



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**



**MAGNA MENDES NUNES**

**COMPETÊNCIAS DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA NA ANÁLISE DE  
TAREFAS SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO**

Vitória da Conquista

2021

**MAGNA MENDES NUNES**

**COMPETÊNCIAS DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA NA ANÁLISE DE  
TAREFAS SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino, sob a orientação da Prof. Dra. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

Vitória da Conquista

2021

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA**  
**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Competências de professores da educação básica na análise de  
tarefas sobre medidas de comprimento**


**Autora: Magna Mendes Nunes**


**Orientadora: Profa. Dra. Tania Cristina R. Silva Gusmão**

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por Magna Mendes Nunes e aprovada pela Comissão Avaliadora.


Data: 08/10/2021

COMISSÃO AVALIADORA

  
Profa. Dra. Tania Cristina R. Silva Gusmão (Orientadora)

  
Profa. Dra. Márcia Azevedo Campos (SEC-BA)

  
Profa. Dra. Teresa Fernández Blanco (Universidad de Santiago de Compostela)

  
Profa. Dra. Adriana Breda (Universitat de Barcelona)

N926c

Nunes, Magna Mendes.

Competências de professores da educação básica na análise de tarefas sobre medidas de comprimento. / Magna Mendes Nunes, 2021.

153f. il.

Orientador (a): Dr<sup>a</sup>. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2021.

Inclui referência F. 74 - 82.

1. Competência didático-matemática. 2. Análise de tarefas -Tarefas matemáticas. 3. Medidas de comprimento. I. Gusmão, Tânia Cristina Rocha Silva. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino- PPGEn.

CDD 510.7

Catálogo na fonte: **Juliana Teixeira de Assunção – CRB 5/1890**

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

## Agradecimentos

A Deus por me fortalecer, reanimar e preservar quando as dificuldades pareciam ser maiores do que minha força.

À minha mãe Rosalina e meu pai Lourival (*in memoriam*) que mesmo quase não tendo frequentado a escola sempre me incentivaram a estudar e se empenharam para que este sonho se tornasse realidade.

Aos meus irmãos que, mesmo com o silêncio oportuno, ajudaram-me nesta pesquisa.

Aos meus sobrinhos, Laura e João Pedro, que me fizeram sorrir quando o desespero surgia.

Ao meu noivo Marcos, por acreditar em mim e enxugar minhas lágrimas.

Às minhas amigas que me encorajaram a fazer a seleção do mestrado e incentivaram minha permanência no programa.

Aos colegas da Secretaria de Serviços Públicos pela torcida, apoio e manifestação de alegria diante desta etapa de minha vida.

Ao grupo GDICEM pela colaboração com a pesquisa, companheirismo e incentivo a mim empregados.

Aos colegas do Mestrado em Ensino pelo carinho em todos os momentos, inclusive naqueles em que o desânimo insistia em prevalecer. Aqui destaco Geneci, Islana, Geane e Milene pelos diálogos realizados e a certeza que não estamos sós.

Aos professores e professoras do Mestrado em Ensino pelas discussões que enriqueceram meus conhecimentos.

As professoras da banca Adriana Breda, Tereza Blanco e Marcia Azevedo pelas valiosas contribuições as quais aprimoraram esta pesquisa;

À minha orientadora Tânia Gusmão pela confiança depositada desde o período de iniciação científica, pela paciência, generosidade, ajuda no desenvolvimento da pesquisa, por entender o tempo e as limitações de cada aluno e por me ter dado a honra de ser sua orientanda.

E a todos que direta ou indiretamente contribuíram para que esta pesquisa se concretizasse.

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar o desenvolvimento de competências didático-matemáticas no professor da Educação Básica por meio do estudo, da análise e da avaliação de tarefas matemáticas. O estudo utilizou uma abordagem intervencionista com análises qualitativas dos dados produzidos, para tanto, realizou discussões em grupo, cujos participantes foram 17 professores da Educação Básica e 01 do Ensino Superior, todos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática, no qual a pesquisa foi realizada. O trabalho foi desenvolvido em três etapas: na primeira, os participantes analisaram uma sequência de tarefas matemáticas envolvendo o conteúdo, medidas de comprimento, sob o ponto de vista matemático; na segunda foram estudados e debatidos trechos de produções acadêmicas e documentos curriculares nacionais sobre medidas de comprimento, critérios de desenho de tarefas e o conhecimento didático-matemático do professor. Nesta segunda etapa, o ponto forte foi o estudo dos Critérios de Idoneidade Didática do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática que serviram de base para apoiar a reanálise das tarefas pelos participantes, que se deu na terceira etapa. Os resultados apontaram para uma melhora progressiva na forma como os professores analisavam, à medida que as tarefas foram sendo apresentadas, por exemplo, foi demonstrada a necessidade de identificar os conhecimentos prévios dos alunos que, conseqüentemente, refletiu no planejamento e seleção de futuras tarefas. Além disso, esta investigação propiciou aos participantes uma reflexão sobre sua prática, enquanto professor, diante das dificuldades de seus alunos, pois reconheceram que selecionar questões vai muito além de olhar um enunciado bonito, dados os possíveis conflitos de significado que podem surgir devido a ambigüidades nos enunciados, a importância dos recursos materiais como régua e fita métrica que podem favorecer o ensino de medidas de comprimento, a inserção do contexto do aluno nas tarefas matemáticas e, principalmente, colocar em prática as diretrizes curriculares. Outro ponto importante foi a troca de experiências que a investigação propiciou, uma vez que tais professores perceberam lacunas em seus conhecimentos matemáticos, julgados algumas vezes como restritivos, e que o fato de serem professores não os isentam de terem dificuldades conceituais.

**Palavras-chave:** Análise de tarefas. Competência didático-matemática. Medidas de comprimento. Tarefas matemáticas.

## ABSTRACT

This research aims to analyze the development of didactic-mathematical skills in the Basic Education teacher through the study, analysis and evaluation of mathematical tasks. The study used an interventionist approach with qualitative analysis of the data produced, for which it carried out group discussions, whose participants were 17 teachers from Basic Education and 01 from Higher Education, all members of the Study and Research Group in Didactics of Experimental Sciences and Mathematics, in which the research was carried out. The work was developed in three stages: in the first, the participants analyzed a sequence of mathematical tasks involving the content, length measurements, from a mathematical point of view; in the second part, excerpts from academic productions and national curriculum documents on length measurements, task design criteria and the teacher's didactic-mathematical knowledge were studied and debated. In this second stage, the strong point was the study of the Criteria for Didactic Suitability of the Ontosemiotic Approach to Cognition and Mathematical Instruction, which served as a basis to support the reanalysis of the tasks by the participants, which took place in the third stage. The results pointed to a progressive improvement in the way teachers analyzed, as the tasks were presented, for example, the need to identify the students' prior knowledge was demonstrated, which consequently reflected in the planning and selection of future tasks. In addition, this investigation provided participants with a reflection on their practice as a teacher, given the difficulties of their students, as they recognized that selecting questions goes far beyond looking at a beautiful statement, given the possible conflicts of meaning that may arise due to ambiguities in the statements, the importance of material resources such as a ruler and measuring tape that can favor the teaching of length measurements, the insertion of the student's context in mathematical tasks and, mainly, put into practice the curricular guidelines. Another important point was the exchange of experiences that the investigation provided, since these teachers noticed gaps in their mathematical knowledge, sometimes judged as restrictive, and that the fact of being teachers does not exempt them from having conceptual difficulties.

**Keywords:** Didactic-mathematical competence. Length measurements. Math tasks. Task analysis.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 — Trabalhos do GDICEM .....	144
Quadro 2 — Produções acadêmicas sobre competência matemática.....	188
Quadro 3 — Competência matemática.....	188
Quadro 4 — Níveis de desenvolvimento da competência reflexiva .....	3030
Quadro 5 — Critérios de Idoneidade e seus indicadores.....	333
Quadro 6 — Critérios de desenho das tarefas .....	3838
Quadro 7 — Perfil dos participantes da pesquisa.....	49
Quadro 8 — Resumo das Fases do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas.....	611
Quadro 9 — Cronograma de produção de dados .....	612



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 — Modelo do conhecimento didático-matemático .....	266
Figura 2 — Critérios de idoneidade didática.....	322
Figura 3 — Representação da escada usada nas transformações de unidade.....	433
Figura 4 — Representação linear das transformações de unidade .....	433
Figura 5 —Tabela de conversão de medida para questão 03 .....	522
Figura 6 — Segmentos de reta com unidade “u” .....	533
Figura 7 — Tabela de conversão de medida para questão 06 .....	615
Figura 8 — Protocolo de resposta do professor Pf5 (6º semestre).....	634
Figura 9 — Protocolo de resposta do professor Pf3 (6º semestre).....	644
Figura 10 — Protocolo de resposta do professor Pf25 (5º semestre).....	644
Figura 11 — Reanálise da questão 01 .....	6969
Figura 12 — Reanálise da questão 02 .....	70
Figura 13 — Reanálise da questão 07 .....	7070
Figura 14 — Reanálise da questão 08 .....	7171
Figura 15 — Reanálise da questão 11 .....	711

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 — Tipologia de respostas da questão 7, item “a” .....	655
----------------------------------------------------------------	-----

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>1 REVISÃO DA LITERATURA E MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>188</b>
1.1 Uma revisão da literatura sobre competência de professores e futuros professores para o ensino de matemática.....	188
1.2 Um modelo de conhecimentos e competências didático-matemáticas do professor.....	233
1.3 Competências profissionais dos professores de matemática .....	288
1.4 Critérios de Idoneidade Didática (CID).....	3030
1.5 Tarefas matemáticas .....	355
1.6 O ensino de medidas e grandezas .....	39
1.7 Ensino de medidas de comprimento .....	42
<b>2 METODOLOGIA.....</b>	<b>466</b>
2.1 Abordagem e tipo de pesquisa.....	466
2.2 Lócus da pesquisa.....	477
2.3 Participantes .....	4848
2.4 Instrumentos .....	4949
2.5 Produção dos dados: presencial e virtual.....	6060
2.6 Critérios de análise dos dados .....	722
2.7 Organização do texto .....	722
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>744</b>
ARTIGO 1 .....	7483
ARTIGO 2 .....	113
APÊNDICES .....	143

## INTRODUÇÃO

O presente trabalho teve, inicialmente, inspiração em minha<sup>1</sup> vida acadêmica. Início falando de minhas dúvidas referentes ao bloco de conteúdo Medidas e Grandezas que sempre me inquietaram. Não conseguia entender como um bloco de conteúdo tão importante não tinha o devido valor nos ambientes escolares, uma vez que era trabalhado superficialmente na sala de aula. Lembro-me de maneira vaga de como era o ensino na época de estudante da escola básica, as memórias só remontam às regras de transformação de unidades de medida, deixando um espaço vazio em conteúdos como medidas de comprimento. As inquietações com este conteúdo foram constantes até ingressar no curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), no ano de 2006.

Durante a Licenciatura em Matemática, tive a oportunidade de compreender os conceitos de medidas de comprimento e, conseqüentemente, transpô-los para outras grandezas. Isso aconteceu durante o período de 2008 a 2010, quando me dediquei à iniciação científica participando do projeto de Sequências Didáticas para o aumento da cognição e metacognição matemática de estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental, sob a coordenação da professora Tânia Gusmão. Também, pude acompanhar as discussões realizadas no Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM), vinculado ao Museu Pedagógico Casa Padre Palmeira pertencente à UESB, também coordenado pela mesma professora.

Quando trabalhei no projeto de Sequências pude constatar grandes dificuldades apresentadas pelos alunos relacionadas ao conteúdo de medidas de comprimento, em especial, na fase de transformação de unidades. Na oportunidade, decidimos aplicar uma sequência de tarefas, que já havia sido aplicada a alunos, a um grupo de professores da rede municipal de ensino. Foi neste momento que constatamos que as dificuldades apresentadas pelos professores se assemelhavam às dos alunos, ou seja, o fato de serem professores não os isentavam de dúvidas sobre questões rotineiras, uma vez que não tinham conhecimento de determinados aspectos do conteúdo, assim como do processo envolvido na resolução de tarefas relacionadas a este conteúdo.

Ao mesmo tempo em que o GDICEM me ajudou a sanar algumas dificuldades, minha participação foi motivada a cada vez que me deparava com situações como esta última, na qual acreditávamos que a formação acadêmica seria suficiente para fazer os professores

---

<sup>1</sup> Escrevo em primeira pessoa, pois a justificativa está fundamentada em minha experiência pessoal.

dominarem todos os conteúdos, mas, na realidade, tal formação se mostrava deficiente ou insuficiente. Porém, essa crença da boa formação foi desmistificada com o tempo e o ponto de partida para tal foi o momento da aplicação da sequência de tarefas relacionadas ao conteúdo medidas de comprimento aos professores. De fato, a formação inicial de professores não proporciona experiências para que se vivenciem os conteúdos na prática, por isso as minhas dificuldades foram sanadas pela participação no grupo de pesquisa e não em decorrência das disciplinas do curso de licenciatura. Tudo isso nos faz pensar o quão é importante que futuros professores façam parte de grupos de estudos e discussões.

Após um período de tentativa, no ano de 2019, consegui a vaga para o mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGE) da UESB no intuito de aprender e conseqüentemente dar continuidade a minha formação.

Uma vez no mestrado e retornando ao grupo de estudo, passei a conhecer os Critérios de Idoneidade Didática (CID) do Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática<sup>2</sup> de Godino e colaboradores (EOS), ferramenta que permite avaliar e guiar processos de ensino e aprendizagem da matemática, além do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), proposta que está sendo aplicada pela minha orientadora e faz junção dos CID com a literatura do Desenho de Tarefas (DT) para dar subsídio ao trabalho do professor no âmbito das tarefas matemáticas. O GDICEM tem realizado pesquisas sobre esses temas dentre as quais destacamos aqui algumas dissertações de mestrado, que especialmente contribuiriam para o nosso estudo.

Santos (2015) investigou o desenho e redesenho de tarefas com foco na metacognição para melhoria da prática matemática dos professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Como resultado da pesquisa, a autora pontuou contribuições das tarefas para reflexões da prática pedagógica, para construção da competência em análise didática e para melhores escolhas de tarefas, passando o professor a escolher tarefas desafiadoras e mais adequadas aos objetivos de ensino.

As tarefas matemáticas também foram alvo na pesquisa de Moreira (2017), porém analisou o potencial destas para o desenvolvimento da noção de espaço em crianças da educação infantil. As tarefas possibilitaram uma inter-relação coerente na sequência de atividades implementadas, na qual a vivência corporal e a exploração do espaço, em torno do próprio corpo e dos objetos, contribuíram para aproximar a criança das noções espaciais.

---

<sup>2</sup> O EOS é um marco teórico criado “dentro da Didática da Matemática com o propósito de articular diferentes pontos de vista e noções teóricas sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem” (GODINO, 2013a, p. 114).

As pesquisas anteriormente citadas foram desenhadas e redesenhadas utilizando os critérios de idoneidade didática. Tais critérios também foram úteis na pesquisa de Amorim (2017), que analisou como os professores dão atenção às emoções ao se trabalhar o conteúdo matemático Produtos Notáveis. A pesquisa concluiu que a atenção varia entre professores e que existem momentos em que estes pensam estar dando muita atenção às emoções quando de fato a atenção é moderada ou baixa, ressalta que as emoções interferem na sala de aula e quanto mais se considera o critério afetivo maior será o alcance dos outros critérios de idoneidade.

Os critérios de idoneidade também foram úteis na pesquisa de Pereira (2019) a qual analisa a gestão de tarefas pelas professoras. Entre os resultados da pesquisa a autora aponta que as professoras demonstraram dificuldade no planejamento devido à falta de conhecimento didático-matemático, isto é, restringem as tarefas ao livro didático ou à internet; escolhem os conteúdos mais pela experiência do que pelo currículo; e conclui que uma formação significativa para o professor deve também priorizar o conhecimento do conteúdo a ser trabalhado e não apenas conhecimento metodológico.

Neste pensamento é que Sousa (2018) analisou como potencializar o conhecimento didático e matemático dos professores articulado ao contexto intra e extra matemático. Os resultados dessa pesquisa apontam dificuldades de professores, sobretudo no campo epistêmico, conceitual, que interferem nos redesenhos das tarefas, porém reconhecem a importância de tarefas desafiadoras e contextualizadas com situações próximas à realidade dos alunos e com conteúdos que possibilitem conexões intra e extra matemáticos para potencializar os conhecimentos que possuem.

No entanto, ainda que os professores reconheçam a importância de tarefas desafiadoras, no trabalho de Flores (2019), que analisou os processos de pensamento dos alunos de ordem cognitiva e metacognitiva ao resolverem tarefas matemáticas *standards* e não *Standards*, o autor observou que não foi possível perceber diferenças nos processos de pensamento dos alunos em ambas as tarefas, uma vez que prevaleceram as respostas *standards* para os testes utilizados. O estudo mostrou um padrão de respostas que se manteve mesmo diante de questões não costumeiras.

Se o professor possui dificuldade no conhecimento do conteúdo, ele terá dificuldade no desenho de tarefas, assim, prevalecem adaptações de tarefas contextualizadas de livros didáticos e internet como foi constatado em Rodrigues (2019), o qual analisa a criatividade do professor na elaboração de tarefas e a contribuição desse processo na formação. O processo de desenho de tarefas proporcionado aos professores contribuiu para a criatividade e para o

fortalecimento do conhecimento matemático, didático, curricular além de fazer repensarem sua prática.

O conhecimento matemático de professores veteranos e em formação em relação ao conteúdo medidas de comprimento foi alvo do trabalho de Pinheiro (2019). A autora apontou como resultado que os professores veteranos apresentaram melhores resultados e isso pode ter sido pelos anos de experiência, porém as dificuldades apresentadas por ambos os grupos são referentes a conceitos e conversões de unidades de medida, consequência, provavelmente, de um ensino baseado em memorização de fórmulas sem manipulação de objetos.

Esta dificuldade no trato com conversão de medidas, bem como o manuseio dos instrumentos de medição também foi constada na pesquisa de Gusmão, Carvalho e Nunes (2011) realizada com professores do Ensino Fundamental partindo do diálogo, em que foram trabalhados alguns conteúdos relacionados à percepção, à comparação e à classificação de medidas, para tanto fez uso de diferentes unidades para medir um mesmo objeto. Tais dificuldades eram semelhantes a de seus respectivos alunos, consequência, provavelmente, da ausência de realização de atividades manipulativas enquanto alunos.

