



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**



**FÁBIO NUNES MAGALHÃES**

**O ENSINO DE GEOMETRIA COM O GEOGEBRA E A METODOLOGIA ATIVA  
DE APRENDIZAGEM DO ENSINO HÍBRIDO – SALA DE AULA INVERTIDA**

**VITÓRIA DA CONQUISTA**  
**2019**

FÁBIO NUNES MAGALHÃES

**O ENSINO DE GEOMETRIA COM O GEOGEBRA E A METODOLOGIA ATIVA  
DE APRENDIZAGEM DO ENSINO HÍBRIDO – SALA DE AULA INVERTIDA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino, na área de concentração de Ensino na Educação Básica.

Orientadora: **Profa. Dra. Maria Deusa  
Ferreira da Silva**

**VITÓRIA DA CONQUISTA  
2019**

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO  
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

**O Ensino de Geometria com GeoGebra e a Metodologia Ativa de  
Aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida**

**Autor: Fábio Nunes Magalhães**

**Data de aprovação: 09 de agosto de 2019**

Este exemplar corresponde à versão final da Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino.

Área de concentração: Ensino na Educação básica

**COMISSÃO JULGADORA:**

Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva – Orientadora Maria Deusa F. da Silva  
Profa. Dra. Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti (UESB) Roberta D'Angela Menduni - Bortoloti  
Prof. Dr. Jaylson Teixeira (UFRB) Jaylson Teixeira

M188e

Magalhães, Fábio Nunes.

O ensino de geometria com o geogebra e a metodologia ativa de aprendizagem do ensino híbrido – sala de aula invertida. / Fábio Nunes Magalhães, 2019.

168f. il.

Orientador (a): Dr<sup>a</sup>. Maria Deusa Ferreira da Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2019.

Inclui referência F. 131–136.

1. Ensino de Geometria – Tecnologia digital. 2. Ensino híbrido. 3. Sala de aula invertida. 4. Teoria fundamentada nos dados. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino - PPGEn.

CDD 516

Catálogo na fonte: **Juliana Teixeira de Assunção – CRB 5/1890**  
Bibliotecária UESB campus Vitória da Conquista – Ba.

***Dedico esse trabalho a minha mãe  
Helenita, minha esposa Suzana e meu  
filho Pedro, amores de minha vida.***

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a **Deus**, por me permitir realizar tantos sonhos nesta existência, me permitindo errar, aprender e crescer. Por Sua eterna compreensão e tolerância e por toda luz concedida a mim.

A minha mãe, **Helenita**, por todas as orações e por todo carinho e amor que entrega a mim todos os dias, sou mais forte graças a ela.

A minha amada esposa, **Suzana**, por todo apoio, compreensão, incentivo, amor e dedicação, pessoa fundamental para meu sucesso e minha felicidade.

Ao meu amado filho, **Pedro**, por revigorar meus dias com seus carinhos e seu amor.

A **Prof.<sup>a</sup> Maria Deusa**, pela orientação, competência, profissionalismo e dedicação tão importantes para a realização dessa pesquisa. Obrigado por acreditar em mim e pelos incentivos.

Aos membros da banca examinadora, **Prof.<sup>a</sup> Roberta** e o **Prof.<sup>o</sup> Jaylson**, que tão gentilmente aceitaram participar e colaborar com esta dissertação, com sugestões de extrema importância para a conclusão desse trabalho.

A todos os **amigos** e **amigas**, agradeço pelo convívio, amizade, apoio demonstrado e por todo incentivo.

A todos os **Professores**, desde o ensino fundamental até o mestrado, que foram imprescindíveis para a obtenção deste sonhado título, muito obrigado a todos vocês.

A **UFBA**, pela oportunidade concedida com a aprovação de minha licença, para a realização deste curso e desta dissertação, tão importante para minha caminhada.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta dissertação, os meus sinceros agradecimentos.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>FIGURA 1</b> – Temas apresentados na dissertação e suas relações.....	22
<b>FIGURA 2</b> – GPETDEn e a Tecnologia Digital no ensino e na Formação de Professor..	26
<b>FIGURA 3</b> – Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática. ....	42
<b>FIGURA 4</b> – Modelos de Ensino Híbrido. ....	45
<b>FIGURA 5</b> – Esquema Básico da Sala de Aula Invertida. ....	48
<b>FIGURA 6</b> – Atividade 11 aplicada na pesquisa. ....	62
<b>FIGURA 7</b> – Construção da Atividade 11 aplicada na pesquisa. ....	63
<b>FIGURA 8</b> – Projeto da construção da bicicleta (Roteiro do GeoGebra).....	64
<b>FIGURA 9</b> – Projeto da construção da bicicleta (Visualização do GeoGebra).....	65
<b>FIGURA 10</b> – Abordagem da TFD X Abordagem Hipotético-Dedutiva.....	69
<b>FIGURA 11</b> – Ciclos de Procedimentos na TFD.....	77
<b>FIGURA 12</b> – Registro (Diário de Bordo).....	81
<b>FIGURA 13</b> – Resposta do Aluno S.....	88
<b>FIGURA 14</b> – Trecho da Atividade 6.....	107
<b>FIGURA 15</b> – Resposta do Aluno E.....	107
<b>FIGURA 16</b> – Projeto da Bicicleta Aluno M.....	109
<b>FIGURA 17</b> – Projeto do Relógio (Sem Roteiro).....	114
<b>FIGURA 18</b> – Projeto do Relógio (Com Roteiro).....	115
<b>FIGURA 19</b> – Atividade do Teorema de Pitágoras (Com Roteiro).....	116

## LISTA DE QUADROS

<b>QUADRO 1</b> – Codificação Aberta 1 (Diário de Bordo).....	89
<b>QUADRO 2</b> – Codificação Aberta 2 (Diário de Bordo).....	90
<b>QUADRO 3</b> – Codificação Aberta 3 (Diário de Bordo).....	90
<b>QUADRO 4</b> – Codificação Aberta 4 (Questionário).....	91
<b>QUADRO 5</b> – Codificação Aberta 5 (Entrevista).....	92
<b>QUADRO 6</b> – Codificação Aberta 6 (Entrevista).....	93
<b>QUADRO 7</b> – Codificação Aberta 7 (Entrevista).....	94
<b>QUADRO 8</b> – Elementos que compõem a Teoria .....	117

## LISTA DE SIGLAS

**AVA** – Ambiente Virtual de Aprendizagem

**BOA** – Base Orientadora da Ação

**CNE** – Conselho Nacional de Educação

**EaD** – Educação à Distância

**EJA** – Educação de Jovens e Adultos

**GPERCEM** – Grupo de Pesquisa e Extensão em Recursos Computacionais no Ensino da Matemática

**GPETDEn** – Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Educacionais no Ensino

**MIT** – *Massachusetts Institute of Technology*

**MOODLE** – *Modular Object Oriented Distance Learning*

**PIBID** – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

**PPG-ECFP** – Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Formação de Professores

**TCLE** – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

**TD** – Tecnologia Digital

**TFD** – Teoria Fundamenta nos Dados

**TIC** – Tecnologia da Informação e Comunicação

**UESB** – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

**UFRB** – Universidade Federal do Recôncavo da Bahia

## RESUMO

O uso das Tecnologias Digitais (TD) no processo de ensino e aprendizagem está se tornando mais amplo a cada dia, seja para uso no apoio ao ensino tradicional, seja para o uso em metodologias inovadoras de ensino, se tornando uma parte integrante, tanto do ambiente cultural, quanto do ambiente educacional. Quando se observa a introdução e aplicação das TD no ensino de matemática, tem-se verificado que seu uso permite maior compreensão dos conteúdos estudados. A implementação da tecnologia é um fenômeno complexo e que envolve a inter-relação de diversos fatores, e que deve ser considerado não somente os aspectos funcionais, mas também a representação que a tecnologia tem para os envolvidos. Com o objetivo de preencher essa lacuna, este estudo buscou analisar o processo de avaliação e de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra numa metodologia ativa de aprendizagem, o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida. A partir da experiência em uma turma do curso de Licenciatura em Matemática foi proposta uma teoria substantiva que interprete esse processo, utilizando os procedimentos metodológicos da Teoria Fundamentada nos Dados - *Grounded Theory* (Glaser e Strauss, 1967; Corbin e Strauss, 2008). Após entrevistas, questionários, observações e realização de atividades e projetos, na turma supracitada, os resultados da análise revelaram quatro categorias conceituais: 1) adaptação ao Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida; 2) assimilando as TD; 3) o conteúdo matemático; 4) verificação da aprendizagem, que integradas formaram a seguinte teoria substantiva: a aprendizagem de geometria exigiu dos alunos a assimilação das TD e a adaptação à metodologia do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida. Eles elementos serviram de base para construir uma teoria que explica como ocorreu o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra e o Ensino Híbrido. A conclusão principal que se chegou é que para esse processo ser efetivo é necessária a ocorrência da assimilação das TD e a adaptação à metodologia ativa, pelos alunos. Deve-se ter claramente que, para que o Ensino Híbrido possa ser aceito e disseminado dentro do ambiente educacional é necessário estar acompanhado de ações que consigam transmitir uma clara perspectiva de valor relacionada ao uso de tecnologia no processo de ensino e aprendizagem. Assim, esse contribui para a inserção das TD e do Ensino Híbrido, privilegiando a questão pedagógica, estabelecendo estratégias que evidenciam seus usos como ferramentas capazes de melhorar as práticas de ensino de geometria, estimulando, assim, a aplicação desses recursos no ambiente educacional. Espera-se que os resultados encontrados contribuam para aumentar o conhecimento sobre o processo de inserção das TD e do Ensino Híbrido, principalmente no ensino de matemática, e possibilite sua disseminação nos diversos de ensino.

**Palavras-chave:** Tecnologia Digital. Ensino Híbrido. Sala de Aula Invertida. Ensino de Geometria. Teoria Fundamentada nos Dados. Avaliação.

## ABSTRACT

The use of Digital Technologies (DT) in the teaching and learning process is becoming broader by the day, either for use in support of traditional teaching, or for use in innovative teaching methodologies, becoming an integral part of both cultural environment as well as the educational environment. When observing the introduction and application of DT in mathematics teaching, it has been verified that its use allows a greater understanding of the studied contents. The implementation of technology is a complex phenomenon that involves the interrelationship of several factors, and it must be considered not only the functional aspects, but also the representation that technology has for those involved. In order to fill this gap, this study sought to analyze the process of assessment and teaching and learning of geometry using GeoGebra in an active learning methodology, the Blended Learning - Inverted Classroom. From the experience in a class of the Mathematics Degree course, a substantive theory was proposed that interprets this process, using the methodological procedures of Grounded Theory (Glaser and Strauss, 1967; Corbin and Strauss, 2008). After interviews, questionnaires, observations and activities and projects in the above class, the results of the analysis revealed four conceptual categories: 1) adaptation to the Blended Learning - Inverted Classroom; 2) assimilating the DT; 3) the mathematical content; 4) Verification of learning, which integrated formed the following substantive theory: learning geometry required students to assimilate DT and adapt to the methodology of Blended Learning - Inverted Classroom. These elements served as the basis for building a theory that explains how the process of teaching and learning of geometry took place using GeoGebra and Blended Learning. The main conclusion that is reached is that for this process to be effective it is necessary to occur the assimilation of DT and the adaptation to the active methodology by the students. It must be clearly stated that, for Blended Learning to be accepted and disseminated within the educational environment, it must be accompanied by actions that can convey a clear perspective of value related to the use of technology in the teaching and learning process. Thus, this contributes to the inclusion of DT and Blended Learning, privileging the pedagogical issue, establishing strategies that highlight their uses as tools capable of improving geometry teaching practices, thus stimulating the application of these resources in the educational environment. It is hoped that the results will contribute to increase the knowledge about the process of insertion of DT and Blended Learning, especially in mathematics teaching, and enable its dissemination in the various educational levels.

**Keywords:** Digital Technology. Blended Learning. Inverted Classroom. Teaching of Geometry. Grounded Theory. Evaluation

## SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	14
Percurso da pesquisa: trajetória acadêmica.....	14
Objetivos da Pesquisa.....	22
Objetivo Geral.....	23
Objetivos Específicos.....	23
CAPÍTULO 1 - REVISÃO DE LITERATURA E ASPECTOS TEÓRICOS.....	24
Uso das Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática.....	25
Formação de Professores e o Uso das Tecnologias Digitais.....	34
As Noções Fundamentais do Ensino Híbrido na Metodologia Ativa Sala de Aula Invertida.....	41
O Processo Avaliativo no Contexto do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.....	51
CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA.....	56
Introdução.....	56
Cenário, Sujeitos e o Desenvolvimento da Pesquisa.....	56
Caminhos Metodológicos.....	66
A Teoria Fundamenta nos Dados (TFD).....	68
Codificação Aberta.....	72
Codificação Axial.....	74
Codificação Seletiva.....	76
Instrumentos Metodológicos.....	77
CAPÍTULO 3 – PROCEDIMENTOS DE CODIFICAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	85
Introdução.....	85
Procedimentos de Codificação.....	85
As Categorias Produzidas.....	99
Análise dos Dados – Formulando a Teoria.....	117
A Teoria em Foco.....	119
CAPÍTULO 4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	124
Principais Implicações.....	127
Perspectivas Futuras.....	128
REFERÊNCIAS.....	131
APÊNDICE.....	137
APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE).....	137

APÊNDICE B - Atividade 1: Elementos Básicos de Geometria Plana .....	140
APÊNDICE C – Atividade 2: Explorando L.G de Distância .....	142
APÊNDICE D – Atividade 3: Paralelismo (1ª Parte) .....	143
APÊNDICE E – Atividade 4: Ângulos .....	144
APÊNDICE F – Atividade 5: Polígonos Quaisquer .....	147
APÊNDICE G – Atividade 6: Ponto Médio, Mediatriz, Bissetriz e Diagonais – Parte I .....	149
APÊNDICE H – Atividade 7: Quadriláteros Paralelogramos .....	151
APÊNDICE I – Atividade 8: Explorando Triângulos – Relações Métricas no Triângulo ....	152
APÊNDICE J – Atividade 9: Relações Métricas e Algébricas no Triângulo .....	153
APÊNDICE K – Atividade 10 – Ângulos e Circunferências .....	155
APÊNDICE L – Atividade 11 - Retomando Casos de Semelhança .....	157
APÊNDICE M – Atividade 12- Relações Métricas no Triângulo Retângulo e Circunferência .....	159
APÊNDICE N – Atividade 13 – Polígonos Inscritos na Circunferência .....	161
APÊNDICE O – Atividade 14: Elementos Básicos da Geometria Espacial – Ponto, Reta e Plano .....	162
APÊNDICE P – Atividade 15: Construção de Sólidos Geométricos .....	163
APÊNDICE Q – Atividade 16: Explorando o Volume de Sólidos Geométricos.....	164
APÊNDICE R – Questionário Sócio-Educacional.....	165
APÊNDICE S – Roteiro de Entrevista Semiestrutura Aplicada na Pesquisa .....	167

## INTRODUÇÃO

Os temas principais abordados nesta dissertação são: Tecnologias Digitais, Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, Ensino de Geometria e Avaliação. Assim, esse capítulo tem por objetivo descrever os principais aspectos desses temas, como eles foram surgindo e de que forma promoveram o problema estabelecido para essa investigação. Nesse interim, apresentamos o entrelaçamento de cada um dos temas com a minha história enquanto professor e pesquisador e a maneira como isso implicou na construção da pergunta diretriz e nos objetivos dessa pesquisa.

### Percurso da pesquisa: trajetória acadêmica

A presente pesquisa surge a partir de meu percurso como professor de matemática na educação básica iniciado em 2001, e que foi reforçada a partir de minha graduação no curso de licenciatura em matemática, iniciada no ano de 2006. Minha trajetória como professor de matemática teve início logo após a minha formação na educação básica, no curso de magistério (1998), complementada pela licenciatura em matemática, foi permeada por uma abordagem na qual os recursos advindos das tecnologias digitais (TD) no processo de ensino e aprendizagem teve presença acentuada. No âmbito da docência, essa abordagem foi materializada por meio de um projeto de ensino interno da escola a qual estava vinculado com professor de matemática das turmas de 1º ano do Ensino Médio. Esse projeto foi pensado e elaborado pelos professores de matemática do Colégio Estadual Pedro Calmon, na cidade de Amargosa-Ba, no ano de 2004.

O projeto tinha por objetivo geral melhorar índice de frequência dos alunos nos sábados letivos. Estes foram planejados de modo a permitir a reposição de aulas, garantindo assim a realização do mínimo de duzentos dias letivos, conforme preconiza o Art. 24, inc. I da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei 9.394/96 (BRASIL, 1996). Para tal, foi sugerida uma série de ideias que visavam integrar os conceitos matemáticos estudados no decorrer da semana com aplicações práticas e dinâmicas, possibilitando mais envolvimento, participação e

motivação dos alunos, de modo a contribuir para a melhoria do índice de frequência e, por conseguinte, o desempenho na disciplina.

Desse modo, cada professor sugeriu uma proposta de oficina que seria desenvolvida durante os sábados letivos em suas turmas. Lecionando nas turmas de primeiro ano e trabalhando com o conteúdo de funções em sua grande variedade e representatividade, sugeri o desenvolvimento de oficinas que apresentassem aos alunos as várias representações gráficas das funções estudadas de forma mais dinâmica, por meio do uso do *software* matemático *Winplot*<sup>1</sup>. Como participante ativo nesse projeto, planejei e executei as oficinas e durante a realização das mesmas foi possível registrar que a frequência dos discentes ficou bem acima da média esperada para as aulas ocorridas nos sábados letivos. Tal índice decorreu, em parte, justamente pela abordagem da disciplina num contexto mais exploratório e com a utilização da TD, visto que o uso dos recursos tecnológicos para o ensino de matemática era inexplorado no Colégio.

As tecnologias digitais e a sua utilização no ensino e aprendizagem de matemática já é discutida há muito tempo (PAPERT, 1980; VALENTE, 1993; BORBA e PENTEADO, 2001; BORBA e VILLAREAL, 2005; VALENTE, 2014). Tais discussões já são apresentadas há mais de três décadas, conforme é possível verificar nas pesquisas e trabalhos apresentados nos mais importantes eventos sobre educação matemática<sup>2</sup>. Porém, é possível perceber que a utilização dos recursos advindos da TD no ensino de matemática continua sendo um tema importante e atual. Por outro lado, também é possível constatar que mesmo diante da grande inserção dos recursos tecnológicos na sociedade em geral, o mesmo não ocorre com o ensino de matemática.

Portanto, a vivência dessa experiência me fez refletir sobre as muitas possibilidades que o uso das TD poderia proporcionar ao ensino de matemática, e também foi possível perceber, ainda naquele momento, que mesmo estando como professor da disciplina necessitava de maior aprofundamento sobre os estudos e as discussões que já vinham sendo travadas acerca desse tema há mais de 30 anos.

---

<sup>1</sup> Ferramenta computacional para plotar gráficos 2D e 3D de maneira bastante simples. Desenvolvido pelo Professor Richard Parris "Rick" (rparris@exeter.edu), da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. Escrito em C, chamava-se PLOT e rodava no antigo DOS. Com o lançamento do Windows 3.1, o programa foi rebatizado de "Winplot". Disponível em: (<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>).

<sup>2</sup> Conforme Anais que compõem o GT-6 DA SBEM (Educação Matemática, Tecnologias Informáticas e Educação a Distância)

Sendo assim, a experiência vivenciada e as reflexões advindas da mesma me conduziram a buscar mais informações sobre as pesquisas realizadas nessa temática. Essa busca foi norteada, principalmente, pelas possibilidades trazidas com uso das TD e que foram vivenciadas no projeto, além, de também perceber que algumas dificuldades encontradas para a utilização dos recursos das tecnologias digitais podem ser um grande entrave para o processo de ensino e aprendizagem.

No que diz respeito às enormes possibilidades da inserção dessas tecnologias no ensino de matemática destacou-se a forma dinâmica de planejar e executar a aula, haja vista que a plotagem dos gráficos das funções ora estudadas ficou mais rápida, mais precisa, comparativa e dinâmica quanto à verificação dos diferentes parâmetros atribuídos às funções. Tudo isso permitiu aos alunos uma compreensão mais ampla do conteúdo, tornando as aulas mais atrativas, possibilitando explorar com maior profundidade o assunto estudado.

Quanto às dificuldades apresentadas na execução do projeto, destaco que o colégio não dispunha, naquele momento, de recursos computacionais e tecnológicos suficientes para a realização das oficinas. Esse problema ficou bem explícito no planejamento das mesmas. Com a finalidade de sanar o problema apresentado foi realizado um levantamento sistemático sobre os recursos necessários para a realização das oficinas, e por meio de um trabalho conjunto com o técnico do laboratório de informática, com a direção e os professores envolvidos no projeto foi possível reparar, consertar e complementar os equipamentos com os *hardwares* e periféricos necessários para garantir a execução do projeto. Desse modo, colocamos o maior número possível de computadores em funcionamento com o *software* necessário para as oficinas, nesse caso especial o *Winplot*, tornando viável a execução destas, que ao final se mostraram exitosas e contribuíram para o melhoramento do índice de frequência e o entendimento do comportamento dos gráficos das funções pelos alunos.

Outro momento em que o uso da TD foi importante para a minha trajetória, ocorreu durante a minha graduação no curso de licenciatura em matemática, com a utilização do *software* GeoGebra<sup>3</sup> nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico. Essa nova experiência corroborou com as impressões que já tinha

---

<sup>3</sup> *Software* gratuito de matemática dinâmica, desenvolvido para o ensino e aprendizagem da matemática nos vários níveis de ensino (do básico ao universitário). O GeoGebra reúne recursos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente. Disponível em: (<http://www.geogebra.im-uff.mat.br>).

vivenciado como professor, no projeto supracitado. Assim, como percebi nos alunos quando realizei as oficinas, enquanto professor, percebi que com o uso do GeoGebra, enquanto aluno, foi de grande importância para meu entendimento e compreensão dos conteúdos teóricos estudados nas referidas disciplinas, ratificando minhas impressões sobre o uso das TD no ensino de matemática vivenciadas na docência. O estudo do conteúdo das disciplinas na graduação, de forma dinâmica, serviu para uma compreensão mais profunda e densa sobre a teoria matemática que envolvia os estudos. Nesse ponto, ficou evidente para mim que a utilização de recursos tecnológicos no ensino de matemática pode possibilitar um melhoramento na compreensão e assimilação teórica e prática decorrentes de sua aplicação.

Porém, até esse momento de minha trajetória tudo estava centrado unicamente ao uso *off-line* das TD, pois para a utilização dos *softwares* experienciados não era necessário o uso da internet como suporte para o processo de ensino e aprendizagem. Ou seja, a condução desse processo ocorria unicamente por meio do uso desses artefatos de maneira desconectada da rede mundial de computadores. Contudo, a experiência com o uso das TD viria a ser enriquecida ainda mais, com a inclusão da internet, no âmbito da Educação à Distância (EaD).

Esta experiência com EaD foi vivenciada em 2015, como tutor à distância do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia (UFRB). Tal experiência possibilitou-me perceber outro aspecto de grande importância sobre a utilização dos recursos computacionais no ensino, o uso da *internet*. Os recursos disponibilizados pelo ambiente virtual de aprendizagem (AVA), nesse caso específico o MOODLE<sup>4</sup>, permitia uma interação professor/aluno e aluno/aluno de forma dinâmica e integral. Era possível a produção e distribuição de conteúdo, encontros virtuais síncronos (em tempo real) para discutir determinado assunto, como o *chat*, e encontros virtuais assíncronos (sem a necessidade de uma resposta em tempo real), como os fóruns de discussão. Além disso, foi possível estabelecer contato direto e personalizado com os alunos, por meio de interações diretas com os mesmos. Logo, percebi que o uso dos recursos advindos das TD poderiam trazer benefícios de relativa importância para o ensino de matemática, e

---

<sup>4</sup> **Modular Object Oriented Distance Learning** é um sistema de gerenciamento para criação de curso online. Esses sistemas são também chamados de Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) ou de Learning Management System (LMS).

que a utilização *online* desses recursos poderiam agregar ainda mais possibilidades no processo de ensino e aprendizagem.

Portanto, tais experiências foram de suma importância para desencadear meu interesse em pesquisar sobre o ensino de matemática e uso das TD. Essa busca me fez ingressar como aluno especial na disciplina intitulada de Novas Tecnologias na Educação em Ciências e Matemática, no Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Formação de Professores (PPG-ECFP), da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Campus de Jequié, em 2015. Com a participação na disciplina discutimos sobre o uso das TD no ensino de matemática e sobre as práticas em sala de aula. Por fim, e com o intuito de me aprofundar teoricamente sobre o tema, e futuramente subsidiar a minha pesquisa e contribuir para a minha formação como pesquisador, ingressei ainda em 2015 no Grupo de Pesquisa e Extensão em Recursos Computacionais no Ensino da Matemática (GPERCEM), atualmente Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino (GPETDEn<sup>5</sup>).

O GPETDEn é um grupo que desenvolve pesquisas sobre as possibilidades e implicações do uso das TD no ensino, em seus diversos níveis. A partir dessa inserção no grupo, surge a discussão e a ideia de realizar a pesquisa aqui apresentada. Assim, e com tudo dito acima, ocorre minha aproximação com estudos relacionados ao ensino de matemática e uso das TD, suscitando o meu interesse por investigar questões relacionadas aos efeitos e as implicações que o uso desses recursos tecnológicos proporciona ao ensino da disciplina.

Todas essas experiências vividas, discussões e estudos realizados no grupo de pesquisa contribuíram para determinar que a pesquisa a ser desenvolvida seria sobre o uso do GeoGebra para o ensino dos conteúdos de geometria plana e espacial. A proposta inicial era desenvolver um estudo na Educação Básica, em especial para alunos do ensino médio de escolas públicas de Vitória da Conquista. Todavia, ao buscarmos essas escolas não encontramos as condições necessárias para desenvolvermos as atividades previstas. Pois, as mesmas requeriam laboratórios com boa estrutura e acesso a internet, dentre outras necessidades.

---

<sup>5</sup> Grupo de pesquisa e extensão da UESB, liderado pela Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva, orientadora dessa pesquisa.

Assim sendo, resolvemos realizar a pesquisa com alunos do primeiro semestre do curso de licenciatura em matemática da UESB campus de Vitória da Conquista, haja vista se tratar de alunos recém-saídos da educação básica e, portanto, muito próximo do público inicialmente almejado para a pesquisa. Outro fator pela escolha desse público se deu devido ao fato dos conteúdos de geometria plana e espacial não serem trabalhados de forma satisfatória na educação básica, e quando trabalhados apresentam relativa dificuldade de aprendizagem pelos alunos. Algumas pesquisas, que abordarei a seguir, acerca do ensino de geometria na educação básica refletem esse cenário.

Um estudo sobre o processo de ensino e aprendizagem de geometria plana e espacial realizado por Silva (2004) teve como objetivo identificar os principais motivos das dificuldades relativas à formação de conceitos geométricos numa turma do último ano do ensino médio de um Centro Federal de Educação Tecnológica. O autor buscou analisar a complexidade relativa ao campo conceitual em geometria, em relação à riqueza das implicações entre os modelos epistemológico, didático, pedagógico e educacional envolvidos no contexto do processo de ensino e aprendizagem de geometria. Portanto, a pesquisa indicou como uma das principais causas das dificuldades no ensino e aprendizagem de geometria plana e espacial a de relacionar os conceitos abstratos, de cunho epistemológico, à prática, de cunho didático e pedagógico. De acordo com esse autor há a necessidade de uma coerência entre teoria e prática, pautada por uma postura reflexiva na ação educadora. Portanto, a utilização de recursos tecnológicos que permitam apresentar conceitos abstratos de forma mais prática e dinâmica podem contribuir para a formação dos conceitos geométricos.

Outro estudo que tem como foco analisar as dificuldades dos alunos em geometria é o de Teixeira Filho (2002). Neste trabalho o autor realizou uma pesquisa que tinha por objetivo investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos do ensino médio em relação à aprendizagem de geometria plana e espacial e testar uma metodologia de trabalho para esta aprendizagem. Num primeiro momento a pesquisa foi realizada com 258 alunos de segundas séries do ensino médio de um colégio particular e, num segundo momento da investigação, analisou-se uma abordagem metodológica diferenciada para o ensino da geometria, que foi realizada com os alunos de uma turma de 2ª série do ensino médio do Centro Federal de Educação Tecnológica. Diante da análise dos dados realizada pelo autor, com

relação às dificuldades apresentadas pelos alunos, o mesmo estabeleceu que o principal obstáculo estivesse relacionado à falta de compreensão da Geometria Plana e Espacial quanto à linguagem e a representação de figuras. Outros fatores analisados para determinar essa falta de compreensão foram: a participação dos alunos na sala de aula e os recursos visuais utilizados para o estudo da disciplina. Contudo, o autor desenvolveu uma aula experimental na qual introduziu materiais manipuláveis, e a partir da análise dos dados relacionados a esta aula ele constatou significativos aspectos na melhoria da compreensão do conteúdo da disciplina, e destacou os seguintes: os alunos tiveram um bom desempenho diante do objetivo proposto na aula experimental; o uso de materiais didáticos manipuláveis aumentou o aprendizado dos alunos, quando comparado aos dados das aulas de geometria sem o uso desses materiais, e; o sucesso reforça a motivação para aprender geometria.

Na investigação de Leite (2013), objetivou-se construir um aprendizado sistemático e eficaz de parte dos mais importantes conceitos geométricos do nono ano do ensino fundamental, utilizando o *software* GeoGebra como instrumento inovador na construção de uma sequência didática que contribuísse de forma significativa na compreensão dos conteúdos geométricos. O autor estabeleceu os seguintes conteúdos a serem explorados em sua pesquisa: semelhança de triângulos, teorema de Tales, relações métricas no triângulo retângulo, teorema de Pitágoras e trigonometria. Foram investigados alunos e professores no intuito de observar as principais dificuldades dos estudantes no aprendizado da geometria do nono ano e de verificar possíveis equívocos realizados no processo de ensino e aprendizagem desses conceitos geométricos. Diante dos dados obtidos o autor iniciou a construção da sequência didática, com o intuito de desobstruir os principais obstáculos observados na condução desses conteúdos, de modo a favorecer o aprendizado organizado com orientação do professor, mas construído pelo próprio aluno. Para isso, produziram cinco atividades de aspecto exclusivamente introdutório desses assuntos, organizadas em roteiros de trabalho de tal forma a conduzir os alunos ao aprendizado gradual e consistente por meio de manipulações realizadas no *software* GeoGebra. Contudo, o autor estabeleceu que a avaliação desta sugestão de sequência didática se faz importante, sugerindo que estudos posteriores a verifique como instrumento metodológico eficaz na condução do ensino dos conteúdos geométricos.

Tais estudos corroboram com a necessidade de buscarmos aperfeiçoar o processo de ensino e aprendizagem de geometria. Com isso, ao escolher esse público estamos afirmando a importância em formar e preparar o professor de matemática com as habilidades e técnicas necessárias para o ensino da disciplina na Educação Básica. Ao realizarmos a pesquisa numa disciplina ofertada num curso de licenciatura em matemática, que tem como foco o ensino do conteúdo de geometria plana e espacial utilizando uma TD e ao mesmo tempo uma metodologia de ensino diferenciada, objetivando sanar as dificuldades e deficiências que os alunos porventura trazem da educação básica, é de significativa importância para o ensino de matemática e para a pesquisa em desenvolvimento. Pois, compreender as dificuldades acerca do processo de ensino e aprendizagem de geometria na educação básica e aplicar processos dinâmicos de ensino para esse conteúdo poderá ser de grande valia para educação matemática, além de contribuir com um modelo de ensino, pois esses alunos serão professores de matemática.

Nesse tocante, para a realização da pesquisa e sua consecução estabelecemos que fossem produzidas atividades matemáticas envolvendo os conteúdos da disciplina Fundamentos de Matemática Elementar III (Geometria Plana e Espacial) para serem desenvolvidas por meio das TD, o GeoGebra. Como perspectiva metodológica para a produção, aplicação e avaliação das atividades, optamos pelo Ensino Híbrido – Sala de Aula de Invertida, o qual será abordado com mais detalhes na sequência desse trabalho.

Desse modo, e diante do exposto chegamos a seguinte questão da pesquisa:

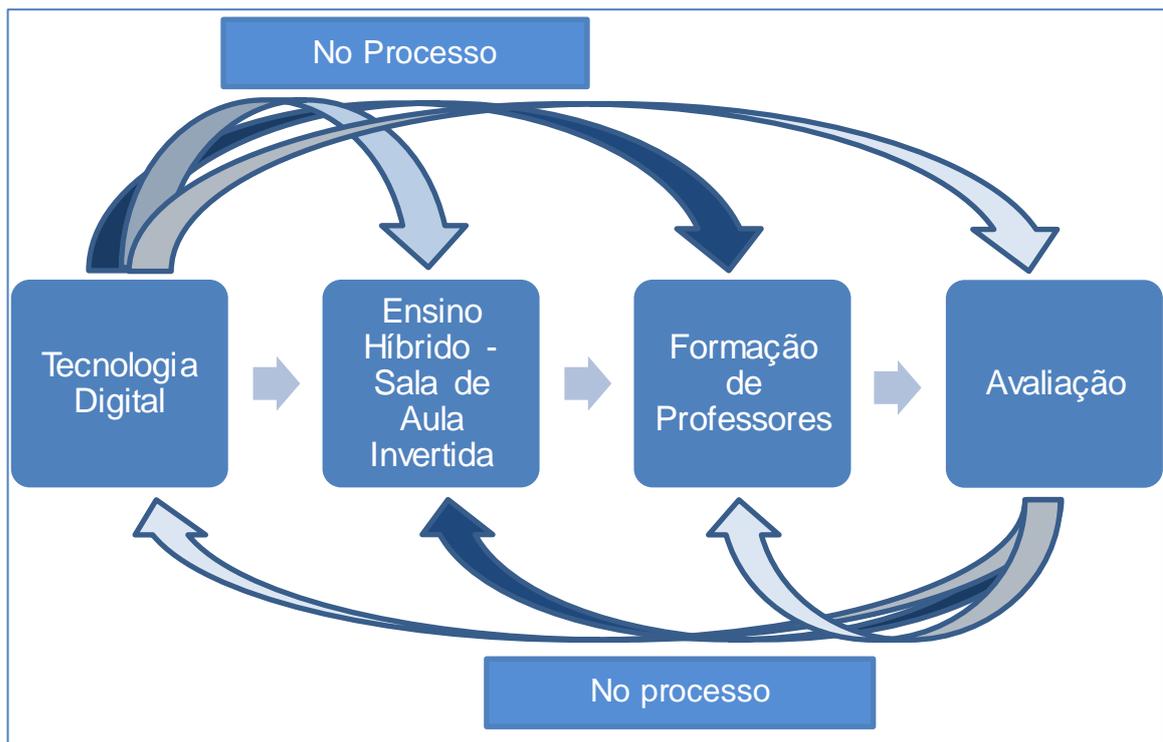
***Como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida?***

A seguir (Figura 1), apresentamos os quatro temas trazidos nesse trabalho, a saber: Tecnologia Digital, Ensino Híbrido, Avaliação e a Formação de Professores. Esses temas serão analisados verificando suas inter-relações, principalmente no que tange a tecnologia digital no processo de formação de professores, e de avaliação no processo de inserção do Ensino Híbrido, correspondendo aos objetivos específicos II e III, respectivamente, e em destaque na figura. Logo, nos possibilita verificar as mudanças de processos já estabelecidos no contexto educacional, desde o processo de avaliação até a metodologia de ensino. Contudo, é válido lembrar que a escolha dessas relações se deu para atender o que está proposto nesse trabalho,

ou seja, outras relações poderiam ser determinadas para alcançar outros objetivos, como é possível verificar na mesma figura.

Desse modo, analisaremos a inserção das TD na perspectiva da Formação de Professores e sobre as alterações do processo de avaliação quando da inserção da metodologia do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

**FIGURA 1 –** Temas apresentados na dissertação e suas relações



Fonte: Autoria nossa (2019)

## Objetivos da Pesquisa

Tendo em vista a obtenção de uma resposta para a questão apresentada acima, relacionamos nesta seção os objetivos da pesquisa. Para tanto, é necessário atrelar os temas citados de forma ampla e condizente com o questionamento trazido por este trabalho. Assim, definimos o objetivo geral e, a partir deste, desenvolvemos os objetivos específicos, conforme descritos a seguir:

## Objetivo Geral

Analisar o processo avaliativo e de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

## Objetivos Específicos

- I. Observar o envolvimento dos alunos na realização das atividades propostas no âmbito do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida;
- II. Especificar como se deu o desenvolvimento das atividades matemáticas no transcorrer da disciplina, tanto do ponto de vista do uso GeoGebra, quanto do conteúdo matemático trabalhado;
- III. Verificar como se deu o processo de avaliação no contexto do uso das TD e o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

Concluída esta primeira seção da composição estrutural da dissertação, apresentamos no decorrer do trabalho capítulos com a apresentação da revisão de literatura relacionados ao tema proposto, a metodologia, a análise e discussão dos dados e, por fim, as considerações finais.

## CAPÍTULO 1 - REVISÃO DE LITERATURA E ASPECTOS TEÓRICOS

O século XXI é marcado por uma profunda transformação tecnológica, afetando todos os aspectos da vida em sociedade. Essa transformação reconfigura várias dimensões da organização social e profissional, conduzindo a um repensar sobre as relações entre os indivíduos e a comunicação dos mesmos. As TD impulsionam tais mudanças, e isso ocorre devido a grande disponibilidade de novos recursos tecnológicos que proporciona significativas mudanças nas diversas atividades exercidas pelos indivíduos e, por conseguinte, em toda a sociedade.

Sendo a escola uma importante instituição social, onde ocorre o desenvolvimento desses indivíduos e, portanto da sociedade, é possível destacar que as TD, nesse contexto, passam a ter um papel de integrar e contextualizar esses indivíduos com as mudanças tecnológicas frente aos conteúdos escolares.

Essa mesma integração e contextualização dos conteúdos escolares nos direcionaram, obrigatoriamente, para a observação de dois importantes aspectos de análise que apresentamos nesse trabalho, a saber: o uso das TD no ensino; e a formação inicial de professores. Quanto à formação inicial do professor, se deve ao fato que este é quem tutora e materializa o desenvolvimento intelectual e cultural dos alunos no processo de ensino e aprendizagem na escola. Logo, a inserção das TD no nesse processo requer que esse professor esteja apto para atuar nesse cenário, onde os recursos tecnológicos assumem um papel de significativa importância nesse processo.

KAMPFF (2009, p. 14) afirma que as tecnologias em geral, desde a mais simples até às mais sofisticadas, possibilitam ampliar o potencial humano, seja físico ou intelectual. As TD empregadas com finalidade educacional colaboram nesse sentido, ampliando as possibilidades do professor ensinar e do aluno aprender. Com isso, é salutar e relativamente importante que estejamos a desenvolver pesquisas e estudos sobre as possibilidades e dificuldades trazidas pela inserção dos recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem, de modo a estabelecer um balizamento teórico sobre sua utilização.

A nossa pesquisa norteou-se centrada em dois eixos principais: o uso das TD no ensino e na formação inicial de professores. Contudo, no decorrer do processo

investigativo e nos estudos desenvolvidos no grupo de pesquisa verificamos a possibilidade de realizarmos uma investigação mais próxima às grandes mudanças trazidas pela incorporação dos diversos recursos tecnológicos digitais no ensino. Assim, inserimos o tema sobre o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, de modo a investigarmos também como pode se dar o processo de avaliação na aplicação dessa metodologia ativa de aprendizagem, utilizando as TD.

Desse modo, temos nessa pesquisa a possibilidade de pesquisar, de forma prática, a dinâmica de inserção de uma metodologia de ensino atrelada ao uso das TD no processo de ensino e aprendizagem. Consonante a isso, verificar o processo de avaliação, pois implementar metodologias de ensino diferenciadas nos conduz a repensar o processo avaliativo, de modo que este seja adequado a estas metodologias. Não é razoável inovar no método e manter um processo avaliativo tradicional. Contudo, a sala de aula necessita ser ajustada, reconfigurada e reorganizada para o pleno atendimento às demandas atuais trazidas pelas mudanças tecnológicas na sociedade, visando o entrelaçamento do uso das TD no processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, a pesquisa aqui apresentada é relevante, na medida que aplica a utilização de TD atreladas a uma metodologia de ensino ativa, visando também analisar o processo de avaliação nesse contexto. Logo, é possível realizar uma investigação sobre o potencial das TD no ensino de geometria plana e espacial na perspectiva de uma metodologia de ensino ativa e estabelecer como se deu o processo de avaliação nesse contexto. Tal estudo permite estabelecer a relação das TD no Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, sendo assim de grande importância e relevância a área da educação matemática.

