Q06- Lílca levou café para a reunião. Qual a medida aproximada do diâmetro de uma xícara de café? (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

- a) 1 cm                      b) 8 cm                      c) 20 cm                      d) 50 cm

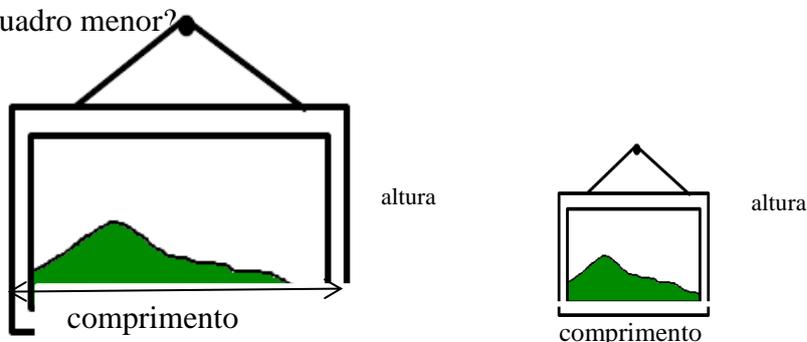
Q07- Aproximadamente, qual sua altura? (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

- c) Em metros \_\_\_\_\_
- d) Em centímetros \_\_\_\_\_

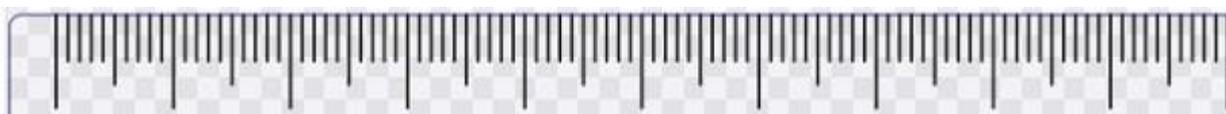
Q08- Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor? (Adaptado de GUSMÃO, 2014)



Q09- Aproximadamente, quantas vezes a medida da altura do quadro maior cabe na medida da altura do quadro menor?



Q10- Marque na régua o número **zero** e o número **4,5**.

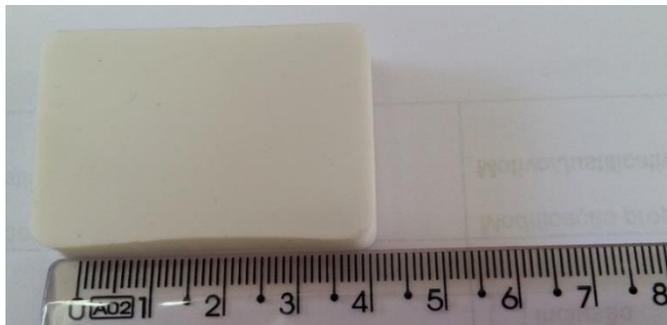


Q11- Marquinho morador do Arraial mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada.



Qual a medida do comprimento da barra de grampos?

Q12- Mariana mediu o comprimento de sua borracha. (Adaptado de GUSMÃO, 2014)



E chegou à conclusão que a borracha mede 4 cm de comprimento. A medida que Mariana encontrou está correta? Justifique.

Q13- Escreva como se lê:

a) 1,245 m \_\_\_\_\_

b) 62,5 cm \_\_\_\_\_

c) 0,80 m \_\_\_\_\_

Q14- Ordene as medidas da menor para a maior: 0,25 cm; 0,09 cm; 0,13 cm; 0,07 cm.

Q15- Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que com o passar dos dias elas tinham, respectivamente, 1,05 m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.

Q16- Dona Gertrudes quer dobrar as medidas do seu galinheiro, representado a seguir.

2 m

0,80 m



Qual será a medida do perímetro de seu novo galinheiro?