Tanto Souza (2018) como Gomes (2019) analisaram, baseando-se nos critérios de idoneidade, o tratamento didático-matemático dado ao eixo de conteúdo Medidas e Grandezas em materiais curriculares como o do PACTO/PNAIC<sup>3</sup>. Para Souza (2018), os critérios de idoneidade didática foram contemplados de maneira satisfatória o que a leva a incentivar o uso do material do PACTO/PNAIC, pois traz contribuição na formação do professor. Já na pesquisa de Gomes (2019) este material, assim como os livros didáticos e paradidáticos, os materiais impressos e os manipulativos foram avaliados em um grau de médio a alto. Esta autora concluiu que quanto mais elevado o grau do critério maior será a qualidade do material didático.

Para melhor compreensão, exibimos, a seguir, um quadro-resumo das publicações do GDICEM que, de algum modo, embasaram este nosso estudo.

Quadro 1 — Trabalhos do GDICEM

<b>Tipo</b>	<b>Tema matemático abordado</b>	<b>Autores</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Resultado</b>
Artigo	Medidas de comprimento	Gusmão, Carvalho e Nunes (2011)	Compreender as dificuldades dos discentes no bloco de conteúdo Medidas e Grandezas.	Houve melhora no conhecimento do conteúdo matemático e nas estratégias para resolver as tarefas.
Dissertação	Medidas de	Santos	Investigar como um grupo de	Propiciou a reflexão por parte dos

<sup>3</sup> Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, criado em 2012, é um compromisso assumido pelo Distrito Federal, estados e municípios para alfabetizar todas as crianças até o 3º ano do Ensino Fundamental.

<b>Tipo</b>	<b>Tema matemático abordado</b>	<b>Autores</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Resultado</b>
	massa e outros conteúdos como fração	(2015)	professores que ensinam matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental, analisam o papel da metacognição tendo como base o desenho, a implementação, a valoração e o redesenho de tarefas de alta qualidade metacognitiva.	professores, os quais perceberam a influência do ensino no processo de ensino e aprendizagem dos alunos.
Dissertação	Produtos notáveis	Amorim (2017)	Analisar a atenção dada aos aspectos emocionais emergentes nas aulas de Matemática em face dos Critérios de Idoneidade Didática.	Quanto mais o professor enfatiza as situações-problema e diálogo em sala de aula, maior será o grau de idoneidade didática.
Dissertação	Noções espaciais	Moreira (2017)	Analisar como ocorre o desenvolvimento da percepção de espaço na criança da Educação Infantil.	As tarefas desenhadas contribuíram para aproximar a criança das noções espaciais.
Dissertação	Medidas de superfície e de massa	Sousa (2018)	Analisar o papel do (re)desenho de tarefas para potencializar o conhecimento didático e matemático do professor, visando a promover a articulação necessária deste conhecimento a contextos extra matemáticos.	Potencializou o processo de redesenho de tarefas abertas e contextualizadas interagindo a matemática com o entorno da escola.
Dissertação	Bloco de conteúdo Medidas e Grandezas	Souza (2018)	Analisar o tratamento didático matemático dado ao eixo de conteúdo Grandezas e Medidas no material curricular educativo do Pacto/PNAIC.	A maioria dos indicadores foi atendida satisfatoriamente e materiais do Pacto/PNAIC contribuem para a formação dos professores alfabetizadores.
Dissertação	Medidas de comprimento	Pereira (2019)	Analisar o processo de gestão de tarefas matemáticas de um grupo de professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, antes e depois de um processo formativo.	Contribuição para a reflexão da prática do professor, propiciando o reconhecimento de suas limitações com pretensões de mudanças de sua prática.
Dissertação	Medidas de comprimento e outros conteúdos como equações de 1º e 2º graus	Flores (2019)	Analisar os processos de pensamento de estudantes na resolução de tarefas matemáticas <i>standards</i> e não <i>standards</i> , processos de ordem cognitiva e metacognitiva.	Os alunos utilizam poucas estratégias cognitivas na resolução de tarefas e dão preferência mais às tarefas <i>standards</i> do que as não <i>standards</i> .
Dissertação	Bloco de conteúdo Medidas e Grandezas	Gomes (2019)	Analisar a relação professor-materiais curriculares no ensino de matemática nos anos iniciais, no que diz respeito ao conteúdo grandezas e medidas.	Os professores estabelecem relações com os diversos materiais que utilizam em sala de aula, como por exemplo, livro didático e proposta didática do Pacto/PNAIC além da contemplação dos critérios de idoneidade nas sequências pretendidas e implementadas.
Dissertação	Medidas de superfície e comprimento	Rodrigues (2019)	Analisar como se dá a criatividade de professores no desenho de tarefas matemáticas e como esse processo contribui para a sua formação.	Contribuição para a formação do professor no que se refere à reflexão de sua prática, além de potencializar o conhecimento matemático, didático e curricular além da auto reflexão.
Dissertação	Medidas de comprimento	Pinheiro (2019)	Analisar o conhecimento de professores de Matemática	Os participantes apresentam dificuldades referentes a conceitos



<b>Tipo</b>	<b>Tema matemático abordado</b>	<b>Autores</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Resultado</b>
			veteranos e em formação sobre o ensino de Medidas de Comprimento.	e conversões de unidades de medida.

Fonte: elaborado pela autora (2021).

Diante do cenário destas pesquisas, da experiência vivenciada enquanto bolsista do GDICEM, identificamo-nos com a pesquisa de Pinheiro (2019) por trabalhar com o conteúdo medidas de comprimento e com o conhecimento dos professores em relação a este conteúdo. Com isso, propusemos dar continuidade a este trabalho nos direcionando para o aspecto da formação do professor, especialmente em relação ao conteúdo medidas de comprimento. Busca-se proporcionar condições para que professores possam desenvolver competências para analisar tarefas sobre este conteúdo. Para isso, faremos uso do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas, utilizado no GDICEM.

Todas as pesquisas que trabalharam com a formação do professor proporcionaram aos participantes ampliar seus conhecimentos didáticos e matemáticos e, no que se refere ao conteúdo medidas de comprimento, as dificuldades podem ser amenizadas mais facilmente quando se manipulam objetos e fazem experiências, já que muitos afirmam não ter vivenciado estas experiências quando alunos (GUSMÃO; CARVALHO; NUNES, 2011).

Esta falta de experiência reflete na sala de aula, pois segundo Serrazina (2012), os professores acabam ensinando conforme aprenderam, por isso, deve-se buscar formas possíveis de envolver os alunos aguçando a curiosidade e explorando as várias soluções apresentadas. Tais aspectos são contemplados em Rodrigues (2007) quando afirma que é necessária uma metodologia apropriada, que adeque os procedimentos aos avanços da educação.

Para que o processo de aprendizagem se torne expressivo, é necessário que o professor tenha um melhor domínio, tanto de conhecimentos pedagógicos como de conteúdos próprios da Matemática, que lhe permita compreender, diante do que os alunos já conhecem, o grau de importância, bem como os erros e conceitos trazidos por estes em relação ao objeto de estudo (SILVA, 2010).

Caso o professor não tenha esse domínio do conteúdo, o sucesso no ensino ficará comprometido, pois não se pode, por exemplo, apresentar o bloco de conteúdos Medidas e Grandezas se não for capaz de mostrar a aplicabilidade desse bloco de conteúdo no dia a dia (RODRIGUES, 2007). Para este autor, ao fazer inter-relação com outras áreas como Ciências Naturais e Geografia, ele dará sentido uma aprendizagem atrelada à realidade do aluno, uma

vez que este bloco apresenta algumas características que o obriga a trabalhar com situações investigativas, além de ser um conteúdo de suma importância para compreensão do mundo, conforme preconiza os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e Base Nacional Comum Curricular (2018).

Embora se fale muito em formação de professor em diversas áreas do conhecimento, as discussões sobre processos de desenho e gestão de tarefas durante um processo formativo não acontecem na mesma intensidade e, diante dos resultados destes trabalhos, entre outras coisas, podemos afirmar que um olhar especial para a tarefa pode ser uma boa estratégia de ensino. Além disso, uma boa gestão de tarefas propicia uma aproximação dos alunos com a matemática e esse envolvimento na execução das tarefas é fundamental para alcançar os objetivos educacionais e a qualidade nas aulas (GUSMÃO, 2019).

Dessa forma, o professor deve planejar as tarefas para promover reflexões, discussões e questionamentos que oportunizem aos alunos o reconhecimento das relações existentes entre os conteúdos da matemática, bem como entre a matemática e outras áreas do conhecimento, uma vez que a aprendizagem dos alunos dependerá da qualidade das tarefas oferecidas a eles.

Ao entendermos que as dificuldades dos professores poderiam ser amenizadas por meio de um processo de formação e de investigação no âmbito do desenho de tarefas, propomos realizar um processo formativo com um grupo de professores para analisar as tarefas e as respectivas respostas do teste aplicado na pesquisa de Pinheiro (2019), que foi ancorado nos critérios do desenho de tarefas e de idoneidade didática, cuja **questão de pesquisa** foi: como o estudo, análise e avaliação de tarefas matemáticas podem contribuir para o desenvolvimento de competências didático-matemática no professor da Educação Básica?

Diante dessa questão estabelecemos os seguintes **objetivos** para orientar nossa pesquisa:

- Avaliar o desenvolvimento de competências para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento, no professor da Educação Básica, em especial a competência em análise cognitivo, tomando como referência critérios epistêmicos;
- Analisar a competência para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento no professor da Educação Básica antes e após um ciclo formativo;

Consideramos que um ponto relevante desse estudo é a contribuição para a formação dos professores, pois o conhecimento didático-matemático adquirido poderá ser aplicado na sala de aula de modo que seja proporcionada uma melhora no ensino e aprendizagem da matemática, assim, contribuir para o melhor planejamento das aulas.

## 1 REVISÃO DA LITERATURA E MARCO TEÓRICO

Neste capítulo abordamos o termo competência no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Inicialmente, apresentamos uma busca de pesquisas em alguns repositórios para, em seguida, adentrar nos trabalhos que tomaremos como referência e que estão atrelados ao modelo do Enfoque Ontossemiótico, cujo suporte está sustentado em autores como: Godino e colaboradores (2008, 2009, 2012, 2013, 2017), Breda, Font e Lima (2015), Breda, Font e Pino-Fan (2018), Breda, Pino-Fan e Font (2018) e Zabala (2008). Em seguida, adentramos no conteúdo medidas dando destaque para as medidas de comprimento, no qual autores, a exemplo de Chamorro e Belmonte (2000), Chamorro (2003), Pinheiro (2019), Gusmão e colaboradores (2011) são nossas referências.

### 1.1 Uma revisão da literatura sobre competência de professores e futuros professores para o ensino de matemática

A competência tem sido um tema constante na Educação Matemática, uma vez que a melhoria no ensino tem relação com o conhecimento didático e pedagógico dos professores, por isso, decidimos averiguar como é tratado o termo competência em cinco repositórios, conforme Quadro 2, a seguir, para tanto foi utilizada como palavra-chave o termo “competência matemática”, sem delimitar o período das publicações.

Quadro 2 — Produções acadêmicas sobre competência matemática

Repositório	Tipo	Quantidade
BDTD- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações	Teses e dissertações	6
SciELO- Scientific Electronic Library Online	Artigo	5
Revista Práxis educacional	Artigo	2
Google Acadêmico		14
<b>Total</b>		<b>26</b>

Fonte: elaborado pela autora (2021).

No Quadro 3 detalhamos essas pesquisas identificando os títulos, ano e tipo. Seguiremos por ordem cronológica das publicações.

Quadro 3 — Competência matemática

	Ano	Título	Autor	Tipo
1	2006	Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental com relação à fração.	Raquel Factori Canova	Dissertação
2	2007	Concepções, crenças e competências referentes à	Emilio Celso de Oliveira	Dissertação

	Ano	Título	Autor	Tipo
		leitura, revelados por professores (as) de matemática e o desenvolvimento de práticas de leitura em suas aulas.		
3	2012	Un Estudio Exploratorio sobre las Competencias Numéricas de los Estudiantes para Maestro.	Luis C. Contreras, José Carrillo, Diana Zakaryan, M <sup>a</sup> Cinta Muñoz-Catalán, Nuria Climent	Artigo
4	2013	Competências Profissionais de Professores de Matemática do Ensino Médio Valorizadas por uma Boa Escola: a supremacia da cultura da performatividade.	Vanessa Franco Neto, Marcio Antonio da Silva	Artigo
5	2014	Profissionalidade docente: um estudo sobre as representações sociais de competência para ensinar matemática de professores brasileiros e franceses.	Elisângela Bastos de Melo Espíndola	Tese
6	2015	O professor de matemática e as competências necessárias para o exercício da docência no Ensino.	Rafael Chaves da Luz	Dissertação
7	2016	Competency-based Learning in Higher Mathematics Education as a Cluster of Efficient Approaches (Aprendizagem Baseada em Competências no Ensino Superior de Matemática como um Conjunto de Abordagens Eficientes).	Alexey A. Kytmanov, Michael V. Noskov, Konstantin V. Safonov, Marina V. Savelyeva, Victoria A. Shershneva	Artigo
8	2016	Modelo de Competencias Profesionales de Matemáticas (MCPM) y su Implementación en Profesores de Enseñanza Primaria en Chile.	Verónica Díaz Q., Álvaro Poblete L.	Artigo
9	2016	Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas.	Horacio Solar, Jordi Deulofeu	Artigo
10	2015	Competência de reflexão e a formação inicial de professores de matemática no Chile.	María José Seckel, Vicenç Font	Artigo
11	2015	Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática.	Vicenç Font, Adriana Breda, Gemma Sala	Artigo
12	2015	Diseño formativo para desarrollar la competencia de análisis epistémico y cognitivo de profesores de matemáticas	Godino, J. D. <i>et al.</i> ,	Artigo
13	2016	Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas.	Pochulu, M.; Font, V.; Rodríguez, M.	Artigo
14	2016	La competencia en análisis didáctico. Una mirada desde el Enfoque ontosemiótico.	Font, V. <i>et al</i>	Artigo
15	2016	El portafolio como herramienta para desarrollar y evaluar la competencia reflexiva en futuros profesores de matemática.	Seckel, M. J.; Font, V.	Artigo
16	2016	Relações entre conhecimentos e competências na formação inicial de professores de matemática	Fernandes, J. A; Pietropaolo, R.C.; Font, V.	Artigo
17	2017	Percepções de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre resolução de problemas e competências socioemocionais.	Alexandra Amadio Belli	Dissertação
18	2017	Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional.	Morales-López, Yuri; Font, V. M.	Artigo
19	2017	Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas.	Godino, et al.	Artigo
20	2017	Campo, habitus e competências e práticas de ensino dos professores de Matemática de escolas	Fábia Maria de Souza	Tese

	Ano	Título	Autor	Tipo
		brasileiras do ensino médio estadual com bons resultados no Enem.		
21	2018	Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico.	Font, V.	Artigo
22	2018	Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM).	Font, V. et al.	Artigo
23	2019	Competencia comunicativa en la formación inicial actual del profesor de matemática en Chile	Vargas-Díaz, C.; Apablaza, H.	Artigo
24	2019	La competencia digital docente y su impacto en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática.	Revelo-Rosero, J. E.; Lozano, E. V.; Romo, P. B.	Artigo
25	2020	Estudio de la competencia profesional de profesores de secundaria sobre tareas matemáticas escolares.	Loria, J. R.; Lupiáñez, J. L.	Artigo
26	2020	Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática.	Seckel, M. J; Font, V	Artigo

Fonte: elaborado pela autora (2021).

As pesquisas de Canova (2006) e Oliveira (2007) investigam as crenças, as concepções e as competências de professores de matemática, sendo a primeira pesquisa em relação à fração, já a segunda, em relação ao desenvolvimento de práticas de leitura durante as aulas. Para Canova (2006), há necessidade de ampliação do campo conceitual dos professores participantes em relação ao objeto matemático fração, enquanto que Oliveira (2007) constatou que a resolução de problemas matemáticos fica prejudicada pela ausência de interpretação de textos na sala de aula, dessa forma, há prejuízo no desenvolvimento da competência leitora.

Essa deficiência no conhecimento matemático foi constatada também por Contreras *et al.* (2012), para quem essa lacuna deve ser o ponto de partida para conscientizar os professores em formação sobre a competência numérica que precisa ser desenvolvida ao longo do curso. O domínio do conhecimento matemático é também necessário aos professores veteranos para corrigir os erros dos estudantes auxiliando-os na aprendizagem, conforme pesquisa de Espíndola (2014).

Para potencializar a aprendizagem, via resolução de problemas, Díaz e Poblete (2016) desenvolveram uma pesquisa com professores associando o saber matemático-pedagógico com a prática em sala de aula, mediante a implantação de um Modelo de Competências Profissionais em Matemática (MCPM). Com isso, os professores atualizaram seus saberes matemáticos e didáticos, para melhorar o desempenho docente e favorecer a competência profissional.

A resolução de problemas, agora mais atrelada às competências socioemocionais é o foco da investigação de Belli (2017). Segundo a autora, fica evidente a importância da

resolução de problemas matemáticos como uma oportunidade para desenvolvimento da competência socioemocional perante os alunos, no que diz respeito ao gerenciamento de momentos estressantes e conflituosos na sala de aula, às alterações na prática pedagógica e ao fortalecimento dos objetivos propostos.

O foco do trabalho de Solar e Deulofeu (2016) é a competência em argumentação que é promovida principalmente pela gestão do erro, tipo de pergunta e de participação. No que se refere à gestão do erro, os autores mencionam como indicadores: socializar os conhecimentos matemáticos; não revisar antecipadamente os erros. Enquanto que para os tipos de perguntas são os seguintes indicadores: elaborar perguntas com justificativas; diante das respostas dadas, elaborar novas perguntas; planejar perguntas que não mudem o foco rapidamente. Para a participação, os autores oferecem um único indicador: não validar respostas sem a socialização das respostas dos outros alunos.