### **Uso das Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática**

De modo a realizar uma análise diante do contexto atual sobre a utilização das TD no ensino de matemática e estabelecer um diagnóstico sobre as produções e publicações acerca do tema, fomos conduzidos a estudar e pesquisar sobre o mesmo.

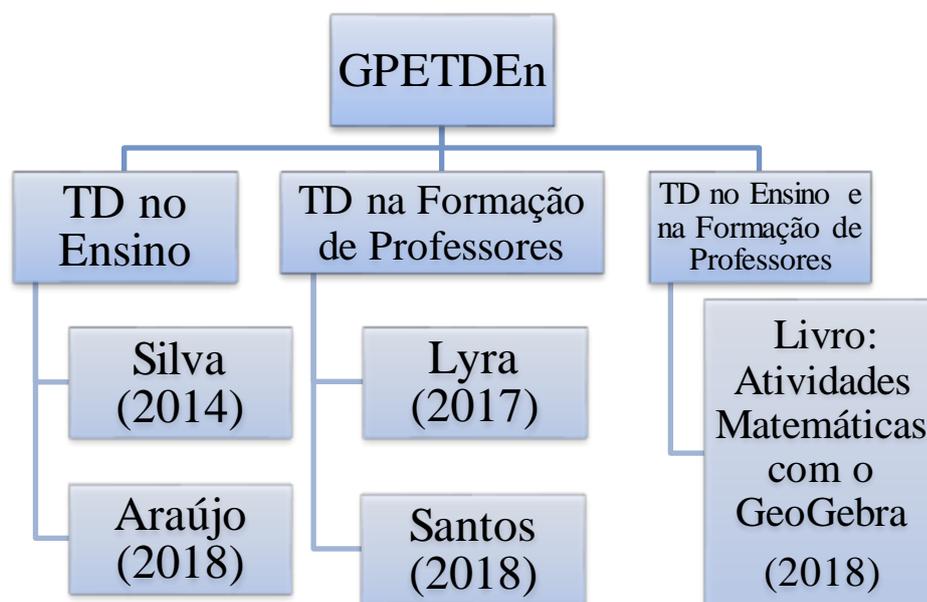
Nesse tocante, as discussões foram sendo aprofundadas no GPETDEn, o que desencadeou alguns questionamentos sobre uso das TD e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Tais questões nos levaram a investigar o cenário recente a respeito da produção acadêmica desenvolvida no âmbito da Educação Matemática, objetivando realizar uma sondagem sobre as pesquisas e publicações que envolvem o ensino de matemática e a utilização das tecnologias digitais.

E de todo modo, é necessário relacionar com outras pesquisas que abordem os temas aqui apresentados, afinal a literatura já produzida sobre o tema que se pretende investigar é de suma importância para o desenvolvimento do trabalho.

Algumas vezes, [uma revisão da literatura] aponta para uma área relativamente inexplorada ou sugere um tópico que precisa de desenvolvimento adicional. Outras vezes, há contradições ou ambiguidades entre os estudos e textos acumulados. As discrepâncias sugerem a necessidade de um estudo que ajude a resolver essas incertezas. (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 49).

No intuito de atender esse importante aspecto do processo investigativo – a revisão da literatura – e relacionar os estudos e pesquisas sobre a temática aqui discutida, optamos de início apresentar as investigações e publicações desenvolvidas em nosso grupo de pesquisa, o GPETDEn, como destacamos a seguir (FIGURA 2).

**FIGURA 2** – GPETDEn e a TD no Ensino e na Formação de Professores



Fonte: Autoria nossa (2019)

A seguir apresentamos um breve resumo sobre os trabalhos apresentados na figura acima. Esses trabalhos apresentam relevantes contribuições para a nossa investigação, e para o entendimento sobre o uso das TD no ensino e na formação de professores.

Em seu artigo, Silva (2014) apresenta um trabalho sobre algumas demonstrações do teorema de Pitágoras usando as ferramentas tecnológicas, especificamente o *software* GeoGebra. A autora utilizou de elementos da história da matemática mostrando que é possível fazer uso das novas tecnologias e da história da matemática, de modo a enriquecer e promover o aprendizado a partir de suas raízes históricas, sem abrir mão das novas tecnologias. Para esse trabalho foi escolhido o Teorema de Pitágoras, segundo a autora, por sua importância histórica para o desenvolvimento da matemática e por ser tão útil no ensino básico, não raro aparecendo em muitos conceitos matemáticos. Ainda, a escolha pelo Teorema de Pitágoras se deu por sua beleza e simplicidade na construção, além das inúmeras possibilidades de demonstração, o que, com o uso do GeoGebra, toma uma nova dinâmica.

Para tanto, Silva (2014) apresenta uma série de atividades com construções diversas e relacionadas ao conteúdo matemático do Teorema, por meio da utilização do GeoGebra. A autora considera que com o uso do GeoGebra é possível ressignificar o Teorema de Pitágoras com uso dinâmico do *software*, pois no que diz respeito à experiência dos alunos afirma que “pode se constituir em um momento prazeroso e criativo, não precisam ficar decorando uma fórmula, mas construindo significado sobre conceitos e representações matemáticas”. Contudo, considera ela, “fica fácil para o professor preparar uma atividade interessante do ponto de vista histórico apresentando um conceito tão presente na matemática como é o Teorema de Pitágoras” (SILVA, 2014, p. 12) Afirma, ainda, que para quem deseja introduzir essa TD em suas atividades e não sabe por onde iniciar, que o seu trabalho fica como uma sugestão de aplicação. O trabalho apresentado pela autora procurou elaborar atividades que podem servir para atenuar a dificuldade dos professores com o uso de TD para a sala de aula. Seu trabalho pode ser o início para quebrar a resistência do uso das ferramentas tecnológicas no ensino de matemática.

Ainda sobre o uso do *software* GeoGebra no ensino, Araújo (2018) apresenta uma pesquisa que articula o ensino de geometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA), por meio do uso das TD. A autora buscou responder a seguinte questão:

“como ocorre a formação de conceitos geométricos na Educação de Jovens e Adultos mediada pelo software GeoGebra?”. A pesquisa foi de abordagem qualitativa, do tipo intervenção, e contou com a elaboração de roteiros de atividades matemáticas, denominadas de Base Orientadora da Ação (BOA), que foram desenvolvidas por meio da mediação do GeoGebra. Essas atividades continham orientações para serem feitas com o GeoGebra e que conduziam a conceitos de geometria plana. Para a produção dos dados, a pesquisadora se utilizou da aplicação de atividade diagnóstica, do diário de bordo, do conjunto de roteiros de atividades matemáticas (BOA) e das entrevistas diagnósticas. Para a análise dos dados foi realizado com o método de análise de conteúdo. Após a análise e triangulação dos dados e de teorias, a autora buscou os pontos comuns e divergentes dos dados produzidos. Assim, foi possível identificar, segundo a autora, que a utilização do *software* e das BOA contribuíram para a aprendizagem, para a formação dos conceitos geométricos e para a reorganização do pensamento desses alunos.

[...] enfatizando a visualização proporcionada por um *software* matemático, bem como as contribuições da visualização para a formação do conceito matemático, concluímos que [...] a mediação proporcionada pelo GeoGebra potencializou o desenvolvimento cognitivo, reflexivo e matemático dos alunos. (ARAUJO, 2018, p. 155).

Verifica-se nesse pequeno recorte do trabalho que a autora foi incisiva ao concluir que, de fato, o uso da TD proporcionou significativa melhora na aprendizagem do conteúdo matemático ora explorado na investigação. Isso reforça ainda mais a necessidade de ampliar o uso desses recursos no ensino.

Em outra pesquisa, Santos (2018) realizou uma investigação envolvendo alunos ingressantes em um curso de Licenciatura em Matemática. O objetivo principal dessa investigação foi analisar a aprendizagem desses alunos sobre a internalização dos conceitos básicos de Geometria Plana. Para tanto, a autora desenvolveu um conjunto de atividades, com o intuito de proporcionar o desenvolvimento de tais conceitos mediante uso do *software* GeoGebra, de acordo com as etapas de formação mental propostas por Galperin (1986). Essa pesquisa foi de natureza qualitativa, por meio de uma pesquisa-intervenção. Os instrumentos de produção de dados foi uso de questionários, encontros formativos, observação,

diário de bordo e grupo focal. A autora verificou, de forma contundente, que a Geometria está um pouco ausente da sala de aula, e que as atividades desenvolvidas proporcionaram aos discentes interações e envolvimento para a formação de conceitos matemáticos. A autora ainda destacou que os alunos pesquisados, futuros professores da educação básica, não tiveram contato com *softwares* educativos em seu processo formativo, e conclui:

Por fim, entendemos que o uso de *software* apresenta grandes vantagens no que diz respeito a visualização das figuras, facilitando assim o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, é necessário o docente conhecer tais recursos e saber quando fazer o uso em cada situação. Com isso, esta pesquisa gera novas reflexões para a área, compondo parte das pesquisas na Educação Matemática. (SANTOS, 2018, p. 9).

Santos (2018) traz em sua pesquisa a formação inicial do professor de matemática com o uso da TD e destaca duas questões/problemas que nos ancoramos para a realização de nossa investigação. A primeira diz respeito à formação do professor de matemática atrelada ao conhecimento dos recursos computacionais para o ensino da disciplina e, a segunda, sobre a negligência frente ao ensino de geometria na educação básica. Nesse contexto, a autora demonstrou que a TD utilizada serviu para diminuir as dificuldades que os alunos trazem da educação básica em relação aos conteúdos de Geometria Plana, além de aproximá-los do uso das tecnologias digitais.

Lyra (2017) investigou um grupo de professores de Matemática numa escola do Ensino Fundamental II e verificou se os envolvidos nas atividades, utilizando o *software* GeoGebra, se sentiriam aptos e estimulados a modificarem suas práticas pedagógicas, incorporando nelas o uso das TD. Tratou-se de uma pesquisa de natureza qualitativa e do tipo Intervenção. A autora estabeleceu um diálogo com os professores de Matemática, do 6º ao 9º ano, sujeitos da pesquisa, e constatou a dificuldade que eles tinham em utilizar as TD, bem como inseri-las em suas aulas de Matemática. Para produção de dados foram utilizados os diários de bordo, questionário, filmagem e entrevistas semiestruturadas. A autora conclui dizendo que:

As atividades Matemática com o GeoGebra, possibilitou aos docentes uma visão síncrona de aspectos geométricos, algébricos e aritméticos, fundamental ao desenvolvimento dos conceitos matemáticos explorados nas intervenções. Nesse sentido, ficou claro

que essa abordagem simultânea contribui para o entendimento do todo. Por isso, destaco que neste trabalho o GeoGebra oportunizou a exploração de múltiplas representações dos conteúdos por meios de seus recursos algébricos, aritméticos, geométricos e cálculos simbólicos, de forma dinâmica. (LYRA, 2017, p. 86).

Analisamos, ainda, pesquisas e trabalhos realizados por pesquisadores que não integram nosso grupo de pesquisa, como veremos a partir de agora.

Moreira (2014) realizou uma pesquisa na qual propõe a utilização de atividades com uso do GeoGebra para o estudo de funções elementares, para auxiliar a visualização e compreensão de gráficos, relacionando-as com a teoria. Essa investigação ocorreu com alunos da primeira série do ensino médio. Foram apresentadas várias atividades de funções construídas com o GeoGebra com o intuito de auxiliar a visualização e a compreensão dos alunos, tais atividades foram produzidas para serem aplicadas como exemplos, onde os alunos respondiam a algumas questões contidas nas mesmas. Em suas análises e discussões de resultados, o autor ponderou que o GeoGebra é uma ferramenta de extrema relevância no estudo de funções, pois cria uma ponte entre a parte algébrica e a representação gráfica, o mesmo ressalta que é possível o professor introduzir o uso do GeoGebra em sala de aula, porém afirma ser indispensável a capacitação do mesmo e a disponibilidade de laboratórios de informática operacionais.

No estudo de Faria (2012) foram investigadas quais contribuições à exploração de padrões fractais em um *software* de geometria dinâmica trazem ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. Os sujeitos da pesquisa foram alunos da primeira série do ensino médio de um Instituto Federal. A autora realizou as atividades elaboradas em um curso denominado “*A utilização de Padrões Fractais no processo de generalização do conhecimento matemático por meio de um software de geometria dinâmica*”, e todos os encontros ocorreram num laboratório de informática. O *software* escolhido foi o GeoGebra, por meio do qual foram aplicadas seis atividades com o intuito de analisar quais contribuições a investigação de atividades com Padrões Fractais para a exploração de diversos conteúdos matemáticos. Contudo, anterior a aplicação das atividades com os referidos padrões foi aplicada uma atividade de reconhecimento do GeoGebra, que, conforme a autora, tinha por objetivo:

[...] familiarizar os alunos com o *software* GeoGebra, colaborando assim, para um melhor andamento do trabalho ao longo da realização das atividades de exploração dos Padrões Fractais. (FARIA, 2012, p. 75)

A autora relata que os resultados obtidos indicam que o processo de generalização possui características que possibilitam a exploração de diversos conteúdos matemáticos e destaca que:

O *Software* de Geometria Dinâmica (SGD) GeoGebra contribuiu significativamente ao processo de generalização de conteúdos matemáticos, pois atuou durante as três Fases de Investigação de um Padrão. A riqueza do GeoGebra quanto à visualização, construção e manipulação dos fractais em seus diversos níveis, que envolve o dinamismo desse SGD, permitiu a interação dos alunos com as particularidades que fazem com que o fractal repita infinitamente, ao longo das iterações, sua estrutura inicial. Além disso, este software permitiu a exploração das características de um nível específico e sua comparação com níveis posteriores e anteriores, possibilitando que os demais níveis fossem representados matematicamente. (FARIA, 2012, p. 155)

No trabalho de Souza (2014), o qual traz como objetivo geral apresentar alguns dos principais *Softwares* Livres Matemáticos, destacando suas funções matemáticas e suas respectivas plataformas, comparando-os e estabelecendo suas propriedades e funcionalidades. Os *softwares* analisados foram: GeoGebra, C.a.R. - Régua e Compasso, KmPlot, Calques 3D, OCTAVE, Scilab, Sage, R, Calc - Planilha de Cálculo, AXIOM e o Maxima. Foram apresentadas propostas de atividades pedagógicas para o Ensino Básico e para o Ensino Superior com o uso dos *softwares* GeoGebra e Maxima. A autora analisou os *softwares* e verificou que as atividades mediadas por essas ferramentas digitais devem ser fundamentadas com argumentos matemáticos. Além disso, o professor deve dominar e conhecer todas as ferramentas e limitações do *software* matemático, antes de desenvolver qualquer atividade em sala de aula. Observa-se que o pesquisador ocupou-se de avaliar diferentes TD aplicadas ao ensino de matemática, escolhendo dois softwares para realizar a aplicação de algumas atividades. Contudo, o uso das TD nessa investigação se deu como uma aplicação auxiliar no processo de ensino e aprendizagem, as TD não assumem um papel de protagonismo nesse processo.

A pesquisa de Pimentel (2016) teve por objetivo realizar uma investigação acerca da importância da utilização de computadores e outras tecnologias de

informação e comunicação no ensino de Matemática com alunos da educação básica. Para tanto, o autor idealizou e aplicou uma sequência didática com o uso do GeoGebra para o desenvolvimento do tópico Transformações Geométricas em uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental. As atividades foram planejadas e idealizadas antes de iniciar o trabalho de campo com a referida turma, o projeto GeoGebra foi realizado durante o período de um mês.

Dentre algumas observações sobre a análise dos dados da pesquisa o autor consta que:

[...] houve uma melhora no desempenho acadêmico com a utilização do computador em comparação ao modelo de ensino tradicional, pois a turma foi superior em todos os quesitos se comparado ao modelo tradicional, sendo que atingiu o nível de proficiência estabelecido em 7 das 8 questões objetivas e atingiu a meta em todas as questões dissertativas. Conclui-se assim que o ensino mediado pelo recurso computacional fez uma considerável diferença no processo de ensino aprendizagem, pois incrementou na aquisição do conhecimento matemático e, conseqüentemente, ajudou na disciplina em sala de aula, corroborando nossa tese de que as TIC's são eficazes como meio educativo. (PIMENTEL, 2016, p. 92)

O trabalho de Pimentel (2016) se aproxima de nossa investigação, pois permite comparar a utilização de tecnologias digitais (computador) com o modelo de ensino tradicional. Contudo, nossa investigação se propõe inserir, vinculado com o uso das TD, uma metodologia ativa de aprendizagem, visando um melhoramento no processo de ensino e aprendizagem de geometria.

Desta forma, percebemos que os pesquisadores citados se preocuparam em realizar suas investigações acerca do uso das TD e o ensino de matemática, de tal modo que em todas as retratadas o uso do GeoGebra se encontra presente, sendo o principal *software* utilizado na investigação, realçando a importância desse *software* para o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Portanto, identificamos nestas pesquisas similaridades com a nossa investigação, pois investigamos o uso das TD no ensino de matemática, especificamente com o uso do *software* GeoGebra.

Contudo, em nossa pesquisa o grande diferencial se encontra no fato de atrelarmos o uso das TD com uma metodologia de aprendizagem ativa, o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, distanciando-se do ensino mais tradicional, com aulas expositivas e centrada no professor, e permitindo aos alunos uma atuação

mais autônoma e investigativa sobre os conteúdos explorados na disciplina. Com isso, as TD não são um mero auxiliar para o processo de ensino e aprendizagem, elas se tornam instrumentos indispensáveis desse processo, sendo a mediadora do mesmo. Além disso, a metodologia ativa da sala de aula invertida requer o uso do *software* GeoGebra e a utilização de outros recursos tecnológicos como: a internet, as redes sociais, os *smartphones*, dentre outros, tornando a experiência do aluno mais completa e dinâmica.

Contudo, ainda é visível o pouco uso das TD no ensino da educação básica, em especial na escola pública, embora com todos os benefícios apresentados nessas pesquisas e em outras. Essa situação pode se dar em função, conforme aponta Silva (2018), de como os recursos tecnológicos disponíveis na escola não conseguem acompanhar o que está ocorrendo fora dela. Os recursos oferecidos na escola estão muito aquém do que estão disponíveis em relação aos avanços tecnológicos, em especial na escola pública. Com isso, as escolas além de disporem de poucos equipamentos para atender a demanda da escola, estes estão, em sua maioria, obsoletos. Esses, conforme nos traz a pesquisa de Silva (2018) tornam o uso desses recursos tecnológicos nas escolas um entrave.

O autor destaca a obsolescência programada, a falta de manutenção e a dificuldade em atualizar os equipamentos como elementos importantes que impendem a inovação do ambiente de aprendizagem nas escolas, conforme a seguir:

Das especificidades dos resultados pudemos encontrar um sistema falido de ações que não se importam em utilizar os equipamentos tecnológicos da escola, sem o mínimo interesse em dinamizar as aulas e criar indefinidamente estratégias que permitam a inovação em qualquer ambiente de aprendizagem. (SILVA, 2018, p. 110).

Verificou-se com esta pesquisa, um expressivo número de professores alheios aos problemas que a obsolescência é capaz de provocar. Os entrevistados queixam-se de não ter verba financeira para mudar o cenário, não tem dinheiro para modernizar a escola, para consertar os equipamentos quebrados, por isso, ficam sem manutenção por vários meses e até mesmo anos, até virarem amontoados de encalhes e inservíveis. Escola não é depósito de lixo tecnológico e suas instalações não comportam tal intento, e por isso se misturam no mesmo ambiente com os equipamentos que ainda funcionam. (SILVA, 2018, p. 111).

Portanto, esse levantamento de pesquisas serviu para abordar um relevante tema que compõem a pesquisa aqui desenvolvida em nível de mestrado, a utilização das Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática. Ainda nesse âmbito, nossa pesquisa procurou abranger outros temas como: a formação inicial de professores e a análise do processo avaliativo com o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

## Formação de Professores e o Uso das Tecnologias Digitais

No tópico anterior nosso foco foi o uso da TD no ensino de matemática. Neste, nos propusemos a discorrer sobre os aspectos relacionados com a formação de professores. Como essa investigação ocorre no contexto de um curso de licenciatura em matemática, se faz necessário discutirmos sobre a formação inicial de professores. Com isso, apresentamos um panorama geral sobre a formação de professores e sobre as pesquisas que versam sobre essa temática. Ao final, estabelecemos uma relação entre os temas norteadores de nossa investigação, situando assim esta pesquisa nesse contexto.

Contudo, antes de tratarmos especificamente da formação de professores iremos apresentar algumas considerações sobre a realização da investigação numa turma de um curso de licenciatura em matemática.

Conforme já sinalizado na introdução, esta pesquisa foi inicialmente pensada para ser desenvolvida numa turma da educação básica, como parte da exigência do Programa, no contexto do ensino de geometria plana e espacial. Porém, após analisarmos as condições necessárias para a realização da mesma junto às escolas de educação básica, na cidade de Vitória da Conquista, verificamos que essas não atendiam as condições necessárias para desenvolvermos as atividades previstas, tais como: laboratórios estruturados para o atendimento da turma; acesso a internet, dentre outras necessidades.

Isso já era observado pelo GPETDEn, e foi ratificado pela pesquisa de Silva (2018) que desenvolveu uma investigação, vinculada ao referido Grupo, e intitulada “*Obsolescência tecnológica na escola de educação básica*”, em escolas da Rede Estadual de Ensino, na cidade de Vitória da Conquista. A pesquisa revelou a situação dos laboratórios de informática, apresentando dados consistentes e atuais

da real situação que as escolas investigadas se encontravam em relação à disponibilização e uso das TD nas atividades de ensino. Ou seja, o que já era uma percepção nossa acabou sendo confirmada na pesquisa desenvolvida por Silva (2018).

No trecho a seguir Silva expressa bem os motivos do pouco uso das TD nas escolas pesquisadas:

[...] professores indispostos a utilizar a tecnologia, equipamentos que não atendem à demanda por serem “fracos”, defasados e uma cultura generalizada de que: não uso porque não sei, não atualizo porque não tem quem faça, não reparo equipamentos porque não compensa [...] (SILVA, 2018, p. 111-112)

Essas considerações ratificam a realidade que citamos anteriormente e que já eram percebidas mesmo antes da realização dessa pesquisa. Diante das dificuldades apresentadas para a realização no âmbito da educação básica, optamos por uma investigação com alunos recém-ingressos na licenciatura em matemática. De tal modo que não nos distanciássemos muito dos sujeitos inicialmente previstos, uma vez que ao escolhermos como sujeitos alunos recém-saídos da educação básica nos ajudaria a perceber como vem se dando o ensino, em especial de geometria, nesse nível de ensino.

Desse modo, optamos por realizar a pesquisa na turma do primeiro semestre do curso de licenciatura em matemática, UESB, na disciplina Fundamentos de Matemática Elementar III, a qual traz em sua ementa<sup>6</sup> os conteúdos de geometria plana e espacial. Após a análise do Projeto Pedagógico do Curso e, em especial, do programa da disciplina, verificamos se tratar de uma estrutura de conteúdos fragmentados, voltada para uma metodologia centrada no ensino tradicional. Logo, foi necessário readaptarmos a abordagem desses conteúdos para contextualizá-los dentro da metodologia da sala de aula invertida, por meio da utilização do Ensino Híbrido. Ainda nesse âmbito, é válido ressaltar que as disciplinas de Fundamentos de Matemática Elementar (I, II e III) têm por objetivo superar dificuldades trazidas pelos alunos da educação básica. Assim, são disciplinas de conteúdos básicos e

---

<sup>6</sup> Conteúdos matemáticos presentes na educação básica na área de Geometria. Geometria Plana: Triângulos, paralelismo, perpendicularismo, polígonos, circunferências, semelhança. Geometria Espacial: Prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. (Ementa extraída do Projeto Pedagógico do curso de Licenciatura em Matemática da UESB, campus de Vitória da Conquista. Pág. 56 e 57)

introdutórios que tem por objetivo preparar os alunos para adentrar em conteúdos matemáticos mais aprofundados do decorrer do curso.

Contudo, formar bons professores de matemática contribuirá para ensino da disciplina na educação básica, visto que os conhecimentos teóricos e práticos adquiridos na formação desses profissionais serão replicados no exercício da docência. Logo, poderá ter impactos relevantes para o ensino de matemática na educação básica, com o exercício da docência e por meio da participação em programas como o Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e de Iniciação Científica (PIBIC), preparando esses discentes para o pleno exercício da docência após a sua formação.

Ainda relacionado à formação de professores, os documentos oficiais apresentam que os cursos de licenciaturas devem preparar o futuro professor da educação básica para o uso eficaz das TD, permitindo a esses alunos o desenvolvimento de conhecimentos e habilidades que os habilitem inserir os mais diversos recursos tecnológicos disponíveis no processo de ensino e de aprendizagem. Bonilla (2005) afirma que:

As tecnologias são tão importantes no processo de formação de professores, quanto à língua materna, as metodologias, a psicologia, a sociologia, e todas as demais áreas que compõem o currículo de uma licenciatura em qualquer área do conhecimento, ou de um curso de formação continuada. (p. 203).

Tais preceitos também já são expressos na RESOLUÇÃO CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de 2002, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (BRASIL, 2002), conforme abaixo (grifo nosso):

Art. 2º A organização curricular de cada instituição observará, além do disposto nos artigos 12 e 13 da Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996, outras formas de orientação inerentes à formação para a atividade docente, entre as quais o preparo para:  
 I - o ensino visando à aprendizagem do aluno;  
 II - o acolhimento e o trato da diversidade;  
 III - o exercício de atividades de enriquecimento cultural;  
 IV - o aprimoramento em práticas investigativas;  
 V - a elaboração e a execução de projetos de desenvolvimento dos conteúdos curriculares;  
**VI - o uso de tecnologias da informação e da comunicação e de metodologias, estratégias e materiais de apoio inovadores;**

VII - o desenvolvimento de hábitos de colaboração e de trabalho em equipe.

Desse modo, incluir na formação inicial do professor elementos que possibilite maior autonomia com o uso das TD consolida o processo educacional, fortalece a educação e enriquece a prática pedagógica do professor. Nesse sentido, Kenski (1998) nos esclarece que:

Favoráveis ou não, é chegado o momento em que nós, profissionais da educação, que temos o conhecimento e a informação como nossas matérias-primas, enfrentarmos os desafios oriundos das novas tecnologias. Esses enfrentamentos não significam a adesão incondicional ou a oposição radical ao ambiente eletrônico, mas, ao contrário, significam criticamente conhecê-los para saber de suas vantagens e desvantagens, de seus riscos e possibilidades, para transformá-los em ferramentas e parceiros em alguns momentos e dispensá-los em outros instantes. (KENSKI, 1998, p. 61).

Assim, é possível conceber que nem na esfera social e, tampouco, na esfera educacional a formação dos professores não pode e nem deve estar desarticulada do uso de recursos tecnológicos. As TD se configuram como um importante elemento no processo de ensino e aprendizagem e, por sua vez, devem estar incorporada na formação inicial do professor, visando o pleno atendimento, na educação básica, a uma geração de estudantes nativos digitais<sup>7</sup>. A seguir apresentaremos algumas pesquisas que tem o professor e o uso das TD como objetos de estudos.

Uma pesquisa realizada por Zulatto (2002) teve como objetivo investigar o perfil dos professores que utilizavam *softwares* de Geometria Dinâmica e suas perspectivas com relação às potencialidades dos mesmos. Foram pesquisados 15 professores do ensino público e particular que já tinham utilizado *softwares* de Geometria Dinâmica. No contexto da investigação foram analisados aspectos como a formação do professor, os *softwares* utilizados, os conteúdos matemáticos

---

<sup>7</sup> (COSTA; DUQUEVIZ e PEDROZA, 2015, p. 604) estabelecem que “os usuários que nasceram a partir de 1990 em um mundo circundado pelas novas tecnologias e que usam as mídias digitais como parte integrante de suas vidas são chamados de nativos digitais. Dessa forma, a aprendizagem dos nativos digitais passa a ser mediada pelas novas tecnologias, entendidas como instrumentos do nicho cultural em que essas pessoas operam.”

trabalhados, as dificuldades encontradas e apoio recebido, as condições dos laboratórios de informática, entre outros.

A autora concluiu, a partir da análise dos dados, que em relação ao perfil dos professores, a formação continuada e o suporte são fundamentais para que estes se sintam preparados e seguros a utilizar tecnologias em suas aulas, embora esta seja uma opção individual do profissional, sendo que não tiveram oportunidades no curso para utilizar e discutir sobre os *softwares* geométricos. Os professores são oriundos de cursos de universidades públicas e particulares e consideram de fundamental importância, quanto à formação e quanto ao suporte dado nas escolas, investirem no conhecimento e na utilização dos *softwares*. Um ponto importante da pesquisa são os relatos dos professores sobre o dinamismo dos *softwares*, que, segundo eles, possibilitam a construção de figuras geométricas, a realização de atividades investigativas e a exploração e visualização das propriedades das construções que motivam os alunos.

Rodrigues (2013) objetivou investigar as possibilidades e limites de um Grupo de Trabalho de professores de Matemática, que utilizam *softwares* educacionais, em constituir-se como espaço de desenvolvimento profissional.

O Grupo de Trabalho se constituiu de professores cujos conhecimentos disciplinares específicos e pedagógicos da prática eram evidentes, mas que tiveram que aplicar métodos e procedimentos sob outra abordagem, necessitando de novos saberes. Gradativamente, o grupo se desenvolveu e, como consequência, foi notório o crescimento individual. Os docentes descreveram as suas concepções tradicionais e reconheceram como estas precisavam ser revistas para esse ambiente computacional, pois contradiziam a proposta de mudança, que levasse os alunos a uma aula diferenciada. (RODRIGUES, 2013, p. 254).

A autora pontuou como sendo de grande importância a elaboração das propostas de atividades como sendo uma iniciativa inovadora dos professores, que escolheram uma nova abordagem, utilizando a informática educativa como um recurso para ensinar Matemática. A análise dos dados revelou a importância das interações dos professores no grupo e, como coletivamente experienciaram um projeto inovador no Ensino de Matemática. Ressaltando que inovar é importante, e o professor deve ser conduzido a essa inovação, seja em sua formação inicial, seja numa formação continuada.

Richit (2005) investigou como trabalhar com projetos de Geometria Analítica, utilizando *software* de Geometria Dinâmica, pode favorecer a formação de futuros professores de Matemática. Os sujeitos de pesquisa foram alunos de licenciatura em Matemática. O *software* utilizado foi o *Geometricicks*, no qual os discentes desenvolveram diversas atividades. A pesquisadora considerou a estratégia pedagógica utilizada favorável à formação dos professores, principalmente no que tange a construção de saberes específicos da área. A autora se atenta em sua conclusão que é necessária uma reformulação nos currículos das licenciaturas, visando elencar saberes pertinentes à Matemática, saberes pedagógicos e saberes referentes à utilização de tecnologias digitais.

A autora ainda enfatiza que:

[...] outros estudos sejam desenvolvidos no âmbito da licenciatura, focando a implementação do trabalho com projetos sob diferentes condições, como estratégia para introduzir novos conceitos, por exemplo. Do mesmo modo, avaliamos que são necessárias atividades de formação para os professores formadores, incluindo o trabalho com projetos e o uso pedagógico das tecnologias, pois não existem atualmente cursos de capacitação de docentes da licenciatura. (RICHIT, 2005, p. 163)

Logo, formar professores para a educação básica e para a utilização da TD é de suma importância e não é uma discussão nova, ocorre há mais de duas décadas, e é de considerável relevância para o processo educacional. Para Valente e Almeida essa formação propicia:

[...] condições para que ele construa conhecimento sobre as técnicas computacionais, entenda por que e como integrar o computador na sua prática pedagógica e seja capaz de superar barreiras de ordem administrativas e pedagógicas. (VALENTE; ALMEIDA, 1997, p. 08).

Silva (1999), que também trabalhou com formação de professores pesquisando sobre o uso do computador na formação inicial do professor de matemática já indicava em suas ponderações:

[...] a necessidade de propiciar uma adequada formação ao professor, em todos os níveis, para utilizar o computador em suas atividades de ensino. Surge, assim, a necessidade de que cursos ou disciplinas específicas sejam oferecidas com o intuito de permitir aos participantes conhecerem, explorarem e avaliarem softwares

destinados à área de Matemática dos ensinos Fundamental, Médio e Superior. (SILVA, 1999, p. 125).

Contudo, a autora relata na pesquisa que o uso do computador nas disciplinas da licenciatura em Matemática depende de vários fatores, tais como: “a formação dos professores na universidade, a organização acadêmica, dentre outros. Assim, para poder usar o computador nas suas disciplinas de Matemática, faz-se necessário que esses fatores sejam considerados”. (SILVA, 1999, p. 124).

Frente aos fatores limitantes que nos conduziram a optar por uma pesquisa a ser desenvolvida no âmbito de um curso de licenciatura, neste caso específico no curso de Licenciatura em Matemática, surgiu a possibilidade de conduzir alunos recém-ingressos no curso de formação inicial de professor desenvolver seus estudos, em uma determinada disciplina, de modo a explorar os recursos advindos do uso das TD e oportunizar que estes questionem o uso dessas tecnologias e realizem comparações sobre o processo de ensino e aprendizagem que vivenciaram na educação básica, com um processo fundado no uso de diversos recursos tecnológicos e de metodologias de ensino diferenciadas. Esses aspectos poderão contribuir para a formação inicial do professor, de modo a refletir na educação básica.

Importante ressaltar que o uso das TD no ensino não deve ser trabalhado para ser utilizada apenas como um recurso tecnológico, um artefato isolado dos aspectos pedagógicos da aula. As TD, aplicada ao ensino, não pode ser pensada como um *instrumento*, que na concepção do período da industrialização se referia a um utensílio usado no trabalho fabril. Ao inserirmos seu uso no contexto educacional sua função deve ser remodelada para além de um uso técnico, assumindo características pedagógicas, com implicações para o processo de ensino e aprendizagem. Logo, seu uso na formação inicial do professor se torna necessário e compreende um importante aspecto dessa formação.

Destacamos, nesse âmbito, o que foi dito por Kenski:

Neste tocante, pretende-se conduzir o futuro professor, ainda em formação, a atender as novas necessidades em relação à educação, de modo que este assuma a postura de mediador no acesso ao conhecimento e contribua para que se estabeleçam relações significativas, permitindo que o aluno seja um agente ativo no processo de ensino e aprendizagem, e que a avaliação não tenha sua

ênfase na memorização apenas, mas nas relações e na aplicação dos conhecimentos em novos contextos. (KENSKI, 1998, p. 60).

Portanto, esta pesquisa ao tratar da formação inicial do professor de matemática e o uso das TD, traz importantes contribuições para o debate sobre a formação inicial do professor quanto para o ensino de matemática nos demais níveis de ensino. A formação inicial do professor é condição necessária para dispormos de uma educação básica mais qualificada. É preciso investir em recursos e na formação docente, buscando conhecer e discutir as diversas formas de utilização das TD no campo educacional, com o intuito de atualizar e qualificar os processos de ensino e aprendizagem.

### **As Noções Fundamentais do Ensino Híbrido na Metodologia Ativa Sala de Aula Invertida**

A inserção das TD no ensino vem compor um ambiente propício para a discussão sobre novas metodologias de ensino e aprendizagem. As TD propiciam recursos e possibilidades que podem ir muito além do já conhecido ensino tradicional. A discussão sobre o uso das TD e as mudanças que ela pode trazer para novas práticas pedagógicas não é recente. Valente (1997) e Moran *et al* (2000) já discutiam a necessidade da constante busca por práticas pedagógicas que inovem o ensino e sejam capazes de possibilitar uma formação mais densa, de modo que aumente a autonomia dos alunos sobre o seu aprendizado. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) no livro, Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática – Sala de Aula em Movimento, exploram uma sistematização para discutir o uso das tecnologias no ensino e aprendizagem de matemática. Estabelecem que o uso das tecnologias em Educação Matemática (no Brasil) pode ser compreendido em quatro fases ou momentos, e definem a entrada no século XXI como sendo o início da terceira fase das TD em Educação Matemática, onde a internet começou a ser utilizada em maior escala e como fonte de informações e meio de comunicação entre educadores e educandos, agora com maior mobilidade e conectividade.

Contudo, é na quarta fase, que vivemos atualmente, que surge a internet em velocidade mais rápida e os dispositivos móveis tornam-se acessíveis. Nessa fase

que se torna comum o uso de *softwares* dinâmicos, uso de vídeos na internet, diversificação dos modos de comunicação, tecnologias móveis ou portáteis, redes sociais, câmeras digitais, computadores de bolsos (*smartphones*), dentre inúmeros aspectos relacionados à tecnologia que, conforme os autores, tornam a quarta fase “um cenário exploratório, fértil ao desenvolvimento de investigações e à realização de pesquisas”.

**FIGURA 3 – Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**



Fonte: Autoria Nossa - Adaptação de Borba; Scucuglia e Gadanidis, 2014.

É nesse emaranhado de discussões sobre TD no ensino e suas implicações que Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 34) citam as metodologias ativas de aprendizagem como ponto de partida — “*para processos mais avançados de reflexão, de integração cognitiva, de generalização, de reelaboração de novas práticas, uma vez que o aprendizado se dá a partir de problemas e situações reais.*” De acordo com os autores, a melhor forma de aprender é combinar — “*atividades, desafios e informações contextualizadas*”.

Enquanto que Valente (2014) menciona as muitas estratégias que têm sido usadas para promover a aprendizagem ativa, como a aprendizagem baseada na pesquisa, o uso de jogos ou a aprendizagem situada em problemas (ABP), e cita como exemplo a abordagem da sala de aula invertida, adotada nas universidades do *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) e de *Harvard* para inovar seus métodos de ensino, com a finalidade de explorar os avanços das tecnologias educacionais, bem como para minimizar a evasão e o nível de reprovação.

Foi nesse universo de possibilidades, advindas da utilização dos diversos recursos tecnológicos disponíveis, que decidimos inserir o *software* matemático no

ensino de geometria, numa turma do primeiro semestre do curso de licenciatura em matemática. Inserindo as TD na formação inicial do professor, de modo a contribuir para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo da disciplina, bem como para aproximar os alunos do uso de ferramentas tecnológicas digitais aplicadas ao ensino da disciplina, contribuindo para que estes se sintam habituados para a utilização desses recursos em sua prática pedagógica. Vislumbramos também a possibilidade de ampliarmos as perspectivas de uso das TD para uma abordagem ainda mais inovadora - O Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida. Nessa abordagem pedagógica é possível associar atividades presenciais e não presenciais com os diversos usos dos recursos disponibilizados pelas TD, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais atrativo e dinâmico, conforme preconiza o Ensino Híbrido:

Conforme essa abordagem, o conteúdo e as instruções sobre um determinado assunto curricular não são transmitidos pelo professor em sala de aula. O aluno estuda o material em diferentes situações e ambiente, e a sala de aula passa a ser um lugar de aprender ativamente, realizando atividades de resolução de problemas ou projetos, discussões, laboratórios entre outros, com o apoio do professor e colaborativamente com os colegas. (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 13).

Conforme os autores, uma das características do Ensino Híbrido é a personalização do ensino, ou seja, possibilitar aos aprendizes seu desenvolvimento segundo seu próprio ritmo. Isso é de grande significância para o aluno e, naturalmente, leva o professor a modificar sua prática, uma vez que deve respeitar as individualidades e promover um ensino observando a heterogeneidade da turma. Desse modo, nessa abordagem se espera que o aluno se sinta motivado a aprender e, conseqüentemente, motivado a estudar. Essa é a possibilidade de aplicação de um modelo inovador, que propõe e prioriza um envolvimento maior do aluno, com metodologias ativas, com o ensino por projetos de maneira mais interdisciplinar e de forma mais personalizada – o Ensino Híbrido ou *Blended Learning* e a Sala de Aula Invertida (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015).

Numa definição mais abrangente de ensino híbrido podemos descrever, de maneira geral, que se trata da combinação de dois modelos de aprendizagem: o modelo presencial e o modelo *on-line*. O modelo presencial é aquele que ocorre em sala de aula, de forma mais tradicional e que já vem sendo utilizado há muito tempo,

já o modelo *on-line* é aquele que se utiliza de tecnologias digitais para propiciar o ensino, de modo que nessa configuração ambos se tornam gradativamente complementares.

Podemos considerar que esses dois ambientes de aprendizagem, a sala de aula tradicional e o espaço virtual, tornam-se gradativamente complementares. Isso ocorre porque, além do uso de variadas tecnologias digitais, o indivíduo interage com o grupo, intensificando a troca de experiências que ocorre em um ambiente físico, a escola. (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 52).

Logo, diante da combinação desses dois ambientes de aprendizagem decorre também a necessidade de reconfigurar a atuação do professor e dos alunos nesse processo. Assim, é possível estabelecer que ocorra uma significativa mudança nos papéis exercidos pelo professor e pelos alunos, quando comparado ao ensino tradicional. Nesse tocante, Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015) trazem o seguinte argumento:

O papel desempenhado pelo professor e pelos alunos sofre alterações em relação à proposta de ensino considerado tradicional, e as configurações das aulas favorecem momentos de interação, colaboração e envolvimento com as tecnologias digitais. O ensino híbrido configura-se como uma combinação metodológica que impacta na ação do professor em situação de ensino e na ação dos estudantes em situações de aprendizagem. (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 52).