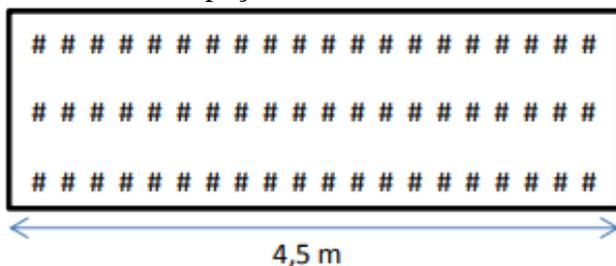
Q17- Dona Rosa comprou 3,5 m de mangueira para molhar a sua horta. Quantos milímetros de mangueira ela comprou?

Q18- Seu Toninho vai precisar de 14.350 cm de arame para cercar um galinheiro. Quantos metros de arame ele vai precisar?

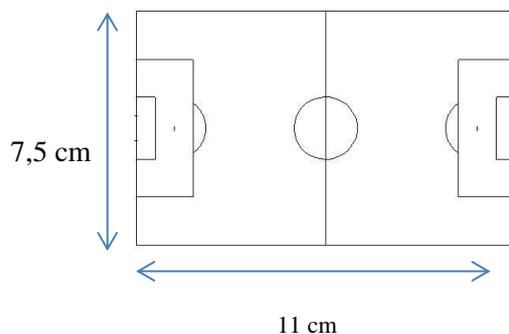
Q19- Para fazer novas demarcações, seu Joaquim dividiu um terreno retangular em quatro partes, um galinheiro, um chiqueiro, um celeiro e uma horta na parte quadrada. A quantidade de tela para cercar cada parte está indicada na figura. Quantos metros de tela ele utilizou em volta do terreno?

<b>Horta</b> <b>160 dm</b>	<b>Celeiro</b> <b>120 dm</b>
<b>Chiqueiro</b> <b>100 dm</b>	<b>Galinheiro</b> <b>60 dm</b>

Q20- Nos fundos da fazenda de dona Rosa, foi recuperada a horta no formato retangular de 4,5 m de comprimento. Foram plantadas mudas de hortaliças deixando entre cada muda espaçamentos de tamanhos iguais. Sabendo que foram plantados 20 mudas em cada fileira, qual o tamanho do espaço deixado entre uma muda e outra?

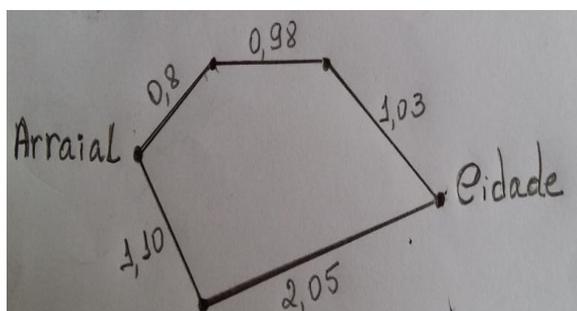


Q21- Zeca queria demarcar o campinho de futebol que eles usavam antes do furacão ter atingido o Arraial. Desenhou usando a escala 1: 200. Quais as dimensões reais em metros (comprimento e largura) do campinho de futebol, sabendo que a escala estabelecida para cada 1 cm do desenho corresponde a 200 cm na medida real?



Q22- O mapa mostra a distância do Arraial à cidade mais próxima, onde há dois caminhos. As

distâncias estão indicadas em quilômetros. Qual a diferença em metros entre o maior e o menor caminho?



Q23- Um retângulo  $0,5\text{ m} \times 1\text{ m}$  foi dividido em quadradinhos de  $1\text{ dm}$  de lado. Se colocar todos os quadradinhos em fila, qual será a medida do comprimento da fila formada?