Como conclusão, os autores reconheceram que além dessas três estratégias comunicativas há outras que promovem a argumentação que são tarefas matemáticas abertas e o planejamento. Essas tarefas devem permitir usar várias estratégias de resolução para promover variados pontos de vista. No que concerne ao planejamento, o professor deve conduzir as tarefas abertas ao conflito, este, quando gerado, exige que o professor faça intervenções com ações e perguntas para promover a argumentação.

A competência profissional necessária ao professor de matemática foi trabalhada nas pesquisas de Luz (2015), Kytmanov *et al.* (2016) e Loria e Lupiáñez (2020). Nestas pesquisas foi verificado que quando um docente da Educação Superior busca um ensino em que a aprendizagem matemática é baseada no desenvolvimento de competência, o domínio matemático terá mais êxito (LUZ, 2015; KYTMANOV *et al.*, 2016). Além disso, os professores do Ensino Médio têm sua competência profissional percebida durante as reflexões sobre as práticas e na elaboração de tarefas, resultantes de trocas de conhecimento na formação (LORIA; LUPIÁÑEZ, 2020).

Neto e Silva (2013), motivados pelas notas do ENEM de 2009, também estudaram a competência profissional do professor de matemática. Os autores perceberam que a administração do tempo, o bom relacionamento com os alunos e a atualização quanto às avaliações externas são competências prioritárias para obtenção de resultados satisfatórios em avaliações externas e internas. Já Souza (2017), que foi motivada pelas notas do ENEM de 2014, percebeu que as práticas dos professores se restringiam a seis aspectos: um ensino tradicional, avaliações periódicas, atividades que estimulem a competitividade, questões que promovam a leitura e interpretação, experimentos em laboratórios e resolução de problemas.

Além das competências citadas anteriormente, outras foram estudadas em algumas pesquisas. O desenvolvimento da competência reflexiva em formadores de professores de matemática foi investigada por Seckel e Font (2020), os quais apontaram a necessidade de os formadores incorporarem ferramentas teóricas como os critérios de idoneidade didática para desenvolver a competência reflexiva nos futuros professores. Esta competência também foi trabalhada com futuros professores nas pesquisas de Seckel e Font (2015; 2016; 2017) e Morales-Lopes e Font (2017), cujo resultado também foi a necessidade de se elevar o nível de competência reflexiva dos futuros professores que tenha como referência os critérios de idoneidade didática.

Outra competência a ser desenvolvida pelos professores é a competência comunicativa na aula de matemática, investigada por Vargas-Diaz e Apablava (2019). Tais autores constataram que esta competência é vista como uma competência geral relacionada apenas à oralidade e à escrita e não específica do professor de matemática. Já o trabalho de Revelo-Rosero, Lozano e Romo (2019), analisa a interferência da competência digital na aprendizagem matemática, com isso, constatam que a maioria dos professores não sabe como usar a tecnologia em sala de aula, por isso, tem uma visão negativa desta competência.

Font, Breda e Sala (2015) e Font *et al.* (2016) investigaram a competência em análise didática fundamental para o professor do Ensino Médio. Esta competência, também utilizada no trabalho de Pochulu, Font e Rodríguez (2016) com formadores de professores, é baseada no EOS e se os professores não a tiverem desenvolvido, o currículo ficará desvinculado de sua prática (FONT; BREDA; SALA, 2015). Por isso, para Fernandes, Pietropaolo e Font, (2016), o conhecimento do professor de matemática fica mais consolidado quando se tem o conhecimento matemático e o conhecimento dos modos de aplicação e de avaliação desse conhecimento, utilizando critérios de qualidade no ensino e aprendizagem.

Na tentativa de articular o conhecimento e a competência do professor, é que Godino *et al.* (2015, 2017) e Font (2018) descrevem um modelo teórico chamado Conhecimentos e Competências Didático-Matemáticas (CCDM). Estas noções são categorizadas em função de facetas de Enfoque Ontossemiótico da Instrução e Cognição Matemática, sendo que essas facetas servem para orientar, desenvolver e avaliar as ações em sala de aula, portanto, importantes na prática profissional para identificar a idoneidade/adequações de um processo de estudo.

Os conhecimentos propostos pelo modelo CCDM foram aplicados por Font *et al.* (2018a) em uma narrativa de prática de uma futura professora para identificar os conhecimentos e a competência em análise e intervenção didática. A pesquisa mostra o

potencial do modelo na formação do professor com destaque para a incorporação da idoneidade didática como ferramenta para levar o professor à reflexão.

De modo geral, podemos dizer que nessas pesquisas, o professor precisa ter mais conhecimentos sobre a disciplina que leciona o que corrobora as afirmações de Godino e colaboradores (2009) sobre a necessidade de o professor intensificar os seus conhecimentos tanto conceituais como pedagógicos. A esse respeito iremos adentrar no próximo item.

Em específico, ao analisar estas pesquisas percebemos que as competências dos professores veteranos ou em formação não são uma preocupação restrita ao Brasil. Mesmo que cada país tenha suas particularidades, a formação daqueles envolvidos no ambiente escolar é uma preocupação geral.

## **1.2 Um modelo de conhecimentos e competências didático-matemáticas do professor**

Como visto no item anterior, o termo *competência* vem sendo utilizado cada vez mais no desenvolvimento curricular e nas práticas de ensino. No âmbito da Educação Matemática Godino *et al.* (2012, p. 2, tradução nossa) observa que “competência é a capacidade de enfrentar um problema complexo ou resolver uma atividade complexa”. Font, Breda e Sala (2015, p. 21) compartilham dessa ideia ao definir o termo competência “como o conjunto de conhecimentos, disposições, etc. que permite o desempenho eficaz nos contextos próprios da profissão, das ações citadas em sua formulação”.

Estas definições acima coincidem com a exposta na BNCC (2018), pois este documento define a competência como a aplicação de conhecimentos, habilidades, atitudes, valores em situações cotidianas complexas, no exercício da cidadania e no trabalho. Enquanto isso, Zabala (2008, p. 80) define: “Competência matemática = Uso de conhecimento matemático para resolver problemas (situações) relevantes desde o ponto de vista social” e distingue os termos conhecimento e competência. O conhecimento “é o produto da elaboração da informação que se recebe” (p. 82) e competência “é o uso desse conhecimento em um contexto” (p. 82).

A autora afirma, com base em Perrenould (2004), que no contexto da matemática, competência matemática não é o mesmo que conhecimento matemático, “as competências não são em si mesmas conhecimentos, habilidades ou atitudes, embora mobilizem, integram, orquestram tais recursos (PERRENOUD, 2004 *apud* ZABALA, 2008, p. 82, tradução nossa). Para a autora, conhecimento e competência possuem relação dialética e circular e não de



dependência linear hierárquica, isto implica escolher os conteúdos de acordo com as competências que se deseja desenvolver.

Já Godino *et al.* (2017) relacionam as noções de conhecimento e competência levando em conta as relações entre objeto e prática colocadas na resolução de um problema matemático (aqui tratado como tarefas matemáticas). Entende-se por objeto “qualquer entidade ou coisa à qual nos referimos, ou da qual falamos, seja real, imaginária ou de qualquer outro tipo, que intervém de alguma maneira na atividade matemática” (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p. 12). Já a prática matemática, segundo esses autores, é “toda atuação e expressão (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguém para resolver problemas matemáticos, comunicar a outros a solução obtida, validá-la ou generalizá-la a outros contextos e problemas” (GODINO; BATANERO; FONT, 2008, p.11).

Esta relação entre conhecimento e competência tem sido desenvolvida no Enfoque Ontossemiótico (EOS) por meio de um modelo teórico chamado de Conhecimento Didático-Matemático (modelo CDM), o qual propõe meios de analisar o conhecimento didático-matemático do professor mediante a aplicação de ferramentas do EOS (CASTRO; PINO-FAN; FONT, 2015). Este conhecimento didático-matemático “é o conhecimento mais aprofundado da matemática e seu ensino, diferente do que adquire os estudantes” (GODINO *et al.*, 2016, p. 288). Além disso, no modelo CDM o conhecimento do professor está organizado em três dimensões: matemática; didática e meta-didática (PINO-FAN; GODINO, 2015; FONT, 2018).

A dimensão matemática refere o conhecimento necessário para resolver tarefas no mesmo nível cognitivo de seus alunos, bem como articular esse conhecimento com níveis posteriores. Na dimensão didática leva-se em conta o conhecimento dos fatores que interferem no planejamento e implementação das tarefas, conforme Font (2018). Esta dimensão é composta por seis categorias ou facetas, a saber:

- 1-epistêmica: é o conhecimento didático-matemático sobre o próprio conteúdo, ou seja, a forma particular como o professor de matemática compreende e sabe matemática;
- 2-cognitiva: envolve o conhecimento de como os alunos aprendem, raciocinam e compreendem matemática e como progridem em seu aprendizado;
- 3-afetiva: inclui conhecimento sobre afetivo, emocional, atitudes e crenças dos alunos em relação a objetos matemáticos e processo de estudo;
- 4-interacional: refere-se ao conhecimento sobre o ensino da matemática, organização de tarefas, resolvendo as dificuldades dos alunos e interações que se podem estabelecer na aula;
- 5-mediacional: é o conhecimento dos recursos (tecnológicos, materiais e temporais) apropriados para potencializar o aprendizado do aluno;

6-ecológica: implica as relações do conteúdo matemático com outras disciplinas e os fatores curriculares, socioprofissionais, políticos, econômicos que condicionam os processos de instrução matemática (GODINO *et al.*, 2017, p. 96-97, tradução nossa).

O ponto chave das facetas, conforme Godino (2009) são as facetas epistêmica e cognitiva, pois a ação das pessoas diante do conteúdo específico é que dará sentido à matemática, ou seja, primeiro se pensa no conteúdo, no conhecimento prévio do aluno e o que pretende que ele adquira e só depois pensará nos aspectos para que “se efetive, passando aí pelo planejamento das ações que vão contemplar, dentre outros, o método que será utilizado, o tempo e os materiais que serão disponibilizados e as interações que serão promovidas” (MOREIRA, 2017, p. 32).

Mesmo tendo as facetas epistêmicas e cognitivas como base, também se concede relevância a outras, pois todas as “facetas formam parte do conhecimento especializado do professor de matemática na medida em que tais processos põem em jogo algum conteúdo matemático, seja comum ou ampliado” (GODINO *et al.*, 2017, p. 97, tradução nossa).<sup>4</sup>

Essas seis facetas são essenciais para o planejamento e o desenvolvimento dos conhecimentos didático-matemáticos e podem ainda ser utilizadas tanto em episódios de classe como em sessões de aulas, o que as tornam úteis na formação de professores, pois permitem avaliar e justificar o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Logo, antes de planejar as tarefas é importante refletir quais facetas devem ser utilizadas no planejamento destas tarefas a fim de desenvolver competências matemáticas (BREDA; FONT; LIMA, 2015).

Já a dimensão meta-didática diz respeito, conforme Font (2018, p. 754), “ao conhecimento necessário para refletir sobre a própria prática [...], valorizar um processo de instrução e realizar um redesenho que, em futuras implementações, o melhore” (BREDA; PINO-FAN; FONT, 2017).

Estudiosos do EOS, como Rubio (2012); Font, Breda e Sala (2015) e Seckel e Font (2016) expuseram a necessidade de um modelo para avaliar e desenvolver as competências do professor, de modo que foram conduzidos para a criação do modelo chamado Conhecimento e Competência Didático-Matemáticas do Professor de Matemática (CCDM) que tenta, segundo os autores, responder a duas perguntas: 1) como se entende a noção de competência; e 2) quais competências o professor deve ter (FONT; PINO-FAN; BREDA, 2018; FONT *et al.*, 2018a).

---

<sup>4</sup> “Facetas forman parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la medida en que tales procesos ponen en juego algún contenido matemático, sea común o ampliado” (GODINO *et al.*, 2017, p. 97).

No modelo CCDM “se considera que as competências chaves do professor de matemática, são a competência matemática e a competência de análise e intervenção didática” (FONT; 2018, p. 750). Ambas as competências são desafios na formação de professores “pela diversidade de dimensões e componentes a levar em conta” (GODINO, *et al.*, 2017, p. 92). Esta última é a principal do modelo e é definida como “Desenhar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagens próprias ou de outros, mediante técnicas de análise em didática e critérios de qualidade, para estabelecer ciclos de planejamento, implementação, avaliação e disponibilizar propostas de melhoria” (BREDA; FONT; LIMA, 2015, p. 22).

Esta competência é apresentada por Godino; Font; Wilhelmi (2008) e Godino *et al.* (2017) composta de cinco subcompetências ou níveis de análise: a) competência em análises de significados globais; b) competência em análises ontossemióticas de práticas matemáticas; c) competência em análises e gestão de configurações didáticas; d) competência em análises normativas; e) competência em análises e valoração da idoneidade didática<sup>5</sup>.

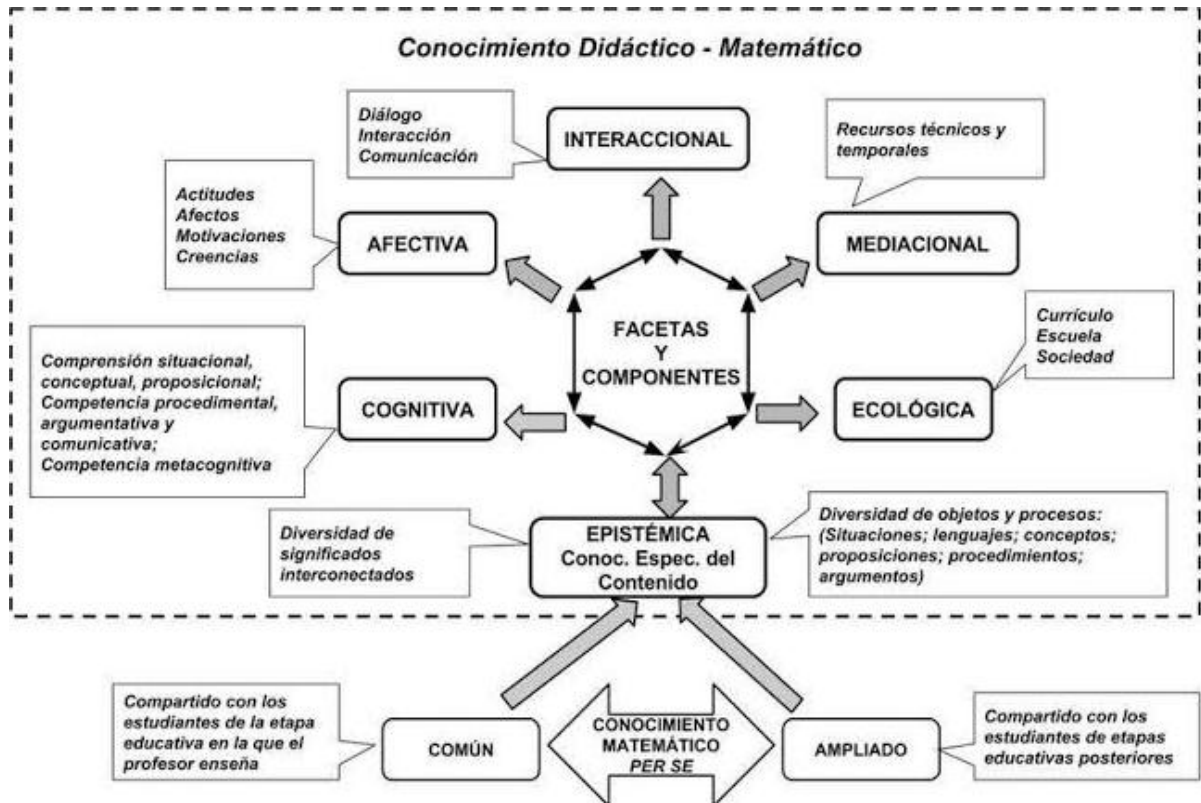
Tais subcompetências são tipos de análise aplicáveis a um processo de estudo matemático, cada um com sua importância, conforme salientam Godino, Font e Wilhelmi (2008), no qual as duas primeiras subcompetências são fundamentais no desenho curricular e no planejamento. Já a terceira e quarta são úteis na implantação e a quinta competência serve tanto para planejamento como avaliação de processos. Em nosso trabalho vamos nos direcionar para a última subcompetência, detalhada no próximo item.

A seguir, na Figura 1, é apresentado o modelo do conhecimento didático-matemático relacionado às facetas.

Figura 1 — Modelo do conhecimento didático-matemático

---

<sup>5</sup> Maiores detalhes sobre estas subcompetências ver em Godino; Font; Wilhelmi (2008) e Godino *et al.* (2017).



Fonte: Página do Enfoque Ontossemiótico<sup>6</sup>.

Em relação aos fatores que podem interferir no processo ensino e aprendizagem, Godino *et al.* (2017, p. 92) nos lembram que

O professor deve ser capaz de analisar a atividade matemática ao resolver os problemas, identificando as práticas, objetos e processos postos em jogo, e as variáveis que intervêm nos enunciados, a fim de formular novos problemas e adaptá-los a cada circunstância educativa (GODINO *et al.*, 2017, p. 92, tradução nossa).

Então, podemos considerar essa análise como uma avaliação do processo, na qual é levada em consideração a competência adquirida e o que precisa mudar para desenvolvê-la. Remetemo-nos à Zabala (2008, p. 175), quando observa que avaliar competência sugere fornecer evidências do que é capaz de fazer segundo o que a competência em questão solicita, “isto é demonstrar que é capaz de aplicar o que se sabe para resolver uma situação problemática em um contexto determinado”.

No âmbito das tarefas matemáticas<sup>7</sup>, Zabala (2008) observa que para avaliá-las são necessários critérios de avaliação e cada competência precisa ter seu próprio critério para indicar a qualidade da resposta obtida. Por isso, é importante, inicialmente, “identificar as

<sup>6</sup> <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/fprofesores.html>

<sup>7</sup> Toda proposta que o professor leva para sala de aula (PONTE, 2014; GUSMÃO, 2016; 2019).

diversas competências que se deseja avaliar e enunciar critérios de avaliação para cada uma das competências que se colocará em prática na tarefa” (ZABALA, 2008, p. 183).