Christensen, Horn e Staker (2013, apud BACICH, TANZI NETO E TREVISANI, 2014, p. 144), propuseram a seguinte classificação para os modelos que seguem o padrão de uma inovação híbrida (Figura 4). E, segundo esses autores o ensino híbrido é:

[...] um programa de educação formal no qual um aluno aprende pelo menos em parte por meio do ensino *on-line*, com algum elemento de controle do estudante sobre o tempo, lugar, modo e/ou ritmo do estudo, e em parte em uma localidade física supervisionada, fora de sua residência. (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 144)

**FIGURA 4 – Modelos de Ensino Híbrido**



Fonte: (BACICH; TANZI NETO e TREVISANI, 2015, p. 28)

Conforme apresentado acima, os autores dividem o Ensino Híbrido em dois modelos, o de rotação e o flex. Modelo de Rotação é centrado no presencial, com atividades realizadas de acordo com um horário fixo e orientação de um professor, e se encontra na zona mais híbrida de ensino. Esse modelo é subdividido em quatro propostas: Rotação por estações; Laboratório rotacional, Sala de aula invertida, e; Rotação individual. Dentre as propostas de subdivisão destaca-se a rotação por estações, o laboratório rotacional e a sala de aula invertida, considerando-os como inovações sustentadas que requer menos alteração do ambiente educacional e comportamental dos alunos e professores, para sua implementação.

No campo das inovações disruptivas do Ensino Híbrido, que rompem com o sistema tradicional (por se posicionarem de modo a transformar o sistema de salas de aula e tornarem-se os motores da mudança em longo prazo), os autores situaram os modelos *Flex*, *A La Carte*, *Virtual Enriquecido* e de *Rotação Individual* (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 144). Esses modelos promovem uma ruptura com o

ensino tradicional, e de acordo os autores, o modelo de rotação, apresentado na figura acima, permite aos alunos, dentro de um curso ou matéria, revezarem entre modalidades de ensino em que, pelo menos, uma modalidade é a do ensino *online*.

As propostas do modelo de rotação são descritas por Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2015, p. 55), conforme a seguir:

**Rotação por estações:** os estudantes são organizados em grupos, cada um dos quais realiza uma atividade, de acordo com os objetivos do professor para a aula em questão. Um dos grupos estará envolvido com propostas *online* que, de certa forma, independem do acompanhamento direto do professor. É importante valorizar momentos em que os estudantes possam trabalhar de forma colaborativa e aqueles em que possam fazê-lo individualmente;

**Sala de aula invertida:** nesse modelo, a teoria é estudada em casa, no formato *online*, e o espaço da sala de aula é utilizado para discussões, resolução de atividades, entre outras propostas;

**Laboratório rotacional:** os estudantes usam o espaço da sala de aula e laboratórios. O modelo de laboratório rotacional começa com a sala de aula tradicional, em seguida adiciona uma rotação para computador ou laboratório de ensino. Os laboratórios rotacionais frequentemente aumentam a eficiência operacional e facilitam o aprendizado personalizado, mas não substituem o foco nas lições tradicionais em sala de aula;

**Modelo de rotação individual:** cada aluno tem uma lista das propostas que deve contemplar em sua rotina para cumprir os temas a serem estudados.

Nesse último, apesar da semelhança com o modelo de rotação por estações, os alunos cumprem uma agenda individualizada, combinada com o professor, podendo ou não passar por todas as estações, dependendo das características do aluno e da forma como aprende melhor, cumprindo um percurso conforme o que precisa atingir (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015).

Para os autores, os programas de rotação individual ainda são raros, eles se especializam em permitir que os alunos percorram o conteúdo no seu próprio ritmo, são mais intuitivos, e a internet tende a assumir papel central nesse aprendizado. Os

demais modelos (*Flex*, *A La Carte* e *Virtual Aprimorado*), se encontram centrado no *online*, daí reside sua principal diferença em relação ao modelo de rotação.

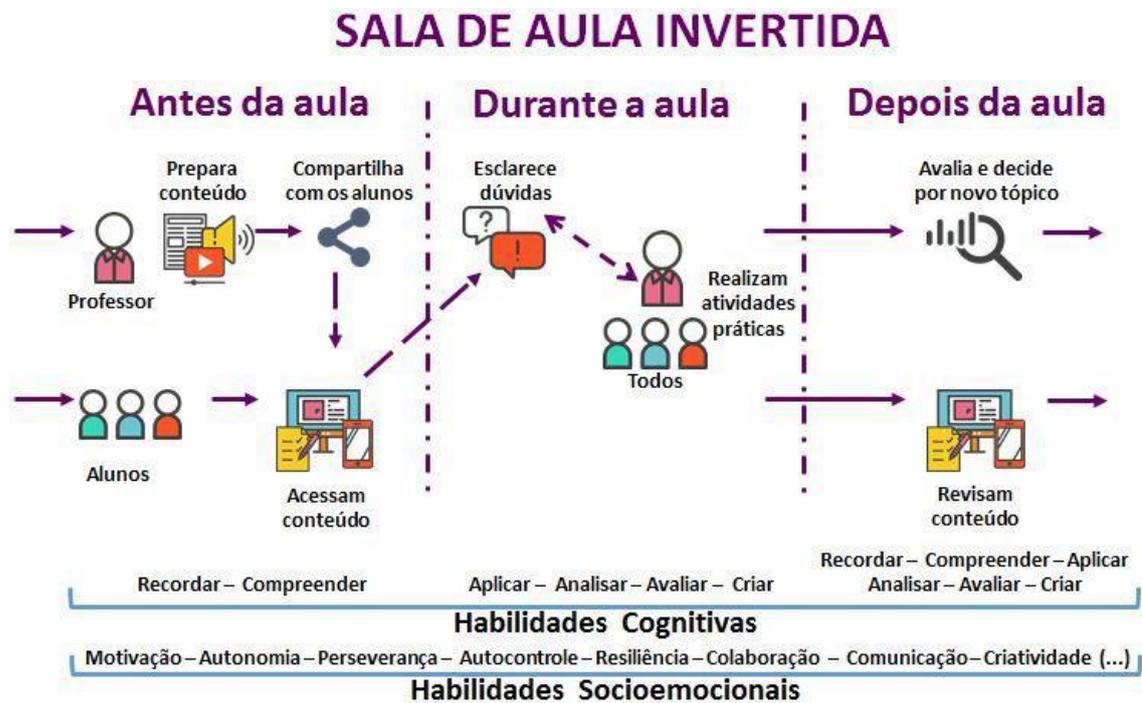
No modelo *Flex*, o ensino *online* é a espinha dorsal do aprendizado do aluno. Cada estudante tem uma agenda personalizada, direcionando o seu aprendizado conforme as suas necessidades entre as modalidades, há um tutor ou professor para oferecer suporte personalizado, o aluno se move com flexibilidade, focando no que precisa e quando precisa, não há divisão por ano ou série. A diferença em relação ao modelo de rotação individual é que o aluno não precisa passar determinado tempo por atividades específicas. Já no modelo *A La Carte*, ou *blended* misturado, os alunos participam de um ou mais cursos inteiramente *online* nas unidades físicas escolares ou fora delas, com um professor responsável, mas continuam a realizar atividades educacionais em escolas tradicionais.

Por fim, o modelo *Virtual Aprimorado*, que é uma experiência de escola integral, na qual os alunos dividem o tempo entre uma unidade escolar física e o aprendizado remoto com acesso a conteúdos e lições *online*, uma situação em que os encontros presenciais são agendados e raramente professores e alunos se encontram diariamente.

Nesse tocante, já havíamos determinado que a pesquisa estivesse fundada nos aspectos fundamentais trazidos pelo Ensino Híbrido. Contudo, era necessário determinarmos qual modelo se encaixaria em nosso objeto de estudo, e para isso foi necessário avaliarmos os modelos e suas características. Como nosso intuito era manter os encontros presenciais com o professor, e inserir as TD num contexto colaborativo, definimos que o modelo mais adequado seria o de rotação, visto que suas características híbridas, com a manutenção da sala de aula presencial, atenderiam nosso objetivo. Restava, portanto, definirmos qual a proposta do modelo de rotação utilizar. Após considerarmos os diversos aspectos que permeavam o delineamento da investigação definimos que a proposta da *Sala de Aula Invertida* seria o mais adequado. Assim, definimos o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida como nossa metodologia ativa para a investigação.

O funcionamento da sala de aula invertida pode ser sintetizado em três momentos: Antes da aula, durante a aula e depois da aula, conforme apresentado no esquema da Figura 5, a seguir:

**FIGURA 5 – Esquema Básico da Sala de Aula Invertida**



Fonte: SCHMITZ (2016, p. 67)

No momento antes da aula o professor prepara o conteúdo a ser compartilhado com os alunos por meio digital. Esse conteúdo fica à disposição do aluno antes da aula, e este deverá acessá-lo e estudá-lo. No segundo momento, durante a aula, o aluno deve aproveitar o espaço de colaboração com os colegas e com o professor para esclarecer as dúvidas que surgiram ao estudar o conteúdo no momento anterior a aula, bem como realizar as atividades práticas propostas pelo professor. Por fim, o momento depois da aula será utilizado pelo professor para avaliar e decidir sobre o conteúdo e os tópicos para a próxima, e o aluno deverá revisar o conteúdo.

Durante as etapas da sala de aula invertida espera-se o desenvolvimento de habilidades cognitivas e socioemocionais dos alunos, de acordo a cada momento. Antes da aula espera-se o desenvolvimento das habilidades cognitivas de recordar e compreender. Durante a aula as habilidades cognitivas de aplicar, analisar, avaliar e criar. Depois da aula ocorre a junção de todas as habilidades desenvolvidas nas duas etapas anteriores.

Contudo, as habilidades socioemocionais ocorrem em todas as etapas, permeando todo o processo. A motivação, a autonomia, a perseverança, o autocontrole, a resiliência, a colaboração, a comunicação, a criatividade e outras, podem ocorrer antes, durante e depois da aula. Conforme ilustrado na figura acima.

Dentro do ensino híbrido, a sala de aula invertida surge como uma técnica usada por professores tradicionais para melhorar o engajamento dos estudantes, e é o modelo mais simples para dar início à implantação do ensino híbrido, dependendo apenas de um bom planejamento por parte do professor. Por outro lado, o modelo pode ser aprofundado, inserindo-se atividades que promovam a aprendizagem ativa.

No que diz respeito à introdução da abordagem da sala de aula invertida, Valente (2014) apresenta a produção de material para o aluno trabalhar *online* e o planejamento das atividades presenciais como sendo fundamentais, de modo que a ideia não é substituir a aula presencial “tradicional” por atividades ainda mais “tradicionais”. O professor precisa considerar que as TD oferecem diversos recursos, como animações, simulações, ou mesmo o uso de laboratórios virtuais. Quanto à questão de o professor avaliar o que foi absorvido pelo aluno no estudo *online* o autor afirma que todas as soluções de sala de aula invertida sugerem que os alunos realizem um teste virtual, em nossa pesquisa esse teste foi substituído por realização de atividades *online* na quais os alunos deveriam executar roteiros por meio de um *software* matemático.

Quanto às atividades presenciais, estas *“devem estar em sintonia com os objetivos a serem atingidos com as aulas propostas e podem ter função mais prática, mas o importante é que o aluno receba feedbacks para corrigir concepções ou conceituações equivocadas ou ainda mal elaboradas”* (VALENTE, 2014, p. 91). Em nossa pesquisa, o momento durante a aula servia para que o professor estabelecesse as conceituações matemáticas, corrigindo ou confirmando as que foram trazidas pelos alunos, bem como realizar atendimento mais próximo aos alunos que apresentavam maior dificuldade na compreensão do conteúdo, trazendo uma característica fundamental do ensino híbrido – a personalização – para a sala de aula.

Os *feedbacks* para corrigir concepções ou conceituações equivocadas é um ponto de extrema importância e é um grande marcador para conduzir os alunos no desenvolvimento das atividades. Pois, temos como perspectiva que os alunos quando indagados sobre as conceituações matemáticas expressas na atividade

realizada nem sempre irão expor de forma clara e precisa os conceitos, fato esse que torna imprescindível, do ponto de vista teórico, que o professor realize as devidas correções e os devidos retornos para o pleno entendimento do conteúdo explorado naquele momento, contribuindo também para o estabelecimento de um processo de avaliação mediadora.

Em contraponto, outros alunos poderão compreender e avançar no conteúdo, requerendo do professor orientações sobre as atividades e assuntos mais avançados, conduzindo-nos a personalização do ensino.

Um projeto de personalização que realmente atenda aos estudantes requer que eles, junto com o professor, possam delinear seu processo de aprendizagem, selecionando recursos que mais se aproximam de sua melhor maneira de aprender. Aspectos com o ritmo, o lugar e o modo como aprendem são relevantes quando se reflete sobre a personalização do ensino. (BACICH, TANZI NETO; TREVISANI, 2014, p. 51).

Destaca-se que, a personalização é centrada no aluno e que não é uma tarefa trivial, requer do professor disposição, maior observação, novas metodologias de ensino e novos suportes pedagógicos. Logo, altera o papel do professor e dos alunos e ressignifica o conceito de ensino e aprendizagem. Nessa perspectiva, o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida altera o paradigma do ensino tradicional, produzindo uma perspectiva inovadora no processo de ensino e aprendizagem.

Em nossa pesquisa foi observado que de fato o papel do professor e do aluno foi alterado. O professor preparava as atividades com antecedência e as enviava aos alunos antes da aula presencial, por meio eletrônico, e com isso o papel dos alunos foi investigativo, pois estes buscavam executar os roteiros propostos por meio do GeoGebra e a partir das construções geométricas, e suas observações, eram induzidos a estabelecer as relações matemáticas dos conteúdos explorados nas atividades propostas, nesse processo o papel do professor era de mediador da aprendizagem, visto que seu papel foi de fazer perguntas, de considerar as experiências dos alunos na resolução das atividades e projetos, de descentralizar sua função de detentor do conhecimento, de facilitar que as informações se convertessem em aprendizagem, contribuindo para um ambiente colaborativo.

## O Processo Avaliativo no Contexto do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida

Neste tópico abordaremos os elementos necessários para determinar uma metodologia de avaliação, no contexto da pesquisa. Iniciaremos abordando, de forma ampla, algumas técnicas de avaliação e, por fim, sobre a avaliação no contexto do Ensino Híbrido.

Luckesi (2011) afirma que os exames escolares foram sistematizados a partir dos séculos XVI e XVII e estão definidos, essencialmente, como um mecanismo de classificação. Considerando a massificação educacional, que teve início nos séculos XVIII e XIX, em um contexto pós-Revolução Industrial, a avaliação como método de segmentação e organização do ensino é um reflexo das demandas sociais daquele período.

Neste contexto,

À medida que o processo escolar foi sendo sistematizado e ampliado, abarcando cada vez mais estudantes, a avaliação foi se consolidando como um recurso exclusivamente seletivo, separando aqueles que estão habilitados a avançar dentro dos grupos seriados da educação básica tradicional. (BACICH, TANZI NETO; TREVISANI, 2014, p. 125).

Ensinar, aprender e avaliar. Sanmartí (2009, p. 21) afirma que ensinar, aprender e avaliar são, na realidade, três processos inseparáveis, contudo a avaliação educacional é comumente percebida como um momento separado no processo educacional. "Os educadores percebem a ação de educar e a ação de avaliar como dois momentos distintos e não relacionados" (HOFFMANN, 2005, p. 15). Porém, a avaliação, como fazendo parte da ação educativa, deve ser indissociável do processo de ensino e aprendizagem, através da reflexão, da observação e do questionamento da própria ação.

Hoffmann (2005, p. 55) determina a avaliação como atividade de mediação, baseada em duas questões norteadoras: "*o que meu aluno compreende?*" e "*por que não compreende?*". De acordo com a autora, a formulação dessas duas questões é tarefa essencial da ação avaliativa, de modo a se aproximar do estudante procurando refletir sobre o significado de suas respostas. No processo de avaliação a peça mais importante, além do aluno, é o próprio professor. É

necessário que esteja atento ao "movimento" dos seus alunos em sala de aula, reflexionando sobre os traços que considera mais importante nas atividades dos alunos e sobre o seu desenvolvimento. Do ponto de vista da avaliação, o professor detém a flexibilidade, adaptabilidade e saber para captar em cada ocasião os traços mais importantes a serem considerados.

Souza (1993) afirma que a aprendizagem é um processo que se desdobra em pelo menos três etapas: 1) a definição dos objetivos que se pretende alcançar com o processo de ensino; 2) a escolha dos procedimentos de avaliação adequados, levando em consideração os objetivos determinados, e por último, 3) a apreciação se os resultados de aprendizagem obtidos alcançaram os objetivos iniciais propostos pelo professor. Outro aspecto importante é definir as técnicas e os tipos de avaliação de aprendizagem a serem aplicados no contexto da pesquisa. São muitas as técnicas e tipos de avaliação de aprendizagem que o professor pode realizar. Bloom e outros autores (1983) classificaram a avaliação em três tipos, sendo eles: avaliação diagnóstica; avaliação formativa ou processual e; avaliação somativa ou de certificação. Vejamos alguns aspectos sobre estas formas de avaliação.

A avaliação diagnóstica é realizada no início das atividades, seja de um curso, de uma aula ou mesmo de um período, e tem por objetivo angariar informações que subsidie o planejamento das práticas do professor, de modo a definir as ênfases e abordagens necessárias durante o processo de ensino e aprendizagem.

Já a avaliação formativa ou processual é realizada durante o processo de ensino e aprendizagem, tendo por objetivo verificar se o nível de aprendizagem estabelecido no planejamento foi alcançado. Contudo, se após a verificação o professor perceber que os objetivos pretendidos não foram alcançados, satisfatoriamente, o mesmo deve planejar ações para superar as dificuldades percebidas a partir dos registros ou dos eventos que lhe tenham possibilitado tal percepção. Assim, constatando resultados insatisfatórios no processo, haverá intervenção para a correção ou reorientação da ação com o propósito de se chegar ao resultado esperado (LUCKESI, 2011).

Luckesi (2011) estabelece que um aspecto importante da avaliação formativa é encontrar, em determinada profundidade, características da avaliação diagnóstica, possibilitando complementá-la com uma intervenção construtivista para sanar as falhas de aprendizagem constatadas, ou seja, mesmo sendo uma avaliação que se

desenvolve no decorrer do processo de ensino e aprendizagem é possível, por meio do diálogo e da confrontação, sanar as referidas falhas.

A avaliação somativa ou de certificação ocorre no fim de um período, e serve para efeito de registro em documentações escolares, tendo por objetivo oferecer um certificado quantitativo da aprendizagem. Contudo, não há dúvidas que este tipo de avaliação não pode ser a única forma de avaliar a aprendizagem. O objeto da certificação se traduz como pronto, e nenhuma intervenção no processo ocorrerá para alterar a qualificação feita. Esse tipo avaliação é mais recorrente no ambiente escolar, visto que se trata de um procedimento mais objetivo.

Os instrumentos de avaliação são meios utilizados pelos professores para aferirem a aprendizagem dos alunos. São exemplos de instrumentos de avaliação: as provas, as observações dos estudantes, registro e interpretação das observações, as entrevistas com os estudantes, exames de trabalhos elaborados pelos estudantes, questionários, conversas e comentários dos estudantes, análise da escrita, da exposição e apresentação de trabalhos, da participação em debates, testes orais e escritos e a própria autoavaliação do estudante.

Esses instrumentos são classificados em avaliação formal e avaliação informal. A formal é composta de “atividades agendadas, com conteúdo claramente proposto e definido, com objetivos e critérios de avaliação específicos” (MONDONI; LOPES, 2009, p. 193). Enquadram-se nessa definição as provas, os testes, a exposição de trabalhos. Contudo, a informal são aquelas que têm como instrumentos, por exemplo, a autoavaliação, a observação, a participação em debates, os comentários e perguntas realizados na aula, a participação nas redes sociais educacionais, como fóruns, blogs da turma, e o uso de outras tecnologias digitais, por exemplo.

Em se tratando de Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, a discussão sobre avaliação ainda é incipiente, ao mesmo tempo em que é imprescindível que se repense o universo escolar, da organização da sala de aula à postura do professor, bem como do processo avaliativo. Logo, as práticas escolares devem ser adequadas a esse novo modelo, e nesse grande processo de readequação a avaliação se insere como um dos pontos que necessitam de transformação. Não se permite, nesse modelo, usar a avaliação apenas para selecionar os alunos que devem, ou não, seguir em frente, mas deve existir uma preocupação em acompanhar o

desenvolvimento dos alunos observando a autonomia, postura crítica em relação as atividades propostas, compromissos com o próprio desenvolvimento, dentre outros.

É preciso refletir sobre a objetividade das avaliações usando tecnologia e verificar se ela afeta um contexto maior de habilidades e capacidades subjetivas igualmente relevantes. Isso pode ser crucial para definir a maneira ideal de inserir recursos tecnológicos na avaliação. (BACICH, TANZI NETO; TREVISANI, 2014, p. 132).

A avaliação deve ser condizente com o método de ensino aplicado. O ensino híbrido mescla o virtual e o físico, logo o processo avaliativo deve conceber ambos os aspectos. A avaliação deve ser concebida utilizando-se desses dois aspectos, por meio da TD e também de forma mais tradicional, escrita.

As abordagens sobre o contexto do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida determinam que uma avaliação não possa mais ser classificatória, onde o sujeito é simplesmente escolhido para passar ou permanecer em um nível. Os aspectos que envolvem toda a construção do conhecimento devem ser levados em consideração, e não apenas a um único momento – a prova, que define se o aluno é ou não detentor de certo assunto. Portanto, as avaliações de função somática, que tem esse papel de classificar, deve se adaptar a outros métodos avaliativos mais completos, como os de função diagnóstica e, principalmente, os de função formativa.

Em nossa pesquisa a avaliação foi um dos componentes do processo de ensino e aprendizagem alterados com a inserção da tecnologia digital, com o acompanhamento personalizado, em relação a todas às atividades desenvolvidas. Os instrumentos utilizados na avaliação pautaram-se nos registros escritos dos alunos nas atividades, na observação, na participação, na execução dos roteiros, instrumentos que coadunam com o tipo mais “informal de avaliação”, conforme Mondoni e Lopes (2009, p. 193). O processo avaliativo se aproximou da avaliação formativa, ou processual, pois ocorreu em todas as aulas, de forma contínua, porém, no final do curso a professora, por uma exigência institucional, teve de atribuir três notas para o registro acadêmico, que adota uma avaliação somativa.

Nesse íterim, os alunos e sujeitos da pesquisa, foram avaliados em todas as aulas, a partir da realização das atividades propostas, da participação nas atividades presenciais, da entrega dos roteiros de atividades, da análise das respostas apresentadas por estes às questões propostas nos roteiros e por meio dos projetos

desenvolvidos, caminhando para uma avaliação mediadora, nos termos apresentados por Hoffmann (2000).

Desse modo, discutir a avaliação em nossa pesquisa se tornou um ponto chave. As discussões sobre a avaliação no âmbito do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, ainda, são incipientes. Portanto, acreditamos que ao trazer essa discussão em nossa pesquisa estaremos contribuindo com esse tema.

## CAPÍTULO 2 – METODOLOGIA

### Introdução

Neste capítulo apresentaremos e justificaremos a opção metodológica adotada nesta investigação, de forma melhor responder nossa pergunta diretriz, ou seja, *como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida?* Associamos a identificação do cenário de investigação, os caminhos e procedimentos metodológicos. Dessa forma, iniciamos discorrendo sobre o cenário da investigação, na sequência, apresentamos os procedimentos metodológicos utilizados, levando-se em conta os princípios da Teoria Fundamentada nos Dados (TFD), e por fim os procedimentos metodológicos, justificando a pesquisa qualitativa e apresentando os instrumentos utilizados para a produção dos dados.

### Cenário, Sujeitos e o Desenvolvimento da Pesquisa

A proposta inicial era desenvolvermos uma investigação numa turma de alunos da educação básica, preferencialmente no ensino médio, pois o objetivo da pesquisa foi o de analisar o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, e para tanto o conteúdo matemático explorado era o de geometria plana e espacial. Assim, víamos que a última série do ensino médio atenderia de forma satisfatória a nossa proposta de investigação. Contudo, para realizarmos a pesquisa era necessário que a escola disponibilizasse alguns recursos técnicos, como: laboratório de informática; computadores em número suficiente para a aplicação das atividades; internet; dentre outros, visto que iríamos trabalhar de forma integral com esses recursos, porém apresentamos no capítulo 1 os fatores limitantes e que inviabilizaram a pesquisa na educação básica.

Assim sendo, optamos para que a pesquisa fosse realizada com a turma do primeiro semestre do curso de licenciatura em matemática da UESB. Para a definição do grupo a ser pesquisado consideramos dois aspectos importantes:

primeiro, a escolha pela disciplina Fundamentos de Matemática Elementar III – haja vista que esta seria ofertada no primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática e sua ementa aborda os conteúdos de Geometria Plana e Geometria Espacial. Além disso, ressalta-se que a mesma tem como objetivo melhorar a formação básica dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática, para que estes possam dar seguimento aos conteúdos matemáticos mais avançados; segundo, o docente da disciplina faça uso das TD nas suas aulas. Nesse caso, culminou que a docente da disciplina foi a orientadora da pesquisa, havendo, desse modo, uma confluência de interesses. Portanto, dispunha dos elementos iniciais necessários para a realização da investigação.

Desse modo, após estabelecermos a turma e os sujeitos (alunos matriculados na referida turma) a serem investigados, realizamos a caracterização dos mesmos. Para efeito de caracterização do grupo participante da pesquisa foi aplicado um questionário sócio educacional aos alunos. Nesse questionário objetivou-se identificar aspectos como a formação, a origem, a faixa etária, onde residem, as experiências com uso de TD digitais em seu processo de formação escolar, suas experiências com o uso do *software* GeoGebra e informações sobre o conhecimento teórico acerca do conteúdo de geometria plana e espacial trazidos da educação básica. Nesse quesito, percebemos um distanciamento enorme dos alunos com o acesso e o uso de TD na educação básica. Foi possível verificar que nenhum dos alunos teve contato com o uso de recursos tecnológicos aplicados ao ensino, pedagogicamente falando, no decorrer de sua formação na educação básica. Isso se aplica não apenas ao ensino de matemática, mas em nenhuma outra disciplina, conforme podemos constatar na análise das respostas dadas no questionário.

Após a tabulação desses dados caracterizamos o grupo da seguinte forma: inicialmente, composto por 32 (trinta e dois) alunos, dos quais 27 (vinte e sete) são oriundos de escolas públicas, sendo 26 (vinte e seis) de escolas estaduais e 1 (um) de escola federal, e por fim, 5 (cinco) alunos oriundos de escolas particulares. Quanto à formação de nível médio, tem-se: 29 (vinte e nove) alunos com formação geral, 1 (um) aluno com formação em magistério, 1 (um) aluno com formação técnica não especificada, e 1 (um) aluno não respondeu essa questão. Neste contexto, evidencia-se um grupo, de forma geral, formado por alunos oriundos de escolas públicas, estaduais e com o ensino médio concluído no curso de formação geral.

Porém, ao final da pesquisa, diante de algumas desistências, trancamentos e transferências de curso, o grupo ficou composto por 25 (vinte e cinco) alunos.

Em termos de cronograma, a pesquisa ocorreu no período letivo do semestre 2017.1, compreendido no intervalo de 27 de julho a 23 de novembro de 2017. A programação inicial da disciplina constava com uma carga horária semestral de 90h, distribuídas em 3 encontros semanais e com carga horária de 2 horas/aulas (50 minutos cada, totalizando 100 minutos).

Em relação à organização do espaço da sala de aula foi necessário repensar a estrutura ofertada pelo curso, haja vista que no planejamento estabelecido pela Universidade foi alocada uma sala padrão, para a realização dos encontros da referida turma. Contudo, para a realização das aulas presenciais da disciplina, objeto da investigação, seria necessário o uso contínuo das TD. Assim, seria necessário que as aulas ocorressem em uma sala com computadores – um laboratório de informática. Assim, foi reservado o laboratório de Geoprocessamento da UESB e o laboratório de matemática, para os encontros presenciais da disciplina. Nessa configuração os alunos foram postos a estudar em duplas, e até mesmo em trios, tornando o espaço de aula num espaço de colaboração.

O aspecto de colaboração tem relativa importância no Ensino Híbrido. Bacich, Tanzi Neto e Trevisan (2014, p. 62) apontam que: “É importante que o processo de ensino e aprendizagem ocorra de forma colaborativa, como foco no compartilhamento de experiências e na construção do conhecimento por meio das interações com o grupo”. Nesse sentido, as aulas presenciais foram planejadas para a ocorrência de importante aspecto do Ensino Híbrido, onde cada dupla utilizou um computador, ou notebook, de modo a realizar as atividades conjuntamente com seu colega e, coletivamente com a turma.

Pensando no uso das TD no ensino, não podíamos desprezar as tecnologias móveis. As atividades foram pensadas para serem acessadas e desenvolvidas por meio do uso de *smartphones* e *tablets*. O *software* utilizado, o GeoGebra, é disponibilizado para uso em computadores de mesa e aparelhos móveis, contribuindo dessa forma para o pleno acesso a TD.

A presente pesquisa não implicou riscos aos participantes, apenas a demanda de disponibilidade de tempo para ler/estudar o conteúdo das atividades, para que, posteriormente, os participantes estivessem aptos a responder as atividades, levando em conta a perspectiva do Ensino Híbrido – Sala de Aula

Invertida, bem como acesso à internet para os momentos *online*. Vale ressaltar que a pesquisa ocorreu no ambiente natural do curso, sendo plenamente desenvolvida na Universidade e na sala de aula determinada, conforme estabelece a ocorrência de uma disciplina regular do referido curso. Assegurou-se a plena autonomia aos sujeitos para aceite do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), conforme a Resolução 466/2012. O termo encontra-se na página 136, apêndice A.

Independente de se tornar um sujeito da pesquisa foi garantindo o direito de acesso ao material didático que foi utilizado no transcorrer da disciplina. Como preconiza o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, o uso de diferentes meios midiáticos foi utilizado para garantir que os alunos teriam acesso às atividades de todas as aulas. Dessa forma, foi utilizado o *e-mail* da turma e também uma página da rede social (*facebook*), criada especialmente para que os alunos pudessem: acessar as atividades; comentar; discutir; resolver problemas; postar dúvidas e sugestões.

Para efeito da observação, o pesquisador esteve presente em 19 encontros/aulas, totalizando 38 horas/aulas de participação efetiva no ambiente investigado. Com a participação ativa em 63% dos encontros presenciais estabelecidos para o acompanhamento das atividades propostas, além dos encontros ocorridos com a professora da disciplina fora desse espaço, para discutir e produzir as atividades que foram enviadas aos alunos no decorrer do semestre letivo. Essas etapas de produção e revisão das atividades desencadeou maior tempo de execução, visto a necessidade de produzir, testar e adequar as mesmas ao objetivo proposto para cada aula.

Em termos de cronograma, as duas primeiras etapas, de revisão e de produção do material didático, foram as mais demoradas e trabalhosas, demandou tempo e dedicação. Para a produção das atividades ocorreram diversos encontros antes mesmo do início da pesquisa, tais encontros objetivaram dispor de um banco de atividades para serem aplicadas no decorrer da investigação. Porém, com a pesquisa já em andamento foi necessário elaborar mais material a ser disponibilizado à turma. Ao todo, foram produzidos e aplicadas 16 atividades para serem desenvolvidas com o uso do GeoGebra. As atividades foram elaboradas como roteiros de execução para o GeoGebra, na qual o aluno realizava as construções geométricas por meio do *software* e respondia os questionamentos contidos nas mesmas, verificando os parâmetros matemáticos, as propriedades das

figuras e realizando testes dinâmicos, a ponto de poder responder as questões apresentadas nas atividades. Com isso, objetivou-se a compreensão teórica do(s) conteúdo(s) matemático(s) contido nas atividades. Diante da extensão e complexidade de alguns conteúdos abordados algumas atividades foram subdivididas em duas ou três partes, como por exemplo, a Atividade 6: Ponto Médio, Mediatriz, Bissetriz e Diagonais (ver apêndice G, p. 148).

Outra elemento aplicado na investigação foi a proposição de elaboração, por parte dos alunos, de roteiros ou atividades a serem executados no GeoGebra. Ou seja, os alunos tiveram de realizar o processo inverso, onde dado o tema pela professora eles tiveram de elaborar uma atividade que permitisse a construção. Foram propostos três temas e os alunos tiveram que criá-los no GeoGebra e escrever um roteiro (atividade) para que seja possível recriá-los seguindo os passos contidos no mesmo. Para essa atividade adotamos a terminologia de *projeto*. Os projetos desenvolvidos foram: A construção de uma bicicleta no GeoGebra, com movimento; a criação de um relógio, com a movimentação dos ponteiros em tempo real; e a criação de um Tangram (sólidos geométricos), com a possibilidade de movimentação de todas as peças. A realização dos projetos teve por objetivos verificar os conhecimentos matemáticos desenvolvidos nas atividades e o domínio sobre o uso das TD aplicadas no ensino da disciplina. Vale ressaltar que estes projetos se relevaram importantes também na avaliação da aprendizagem, contribuindo para a verificação contida no objetivo específico III dessa dissertação.

Dessa forma, foram produzidos como material para análise da investigação (dados) a seguinte soma: 362 atividades (roteiros) executadas e respondidas pelos alunos; 62 projetos produzidos; 25 questionários respondidos; 19 registros de observações participantes do pesquisador, e 10 entrevistas semiestruturadas com alunos. Destaque-se que as entrevistas foram realizadas no semestre seguinte após a conclusão da disciplina, com aqueles que aceitaram dela participar, e teve como objetivo explorar os aspectos sobre a experiência vivida pelos alunos durante o desenvolvimento da investigação, de modo a subsidiar o pesquisador na codificação e análise dos dados.

Apresentamos, como ilustração, a Atividade 11, página 62 e 63, aplicada na pesquisa (Figuras 6 e 7) e um projeto elaborado pelo aluno M, página 64 e 65, (Figuras 8 e 9). A atividade 11 teve por objetivo apresentar aos alunos os casos de semelhança de triângulos, com as construções e as questões propostas na atividade

os alunos deveriam estabelecer os casos de semelhança de triângulos, a saber: Lado, Ângulo, Lado (LAL); Ângulo, Lado, Ângulo (ALA); Lado, Lado, Lado (LLL). E as razões de proporcionalidade.

Nas figuras 8 e 9 apresentamos o projeto desenvolvido pelo aluno M. O projeto em questão é a construção de uma bicicleta, onde primeiro apresentamos o roteiro de construção por meio do GeoGebra elaborado pelo aluno, página 64. Em seguida, a cópia da visualização da bicicleta, página 65, após a construção, no referido *software*. É importante destacar que no caso dos projetos os alunos enviaram também o arquivo do projeto no formato *.ggb*, que é executável no GeoGebra. Nesse caso, objetivou-se verificar a aplicação dos conhecimentos matemáticos estudados até aquele momento, bem como a destreza no uso dos recursos tecnológicos provenientes da TD aplicada no ensino da disciplina.

FIGURA 6 – Atividade 11 aplicada na pesquisa

**Disciplina: Matemática III**

**Docente: Maria Deusa**

**Estagiários: Taiane Oliveira e Fábio Magalhães**

**Atividade 11 - RETOMANDO CASOS DE SEMELHANÇA**

- 1) Construa um triângulo ABC e meça os ângulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ . Agora construa um triângulo DEF que seja semelhante a ABC. Que ferramentas do GeoGebra devemos utilizar para garantir que esses triângulos sejam semelhantes?
- 2) Que relações podem ser observadas nessas construções?
- 3) Que caso de semelhança você usou? Quais são os outros casos?
- 4) Agora vamos expressar algebricamente essas relações?

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ \dots \\ \dots \end{cases}$$

Essa construção realizada condiz com o teorema a seguir.

**TEOREMA:** Se  $\hat{A} = \hat{D}$  e  $\hat{B} = \hat{E}$ , então  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ .

Este é conhecido como o segundo caso de semelhança de triângulos (AAA ou AA).

- 5) Se dois triângulos são congruentes. Então eles são semelhantes.  
Vamos verificar essa afirmativa fazendo as construções para os casos de congruência.

1º caso – LAL

**Passo a passo**

- a) Construir um triângulo ABC e medir o ângulo  $\hat{B}$  ( $\alpha$ ).
- b) Traçar uma reta paralela ao segmento BC.
- c) Utilize o ícone reflexão  para refletir o segmento BC em torno da reta paralela criada. O que você observa?
- d) Agora vamos criar o ângulo  $\hat{B}'$  com a mesma medida de  $\hat{B}$ . O que você observou?
- e) Traçar uma reta que ligue o segmento  $B'C''$ .
- f) Agora construa um segmento de comprimento fixo com medida AB, centrado no vértice  $B'$ . O que você observou?
- g) Meça o ângulo  $EB'C''$ . Selecione o ícone “rotação em torno de um ponto”



, selecione o segmento  $B'E$ , em seguida a reta que passa pelo segmento  $B'C''$  e, por fim, o vértice  $B'$ . Aparecerá uma janela e digite o valor do ângulo  $EB'C''$ .

**FIGURA 7** – Continuação da Atividade 11 aplicada na pesquisa

h) Agora construa o triângulo  $C'B'E'$ .

A partir dessa construção, com dois lados e um ângulo congruente, garantimos que o terceiro lado também é congruente.

6) Agora construa os outros casos, usando as ferramentas adequadas do GeoGebra. Lembre-se de ir construindo o pass-a-passo.

3° caso – ALA

4° caso – LLL

7) Quais as razões de proporcionalidade encontradas?