Q24- Coloque V ou F e justifique:

- e)  $8\text{ m} \times 4\text{ m} = 32$  \_\_\_\_\_
- f)  $\frac{125}{25\text{ cm}} = 5$  \_\_\_\_\_
- g)  $8\text{ m} \times 5 = 40\text{ m}$  \_\_\_\_\_
- h)  $8\text{ m} \times 5 = 40$  \_\_\_\_\_

## APÊNDICE D - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido



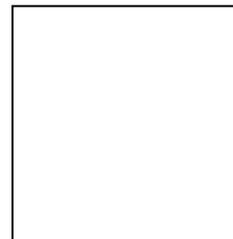
*Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB*  
*Autorizada pelo Decreto Estadual nº 7344 de 27.05.98*  
*Comitê de Ética em Pesquisa – CEP / UESB*

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa “O CONHECIMENTO MATEMÁTICO DE PROFESSORES SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO”. Neste estudo pretendemos: analisar o conhecimento matemático de professores veteranos e de professores em formação sobre o ensino de Medidas de Comprimento. O motivo que nos leva a estudar esse assunto é que os resultados referentes sobre conhecimento sobre Medidas de Comprimento dos professores de matemática que estão com dificuldades de ser trabalhado em sala de aula, o que por deixar a desejar o ensino e aprendizado dos alunos com relação a esse tema, e que isso é reflexo das dificuldades do mesmo com relação ao tema que deve estar presente em todas as diretrizes do Ensino Fundamental. Para este estudo adotaremos o(s) seguinte(s) procedimento(s): será uma pesquisa de cunho qualitativo e quantitativo de caráter exploratório ao qual deverá contar com a participação/ cooperação de professor de Matemática novatos e veteranos como sujeitos da pesquisa para responder, para tanto será utilizado um questionário teste sobre os conhecimentos matemáticos de Medidas de Comprimento com professores veteranos do Ensino Fundamental II de escolas públicas municipais do município de Brumado, e novatos (estudantes de matemática) da Universidade Estadual da Bahia (UNEB) da cidade de Caetité e Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) da cidade de Vitória da Conquista/BA. Para avaliar o conhecimento matemático será considerada a relação do objeto (pessoal e institucional) e seus significados no processo de ensino e aprendizagem Matemática, baseado no modelo de Enfoque Ontossemiótico. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em todas as formas que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não causará qualquer punição ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador, que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, como apresentar sinais de cansaço ao responder o questionário-teste, mas, se isso ocorrer, o(a) Senhor(a) terá um tempo maior para responder ao questionário ou mesmo poderá solicitar o seu afastamento ou deixar de participar de alguma das etapas ou de todo o projeto. Apesar disso, você tem assegurado o direito a compensação ou indenização no caso de quaisquer danos eventualmente produzidos pela pesquisa. Os benefícios deste estudo são os de contribuir com a área de Matemática na Educação Básica, pois, ao buscar proporcionar a melhoria inicialmente da formação matemática de professores e futuros professores e conseqüentemente melhoria da aprendizagem matemática de estudantes da Educação Básica; por gerar produções sobre os resultados fazendo com que estes cheguem aos professores de Educação Básica para que possam refletir sobre a importância do conteúdo de Medidas de Comprimento, conteúdo este de grande utilidade na sociedade e importância na aprendizagem do Ensino Básico. Bem como o de apresentar novas formas de realização do trabalho docente no ensino e aprendizado de Medidas. Os resultados estarão à sua disposição quando finalizados. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos.

Eu, \_\_\_\_\_ fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e posso modificar a decisão de participar se assim o desejar. Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma cópia deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Brumado, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_ .

\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) participante



\_\_\_\_\_  
Assinatura do(a) pesquisador(a)

Impressão digital (*se for o caso*)

*Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar:*

*PESQUISADOR(A) RESPONSÁVEL: ADRIANA DE SOUZA PINHEIRO  
ENDEREÇO: RUA- FIDELCINO ABRANTES, Nº 27  
FONE: (77 ) 999970478 / E-MAIL: ADRIANAPINHEIRO04@GMAIL.COM*

*CEP/UESB- COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA  
RUA JOSÉ MOREIRA SOBRINHO, S/N - UESB  
JEQUIÉ (BA) - CEP: 45206-190  
FONE: (73) 3528-9727 / E-MAIL: [cepuesb.jq@gmail.com](mailto:cepuesb.jq@gmail.com)*