No entanto, para avaliar e desenvolver competências são necessárias definições, níveis de desenvolvimento e indicadores (FONT, 2018). O ponto de partida deve ser uma tarefa que produza a percepção de um problema que conduza à mobilização de conhecimentos e habilidades para solucioná-lo (SECKEL; FONT, 2015b). O êxito alcançado ou não dessa prática pode ser semelhante a algumas práticas mencionadas em descritores de competência e que podemos associá-la a certo nível de competência (SECKEL; FONT, 2015a, 2015b; FONT, 2018).

Em uma formação de professores se deve, entre outras coisas, determinar os critérios e indicadores de cada competência, bem como os critérios de avaliação dessas competências além de elaborar ciclos formativos para desenvolver as competências (FONT; BREDÁ; SALA, 2015). Nesses ciclos formativos se analisa as práticas dos professores na resolução das tarefas, bem como o conhecimento didático-matemático apresentado, de modo que sejam encontrados indicadores para justificar o nível de desenvolvimento da competência profissional que se está avaliando (FONT; BREDÁ; SALA, 2015).

### **1.3 Competências profissionais dos professores de matemática**

Alguns autores têm manifestado algumas competências que professores de matemática precisam desenvolver. Niss (2003) considera as seguintes competências específicas do professor de matemática: pensar matematicamente; formular e resolver problemas; argumentar; construir modelos; raciocinar matematicamente; representar; empregar operações e linguagem simbólica; comunicar; empregar suportes e ferramentas. Tais competências são divididas em dois grupos: as cinco primeiras têm relação com a capacidade de fazer e de responder tarefas matemáticas, enquanto as três últimas se referem à capacidade de gerenciar linguagens e ferramentas matemáticas.

Algumas dessas competências estão inclusas na BNCC (2018), como competências a serem desenvolvidas pelos alunos: raciocinar, representar, comunicar e argumentar. A primeira trata-se de investigação, de explicação e de justificação dos problemas resolvidos, a qual enfatiza a argumentação matemática. Na representação se elabora registros para evocar o objeto matemático, tais registros são úteis para compreender, resolver e comunicar a solução de um problema. Na comunicativa os alunos devem apresentar oralmente as soluções encontradas justificando suas conclusões não só por meio de símbolos matemáticos, mas por

meio da língua materna. Na argumentação o aluno formula e testa conjecturas com justificativas plausíveis (BNCC, 2018).

Enquanto isso, a competência matemática é definida por Niss (2003, p. 07, tradução nossa) como a “habilidade em compreender, julgar, fazer e usar a matemática em uma variedade de contextos e situações intra e extra-matemáticas em que a matemática desempenha ou poderia desempenhar um papel” ao contrário do que afirma Zabala (2008) e a BNCC (2018), que não consideram a competência como habilidade em si mesma.

Assim, competência matemática é para todos porque é condição de desenvolvimento pessoal e integração social e não somente científico e técnico (ZABALA, 2008). Levando-se em consideração esta condição, não podemos confundir conhecimento matemático com competência matemática, pois esta confusão tem como consequência “avaliar e, posteriormente, classificar os estudantes pelo conhecimento que são capazes de aprender e não pela competência matemática que são capazes de desenvolver” (ZABALA, 2008, p. 83, tradução nossa).

A competência comunicativa, já mencionada na revisão de literatura nos trabalhos de Vargas-Diaz e Apablava (2019), também foi contemplada por Niss (2003) como a compreensão e a expressão de textos em variados registros linguísticos, tanto na forma oral como escrita, levando-se em conta a teoria e a técnica. Vargas (2013, p. 3, tradução nossa) define competência comunicativa como a “capacidade social comunicativa para ensinar matemática que se desenvolve quando o professor reflete sobre a importância da comunicação para ensinar um grupo de alunos interessados em aprender matemática. Esta autora apresenta categorias de níveis discursivos em ordem crescente de valoração: alusiva; valorativa; descritiva; atuativa; implicativa; normativa. Com base em Vargas (2012; 2013), descrevemos cada uma delas de modo resumido:

1. Alusiva: reconhece e identifica algo de maneira superficial sem aprofundar no fato ocorrido;
2. Valorativa: reflete a comunicação matemática na aula de forma genérica;
3. Descritiva: indica as formas de produzir comunicação enfatizando algum elemento de análise da relação do aluno com o conteúdo;
4. Atuativa: indica o valor das ações comunicativas desenvolvidas na aula;
5. Implicativa: reflete e valora os processos comunicativos enfatizando as consequências positivas e negativas da comunicação;
6. Normativa: reconhece que as normas servem para explicar as implicações e decisões da comunicação.

Estes três últimos níveis discursivos se referem a um nível superior de reflexão no processo comunicativo para construir ideias e relações matemáticas.

Em relação à competência reflexiva, o professor “analisa criticamente sua prática pedagógica e de outros professores em razão de seu impacto na aprendizagem dos alunos, propõe e fundamenta alterações para melhorá-la” (SECKEL; FONT, 2016, p. 501). Esses autores expuseram níveis e descritores dessa competência em Seckel e Font (2015a, 2015b, 2017).

Quadro 4 — Níveis de desenvolvimento da competência reflexiva

Nível 1	Nível 2	Nível 3
D1. Conhece o sistema educacional nacional, seus objetivos e metas, sua estrutura, os regulamentos que o regem, suas principais conquistas e os desafios e objetivos que possui.	D3. Analisa a prática pedagógica com base em seu impacto na aprendizagem dos alunos.	D5. Analisa criticamente a prática pedagógica com base em seu impacto na aprendizagem dos alunos considerando o contexto institucional
D2. Possui ferramentas implícitas para observação e as têm presentes na análise de uma prática.	D4. Utiliza explicitamente critérios de qualidade para avaliar processos já realizados no ensino e aprendizagem da matemática.	D6. Explica os fenômenos didáticos observados nos processos de aprendizagem.
		D7. Possui ferramentas de observação e avaliação das aulas que lhe permite propor e fundamentar alterações para melhoria da prática.

Fonte: Seckel e Font (2017, p. 1239, tradução nossa).

O Quadro 4 se refere aos níveis de desempenho da competência reflexiva no qual o nível 1 é o mais baixo, o 2 moderado e o 3 é o mais alto. Embora entrelaçada, a competência comunicativa é menos abrangente do que a competência reflexiva, pois esta se refere ao conhecimento meta didático que considera todas as facetas da idoneidade didática, enquanto a outra se refere apenas à comunicação na aula de matemática, mesmo que para desenvolver a competência comunicativa, seja necessária a reflexão.

Essas são algumas categorias profissionais específicas do professor de matemática que consideramos como recorte da competência em análise e intervenção didática, uma vez que uma das características desta é a avaliação das tarefas, assim como as competências específicas possuem.

#### 1.4 Critérios de Idoneidade Didática (CID)

Para Godino (2013a, p. 112), a Didática da Matemática tem se consolidado nos últimos anos, “no entanto, existe um certo divórcio entre os resultados das investigações acadêmicas e a práticas de ensino da matemática”. Visando a aproximar as pesquisas acadêmicas às práticas de ensino e à sala de aula, o Enfoque Ontossemiótico introduziu a noção de Idoneidade Didática<sup>8</sup> como uma ferramenta didática normativa, descritiva e explicativa para orientar a intervenção em sala de aula o que permitiu reflexões, críticas e justificativas do ensino e aprendizagem (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018; GODINO, 2013a).

O construto idoneidade didática foi desenvolvido sob algumas bases, a saber: permite refletir a prática e propor melhorias; utiliza o termo idoneidade como sinônimo de qualidade; as propostas ditas como as melhores são oriundas do consenso da comunidade científica; o construto idoneidade didática deve ser multidimensional, ou seja, decompor-se em idoneidades parciais e cada uma destas em componentes; um processo de ensino e aprendizagem é considerado idôneo quando há um equilíbrio entre os critérios de idoneidade; os critérios de idoneidade podem entrar em conflito e conduzir o professor a estabelecer peso para cada um, de acordo com o contexto; os critérios considerados de menor peso em determinados contextos podem ganhar notoriedade em um redesenho do processo de ensino e aprendizagem (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018).

A idoneidade didática é definida como o grau em que um processo reúne características que permitem classificá-lo como adequado “para alcançar a adaptação entre significados pessoais alcançados pelos alunos (aprendizagem) e significados institucionais pretendidos ou implementados (ensino), levando em consideração as circunstâncias e recursos disponíveis (ambiente)” (GODINO, *et al.*, 2016, p. 291, tradução nossa). Esta idoneidade didática pode ser aplicada em uma aula implementada, em uma proposta curricular, na análise de um material didático, nas respostas de estudantes em determinadas tarefas etc. (GODINO, 2013a).

Para considerar um processo de ensino como adequado são necessários critérios de adequação ou idoneidade “que permitam avaliar os processos de instrução efetivamente implementados e “guiar” sua melhora” (GODINO; FONT; WILHELMI, 2008, p. 30). Conforme Breda, Font e Lima (2015, p. 05), os critérios também “funcionam como regra de correção que estabelece o como deveria ser realizado um processo de instrução”, ou seja, eles são úteis no planejamento, na implementação e na avaliação do que foi realizado.

---

<sup>8</sup> Em nosso trabalho estamos considerando o termo idoneidade como sinônimo de adequação.

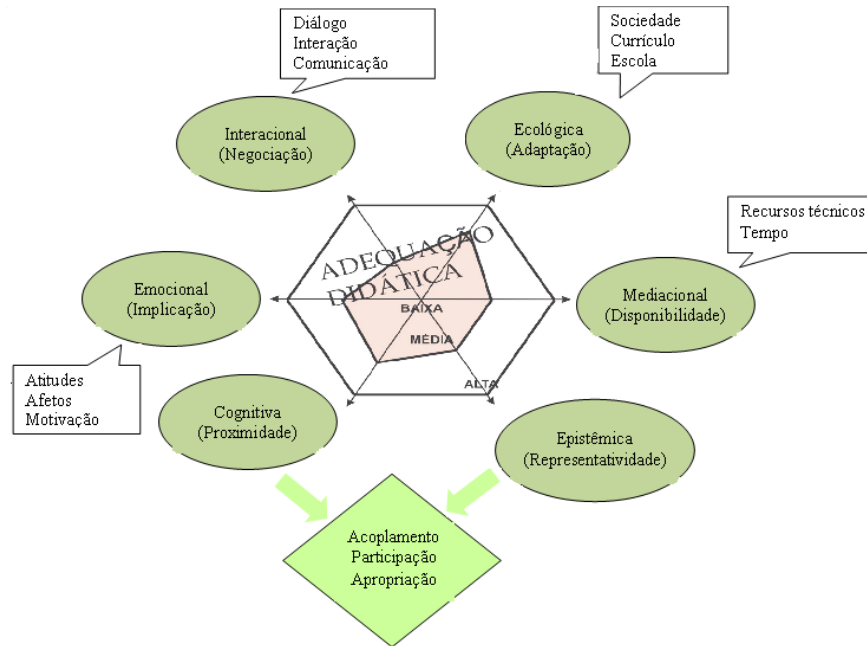


Para Godino *et al.* (2013), ainda que os professores conheçam os princípios didáticos e pedagógicos, sua aplicação em determinados conteúdos os deixam inseguros o que seria útil dispor de um guia para apoiar o desenho instrucional e a reflexão da aprendizagem. Godino *et al.* (2017, p. 96-97) propõem um guia composto por seis facetas/critérios: epistêmica, cognitiva, afetiva, interacional, mediacional, ecológica, as quais são abaixo descritas, de acordo com Hummes, Font e Breda (2019, p. 67, tradução nossa):

- 1-Idoneidade epistêmica: para avaliar se a matemática que está sendo ensinada é "boa matemática";
- 2-Idoneidade cognitiva: para avaliar, antes de iniciar o processo instrucional, se o que se pretende ensinar está a uma distância razoável do que os alunos sabem, e após o processo, se a aprendizagem adquirida está próxima do que se pretendia ensinar;
- 3-Idoneidade interacional: para avaliar se as interações resolvem dúvidas e dificuldades dos alunos;
- 4-Idoneidade mediacional: para avaliar a adequação dos recursos materiais e temporais utilizados no processo instrucional;
- 5-Idoneidade emocional: para avaliar a implicação (interesse e motivações) dos alunos durante o processo de instrução;
- 6-Idoneidade ecológica: para avaliar a adequação do processo instrucional ao projeto pedagógico do centro, as diretrizes curriculares, as condições do ambiente social e profissional.

O EOS representa estas idoneidades por meio de um hexágono regular, no qual o processo de estudo implementado atingiu o grau máximo em todas as adequações parciais. Já o hexágono inscrito representa grau de idoneidade efetivamente atingido no processo, ou seja, este hexágono inscrito representa o real, já o regular, representa o ideal. A Figura 2, a seguir, representa os critérios que compõem a adequação didática (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

Figura 2 — Critérios de idoneidade didática



Fonte: (GODINO; BATANERO; FONT, 2008).

Estes critérios de idoneidade funcionam porque são “normas de correção surgidas do discurso argumentativo da comunidade científica, quando este está orientado a conseguir um consenso sobre o que pode considerar como melhor” (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018, p. 264). Tais critérios podem ainda ser utilizados na formação (inicial e continuada) de professores “para avaliar os processos de estudo matemático” (GODINO; FONT; WILHELMI, 2008, p. 45). Eles ainda permitem ao professor “refletir e decidir de maneira autônoma e em função do contexto, ações para conseguir uma melhora de seus processos de ensino e aprendizagem” (BREDA; FONT; PINO-FAN, 2018, p. 273).

No que se refere à operacionalização desses critérios, Godino (2013a) e Breda, Font e Lima (2015) definem um conjunto de indicadores baseados em pesquisas e documentos oficiais que permitem avaliar o grau de adequação de cada componente/critério, tais critérios são ferramentas de análise do professor que “deve conhecer, compreender e avaliar esta ferramenta e adquirir competência para seu uso pertinente” (GODINO, *et al.*, 2017).

Quadro 5 — Critérios de Idoneidade e seus indicadores

Componentes	Indicadores
<b>Idoneidade epistêmica</b>	
Erros	Não se observam práticas que se consideram incorretas desde o ponto de vista matemático.
Ambiguidades	Não há ambiguidades que possam causar confusão para os alunos: definições e procedimentos enunciados de forma claros e corretos, adaptados ao nível de ensino a que se destinam; adequação das explicações, verificações,

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
	demonstrações ao nível educacional a que se destinam, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de processos	A sequência de tarefas contempla o desempenho de processos relevantes na atividade matemática (modelagem, argumentação, resolução de problemas, conexões, etc.).
Representatividade	As definições de significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que você deseja ensinar contemplada no currículo. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática a ser ensinada.</li> <li>• Para um ou mais significados parciais, amostra representativa de problemas.</li> <li>• Para um ou mais significados parciais, uso de diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico...), tratamentos e conversões entre eles.</li> </ul>
<b>Idoneidade cognitiva</b>	
Conhecimentos prévios (componentes similares idoneidade epistêmica)	Os alunos têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema (se tem estudado anteriormente ou o professor planifica seu estudo). Os significados pretendidos se podem alcançar (tem uma dificuldade manejável) em seus diversos componentes.
Adaptação curricular as diferenças individuais	Se incluem atividades de ampliação e de reforço.
Aprendizagem	Os diversos modos de avaliação mostram a apropriação dos conhecimentos dos conhecimentos/competências pretendidas ou implementadas.
Alta demanda cognitiva	Se ativam processos cognitivos relevantes (generalizações, conexões intramatemáticas, trocas de representação, conjecturas, etc.) Promove processos metacognitivos.
<b>Idoneidade interacional</b>	
Interação docente-discente	O professor faz uma apresentação clara do tema (apresentação clara e bem organizada, não fala muito rápido, enfatiza os conceitos-chaves do tema, etc). Se reconhece e resolve os conflitos de significado dos alunos (se interpretam corretamente os silêncios dos alunos, suas expressões faciais, suas perguntas, se faz um jogo de perguntas e respostas adequado, etc). Se busca chegar a consensos com base no melhor argumento. Se usa diversos recursos retóricos e argumentativos para implicar e captar a atenção dos alunos. Se facilita a inclusão dos alunos na dinâmica da classe e não na exclusão.
Interação entre os discentes	Se favorece o diálogo e comunicação entre os estudantes. Se favorece a inclusão em grupo e se evita a exclusão.
Autonomia	Se contemplam momentos em que os alunos assumem a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação).
Avaliação formativa	Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.
<b>Idoneidade mediacional</b>	
Recursos materiais (manipulativos, calculadoras, computadores)	Uso de materiais manipulativos e informáticos que permitem introduzir boas situações linguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao significado pretendido. As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações e modelos concretos e visualizações.
Número de alunos,	O número e a distribuição dos alunos permitem realizar o ensino pretendido.

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
horário e condições da aula	O horário do curso é apropriado (por exemplo, nem todas as sessões são realizadas na última hora). A aula e a distribuição dos alunos são adequadas para o desenvolvimento do processo instrucional pretendido.
Tempo (de ensino coletivo/tutoria, tempo de aprendizagem)	Adequação dos significados pretendidos/implementados ao tempo disponível (presencial e não presencial). Inversão do tempo nos conteúdos mais importantes ou centrais do tema. Inversão no tempo dos conteúdos que apresentam mais dificuldades.
<b>Idoneidade emocional</b>	
Interesses e necessidades	Seleção de tarefas de interesse dos alunos.
	Proposição de situações que permitam avaliar a utilidade da matemática na vida cotidiana e profissional.
Atitudes	Promoção da implicação nas atividades, a perseverança, responsabilidade, etc. Se favorece a argumentação em situações de igualdade; o argumento é valorizado em si mesmo e não por quem o disse.
Emoções	Promoção da autoestima, evitando a rejeição, fobia ou medo da matemática. Se ressalta as qualidades de estética e precisão da matemática.
<b>Idoneidade ecológica</b>	
Adaptação ao currículo	Os conteúdos, sua implementação e avaliação se correspondem com as diretrizes curriculares.
Conexões intra e interdisciplinares	Os conteúdos se relacionam com outros conteúdos matemáticos (conexão da matemática avançadas com a matemática do currículo e conexão entre os diferentes conteúdos matemáticos contemplados no currículo) ou com conteúdos de outras disciplinas (contexto extramatemático bem como conteúdos de outras disciplinas da etapa educativa).
Utilidade sócio-profissional	Os conteúdos são úteis para a inserção sócio-profissional.
Inovação didática	Inovação baseada na investigação e a prática reflexiva (introdução de novos conteúdos, recursos tecnológicos, formas de avaliação, organização da aula, etc.).