**PROPRIEDADES DA SEMELHANÇA DE DOIS TRIÂNGULOS:**

a) Reflexiva:  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

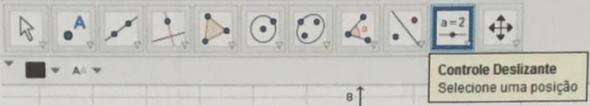
b) Simétrica:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF \Leftrightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC$

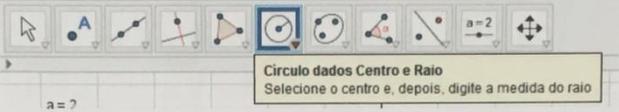
c) Transitiva:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  e  $\triangle DEF \sim \triangle GHI \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle GHI$

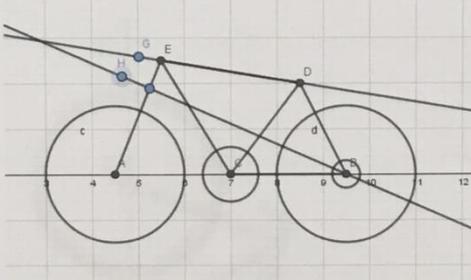
**FIGURA 8 – Projeto da construção da bicicleta (Roteiro do GeoGebra)**

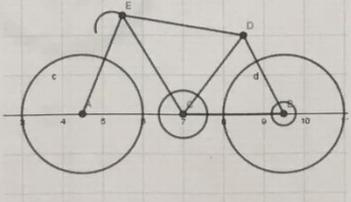
**COMO FAZER UMA BICICLETA NO GEOGEBRA.** 20 / 8.5

- Crie um controle deslizante  $a$  com intervalo mínimo e máximo 0 e 20 respectivamente e incremento de 0.1

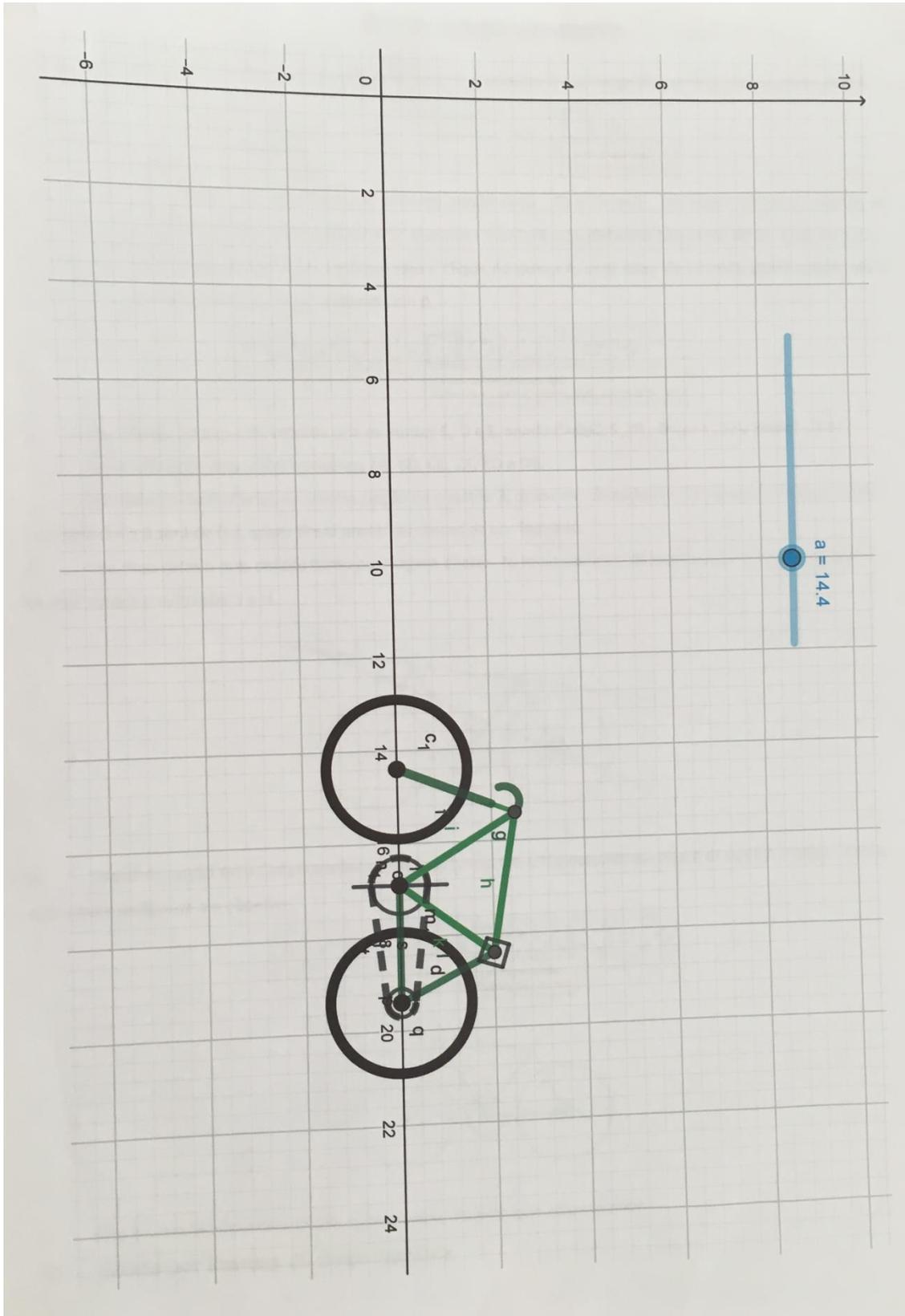

- Crie dois pontos A e B pela barra de entrada sendo  $A=(a, 0)$  e  $B=(a+5, 0)$ , assim ambos os pontos se movimentará em função do controle deslizante "a" e sempre manterá uma distancia constante de um ponto a outro
- Agora vá à opção círculo dados centro e raio e clique no ponto A, uma caixa de entrada abrirá solicitando o valor do raio, esse valor será 1,5, faça o mesmo com B


- Novamente na barra de entrada crie os pontos C, D e E, sendo  $C=(a+2.5, 0)$ ,  $D=(a+4, 2)$  e  $E=(a+1, 2.5)$ .
- Agora crie segmento entre os pontos AE, CD, CB, CE, ED e DB.
- Crie duas circunferências na mesma opção da questão 3, dessa vez clicando em C e novamente em B, o raio de C será 0.6 e B será de 0.3, assim ficará pronta as coroas da sua bicicleta.
- Crie duas retas e dois pontos como na imagem abaixo. As retas partiram do ponto D e E, B e segmento AE. E os dois pontos criados são G e H.


- Clique na opção Arco Circuncircular e clique no ponto E G e H e esconda as retas e os pontos criados. Anime o Controle deslizante  $a$  e observe



- Pronto, sua Bicicleta esta criada, agora enfeite do jeito que achar melhor

Fonte: autoria do Aluno M

**FIGURA 9** – Projeto da construção da bicicleta (Visualização do GeoGebra)

Fonte: Autoria do aluno M

## Caminhos Metodológicos

Este estudo teve como objetivo geral *analisar o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida*. Para atender a esse objetivo se fez necessário a busca por dados empíricos em observações realizadas *in loco* e nos registros dos alunos pesquisados, logo fica evidente que a pesquisa com abordagem qualitativa seria a mais adequada para a investigação.

A pesquisa qualitativa, de forma geral, pode ser compreendida como:

[...] qualquer tipo de pesquisa que produza resultados não alcançados através de procedimentos estatísticos ou de outros meios de quantificação. Pode-se referir à pesquisa sobre a vida das pessoas, experiências vividas, comportamentos, emoções e sentimentos, e também à pesquisa sobre o funcionamento organizacional, movimentos sociais, fenômenos culturais e interação entre nações. (STRAUS; CORBIN, 2008, p. 23).

Além dessas características elencadas acima, a nossa opção pela pesquisa qualitativa se baseia também em outras características apontadas por diversos autores da área, como: BOGDAN E BIKLEN (1994); GOLDENBERG (2011); e POUPART ET AL. (2008). Das quais destacamos a consideração de uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não podem ser traduzidos apenas em números (KAUARK; MANHÃES e MEDEIROS, 2010, p. 27). Ou ainda, dentre outras características, por dispor de fonte de dados direta e no ambiente natural e o pesquisador estar imerso no ambiente como um participante ativo em todo o processo. Na nossa pesquisa de fato isso ocorreu, estivemos imersos em contato direto e prolongado com os sujeitos pesquisados, com a predominância dos dados descritivos e o trabalho intensivo de campo.

Dessa forma, todos esses fatores determinam que as realidades possam ser interpretadas e analisadas de seu advir natural, contextualizadas e, não isoladas, levando-se em conta todas as situações, suas interações e as influências recíprocas (BOGDAN; BIKLEN, 1994). E, partindo do pressuposto de que as relações que ocorrem no ambiente educacional são marcadas por conflitos e contradições, além

de serem dinâmicas e complexas, justifica nossa opção por uma pesquisa com uma abordagem de natureza qualitativa.

No que diz respeito às interações e a todas as influências recíprocas, essas características da pesquisa qualitativa, anteriormente mencionadas, atribuem uma importância fundamental aos depoimentos dos envolvidos, as observações do pesquisador e aos significados que transmitem. Portanto, esses aspectos se relacionam diretamente com os procedimentos metodológicos utilizados para a produção dos dados.

Contudo, apesar dessas características apresentarem um escopo geral sobre a pesquisa qualitativa, Bogdan e Biklen (1994) afirmam que, nesse tipo de abordagem, o pesquisador deve estar livre o suficiente para decidir quais serão os passos a serem seguidos de maneira a alcançar seus objetivos. Corroborando, Goldenberg (2011) observa que a pesquisa científica, em particular a de abordagem qualitativa,

[...] exige criatividade, disciplina, organização e modéstia, baseando-se no confronto permanente entre o possível e o impossível, entre o conhecimento e a ignorância. Nenhuma pesquisa é totalmente controlável, com início, meio e fim previsíveis. A pesquisa é um processo em que é impossível prever todas as etapas. (GOLDENBERG, 2011, p.13).

Com base nos parágrafos anteriores, assumimos esta perspectiva metodológica, compreendendo que tal abordagem é a que melhor contribui para que os objetivos delineados sejam alcançados e, portanto, darmos uma resposta satisfatória a nossa questão de pesquisa. Justificada a opção pela pesquisa qualitativa, descreveremos abaixo qual teoria utilizamos para a produção e análise dos dados.

Nessa perspectiva, e fundado nos preceitos da pesquisa qualitativa, no que tange ao processo de produção e análise dos dados, optamos pela metodologia da Teoria Fundamentada nos Dados (TFD), entendendo que esta foi a que melhor se ajustou a realidade pesquisada.

A TFD é uma teoria:

Conhecida como abordagem ou como método, onde se trata do modo de construir indutivamente uma teoria assentada nos dados através da análise qualitativa destes e, que agregada ou relacionada

a outras teorias, poderá acrescentar ou trazer novos conhecimentos à área do fenômeno. (CASSIANI; ALMEIDA, 1999, p.13)

Segundo Strauss (1987), citado por Cassiani e Almeida (1999, p.13), a TFD é um método sistemático de se estudar a riqueza e a diversidade da experiência humana, e ao mesmo tempo, de gerar uma teoria que seja capaz de compreender o comportamento dos indivíduos, permitindo ao pesquisador descrever os processos que podem explicar fenômenos complexos, por meio da atividade cotidiana dos indivíduos. A seguir iremos aprofundar teoricamente na TFD, de modo a justificar nossa escolha metodológica por essa teoria.

### A Teoria Fundamenta nos Dados (TFD)

Em nossa pesquisa optamos pela denominação Teoria Fundamentada nos Dados<sup>8</sup> (TFD), por ser essa a nomenclatura que foi utilizada na tradução para o português do texto de Corbin e Strauss (2008), principal referencial teórico adotado sobre TFD, nessa investigação. Segundo Lapèrriere (2008, p. 354), o objetivo desse aporte metodológico é a “construção de teorias empiricamente fundamentadas, a partir de fenômenos sociais a propósito dos quais poucas análises foram articuladas”.

Segundo Robert Merton, o termo “teoria” tem sido utilizado a esmo, sem o devido rigor que lhe cabe. Para ele,

[...] a palavra teoria corre o risco de perder o significado. Por serem as suas aplicações tão diversas – incluindo tudo, desde as menores hipóteses de trabalho, as amplas, mais vagas e desordenadas especulações, até os sistemas axiomáticos do pensamento – o uso da palavra obscurece frequentemente a compreensão, ao invés de suscitá-la. (MERTON, 1968, p. 51).

Mas, o que seria teoria? Em nosso cotidiano, é comum associarmos a ideia de teoria àquilo que se opõe à prática. Entretanto, uma teoria pode ser compreendida como um conjunto de hipóteses que tenham sido provadas sobre determinado tema, avançando com explicações cada vez mais abrangentes e que

---

<sup>8</sup> Outros autores apresentam a nomenclatura *Grounded Theory* para definir a teoria aqui estudada e aplicada na investigação.

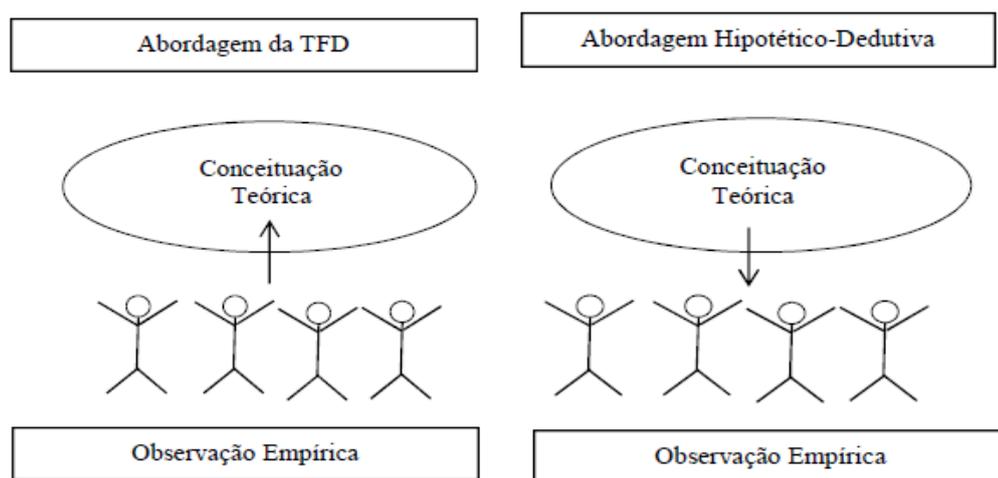
permitam explicar e prever, com certa margem de aceitabilidade, um determinado fenômeno (ABBAGNANO, 2003).

Esse é o modelo que apresentado Locke (2001) e citado por Almeida (2016, p. 90), entende por hipotético-dedutivo. De acordo com ele,

Em modelos hipotético-dedutivos de pesquisa, a linha de ação investigativa começa com a teoria; ele se move a partir da definição de conceitos e suas propostas em direção ao "mundo real", onde, de acordo com a teoria, eles devem ser observados e testados. (LOCKE, 2001, p. 36 *apud* Almeida, 2016, p. 90).

Na abordagem da TFD (Dedutiva-Hipotético), como nos casos das teorias derivadas de dados, a linha de ação é invertida. Ou seja, ela se move a partir da observação empírica para a definição de conceitos. Em outros termos, pode-se dizer que no modelo hipotético-dedutivo a conceituação teórica parte da teoria, previamente estabelecida para a observação empírica. Contrário a isso, no modelo dedutivo-hipotético a conceituação teórica parte da observação empírica para determinar a teoria, conforme ilustrado a seguir (Figura 10).

**FIGURA 10** – Abordagem da TFD X Abordagem Hipotético-Dedutiva



Fonte: Locke, 2001 *apud* Almeida, 2016, p. 36.

Para compreender de maneira mais profunda um determinado fenômeno, ao invés de se testar hipóteses derivadas de teorias já existentes, podemos optar por

construir uma teoria própria para descrever aquele fenômeno que estamos estudando (GLASER, STRAUS, 1967).

Com relação à teoria dedutiva-hipotética, Merton (1968) a que:

[...] devemos fazer clara distinção entre a teoria sociológica, que tem por matéria certos aspectos e resultados da interação dos indivíduos, sendo, portanto, substantiva, e a metodologia, ou lógica do procedimento científico [teoria formal]. (MERTON, 1968, p. 154).

Em nossa pesquisa, optamos por produzir uma teoria substantiva, mais especificamente uma TFD, a partir dos dados, sistematicamente, produzidos e analisados, onde buscamos identificar os “papéis” dos alunos e professor para o uso das TD no desenvolvimento de atividades matemáticas voltadas para o ensino de geometria plana e espacial, no âmbito da disciplina Fundamentos de Matemática Elementar III, mais especificamente numa proposta de Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida. Sendo assim, a produção dos dados teve início com a preparação das atividades matemáticas, a imersão no ambiente da sala de aula com o registro da observação participante – diário de bordo, e as entrevistas. Desse modo, todas essas etapas se constituíram em processos empíricos para a constituição de nossa teoria, que ao longo do processo passou por modificações.

Ainda, segundo Strauss (1987), a TFD permite ao pesquisador descrever processos que podem explicar fenômenos complexos com a experiência cotidiana dos indivíduos. Ela pode ser compreendida como uma metodologia de natureza exploratória que enfatiza a geração e o desenvolvimento de teorias que especificam o fenômeno<sup>9</sup> e as condições para a sua manifestação. Assim sendo, encontra-se na TFD como aspecto central dessa abordagem “um método geral de análise comparativa (constante)” (GLASSER; STRAUSS, 1967, p. 7). Strauss e Corbin (2008) desenvolveram uma descrição mais detalhada dessa metodologia, além de fornecerem uma sistematização para a organização e a análise dos dados.

Os autores mencionam que, nessa abordagem,

[...] o pesquisador começa com uma área de estudo e permite que a teoria surja a partir dos dados. A teoria derivada dos dados tende a se parecer mais com a “realidade” do que a teoria derivada da

---

<sup>9</sup> Fenômeno refere-se “a ideia de um evento, acontecimento ou incidente, na qual um conjunto de ações ou interações é direcionada e gerenciada, ou na qual um conjunto de ações é relatado” (STRAUSS; CORBIN, 1990, p. 96).

reunião de uma série de conceitos baseados em experiência ou somente por meio de especulação (como alguém acha que as coisas devem funcionar). (STRAUSS; CORBIN, 2008, p.25).

Os autores afirmam também que essa abordagem se baseia na ideia de codificação (*coding*), que se refere ao processo de analisar os dados, e durante essa codificação o pesquisador identifica conceitos e categorias. Esse processo, segundo os autores, é dividido em três etapas: a codificação aberta, a codificação axial e a codificação seletiva. Iremos abordar esses conceitos à frente, visto que os dados produzidos na pesquisa foram ancorados no âmbito dessas codificações, permitindo desenvolver sistematicamente suas propriedades e dimensões. Destaca-se aqui que a sistematização do processo de codificação é de suma importância para a definição das categorias de análise dos dados, visto que as características contidas nessas codificações possibilitam o estabelecimento analítico que parte do mais amplo ao mais restrito, conduzindo o pesquisador a definir as categorias de análise e os conceitos de forma ampla.

No passo seguinte se define, nas categorias, as relações e as subcategorias, com suas propriedades e dimensões, e por fim se estabelece uma categoria central que as demais categorias possam ser integradas, ocorre assim a formação da teoria, no âmbito da TFD.

A quantidade de categorias e subcategorias só pode ser definida ao finalizar a pesquisa, quando a análise de dados novos esgota o aparecimento de novas categorias e propriedades. Isso é definido como *saturação teórica*. Ou seja, quer dizer que a saturação ocorre quando o pesquisador verifica que as lacunas em sua teoria estão praticamente preenchidas, principalmente aquelas que se referem aos principais conceitos. Os códigos que emergem das análises dos dados começam a se repetir, chegando a um momento onde novos códigos não surgem, tendo nesse ponto a saturação. Logo, o pesquisador deve saturar todas as categorias até ficarem explícitas quais as principais categorias que se relacionam com o fenômeno pesquisado, do contrário pode ficar com um vasto universo de categorias que não terão relação para efeito de elaborar um modelo teórico. Conforme os autores, o critério para determinar a saturação teórica é uma combinação dos limites empíricos dos dados (*saturação teórica*), a integração e densidade da teoria resultante e da sensibilidade teórica do pesquisador (GLASSER; STRAUSS, 1967).

## Codificação Aberta

O principal objetivo da codificação aberta é possibilitar ao pesquisador o surgimento do maior número possível de categorias e conceitos dos dados produzidos na pesquisa. É nesse momento que o pesquisador olha para os dados, organiza, separa, compara e busca semelhanças e diferenças, agrupando-os em categorias. De forma específica, Laperrière (2008), divide esse momento em duas etapas. Na primeira, o pesquisador pergunta sobre quais conceitos podem corresponder à determinada observação, de modo que esta observação pode se referir a mais de um conceito. Ainda, nessa fase, o pesquisador não deve, em nenhuma circunstância, conter a abundância dos conceitos que suas observações lhe acarretem. E no segundo momento da codificação aberta, as propriedades e dimensões dos conceitos e categorias encontradas devem ser especificadas. Trata-se então de um ponto fundamental na TFD, sendo considerado o primeiro momento de análise no âmbito da teoria, pois é nesse momento que o pesquisador estabelece as categorias e os conceitos que serão utilizados na análise dos dados para o pleno atendimento ao seu processo investigativo.

De maneira geral,

[...] durante a codificação aberta, os dados são separados em partes distintas, rigorosamente examinados e comparados em busca de similaridades e diferenças. Eventos, acontecimentos, objetos/interações considerados conceitualmente similares em natureza ou relacionados em significados são agrupados sob conceitos mais abstratos, chamados “categorias”. (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 104, grifo dos autores).

Nesse sentido, Almeida (2016) relata que se trata de um processo manual, que ocorre a partir das observações realizadas, ou diante da leitura e da análise das entrevistas, sujeitando-as ao processo de codificação, de forma cuidadosa, linha por linha (no caso de entrevistas) e dado por dado. Portanto, trata-se de um momento onde o pesquisador deve se manter atento, examinando, refletindo, comparando e conceitualizando cada dado produzido.

Strauss e Corbin (2008) sugerem algumas técnicas com a finalidade de desenvolver a sensibilidade teórica dos pesquisadores, tais técnicas possibilitam a condução dos pesquisadores iniciantes na interpretação isenta dos dados, bem

como a habilidade de ver com profundidade analítica o que já existe. Destacam: evitar as suposições prévias sobre os dados; ouvir o que as pessoas dizem e quais significados podem emergir de suas falas; explorar ou esclarecer os possíveis significados de cada conceito; e descobrir as propriedades e dimensões dos dados. No intuito de estabelecer a aplicação dessas técnicas os autores sugerem algumas ferramentas analíticas no auxílio à identificação de conceitos e categorias.

Primeiramente, o uso de *questionamentos*. Segundo os autores, essa ferramenta diz respeito ao ato contínuo de questionar os dados a partir de perguntas do tipo: Quem? Quando? Por quê? Onde? O quê? Como? ou Quanto? Outra ferramenta apontada pelos autores é a *análise de uma palavra, uma frase ou um parágrafo* (microanálise). Segundo eles, essa ação consiste em examinar o documento (entrevista, ou local), ou parte dele, e depois voltar-se para uma palavra ou frase que tenha chamado a atenção do investigador, por ser importante ou analiticamente interessante.

Após isso, o pesquisador passa a listar todos os possíveis significados da palavra que lhe vêm à mente. Em seguida, de posse desta lista, ele deve voltar ao texto na busca por incidentes ou outras palavras que verifiquem estes significados. A *análise adicional por meio de comparações* se mostra, na visão dos autores, essencial na identificação de categorias e nos seus desenvolvimentos. Dois tipos de comparações são discutidas no texto.

A primeira relaciona-se à comparação de incidente por incidente, objeto por objeto, na busca por similaridades e diferenças entre suas propriedades a fim de classificá-los. O pesquisador quebra esses dados em fragmentos menores, também chamados de *incidentes*, que pode ser linha-a-linha, frase-a-frase ou qualquer outro critério usado, desde que a unidade de análise possua sentido por si só, para em seguida interpretar esses fragmentos, dando sentido a eles. Para a TFD, os incidentes representam a *unidade amostral* que o pesquisador usa para analisar os dados (CORBIN & STRAUSS, 2008).

A segunda comparação diz respeito ao momento em que os códigos semelhantes são agrupados e comparados, gerando os conceitos e as categorias. A técnica central do método para a busca de significados dos conceitos e categorias é o processo chamado de *comparação constante*, que auxilia o pesquisador a definir um conjunto de condições para se chegar a uma categoria. É por meio de comparações constantes das similaridades e diferenças entre os incidentes que o

pesquisador identifica as propriedades e as dimensões, fruto da classificação dos códigos em temas semelhantes, integrando-as à teoria em diferentes níveis conceituais, facilitando o processo de delimitar o escopo da teoria (CORBIN & STRAUSS, 2008).

Com as categorias definidas, passa-se para um nível intermediário de abstração, onde se busca a relação entre elas para formar a base para sua construção teórica. Esse processo é chamado de *codificação axial*

### Codificação Axial

O segundo estágio de codificação na TFD é a codificação axial. Como brevemente sinalizamos acima, neste momento o pesquisador deverá selecionar as categorias, dentre todas que foram definidas na codificação aberta, que julgue mais relevantes, de modo a estabelecer relações entre essas e as suas subcategorias.

[...] começar o processo de reagrupamento dos dados que foram divididos durante a codificação aberta. Na codificação axial, as categorias são relacionadas às suas subcategorias para gerar explicações mais precisas e completas sobre os fenômenos [...] [ela] sempre começa a surgir durante a codificação aberta um sentido de como as categorias se relacionam. (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 124).

A codificação axial (CORBIN & STRAUSS, 2008) acontece com a associação de categorias ao nível de suas propriedades e dimensões, desenvolvendo-as sistematicamente e correlacionando-as. O objetivo é iniciar o processo de reagrupamento dos dados que foram divididos durante a codificação aberta – é nesse momento que, de fato, a teoria é construída.

As duas codificações, aberta e axial, podem não ser necessariamente sequenciais. Isso se deve ao fato de que, conforme os autores, categorias diferentes podem ser identificadas, umas estarão relacionadas a um fenômeno, outras poderão vir a ser definidas como subcategorias, estando relacionadas às ações/interações ou consequências. Além disso, na codificação aberta, os nomes conceituais atribuídos a cada categoria não irão denotar, necessariamente, que estas correspondem a um fenômeno específico, o pesquisador é quem deverá fazer isto. Cada uma das

categorias e/ou subcategorias, se constituem de propriedades específicas, podendo ser redimensionadas, gerando assim novas especificações para estas categorias (ALMEIDA, 2016). Dessa forma, o processo de codificação aberta e axial vai permear por todo o processo de produção dos dados na investigação, contribuindo assim para a perda de linearidade do processo de codificação.

Após a definição das categorias, e suas subcategorias, estas devem ser comparadas, relacionadas e interconectadas a partir de um modelo interpretativo, aqui denotado como paradigmático. Centrado na argumentação de Daft e Weick (2005) que apontam que as organizações são sistemas de significados, a ênfase da análise desta pesquisa assenta na compreensão das interações sociais inerentes ao processo de introdução de tecnologia no ambiente educacional, onde se busca capturar os significados que os sujeitos manifestam ao interpretarem esse processo. Assim, os resultados em termos de estrutura e planejamento organizacional, causados ou não pelo ambiente e pela tecnologia, dependem da interpretação dos problemas ou oportunidades pelos sujeitos pesquisados. Logo, quando a interpretação ocorre, a organização torna-se capaz de formular uma resposta (DAFT e WEICK, 2005). O argumento acima justifica a escolha por uma abordagem interpretativista.

Nesse modelo, os elementos podem ser definidos da seguinte forma:

[...] o fenômeno é a ideia/evento/acontecimento central aos quais as ações e interações estão relacionadas; as condições causais são os elementos/situações que possibilitam o surgimento do fenômeno; o contexto é a especificidade que envolve o fenômeno e o que condiciona a ação/interação; as condições intervenientes são constituídas pelo tempo, espaço, cultura, situação econômica e tecnológica, história, biografia pessoal, dentre outros; as estratégias de ação/interação são identificadas com o caráter processual (sequências, movimento, mudanças, dentre outros), com um propósito, uma finalidade, sendo importantes também as não ações; e as consequências devem ser consideradas como o resultado/resposta, positiva ou negativa. (DANTAS et al., 2009, p. 5).

Trata-se apenas de uma estratégia na qual o pesquisador pode se orientar para a realização da codificação axial, permitindo classificar as categorias e subcategorias de forma mais fluida.

## Codificação Seletiva

A terceira etapa de codificação consolida o esquema teórico desenvolvido nas duas etapas anteriores. É importante recordarmos que na codificação aberta busca-se definir as categorias de análise, e que na axial essas categorias são sistematicamente desenvolvidas em termos de suas propriedades e dimensões. Logo, se verifica a importância dessas duas etapas, mas “[...] somente depois que as principais categorias são finalmente integradas para formar um esquema teórico maior é que os resultados de pesquisa assumem a forma de **teoria**” (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 143, grifo nosso), essa integração ocorre na codificação seletiva.

É na codificação seletiva que o pesquisador procura integrar e aprimorar as categorias num nível mais abstrato, tendo por objetivo estabelecer uma categoria central onde as demais possam ser integradas. Para tanto, Strauss e Corbin (2008, p. 154) determinam duas maneiras distintas de encontrar essa categoria central. Na primeira, é necessário que o pesquisador se lance na literatura a procura de um conceito unificador e que se ajuste aos seus dados, “eles fazem isso quando já classificaram e releram todos os seus memorandos e têm um senso intuitivo de qual é a ideia central, mas não têm um nome para ela”. Na segunda, o pesquisador tenta encontrar um conceito que tenha similaridade à ideia central identificada por sua pesquisa, entretanto essa não deve ser a técnica habitual utilizada, já que, “os conceitos existentes se ajustam apenas parcialmente aos dados”.

Ademais,

[...] isso também pode evitar que os pesquisadores enxerguem novas perspectivas e técnicas, e elas são importantes para o avanço do conhecimento em cada área [...] [eles preferem] que os alunos sejam criativos, que inventem nome para o que está acontecendo e descrevam suas contextualizações em termos de propriedades e das dimensões específicas que eram evidentes nos dados. (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 154).

O pesquisador exercita a *codificação seletiva*, o último nível de abstração, onde irá buscar a **categoria central** da teoria nas quais todas as outras estão relacionadas. Portanto, é nesse nível de abstração teórica, que a categoria central deve ser capaz de integrar todas as outras e expressar a essência do fenômeno sob investigação, além de ser a mais recorrente nos dados. Nessa codificação ocorre o

refinamento da teoria, consolidando-a, e onde se busca organizar as outras categorias em torno de um conceito explanatório central.

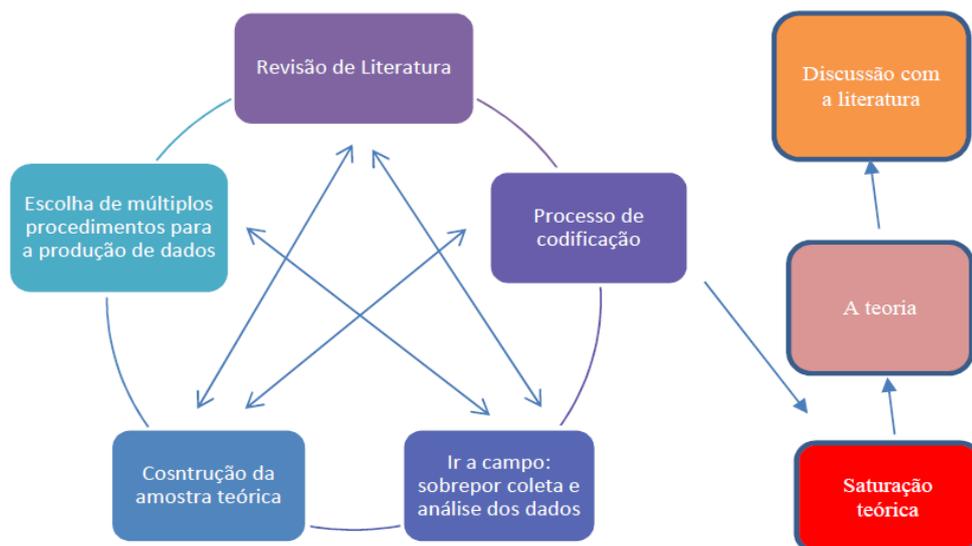
Segundo Almeida (2016), a categoria central deve representar o tema principal da investigação e, embora seja evidenciada na pesquisa, tem de ser considerada uma abstração e deve ser compreendida, também, como um objeto da análise, condensando resumidamente os resultados encontrados.

## Instrumentos Metodológicos

Numa pesquisa qualitativa os dados são produzidos conforme os procedimentos, o contexto e os recursos que serão utilizados durante a produção dos mesmos. Logo, a determinação desses elementos é de fundamental importância para a consecução do objetivo da investigação.

No âmbito da TFD, a produção dos dados pode ocorrer num processo cíclico, pois pode envolver muitas idas e vindas para podermos chegar ao objetivo proposto, conforme afirmam Strauss e Corbin (2008). Almeida (2016) apresenta um esquema adaptado de Pandit (1996) que demonstra como ocorre esse processo cíclico, descrevendo alguns procedimentos que podem ser realizados durante a produção e a análise dos dados na construção da TFD (Figura 11).

**FIGURA 11 – Ciclos de Procedimentos na TFD**



Fonte: Almeida (2016)

Observando o ciclo de procedimentos podemos destacar que o processo se inicia com a revisão de literatura, que apresentamos no capítulo 1 desse trabalho., em seguida ocorre a escolha dos procedimentos para a produção dos dados, passando pela construção da amostra teórica, a ida ao campo de pesquisa, até chegar no processo de codificação, esse ciclo desencadeia na saturação teórica estabelecendo assim a teoria, e por fim a discussão desta com a literatura. Verifica-se que idas e vindas aos procedimentos poderão ocorrer.

Logo, iremos discorrer sobre os demais procedimentos que utilizamos nessa pesquisa. Ressalta-se aqui que o ciclo de procedimentos ocorre até o momento que se tem a saturação teórica, partindo assim para a definição da teoria (codificação seletiva). Segundo Strauss e Corbin (2008), os dados devem ser constituídos de entrevistas, observações e também devem incluir documentos, filmes ou gravações em vídeo.

Assim, optamos pela produção de dados por meio da aplicação de *atividades em forma de roteiros, observações participantes* com o registro de *diário de bordo* e, por último, as *entrevistas semiestruturadas*, realizadas com cerca de 40% dos alunos. Todos esses procedimentos foram importantes nessa investigação, visto que a realização de uma pesquisa qualitativa requer uma análise de dados oriundos de fontes diversas, contribuindo para estabelecer maior confiabilidade quanto à análise dos mesmos. A seguir detalharemos cada um desses instrumentos utilizados na pesquisa.

### *Elaboração das atividades*

Inicialmente o estudo parte de uma pesquisa bibliográfica para conhecimento do tema e estado da arte, tal levantamento serviu de subsídio para a produção de um material didático instrucional a ser aplicado no decorrer da pesquisa.

A pesquisa foi do tipo descritiva e exploratória, porque teve como objetivo a descrição de um determinado fenômeno, ou seja, a compreensão da temática do uso das TD e do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida por um grupo definido, em seu contexto prático, e “servindo mais para proporcionar uma nova visão do problema, o que se aproxima das pesquisas exploratórias” (GIL, 2008, p. 42).

Com isso, foi necessária, antes mesmo de iniciar as observações, a preparação das atividades matemáticas (roteiros) para aplicar nas aulas. Essas atividades foram pensadas e elaboradas pela professora da disciplina, juntamente com esse pesquisador e, Taiane de Oliveira Rocha Araújo, aluna do mestrado e membro do GPETDEn. Toda a elaboração desse material abordava o conteúdo da disciplina, segundo o seu programa, e servia para os alunos desenvolverem o estudo do conteúdo por meio do *software* GeoGebra. As atividades produzidas na pesquisa, e diversas outras que foram elaboradas em paralelo a mesma, contribuíram na composição do livro intitulado *Atividades Matemáticas com o GeoGebra* (Silva, Araújo, Magalhães, 2018), na qual tem a professora da disciplina com uma das organizadoras, e esse pesquisador como um dos colaboradores.

### *Observação Participante*

Para a produção dos dados necessários para pesquisa era imperativo a minha participação ativa no cotidiano das aulas a serem desenvolvidas no decorrer do semestre na disciplina escolhida. Essa imersão no ambiente e constante interatividade com os pesquisados nos fez optar pela observação participante, que Minayo (2013) conceitua da seguinte forma:

Definimos observação participante como um processo pelo qual um pesquisador se coloca como observador de uma situação social com a finalidade de realizar uma investigação científica. O observador, no caso, fica em relação direta com seus interlocutores no espaço social da pesquisa, na medida do possível, participando da vida social deles, no seu cenário cultural, mas com a finalidade de compreender o contexto da pesquisa. Por isso, o observador faz parte do contexto sob sua observação e, sem dúvida, modifica esse contexto, pois interfere nele, assim como é modificado pessoalmente. (MINAYO, 2013, p. 70).

As observações participantes foram realizadas para a produção dos dados, essas observações iniciaram a partir do primeiro contato com a turma pesquisada. Na pesquisa aqui relatada, essa observação participante teve como primeiro passo a aplicação de um questionário sócio-educacional (Apêndice R, p. 163) de caráter diagnóstico, aos alunos que estavam, a partir daquele momento, concordando em participar da investigação. A partir de então a observação participante ocorreu no

decorrer de todo o curso, servindo para aproximar o pesquisador dos pesquisados e para uma total imersão no cotidiano do processo de ensino e aprendizagem, no contexto do ensino de geometria plana e espacial com o uso do GeoGebra e do Ensino Híbrido.

Para uma participação mais efetiva no cotidiano da turma era necessário compreender sua composição, e para tal usamos o questionário educacional. Esse questionário teve dois objetivos principais. O primeiro foi identificar o uso das TD utilizadas pelos alunos na educação básica, o segundo foi estabelecer o nível de conhecimento dos alunos sobre o conteúdo de geometria da educação básica. A partir desses dados podemos estabelecer um ponto de partida para o desenvolvimento das atividades, pois compreender e identificar como ocorreu a utilização das TD na formação básica de cada um dos alunos investigados se mostrou de extrema importância para podermos estabelecer o nível de conhecimento destes sobre o uso da tecnologia digital aplicada ao ensino. Servindo assim para balizarmos o planejamento e o desenvolvimento das atividades matemáticas com o uso do GeoGebra, estabelecermos as ações para a aplicação do ensino híbrido e, servir como marcador para minha inserção na turma na condição de pesquisador.

Para a observação participante é importante organizar um diário de campo, ou diário de bordo. Considerando que essa observação demanda a interação do pesquisador com o grupo observado, que implica num tempo mínimo de convivência, e que muitas questões podem surgir a partir dessa interação, é preciso que o pesquisador organize formas de registro desses dados em campo, para serem posteriormente analisados.

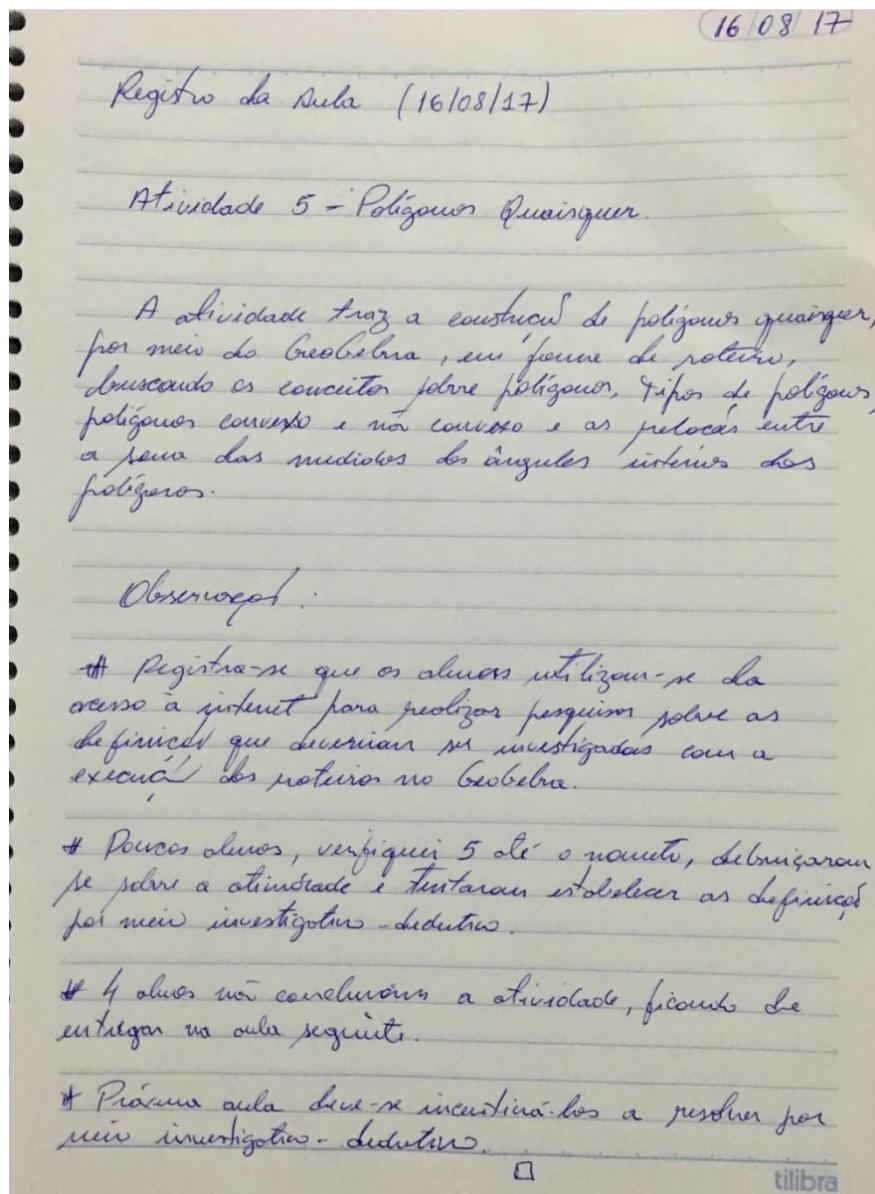
Observar pode ser considerado como um processo que é desenvolvido em partes: o objeto observado, os sujeitos e as condições em que esses se encontram. A observação participante serviu para contextualizar todo processo de ensino e aprendizagem, conduzindo para um efetivo registro sobre o objeto de estudo.

### *Diário de Bordo e os Memorandos*

Ainda relacionado às observações das aulas e o acompanhamento do desenvolvimento das atividades, estas serviram para a realização dos registros pelo

pesquisador, aqui definidos como diário de bordo, conforme figura 12. Tais registros têm como objetivo principal registrar e organizar as ideias do investigador, sempre em tempo real, descrevendo ações e fatos ocorridos relacionado ao fenômeno investigado. Por meio desses registros foi possível estabelecer relações entre as vivências da pesquisa e o aporte teórico estabelecido para a investigação.

**FIGURA 12** – Registro do Diário de Bordo



Fonte: Autoria nossa (2019)

Acima apresentamos um registro da observação de uma aula contendo informações sobre o dia, a descrição completa da atividade e do conteúdo, o objetivo e as observações registradas, sendo por isso classificado em diário de

bordo. Além de indicar procedimentos para aula seguinte, como uma nota operacional. Essas características são condizentes com a definição de memorandos trazida pela TFD, como detalhamos a seguir.