Fonte: Breda *et al.* (2018, p. 168).

Tais critérios com seus respectivos indicadores foram especialmente úteis em nosso estudo, devido à possibilidade de uso tanto teórico quanto metodológico, fato ocorrido nessa pesquisa, guiando principalmente o processo de análise dos dados.

### 1.5 Tarefas matemáticas

O desenho e a análise de tarefas têm tido destaque em nível internacional, conforme Godino (2013b) e Gusmão (2016), pois “são as situações-problemas/tarefas que dão sentido a matemática” (GODINO, 2013b). Do mesmo modo, Pochulu, Font e Rodriguez (2013) ressaltam que elas são fundamentais para um ensino eficaz, uma vez que “o que os estudantes aprendem está intimamente relacionado às tarefas que oferecemos a eles” (GUSMÃO, 2016, p.183). Quando estas tarefas são “desafiadoras para os alunos, promovem o desenvolvimento da competência em análise didática dos professores (POCHULU; FONT; RODRIGUEZ,

2013, p. 4999). Assim, considerando a necessidade de aprendizagem dos alunos e as competências a serem desenvolvidas, o professor deve buscar um maior conhecimento sobre as tarefas (GUSMÃO, 2019; GUSMÃO; FONT, 2021).

Então, o que seriam essas tarefas? Há na literatura algumas definições, porém, para Gusmão (2019, p. 01), tarefa se refere “a um conjunto amplo de propostas, que englobam problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, investigações etc. que o professor leva para a sala de aula visando a aprendizagem matemática de seus alunos”, sendo esta definição assumida por nós neste trabalho.

Alguns pontos devem ser considerados pelos professores ao trabalhar com as tarefas, entre eles: seleção e estudo do conteúdo, planejamento, desenho/criação, aplicação, avaliação, redesenho, reaplicação (GUSMÃO, 2016). Concordamos com Serrazina (2012) quando afirma que o professor, ao planejar as tarefas, deve pensar nas possíveis respostas dos alunos para que não seja surpreendido por respostas ou questionamentos inesperados. Também não deve ensinar os conteúdos isolados um do outro, “mas tem de estabelecer conexões entre os vários domínios da matemática e relacionar o que os alunos já sabem com aquilo que vão aprender, não esquecendo aquilo que irão aprender no futuro” (SERRAZINA, 2012, p. 271).

O planejamento da aula deve ser de acordo com o currículo e o conhecimento matemático pertinente para aquele momento, sem deixar de lado a exigência do rigor matemático, de modo que faça, ao selecionar as tarefas, que o professor pense nos recursos, estratégias e idade dos alunos (SERRAZINA, 2012). Dessa forma, “o professor deve ter em mente a relação entre como é o pensamento e a aprendizagem do aluno quando se envolve na realização de uma dada tarefa e a meta de aprendizagem definida” (SERRAZINA, 2012, p. 274).

Para esta autora, os professores deveriam viver as mesmas experiências que seus alunos ao experimentar os processos da atividade matemática, por isso, a “formação deve envolver um processo de reflexão questionando as crenças e concepções dos professores envolvidos, de modo a aprofundar o seu conhecimento matemático, didático e curricular” (SERRAZINA, 2012, p. 272). Isso porque, seu conhecimento profissional desenvolve-se sobre situações reais de ensino e identifica o sucesso e as dificuldades de acordo com o planejamento feito.

Conforme Zabala (2008, p.189, tradução nossa), “a qualidade do ensino da matemática depende, fundamentalmente, da capacidade do professor de planejar, buscar e propor tarefas

adequadas”;<sup>9</sup> ajudar os estudantes na realização destas tarefas e estimular a comunicação entre eles, interpretar suas mensagens, além de avaliar o seu próprio trabalho de modo que proponha caminhos de melhora (ZABALA, 2008).

Torna-se um grande desafio motivar os professores a aplicar as tarefas matemáticas de modo que, ao explorá-las em sala de aula, “os alunos aprendam com compreensão e que reflitam sobre a aprendizagem (CONCEIÇÃO; FERNANDES, 2009, p. 190)”. Ainda para esses autores, durante a implementação de uma tarefa que requer mais de um raciocínio, é possível que “a atividade do aluno se restrinja ao uso de procedimentos, perdendo-se a possibilidade de construir significados matemáticos” (CONCEIÇÃO; FERNANDES, 2009, p. 193).

As tarefas mudam de natureza e, conseqüentemente, não são as mesmas inicialmente apresentadas no currículo, tampouco as que o aluno realiza, por isso, Stein e Smith (2009, p. 04) distinguem três fases pela qual passam a tarefa e que influenciam diretamente a aprendizagem do aluno: “tarefas como aparecem nos materiais curriculares, tarefas como são apresentadas pelo professor; tarefas como realizadas pelos alunos”.

Para Gusmão (2019, p. 03), “existem diferentes tipo de tarefas e cada tarefa gera um tipo de aprendizagem”. Além de considerar as tarefas de acordo com o grau de desafio matemático, Ponte (2014), variando entre reduzido e elevado, considera também as tarefas de acordo com o seu grau de estrutura, denominando-as em abertas e fechadas, assim, nas tarefas fechadas, o que foi informado e solicitado está evidente, já nas tarefas abertas, um destes aspectos está indeterminado.

As tarefas abertas e fechadas também são classificações de Gusmão (2019), porém de acordo com a quantidade de respostas que elas oferecem. As primeiras admitem um número infinito de respostas pelas soluções variadas que o problema oferece, desta forma, aumentam o nível cognitivo do aluno e desenvolvem a autonomia. Já as tarefas fechadas admitem um número finito de respostas, sendo as mais comuns as que admitem uma única resposta.

Outros autores, como Pochulu, Font e Rodriguez (2013), apresentam critérios que precisam ser levados em consideração no desenho e redesenho de tarefas, alguns deles elencados abaixo:

- 1- A tarefa não de ser fechada, ou seja, que admita mais de uma forma possível de resolução;
- 2- Que a tarefa não ofereça sugestões de caminhos possíveis, resultados a aplicar etc.;

---

<sup>9</sup> la calidad de la enseñanza de las matemáticas depende, fundamentalmente, de la capacidad de un docente para planificar, buscar y proponer tareas adecuadas (ZABALA, 2008, p. 189).

- 3- Que a tarefa não seja muito programada;
- 3- Que a tarefa requeira justificar as eleições feitas pelos alunos, bem como também aquelas que são rejeitadas;
- 4- Que a tarefa esteja em um contexto real;
- 5- Evite dar informações que garantam a existência e/ou singularidade da solução da tarefa (POCHULU; FONT; RODRIGUEZ, 2013, p. 5003, tradução nossa).

Entendemos que para esses autores, os alunos devem ter oportunidades para resolver problemas matemáticos e não ser apenas aplicadores de fórmulas, sendo estas características predominantes nos tipos de tarefas que trabalhamos em nossa pesquisa. Nossas tarefas são abertas, fogem do tradicional e impõem ao solucionador uma ação interpretativa, investigativa e argumentativa.

A nossa intenção é que o solucionador saia da zona de conforto e coloque em prática os conhecimentos adquiridos ao longo do percurso escolar e de sua experiência e perceba que os conteúdos podem ser contextualizados e que os conduza à “reflexão necessária para que percebam a relação, quando existe, entre conceitos e outras áreas de conhecimento” (GUSMÃO, 2019, p. 187). Por isso, na seleção e desenho das tarefas o professor deve ter cuidado principalmente nas tarefas fechadas, para não se reduzir a avaliador de certo ou errado, mas ser um estimulador de discussões (GUSMÃO, 2016; 2019).

Na seleção de tarefas, os professores devem escolher tarefas de acordo com o aspecto que querem destacar, que desenvolvam a “compreensão dos conceitos e dos processos e que estimulem a capacidade de resolução de problemas e de comunicação matemática (CONCEIÇÃO; FERNANDES, 2009, p. 193). Além disso, elas devem desenvolver diversos níveis de competência diante de questões desafiadoras (CONCEIÇÃO; FERNANDES, 2009).

Recentemente, Gusmão e Font (2021) propuseram, em face da junção dos CID e os critérios de desenho de tarefas, um modelo chamado Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT) “como um método de pesquisa dirigido ao estudo e desenho de tarefas próprias, originais ou modificadas para lograr melhorias de processos de ensino e de aprendizagem de Matemática” (GUSMÃO; FONT, 2021, p.668). Neste modelo, os autores trazem os seguintes critérios para orientar o trabalho do professor.

Quadro 6 — Critérios de desenho das tarefas

<b>Critérios de desenho de tarefas</b>	<b>Indicadores</b>
Natureza	Aberta (infinitas respostas, múltiplas respostas, nenhuma resposta, admite subjetividade etc.). Fechada (normalmente resposta única e com objetividade).

Exigência cognitiva	As tarefas devem atender a diferentes objetivos de aprendizagem, levando o solucionador a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas (domínio do conhecimento do conteúdo, reflexão mais ampla sobre a solução do problema etc.).
Interatividade, atração, diversão, inclusão	As tarefas devem envolver os solucionadores em um trabalho que lhes cause prazer, vontade de continuar resolvendo, que eleve sua autoestima e confiança para se sentirem incluídos e capazes de resolver.
Desafios	As tarefas devem ter potencial de envolver os solucionadores em um trabalho que desencadeie níveis de pensamento complexo (do mais simples ao mais avançado), mas que estejam ao alcance deles e que os façam se sentir desafiados.
Tipologia	As tarefas devem ser de diferentes tipos (exercícios, jogos, problemas, investigação, projetos, vídeos-aula, sequências didáticas etc.) e em cada tipo deve variar a forma de apresentação; podem servir de diferentes funções (avaliação, contexto, feedback etc.).
Abertura ao pensamento	As tarefas devem permitir abertura na forma de abordagem, apresentando várias soluções ou representações; proporcionar formas de pensamento reversível, flexível, descentrado, em oposição ao pensamento inflexível e centrado em um único ponto de vista.
Criatividade, originalidade, autenticidade	As tarefas devem estimular o uso de alternativas diferentes, uma solução original, podendo ser uma aplicação em outros contextos, e demonstrar criatividade.

Fonte: Gusmão e Font (2021, p. 674-675).

Diante desses critérios, percebemos que, em uma seleção ou desenho de tarefas, o professor colocará em xeque seu conhecimento didático e também o matemático, pois as tarefas requerem um domínio do conteúdo específico, mas também didático, uma vez que deve conhecer os fatores que favorecerão ou desmotivarão o aluno durante a implementação da proposta, que leve em conta o recurso material, a realidade na qual o aluno está inserido, os possíveis conflitos de significado que poderão surgir e que conduza a um significativo desenvolvimento cognitivo. Pela sua importância na prática do professor, esses critérios serão úteis em nossa análise de dados, pois o fato de estarem atrelados aos critérios de idoneidade didática, proporciona subsídios para usarmos em nosso trabalho.

## 1.6 O ensino de medidas e grandezas

Medir é “comparar uma quantidade dada de comprimento, massa, volume etc., com a longitude, massa ou volume de um objeto dado ao que chamamos unidade, permite associar um número a uma quantidade de grandeza” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 111, tradução nossa). Cunha (2008, p. 33-34) corrobora este conceito ao definir medida não como uma “operação que se aplica sobre um objeto absoluto, mas em determinadas qualidades que o objeto considerado tem em comum a outros objetos, embora sejam esses de natureza totalmente diferentes”, como por exemplo, na comparação de um quilo de pedra com um



quilo de lã de ovelha que apresentam naturezas diferentes, porém, possuem algo em comum, neste caso, o peso, sendo essa qualidade possível de ser exposta numericamente (CUNHA, 2008).

Essa qualidade que permite enumerar é um sentido moderno, pois antigamente a medida não era considerada como resultado de comparação de um objeto com uma unidade de medida, como por exemplo, comparar o comprimento de um cordão com um lápis. Ao contrário, “era visto como uma espécie de exposição ou aparecimento ou manifestação exterior de uma "medida interna" mais profunda, que desempenhava um papel essencial em todas as coisas” (BOHM, 1980, p. 43, grifos do autor). Com o passar do tempo, a noção de medida tornou-se mecânica sem nenhuma criatividade, ou seja, como se fossem uma verdade absoluta que sempre se conheceria. Desse modo “gradualmente, a medida passou a ser ensinada como uma espécie de regra que devia ser imposta a partir de fora sobre o ser humano” (BOHM, 1980, p. 44). Portanto, não se compreende o significado mais profundo do que está aprendendo.

Por isso, Gusmão, Carvalho e Nunes (2011) ressaltam que apesar da importância do conteúdo medidas para o dia a dia, o seu ensino é deixado em segundo plano e, quando é trabalhado, poucas vezes, o aluno tem a oportunidade de visualizar o impacto desse conteúdo no cotidiano, bem como a relação deste com outras áreas do conhecimento humano, por exemplo, a ligação da Matemática com Ciências e Geografia como é requisitado pelos PCN (BRASIL, 1997) e BNCC (BRASIL, 2018).

O fato de o conteúdo Medidas e Grandezas ser prático na vida de qualquer pessoa fez a escola abandonar certas práticas por considerar que o indivíduo “podia aprender de forma privada; como é o caso dos procedimentos de medição, o manejo de instrumentos de medida, o uso e a leitura de instrumentos graduados e a estimação de medição” (CHAMORRO, 2003, p. 229, tradução nossa). Esta autora salienta que, como o tema é considerado difícil de trabalhar em sala de aula, dar-se uma ênfase no treino de atividades do livro didático com uso de algoritmização, o que torna alguns de seus conceitos sem sentido, como as regras de transformação de unidade de medida, pois dificilmente o aluno terá necessidade de, por exemplo, converter quilômetro para decímetro.

Além disso, as mudanças ocorridas tanto sociais como tecnologicamente estão impedindo, de certa forma, experiências de medição que permitam adquirir conhecimentos de forma individual. Chamorro (2003) considera urgente o retorno de experiências em sala de aula para conceituar medida mesmo exigindo um esforço didático por parte do professor, pois “na sociedade, os medidores a laser deslocaram a fita métrica, as balanças digitais às escalas

de pratos, os objetos industriais aos feitos à mão e, com isso, os alunos foram privados das experiências necessárias para conceituar noções de medição” (CHAMORRO, 2003, p. 229, tradução nossa)<sup>10</sup>.

Concordamos com autores como Chamorro e Belmonte (2000), Moura (1995), Freitas (2009) quando expõem a necessidade de não se começar o trabalho com medidas e grandezas (no nosso caso, medidas de comprimento) com regras prontas, pois isso impossibilita que o aluno entenda o processo de medição e que consiga estabelecer relação entre as unidades de medidas. O trabalho inicial com regras tem como consequência apenas a memorização das fórmulas.

No trabalho com comparação é importante utilizar adjetivos para determinar quem é maior ou menor para os alunos sentirem a necessidade de expressar numericamente o resultado desta comparação, como afirma Moura (1995), além de se trabalhar coisas próximas aos alunos como passo, braço etc. (CHAMORRO; BELMONTE, 2000). Corroborando a ideia dos autores anteriores, Freitas (2009) confere importância à apresentação de objetos variados aos alunos a fim de trabalhar os atributos e as relações entre eles para a efetivação do processo de ensino-aprendizagem. Essas experiências permitirão aos alunos adquirirem seus próprios conhecimentos e assimilarem os conceitos.

Matematicamente, nem todas as grandezas são susceptíveis de medidas, como amor e ódio, mas só o trabalho com as características dos objetos fará com que o aluno conseguirá selecionar, de maneira autônoma, os instrumentos convenientes de acordo com a grandeza a avaliar e indicar numericamente o resultado desta experimentação (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Existem alguns pontos referentes ao fenômeno de ensino e de questões metodológicas que os futuros professores devem saber:

- 1) Substituição de saberes: sob o título de atividades de medição, se esconde um leque de questões que pouco ou nada tem a ver com ela;
- 2) Aritmetização da medida: as grandezas serão substituídas pelos números;
- 3) A medida aproximada/medida exata: a medida é apresentada como algo mais ou menos exato, sem que a precisão desempenhe um papel importante;
- 4) Os erros não são examinados: a distinção entre erros relativos à medição (erro absoluto, erro relativo), que sempre existem, os erros de cálculo e os erros de arredondamento não se fazem na escola (CHAMORRO, 2003, p. 232-233, tradução nossa).

---

<sup>10</sup> En la sociedad, los metros láser han desplazado a la cinta métrica, las balanzas digitales a las de platillos, los objetos industriales a los artesanales, y con ello se ha privado a los alumnos de las experiencias necesarias para conceptualizar las nociones de medida (CHAMORRO, 2003, p. 229).

No entanto, a maneira como o professor conduz o bloco de conteúdos Medidas e Grandezas, está relacionada à sua formação, tornando-se necessário um trabalho que dê maior significado aos conceitos na sala de aula. É necessário que o professor de Matemática compreenda “os equívocos construídos ao longo do tempo diante desse eixo de conhecimento e possa desconstruir e reconstruir novas formas de conceber o ensino [...]” (PINHEIRO, 2019, p. 68).

### **1.7 Ensino de medidas de comprimento**

O conteúdo medidas de comprimento é um grande problema na sala de aula e, “na maioria dos casos, o aprendizado das grandezas e medidas se identifica com o conhecimento e domínio do sistema métrico, e considera-se que os objetivos propostos foram alcançados quando o aluno realiza as conversões com segurança e rapidez” (CHAMORRO; BELMONTE, 2003, p. 40, tradução nossa)<sup>11</sup>.