Durante a observação são registrados dados visíveis e de interesse da pesquisa, esses registros, dentro da TFD, são denominados de *memorandos* ou *memos*. Segundo Strauss e Corbin (1990, p. 197) os memorandos são registros realizados pelos pesquisadores, por meio escrito, representando o pensamento sobre os dados e as suas representações visuais das relações entre os conceitos que devem ser construídos para o desenvolvimento da teoria. Podem assumir diferentes formas de acordo com os objetivos, aqui descritos:

(1) Notas de códigos: memorandos que contém o produto atual de três tipos de codificação, tais como, rótulos conceituais, características do paradigma e indicação de processo. (2) Notas Teóricas: memorando resumidos e teoricamente sensibilizantes que contém o produto do pensamento dedutivo e indutivo sobre as propriedades, dimensões, relações, variações, processos e matriz condicional das categorias relevantes e potencialmente relevantes; (3) Notas Operacionais: memorandos que contém diretrizes para o próprio pesquisador e membros da equipe relativo a amostragem, questões possíveis e comparações que possibilitam o desenvolvimento da pesquisa. (4) Diagramas lógicos: representação visual do pensamento analítico que mostra a evolução das relações lógicas entre categorias e subcategorias em termos de características de paradigma; (5) Diagramas integrados: representações visuais do pensamento analítico que são usadas para experimentar e mostrar encadeamentos conceituais cujos formatos não estão vinculados ao paradigma, mas deixados abertos à imaginação (STRAUSS; CORBIN, 1990, p. 197)

Cassiani e Almeida (1998) afirmam que o memorando é um método de preservar as hipóteses emergentes, os esquemas analíticos, intuições e abstrações.

Em certos momentos, quando os dados estão sendo codificados, uma ideia surge e se não for registrada, o pesquisador poderá perdê-la ou substituí-la por outra. Os memorandos são, no início, abstrações, mas são elucidados a partir dos dados e assim tornam-se fundamentais. Tendo, pois esses elementos, passamos a considerar o método propriamente dito, enfatizando os processos de coleta de dados e análise. (CASSIANI; ALMEIDA, 1999, p. 14)

Logo, os memorandos são de significativa importância no contexto da TFD, e utilizamos esse instrumento durante todo o processo de observação participante, que se estendeu por toda a pesquisa.

### *Entrevista*

A entrevista foi o último procedimento utilizado nessa pesquisa, foi realizada com 10 (dez) alunos, e serviu para compreender de que forma o uso das TD sob a perspectiva do ensino híbrido – sala de aula invertida contribuiu para o processo de ensino e aprendizagem de geometria, além de buscar identificar e compreender de que forma essa nova abordagem de ensino interfere no processo de avaliar. Poupart (2008) afirma que as entrevistas nos permitem o acesso ao ponto de vista dos atores envolvidos na pesquisa. Já Bogdan e Biklen (1994, p. 136), compreendem a utilização das entrevistas como sendo importante “para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo”. A entrevista com os alunos ocorreu após findar a disciplina, contribuindo para que os alunos entrevistados expusessem suas ideias de forma mais ampla, visto que todo o processo de investigação já havia encerrado.

A entrevista seguiu o modelo “semiestruturada” (Apêndice S, p. 166). Bogdan e Biklen (1994) afirmam que as boas entrevistas caracterizam-se pelo fato de o investigador deixar os sujeitos à vontade, livres para expressarem seus pontos de vista. Além disso, deve-se comunicar ao sujeito o interesse do entrevistador e as transcrições devem ser detalhadas e com exemplos. Outro tipo de entrevista é não estruturada, nesse tipo de entrevista, não padronizada ou não estandardizada, o entrevistador nem sempre tenta obter o mesmo tipo de resposta usando o mesmo tipo de pergunta. Tem sido referida como entrevista em profundidade, intensiva ou então denominada entrevista qualitativa, apresentando as vantagens de: propiciar oportunidades para motivar e esclarecer o respondente; permitir flexibilidade ao questionar o respondente, ao determinar a sequência e ao escolher as palavras apropriadas; permitir maior controle sobre a situação e finalmente permitir maior avaliação da validade das respostas mediante a observação do comportamento não verbal do respondente (LODI, 1998).

O propósito da entrevista é obter as informações com as próprias palavras dos respondentes, obter descrição das situações e elucidar detalhes. A entrevista semiestruturada e não estruturada não se excluem, podendo ocorrer de forma simultânea.

Os dados produzidos para análise por meio da entrevista geralmente constam de transcrições dos áudios que foram gravados. Após o investigador ter coletado os dados iniciais, transcreve os áudios, realiza as leituras e procede à codificação para a análise dos mesmos. Para nossa pesquisa os áudios gravados foram ouvidos e transcritos de modo a gerar dados a serem analisados no contexto da TFD.

O intuito da entrevista foi estabelecer a visão dos alunos participantes sobre o uso das TD, o Ensino Híbrido e o processo de avaliação. Assim, a entrevista foi conduzida para que os alunos entrevistados colocassem suas impressões sobre a metodologia utilizada no decorrer da pesquisa e, também, apresentassem os aspectos que consideram positivos e negativos. A análise desses dados é de profunda relevância para o estabelecimento das categorias, conforme a TFD, que irão subsidiar a apresentação dos resultados dessa investigação.

Nessa análise, organizamos as falas transcritas de acordo a cada uma das perguntas contidas na entrevista. Em seguida selecionamos trechos das respostas de cada participante e, a partir daí, iniciamos o processo de codificação que será mais detalhado no capítulo a seguir.

A utilização desses instrumentos foi de grande importância para o processo de codificação e análise dessa investigação.

## CAPÍTULO 3 – PROCEDIMENTOS DE CODIFICAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

### Introdução

A codificação ou análise é o procedimento por meio do qual os dados são divididos, conceitualizados e se estabelecem suas relações. Todo o processo analítico que neste momento se inicia tem por objetivos construir a teoria, dar ao processo científico o rigor metodológico necessário, auxiliar o pesquisador a detectar os vieses, desenvolver o fundamento, a densidade, a sensibilidade e a integração necessária para gerar uma teoria (STRAUSS & CORBIN, 1990). Com isso a TFD determina os seguintes procedimentos de codificação: a codificação aberta; a codificação axial, e; a codificação seletiva. Essas codificações serão apresentadas no tópico Procedimentos de Codificação. Contudo, será no tópico Análise dos Dados – Formulando a Teoria que trataremos do estabelecimento da teoria geral da investigação.

### Procedimentos de Codificação

Nesse momento, acreditamos ser importante lembrar, mais uma vez, a pergunta da pesquisa, para que as categorias que emergiram na investigação possam ser explicadas adequadamente. A pergunta que norteou essa investigação foi: ***Como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida?***

Quando tratamos de “categorias que emergiram” pretendemos que o leitor compreenda que, de fato, as categorias desenvolvidas nessa pesquisa realmente surgiram a partir do momento em que voltamos nosso olhar para os dados. Ou seja, elas não existiam de antemão, e vieram à tona no momento em que realizávamos a análise dos dados produzidos.

Na primeira etapa da análise dos dados, a codificação aberta, utilizamos algumas ferramentas analíticas indicadas por Strauss e Corbin (2008), a saber, a microanálise e as comparações incidente-incidente (quebra dos dados em fragmentos menores), na busca por conceitos e categorias. Assim, no que diz respeito às comparações incidente-incidente, os trechos que indicavam algo já identificado em outro momento da verificação dos dados da pesquisa (registros das observações, transcrições das entrevistas ou registros dos alunos por meio das atividades e dos projetos) eram sublinhados e posteriormente catalogados em um só documento. Essas comparações, também chamadas de *comparações constantes*, além de ser de relativa importância no processo de codificação aberta, também auxiliaram o pesquisador no momento em que as categorias começaram a emergir.

Comparações são adicionalmente importantes porque permitem a identificação de variações nos padrões encontrados nos dados. Não é apenas uma forma de uma categoria ou de um padrão que nos interessa, mas também como aquele padrão varia dimensionalmente, o que é discernido por meio da comparação das propriedades e dimensões sob diferentes condições. (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 74).

A quantidade de dados produzidos na pesquisa, de fato, foi muito grande, assim como a quantidade de códigos e conceitos estabelecidos. Desse modo, fica por demais complexo descrever, em detalhes, como emergiram as categorias que encontramos nessa pesquisa, a partir dos códigos e conceitos atribuídos. Isso se deve, fundamentalmente, ao fato de se tratar de um processo rico em subjetividade, no qual idas e vindas aos dados, assim como a incorporação de novos dados, foram situações que se repetiram durante toda a investigação, o que torna essa descrição algo difícil de fazer. Contudo, tentaremos, por meio de exemplos, ilustrar como esse processo foi ocorrendo na codificação aberta.

Por meio da *microanálise* e da *comparação constante* foi possível perceber que:

[...] algumas vezes, o problema não é de dados insuficientes, mas, sim, excesso de dados; ou seja, algumas ideias parecem não se ajustar à teoria. Elas geralmente são conceitos estranhos, ou seja, boas ideias que nunca foram desenvolvidas, provavelmente porque não aparecem muito nos dados ou porque parecem não levar a lugar nenhum. Nosso conselho é deixá-las de lado. Se forem interessantes, então o analista pode adotá-las mais tarde, mas não

há razão para associar uma teoria com conceitos que não levam a lugar nenhum ou que pouco contribuem para seu entendimento (STRAUSS; CORBIN, 2008, p.157).

Logo, se trata de uma análise minuciosa e profunda dos dados produzidos. Nessa primeira etapa do processo, a codificação aberta, apresentamos quadros de análise relacionados às duas ferramentas selecionadas nessa investigação, a microanálise e a comparação constante. Contudo, após esse processo de codificação, nos voltamos para a construção das categorias que englobassem os códigos e conceitos gerados.

Para tanto, inicialmente iremos apresentar alguns dados gerados pela análise ocorrida no questionário aplicado no início da investigação (ver Apêndice R). Como principal dado, constatamos que o nível de contato dos pesquisados com alguma TD durante seu percurso escolar na Educação Básica foi baixo, apenas 6 (seis) dos 25 (vinte e cinco) alunos tiveram contato com o uso de alguma TD. Porém, como já dito, ao analisamos mais detalhadamente sobre os aspectos desse contato percebemos que o mesmo se deu com o uso do artefato tecnológico – *Datashow* – em substituição à lousa, usando-o apenas para projeção, sem alguma interação pedagógica com a TD. Assim, diagnosticamos que nenhum dos alunos teve acesso ao uso de TD aplicadas no ensino em seus percursos na educação básica.

Dados apresentados na pesquisa realizada por Silva (2018) podem explicar parte desse cenário observado em nossa investigação. O autor demonstra em sua pesquisa a falta de computadores nas escolas, laboratórios de informática com computadores obsoletos, a falta de destreza e conhecimento dos professores para o uso das TD, dentre outros fatores limitantes para a inserção destas no ensino básico. Logo, essas informações corroboraram com os dados inicialmente analisados em nossa investigação. Nessa vertente, é importante destacar a importância dessa pesquisa, a qual introduz novos elementos pedagógicos na formação inicial de professores, tais como metodologias ativas de ensino e o uso de diferentes TD aplicadas ao ensino. Tais investidas podem contribuir para ao menos reduzir um dos fatores limitantes apontados na pesquisa de Silva (2018) – a falta de destreza no uso das TD pelos professores.

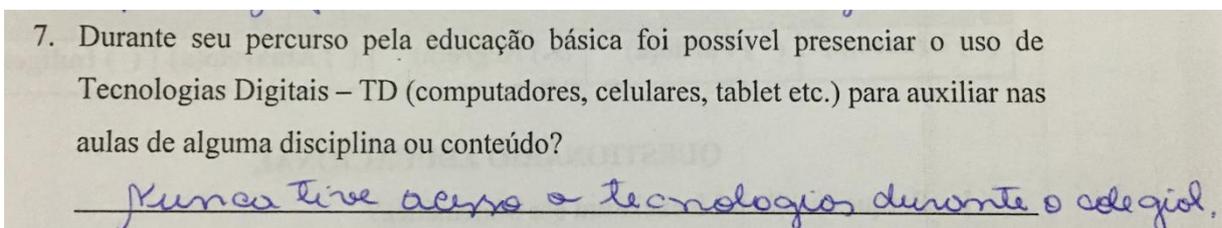
Esses dados, quando codificados na perspectiva da TFD, fazem emergir a seguinte pergunta: *Quanto tempo teremos de dedicar aos alunos para o ambientá-*

los com o uso do GeoGebra, diante desse cenário? Esse tipo de questão vai surgindo do decorrer de toda a codificação dos dados.

A partir da análise das observações, entrevistas e respostas dadas as questões suscitadas no questionário pelos alunos, selecionamos os trechos de suas falas que nos chamavam a atenção e que se relacionavam com a questão e os objetivos da investigação, trechos esses que na perspectiva da TFD são denominados de códigos. Esses códigos (ou conceitos) foram sendo associados de acordo com nossa percepção, ou por se aproximarem de conceitos que conhecíamos a partir da revisão de literatura que realizamos para a pesquisa. Para a TFD, os incidentes (códigos) representam a *unidade amostral* que o pesquisador utiliza para analisar os dados (CORBIN & STRAUSS, 2008).

Após esse processo de codificação, nosso olhar voltou-se para a construção de categorias que englobassem os códigos e conceitos gerados. Respostas como “*Nunca tive acesso à tecnologia durante o colegial*” (figura 13), por exemplo, fez emergir conceitos que iremos tratar nesse tópico, nos conduzindo a elaboração das categorias de análise.

**FIGURA 13** – Resposta do Aluno S



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Dessa forma, apresentaremos abaixo como alguns códigos e conceitos foram gerados através da análise dos procedimentos utilizados para a produção dos dados (questionário, observação participante, execução de atividades e entrevista), de modo a justificar a elaboração das categorias que irão nortear toda a análise dos dados produzidos, contribuindo assim para a definição da Teoria Geral da investigação aqui proposta.

Para efeito de entendimento por parte do leitor, iremos apresentar a Codificação Aberta em quadros descritivos, que serão compostos com informações dos dados produzidos e os códigos gerados pela análise dos mesmos. Para tanto,

os quadros serão apresentados conforme cada procedimento utilizado na produção dos dados.

Nesse primeiro momento, iremos apresentar dados relacionados aos registros contidos no diário de bordo, produzido no decorrer das observações participantes. Contudo, serão apresentados os trechos de algumas anotações relevantes para a pesquisa, e a partir desses trechos iremos selecionando os códigos. Esses códigos (ou conceitos) foram associados de acordo com a nossa percepção, ou mesmo por se aproximarem de conceitos estudados durante a revisão de literatura que realizamos para a pesquisa.

**QUADRO 1 – Codificação Aberta 1 (Diário de Bordo)**

<i>“Na segunda aula os alunos apresentaram mais familiaridade com o GeoGebra, demonstrando mais desenvoltura e sem medo de utilizar as diversas ferramentas do software, alguns (2 alunos) já avançaram para a atividade seguinte”</i> (Registro do Pesquisador).	
<b>Trecho Selecionado</b>	<b>Códigos</b>
<i>“Na segunda aula os alunos apresentaram mais familiaridade com o GeoGebra”.</i>	Assimilando as TD.
<i>“demonstrando mais desenvoltura e sem medo de utilizar as diversas ferramentas do software”.</i>	Assimilando as TD.
<i>“alguns (2 alunos) já avançaram para a atividade seguinte”.</i>	Incorporando o Ensino Híbrido.

Fonte: Autoria Nossa

**QUADRO 2 – Codificação Aberta 2 (Diário de Bordo)**

<i>“Registra-se que os alunos realizaram o acesso a Internet para realizar pesquisas sobre as definições matemáticas que deveriam ser investigadas com a execução dos roteiros no GeoGebra.” (Registro do Pesquisador).</i>	
<b>Trecho Selecionado</b>	<b>Códigos</b>
<i>“acesso a Internet para realizar pesquisas sobre o conteúdo estudado”.</i>	Assimilando as TD.
<i>“definições matemáticas que deveriam ser investigadas”.</i>	Conteúdo matemático.
<i>“execução dos roteiros no GeoGebra”.</i>	Conteúdo matemático.

Fonte: Autoria Nossa

**QUADRO 3 – Codificação Aberta 3 (Diário de Bordo)**

<i>“Poucos alunos se debruçaram sobre a atividade antes de chegar na sala de aula e tentaram estabelecer as definições por meio investigativo-dedutivo. Quatro alunos não concluíram a atividade.” (Registro do Pesquisador).</i>	
<b>Trecho Selecionado</b>	<b>Códigos</b>
<i>“Poucos alunos se debruçaram sobre a atividade antes de chegar na sala de aula”.</i>	Incorporando o Ensino Híbrido.
<i>“tentaram estabelecer as definições por meio investigativo-dedutivo”.</i>	O conteúdo matemático.
<i>“quatro alunos não concluíram a atividade”.</i>	Incorporando o Ensino Híbrido; Assimilando as TD.

Fonte: Autoria Nossa

Observa-se nesses quadros que é apresentado o registro do pesquisador, em seguida é realizada a seleção de trechos desses registros, e por fim, são estabelecidos códigos (ou conceitos) que representam os trechos selecionados.

Outro enfoque no processo de codificação, dentro da microanálise, se deu

com os dados produzidos pelos questionários aplicados aos pesquisados. Destacam-se nesse quesito as respostas dadas ao questionamento sobre o uso das TD na educação básica, de modo a estabelecer em qual(is) disciplina(s) e conteúdos ocorreu o uso das mesmas. Destacamos abaixo o processo de codificação de algumas repostas dadas, e que julgamos pertinente para a investigação.

**QUADRO 4 – Codificação Aberta 4 (Questionário)**

<b>PERGUNTAS:</b>		
<p>Durante seu percurso pela Educação Básica foi possível presenciar o uso de TD para auxiliar nas aulas de alguma disciplina ou conteúdo?</p> <p>Caso positivo, descrimine: Em qual disciplina? Para qual conteúdo? Qual TD utilizada?</p>		
<p><i>“Sim. Normalmente em História e Biologia, no Ensino Médio. O meio era o uso do DataShow”.</i> (Registro do Aluno N)</p>	<p><i>“Sim. Geralmente em Educação Física, Biologia e História, no Ensino Médio. A maioria das vezes fez-se o uso de DataShow”.</i> (Registro do Aluno E)</p>	<p><i>“Sim. Na disciplina de AutoCad do curso técnico no 2º e 3º ano”.</i> (Registro do Aluno S)</p>
<b>TRECHOS SELECIONADOS</b>		
<p>1. <i>“Normalmente em História e Biologia, no Ensino Médio.”</i></p> <p>2. <i>“O meio era o uso do DataShow.”</i></p>	<p>1. <i>“Geralmente em Educação Física, Biologia e História, no Ensino Médio.”</i></p> <p>2. <i>“A maioria das vezes fez-se o uso de DataShow.”</i></p>	<p>1. <i>“Na disciplina de AutoCad.”</i></p> <p>2. <i>“curso técnico no 2º e 3º ano.”</i></p>
<b>CÓDIGOS</b>		
Assimilando as TD.	<u>Assimilando as TD.</u>	<u>Assimilando as TD.</u>

Fonte: Respostas dos alunos N, E e S

Assim como na microanálise anterior, partimos da resposta, depois selecionamos alguns trechos para, por fim, estabelecermos os códigos. Verifica-se aqui que os códigos começam a repetirem-se, logo os identificamos e selecionamos conforme grifos contidos no quadro acima.

Um terceiro momento da codificação aberta se encontra na análise das entrevistas realizadas com alguns alunos participantes da investigação. Essas entrevistas, que ocorreram depois de encerrada a disciplina, teve por objetivo verificar as percepções desses sujeitos quanto ao uso das TD, atreladas a metodologia ativa de aprendizagem, o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

Assim como nas codificações exemplificadas acima, buscamos estabelecer alguns códigos, conforme as respostas dadas pelos alunos aos questionamentos apresentados na entrevista semiestruturada (ver apêndice S).

**QUADRO 5 – Codificação Aberta 5 (Entrevista)**

PERGUNTA:	
No início da Disciplina Matemática III, qual foi a impressão inicial ao saber que a disciplina iria ser desenvolvida, em sua totalidade, com a utilização da TD?	
<p><i>“Primeiramente, quando sobe que ia envolver tecnologia eu achei que ia dar tudo errado, mas acabou que no decorrer do semestre eu percebi que <b>havia um sentido na utilização do GeoGebra e das tecnologias</b>. Ao decorrer, eu fui percebendo que <b>usar o GeoGebra foi importante para ter um melhor aprendizado.</b>”</i></p> <p style="text-align: center;">(Registro do Aluno K)</p>	
Trecho Selecionado	Códigos
<i>“Havia um sentido na utilização do GeoGebra e das tecnologias.”</i>	Uso das TD e Conteúdo Matemático.
<i>“Usar o GeoGebra foi importante para ter um melhor aprendizado.”</i>	A aprendizagem com TD.

Fonte: Resposta do aluno K

**QUADRO 6 – Codificação Aberta 6 (Entrevista)**

<p><b>PERGUNTAS:</b></p> <p>O que você achou do uso das TD na disciplina? A utilização desses recursos contribuiu para o seu aprendizado e para sua formação?</p>	
<p><b><i>“O desenvolvimento de conceitos [matemáticos] foi mais difícil com o uso da TD porque tínhamos que deduzir e nem sempre é fácil fazer isso, [...] por outro lado as construções das figuras geométricas [com o uso do software] e os conceitos definidos pelas construções ficam mais registrados na memória, acabamos registrando mais os conceitos.”</i></b></p> <p>(Registro do Aluno M)</p>	
<b>Trecho Selecionado</b>	<b>Códigos</b>
<p><i>“O desenvolvimento de conceitos [matemáticos] foi mais difícil com o uso da TD porque tínhamos que deduzir.”</i></p>	<p>Incorporando o Conteúdo matemático com TD.</p>
<p><i>“as construções das figuras geométricas [com o uso do software] e os conceitos definidos pelas construções ficam mais registrados na memória.”</i></p>	<p>A aprendizagem com TD.</p>

Fonte: Resposta do aluno M

**QUADRO 7 – Codificação Aberta 7 (Entrevista)**

<p><b>PERGUNTA:</b></p> <p>Como você avalia a metodologia do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida empregada na disciplina atrelada ao uso das TD?</p>	
<p><b><i>“A experiência foi bastante agradável, porque em matemática a gente trabalha com conceitos abstratos e a partir do uso das tecnologias a gente consegue ver isso com mais facilidade. Com certeza, hoje minha avaliação é uma ótima avaliação, porque qualquer disciplina que possa se usar essa metodologia com as TD seria bem aceita no curso de matemática.”</i></b></p> <p align="center">(Registro do Aluno B)</p>	
<b>Trecho Selecionado</b>	<b>Códigos</b>
<i>“A experiência foi bastante agradável”</i>	Assimilando a TD.
<i>“hoje minha avaliação é uma ótima avaliação, porque qualquer disciplina que possa se usar essa metodologia com as TD seria bem aceita no curso de matemática.”</i>	Incorporando a TD.

Fonte: Resposta do aluno B

Todos os códigos que foram estabelecidos na análise dos dados foram catalogados e, posteriormente, agrupados quanto a suas similaridades. Esse processo resultou na saturação da codificação, ou seja, os códigos passaram a se repetir indefinidamente. Ocorrida a *saturação*, definem-se os códigos a serem analisados, na perspectiva da TFD.

A utilização da TFD para analisar o processo de implementação do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, com uso do GeoGebra, numa turma de formação inicial de professores nos permitiu identificar fatores que influenciaram como ocorreu processo durante o semestre, bem como seus inter-relacionamentos, constituindo-se, assim, na fundamentação empírica dos elementos constitutivos da teoria substantiva que serão apresentados ao longo desse capítulo. Procuramos analisar os fatos mais relevantes e marcantes do processo, bem como a influência das condições contextuais nas aulas, conforme percebido através dos sujeitos da investigação.

Os elementos deste capítulo emergiram exclusivamente dos dados e serão descritos e fundamentados à medida que forem sendo apresentados ao longo do texto. Para tanto, buscaremos apresentar citações de trechos das entrevistas, do questionário, dos registros observados e da produção dos alunos, servindo como base de fundamentação empírica. Sempre que possível, as citações serão transcritas no próprio capítulo, podendo se repetir em alguns casos, por servirem a mais de um código, ou por contextualizarem situações distintas.

Nesse processo de microanálise apresentamos como ocorreu a comparação incidente-incidente. Os trechos que nos indicavam códigos já identificados em outro momento (no diário de bordo, nas observações ou nas entrevistas) eram selecionados para, posteriormente, serem catalogados e agrupados, ocorrendo assim a codificação aberta. Essas comparações constantes permitem ao pesquisador o estabelecimento das categorias e, conseqüentemente, suas propriedades e dimensões, ocorrendo nesse momento a codificação axial. Encontrados esses elementos no âmbito das codificações aberta e axial, partimos para a codificação seletiva, de modo a integrar as categorias para formar um esquema teórico, que assume a forma de teoria.

Apresentamos acima um breve recorte do rico e extenso trabalho de codificação dos instrumentos utilizados na pesquisa, por meio dos quadros demonstrativos. Agora partimos para apresentar ao leitor como ocorreu o processo de estabelecimento das categorias, suas propriedades e dimensões.

### *Categorias, Propriedades e Dimensões*

Na codificação aberta os códigos semelhantes são agrupados, gerando conceitos. À medida que o pesquisador prossegue com o processo de codificação e análise, vai subindo o nível de abstração que emprega para conceituar os códigos até formar as categorias - que são conceitos de alto nível de abstração e representam um fenômeno - ou subcategorias associadas, tais como condições de ocorrência do fenômeno, ações e conseqüências, sendo os elementos conceituais que irão compor a teoria. As categorias são elementos compostos de propriedades, que representam suas características, variando em dimensões dentro de um *continuum* em graus de abstração conceitual (CORBIN & STRAUSS, 2008).

A técnica central do método para encontrar os significados dos conceitos e categorias é o processo chamado de *comparação constante*, que auxilia o pesquisador a definir um conjunto de condições para se chegar a uma categoria. A técnica de comparação constante é derivada da análise comparativa que, segundo Glaser e Strauss (1967), é um método geral, assim como são os métodos estatísticos ou experimentais.

O processo procura maximizar as diferenças entre diversos grupos, permitindo identificar as características das categorias. Através de comparações constantes das similaridades e diferenças entre os incidentes (códigos), o pesquisador identifica propriedades e dimensões frutos da classificação dos códigos em temas semelhantes, integrando-as à teoria em diferentes níveis conceituais, facilitando o processo de delimitar o escopo da teoria (CORBIN e STRAUSS, 2008).

A conceituação das categorias é uma atividade criativa do pesquisador, que, de acordo com seu conhecimento e experiência, procura defini-las da forma que melhor representem o fenômeno. Esse processo é auxiliado pela *sensibilidade teórica*, que representa a criatividade do pesquisador na identificação, construção e mediação dos conceitos que compõem a teoria. O pesquisador deve usar a sensibilidade teórica para dar significado aos dados e ser capaz de separar o que é importante para a pesquisa e o que não é. E isso é desenvolvido a partir do conhecimento científico acumulado pelo pesquisador, sua experiência profissional e experiência pessoal (GLASER, 1978; LOCKE, 2001).

O processo para estabelecer as categorias, suas propriedades e dimensões é, de fato, uma tarefa exaustiva. Analisar o vasto material produzido na pesquisa foi bastante trabalhoso e, de certa forma, bem complexo. A enorme quantidade de dados produzidos determinou muito tempo de dedicação e empenho para definir todos os códigos, selecioná-los, compará-los e agrupá-los em categorias.

O intuito desse tópico não é apresentar ao leitor a enorme quantidade de dados produzidos na pesquisa, assim como a quantidade de códigos e conceitos estabelecidos, isso se deve, fundamentalmente, ao fato de se tratar de um processo rico em subjetividade, onde idas e vindas aos dados foram constantes, assim como a incorporação de novos dados, foram situações que se repetiram durante toda a investigação, o que torna essa descrição algo difícil de fazer e, por conseguinte, de detalhar.

Desse modo, apresentaremos sintetizando, em quadro demonstrativo, como esse processo de formação de categorias, propriedades e dimensões foi ocorrendo na codificação aberta e axial, estabelecidas após a vasta análise dos dados produzidos. O surgimento dessas categorias emerge dos códigos que foram gerados, analisados e catalogados na codificação aberta. Durante a análise dos trechos selecionados é possível observar a identificação de códigos iguais ou análogos, que foram separados e agrupados para uma comparação posterior. A comparação desses registros e a identificação dos códigos contidos neles estabelecem a codificação aberta. Tal procedimento é realizado em todos os instrumentos utilizados na produção de dados dessa pesquisa. Essa identificação possibilita o surgimento das categorias de análise que no final culminará na(s) categoria(s) geral e, por fim, na teoria fundamentada da pesquisa.

Após esse extenso processo de codificação, partimos para a construção de categorias que englobe os códigos e os conceitos gerados. Constituída(s) a(s) categoria(s), estabelecemos as propriedades da(s) mesma(s) e, por fim, as suas dimensões. Dessa forma, se estabelece todo o processo de codificação, categorização e teorização no âmbito da TFD, e que aqui tem início nessa investigação.

Para caracterizar os dados produzidos na pesquisa iremos apresentar, sinteticamente, algumas informações acerca dos mesmos. Foram realizadas entrevistas semiestruturadas com dez alunos participantes da investigação. Essas entrevistas foram transcritas e organizadas pelas questões apresentadas aos alunos. Após a análise dessas transcrições, fomos catalogando os trechos que julgávamos pertinentes ao objeto de estudo, conforme exemplificado nos quadros 5, 6 e 7 acima. A partir desses trechos foram extraídos conceitos que dialogavam com questão apresentada na pesquisa e, também, com a literatura estudada para o tema proposto na investigação.

Contudo, podemos verificar que em um determinado momento, como preconiza a TFD, os conceitos começaram a repetir-se indefinidamente (termos grifados nos quadros acima), ou seja, não conseguíamos mais estabelecer outros conceitos diferentes daqueles que já haviam sido catalogados. Ainda assim, buscamos reanalisar os dados para confirmar essa repetição. Logo, percebemos que, de fato, os dados ali produzidos já se encontravam saturados. Ou seja, já podíamos estabelecê-los como *códigos*, na perspectiva da TFD. Esse mesmo

processo se repetiu nos demais instrumentos utilizados para a produção dos dados da pesquisa, como os registros do diário de bordo, o questionário, dentre outros.

Após esse longo processo, catalogamos os seguintes dados: Na entrevista realizada com os participantes da pesquisa foram obtidos 18 termos, observa-se que até esse momento ainda estamos falando em “conceitos”, obtidos na codificação aberta, que serão convertidos em códigos, na codificação axial, após os processos de comparação e agrupamento. Esses 18 conceitos, após serem comparados e agrupados, diante de suas similaridades, foram reduzidos a um total de *6 códigos*. Portanto, esses códigos gerados dos dados obtidos pelas entrevistas foram separados para serem analisados posteriormente com os demais códigos obtidos por meio dos demais instrumentos de investigação.

Seguindo o mesmo procedimento detalhado acima, continuamos a análise dos dados produzidos com os demais instrumentos, a saber: na análise dos dados produzidos pelo pesquisador por meio da observação participante e dos registros dos diários de bordo e memorandos, foram selecionados 26 conceitos, que após análise, comparação e agrupamento foram sintetizados em *8 códigos*, e por fim; do questionário aplicado a todos os alunos participantes da pesquisa, foram catalogados 12 conceitos, que após análise, comparação e agrupamento foram reduzidos a *5 códigos*.

Logo, para efeito de análise dos dados produzidos na codificação axial, no contexto da TFD, foram selecionados *19 códigos*, no total. Assim como nas etapas anteriores, onde fizemos a análise, comparação e agrupamento dos *conceitos* que foram estabelecidos por meio dos dados, repetiu-se esse processo com os *códigos* obtidos, por meio da codificação seletiva. Após essa análise, os códigos foram sintetizados em *4 códigos gerais*, que a partir desse momento tornou-se *categorias*, a saber: 1) *Incorporando o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida*; 2) *Assimilando as TD – O GeoGebra*; 3) *Aprendizagem* e; 4) *Incorporando o Conteúdo Matemático*. Essas categorias, quando analisadas pela ótica do objeto pesquisado e por meio dos objetivos propostos no trabalho, estabelece(m) a(s) categoria(s) central(is).

A categoria central deve representar o tema principal da investigação e pode ser definida como um produto da análise dos dados, condensando em poucas palavras os resultados obtidos. Nesse ínterim, buscam-se, com a categoria central, elementos que permitam articular o problema da investigação com os objetivos propostos no mesmo. Em nossa investigação foram estabelecidas, por meio das

categorias que emergiram das codificações, duas categorias centrais, definidas por: *assimilação* e *incorporação*. Elementos norteadores para a formulação da teoria central.

As quatro categorias estabelecidas, mais detalhadas a seguir, irão formar a base para o estabelecimento da teoria substantiva do processo de ensino de geometria com a utilização do GeoGebra por meio do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, na qual devem constar também as categorias centrais estabelecidas. A ordem de apresentação a seguir não significa necessariamente a ordem com que foram identificadas nos dados.

### As Categorias Produzidas

Aqui iremos detalhar o desenvolvimento das quatro categorias em termos de suas propriedades e dimensões, utilizando para isso os processos de codificação aberta e codificação axial da TFD apresentados acima.

#### *Incorporando o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida*

*Incorporando o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida* é a primeira categoria, e representa o processo pelo qual o professor e os alunos se adequam (adaptação) a uma nova abordagem pedagógica. Representa as ações usadas no dia a dia (planejamento) e tem como finalidade promover o alinhamento de um novo processo de ensino e aprendizagem (aprendizagem), atrelado ao uso de TD, organizando o ambiente da sala de aula e dos alunos para usar as TD. Três propriedades foram identificadas nos dados, que agrupados fez emergir da referente categoria, são elas: a *adaptação*, o *planejamento* e a *aprendizagem*.

Essas propriedades representam o conjunto de estratégias necessárias e aplicadas, tanto por parte do professor quanto por parte do aluno, e que foram utilizadas para incorporar o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida no ambiente educacional. São ações tomadas de acordo com a percepção do que está ocorrendo durante todo o processo de incorporação da metodologia, ou seja, perpassa pelas fases do planejamento, da execução e da avaliação.

Conceitualmente, a propriedade da *adaptação* refere-se ao nível de esforço que o professor e os alunos empregam para se ajustar numa nova situação de ensino e aprendizagem. Esse esforço varia de acordo com a percepção que o professor e o aluno possuem sobre o grau da necessidade de se adequar ao novo processo de ensino e aprendizagem.

*Verificamos que muitos alunos ainda não se adaptaram ao uso do GeoGebra e nem da metodologia do Ensino Híbrido. Alguns alunos estão totalmente adaptados, pois já trazem as atividades previamente construídas no GeoGebra e discutem dúvidas mais avançadas do conteúdo apresentado nas questões. Porém, um grande número de alunos não acessou a atividade, tendo o primeiro acesso na aula e outros acessaram online, mas deixaram para resolver durante a aula. (REGISTRO DO PESQUISADOR)*

Nesse íterim, podemos verificar que, ao analisar os dados sobre as questões relacionadas à *adaptação*, de forma geral, os investigados classificam-na em dimensões próximas aos valores de *pouco* ou *muito*. Isso se deve a suas relações com a propriedade, visto que eles estabelecem, de forma mais marcante, a incorporação do Ensino Híbrido pela questão de sua adaptação à metodologia de ensino com adjetivos quantitativos, que expressam o quanto eles se adaptaram a nova metodologia aplicada. Assim, diante de variação dimensional definimos esses termos como as *dimensões* dessa propriedade. As dimensões envolvidas nesse processo são de fundamental importância para que os sujeitos envolvidos, professor e alunos, possam definir estratégias capazes de auxiliá-los no processo adaptativo à nova estratégia educacional aplicada.

No que diz respeito à propriedade *planejamento*, verificamos a ocorrência da classificação em *adequado* e *inadequado*. Esses termos se relacionam com a classificação dada pelos estudantes e por meio da observação dos mesmos, e se traduz na adjetivação aplicada à organização da sala de aula, na elaboração do material aplicado nas aulas, na organização do tempo, no estabelecimento dos prazos, na disponibilidade prévia das atividades, dentre outras. É válido salientar que estes termos são aproximações às classificações estabelecidas pelos alunos e registradas nas observações.

No que tange à dimensão da *aprendizagem*, verificamos a incidência dos termos *fácil* e *difícil*. Naturalmente esses termos são os mais usuais quando se trata

em responder questões sobre o processo de aprendizagem de um determinado conteúdo, e não poderia ser diferente em nossa investigação. O processo de aprendizagem, bem como de avaliação, foram trazidos pelos alunos como fácil e difícil, levando esses termos à condição de dimensão da referida propriedade. Essas dimensões propiciaram o estabelecimento de melhorias para a ocorrência de uma melhor incorporação do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, visto que essa classificação norteia o trabalho docente nessa metodologia de ensino.

Pensando a categoria e sua relação com os objetivos propostos nesse trabalho, é possível determinar que a *incorporação do Ensino Híbrido* e o objetivo específico “*observar o envolvimento dos alunos na realização das atividades propostas no âmbito do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida*” tem uma relação dialógica, que se releva importante para que o objetivo geral seja alcançado.

#### *Assimilando as TD – O GeoGebra*

O processo de ensino e aprendizagem tem sido afetado em sua definição, *design* e forma de distribuição de conteúdo e conhecimento devido à introdução das tecnologias digitais. Harasim (2000) argumenta que, nesse novo contexto, em que as tecnologias permitem que sejam formadas comunidades virtuais, educadores e aprendizes terão que reaprender seus papéis para se readaptarem a um processo de aprendizado mais adequado ao ambiente virtual: o aprendizado colaborativo. O surgimento da aprendizagem *online* e de ambientes baseados na *web* tem contribuído significativamente para o reconhecimento da necessidade de uma maior compreensão das condições e meios para atingir uma aprendizagem mais eficaz.

Marin e Penteado (2011) escrevem que, na presença das tecnologias, dentro do cenário educacional, o professor se sente desafiado a rever e ampliar seus conhecimentos, provocando demandas que vão além da organização e da rotina de sala de aula, mas que também geram dificuldades, principalmente no que diz respeito ao uso desta ou daquela tecnologia. Entendemos que utilizar as TD no ensino requer uma preparação maior do professor, a necessidade de um movimento cada dia maior para situações desconhecidas.

Autores como Borba e Penteado (2001) definem este movimento como uma “não acomodação em sua zona de conforto”, local onde quase tudo é previsível,

conhecido e controlável pelo professor, para o “caminhar para uma zona de risco”, cenário onde predomina a imprevisibilidade e a incerteza, ou seja, onde podem surgir situações inesperadas para ele. Embora, em algumas situações, a zona de risco possa se tornar zona de conforto para os professores, principalmente devido ao entusiasmo por trabalhar com “algo novo”, como as surpresas provocadas pela exploração de um *software* em aula, ou por promover a colaboração entre os participantes de um curso em ambientes *online* (BORBA, 2010).

Nos trechos a seguir, os alunos apresentam em seus relatos sobre o trabalhar com esse “algo novo”:

*Com certeza eu entraria diferente de como entrei na disciplina matemática III, porque a experiência foi bastante agradável, porque em matemática a gente trabalha com conceitos abstratos e a partir do uso das tecnologias a gente consegue ver isso com mais facilidade. [...] Qualquer disciplina que possa utilizar essa metodologia, com as TD, seria bem aceita. (ENTREVISTADO B)*

*Eu pensei que não conseguiria me adaptar ao ensino com o uso das Tecnologias Digitais, já que no ensino fundamental e no ensino médio eu não tive o uso da tecnologia aplicada o ensino. (ENTREVISTADO A)*

*[...] é claro que a princípio eu estranhei, porque eu nunca tive aula de matemática com o uso da tecnologia. Então, a primeira impressão minha não foi muito boa, mas no decorrer do curso eu fui gostando, principalmente por causa das ferramentas e das possibilidades dada pelo programa GeoGebra. (ENTREVISTADO B)*

*O uso das tecnologias digitais nas disciplinas é importante, só que em Matemática III eu achei que deu uma complicada, porque acho que faltou explicação no quadro e resolução de exercícios pela professora, o que ficava apenas no GeoGebra. Porém, contribuiu muito para nossa formação, porque aprendemos a usar o GeoGebra, e muito bem ainda, até porque a gente utiliza hoje em outras disciplinas. (ENTREVISTADO I)*

Também os alunos, em contato com as TD, passam por transformações a partir do momento em que exploram essas mídias, podendo-se chegar à elaboração e verificação de conjecturas, levando-os a desenvolverem suas ideias a ponto de criarem novas conjecturas (BORBA, 2010). Ou seja, os alunos podem tornar-se investigativos e não apenas receptivos. Eles encontram novas fontes de ideias que vão além dos seus próprios pensamentos, pois começam a observar, refletir e

atribuir novos significados aos seus pensamentos (DALMOLIN; BNALDO; MATHIAS, 2012; SCUCUGLIA, 2006).