Para esses autores, geralmente as medidas trabalhadas na escola são as extensivas, também chamadas medível, intensiva ou direta, cuja “soma está definida de forma natural, o que permite ressaltar diante dos alunos sem dificuldade que a soma de dois comprimentos é um comprimento” (CHAMORRO; BELMONTE, 2003, p. 113, tradução nossa). Há ainda outro tipo de medida, as não extensivas ou indiretas, como exemplo, a temperatura e a densidade, que ao “misturarmos 20 litros de água a 40° com 10 litros de água a 10° C, obtemos 30 litros de água que não estão a 50° C” (CHAMORRO; BELMONTE, 2003, p. 112). Assim, a medida de comprimento pode ser realizada diretamente colocando, por exemplo, um cordão sobre o objeto a ser medido, o que nem sempre ocorre com a temperatura (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Com relação ao sistema métrico decimal, este requer do indivíduo um preparo intelectual para melhor compreensão do ato de comparar e, ao realizar as transformações de unidades, deve-se possibilitar a verificação do uso na vida cotidiana buscando uma unidade maior ou menor de acordo com a necessidade (CHAMORRO, 2003). Além disso, o aluno só sentirá a necessidade de fazer uso dos múltiplos e dos submúltiplos se realizar atividades que o leve a raciocinar qual unidade é mais conveniente, embora ele também precise ter alguns

---

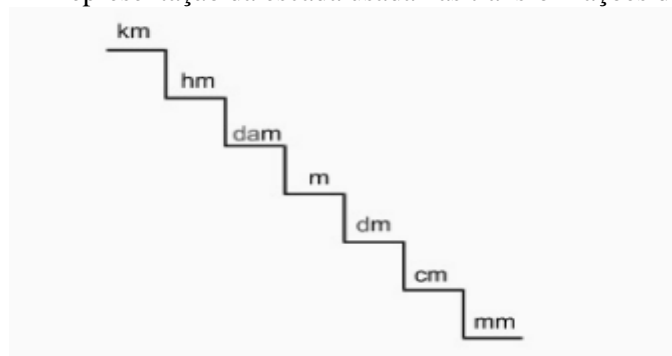
<sup>11</sup> en la mayoría de los casos se identifica el aprendizaje de las magnitudes y su medida con el conocimiento y dominio del sistema métrico decimal y se considera que se han alcanzado los objetivos propuestos cuando el alumno efectúa conversiones con seguridad y rapidez (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 40).

pré-requisitos como saber operações de multiplicação e divisão e o sistema de numeração de posição.

As dificuldades nas transformações de unidades se dão em virtude de conceitos que deveriam ser adquiridos previamente, bem como o valor posicional do zero, uma vez que o “sistema métrico funciona por agrupamentos de potências de dez” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 43). Além disso, algumas unidades estão fora de contexto, por exemplo, raramente o aluno vai precisar fazer a transformação da unidade metro para hectômetro, mas que pelo uso de fórmulas se insiste nesta transformação como se fosse algo vivenciado no dia a dia.

Muitos professores usam o desenho da escada (Figura 3) para facilitar o cálculo das transformações.

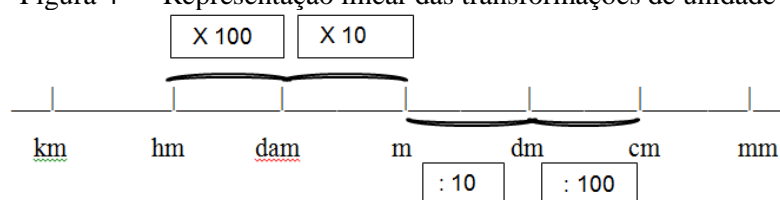
Figura 3 — Representação da escada usada nas transformações de unidade



Fonte: Chamorro e Belmonte (2000, p. 44).

Há outro modelo, representado pela Figura 4, para visualizar melhor as transformações. No entanto, para Chamorro e Belmonte (2000, p. 44), essa representação linear inadequada dos espaços na tabela de transformação gera confusão quando, por exemplo, “o espaço entre m e dam representa 10, por que igual medida entre m e hm é 100 e não 20?”. Com a metodologia voltada para regras o aluno não consegue compreender o significado desses espaços.

Figura 4 — Representação linear das transformações de unidade



Fonte: Chamorro e Belmonte (2000, p. 44).

Alguns erros são cometidos em relação ao processo de medição, os quais são elencados por Chamorro e Belmonte (2000). O primeiro é o uso inadequado dos sentidos, pois é importante que o aluno entenda as grandezas envolvidas e saiba usar, por exemplo, o tato e a vista para estimar medidas, uma vez que os erros só podem ser percebidos “pelo aluno se ele tem a liberdade para explorar com seus sentidos, para testar e recomeçar se não tem obtido resultados positivos”<sup>12</sup> (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 45, tradução nossa). Outro erro que se comete em sala de aula é o uso incorreto dos instrumentos de medição, tal erro tem relação com o uso inadequado dos sentidos, “pois uma má apreciação sensorial faz eleger às vezes um instrumento inadequado” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 45, tradução nossa).

Esses autores afirmam que além do uso inadequado dos instrumentos, há o uso inadequado das unidades de medida, assim, escolher a unidade de medida implica “fazer estimação que compare a quantidade a medir com a unidade eleita” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 46, tradução nossa). Outro equívoco bastante comum em sala de aula, talvez para facilitar os cálculos, são enunciados com valores irreais, por exemplo, uma pessoa caminhar 100 km em 10 minutos. Valores irreais “dificultam, por uma parte, a estimação e, por outra, a autocorreção, já que ao aluno se acostuma a resolver problemas cujo resultado é irreal” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 46, tradução nossa).

Outro fato perceptível na sala de aula é o exagero de medidas com números inteiros que são confundidos com medidas exatas, cujos “problemas são geralmente obtidos sempre números inteiros para as soluções e o aluno tende a pensar que todas as medidas são assim” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 47, tradução nossa). Ao trabalhar com números reais, o aluno é tentado a fazer aproximações para conseguir um valor inteiro o que é um perigo, já que em determinadas aproximações podem perder o sentido para o objeto em questão (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Estes autores ainda chamam a atenção para a escrita errada ou sem sentido, por exemplo, 7 m x 4 m nem sempre é um metro quadrado, da mesma forma, é incorreto afirmar que  $625/5 = 125 = 125$  cm, pois “no primeiro caso precisa de sentido (1m x 1m não é 1m<sup>2</sup>), ou são errôneas, como no segundo” (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 48, tradução nossa).

Em se tratando dos significados institucionais de medidas de comprimento Chamorro e Belmonte (2000), Ponte e Serrazina (2000), Mengual, Gorgorió e Albarracín (2017) apontam quatro fases de conhecimento de determinada grandeza que o aluno deve adquirir e

---

<sup>12</sup> Por el niño si ha tenido libertad para explorar com sus sentidos, para ensayar y recomenzar si no ha obtenido resultados positivos (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, 45).

superar. Para a medida de comprimento deve:

1- Considerar a grandeza comprimento como uma propriedade diferente que possui determinados objetos, desconsiderando outras características, além de trabalhar com o tato e a vista para possibilitar sensações diferentes para estimar comprimentos;

2- Perceber que mesmo mudando a posição, a cor e a forma o comprimento não muda, ainda que o objeto sofra determinadas mudanças;

3- Ser capaz de ordenar objetos considerando o comprimento, sendo capaz de determinar qual objeto é maior, menor ou igual em relação a outro. E ainda para ordenar vários objetos, deve-se utilizar a propriedade transitiva.

4- Dizer com certa exatidão qual o comprimento de determinado objeto. Nesta fase o aluno estabelece a relação entre o comprimento e o número.

Então, determinar o comprimento é determinar quantas vezes um comprimento cabe no outro em relação a uma determinada unidade de medida. Para isso, Caraça (1951) estabelece que antes de expressar o resultado da comparação, por meio de um número, é necessário escolher a unidade de medida e fazer comparação com esta unidade. Da mesma forma que os alunos devem passar por estas fases, os professores deverão estar mais apropriados destes conhecimentos para possibilitar a seus alunos o avanço do conteúdo medidas de comprimento, ou seja, para o aluno ser capaz de medir, o professor deve está tranquilo com a relação entre número e medida.

Dessa forma, para o sucesso no ensino de medida de comprimento, Chamorro e Belmonte (2000) sugere alguns passos: iniciar do concreto até alcançar o abstrato; trabalhar com o processo de reversibilidade; não seguir um ensino linear; permitir que o aluno descubra e aprenda com seus erros; intensificar as discussões em sala de aula, permitir o diálogo e confrontos de ideias; utilizar situações cotidianas como situações problemáticas e, por fim, exercitar o sentido comum.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Abordagem e tipo de pesquisa

Utilizamos em nosso trabalho uma dinâmica de análise e reflexão de tarefas matemáticas em um contexto de formação de professores, seguindo algumas fases do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas, método proposto por Gusmão e Font (2021), como junção dos critérios de idoneidade didática e os critérios de desenho de tarefas para alcançar melhorias na aprendizagem. Isso nos insere em uma pesquisa de abordagem qualitativa, pois segundo Oliveira (2010, p. 37), a pesquisa qualitativa “é um processo de reflexão e análise da realidade através de técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou em sua estruturação”.

Dentro dessa abordagem nos ancoramos em uma pesquisa do tipo intervencionista, conforme postula Creswell (2007), uma vez que esta permite analisar certas práticas cotidianas e possibilita criação de outras por meio das reflexões de sua postura enquanto professor (AGUIAR; ROCHA, 1997; ROCHA; AGUIAR, 2003). Na área educacional, Damiani (2012, p. 02) usa a palavra intervenção como um tipo de pesquisa na “qual práticas de ensino inovadoras são planejadas, implementadas e avaliadas em seu propósito de maximizar as aprendizagens dos alunos que delas participam”, de modo que é útil uma formação de professores durante análise de tarefas matemáticas inovadoras, as quais são desenhadas ou redesenhadas também para potencializar a aprendizagem dos alunos.

A análise destas tarefas leva à reflexão e, conseqüentemente, à mudança da prática cotidiana em sala de aula, como queremos com a pesquisa, não somente em relação ao conteúdo específico, “mas o modo como se concebe a sua interação com o próprio desenvolvimento humano e as representações sociais que a elas estão vinculadas” (FÁVERO, 2021, p. 51). Especificamente, a intervenção ocorreu mediante estudo sobre o conteúdo medidas de comprimento e pela aplicação dos critérios de desenho e os critérios de idoneidade didática. Porém, a mudança não é imediata, mas uma “consequência da produção de uma outra relação entre teoria e prática, assim como entre sujeito e objeto” (ROCHA; AGUIAR, 2003, p.71). Tal mudança acontece de maneira coletiva, de modo que os envolvidos são responsáveis pela produção de dados (AGUIAR; ROCHA, 1997).

Nossa intervenção foi realizada dentro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didáticas de Ciências Experimentais e Matemática (GDICEM), conforme relataremos adiante no item *locus* da pesquisa, por intermédio de encontros formativos semanais, nos quais os professores

estudaram e analisaram tarefas matemáticas respondidas por professores em formação e veteranos com o objetivo de desenvolverem as competências didático-matemáticas.

Segundo Fávero (2011, p. 51), “a questão das competências referentes à prática de ensino diz respeito a uma criação particular e complexa” e para reformular esta prática é necessário que ela seja viabilizada “em dois processos: primeiro, na tomada de consciência do professor, dos significados que sustentam sua prática e das implicações que dela decorrem e, segundo, na tomada de consciência da existência de outros modos de refletir sobre ela”. Considerando esses pontos, nossa pesquisa tenta mobilizar os professores para refletirem sua prática e as consequências em sala de aula.

## **2.2 Locus da pesquisa**

Nossa pesquisa foi realizada no Grupo GDICEM, coordenado pela orientadora professora Dr.<sup>a</sup> Tania Gusmão. O grupo tem como objetivo desenvolver competências de ordem didática e matemática nos professores da Educação Básica por meio de discussões sobre a compreensão dos objetos matemáticos por parte de professores e estudantes.

Em princípio, os espaços destinados ao desenvolvimento da pesquisa foram os mesmos utilizados para as reuniões do GDICEM, a sala de aula número 5, do módulo I, ou o Laboratório de Matemática, ambos da UESB. Após os dois primeiros encontros acontecidos nos dias 15/02/2020 e 07/03/2020 tivemos uma pausa aguardando retorno das atividades presenciais que foram suspensas por 30 dias por meio de decretos estaduais em consequência da pandemia ocasionada pelo Coronavírus, o que nos fez buscar estratégias para prosseguimento da pesquisa.

As interferências que esta pandemia causou, em especial na educação, foram estudadas por Breda, Farsani e Miarka (2020) em face de situações de três países, inclusive o Brasil. Estes autores salientam a necessidade do uso das aulas *on-line* nesse período, para as quais professores e alunos não estavam preparados para utilizar a tecnologia. Tanto a Educação Básica quanto a Superior tiveram que fazer adaptações, nas pesquisas não foram diferentes, por isso, escolhemos trabalhar pela plataforma *on-line Google Meet*<sup>13</sup>, ferramenta de domínio privado do *Google*, que durante a pandemia liberou o acesso e permitiu um maior número de participantes em cada reunião.

Em relação aos componentes do grupo GDICEM, em maioria, vinculados à Educação Básica e três do Ensino Superior. Destes, tem-se um pequeno número de técnicos

---

<sup>13</sup> <https://meet.google.com/?pli=1>



administrativos, coordenadores pedagógicos e, em maior número, estão aqueles que atuam como professores de matemática, seguidos dos que atuam como pedagogos. Contudo, observa-se certa homogeneidade do grupo já que os pedagogos também têm relação direta com a matemática e os que não atuam na docência ou têm graduação em matemática ou tem afinidade com esta disciplina. O interesse pela Matemática favorece a liberdade/espontaneidade de expor os pensamentos e justificativas. Tal espontaneidade é incentivada pela amizade entre os participantes e o investigador.

Em número absoluto, o GDICEM conta hoje com 111 participantes e destes foram convidados a participar da pesquisa aqueles se interessavam em estudar a temática Medidas. Portanto, os professores participantes foram recrutados por convite com exposição da investigação a ser realizada, não existindo nenhuma entrevista ou observação precedentes.

Embora o grupo tenha muitos participantes, a presença nas reuniões foi relativa, variando conforme interesses particulares e disponibilidades. Vale ressaltar que as reuniões virtuais contaram praticamente com o dobro de participantes da modalidade presencial e a isso imputamos a viabilidade que o meio remoto trouxe, em que os participantes podiam participar das reuniões em suas casas, no trabalho, ou em outros lugares, desde que dispusesse de internet.

### **2.3 Participantes**

Inicialmente, salientamos que a pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética da UESB, dia 14/12/2019, cujo parecer tem o número 26341519.7000.0055 com a assinatura de alguns participantes no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), no dia 15/02/2020, já o restante assinou depois, à medida que foram aceitando o convite para participar da pesquisa.

Participaram da pesquisa 18 professores membros do GDICEM, porém não contamos com a presença de todos em todos os encontros por questão de internet ou compromissos. O quadro 05 delinea o perfil dos professores participantes desta pesquisa, que foram nomeados com nomes fictícios escolhidos pela pesquisadora. No item 2.5 (Produção dos dados: presencial e virtual) serão mencionados alguns visitantes que não estão inclusos neste quadro, pois são membros do GDICEM que aproveitaram a forma de reunião (*on-line*) para participarem de uma ou no máximo duas reuniões, apenas para conhecimento do que estava acontecendo, sem tecerem comentários. Assim, elencamos apenas aqueles quem participaram efetivamente de pelos menos duas reuniões.

Quadro 7 — Perfil dos participantes da pesquisa

<b>Nome</b>	<b>Formação</b>	<b>Tempo na docência</b>	<b>Modalidade de ensino</b>	<b>Carga horária semanal</b>
Gilberto	Licenciatura em Matemática	31 anos	Ensino Fundamental e Médio	40 horas
Carmen	Ciências com habilitação em Matemática	21 anos	Ensino Fundamental e Médio	60 horas
Geovana	Licenciatura em Matemática	08 anos	Ensino Fundamental	20 horas semanais
Rosa	Licenciatura em Matemática	30 anos	Ensino Superior e Médio	30 horas
Marta	Ciências com habilitação em Matemática	34 anos	Educação de Jovens e adultos	60 horas
Joana	Licenciatura em Letras	23 anos	Ensino Médio	40 horas
Roberto	Licenciatura em Pedagogia	18 anos	Ensino Fundamental	40 horas
Vicente	Licenciatura em Matemática	05 anos	Ensino Fundamental	16 horas
Madalena	Ciências com habilitação em Matemática	19 anos	Ensino Fundamental e Médio	60 horas
Moisés	Ciências com habilitação em Matemática	27 anos	Ensino Fundamental e Médio	60 horas
Pedro	Licenciatura em Matemática	08 anos	Ensino Fundamental	12 horas
Ione	Ciências com habilitação em Matemática	22 anos	Ensino Fundamental e Médio	60 horas
Andreia	Licenciatura em Matemática e Letras	26 anos	Ensino Fundamental e Médio	40 horas
Ivete	Ciências com habilitação em Matemática	30 anos	Ensino Fundamental e Médio	40 horas
Cristina	Licenciatura em Matemática	12 anos	Ensino Fundamental e Médio	42 horas
Mariana	Licenciatura em Pedagogia	08 anos	Ensino Fundamental I	30 horas
João	Licenciado em Física e Pedagogia	26 anos	Ensino Fundamental	60 horas
Mateus	Licenciatura em Letras	8 anos	Ensino Fundamental	20 horas

Fonte: elaborado pela autora (2021).

Neste quadro, percebemos o variado nível de formação e de atuação desses professores inseridos em um ambiente educacional que vai do nível fundamental ao superior, porém todos participam do grupo com interesse comum: estão preocupados com a situação atual do ensino na Educação Básica e, por isso, estão dispostos a melhorar o seu conhecimento didático-matemático.

## 2.4 Instrumentos

Nosso principal instrumento de produção de dados foram os 71 protocolos de respostas em formato de um teste (detalhado no apêndice C). Este teste continha 24 questões sobre medidas de comprimento, validado na pesquisa de Pinheiro (2019) e aplicado pela pesquisadora para 09 professores de Matemática veteranos e a 45 professores em formação (cursando o quinto, sexto e oitavo semestres da Licenciatura em Matemática). Este mesmo teste foi aplicado a 26 estudantes novatos (cursando o III semestre da mesma licenciatura), por isso, temos ao todo 71 protocolos de respostas que foram analisados pelos participantes desta pesquisa.