O depoimento do aluno I caracteriza bem esse processo de assimilação das TD no processo de ensino e aprendizagem. De imediato ele compara a nova metodologia aplicada a sua experiência trazida da educação básica. Ou seja, afirma que o uso das TD complicou a aprendizagem, visto que faltou explicação no quadro e resolução de exercício pelo professor. Nesse momento o aluno traz à tona um aspecto marcante sobre a sua formação na educação básica, pois o mesmo afirma que faltou explicação no quadro, visto que teve uma vivência educacional marcada por um ensino tradicional, consoante ao que verificamos nos dados apresentados no questionário aplicado nessa investigação.

Contudo, ao final afirma que aprendeu sobre o uso da tecnologia, e o conteúdo matemático, e que utiliza a mesma em outras disciplinas. É nesse processo contínuo de explorar pedagogicamente os recursos apresentados pelas TD que ocorre a assimilação dessas tecnologias no ambiente educacional.

O GeoGebra foi explorado nesse sentido, expondo os seus mais variados recursos e suas possibilidades para o estudo da disciplina. Logo, essa metodologia atrelada à utilização das TD transforma os alunos, os tornam mais investigativos e ativos no processo de ensino e aprendizagem. Nesse tocante:

*Olhando para trás, o desenvolvimento de conceitos com o uso das tecnologias digitais foi muito mais difícil porque a gente que tinha de pôr a mão na massa. Por outro lado, as figuras e tudo que construímos com o uso da tecnologia digital ficaram mais registradas na memória. Agora quando vou fazer algum plano de aula considero o uso das tecnologias digitais, porque agora quando penso em usar GeoGebra não é porque é bonito apenas, e sim porque eu sei usar e não sou usado pela ferramenta, uso as TD de forma pedagógica.*  
(ENTREVISTADO M)

Observamos na fala do aluno M o processo de *assimilação das TD* ocorrido na disciplina, e também após a conclusão da mesma. Verifica-se na fala do aluno um retrospecto, analisando que houve dificuldades em captar o conteúdo dentro daquela metodologia, onde ele que tinha de chegar às definições matemáticas, mesmo que depois ocorria o auxílio do professor e colaboradores, a partir da realização das atividades por meio da tecnologia. Ainda nesse contexto, podemos dizer que essa assimilação ocorreu em dois espaços, no *online* e no *presencial*.

No *online*, os alunos tiveram que adaptar-se a esse importante aspecto da metodologia escolhida para a investigação – a Sala de Aula Invertida. O envio prévio das atividades a serem desenvolvidas nos encontros presenciais, por meio da internet (*e-mail*, página de rede social da turma etc.) possibilitou aos alunos reaprender seu papel para se readaptarem a um processo de aprendizado mais adequado ao ambiente virtual: o aprendizado colaborativo. Essa colaboração valoriza a integração de todos para alcançar um objetivo comum, a aprendizagem.

O aluno T apresenta isso bem claro, conforme a seguir:

*Receber o material da aula antes foi bom porque já íamos para a aula sabendo o que íamos estudar, e já podíamos fazer e testar as atividades antes da aula **presencial**. Mas como não estava acostumado com esse tipo de aula muitas vezes esquecia de olhar o e-mail ou a página da turma, mas os colegas postavam no grupo da turma, ou mandava mensagem para tirar dúvidas, e isso foi importante para sempre estar **acessando as atividades antes das aulas**. (ENTREVISTADO T)*

Os termos *presencial* e *online* foram recorrentes quando analisamos a categoria *assimilando as TD*. Os alunos apresentavam sempre esses dois espaços quando tratavam do uso das TD, relacionando-os aos aspectos do uso do *software* GeoGebra e da metodologia do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

Outra importante observação ocorrida na investigação se deu quanto à verificação dos diferentes níveis de assimilação das TD pelos alunos, bem como da metodologia ativa aplicada na pesquisa. Esses diferentes níveis podem ser verificados no registro do diário de bordo da aula do dia 13 de setembro de 2017, conforme a seguir:

*Percebemos que há alunos que utilizam recursos do GeoGebra que ainda não trabalhamos em sala de aula, e nem nas atividades propostas. Usam com bastante fluidez o software. Contudo, é possível verificar, também, que um significativo número de alunos ainda não compreendem os recursos do software e não conseguem avançar para funções ainda não exploradas. (REGISTRO DO PESQUISADOR)*

O registro acima evidencia a necessidade de personalizar o ensino, de modo a acompanhar mais de perto aqueles alunos que apresentavam mais dificuldade em assimilar o uso das TD e a nova metodologia de ensino, bem como os conceitos

matemáticos envolvidos nas atividades. Em contrapartida, possibilitar aos alunos, que concluíram as atividades, avançar para as próximas. “*Aspectos como o ritmo, o tempo, o lugar e o modo como aprendem são relevantes quando se reflete sobre a personalização do ensino*” (BACICH, TANZI NETO; TREVISANI, 2014, p. 51).

Diante do exposto, surgem três propriedades para a categoria Assimilando as TD, a saber: *Espaço Online, Espaço Presencial e Níveis de Adaptação*. Essas propriedades se mostraram fundamentais para analisarmos como, e de que forma, ocorreu a assimilação das TD na investigação. Contudo, era necessário dimensionarmos cada uma dessas propriedades no contexto dos dados nos quais foram produzidos, e partir desse dimensionamento evidenciarmos as seguintes dimensões: 1) espaço *online* e presencial: *limitado* e *amplo*; 2) adaptação: *pouco* e *muito*.

### O Conteúdo Matemático

O projeto pedagógico do curso de Licenciatura Matemática da UESB estabelece que o curso deverá, ao longo do processo de formação técnico-educacional, desenvolver em seus alunos um conjunto de habilidades e domínio de um conteúdo. E que tem por objetivo desenvolver um processo de formação profissional que leve os egressos do curso a ter o perfil e as habilidades descritas a seguir:

Os graduandos em Matemática devem ter adquirido durante o curso as **habilidades**;

- a. De integrar vários campos da Matemática para elaborar modelos, resolver problemas e interpretar dados;
- b. De compreender e elaborar argumentação matemática;
- c. **De trabalhar com conceitos abstratos na resolução de problemas**;
- d. **De discorrer sobre conceitos matemáticos, definições, teoremas, exemplos, propriedades**;
- e. De comunicação de ideias e técnicas matemáticas;
- f. De analisar criticamente textos matemáticos e redigir formas alternativas;
- g. **De interpretação e representação gráfica**;
- h. **De visualização geométrica espacial**;
- i. Com o trato no sentido numérico;
- j. Com sólida formação filosófica, científica, tecnológica e cultural;

k. De resposta aos desafios que a sociedade lhe coloca. (UESB, 2010, p. 25-26)

Essas habilidades se baseiam no entendimento de que na formação inicial do professor de Matemática se faz necessária a interlocução dos conhecimentos do Conteúdo Matemático para a atuação profissional do mesmo. O conteúdo que compõe a estrutura curricular da disciplina obrigatória Fundamentos de Matemática Elementar III, e previsto para ser apresentado e desenvolvido no decorrer do semestre, é constituído por: Geometria Plana – triângulos, paralelismo, perpendicularismo, polígonos, circunferências, semelhança; Geometria Espacial – Prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera. (UESB, 2010, p. 56-57). Logo, a referida disciplina baseia-se no estudo de Geometria Plana e Espacial.

Partindo do pressuposto de que esses conteúdos requerem do aluno as habilidades de trabalhar com conceitos abstratos na resolução de problemas, de discorrer sobre conceitos matemáticos, definições, teoremas, exemplos, propriedades de visualização geométrica espacial e de interpretação e representação gráfica, faz com que a proposta de nossa investigação conflua de forma harmoniosa com o que é proposto pelo Projeto Pedagógico do Curso.

Em nossa pesquisa consideramos a investigação matemática como um elemento estruturante da aprendizagem. Ao elaborarmos atividades, por meio de roteiros a serem executados no ambiente do GeoGebra, procurando abarcar a ementa da disciplina supracitada, pretendíamos propiciar aos alunos uma metodologia de ensino na qual eles pudessem ter um papel ativo no processo de ensino e aprendizagem e avaliativo, levando-os à formação de conceitos matemáticos, a partir do desenvolvimento das mesmas. Dessa forma, contribuiríamos com uma metodologia para além do modelo tradicional, ainda predominante no ensino de matemática e, ao mesmo tempo, introduzindo o uso das Tecnologias Digitais nesse processo.

A utilização do GeoGebra possibilitou trabalhar os conceitos de geometria, que são de natureza abstrata, de forma mais concreta. Conforme relatos dos alunos: “[...] *a partir do uso do GeoGebra eu consegui visualizar os conceitos de Geometria, que são bastante abstratos, e com o uso da TD é possível aprender o conteúdo de uma maneira bem mais eficaz e rápida*” (Aluno B). “[...] *as figuras e tudo que construímos com o uso da TD ficaram mais registrado na memória*” (Aluno M).

Outro aspecto de grande importância quanto ao estudo do conteúdo da disciplina foi apresentar aos alunos atividades investigativas, na qual os alunos foram conduzidos a buscar as respostas interativamente com o uso das TD. Suas observações eram registradas no decorrer da execução das atividades e ao final era estabelecido o conteúdo matemático proposto para a atividade.

Na Atividade 6 (Apêndice G, p. Y) a aluna E responde as questões 9 e 10, conforme a seguir:

**FIGURA 14 – Trecho da Atividade 6**

9. Construa polígonos de 3 a 6 lados. Quais deles você pode ligar os vértices sem justaposição dos lados? Quantos segmentos ligando os vértices são encontrados para cada um desses polígonos? Qual o nome se dá a esse segmento criado? Faça o mesmo para polígonos de 7 e 8 lados, e construa uma tabela relacionando o número de lados, o número de vértices e o número de segmentos que ligam os vértices dois a dois.
10. E se o polígono fosse de  $n$  lados, quantas diagonais iria possuir? Qual a relação que podemos estabelecer para encontrar o número de diagonais em relação ao número de lados de um polígono qualquer? Encontre a relação matemática e expresse-a utilizando a planilha do GeoGebra.

Fonte: Autoria nossa (2019)

**FIGURA 15 – Resposta da Aluna E**

9) Podemos ligar os polígonos de 4 lados, 5 lados e 6 lados. Damos o nome de diagonais, aos segmentos criados.

n vértices	Diagonais por vértices	Diagonais em função dos vértices
3	0	0
4	1	2
5	2	5
6	3	9
7	4	14
8	5	20
9	6	27
10	7	

• O número de diagonais em função dos vértices é:  

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

• O número de diagonais por vértices é:  $n-3$

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Nota-se que a aluna realizou as construções no *software* e buscou, diante das observações, responder os questionamentos contidos na atividade, em seguida a

mesma elaborou uma planilha com os valores necessários para a sua análise e, por fim, chegou a uma relação matemática sobre o número de diagonais em função do número de vértices de um polígono qualquer. Por ser um *software* de geometria dinâmica, este possibilita a construção de figuras geométricas a partir de objetos-base, e sempre que o usuário movimentar e/ou alterar esses objetos-base nas construções os parâmetros se atualizam automaticamente. Assim, o *software* permitiu a construção dos diversos polígonos, conforme solicitado na atividade e, a partir do manuseio e do registro das observações dessas construções a aluna pode estabelecer uma relação matemática entre o número de vértices e o número de diagonais dos polígonos, que depois ela conseguiu generalizar essa relação para um polígono qualquer.

Esse processo, exemplificado acima, ocorreu em todo o percurso da investigação, e todas as atividades continham roteiros investigativos, por meio de *construções geométricas*, a serem desenvolvidas com o uso do GeoGebra. A partir das execuções dos roteiros e dos questionamentos contidos nas atividades, os alunos foram compelidos a realizar *indução lógica* sobre as suas observações. Na indução lógica, observamos casos particulares, e procuramos neles um padrão, ou uma lei geral que os explica e se aplica a todos os casos isolados e análogos aos observados. As atividades tinham esse propósito, os alunos foram conduzidos a realizá-las, seguindo as questões propostas nas mesmas, para então chegar ao grau de generalização teórico inerente ao conteúdo matemático proposto na mesma. Esse processo desencadeou na *compreensão teórica* sobre o conteúdo matemático ali explorado.

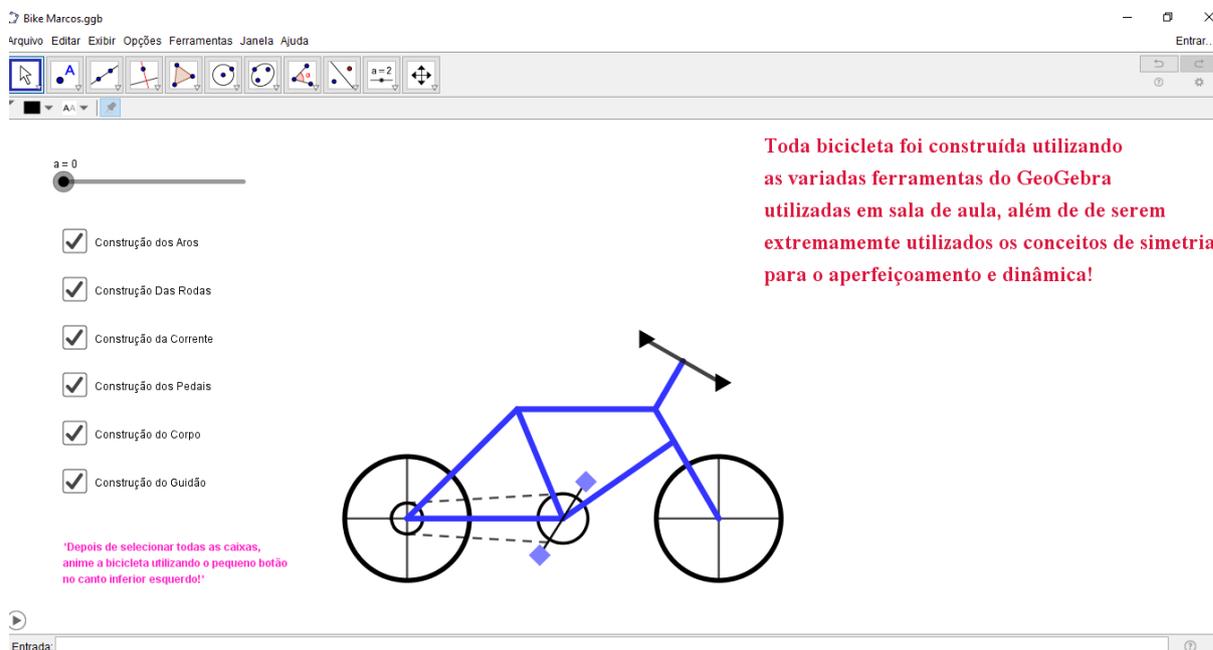
Essa compreensão teórica foi auferida por meio da realização das atividades, já mencionadas, as quais desenvolveram construções geométricas e a realização dos projetos, propostos como atividade avaliativa complementar. Essas atividades avaliativas aqui denominadas de projetos tinham por objetivo possibilitar tanto a compreensão dos conceitos matemáticos quanto do uso do *software*. Nelas os alunos produziam as atividades contendo o roteiro de execução para a construção proposta pela professora.

A seguir (Figura 16), apresentamos o projeto da bicicleta desenvolvido pelo aluno M, executado no GeoGebra. Além da construção no GeoGebra, o aluno apresentou a atividade com o roteiro de execução para tal.

Na atividade a seguir o aluno vai além do solicitado inicialmente no projeto, pois o mesmo atendeu além da proposta apresentada, inovou criando em seu roteiro os *applets*<sup>10</sup>. Os *applets*, no GeoGebra, são aplicações interativas que podem ser manipuladas, *online* ou *offline*, através de dispositivos móveis ou *desktops* e sua principal função é de auxiliar o entendimento de conteúdos estudados. De forma prática, são caixas que contêm as instruções para a construção de elementos geométricos definidos previamente, que ao serem marcadas revelam a construção atribuída às mesmas. Desse modo, o aluno estabeleceu a construção da bicicleta por partes, e ao finalizar a construção ainda é possível executar o botão *play* (localizado no canto inferior esquerdo) para iniciar a animação da mesma com o giro de suas rodas (Figura 16).

Ao nosso ver, esses projetos reforçaram a importância do uso das TD no ensino de Geometria, uma vez que a visualização pode permitir uma melhor compreensão teórica dos conceitos matemáticos e possibilitar mais envolvimento dos alunos no estudo do conteúdo matemático, além de possibilitar a integração da turma por meio das discussões sobre as construções e o uso das TD.

**FIGURA 16** – Projeto da Bicicleta do Aluno M



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

<sup>10</sup> *Applet* é um pequeno *software* que executa uma atividade específica, dentro (do contexto) de outro programa maior (como por exemplo, um *web browser*), geralmente como um plugin. O termo foi introduzido pelo *AppleScript* em 1993. Criados pela Sun em 1995 são geralmente usados para adicionar interatividade a aplicações *web* que não podem ser geradas pelo HTML. Eles são executados numa “caixa de areia” (*sandbox*). Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Applet>. Acesso em 20 de julho de 2019.

Do ponto de vista da investigação, o conteúdo matemático estudado na disciplina foi pensado para ser trabalho por meio da indução lógica, tendo as construções geométricas por meio do GeoGebra como seu principal condutor para a compreensão dos conteúdos trabalhados. Esses elementos constituintes do planejamento da disciplina também emergiram na análise dos dados produzidos na pesquisa. Nesse tocante, verificamos nessa categoria a incidência de 3 (três) propriedades, a saber: *construção geométrica, indução lógica e compreensão teórica*. Essas propriedades se apresentam como grande aliadas no atendimento ao objetivo de *especificar como se deu o desenvolvimento das atividades matemáticas no transcorrer da disciplina, tanto do ponto de vista do uso software GeoGebra, quanto do conteúdo matemático sendo trabalhado*. Nesse contexto, analisando esses dados surgem as seguintes variações dimensionais, quando a construção geométrica: *fácil e difícil*; quanto à indução lógica: *fácil e difícil* e; quanto à compreensão teórica: *satisfatória e insatisfatória*.

Os aspectos trazidos por essa categoria auxiliam no atendimento ao objetivo de específico da pesquisa, como citado acima, corroboram, mais uma vez, para a investigação proposta na pesquisa.

### *Aprendizagem*

A aprendizagem será analisada sob dois aspectos: em relação ao conteúdo teórico da disciplina e sobre o domínio das TD.

Os instrumentos utilizados para avaliação da disciplina foram: a apresentação das atividades devidamente respondidas, por meio da execução dos roteiros que a compõem, e; a realização dos projetos, com a entrega do arquivo em formato digital (executável por meio do *software*), e o roteiro escrito para sua execução, que foram executados pelo professor e/ou colaborador, e as construções obtidas foram avaliadas. Quando não era possível concluir a construção, prevista na atividade, por meio da execução dos roteiros produzidos pelos alunos, os mesmos tinham seu roteiro devolvido com as observações pertinentes para que realizasse as alterações necessárias, de modo a possibilitar a conclusão do projeto.

A apresentação desses instrumentos se deu em três unidades, na primeira foram apresentadas, pelos alunos, as atividades de 1 a 5 (Apêndices B, C, D, E e F),

mais o projeto de construção do relógio; na segunda unidade foram apresentadas as atividades da 6 a 10 (Apêndices G, H, I, J e K), mais o projeto do Tangram e, por fim, na terceira unidade foram apresentadas as atividades de 11 a 16 (Apêndices L, M, N, O, P e Q) e o projeto da bicicleta. As notas obtidas nessas atividades compuseram a média aritmética das unidades, e da disciplina, ao final do semestre.

Todos esses trabalhos foram analisados e verificados, e ao invés de atribuir o conceito certo ou errado e pontuação, foram realizados comentários sobre as atividades e os projetos dos alunos, auxiliando-os a localizarem as dificuldades, de modo a descobrirem melhores e variadas soluções para o(s) problema(s) apresentado(s). Essa relação de respeitar e valorizar o trabalho dos alunos, atribuindo significado ao que se observa em suas atividades, superando a ideia tradicional de buscar acertos e erros, é trazida por HOFMANN (2000) com a avaliação mediadora. Procura-se analisar as diversas manifestações dos alunos em situações de aprendizagem, de forma a exercer uma ação educativa que lhe ajude na descoberta de novas formas de encontrar soluções – acesso gradativo ao saber.

Quanto à avaliação das atividades (roteiros), foi verificada a aprendizagem sob dois aspectos: o do conteúdo matemático e o do uso da tecnologia. Desse modo, foi possível observar a dependência do primeiro em relação ao segundo, conforme descrito a seguir:

*[...] só depois que eu aprendi a usar o GeoGebra e as suas funções que eu percebi melhor os **conceitos matemáticos que estavam presentes nas atividades**. Então, é muito mais fácil hoje, depois de ter tido aquele contato com o GeoGebra, entender os conceitos e usar a TD de forma mais aprofundada. Construir conceitos matemáticos junto com a construção no software sem conhecê-lo é mais difícil. (ENTREVISTADO M)*

No trecho da entrevista acima, o aluno M cita a importância do conhecimento da tecnologia digital aplicada ao ensino, de modo a propiciar a aprendizagem do conteúdo a ser ensinado. Assim, fica evidente que tão importante quanto ensinar o conteúdo é igualmente importante capacitar o aluno a utilizar as TD envolvidas nesse processo, são duas faces de uma mesma moeda. Isso é corroborado pela observação realizada durante a investigação, a saber:

*Observa-se que na **execução da atividade** sobre as relações métricas no triângulo os alunos que tem maior destreza no uso do*

*GeoGebra conseguem identificar e atribuir as relações mais facilmente. Porém, os alunos que ainda não dominam o uso do software tendem a ter mais dificuldade para estabelecer as relações. Outra importante observação se dá ao verificar que quando o aluno consegue utilizar a ferramenta digital corretamente, por meio do auxílio do professor ou de colegas, melhora sua percepção teórica do conteúdo matemático explorado. (REGISTRO DO PESQUISADOR)*

Ainda sobre as atividades e sua relação com a aprendizagem do conteúdo matemático, os alunos K e I apresentam as seguintes respostas quando perguntados sobre seus níveis de compreensão dos conteúdos de Geometria Plana e Espacial contidos nas atividades, conforme a seguir:

*Sempre dava para compreender os conteúdos, porque sempre havia uma pergunta investigativa sobre o que você entendeu das construções geométricas **executadas por meio das atividades**, e das observações. Isso serviu para a gente ver uma lógica do que estávamos fazendo, e isso foi muito bom. (ENTREVISTADO K)*

*[...] Esse método com a **resolução das atividades** dava tempo ao aluno para estudar, procurar soluções, discutir com os colegas e ter mais contato com o software, ou seja, fazia com que o aluno alcançasse notas mais satisfatórias, e a aprendizagem também era melhor. (ENTREVISTADO I)*

Durante a verificação dos dados produzidos foi grande a ocorrência dos seguintes termos: execução das atividades, resolução das atividades, por meio das atividades e, outros termos análogos (conforme selecionados acima). Dessa forma, a *execução das atividades* se tornou uma propriedade dessa categoria. Tal propriedade foi caracterizada quanto à sua variação dimensional, conforme retratado nos dados, em *fácil* e *difícil*.

Paralelo à execução das atividades tivemos o desenvolvimento dos projetos. Esses projetos foram de grande importância no processo de avaliação da disciplina, pois com eles foi possível explorar a compreensão teórica da disciplina e o domínio da tecnologia digital aplicada. O desenvolvimento desses projetos exigiu dos alunos um alto nível de cognição, pois era necessário compreender os diversos aspectos envolvidos no trabalho, como: o domínio da tecnologia digital (utilização das diversas ferramentas disponíveis no *software*); a organização das ideias para a construção, em formato de roteiro (algoritmo de execução), e; o conhecimento matemático (construções geométricas e suas propriedades).

O desenvolvimento dos projetos foi algo recorrente em todo material produzido na pesquisa. Os alunos se sentiram desafiados a realizar essas atividades e isso foi marcante para o processo de avaliação. Podemos confirmar isso nos depoimentos a seguir:

*Os **projetos** foram importantes porque tínhamos de quebrar a cabeça para escrever os roteiros no GeoGebra e realizar as atividades usando os conceitos que já tínhamos visto. (ENTREVISTADO A)*

*O processo avaliativo foi de acordo com o que estávamos trabalhando, nas aulas tradicionais o processo avaliativo é de acordo o que gente estuda para a prova. Na disciplina (Matemática III) teve o **desenvolvimento dos projetos**, onde colocávamos tudo que tínhamos aprendido de matemática e do GeoGebra, e lá acabávamos mostrando tudo que aprendemos até aquele momento. (ENTREVISTADO D)*

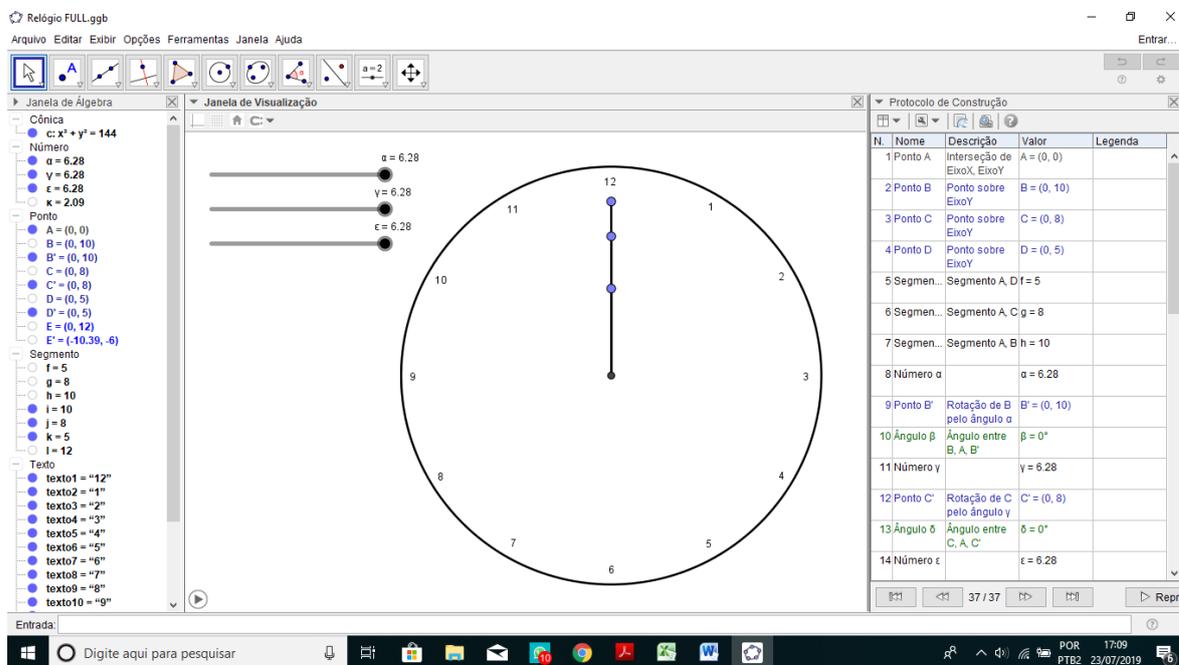
*[...] eu acho que em matemática III foi interessante porque eram passadas as atividades e **os projetos**, que nos fazíamos e o professor avaliava no todo, e isso é importante. Porque tem de avaliar tudo que a gente está fazendo, não basta só avaliar a prova. Esse é um método que futuramente eu pretendo usar quando eu for professor. (ENTREVISTADO C)*

Os trechos selecionados acima mostram a importância do desenvolvimento dos projetos no âmbito da avaliação da disciplina. Foram apresentados projetos com alto nível de detalhes e de perfeita execução, ao mesmo tempo outros projetos foram apresentados com falhas nos roteiros, que eram identificadas e apresentadas aos alunos para que estes realizassem as devidas correções ou complementos para o pleno atendimento ao que foi requisitado.

Abaixo apresentamos alguns dos projetos produzidos pelos alunos. Na figura 17 está o projeto do relógio em formato *.ggb* (arquivo de extensão do GeoGebra). Esse projeto contém o relógio construído por meio de um roteiro, que foi apresentado junto com o arquivo digital de sua construção. Essa atividade, composta de 20 páginas, dispõe de todos os passos da construção, onde os alunos responsáveis pela elaboração do projeto detalham todo o seu processo construtivo, permitindo que a bicicleta seja reconstruída ao seguir o algoritmo contido no documento. Apresentam-se, nesse trabalho, todas as informações matemáticas da

construção, bem como o botão de animação do relógio, o que faz os ponteiros movimentarem-se em tempo real.

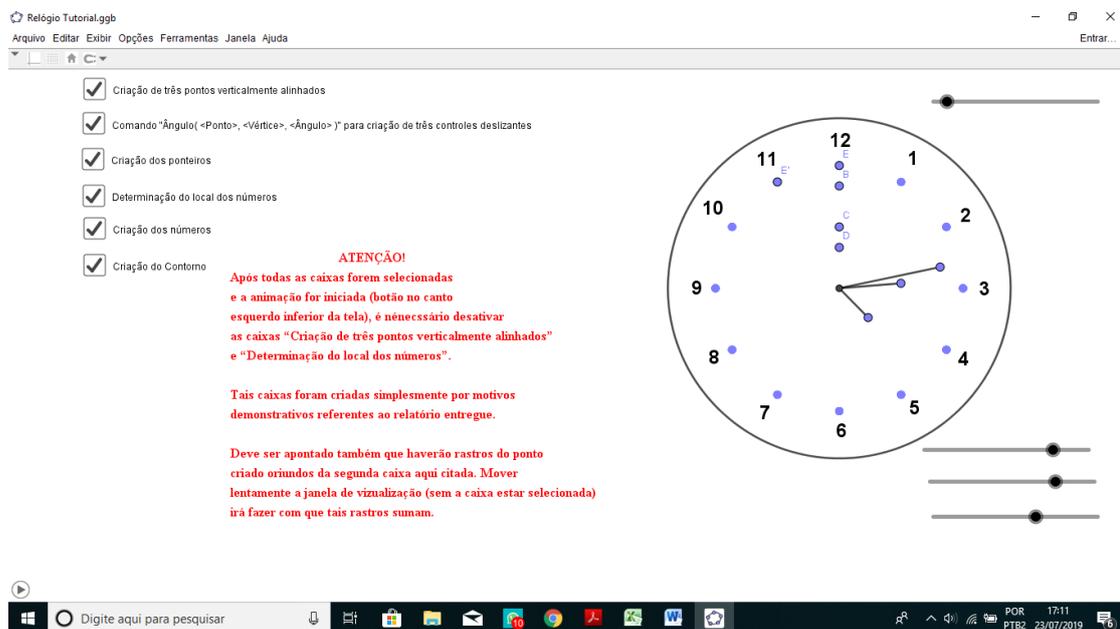
**FIGURA 17 – Projeto do Relógio (Sem roteiro)**



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Na figura 18, a seguir, tem-se o mesmo relógio, com a diferença que nesse arquivo consta um roteiro de construção por meio de *applets*, onde é possível marcar as caixas e realizar a construção por partes. Esse tipo de construção torna mais rápida a visualização, porém contém menos detalhes sobre a mesma.

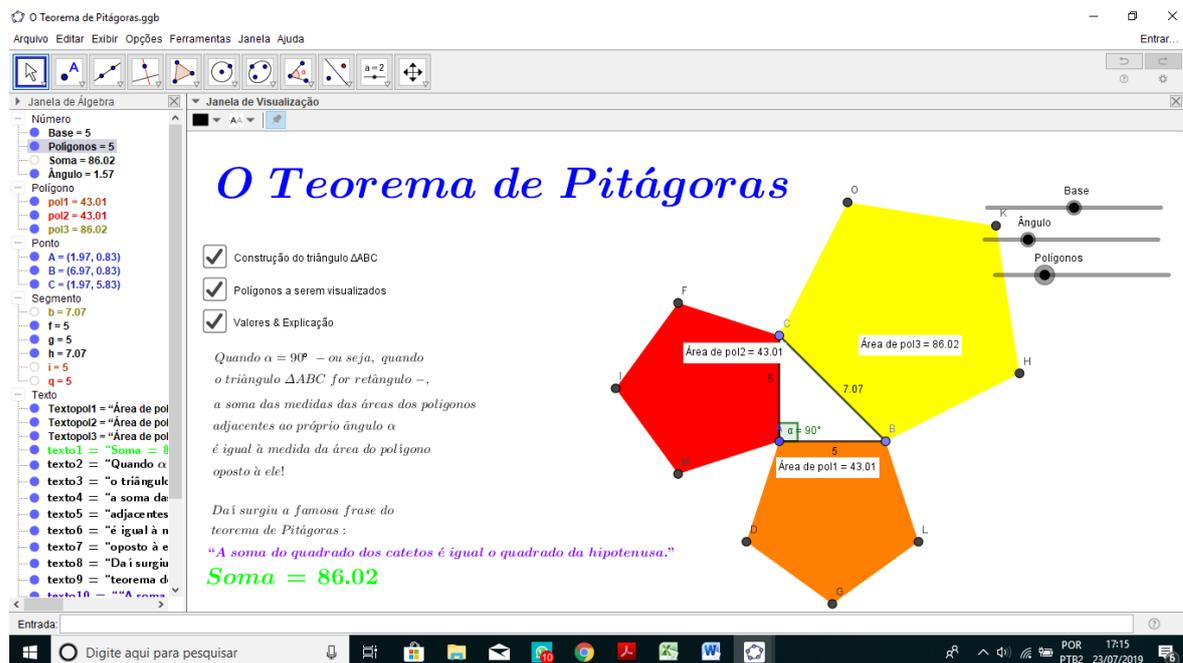
**FIGURA 18 – Projeto do Relógio (Com roteiro)**



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Na atividade sobre o Teorema de Pitágoras, figura 19, os alunos apresentam a construção de um triângulo, relacionando-o ao referido teorema, com polígonos regulares de  $n$  lados. Isso pode ser visto por meio do manuseio dos controles deslizantes criados na atividade, onde é possível alterar, dinamicamente, a medida dos lados do triângulo, a medida dos seus ângulos e o número de lado dos polígonos. Nessa atividade observa-se no roteiro de construção (*applets*), informações sobre as propriedades matemáticas e dados algébricos. Assim como nos projetos anteriores, essa atividade foi apresentada em formato *.ggb* (extensão do GeoGebra) e pode ser avaliada de forma dinâmica com o uso do *software*.

FIGURA 19 – Atividade do Teorema de Pitágoras (Com roteiro)



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Dessa forma, verificamos a ocorrência dos seguintes termos na análise dos dados: projetos, desenvolvimento dos projetos, execução de projetos, realização dos projetos, dentre outros. Assim, o termo *desenvolvimento de projetos* definiu uma propriedade dessa categoria. E essa propriedade foi caracterizada quanto à sua variação dimensional, conforme apresentado nos dados, como *inadequado* e *adequado*.

Nesse âmbito, a categoria sobre a verificação da aprendizagem dialoga com o objetivo específico de *verificar como se deu o processo de avaliação no contexto do uso das TD e o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida*.

O quadro 8, a seguir, resume as categorias que emergiram dos dados com suas respectivas propriedades e dimensões. No próximo tópico prosseguiremos com a integração dos elementos aqui identificados, propondo um modelo composto de um conjunto de proposições com o objetivo de formar uma teoria substantiva para explicar o processo de ensino de geometria com a utilização do GeoGebra por meio do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

**QUADRO 8** – Elementos que compõem a Teoria

CATEGORIAS	PROPRIEDADES	DIMENSÕES
Adaptação ao Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida	Planejamento	Adequado - Inadequado
	Aprendizagem	Fácil - Difícil
	Adaptação	Muito - Pouco
Assimilando as TD	Espaço Online	Amplo - Limitado
	Espaço Presencial	Amplo - Limitado
	Adaptação	Muito - Pouco
O Conteúdo Matemático	Indução Lógica	Fácil - Difícil
	Compreensão Teórica	Satisfatória - Insatisfatória
	Construção Geométrica	Fácil - Difícil
Verificando a Aprendizagem	Execução das Atividades (Roteiros)	Fácil – Difícil
	Desenvolvimento de Projetos	Adequado - Inadequado

Fonte: Autoria nossa (2019)

### Análise dos Dados – Formulando a Teoria

Após o processo de codificação aberta e axial, no âmbito da TFD, se estabelecem as categorias da pesquisa, e a partir desse processo torna-se necessário o estabelecimento da categoria central, na qual todas as categorias estabelecidas se confluem, realizando assim a *codificação seletiva*. Esse processo, para efeito desse trabalho, denominamos de *análise dos dados*.

Segundo Strauss e Corbin (2008, p.143), perceber “a teoria se desenvolvendo é um processo fascinante”. Apesar de concordarmos com os autores, ressaltamos também que esse processo não ocorre num piscar de olhos, e nem é uma tarefa fácil. O processo de integração entre as categorias é contínuo e ocorre com o tempo. Ele pode ser compreendido como uma interação entre o analista e os dados.

Os autores chamam a atenção para o fato de que o pesquisador, ao realizar a codificação seletiva, deve estabelecer inter-relações entre as categorias, desenvolvendo-as ainda mais e construindo uma categoria central que relacione as já encontradas.

A categoria central representa o tema principal da pesquisa. Embora a categoria central surja da pesquisa, ela também é uma abstração. Em um sentido exagerado, consiste de todos os produtos de análise, condensados em poucas palavras, que parecem explicar “sobre o

que é a pesquisa.” (STRAUSS; CORBIN, 2008, p. 146, grifo dos autores).

Logo, a categoria central é derivada de toda a produção e análise dos dados. Desse modo, é nesse momento que iremos analisar e encapsular toda a produção dos dados, por meio das codificações realizadas, numa teoria que explique sobre a pesquisa. Partindo do pressuposto de que o processo de codificação aberta e axial é por si só um denso processo de análise de dados, vimos que na codificação seletiva é que se materializa esse processo, assim justificamos esse pequeno tópico para condensar todo o extenso trabalho analítico dessa investigação. Logo, não se trata de uma análise empírica detalhada, esse processo se deu nas duas primeiras codificações, se trata da convergência das categorias estabelecidas numa teoria que compreenda todas as categorias, propriedades e dimensões identificadas nos dados analisados.

Usando a TFD como estratégia de pesquisa, as quatro categorias identificadas no tópico anterior que emergiram dos dados serão aqui rerepresentadas e integradas em forma de proposição relacional, com a finalidade de constituir uma teoria substantiva para explicar o processo de ensino de geometria com a utilização do GeoGebra por meio do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida, completando, assim, o objetivo principal desta dissertação.

A identificação das categorias no tópico anterior nos fez inferir que a principal tarefa para a implementação do ensino de geometria com uso de TD e o ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida está relacionada ao modo como é incorporada a metodologia ativa de aprendizagem com a utilização da TD, estabelecendo as categorias centrais da *assimilação* e *adaptação*.

Nesse contexto, a teoria substantiva “**a aprendizagem de geometria exigiu dos alunos a assimilação das TD e a adaptação à metodologia do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida**” representa uma interpretação teórica que busca explicar os diversos aspectos analisados pelos dados produzidos na investigação, considerando todas as categorias, propriedades e dimensões observadas e registradas no decorrer da pesquisa.

A forma de apresentação da teoria pode ser feita ou em forma de um discurso teórico ou em forma de proposições (GLASER & STRAUSS, 1967). Para esta

dissertação optamos pelo uso de proposições, por nos sentir mais a vontade com essa forma de apresentação.

Contudo, devemos deixar claro que uma teoria substantiva, como essa, é algo provisional e, portanto, deve estar aberta a incorporação de novas categorias e propriedades. Conforme colocado ao longo desta dissertação, a nossa interpretação do significado dado ao processo do ensino de Geometria com a utilização das TD numa metodologia ativa como o ensino híbrido é apenas uma de várias realidades existentes, não sendo a única possível. Entretanto, a realidade exposta aqui foi densamente fundamentada em dados empíricos.

## A Teoria em Foco

Compreender o que diz a teoria substantiva é **de grande importância** para percebermos o alcance da pesquisa sobre o ensino de matemática, em especial o ensino de Geometria. Assim, apresentamos a seguir algumas discussões teóricas sob o olhar da teoria aqui estabelecida. Dois pontos importantes são destacados da teoria: a assimilação das TD e a adaptação à metodologia de ensino.