Outro instrumento utilizado na pesquisa foi um *Datashow* para projetar as questões do teste, mas que a partir do terceiro encontro foram exibidos direto no Google Meet. Durante os encontros de formação, foram feitas gravações em áudio e vídeo para captar as falas dos participantes por meio do programa OBS Studio. Tais gravações foram devidamente autorizadas pelos participantes e foram de suma importância para nosso trabalho, pois ressaltaram, além das falas, os momentos de interrupções decorrentes de reflexões no momento das discussões. Além disso, utilizamos de um diário de campo como suporte para o registro de observações das expressões e impressões observadas (primeiras reuniões).

As questões escolhidas são apresentadas a seguir com possíveis soluções. Estas respostas institucionais estão baseadas em leituras de dissertações, livros didáticos, autores que trabalham com o conteúdo medidas de comprimento. Como forma de validar tais respostas, elas foram reencaminhamos para professores especialistas para avaliação.

**Q01: Chico, Marquinhos e Fred são três crianças do Arraial. Assinale a criança menos baixa (Adaptado de Gusmão, 2014)**



Chico Marquinhos Fred

O objetivo com esta questão é compreender a linguagem matemática por intermédio da expressão “menos baixa”. Ela requer que a pessoa tenha o domínio do conceito *menos*, uma vez que na escola se enfatiza o uso do termo *mais* e até a BNCC (2018) dá ênfase ao uso

dessa última expressão ao indicar, na habilidade de comparar comprimento, a utilização de “termos como mais alto, mais baixo, mais comprido, mais curto, mais grosso, mais fino, mais largo, mais pesado, mais leve, cabe mais, cabe menos, entre outros, para ordenar objetos de uso cotidiano” (BRASIL, 2018, p. 281). Porém, o fato deste documento enfatizar o advérbio de intensidade *mais* não impede de trabalhar o oposto, ao contrário, o uso do advérbio de intensidade *menos* deve ser priorizado na comparação de objetos para evitar futuras dúvidas.

Na resolução desta questão, o solucionador precisa, primeiramente, atentar-se ao termo que marca o processo de comparação, neste caso *menos baixa*, chamado por Chamorro (2003) de operador semântico. Depois, fazer uma comparação entre as três crianças para descobrir a pessoa mais alta, sendo que nesta “comparação com mais de dois objetos, utilizamos a propriedade de transitividade da relação de ordem das grandezas” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 182). Então, se Marquinhos é mais alto que Chico que, por sua vez, é mais alto que Fred, então, Marquinhos é mais alto de todos, sendo, portanto, a criança menos baixa.

**Q02: Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para determinar essa medida?**

Para responder esta questão, cujo objetivo é identificar o instrumento mais adequado para medir o comprimento de um objeto curvilíneo, o solucionador precisa conhecer e ter experiências com variados instrumentos de medição, pois ao reduzir o uso de instrumentos aos convencionais faz com que a escolha seja sem sucesso como, por exemplo, usar uma régua para medir uma curva quando o uso de uma corda como intermediária seria mais adequado (CHAMORRO; BELMONTE, 2000). O mais conveniente seria usar a fita métrica, pois ela é um instrumento graduado e flexível. Ou ainda, poderia encontrar o diâmetro da bola utilizando fita métrica ou uma corda, um barbante e depois medir o comprimento por meio de um instrumento graduado, como uma régua.

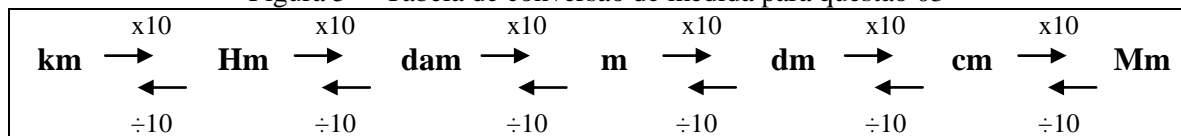
**Q07: Aproximadamente, qual sua altura? (Adaptado de Gusmão, 2014)**

- a) Em metros \_\_\_\_\_
- b) Em centímetros \_\_\_\_\_

Esse tipo de questão, que tem como objetivo estabelecer relação entre as unidades de medidas de comprimento, mobiliza a “utilização de unidades convencionais e relações entre as unidades de medida mais usuais” (BRASIL, 2018, p. 296).

Para responder esta questão espera-se que o solucionador, inicialmente, deve apresentar sua altura na unidade metro e depois apresentar esta mesma altura na unidade centímetro e o que pode impedir a resolução é a falta de conhecimento em relação às unidades de medida. Para a conversão<sup>14</sup> de metro para centímetro, o solucionador sabendo que em cada metro há 100 centímetros, deve multiplicar sua altura em metros por 100, encontrando a medida correspondente na unidade centímetro. Por exemplo, caso a pessoa tenha 1,70 m de altura escreveria esta medida no item a e, para o item b, faria  $1,70 \times 100 \text{ cm} = 170 \text{ cm}$ . Esse cálculo poderia ainda ser realizado por meio da tabela de conversão, a saber:

Figura 5 —Tabela de conversão de medida para questão 03



Fonte: elaborado pela autora (2021).

$$1,70 \times 10 \text{ dm} = 17 \text{ dm}$$

$$17 \times 10 \text{ cm} = 170 \text{ cm}$$

Assim, espera-se que a resposta seja a mesma, qualquer que seja o processo utilizado, a saber: direto ou pela tabela de conversão.

**Q08: Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor? (Adaptado de Gusmão, 2014)**



Esta questão perpassa o conceito de reversibilidade.

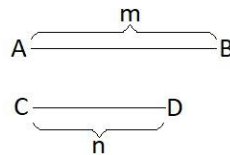
O objetivo com esta questão é compreender o processo de reversibilidade envolvido nas medidas.

Nesta questão é possível expressar a medida de dois segmentos por meio de números racionais, mesmo que habitualmente utilizamos a resposta com números inteiros. Podemos

<sup>14</sup> A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro (DUVAL, 1995 *apud* HENRIQUES; ALMOULOU, 2016, p. 469).

constatar isso formalmente se tivermos os segmentos de reta  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$  cada um contendo um número inteiro de vezes o segmento “u”, com  $\overline{AB}$  tendo “m” vezes a unidade “u” e  $\overline{CD}$  “n” vezes, conforme Figura 6.

Figura 6 — Segmentos de reta com unidade “u”



Fonte: adaptado de Caração (1951).

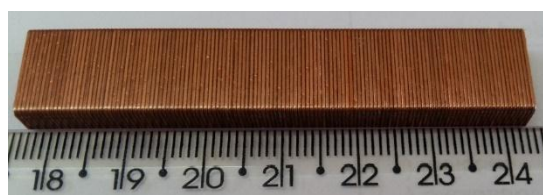
“Diz-se, por definição, que a medida do segmento  $\overline{AB}$ , tomando  $\overline{CD}$  como unidade, é o número  $\frac{m}{n}$  e, escreve-se  $\overline{AB} = \frac{m}{n} \cdot \overline{CD}$  quaisquer que sejam os números m e n (n não nulo)” (CARAÇA, 1951, p. 35-36). Se “m” for divisível por “n”, o quociente da divisão será um número inteiro, caso contrário, o número será fracionário.

Esta definição se refere a um pensamento direto, mas diante dela podemos pensar o inverso, ou seja, a medida do segmento  $\overline{CD}$  tomando  $\overline{AB}$  como unidade de medida será  $\frac{n}{m}$ .

Dessa forma,  $\overline{CD} = \frac{n}{m} \cdot \overline{AB}$

No caso desta questão, o solucionador precisa comparar os comprimentos por meio da abstração usando o processo inverso de medição que estamos acostumados, ou seja, ao invés de sobrepor, ainda que imaginariamente, o comprimento da barra menor na maior, terá que pensar o reverso, a maior na menor. No entanto, caso tenha dificuldade de abstrair, poderia usar algum objeto como unidade de medida para encontrar a resposta aproximada, como foi feito em Pinheiro (2019). Assim, fazendo uso da abstração ou com ajuda de algum objeto a resposta correta será  $\frac{1}{3}$ , ou seja, é possível existir uma medida com número racional, pois “o resultado de uma medida depende da unidade de medida utilizada” (BRASIL, 2018, p. 289).

**Q11: Marquinhos morador do Arraial mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada. Qual a medida do comprimento da barra de grampos?**



Esta questão, cujo objetivo é verificar o conhecimento sobre o uso de instrumentos de medida não especifica a unidade da resposta, logo, o solucionador tem mais de uma opção de resolução, mas por se tratar de régua, as unidades mais convenientes para trabalhar seriam centímetros e milímetros.

Respostas esperadas:

1) fazer uma subtração das medidas na unidade centímetro:

$$\begin{array}{r} 24,3\text{cm} \\ - 17,7\text{cm} \\ \hline 6,6\text{cm} \end{array}$$

2) realizar a subtração na unidade milímetro, lembrando que  $1\text{cm} = 10\text{mm}$ , então

$$\begin{array}{l} 17,7\text{cm} \times 10 = 177\text{mm} \\ 24,3 \times 10 = 243\text{mm} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 243\text{mm} \\ - 177\text{mm} \\ \hline 66\text{mm} \end{array}$$

3) Sabendo que do centímetro 18 ao 24 temos 6 centímetros de diferença, para fazer a conversão dos decímetros que estão próximos ao 18 e ao 24, temos que lembrar que  $1\text{cm} = 10\text{mm}$ , então  $1\text{mm} = 1 \times \frac{1}{10}\text{cm}$ . Como a barra de grampos está 3mm antes do centímetro 18 quanto após o centímetro 24, então,  $0,1\text{cm} \times 3 = 0,3\text{cm}$ . Assim, a régua vai ter  $0,3\text{cm} + 6\text{cm} + 0,3\text{cm} = 6,6\text{cm}$ .

**Q15: Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que, com o passar dos dias, elas tinham, respectivamente, 1,05 m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.**

Inicialmente, o solucionador deve escolher uma unidade de medida como referência e fazer as conversões para facilitar a comparação, pois a ordem solicitada é em relação às medidas e não aos valores numéricos, por isso que o objetivo dessa questão é demonstrar conhecimento das relações entre unidades de medida. Se o solucionador estiver familiarizado com as conversões, ou seja, compreendendo as relações entre as unidades de medida, a

conversão inicial é desnecessária, porém, caso precise, pode-se fazer uso da tabela de conversão.

**Figura 7** — Tabela de conversão de medida para questão 06

<b>km</b>	→ x10	<b>hm</b>	→ x10	<b>dam</b>	→ x10	<b>m</b>	→ x10	<b>dm</b>	→ x10	<b>cm</b>	→ x10	<b>mm</b>
	← ÷10		← ÷10		← ÷10		← ÷10		← ÷10		← ÷10	

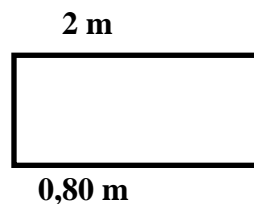
Fonte: elaborado pela autora (2021).

$$1,05 \times 10 \text{ dm} = 10,5 \text{ dm}$$

$$10,5 \times 10 \text{ cm} = 105 \text{ cm, logo } 1,05 \text{ m} = 105 \text{ cm.}$$

Fazendo a conversão da medida 155 mm para centímetro, temos que  $(155 \div 10) \text{ cm} = 15,5 \text{ cm}$ . Esta é uma comparação tendo como referência a unidade centímetro, mas poderíamos ter comparado baseando-nos nas outras unidades. Independentemente, fez-se a conversão ou não, a ordem a ser apresentada deve ser: 125 cm; 1,05 m; 155 mm.

**Q16: Dona Gertrudes quer dobrar as medidas do seu galinheiro, representado a seguir. Qual será a medida do perímetro de seu novo galinheiro?**



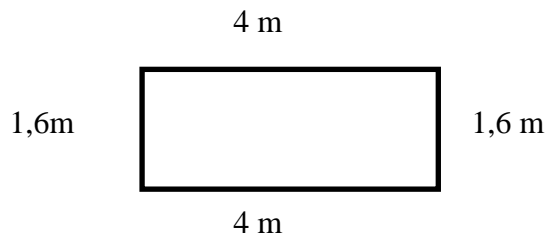
De acordo com Lima e Bellemain (2010, p. 186), “o comprimento de uma curva fechada é o que chamamos o seu perímetro [...]. Em geral, dizemos que tal curva é o contorno da região [...]. De fato, diferentes contornos podem ter o mesmo comprimento”. Essa correção dos autores diz respeito ao que geralmente estudamos nas unidades escolares, o contorno de uma região fechada como sendo o próprio perímetro.

Com um trabalho em sala de aula o aluno vai perceber as alterações no perímetro de uma figura conforme a BNCC (2018, p. 303), ao indicar como uma das habilidades para o 5º ano, qual seja: “analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área”.



Essa compreensão da diferença entre área e perímetro pode ser prejudicada se tiver um trabalho exagerado com uso de regras.

Nesta questão, o solucionador deve dobrar as dimensões da figura:  $2\text{m} \times 2 = 4\text{m}$  e  $0,8\text{m} \times 2 = 1,6\text{m}$ . Cada um desses valores duplicados tem seu correspondente paralelo, como é apresentado abaixo:



Somando as medidas já duplicadas, temos  $4\text{m} + 4\text{m} + 1,6\text{m} + 1,6\text{m} = 11,2\text{m}$ . Outra opção de resolução, até mais simples, seria somar os valores dados e depois duplicar:  $2\text{m} + 2\text{m} + 0,8\text{m} + 0,8\text{m} = 5,6\text{m}$ , que duplicando, resulta em  $11,2\text{m}$ .

**Q19: Para fazer novas demarcações, seu Joaquim dividiu um terreno retangular em quatro partes, um galinheiro, um chiqueiro, um celeiro e uma horta na parte quadrada. A quantidade de tela para cercar cada parte está indicada na figura. Quantos metros de tela ele utilizou em volta do terreno?**

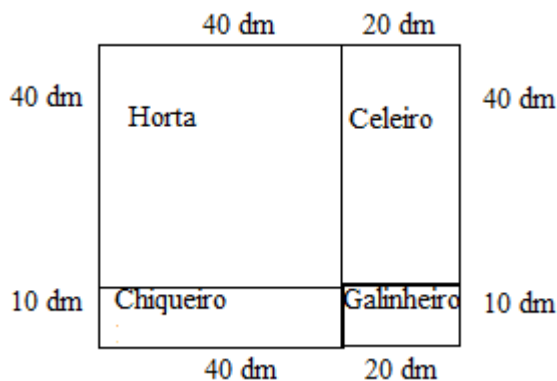
Horta 160 dm	Celeiro 120 dm
Chiqueiro 100 dm	Galinhheiro 60 dm

Os valores expostos na figura são para serem usados na busca das medidas laterais, assim começando pela horta, que possui formato quadrado. Se o valor corresponde à quantidade de tela usada, então, os lados da horta possuem 40 dm, pois  $40\text{ dm} \times 4 = 160\text{ dm}$ , sendo que a medida da lateral da horta corresponde também a um dos lados do celeiro.

Se no celeiro vai ser usado 120 dm de tela e 80 dm ( $40\text{ dm} + 40\text{ dm}$ ) já foram calculados por se referir ao mesmo comprimento da horta, então, restam 40 dm para dividir pelos dois lados restantes, resultando 20 dm cada lado.

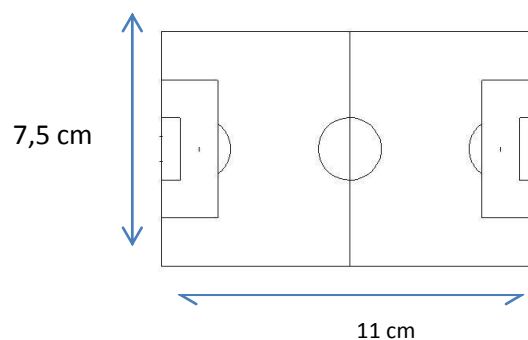
Esses 20 dm do celeiro também correspondem a uma dimensão do galinheiro, logo, são 40 dm (20 dm + 20 dm) para serem subtraídos da medida do galinheiro para encontrar o valor da outra dimensão. Faremos, então,  $60\text{dm} - 40\text{ dm} = 20\text{ dm}$ , dividindo esse valor pelos dois lados, resulta que cada lado vai usar 10 dm de tela.

O lado do galinheiro que usará 10 dm de tela coincide com o lado do chiqueiro, da mesma forma, o outro do Chiqueiro coincide com o da horta, não necessitando de mais cálculos para encontrar as medidas. Assim, é só fazer a soma das medidas. Para uma visualização melhor, apresentamos a figura do terreno.



Somando os valores e usando da multiplicação para facilitar os cálculos dos valores que se repetem, temos:  $40\text{ dm} \times 4 + 20\text{ dm} \times 2 + 10\text{ dm} \times 2 = 220\text{ dm}$ . No entanto, a questão pede a resposta em metros e ao fazer a conversão temos:  $220\text{ dm} \times 10 = 22\text{ m}$ . Mesmo que esta questão tenha envolvido o conceito de perímetro e de unidades de medida, o objetivo é demonstrar a medida de comprimento em situações cotidianas.

**Q21: Zeca queria demarcar o campinho de futebol que eles usavam antes do furacão ter atingido o Arraial. Desenhou usando a escala 1: 200. Quais as dimensões reais em metros (comprimento e largura) do campinho de futebol, sabendo que a escala estabelecida para cada 1 cm do desenho corresponde a 200 cm na medida real?**



Para responder esta questão, cujo objetivo é conectar a Matemática com outras áreas do currículo, basta fazer o produto entre a medida correspondente no mapa por cada dimensão real do campo e, após isso, fazer a conversão para a unidade metros, pois embora não tenha sido definida a unidade na resposta, não é conveniente apresentar o comprimento de um campo de futebol na unidade centímetro. Dessa forma, o cálculo seria:

$$7,5 \text{ cm} \times 200 = 1500 \text{ cm}$$

$$1500 \text{ cm} / 100 = 15 \text{ m (conversão da unidade centímetro para metro)}$$

Fazendo o mesmo procedimento com a outra dimensão, temos:

$$11 \text{ cm} \times 200 = 2200$$

$$2200 \text{ cm} / 100 = 22 \text{ m}$$

Outra opção de resolução é organizar com regra de três, por meio da utilização da fórmula de escala  $E = D/d$ , em que E representa a escala cartográfica, D a distância real e d representa a distância no desenho. Assim, transpondo as medidas para seus respectivos locais, temos:

$$E = D/d$$

$$200 = D/7,5 \text{ cm}$$

$$200 \times 7,5 \text{ cm} = D$$

1500 cm = D, fazendo a conversão para metro, encontramos 15 m. O mesmo procedimento fazemos para o outro valor:

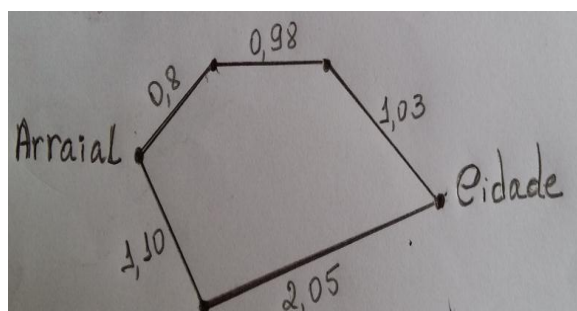
$$200 = D/11 \text{ cm}$$

$$200 \times 11 \text{ cm} = D$$

$$2200 \text{ cm} = D, \text{ fazendo a conversão encontramos } 22 \text{ metros.}$$

Utilizar a fórmula de escala apenas é uma maneira de organizar os dados, uma vez que os cálculos serão os mesmos.