No que diz respeito à assimilação das TD, vamos recorrer a dois registros que exemplificam uma recorrência nos dados analisados na pesquisa, conforme a seguir:

*[...] só depois que eu aprendi a usar o GeoGebra e as suas funções que eu percebi melhor os conceitos matemáticos que estavam presentes nas atividades. Então, é muito mais fácil hoje, depois de ter tido aquele contato com o GeoGebra, entender os conceitos e usar a TD de forma mais aprofundada. (ENTREVISTADO M)*

*Verificamos que os alunos que ainda não dominam, ou utilizam o GeoGebra com mais destreza, tem mais dificuldade para a compreensão do conteúdo das relações métricas e algébricas no triângulo. O uso da TD aparenta contribuir para a aprendizagem dos conteúdos propostos na atividade. (REGISTRO DO PESQUISADOR)*

Verifica-se nos mesmos que a apropriação das TD, em nossa investigação, foi um fator preponderante para a compreensão dos conteúdos matemáticos. Logo, compreender sobre a utilização das TD é tão importante quando ensinar o conteúdo

matemático, pois existe uma relação de dependência entre os mesmos, quando analisados do ponto de vista do uso pedagógico das tecnologias digitais.

Tal situação é devidamente registrada pelo pesquisador, ver acima, quando este afirma que os alunos que ainda não dominam o *software* têm mais dificuldade em compreender o conteúdo matemático. Partindo da ideia de que, para realizar a investigação matemática proposta pela atividade é necessário realizar ações de construção no GeoGebra, fica evidente que a não compreensão e a pouca usabilidade da tecnologia interfere, negativamente, sobre a aprendizagem do conteúdo estudado.

Para sanar esse problema recorreremos a um importante elemento que compõe o Ensino Híbrido, a personalização do ensino. Para que ocorra uma personalização do ensino o professor terá de dedicar tempo e estar mais atento às ações dos alunos na sala de aula, pois cabe a ele a tarefa de identificar os alunos que estão com maior dificuldade, bem como a tarefa de buscar auxiliá-los para que ocorra uma maior homogeneização em níveis de compreensão teórica do conteúdo estudado. Em nossa pesquisa, a personalização se mostrou muito importante, principalmente para atender o que é apresentado na teoria substantiva da pesquisa, a *assimilação das TD*.

Essa discussão é apontada por Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2014), conforme a seguir:

Um projeto de personalização que realmente atenda aos estudantes requer que eles, junto com o professor, possam delinear seu processo de aprendizagem, selecionando recursos que mais se aproximam de sua melhor maneira de aprender. Aspectos com o ritmo, o lugar e o modo como aprendem são relevantes quando se reflete sobre a personalização do ensino. (BACICH, TANZI NETO; TREVISANI, 2014, p. 51).

Desse modo, o professor dedicou-se a um atendimento mais próximo aos alunos que apresentavam maior dificuldade, pelo uso da tecnologia ou mesmo pelo entendimento teórico do assunto. Com essa dedicação, ocorreu um momento que todos os alunos detinham o conhecimento mínimo necessário para a realização das atividades por meio do GeoGebra, e isso foi importante para o estudo da disciplina.

Ainda nesse cenário, identificamos a *aculturação* do método de ensino tradicional pelos alunos como um complicador para a efetivação da inserção da

proposta inovadora de ensino – o Ensino Híbrido. Entendemos como *aculturação*, nesse trabalho, as mudanças resultantes do contato, de duas ou mais metodologias de ensino, representantes de espaços de aprendizagem diversos, colocados em contato direto e contínuo.

Os alunos sujeitos dessa pesquisa são egressos da educação básica, e não tiveram acesso ao uso de TD nem de metodologias ativas, conforme detalhamos no Capítulo 3 desse trabalho. Isso também é visível nas falas dos mesmos, conforme a seguir:

*O uso das tecnologias digitais nas disciplinas é importante, só que em Matemática III eu achei que deu uma complicada, porque acho que faltou explicação no quadro e resolução de exercícios pela professora, o que ficava apenas no GeoGebra. (ENTREVISTADO I)*

*Olhando para trás, o desenvolvimento de conceitos com o uso das tecnologias digitais foi muito mais difícil porque a gente que tinha de pôr a mão na massa. Por outro lado, as figuras e tudo que construímos com o uso da tecnologia digital ficaram mais registradas na memória. (ENTREVISTADO M)*

Os registros acima mostram que, conforme apresentado na teoria, a assimilação das TD foi um fator preponderante para a ocorrência da aprendizagem. Quando o aluno diz que “*em Matemática III eu achei que deu uma complicada, porque acho que **faltou explicação no quadro e resolução de exercícios pela professora***”, ele está expondo o seu referencial sobre o que seria uma aula (tradicional). Para efeito de caracterização, podemos estabelecer que uma aula tradicional é marcada pelo predomínio do professor em relação ao aluno, onde apenas o professor possui conhecimento para ensinar, o papel do aluno é o de receber o conhecimento transmitido por ele e o silêncio em sala de aula é imposto pela autoridade docente. E ainda, tendo os pressupostos da aprendizagem fundamentados na receptividade dos conteúdos e na mecanização de sua recepção, onde a aprendizagem se dá por meio da resolução de exercícios e da repetição de conceitos. A avaliação também é mecânica e ocorre por meio de resolução de tarefas enviadas para casa e provas escritas.

Porém, em nossa abordagem metodológica foi priorizado um maior envolvimento do aluno, o professor passou a ser um mediador da aprendizagem.

Nesse sentido, Bacich, Tanzi Neto e Trevisani (2014) apresentam os seguintes argumentos:

O papel desempenhado pelo professor e pelos alunos sofre alterações em relação à proposta de ensino considerado tradicional, e as configurações das aulas favorecem momentos de interação, colaboração e envolvimento com as tecnologias digitais. O ensino híbrido configura-se como uma combinação metodológica que impacta na ação do professor em situação de ensino e na ação dos estudantes em situações de aprendizagem. (BACICH; TANZI NETO; TREVISANI, 2015, p. 52).

Nessa investigação, o foco foi sempre no aluno, ele passou a ter diversos espaços de aprendizagem, a sala de aula perdeu sua configuração tradicional e permitiu a realização de atividades, discussões, colaboração com os colegas, uso de laboratórios, dentre outras abordagens das quais não constavam de sua vivência na formação básica. Assim, vem o estranhamento do aluno e a necessidade de adaptá-lo a essa nova metodologia, caso contrário isso impactará negativamente em sua aprendizagem. Mais uma vez a teoria substantiva mostrou atender essa necessidade, contribuindo para darmos uma resposta adequada a questão diretriz apresentada no trabalho.

Desse modo, percebemos que atendidos os requisitos determinados na teoria – a *assimilação das TD* e a *adaptação à metodologia ativa* – o processo de ensino e aprendizagem é bem mais valorativo para os alunos. Suas percepções sobre o conteúdo matemático foram melhoradas, a avaliação passou a ser vista como um instrumento contínuo de aprendizagem, ao invés de um registro de notas apenas. A sala de aula deixou ser um espaço frio e estanque e tornou-se um ambiente de conversas, diálogos, discussões, e a matemática, em especial a Geometria, deixou de ser difícil e passou a ser compreensiva.

Nesse sentido, a proposta de uma teoria substantiva que explique como se deu o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso das TD se mostrou relevante, pois trouxe à tona uma discussão a respeito de um importante elemento para o ensino, a ressignificação do papel do aluno e do professor.

A teoria propiciou, ainda, responder a pergunta diretriz da pesquisa, *como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida?*

Visto que a mesma estabeleceu que para o pleno estabelecimento da aprendizagem por meio do uso das TD e da metodologia ativa apresentada na pesquisa se faz necessário a ocorrência da *assimilação* e da *adaptação* das mesmas, respectivamente.

Assim, este estudo busca ampliar o conhecimento existente sobre o objeto da pesquisa, identificando fatores de extrema relevância para a obtenção da aprendizagem no contexto em que foi analisado. Além do mais, ao iluminar um fenômeno, principalmente em termos de conhecimento sobre os impactos que acarreta sua aplicação, pode auxiliar professores e alunos em futuros processos para definir quais as estratégias seriam mais adequadas aos seus ambientes educacionais.

## CAPÍTULO 4 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ideia da pesquisa não foi investigar apenas o uso das tecnologias digitais com a inserção de uma metodologia ativa como um processo que se finda com a conclusão da disciplina. Era importante para nós que os alunos envolvidos na investigação alterassem sua percepção sobre a educação e sobre o ensino de matemática, possibilitando formar professores capazes de introduzir metodologias mais inovadoras, contribuindo para o exercício de uma prática docente centrada no ensino dinâmico e com aulas de matemática menos repetitivas e tradicionais.

No decorrer desse processo, nos propusemos, dentre outras coisas, a: observar o envolvimento dos alunos na realização das atividades propostas e que foram produzidas para ser executadas com o uso de um *software* matemático, no âmbito do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida; especificar como ocorreu a realização dessas atividades com o uso do GeoGebra, e; verificar como se deu o processo avaliativo com a utilização das TD e a metodologia ativa escolhida. Esses três argumentos se constituíram nos objetivos específicos desse trabalho.

Em linhas gerais, a pesquisa atingiu os objetivos traçados na introdução desta dissertação, contribuindo para responder a questão diretriz da proposta - *Como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de Geometria com o uso do GeoGebra na metodologia ativa de aprendizagem Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida?* Consequentemente, permitiu atender ao objetivo principal proposto na investigação, que foi o de analisar todo esse processo contido na questão norteadora do trabalho.

Ainda pensando em algumas linhas estratégicas de ação para o desenvolvimento da pesquisa, no que diz respeito à produção e análise dos dados, optamos em fundá-la sobre os aspectos teóricos da TFD (*Grounded theory*). Essa abordagem nos possibilitou produzir um amplo conjunto de informações, por meio de diversos instrumentos, que foram fundamentais para compreendermos o fenômeno estudado na pesquisa. Paralelo a isso construímos, através dos dados produzidos, uma teoria substantiva sobre a experiência vivenciada com a inserção das TD e do Ensino Híbrido, sob a ótica dos alunos. Buscamos assim preencher algum espaço no corpo do conhecimento acerca dos estudos que analisam esses processos.

A teoria que emergiu dos dados apontou que *a aprendizagem de geometria exigiu dos alunos a assimilação das TD e a adaptação à metodologia do Ensino*

*Híbrido – Sala de Aula Invertida.* Ao trazer essa discussão para o seio dos estudos sobre o ensino de Geometria se abre uma janela de oportunidades para compreender um fenômeno constante em abordagens investigativas com essa temática – a necessidade do domínio das TD e o arraigado ensino tradicional de matemática.

O processo de construção da teoria a que nos submetemos não consistiu, meramente, em avaliar ou comparar o ensino de geometria por meio de tecnologia digital, ou mesmo de uma metodologia ativa, de modo a se restringir ao ensino de uma disciplina, mas sim avaliar de forma abrangente e plena como se desenvolveu o processo de ensino e aprendizagem nesse ambiente e de como isso pode contribuir para a aprendizagem, bem como contribuir com a formação do futuro docente da disciplina.

A análise de um conjunto de entrevistas e registros de observações nos permitiu produzir um consistente conjunto de informações (dados) que, juntamente com a produção realizada pelos alunos no decorrer da disciplina, nos levou aos resultados que foram apresentados no capítulo anterior desse trabalho. Além do mais, a utilização do método da TFD forneceu um conjunto de técnicas e procedimentos que aumentaram a confiabilidade dos resultados, tornando-os passíveis de verificação e avaliação dos leitores.

A conclusão principal a que se pode chegar nesta dissertação é de que o processo de inserção das TD e de uma metodologia ativa para o ensino de Geometria necessita de aceitação e compreensão, para que ocorra a disseminação das mesmas no ambiente educacional. Em outras palavras, esse processo deve estar atrelado a ações que consigam inserir nos alunos uma clara relação de significância para a aprendizagem, atribuindo o uso das tecnologias e de metodologias ativas de ensino como elementos de grande contribuição para o ensino da disciplina. Somente assim os envolvidos podem perceber os benefícios de suas aplicações.

Logo, o processo de inserção, independente do objetivo pela qual se introduz o uso das TD e do Ensino Híbrido no ensino de matemática, deve privilegiar a questão pedagógica de seus usos, definindo estratégias que apresentem as TD e a metodologia ativa de aprendizagem como uma ferramenta que pode melhorar as atuais práticas de ensino. Do contrário, não surgirá a motivação para que o uso da tecnologia possa se disseminar no ambiente educacional, tornando-a um artefato

digital sem função pedagógica, de modo a impossibilitar sua inserção como um instrumento eficaz para o processo de ensino e a aprendizagem de matemática.

A introdução da tecnologia numa sala de aula do ensino superior, como em uma turma de formação inicial de professores de matemática, pressupõe uma profunda mudança de atitude dos alunos. Estes se apresentaram imersos no contexto do ensino tradicional, e têm suas experiências arraigadas no seio da formação básica. Por outro lado, temos a ideia de que o uso da tecnologia tem um significado muito além da simples instrumentalização para o ensino, significando que o processo de adaptação à tecnologia não passa simplesmente pela questão de entender como usá-la de forma funcional, mas que necessita de uma mudança de comportamento para compreendê-la como um instrumento pedagógico que auxilia no processo de ensino e aprendizagem.

De forma complementar, essa ideia é bem apresentada na teoria que emergiu dessa pesquisa, quando a mesma revela que a aprendizagem de geometria *exigiu dos alunos a assimilação das TD*. Esse recorte da teoria ajuda a atender os objetivos específicos I e II, contidos na introdução desta dissertação, que analisou o envolvimento dos alunos nas atividades propostas e de como ocorreu o desenvolvimento dessas atividades por meio do uso do GeoGebra. Ficou demonstrado que para ocorrer a aprendizagem de um conteúdo escolar, que tem no uso das TD sua principal estratégia de ensino, é imperativo que ocorra a assimilação e a apropriação dessas tecnologias pelo aluno, conforme detalhamos no capítulo 3.

Ainda nesse âmbito, o segundo recorte da teoria proposta apontou que a introdução das TD no ambiente educacional gera uma imposição, a da *assimilação*, que caso não seja atendida pode afetar todo o processo de implementação da mesma. Para atender a essa imposição, os professores devem definir estratégias de acordo com a sua percepção do ambiente educacional, de modo a permitir equalizar as distorções nos níveis de usabilidade das TD pelos alunos. Para tanto, a personalização do ensino trazida pelo Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida foi de relevante importância para esse processo, no âmbito dessa pesquisa.

Por fim, a teoria se mostrou condizente com os resultados que foram observados e analisados na pesquisa. Ela evidenciou as necessidades primordiais para que o processo de ensino e aprendizagem ocorra de forma satisfatória, ou seja, que permita um ensino mais dinâmico e valorativo, bem como uma aprendizagem mais significativa e expressiva do conteúdo matemático, e também das TD.

## Principais Implicações

O trabalho apontou, dentro do ambiente acadêmico, quais práticas podem ser utilizadas para permitir maior efetividade para o ensino de Geometria e para a inserção de novas abordagens metodológicas para o ensino da disciplina. Essas práticas contribuem para que novos elementos e novas metodologias possam ser incorporadas, de modo a possibilitar sua disseminação no ambiente educacional, em seus diversos níveis, identificando um conjunto de fatores que, correlacionados, possam auxiliar nesse processo.

Assim, os resultados aqui apresentados oferecem maior compreensão do fenômeno, podendo servir de base para que futuras experiências possam se espelhar nos aspectos positivos aqui apontados. Nesse sentido, alguns ensinamentos podem ser colocados para a prática docente.

Primeiro que esta dissertação aponta que para se implementar o uso das TD na ensino de matemática, e, particularmente no ensino de Geometria, se deve adotar uma perspectiva de que a introdução das tecnologias digitais deve ser feita livre de valor (como método de ensino e não como instrumento). O uso das TD é importante para o processo de ensino e aprendizagem desde que se tenha a concepção que seu uso como artefato não melhora esse processo. Ao contrário, é exatamente uma percepção de valor que funciona como motivador para que o uso da tecnologia possa ser aceito pelos envolvidos no processo, e a aprendizagem ocorra, de fato.

O processo de inserção das TD significa ter de lidar com um conjunto de aspectos e fatores, incluindo expectativas dos indivíduos, as prioridades organizacionais, as percepções do professor, entre outros aspectos, como: infraestrutura, acesso à internet, por exemplo. Exige dos professores uma visão integrada do processo, que nem sempre é fácil de obter, pois estes precisam lidar com processos de mudanças estruturais e até econômicas, que nem sempre são de fácil resolução. Assim, este trabalho proporciona aos leitores uma visão ampla do contexto ambiental necessário para o efetivo atendimento às mudanças necessárias para introduzir uma metodologia ativa e o uso das TD, podendo iluminar futuras experiências e auxiliar na definição de estratégias adequadas aos seus contextos particulares.

Segundo ensinamento, o processo de implementação das TD e do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida é uma prática que mexe com as estruturas e processos organizacionais existentes, confrontando crenças e valores profundamente arraigados que, muitas vezes, não são fáceis de mudar. Ao se adotar uma perspectiva educacional, que busca incluir variados recursos no processo, amplia-se a percepção de que a sua implementação requer um conjunto de estratégias que busque um alinhamento do ambiente, levando-se em consideração os aspectos e fatores particulares de cada caso.

Nesse sentido, as ações dos professores devem promover a construção de um desenho organizacional e de um sistema de aula que consiga promover uma integração da tecnologia de uma forma que esteja alinhada a metodologia que se pretende inserir, de modo a possibilitar o estímulo e a construção de uma percepção positiva, por parte dos alunos, reduzindo no ambiente as reações negativas como o ceticismo, a insegurança e o medo de que a tecnologia e a nova metodologia possam representar uma ameaça em seu processo de ensino e aprendizagem.

Nesse sentido, ficou evidente que o processo de adaptação e de assimilação é um esforço crucial para a inserção das TD, e que requer tempo e dedicação do professor para que os envolvidos possam se adequar ao modelo e ao uso da tecnologia. Somente dessa forma pode-se obter uma ampla aceitação dos discentes, o que resultaria na disseminação da metodologia, sendo uma experiência de extrema importância, enquanto futuro professor de matemática.

## **Perspectivas Futuras**

Por fim, este trabalho não deve ser visto apenas como um meio para a obtenção de um título acadêmico, pois, ao obtê-lo, estaria considerando o fim de um trabalho no qual foi empregado grande esforço nos últimos anos. Preferimos acreditar que seja o início de um longo ciclo de estudos com o objetivo de aprofundar, ainda mais, as questões que ficaram sem respostas, relacionadas a esse objeto de estudo. Nesse sentido, este trabalho não exaure o assunto, ao contrário, abre-se um leque de oportunidades para futuras pesquisas, buscando cada vez mais ampliar o conhecimento sobre o fenômeno aqui investigado. A

continuidade desta pesquisa está assegurada pela objetividade garantida pelo método utilizado e pelo empenho de detalharmos todos os procedimentos empregados, podendo, assim, ser replicada em outros contextos e com diferentes casos, para que os resultados possam ser comparados e melhorados.

Ao longo da análise dos dados, nos deparamos com diversas situações que ficaram sem respostas, pois, como qualquer trabalho dessa natureza há que se fazer escolhas, por mais que se tente é humanamente impossível analisar um fenômeno em todos os seus aspectos, principalmente pela quantidade de dados que foram produzidos no decorrer dessa investigação. Assim, algumas questões que não foram investigadas podem ser sugeridas como recomendações para futuras pesquisas.

Podemos começar com a seguinte pergunta: Como fica a atuação do professor nesse novo ambiente educacional? Essa pergunta abre uma oportunidade de que esse estudo seja verificado levando-se em consideração as impressões e significados sobre este olhar. Outra questão: é possível aplicar essa metodologia para o ensino de matemática em outros níveis de ensino? Ou ainda, como a gestão das escolas pode contribuir para a inserção das TD e de uma metodologia ativa de aprendizagem? Ou seja, até que ponto a gestão escolar afeta o processo de inserção de modelos como inovações metodológicas? Essas questões surgem nesse ambiente investigativo e pode servir de incentivo para pesquisas futuras.

Há a possibilidade também de investigações com elementos variados que compõem essa pesquisa, como o uso da Teoria Fundamentada nos Dados. Tal teoria se mostrou, nessa investigação, ser extremamente assertiva do ponto de vista teórico, mesmo requerendo muito empenho para realização das análises dos dados por ela produzidos. Essa assertividade nos levou a dedicar, nesse trabalho, um tempo considerável para explicitar como ocorreu todo seu processo analítico, de modo a permitir ao leitor uma compreensão mais densa sobre a mesma, contribuindo assim para o estudo da metodologia científica.

As investigações dessas questões apontadas acima se mostram bastante relevantes, pois é possível questionar se a introdução da metodologia ativa de ensino com a inserção das TD garante, por si só, a aprendizagem de Geometria nos diversos níveis educacionais, ou se estas mudanças se mostraram eficazes apenas no estudo desse caso particular.

Diante das evidências apresentadas na investigação e dos resultados obtidos, pode-se sugerir que o uso das tecnologias digitais e do Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida contribuiu para um melhoramento na aprendizagem do conteúdo de Geometria, explorado na disciplina pesquisada, e para inserir esses novos recursos na formação inicial do professor de matemática, de modo a permitir a utilização dos mesmos na educação básica. Para tanto, foi necessário possibilitar a assimilação das TD e a adaptação à metodologia ativa de aprendizagem pelos alunos participantes da investigação.

Refletindo acerca de tudo que foi colocado até aqui, entendemos que uma das principais contribuições desta pesquisa para a Educação Matemática, em particular para a comunidade de pesquisadores que investigam aspectos relacionados ao uso das TD no ensino, foi a união de duas propostas metodológicas de ensino, a do uso de uma metodologia ativa de aprendizagem e a da utilização de um *software* matemático, como principais mediadores da aprendizagem. Confluindo em uma teoria que, na verdade, pode ser vista também como um norte para o entendimento de como ocorre o processo de ensino e aprendizagem de matemática por meio do uso de recursos tecnológicos e o Ensino Híbrido – Sala de Aula Invertida.

## REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. 4ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

ALMEIDA, Helber Rangel Formiga Leite de. **Polidocentes-com-mídias e o ensino de cálculo I**. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista, UNESP - Rio Claro, 2016

ARAÚJO, Taiane de Oliveira Rocha. **Formação de conceitos de geometria plana na EJA com o software GeoGebra**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2018.

BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando, M. (Org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015.

BLOOM, Benjamim S. et. al. **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1983.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BONILLA, Maria Helena Silveira. **Escola aprendente: para além da sociedade da informação**. Rio de Janeiro: Quartet, 2005.

BORBA, M. C. Softwares e internet na sala de aula de matemática. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, X, 2010, Salvador. Anais... Salvador: [s.n.], 2010.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, Marcelo de Carvalho. SCUCUGLIA, Ricardo. GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento**. São Paulo. Autêntica, 2014.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. v. 39, New York: Springer, 2005.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei número 9394 de 20 de dezembro de 1996. Disponível em < [www.planalto.gov.br](http://www.planalto.gov.br) >. Acesso em: 05 de Abril de 2019.

BRASIL, **Lei de Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica**. Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de fevereiro de

2002. Disponível em < [http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/res1\\_2.pdf](http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/res1_2.pdf)>  
Acesso em: 12 de Abril de 2019.

BRASIL, **Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)**. Resolução nº 466 do Conselho Nacional de Saúde, de 12 de dezembro de 2012.

CASSIANI, Sílvia H. de Bortoli; ALMEIDA, Ana Maria de. **Teoria Fundamentada nos Dados: A coleta e análise de dados qualitativos**. Cogitare Enfermagem, Curitiba, v.4, n.2, p. 13-21, jul/dez. 1999.

CORBIN, J. & STRAUSS, A. **Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing Grounded Theory**. Newbury Park, 3rd ed. CA: Sage, 2008.

COSTA, S. R. S.; DUQUEVIZ, B. C.; PEDROZA, R. L. S. **Tecnologias Digitais como instrumentos mediadores da aprendizagem dos nativos digitais**. **Psicol. Esc. Educ.**, Maringá, v. 19, n. 3, p. 603-610, dez. 2015. Disponível em <[http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1413-85572015000300603&lng=pt&nrm=iso](http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-85572015000300603&lng=pt&nrm=iso)>. Acessos em 27 fev. 2019.

DAFT, R. & WEICK, K.E. Por um modelo de organização concebido como sistema interpretativo. **Revista de Administração de Empresas – RAE**, v.45, n.4, p.73-86, 2005.

DALMOLIN, D.; BNALDO, L.; MATHIAS, C. V. A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores. In: **ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 3, 2012, Santa Maria. Anais... Santa Maria: UFSM, 2012. p. 1–12.

DANTAS, C. C.; LEITE, J. L.; LIMA, S. B. S.; STIPP, M. A. C. Teoria Fundamentada nos dados - aspectos conceituais e operacionais: metodologia possível de ser aplicada na pesquisa em enfermagem. **Revista Latino Americana em Enfermagem**, v. 17, n. 4, 2009.

DUKE, N. K; BECK S. W. Education should consider alternative formats for the Dissertation. **Educational Researcher**, v. 28, n. 3, p. 31-36, 1999.

FARIA, Rejane Waiandt Schuwartz. **Padrões fractais: Contribuições ao processo de Generalização de conteúdos matemáticos**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Rio Claro - SP, 2012.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 1999.

GLASER, B.; STRAUSS, A. The Discovery of ground theory. New York: Aldine de Gruyler, 1967.

GLASER, B.G. **Theoretical Sensitivity**. Mill Valley, CÁ: Sociology Press, 1978

GUIMARÃES, Karina P. **Desafios e Perspectivas para o Ensino da Matemática**. Curitiba: IBPEX, 2010.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2011.

HARASIM, L. Shift happens online education as a new paradigm in learning, **Internet and Higher Education**, n.1-2 vol.3. p.41-61, 2000.

HARASIM, L., TELES, L., TUROFF, M. & HILTZ, S. **Redes de aprendizagem – Um guia para ensino e aprendizagem on-line**. Ed. Senac: São Paulo, 2005.

HOFFMANN, Jussara. **Avaliação Mediadora: Uma prática em construção da pré-escola à universidade**. 17.<sup>a</sup> ed. Porto Alegre: Mediação, 2000.

HOFFMANN, J. M. L. **Avaliação Mito e Desafio: Uma perspectiva construtivista**. 35<sup>a</sup> ed. Porto Alegre: Mediação, 2005.

KAMPFF, Adriana Justin Cerveira. **Tecnologia da Informação e Comunicação na Educação**. Curitiba: IESDE, 2009.

LAPERRIÈRE, A. **A teorização enraizada (grounded theory): procedimento analítico e comparação com outras abordagens similares**. A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos. 1. ed. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 353–387.

LEITE, Rondineli Schulthais. **O ensino de parte da geometria do ensino fundamental: análise de dificuldades e sugestão de sequência didática**. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória - ES. 2013.

LOCKE, K. **Grounded Theory in management research**. Thousand Oak, CA: Sage. 2001.

LODI, João Bosco. **A entrevista: teoria e prática**. São Paulo: Pioneira, 1998.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da Aprendizagem Escolar: Estudos e Proposições**. 22<sup>a</sup> ed. São Paulo: Cortez, 2011.

LYRA, Anni Barreto. **O uso do GeoGebra em atividades matemáticas na formação docente**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia. Jequié – BA, 2017.

KAUARK, Fabiana. MANHÃES, Fernanda Castro. MEDEIROS, Carlos Henrique. **Metodologia da pesquisa: guia prático**. Itabuna: Via Litterarum, 2010.

KENSKI, Vani Moreira. **Novas Tecnologias: O redimensionamento do espaço e do tempo e os impactos no trabalho docente**. Revista Brasileira de Educação. n. 08, p. 58-71. 1998.

MARIN, D.; PENTEADO, M. G. **Professores que Utilizam Tecnologia de Informação e Comunicação para Ensinar Cálculo**. Educação Matemática Pesquisa, v. 13, n. 3, 2011.

MERTON, R. K. **Sociologia, Teoria e Estrutura**. São Paulo: Mestre Jou, 1968.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 33. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 4 ed. São Paulo: Hucitec-Abrasco, 1998.

MONDINI, M. H. de A.; LOPES, C. E. **O Processo da Avaliação no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. In: Bolema, Rio Claro, ano 22, n. 33, p. 189-204, 2009.

MORAN, José Manuel. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 6. ed. Campinas: Papirus, 2000.

MOREIRA, Aroldo de Paula. **Utilização do Software GeoGebra no estudo de funções elementares**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora – MG, 2014.

PAPERT, Seymour M. **Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas**. New York: Basic Books, 1980.

PIMENTEL, Luiz Fernando Garcia. **Uma sequência didática para o ensino de transformações geométricas com o GeoGebra** -- Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2016.

POUPART, Jean. **A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos**. Petrópolis: Vozes, 2008.

RICHIT, A. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica: repensando a formação inicial docente em Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2005.

RODRIGUES, Gislaine Maria. **Desenvolvimento Profissional em um Grupo de Trabalho: Professores de Matemática que Ensinam por Meio de Softwares Educacionais**. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista, UNESP, Bauru – SP, 2013.

SANTOS, Tawana Telles Batista. **Contribuições do software GeoGebra para a formação de conceitos geométricos de acadêmicos ingressos na licenciatura em matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié – BA, 2018.

SANMARTÍ, Neus. **Avaliar para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SCHMITZ, Eliezer Xisto da Silva. **Sala de Aula Invertida: Uma abordagem para combinar metodologias ativas e engajar alunos no processo de ensino-aprendizagem**. Dissertação (Mestrado em Tecnologias Digitais em Rede). UFSM. Rio Grande do Sul. 2016.

SCUCUGLIA, Ricardo. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas**. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas – Rio Claro, 2006.

SILVA, José Eduardo Rocha. **Obsolescência tecnológica na escola de educação básica**. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista - BA, 2018.

SILVA, José Natalício da. **Compreendendo as dificuldades de aprendizagem dos alunos do CEFET-AL em geometria espacial**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2004.

SILVA, Maria Deusa Ferreira. **O Computador na Formação Inicial do Professor de Matemático: Um Estudo a partir das perspectivas de alunos-professores**. Dissertação (Mestrado), UNESP, Rio Claro – SP. 1999.

SILVA, Maria Deusa Ferreira. Resignificando o Teorema de Pitágoras com o uso do GeoGebra: uma articulação entre a história da matemática e o uso dos recursos computacionais. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, [S.l.], v. 3, n. 1, p. 46, jun. 2014. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/IGISP/article/view/35/14732>>. Acesso em: 11 mar. 2019.

SILVA, Maria Deusa Ferreira; ARAUJO, Taiane Oliveira Rocha (Orgs). **Atividades Matemáticas com o GeoGebra**. 1.<sup>a</sup> ed. Vitória da Conquista: Amazon, 2018.

SOUZA, Murany de Fátima Botelho. **Softwares Livres de Matemática, um novo paradigma computacional e educacional**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Goiás, Goiânia – GO. 2014.

SOUZA, S. Z. L. **Revisando a Teoria da Avaliação da Aprendizagem**. In: Souza, C. P. de (org.). **Avaliação do Rendimento Escolar**. 2.<sup>a</sup> ed. Campinas: Papirus, 1993.

STERN, P. N. **Grounded Theory Methodology: Its uses and process**. *Image*, v 12, n. 1, p. 20-23, 1980.

STRAUSS, A.L.; CORBIN, J. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria fundamentada**. Trad. de Luciane de Oliveira da Rocha. 2.<sup>a</sup> ed., Porto Alegre, Artmed, 2008.

STRAUSS, Anselm L.; CORBIN, Juliet. **Basics of qualitative research**. Thousand Oaks: Sage Publications, 1990.

STRAUSS, Anselm L. **Qualitative Analysis for Social Scientist**. Cambridge: Cambridge University Press, 1987.

TEIXEIRA FILHO, D. M. **O aprendizado da geometria no ensino médio: origens de dificuldades e propostas alternativas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

UESB. **Projeto Político Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática**. Vitória da Conquista, 2010.

VALENTE, José A. **Formação de Profissionais na Área de Informática em Educação**. Em J.A. Valente, (org.) Computadores e Conhecimento: repensando a educação. Campinas: Gráfica da UNICAMP, 1993.

VALENTE, José A. **Blended learning e as mudanças no Ensino Superior: a proposta da sala de aula invertida**. Educar em Revista, Curitiba, Edição Especial, n. 4, p. 79-97, 2014.

VALENTE, J. A.; ALMEIDA, F.J. Visão Analítica da Informática na Educação: a questão da formação do professor. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Sociedade Brasileira de Informática na Educação, nº 1, set. de 1997.

ZULATTO, Rúbia B. A. **Professores de Matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica: suas características e perspectivas**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Curso de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro.

## APÊNDICE

### APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE)

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB  
**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)**

Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012, Conselho Nacional de Saúde.

Prezado (a) Senhor (a) \_\_\_\_\_

A pesquisa “Construindo atividades com o GeoGebra para o ensino de geometria: Uma experiência com o ensino híbrido” estará sendo desenvolvida por Fábio Nunes Magalhaes, do Programa de Pós-graduação em Ensino (Nível Mestrado) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), sob a orientação da Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria Deusa Ferreira da Silva. O objetivo geral é desenvolver um projeto de observação participante com um grupo de alunos em uma disciplina ofertada na graduação, utilizando-se do *software* GeoGebra e o ensino híbrido, para a construção de conceitos matemáticos relacionados a geometria plana e espacial. Outros objetivos da pesquisa são: Analisar os limites e as possibilidades que o *software* GeoGebra e o ensino híbrido podem trazer para a construção de conceitos matemáticos relacionados a geometria; Identificar de que forma a construção de atividades investigativas, com o uso do GeoGebra, possibilitam o desenvolvimento dos conceitos matemáticos relacionados a geometria; Avaliar o desenvolvimento da autonomia de estudo dos alunos no processo de construção de atividades matemáticas com o uso do GeoGebra. A finalidade deste trabalho é contribuir para a formação inicial de professores e que estes possam experienciar metodologias diferenciadas, sobretudo com o uso das Tecnologias Digitais (TD) e, assim, estarem mais preparados para o exercício da docência na educação básica. Solicitamos a sua colaboração para a participação em entrevistas, questionários, e na observação participante desse pesquisador, que irá ocorrer no período de 1 (um) semestre letivo, bem como sua autorização para apresentar os resultados deste estudo em eventos na área de educação e ensino e publicar em revista científica nacional e/ou internacional. Por ocasião da publicação dos resultados, seu nome será mantido em

sigilo e confidencialidade absolutos. Informamos que essa pesquisa poderá requerer o preenchimento de questionários e gravação de áudio e/ou vídeo com entrevistas sobre a temática envolvida na pesquisa, que serão, ou não, transcritas para a pesquisa. O participante poderá apresentar algum desconforto quando solicitado para participar de entrevistas e durante o período de observação, bem como em momento que poderá ter suas atividades avaliadas pelo pesquisador, porém serão tomadas todas as medidas para sanar tais desconfortos, de modo que as aplicações desses instrumentos ocorram de forma célere e pontual, evitando a necessidade de repetições contínuas e prolongadas, e as avaliações, que poderão ou não ocorrer, serão individuais garantindo a confidencialidade das mesmas. Contudo, a pesquisa irá contribuir para proporcionar ao participante uma formação docente mais aprofundada no uso de tecnologias digitais aplicadas ao ensino, buscando apresentar suas possibilidades e suas limitações. Esclarecemos que sua participação no estudo é voluntária e sem remuneração, portanto, o(a) senhor(a) não é obrigado(a) a fornecer as informações e/ou colaborar com as atividades solicitadas pelo pesquisador(a). Caso decida não participar do estudo, ou resolver a qualquer momento desistir do mesmo, não sofrerá nenhum dano, nem haverá modificação na assistência que estará a receber nas aulas a serem observadas. Em caso de aceite, esse documento (TCLE) precisará ser assinado em duas vias, sendo que uma das vias ficará com o participante da pesquisa e a outra será arquivada pelos pesquisadores por cinco anos, conforme determina a Res. 466/2012. Os pesquisadores estarão a sua disposição para qualquer esclarecimento que considere necessário em qualquer etapa da pesquisa, bem como após a conclusão da mesma.

---

Fábio Nunes Magalhães (Pesquisador)

Considerando que fui informado(a) dos objetivos e da relevância do estudo proposto, de como será minha participação, dos procedimentos e riscos decorrentes deste estudo, declaro o meu consentimento em participar da pesquisa, como também concordo que os dados obtidos na investigação sejam utilizados para fins científicos (divulgação em eventos e publicações). Estou ciente que receberei uma via desse documento.

Vitória da Conquista, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

---

Assinatura do participante

Contato com o Pesquisador Responsável: Caso necessite de maiores informações sobre o presente estudo, favor entrar em com Fábio Nunes Magalhaes Telefone: (77) 99171 7585. E-mail: fnunesm@gmail.com. Também poderá entrar com contato com o Comitê de Ética da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia por meio do telefone: (73) 3528 9727 e E-mails: cepuesb.jq@gmail.com | cepjq@uesb.edu.br. Endereço: Comitê de Ética em Pesquisa da UESB – CEP/UESB Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB CAP – 1º andar Av. José Moreira Sobrinho, S/N – Bairro: Jequiezinho CEP: 45.206-510 Jequié – Bahia

## APÊNDICE B - Atividade 1: Elementos Básicos de Geometria Plana

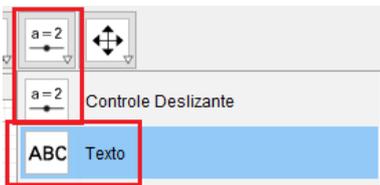
1. Numa folha de papel, ou em seu caderno, marque um ponto. Como você denominaria esse ponto? O porque de sua escolha?
2. O que é ponto para você? Como você identifica que se trata de um ponto? Que característica ele apresenta que você confere a ele representar um ponto?

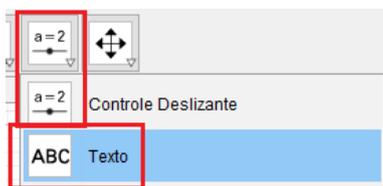


3. Agora usando o GeoGebra, vá no ícone ponto  e clique na tela em branco (área de trabalho do GeoGebra). O que você observa?

Movimente esse ponto com o ícone mover  O que observa agora?



4. Vá no ícone texto  clique em inserir texto e depois



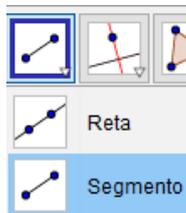
na janela de trabalho. Ao abrir a caixa de texto, escreva as características do que você observou sobre o ponto.

 GeoGebra Classic 5

5. Agora vá no menu do GeoGebra [Arquivo](#) [Editar](#) [Exibir](#) [Opções](#) [Ferramentas](#) [Janela](#) [Ajuda](#) clique em [exibir](#) e na opção *Janela Algébrica*. O que você observa? Movimente novamente o ponto, o que você observa. Escreva suas observações na janela de texto.
6. Agora vá na opção janela de visualização  e clique em eixos e malha. O que observa? O que são esses eixos e essa malha? Novamente movimente o ponto criado.
7. Escreva novamente o que você entendeu por ponto e como devemos representa-lo matematicamente.
8. Para completar essa atividade faça uma pesquisa em livros de Geometria Plana o que definimos como ponto.
9. Agora, com lápis e papel trace uma reta. Como você fez? O que é necessário para definir uma reta?
10. Vá no GeoGebra e clique primeiro na opção ponto, clique na malha e marque dois pontos. Agora clique na opção reta  e clique nos pontos criados. O que observa?

Movimente os criados, o que observa? Verifique a janela algébrica e descreva o que ocorre. Abra a caixa de texto e escreva suas observações.

11. Vá novamente na ferramenta ponto e crie outros dois pontos, em seguida vá em segmento e una esses dois pontos. O que observa?



Qual a diferença entre a reta e o segmento? Escreva suas conclusões na caixa de texto.

12. Para pesquisar: Pesquise nos livros textos de Geometria Plana as definições de Reta e Segmento, compare com suas observações.

**Faça uma tabela comparando o que você estudou de conteúdo matemático e com os comandos do GeoGebra utilizados.**

## APÊNDICE C – Atividade 2: Explorando L.G de Distância

Disciplina: Matemática III

Profa. Maria Deusa.

Colaboradores: Taiane Oliveira e Fábio Magalhaes (Mestrandos PPGEN)

### # Atividades -2 Explorando Lugares Geométricos de distância

1. Em uma folha de papel represente um ponto A e um ponto B;
2. Como podemos representar, no papel, a distância entre esses pontos?
3. Você conseguiria marcar outro ponto, por exemplo o ponto C, que esteja a essa mesma distância do ponto A?
4. Que instrumentos você utilizaria?
5. É possível representar todos os possíveis pontos que estejam a mesma distância do ponto A?
6. Vamos fazer o mesmo utilizando o Geogebra. Abra o programa em um computador, tablet, ou smartphone;
7. Observando os desenhos dos ícones na barra de ferramentas acima da janela de visualização, utilize a o ícone para ponto?



8. Represente dois pontos na janela de visualização (A e B);
9. Meça essa distância? Existe alguma ferramenta que possibilite isso?  
\_\_\_\_\_
10. Represente essa distância na janela de visualização;
11. Conseguiríamos representar outro ponto (o ponto C) que está a mesma distância que A está de B? Que características o ícone deve ter para conseguirmos representar esse ponto? (Investigue na janela de ícones qual deve usar).  
\_\_\_\_\_
12. Então usando esse ícone, construa o ponto C.
13. Mova-o e observe. As duas distâncias continuam a mesma? O que acontece?  
\_\_\_\_\_
14. Mova o ponto B. O que acontece?  
\_\_\_\_\_
15. Mova o ponto A. O que acontece?  
\_\_\_\_\_
16. Então, o que podemos dizer sobre a movimentação de cada um dos três pontos?  
\_\_\_\_\_
17. É possível identificar quem depende de quem?  
\_\_\_\_\_
18. É possível construir todos os possíveis pontos que está a essa mesma distância do ponto A? \_\_\_\_\_. De que forma?  
\_\_\_\_\_
19. Vamos fazer? Clique com o botão direito sobre o ponto C, ao abrir a janela

## APÊNDICE D – Atividade 3: Paralelismo (1ª Parte)

### # Atividade 3- Paralelismos (1ª parte)

- 1) Com o ícone “Reta” , clique na tela em dois locais e observe o que acontece.
- 2) A partir dessa reta crie um segmento de reta. Agora observe as diferenças entre essas construções. O que é necessário para construir uma reta paralela? Você sabe o que é uma reta paralela?

- 3) Agora clique no ícone “Reta paralela”  e crie uma nova reta.
- 4) Qual a relação que você observa entre essas retas criadas?

- 5) Clique no ícone “Reflexão” . Em seguida clique na primeira reta criada e depois na segunda reta. Observe que foram criadas três retas. A partir daí podemos observar o que? O que está acontecendo?
- 6) Agora observe as três retas criadas e responda: essas retas são paralelas? Quais os ícones ou recursos que provam que são paralelas ou não?
- 7) Agora crie uma quarta reta que não seja paralela às outras três criadas de forma que essa reta intercepte as duas paralelas. Você sabe o nome que damos a essa reta criada?

- 8) Com o ícone “Ponto”  clique na opção *intersecção de dois objetos*  marque as intersecções nas retas. Esse ponto é chamado **Ponto de Intersecção**.

- 9) Selecione o ícone “Mover”  e movimente os pontos. Quais os pontos que você consegue mover? Porque você acha que acontece isso? O que você conseguiu observar ao realizar esse movimento?

- 10) Agora clique no ícone “Ângulo”  e construa ângulos nas intersecções criadas. Mais uma vez, o que acontece?

## APÊNDICE E – Atividade 4: Ângulos

1. Marque numa folha de papel três pontos e chame-os de O, A e B, ligue os segmentos OA e OB, o que observa?

---



---

2. Qual nome damos ao ponto O? \_\_\_\_\_
3. Como você faria para medir a amplitude AOB e como se escreve essa amplitude matematicamente? Ou seja, qual sua representação simbólica?

---



---

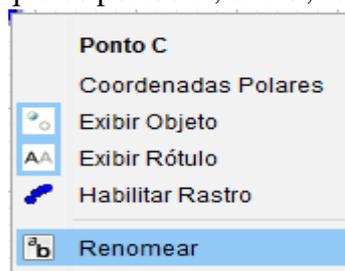
4. Essa medida é única? Justifique sua resposta.

---



---

5. Vamos investigar isso no GeoGebra? Marque os pontos A, B e C, não colineares.



Renomeie o ponto C para ponto O, opção \_\_\_\_\_, clicando no lado direito do mouse sobre o ponto C.

6. Movimente os pontos A e B, o que observa?
7. Movimente A e B nos sentidos Horário e Anti-horário, você sabe como fazer isso?

---



---

8. Meça a amplitude de abertura entre A e B, qual opção ou ícone do GeoGebra vamos utilizar para isso? Qual outro nome damos a essa amplitude?

---

9. Essa medida é fixa? Justifique \_\_\_\_\_

---

10. O Ângulo que aparece medido é o convexo ou o não-convexo? (Pesquise sobre o que vem a ser convexo e não convexo).

11. Ao movimentar A e/ou B para qual valor do ângulo os pontos estarão colineares e não justapostos? Qual valor e nome damos a esse ângulo?

12. Para quais valores do ângulo, A e B estarão justapostos?

13. Se o ângulo está entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  qual nome recebe? \_\_\_\_\_.  
Como escrevemos isso em linguagem simbólica (matemática)?

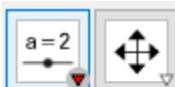
14. Se o ângulo é  $90^\circ$  qual nome recebe? \_\_\_\_\_

15. Se o ângulo está entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$  como pode ser chamado? \_\_\_\_\_.  
Expresse isso em linguagem matemática? \_\_\_\_\_.

16. Construa ângulos com amplitude fixa e classifique-os, partindo de  $0^\circ$  e no sentido anti-horário, de  $45^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $270^\circ$  e  $310^\circ$ .

17. Quem são os complementares e suplementares de  $45^\circ$  e  $75^\circ$ ?

18. Construa um segmento de comprimento  $a$  (primeiro construa o controle deslizante).



#### Controle Deslizante

Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante

Modifique as propriedades do controle deslizante (mínimo, máximo, incremento) adequadamente.

Depois, clique na opção Ponto e clique sobre a área de trabalho para construir o ponto, então vá na barra de Entrada (barra de fórmulas) e escolha a opção

Entrada: Segmento( <Ponto>, <Comprimento> )

, então escreva a letra para o ponto criado e o comprimento,  $a$ . O que observa? \_\_\_\_\_

Movimente o controle deslizante, o que observa?

Crie um segundo controle deslizante ( $\alpha$ ), modifique esse controle para por no formato de ângulo, variando de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , com variação de  $15^\circ$ . Feito isso, vá novamente na barra de entrada e escolha a opção Ângulo, conforme:

Entrada: Ângulo( <Ponto>, <Vértice>, <Ângulo> )

. Para completar sua escolha insira o

ponto (ponto extremo direito do segmento), o vértice (ponto extremo esquerdo do segmento) e o ângulo ( $\alpha$ ). Conseguiu fazer? Então complete o novo segmento que aparece usando a opção segmento e ligando o vértice ao ponto criado. Faça um esboço de como ficou sua construção.

---



---



---

Movimente o controle deslizante  $\alpha$ . O que observa?

---



---



---

No segundo seguimento criado para definir o ângulo ( $\alpha$ ) clique na sua extremidade com o lado direito do mouse e escolha *Habilitar Rastro* e movimente novamente o controle deslizante ( $\alpha$ ). O que observa?

Qual o sentido da construção? \_\_\_\_\_

Faça uma tabela relacionando os conteúdos matemáticos e os elementos do GeoGebra utilizados.

---

## APÊNDICE F – Atividade 5: Polígonos Quaisquer

1. O que é um polígono? Utilizando lápis e papel, construa vários polígonos.
2. Agora utilizando o ícone “Polígono”  construa vários polígonos. Agora, a partir dessas construções, defina novamente o que é polígono. Alterou em relação a sua definição inicial?
3. Construa polígonos côncavos e não côncavos. Qual a diferença? (Pesquise sobre polígono côncavo e não côncavo)
4. Construa polígonos de três lados (lados iguais, dois lados iguais, três lados desiguais), que nomes recebem?
5. Meça os ângulos internos  de cada um deles. Qual o valor da soma? Que conclusão se pode tirar disso?
6. Construa polígonos de 4 lados, de diferentes formatos, ou seja, lados iguais, lados opostos iguais, lados diferentes, etc. Que nome damos a esses polígonos?  


---

–
7. Agora meça os ângulos internos de cada polígonos da questão 6, que valor obteve para a soma? \_\_\_\_\_ A  
que \_\_\_\_\_ conclusão \_\_\_\_\_ pode \_\_\_\_\_ tirar  
disso? \_\_\_\_\_  


---

–
8. Construa polígonos de 5, 6, 7 e 8 lados meçam os ângulos internos de cada um. Que soma obteve para cada um? Faça uma tabela para polígonos de 3 a 8 lados, relacionando o número de lados com a soma dos ângulos internos. Que relação geral pode ser estabelecida?
9. Tente expressar isso em
  - a) Linguagem escrita (textual)

b)

Linguagem

Matemática:

---

10. Agora vamos criar uma planilha para observar o que acontece com a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer quando os vértices são movimentados. Para isso, clique em  e selecione “Planilha”. Em seguida aparecerá uma janela de visualização da planilha.

11. Com a planilha criada, o próximo passo é renomear os vértices do polígono. Para isso, clique como botão direito do mouse em cima do ângulo do polígono, selecione a opção renomear e digite a letra “a”. Faça o mesmo com os outros ângulos. Após isso, clique na planilha e digite

	A	B	C	D	E
1	alfa	beta	gama	omega	Soma

. Agora digite

	A	B	C	D	E
1	alfa	beta	gama	omega	Soma
2	=a	=b	=c	=d	=A2+B2+C2+D2

. Agora



selecione o ícone “Mover” e movimente os vértices do polígono. O que você conseguiu observar em relação a soma dos ângulos internos do polígono a medida que os vértices eram movimentados?

12. Como calculamos a soma dos ângulos internos de um polígono qualquer de  $n$  lados? Que relações podemos fazer em relação a quantidade de lados e a somas dos ângulos internos?

## APÊNDICE G – Atividade 6: Ponto Médio, Mediatriz, Bissetriz e Diagonais – Parte I

3. Construa o segmento AB, e em seguida ache o ponto C que está na metade de A e B, qual ferramenta do GeoGebra utilizamos para isso? Que nome damos a esse ponto?
4. Utilize o ícone “Ângulo”  e selecione “Distância, comprimento ou perímetro”. Meça os dois segmentos criados. O que você observou? Que nome damos a esse segmento?
5. Agora, construa um triângulo qualquer ABD.
6. Utilize o ícone “Reta Perpendicular”  e selecione reta perpendicular. Posicione a reta perpendicular sobre o ponto médio criado anteriormente. Delimite o segmento formado por essa reta com o lado oposto ao ponto, utilizando o ícone segmento. Com o botão direito do mouse selecione exibir objeto, perceba que a reta formada ficará escondida. Qual nome damos ao segmento que formamos a partir dessa reta?
7. Utilizando novamente a reta perpendicular , escolha um dos vértices do triângulo e posicione a reta em um dos lados opostos do triângulo. Delimite o segmento formado pelo vértice escolhido e o lado oposto a ele. Com o botão direito do mouse selecione exibir objeto, perceba que a reta formada ficará escondida. Qual nome se dá ao segmento que formamos a partir dessa reta? Utilize o ícone “Ângulo”  e meça o ângulo formado por essa reta. O que você observou?
8. Escolha um dos lados do triângulo e encontre o ponto médio. Em seguida, utilize o ícone “reta” ou “segmento” e ligue o ponto médio ao vértice oposto. O que você observa? Qual o nome desse segmento ou reta criada? Existe outra forma de construir esse segmento ou reta? Qual o ícone que podemos utilizar?
9. Utilize o ícone “Ângulo”  e meça o ângulo formado por essa reta ou segmento. O que você observa em relação as medidas dos ângulos?
10. Expresse o que é ponto médio, bissetriz, mediatriz e altura.

### Parte II - Diagonais de um polígono qualquer

11. Construa polígonos de 3 a 6 lados. Quais deles você pode ligar os vértices sem justaposição dos lados? Quantos segmentos ligando os vértices são encontrados para cada um desses polígonos? Qual o nome se dá a esse segmento criado? Faça o mesmo para polígonos de 7 e 8 lados, e construa uma tabela relacionando o número de lados, o número de vértices e o número de segmentos que ligam os vértices dois a dois.

12. E se o polígono fosse de  $n$  lados, quantas diagonais iria possuir? Qual a relação que podemos estabelecer para encontrar o número de diagonais em relação ao número de lados de um polígono qualquer? Encontre a relação matemática e expresse-a utilizando a planilha do GeoGebra.
13. Agora faça a tabela de conteúdos matemáticos e ferramentas do GeoGebra.

## APÊNDICE H – Atividade 7: Quadriláteros Paralelogramos

### Atividade 7 – Quadriláteros Paralelogramos

1. Construa, a mão livre ou usando régua e compasso quadriláteros cujos lados opostos sejam iguais. Qual nome damos a esse tipo de quadrilátero?
2. Em seguida construa um quadrilátero, com as mesmas características do anterior, em que um dos lados meça 6cm e o outro 4cm. Essa construção é única? Tente observar isso apenas usando lápis, papel, régua e compasso. A que conclusão chegou?

Vamos fazer essa construção usando o GeoGebra?

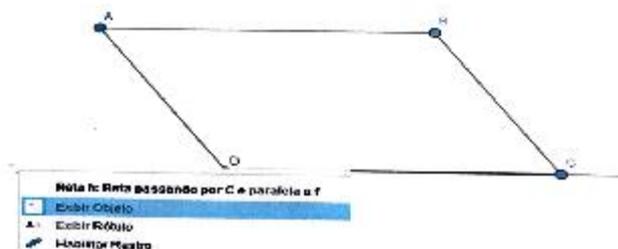
Com o GeoGebra aberto, sem eixos e sem a janela algébrica, de preferência, siga os passos:

#### 1ª Parte do item 2.

1. Marque o ponto A e construa um segmento AB, de medida fixa 6 cm,
2. Na extremidade direita de AB, construa o segmento BC, de medida fixa 4 cm.
3. Movimente o ponto C, formando um ângulo qualquer (de modo que não seja nem 0 e nem 180), entre B e C
4. Tomando por base o ponto C, trace a reta paralela ao segmento AB,
5. Em seguida, tomando por base o ponto A, trace a reta paralela ao segmento BC
6. Marque o ponto D, interseção das duas retas.



7. Construa os segmentos AD e DC.
8. Clique sobre cada uma das retas, quando abrir a caixa de diálogo clique em 'exibir objeto', para esconder as retas.



9. Pronto, seu paralelogramo está feito.
10. Tente movimentar cada um dos pontos, o que observa? É possível mover todos?

## APÊNDICE I – Atividade 8: Explorando Triângulos – Relações Métricas no Triângulo

Disciplina: Matemática III  
 Docente: Profa. Dra. Maria Deusa  
 Estagiários: Mestrandos Taiane Oliveira e Fábio Magalhaes

### Atividade-8 Explorando Triângulos – Relações Métricas no Triângulo

#### Parte I – Triângulos Quaisquer – Pontos Notáveis

1. Que são triângulos? Todos os triângulos são iguais? Classifique-os. Que características possuem em comum? Já vimos isso em atividades anteriores

2. Abra o GeoGebra. Com a ferramenta “Polígono”  construa um triângulo qualquer ABC. Movimente os vértices, o que observa, deixe-o na posição de um triângulo obtuso (três lados desiguais)

3. Utilizando o triângulo ABC, trace as mediatrizes, identifique o ponto de interseção, qual nome damos a esse ponto? \_\_\_\_\_  
 Em seguida, verifique a propriedade, escrevendo cada passo simbolicamente:

**PROPRIEDADE:** As mediatrizes dos lados de um triângulo interceptam-se em um mesmo ponto O que está a igual distância dos vértices do triângulo.

**DEFINIÇÃO:** O circuncentro de um triângulo é o ponto de encontro de suas mediatrizes.

**DEFINIÇÃO:** Ceviana é um segmento que une um vértice dum triângulo a qualquer ponto do lado oposto

Obs: localize a ceviana.

4. Novamente utilizando o triângulo ABC, trace as medianas e identifique o ponto de interseção que nome damos a esse ponto? \_\_\_\_\_  
 Em seguida verifique a propriedade, escrevendo simbolicamente:

**PROPRIEDADE:** As três medianas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto O, que divide cada mediana em duas partes, tais que, a parte que tem o vértice é o dobro da outra.

**DEFINIÇÃO:** O baricentro de um triângulo é o ponto de interseção das suas medianas

5. Ainda usando o triângulo ABC, trace as bissetrizes, identifique o ponto de interseção, que nome damos a esse ponto? \_\_\_\_\_  
 Em seguida, verifique a propriedade:

## APÊNDICE J – Atividade 9: Relações Métricas e Algébricas no Triângulo

O estudo dos triângulos também pode conduzir a importantes relações matemáticas, tanto numéricas, quanto algébricas e trigonométricas. Desse modo, a atividade 9 ainda recai sobre o estudo dos triângulos e é proposta com o objetivo de investigar quais são essas relações.

### I Parte: Construção dos Objetos

1. Construa um controle deslizante ( $a$ ).
2. Em seguida construa o seguimento AB, de medida ( $a$ ).
3. Construa um segundo controle deslizante, alterando as propriedades para ângulo ( $\alpha$ ), no intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , com variação de  $15^\circ$ .
4. Com o segmento AB, posicionado em A, construção o ângulo com medida fixa ( $\alpha$ ) para criar o ponto C. Complete o triângulo ABC. Movimente os controles deslizantes e anote suas observações, identificando ângulo-triângulo formado
5. Tomando os lados do triângulo ABC, vamos construir polígonos regulares. Primeiramente construa mais um controle deslizante (renomei-o para  $n$ ), com  $n$  variando de 3 a 10.
6. Na barra de entrada, escolha a opção . Por exemplo, o polígono construído sobre o lado AB, deve ser . Da mesma forma construir os polígonos sobre os lados AC e CB. Movimente os controles deslizantes um a um. O que observa?.

### Parte II -Estabelecendo relações

7. Vá na opção  clique sobre cada um dos polígonos criados sobre os lados do triângulo ABC para visualizar a área de cada polígono.
8. Novamente na barra de entrada  Escolha a opção Soma e selecione os polígonos 1 e 2, que são os adjacentes ao ângulo ( $\alpha$ ),  
Obs.: O valor da soma aparecerá na janela algébrica, arraste-o para a área de trabalho e mude as suas propriedades (tamanho e cor) para melhor visualização.
9. Novamente movimente os controles deslizantes. O que observa?
10. Movimentando o controle deslizante para o ângulo e observando atentamente as relações entre os polígonos construídos sobre os lados adjacentes ao ângulo (AB e AC) e o polígono construído sobre o lado oposto BC, responda as seguintes perguntas:

- a) Se  $\alpha < 90^\circ$ , que relação algébrica pode ser estabelecida entre a soma das áreas dos polígonos adjacentes ao polígono construído sobre o lado oposto ao ângulo  $\alpha$ ?
  - b) Se  $\alpha = 90^\circ$ , que relação algébrica poderá ser estabelecida entre os polígonos construídos sobre os lados adjacentes e o polígono construído sobre o lado oposto?  
Que nome damos a essa relação?
  - c) E se  $\alpha > 90^\circ$ , qual a relação?
  - d) Se  $\alpha = 60^\circ$ , qual a relação?
  - e) Se  $\alpha = 0^\circ$ , qual a relação?
11. Agora posicione o ângulo em  $\alpha = 90^\circ$  e movimente o controle deslizante  $n$ , o que observa? O que isso tem em comum com o item 10b?

## APÊNDICE K – Atividade 10 – Ângulos e Circunferências

1. Construa uma circunferência de centro  $O$  e raio  $r$ . Trace por ela o segmento  $AB$  de modo que as extremidades de  $A$  e  $B$  estejam sobre a circunferência. Que nome damos a esse segmento? \_\_\_\_\_
2. Trace outro segmento  $CD$ , agora passando por  $O$ , que nome recebe esse segmento?  
\_\_\_\_\_
3. O que esses segmentos fazem com a circunferência?
4. Marque um ponto  $M$  sobre a circunferência, posicionando-o entre os pontos  $A$  e  $B$ , e marque o ponto  $N$ , posicionando-o entre  $C$  e  $D$ , de modo que obtenha  $AMB$  e  $CND$ , que nome damos esses novos objetos?
5. Agora, defina cada um dos elementos da circunferência obtida nas questões de 1, 2 e 4
6. Usando a circunferência construída na questão 1, esconda o segmento  $CD$  e os pontos  $M$  e  $N$ , ficando apenas com o segmento  $AB$ , ligue com novos segmentos,  $AO$  e  $OB$ , meça esses segmentos. Marque o ângulo  $\alpha$ , com vértice no centro  $O$ . Movimente  $A$  e/ou  $B$ , o que observa?
7. Que nome damos ao ângulo  $\alpha$ ?

### Definição:

8. Na mesma circunferência, esconda os segmentos  $AO$  e  $OB$ , ficando apenas com  $AB$  e reative o ponto  $N$ . Ligue os segmentos  $AN$  e  $BN$  e meça-os, meça também o ângulo  $\beta$ , cujo vértice está em  $N$ .  
Que nome damos ao ângulo  $\beta$ ? \_\_\_\_\_

**DEFINIÇÃO:** Ângulo inscrito é todo ângulo que possui seu vértice sobre a circunferência e cada um de seus lados contém uma corda da mesma.

9. Reative o ângulo  $\alpha$ , compare os valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , o que observa? Movimente  $A$  ou  $B$  ou  $N$ , colocando na posição em que  $AB$  e  $AN$  sejam iguais e o ponto  $O$  fique sobre o segmento  $BN$ , a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  se mantém? \_\_\_\_\_  
O que você pode dizer sobre esse primeiro caso? (escreva)

**Caso 1:**

---

---

10. Agora, novamente movimente A, ou B ou N, de modo que O fique dentro do triângulo ANB, a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  se mantém? Escreva.

**Caso 2:**

---

---

11. Por último, movimente A, ou B ou N, de modo que O fique totalmente fora do triângulo ANB, ainda assim a relação entre  $\alpha$  e  $\beta$  se mantém? Escreva.

**Caso 3:**

---

---

12. Então, expresse essa relação por meio de escrita (Teorema) e também algebricamente.

**Teorema:**

---

---

## APÊNDICE L – Atividade 11 - Retomando Casos de Semelhança

- 1) Construa um triângulo  $ABC$  e meça os ângulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ . Agora construa um triângulo  $DEF$  que seja semelhante a  $ABC$ . Que ferramentas do GeoGebra devemos utilizar para garantir que esses triângulos sejam semelhantes?
- 2) Que relações podem ser observadas nessas construções?
- 3) Que caso de semelhança você usou? Quais são os outros casos?
- 4) Agora vamos expressar algebricamente essas relações?

$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Leftrightarrow \begin{cases} \dots \\ \dots \\ \dots \end{cases}$$

Essa construção realizada condiz com o teorema a seguir.

**TEOREMA:** Se  $\hat{A} = \hat{D}$  e  $\hat{B} = \hat{E}$ , então  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ .

Este é conhecido como o segundo caso de semelhança de triângulos (AAA ou AA).

- 5) Se dois triângulos são congruentes. Então eles são semelhantes.  
Vamos verificar essa afirmativa fazendo as construções para os casos de congruência.  
1º caso – LAL

### Passo a passo

- a) Construir um triângulo  $ABC$  e medir o ângulo  $\hat{B}$  ( $\alpha$ ).
- b) Traçar uma reta paralela ao segmento  $BC$ .



- c) Utilize o ícone reflexão para refletir o segmento  $BC$  em torno da reta paralela criada. O que você observa?
- d) Agora vamos criar o ângulo  $\hat{B}'$  com a mesma medida de  $\hat{B}$ . O que você observou?
- e) Traçar uma reta que ligue o segmento  $B'C''$ .
- f) Agora construa um segmento de comprimento fixo com medida  $AB$ , centrado no vértice  $B'$ . O que você observou?



- g) Meça o ângulo  $EB'C''$ . Selecione o ícone “rotação em torno de um ponto”, selecione o segmento  $B'E$ , em seguida a reta que passa pelo segmento  $B'C''$  e, por fim, o vértice  $B'$ . Aparecerá uma janela e digite o valor do ângulo  $EB'C''$ .
- h) Agora construa o triângulo  $C'B'E'$ .

A partir dessa construção, com dois lados e um ângulo congruente, garantimos que o terceiro lado também é congruente.

- 6) Agora construa os outros casos, usando as ferramentas adequadas do GeoGebra.  
Lembre-se de ir construindo o pass-a-passo.  
3º caso – ALA  
4º caso – LLL

7) Quais as razões de proporcionalidade encontradas?

**PROPRIEDADES DA SEMELHANÇA DE DOIS TRIÂNGULOS:**

a) Reflexiva:  $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

b) Simétrica:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF \Leftrightarrow \triangle DEF \sim \triangle ABC$

c) Transitiva:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  e  $\triangle DEF \sim \triangle GHI \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle GHI$

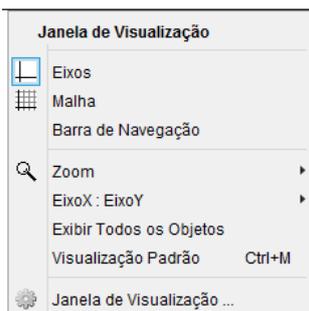
## APÊNDICE M – Atividade 12- Relações Métricas no Triângulo Retângulo e Circunferência

### Parte I- Razões métricas no triângulo retângulo

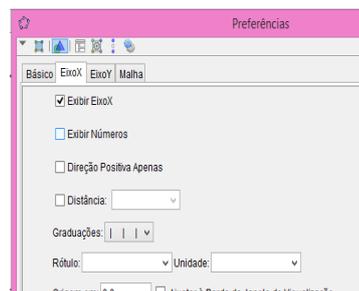
- 1) Construir um triângulo retângulo OBA sendo reto em B.
- 2) Traçar uma reta perpendicular ao lado OB e marcar as interseções com os lados do triângulo, traçar o segmento CD ligando essas interseções.
- 3) Que características você observa entre os triângulos OBA e ODC?
- 4) Marque o ângulo  $\alpha$  em  $\hat{O}$ .
- 5) Nomeie os lados AB, AO e BO como catetos e hipotenusa, em relação ao ângulo  $\alpha$
- 6) Encontre todas as razões de proporcionalidade que podem ser estabelecidas entre os triângulos OBA e ODC. Que nomes especiais damos a essas razões?

### Parte II- Razões métricas na circunferência

- 7) Insira os eixos (x,y). Com o botão direito do mouse selecione sobre os eixos para desabilitar os valores das coordenadas. Para isso, selecione “janela de visualização”



e desabilite “*exibir número*”.



Repita o procedimento para o eixo y. Tomando a origem dos eixos como centro da circunferência, construa uma circunferência de raio  $r$ . Nomeie o centro de O.

- 8) Marque o ponto de intersecção entre o eixo Ox e a circunferência e nomeie-o de T.
- 9) Construa um controle deslizante com variação de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  e incremento de  $15^\circ$ . Nomeie-o de  $\alpha$ .
- 10) Construa um ângulo, opção “*amplitude fixa*”, tomando como base o Ponto T e vértice na origem em O, com o valor  $\alpha$ . Renomeie o ponto criado automaticamente pela opção “*ângulo com amplitude fixa*” para M e trace uma reta, estilo pontilhado, OM.
- 11) Agora trace uma perpendicular que passe pelo ponto M e pelo eixo-x. Marque o ponto de intersecção entre essa reta e o eixo-x. Renomeie esse ponto de A e construa os segmentos OA e MA (estilo tracejado) e desabilite a reta.
- 12) Trace a perpendicular ao ponto M e o eixo-y. Marque o ponto de intersecção e nomeie para B. Construa o segmento MB (estilo tracejado) e o segmento OB, desabilite a reta.

**Obs: 1 – Os segmentos MA e MB são as projeções ortogonais do raio r, sobre os respectivos eixos**

- 13) Construa uma reta perpendicular ao eixo-x que passe pelo ponto T.

**Obs: 2 A reta construída no item 13 é tangente a circunferência, no ponto T.**

- 14) Marque o ponto de intersecção entre a reta OM e a reta tangente. Renomeie para P. Construa os segmentos MP e TP, desabilite a reta OM e mude a cor do segmento TP.
- 15) Que nomes especiais damos aos segmentos OB, AO e PT?
- 16) Coloque as medidas de cada uma desses segmentos.
- 17) Que razões de proporcionalidade que podem ser obtidas pelos triângulos MAO e PTO, criados no interior da circunferência?
- 18) Movimente o controle deslizante  $\alpha$  e observe os valores das razões. O que você observa?
- 19) Observe os valores de  $\alpha$  e preencha a tabela abaixo (colocando em  $\pi$  – *radianos*, marcando as intersecções de cada um desses ângulos com a circunferência.

Ângulo alfa	Em radianos	Razão $\text{sen}(\alpha)$	Razão $\text{cos}(\alpha)$	Tangente
0°				
30°				
45°				
60°				
90°				
120°				
135°				
150°				
180°				
210°				
225°				
240°				
270°				
300°				
315°				
330°				
360°				

## APÊNDICE N – Atividade 13 – Polígonos Inscritos na Circunferência

### Parte I

- 1) Crie dois pontos quaisquer, A e B, pela janela de entrada.
- 2) Construa a circunferência de centro em A e raio AB.
- 3) Construa dois controles deslizantes  $n$  (variando de 3 a 100) e  $\alpha$  (0 a  $360^\circ$ ). Agora responda:
  - a) Porque  $n$  tem valor mínimo 3? Justifique sua resposta.
- 4) Crie o ângulo central dessa circunferência utilizando na barra de entrada a opção: [Ângulo( <Ponto>, <Vértice>, <Ângulo> ) ]

Observe que ao usar a opção ângulo central é criado um ponto B' sobre a circunferência, renomeio para C.

- 5) Construa um polígono utilizando na barra de entrada a opção: [Polígono( <Ponto>, <Ponto>, <Número de Vértices> )] .

Observação: Deve ser assim: Polígono (B, C,  $n$ )

- 6) Para preencher a tabela movimente  $\alpha$  e  $n$  de modo que os vértices do polígono esteja sobre a circunferência.

$n$ (nº vértices= nº lados)	$\alpha$ (ângulo central)	Nome do polígono inscrito
3	$120^\circ$	Triângulo Equilátero
4		

- a) Que relação pode ser estabelecida entre o ângulo central e o número de vértices?
- b) Que outras relações podem ser estabelecidas?

## APÊNDICE O – Atividade 14: Elementos Básicos da Geometria Espacial – Ponto, Reta e Plano

Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Disciplina: Matemática III

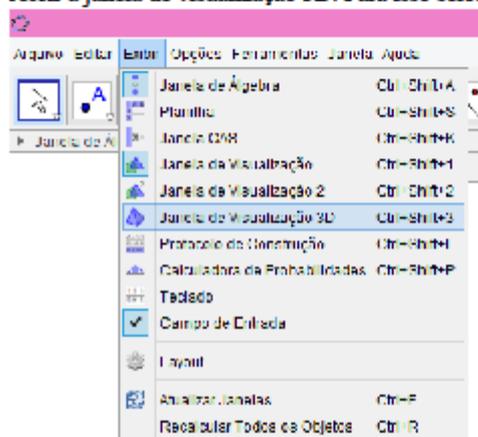
Docente: Maria Deusa

Estagiários: Taiane Oliveira e Fabio Magalhães

### Atividade 14 – Elementos básicos da geometria espacial: ponto, reta e plano

#### Parte I- Ponto

- 1) Abrir a janela de visualização 3D. Para isso selecione o ícone “exibir”



- 2) Construir um ponto A a partir do ícone “ponto” e clique na janela de visualização 2D. Movimente esse ponto, o que você observa? Obs.: Movimente o eixo 3D para obter o melhor ângulo de visualização. Qual o valor da coordenada Z nessa construção?
- 3) Construir pontos B, C e D fora do plano XY. Como construir um ponto na janela 3D?
- 4) Movimente o ponto criado. O que você observa?
- 5) Agora construa um ponto na janela 3D em que uma das coordenadas seja fixa. O que você observa ao mover o controle deslizante?
- 6) Construa um ponto com as três coordenadas variáveis. Movimente esses controles deslizantes. O que você observa quando:
  - a) Quando duas coordenadas são fixas e uma variável?
  - b) Uma fixa e duas variáveis?
  - c) Três variáveis?

## APÊNDICE P – Atividade 15: Construção de Sólidos Geométricos

Matemática III  
 Maria Densa F Silva  
 Taiane Oliveira  
 Fábio Magalhães

### Atividade 15 Parte I- Construção de Sólidos Geométricos

#### Construção do Prisma

1- Construa um ponto fora do plano XY

2- Com a opção Prisma selecionada (figura-1), clique em pontos no plano XY para que se construa um polígono (na janela de visualização 3D)

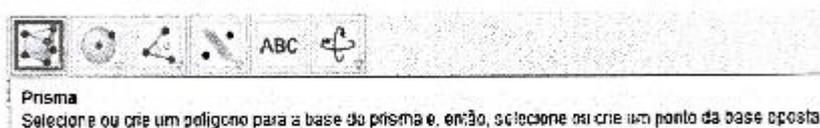


Figure 1: Ferramenta Prisma

3- Clique no ponto A para finalizar a construção

4 - Com a opção *mover* selecionada, mova o ponto A e observe como é modificado o Prisma construído. O que você observa? O volume do Prisma se altera ao se mover o ponto A? Justifique.

#### Construção do Cubo

5 - Selecione a ferramenta Cubo (figura 2) e clique em dois pontos (A e B) na janela de visualização 3D (podem ser pontos já construídos previamente).



Figure 2: Ferramenta Cubo

## APÊNDICE Q – Atividade 16: Explorando o Volume de Sólidos Geométricos

ões65

Disciplina: Matemática III

Docente: Maria Deusa F Silva

Estagiários: Taiane Oliveira e Fábio Magalhães

### Atividade 16- Explorando o Volume de Sólidos Geométricos

1 - Na janela de visualização 2D, construa um retângulo ABCD, com lados medindo 6 e 8.

2. Selecione a opção *Reta Perpendicular* e clique no segmento AB, e no ponto A, para que ela seja construída. Repita o processo, clicando, ao final, no ponto B.

3: Construa, agora, dois segmentos com comprimento fixo. Sendo um a partir do ponto B de comprimento 8 e outro a partir de A de comprimento também 8. Serão construídos os segmentos horizontais AD e BC. Selecione **Mover**, clique e arraste os pontos C e D, fazendo com que os segmentos AD e BC pertençam às retas perpendiculares construídas.

4. Utilize a opção **segmento** e construa o segmento CD. As retas perpendiculares já podem ser apagadas. O que você pode dizer sobre as medidas dos segmentos AD e CD? O que elas representam?

5. Selecione o comando *Ponto Médio ou Centro* e marque os 4 pontos médios E, F, G e H do retângulo ABCD. Construa, por fim, o polígono EFGH.

✓ **Refleta:** O que você pode dizer sobre ele? Quanto medem seus lados e sua área?

6. Na janela de visualização 3D, a partir do retângulo ABCD, construa um paralelepípedo de altura 10 com o comando **Extrusão** para Prisma ou Cilindro.

7. A partir do polígono EFGH, construa um paralelepípedo de altura 10. Repita o processo para h variando

8. Com o comando *Volume*, calcule os volumes dos dois sólidos construídos. O que você pode dizer sobre os valores encontrados?

4800      1500  
5000  
600

## APÊNDICE R – Questionário Sócio-Educacional



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB  
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG  
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO (MESTRADO) – PPGEn  
 MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO  
 Área de Concentração: Educação Básica



### QUESTIONÁRIO DE PERFIL SÓCIO-EDUCACIONAL

Esse instrumento de coleta de dados tem por finalidade determinar o perfil socioeducacional dos alunos que participarão da pesquisa que ocorrerá na turma de calouros do curso de licenciatura em matemática da UESB, na disciplina Matemática III. Objetiva-se, principalmente, estabelecer uma síntese sobre a origem, a formação, o conhecimento dos pesquisados sobre o conteúdo a ser abordado na disciplina e sobre o uso das tecnologias digitais aplicadas ao ensino de matemática.

#### Atenção:

- A veracidade das respostas é necessária e indispensável para a análise dos dados e o desenvolvimento da pesquisa;
- Todas as questões visam à coleta de informações para subsidiar a produção e análise de dados para a pesquisa. Portanto, é de fundamental importância o preenchimento de todas as questões;
- Todos os dados obtidos por meio deste instrumento serão mantidos sob sigilo e confidencialidade.

#### DADOS PESSOAIS

<b>Nome Completo:</b>			
<b>Endereço Completo:</b>			
<b>Naturalidade (Cidade/Estado):</b>			
<b>Onde morava antes de ingressar na Universidade?</b>			
<b>Qual o seu curso (nível médio)?</b>			
<b>Estudou o ensino médio em escola pública?</b>	( ) SIM	( ) NÃO	
<b>Tel. Fixo:</b>	( )	<b>Celular:</b>	( )

<b>Data Nascimento</b>	___/___/___	<b>E-mail:</b>			
<b>Estado civil:</b>		<b>Sexo:</b>	<input type="checkbox"/> Masculino <input type="checkbox"/> Feminino		
<b>Cor / Etnia</b>					
<input type="checkbox"/> Branco(a)	<input type="checkbox"/> Pardo(a)	<input type="checkbox"/> Negro(a)	<input type="checkbox"/> Amarelo(a)	<input type="checkbox"/> Indígena	

### QUESTIONÁRIO EDUCACIONAL

1. O que determinou a sua escolha pela Licenciatura?
2. O que determinou a sua escolha pela Licenciatura em Matemática?
3. Durante o ensino médio foi possível estudar o conteúdo de Geometria?
4. Se sim, em qual nível de aprofundamento você considera o conteúdo apresentado no ensino médio?
5. Você considera esse nível de aprofundamento suficiente? Ou seria necessário um maior aprofundamento da disciplina no ensino médio?
6. Em termos de relevância, como você considera o ensino de Geometria na educação básica?
7. Você se considera apto, em termos de domínio de conhecimento, a cursar a disciplina Matemática III (Geometria) no curso de licenciatura em matemática?
8. Durante seu percurso pela educação básica foi possível presenciar o uso de Tecnologia Digital – TD (*Softwares*, Planilhas Eletrônicas, Jogos, etc.) para auxiliar nas aulas de alguma disciplina ou conteúdo?
9. Caso positivo, discrimine: Em qual disciplina? Para qual conteúdo? Qual a TD utilizada? Qual ano (série)?
10. Você considera relevante que o ensino de Geometria seja auxiliado através dos recursos trazidos pelas TD's? Por quê?
11. Você conhece o *software* de geometria dinâmica chamado GeoGebra? Ou outro *software* de uso educacional?
12. Se sim, qual o *software*, onde e de que forma obteve contato com o mesmo? Relate, brevemente, sobre sua experiência.
13. Você estaria disposto a conhecer o *software* GeoGebra? Estaria disposto a aprender e ensinar o conteúdo de Geometria por meio do uso desse artefato tecnológico (GeoGebra)? Por quê?

## APÊNDICE S – Roteiro de Entrevista Semiestrutura Aplicada na Pesquisa

### Entrevista Semiestruturada

**Objetivo:** Esse instrumento aplicado ao final da pesquisa tem por objetivo explorar os aspectos sobre a experiência vivida pelos pesquisados durante o desenvolvimento da produção da produção de dados, na turma de caburos do curso de licenciatura em matemática da UESB, subsidiando os pesquisadores para concluir a análise dos mesmos.

#### Atenção:

As questões abaixo descritas compõem um roteiro para o pesquisador desenvolver a entrevista. Logo, o entrevistado poderá discorrer sobre outras questões pertinentes a pesquisa que não foram contempladas no mesmo.

#### ENTREVISTA:

1. No início da disciplina Matemática III no curso de licenciatura, qual foi a impressão inicial ao saber que a disciplina iria ser desenvolvida, em sua totalidade, com a utilização de Tecnologias Digitais (TD) para o ensino de Geometria Plana e Espacial?
2. O que você achou do uso das TD na disciplina? A utilização desses recursos contribuiu para o seu aprendizado e para sua formação?
3. Foi possível acompanhar as atividades desenvolvidas por meio do *Software* GeoGebra no decorrer da disciplina? Você conseguiu identificar e compreender os conteúdos de Geometria Plana e Espacial contidos nas atividades e no desenvolvimento das mesmas por meio da TD?
4. Vamos analisar o processo de avaliação da disciplina. Comparando o processo avaliativo ocorrido na disciplina com os demais processos vivenciados por você durante a Educação Básica e nas demais disciplinas do curso, você acha que esse processo foi adequado e contribuiu para a aprendizagem? Ou, o processo avaliativo poderia ser diferente ou melhorado?
5. A pesquisa foi realizada em um semestre letivo, durante 4 meses contínuos. Nesse período, você voltou a refazer as atividades propostas no início do semestre?

6. As atividades ou GeoGebra foram utilizadas para estudar conteúdos matemáticos em outras disciplinas do curso?
7. Discorra brevemente sobre essa experiência vivida dentro do seu percurso inicial na licenciatura, abordando os aspectos positivos e negativos que julgar necessário.
8. Se essa metodologia de ensino, com o uso de TD, fosse aplicada em outras disciplinas do seu curso, qual seria o seu olhar após essa experiência? Você enquanto professor de matemática em formação aplicaria essa metodologia em sua prática de ensino?

Agradeço imensamente a confiança e a disponibilidade em ceder um pouco de seu tempo para contribuir com o essa entrevista para a pesquisa.