**Q22: O mapa mostra a distância do Arraial à cidade mais próxima, onde há dois caminhos. As distâncias estão indicadas em quilômetros. Qual a diferença, em metros, entre o maior e o menor caminho?**



O objetivo dessa questão é realizar operações aritméticas envolvendo números decimais e medidas de comprimento, pois os números decimais são introduzidos, na maioria das vezes, “a partir das medidas com diferentes unidades —geralmente de comprimento: metro, decímetros, centímetros, milímetros” (GODINO, 2004, p. 134). Para esse autor, expressar um número na forma decimal “aparece como um meio cômodo de representar medidas complexas” (GODINO, 2004, p. 134).

Todas as operações aritméticas podem ser realizadas com os números decimais devido ao sistema de numeração decimal. Nas operações de soma e subtração, por exemplo, é necessário igualar a quantidade de casas decimais após a vírgula para que os números tenham a mesma quantidade de dígitos, para isso, acrescentam-se zeros à direita no número com menos casas decimais. Em seguida, dispõe-se esses números em colunas com vírgula embaixo de vírgula e realiza-se as operações da mesma forma que os números naturais.

Nesta questão, o solucionador precisa somar cada caminho separadamente, subtrair essas respostas e isso requer conhecimento das operações com números decimais, sendo que as medidas não estão com as mesmas quantidades de dígitos após a vírgula. Nesse caso, a distância 0,8 km possui menos dígitos que as outras, logo, é necessário que se acrescente o algarismo 0 para igualar as casas decimais. As operações serão realizadas da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 0,80 \text{ km} \\ + 0,98 \text{ km} \\ \hline 1,03 \text{ km} \\ 2,81 \text{ km} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 10,10 \text{ km} \\ + \underline{2,05 \text{ km}} \\ \hline 3,15 \text{ km} \end{array}$$

Ao fazer a subtração entre o maior valor e o menor encontramos 0,34 km, pois

$$\begin{array}{r} 3,15 \text{ km} \\ - \underline{2,81 \text{ km}} \\ \hline 0,34 \text{ km} \end{array}$$

No entanto, a unidade solicitada é metro e, por isso, temos que fazer a conversão:  $0,34 \text{ km} \times 1000 = 340 \text{ metros}$ .

**Q24: Coloque V para verdadeiro ou F para Falso, em cada sentença abaixo e justifique:**

a)  $8\text{m} \times 4\text{m} = 32$  \_\_\_\_\_

- b)  $\frac{125}{25cm} = 5$ \_\_\_\_\_
- c)  $8m \times 5 = 40 m$ \_\_\_\_\_
- d)  $8m \times 5 = 40$ \_\_\_\_\_

Para responder esta questão, cujo objetivo é investigar a capacidade de argumentação, é necessário saber o contexto no qual ela está inserida, de preferência que tenha ligação com a realidade do aluno, facilitando dessa forma, a utilização de propriedades, definições etc. Ainda assim, as respostas para esta questão são as seguintes:

A letra “a” é falsa porque falta a unidade de medida na resposta. No entanto, para Chamorro e Belmonte (2000), esta operação precisa de sentido, no nosso caso, estamos trabalhando em um contexto de medida de comprimento e, por isso, o nosso pensamento tende a calcular a medida de superfície e, talvez em um contexto diferente, poderia ter outro significado. Para Chamorro (2003, p. 197, tradução nossa), “é o contexto que dá sentido ao fato de que multiplicando esses números obtemos o valor da área, mas não multiplicamos os metros. Se sim, por que multiplicamos os metros e não outras coisas? Se  $m \times m = m^2$  por que não faz sentido  $litro \times litro = litro^2$ ?”. Pensando no contexto é que essa autora afirma que a operação  $m \times m = m^2$  “é um abuso de linguagem” (CHAMORRO, 2003, p. 186).

A letra “b” é falsa também, pois esta operação não está definida no conjunto dos números reais e, portanto, não se divide escalar por unidade de medida. É preciso criar outra estrutura dotada de propriedades para que esta operação seja válida.

A letra “c” é verdadeira, porque o produto de uma medida por um escalar é definido no conjunto dos números reais. Assim, “cada quantidade de grandeza (medida) poderá sempre ser expressa como o produto de um certo número por outra quantidade (unidade de medida)” (NOGUEIRA, 2015 p. 11).

A letra “d” é falsa, pois falta a unidade de medida na resposta, conforme item anterior.

## 2.5 Produção dos dados: presencial e virtual

Para a produção dos dados da pesquisa, orientamo-nos pelo método do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT)<sup>15</sup>, que, conforme dito no capítulo anterior, integra

<sup>15</sup> O CEDT se assemelha à proposta da engenharia didática de 2ª geração, uma vez que esta visa a produção de recursos para serem utilizados tanto na sala de aula quanto na formação de professores. Esta engenharia possui “três funções não independentes: a investigação, o desenvolvimento e a formação de professores por meio da análise” (ALMOULOU; SILVA, 2012, p. 46).

ferramentas dos Critérios de Idoneidade e do Desenho de Tarefas. O desenvolvimento deste método acontece em ciclos formativos compostos por oito fases, descritas no quadro resumo, a seguir.

Quadro 8 — Resumo das Fases do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas

<b>Fases</b>	<b>Resumo</b>
<i>Diagnóstico</i>	Trata-se de identificar conteúdo matemático de interesse dos professores segundo necessidade de estudo e dificuldades em trabalhar. O diagnóstico pode ser realizado por um questionário ou por meio do diálogo.
<i>Estudo</i>	Momento de estudo do conteúdo com a finalidade de conhecê-lo mais. Essa fase contempla estudo de questões teóricas, metodológicas e de recursos, estudo dos critérios de idoneidade didática e do desenho de tarefas.
<i>Análise</i>	É realizada mediante protocolos de aulas (planos, sequências didáticas, tarefas diversas) validados em outras pesquisas ou produzidos/fornecidos pelos participantes. As análises podem acontecer antes, durante ou após a fase de estudo. É preciso incentivar os participantes a descrever, explicar e avaliar o protocolo analisado.
<i>Planejamento e Seleção</i>	No planejamento, estabelecem-se objetivos, metas, ações e recursos para a aprendizagem, antecipa-se o que pode acontecer, que erros e dificuldades alunos podem ter etc. Na seleção, é preciso escolher criteriosamente as tarefas, dispondo de recursos teóricos e metodológicos; sobretudo, é preciso pensar e organizar o tempo, o espaço e os recursos que utilizará.
<i>Desenho/ Concepção</i>	Trata-se da produção da tarefa. Para a sua construção, é necessário domínio do conteúdo e tempo. É preciso levar em conta os objetivos, as intenções educativas e os critérios que podem ser contemplados na tarefa.
<i>Implementação</i>	Momento em que as tarefas e as ações planejadas são testadas. Esse processo perpassa pela gestão do professor. O modo como a tarefa é implementada faz toda a diferença na sua compreensão e na aprendizagem do aluno.
<i>Avaliação</i>	Acontece de forma dinâmica e contínua em todas as fases. As tarefas são avaliadas quanto à necessidade de redesenho. É uma fase importante para resolver conflitos e ajustar ou corrigir inconsistências no que foi planejado e executado.
<i>Redesenho</i>	Momento de rever ações, corrigir inconsistências, reajustar planos com vistas à melhoria dos desenhos. O ideal é que os redesenhos voltem a ser implementados em sala de aula até que estejam em conformidade com os objetivos.

Fonte: Gusmão e Font (2021, p. 685).

Gusmão e Font (2021) deixam claro que nem sempre todas as fases são realizadas em uma investigação e cada pesquisador tem a autonomia para fazer adaptações, o que ocorreu em nossa pesquisa, conforme descrevemos a seguir.

Antes de comentar o desenvolvimento de cada fase, apresentamos o cronograma organizado em função dos momentos presenciais e virtuais de produção dos dados, no Quadro 9.

Quadro 9 — Cronograma de produção de dados

<b>FASES</b>	<b>QUESTÕES</b>	<b>DATA E DURAÇÃO</b>
<b>ENCONTROS PRESENCIAIS</b>		

<b>FASES</b>	<b>QUESTÕES</b>	<b>DATA E DURAÇÃO</b>
Diagnóstico	-----	<b>15/02/2020</b>
Análise	01; 02	<b>1º encontro</b> 07/03/2020 1h30min
<b>ENCONTROS VIRTUAIS</b>		
Análise	7	<b>2º encontro (1º online)</b> 20/06/2020 1h30min
Análise	8; 11	<b>3º encontro (2º online)</b> 04/07/2020 2h00min
Análise e estudo	15; 24	<b>4º encontro (3º online)</b> 11/07/020 1h30min
Análise e estudo	24; 21	<b>5º encontro (4º online)</b> 18/07/020 1h30min
Análise e estudo	22,19 e 16	<b>6º encontro (5º online)</b> 25/07/020 1h30min
Estudo	-----	<b>7º encontro (6º online)</b> <b>01/08/2020</b>
Estudo	-----	<b>8º encontro (7º online)</b> 08/08/2020
Estudo	-----	<b>9º encontro (8º online)</b> 15/08/2020
Estudo, avaliação, redesenho	01	<b>9º encontro (8º online)</b> <b>15/08/2020</b>
Avaliação e redesenho	02	<b>10º encontro (9º online)</b> 22/08/2020
Avaliação e redesenho	08,11,15, 19,21 22 e 24	<b>11º encontro (10º online)</b> 29/08/2020

Fonte: elaborado pela autora (2021).

Para a **fase de diagnóstico**<sup>16</sup>, foi levantado no GDICEM previamente a nossa pesquisa, a necessidade de se estudar o eixo de conteúdos Grandezas e Medidas e em uma reunião realizada no dia 15/02/2020 apresentamos os objetivos de nossa pesquisa para 07 professores que participavam do encontro nesse dia. No diálogo com eles, reafirmaram o

<sup>16</sup> Destacamos estas fases já descritas no quadro 8 (página 62) para melhor compreensão da pesquisa.

interesse pela temática e ficaram satisfeitos em participar de nossa pesquisa. Esta fase, diagnóstico, foi considerada como nosso primeiro encontro.

No dia 07/03/2020, aconteceu nosso segundo encontro quando apresentamos a pesquisa de Pinheiro (2019) e levamos conosco os questionários aplicados e validados na pesquisa dessa autora e que se tratava de Medidas de Comprimento. Contando com o consentimento dos presentes, nesse encontro de produção de dados, iniciamos a segunda fase do CEDT, **fase de análise**, propondo aos participantes analisarem, segundo critérios e conhecimentos pessoais, as questões do teste. Conforme Gusmão e Font (2021, p. 681), essa análise prévia “dá margem para conhecer seus conhecimentos prévios e o que trazem de conhecimento didático e matemático”. Este encontro, marcado pelo início das primeiras análises, teve a duração de 90 minutos e estavam presentes Moisés, Roberto, Geovana, Rosa, Madalena e outra professora que estava visitando o grupo neste dia.

Nesse primeiro dia foram analisadas as questões 01 e 02, iniciando às 10h da manhã e finalizando às 11h30min, contando com 06 professores presencialmente e 01 professor que participou pelo WhatsApp, pois estava em outra cidade. Durante a reunião, os professores participantes estavam com os questionários em mãos e analisaram os protocolos de resposta das questões 01 e 02.

A partir do dia 20/06/2020 iniciamos os encontros virtuais, para isso, fizemos testes de uso das ferramentas digitais, até então desconhecidas pela pesquisadora. Encurtamos os encontros para acontecer semanalmente e não mais quinzenalmente como previsto; ajustamos as reuniões para os sábados à tarde, iniciando às 15h00min e terminado aproximadamente 17h30min (o tempo variava conforme as discussões). Foi preciso restringir o quantitativo de respostas, que foram selecionadas e categorizadas previamente por nós para que pudéssemos, para otimização do tempo, projetar em *slides* um modelo de resposta de cada categoria, nas reuniões do *Google Meet*.

Assim, no dia 20/06/2020 (03 meses após a última reunião) realizamos o terceiro encontro com duração de 90 minutos. A estratégia desse primeiro encontro virtual foi projetar uma questão e apresentar um número variado e diferente de respostas dadas a essa questão. Os participantes ficavam à vontade para analisar o quantitativo que quisessem de respostas. A cada resposta projetada, abria-se para os participantes analisarem, conforme figuras 8, 9 e 10. Contamos com a presença de Rosa, Carmen, Geovana, Ivete, Joana, Marta e Gilberto.



Q07- Aproximadamente, qual sua altura?  
 a) Em metros 0,10 m  
 b) Em centímetros 10 cm

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

A Figura 8 foi o primeiro *slide* que apresentamos no dia 20/06/2020 e se refere à resposta de um professor em formação, cursando do sexto semestre da licenciatura em Matemática. Após análise desta resposta, passamos para próximo *slide* (Figura 9).

Figura 8 — Protocolo de resposta do professor Pf3 (6° semestre)

Q07- Aproximadamente, qual sua altura?  
 a) Em metros 1 metro  
 b) Em centímetros 86 centímetro

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

A Figura 9 também se refere à resposta de um professor em formação do sexto semestre, porém teve um pensamento diferente em relação ao solucionador da questão apresentada na Figura 8. Ao término desta análise, iniciamos a análise do último protocolo de resposta escolhido.

Figura 9 — Protocolo de resposta do professor Pf25 (5° semestre)

Q07- Aproximadamente, qual sua altura?  
 a) Em metros 1,8 m  
 b) Em centímetros 178 cm

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

A resposta é de um professor em formação (quinto semestre), dentre as respostas apresentadas, esta se mostra mais próxima do ideal.

Após a análise dos protocolos de respostas da questão, apresentamos uma tabela com os modelos de respostas agrupados em categorias e o quantitativo de respostas. Solicitamos que os participantes as enumerassem, seguissem níveis de raciocínio, partissem das respostas mais convenientes para as menos convenientes. Nesse encontro foram analisadas a questão 07 do teste e a Tabela 1, que é uma das tabelas de enumeração de categorias deste dia. Observamos que tal estratégia foi usada para todas as questões analisadas.

Tabela 1 — Tipologia de respostas da questão 7, item “a”

Cat.	Tipologia de respostas	Alunos 3º semestre	Prof. Veteranos	Prof. Em formação
	2m; 0,05m	2	0	0
	1,80(1m e 80 cm); 1,59 1m e 59 cm; 1m,7dm e 1 3 cm		0	0
	1,6m;1,72m;1,78m;1,85m;1,65m;1,80m;1,67 m;1,70m; 1,56m;1,73m;1,58m;1,75m;1,92m;	20	9	34
	1,58	1	0	0
	Cento e sessenta e sete metros	0	0	1

Fonte: elaborado pela autora (2021).

O quarto encontro foi realizado no dia 04/07/2020, o qual teve início às 15h12min e foi finalizado às 17h12min, o qual contou com a presença dos seguintes professores: Gilberto, Josuelto, Vicente, Carmen e Moisés. Neste dia, analisamos inicialmente 04 protocolos de respostas da questão 08 e, após a enumeração da tabela com as categorias de respostas, analisamos 03 protocolos de resposta da questão 11, finalizamos com a enumeração da tabela desta questão.

No dia 11/07/2020, no nosso quinto encontro, continuamos com a fase de análise, mas inserimos aqui nossa **fase de estudo** quando começamos a levar textos de autores referentes ao conteúdo para estudar com o grupo. Esses textos eram trechos de documentos oficiais como BNCC, PCN e de algumas pesquisas (teses, artigos, dissertações), sendo que a BNCC já tinha sido estudada durante as reuniões do GDICEM, pois entre um encontro e outro debatíamos sobre algum tema e a coordenadora sempre colocava no grupo artigos sobre os critérios de desenho de tarefas e critérios de idoneidade didática para serem estudados.

No dia 11/07/2020, estavam presentes: Vicente, Roberto, Rosa, Moisés, Marta, Gilberto, Mariana, Cristina e Pedro. Iniciamos o encontro retomando as questões anteriores apenas para estudo do tema. Em seguida, analisamos os protocolos de respostas das questões 15 e 24, sendo que este quinto encontro foi iniciado às 15h23min e finalizado às 18h devido a uma discussão sobre esta última questão.

Essa discussão foi a pauta do sexto encontro, que aconteceu dia 18/07/2020, pois depois de um estudo sobre as operações envolvendo medidas de comprimento, um professor tentou fazer uma demonstração de uma possível resposta do item “b” que usufruiu todo tempo do encontro. Neste dia iniciamos às 15h11min e finalizamos às 17h24min com participação de Geovana, Cristina, Moisés, Carmen, Mariana, Gilberto, Roberto, Marta, Joana, Madalena,

Pedro, Rosa, Ione, João e uma visitante. Ressaltamos que essa questão foi objeto de diálogo pelo grupo do WhatsApp do GDICEM durante toda a semana, o que levou os participantes a fazerem leituras diversas sobre a matemática envolvida na questão.

O participante que gerou inquietação no grupo tentou provar, por meio das propriedades de potência, que se poderia realizar uma divisão de um número adimensional por uma medida. Os outros participantes discordaram, uma vez que se realiza divisão entre medidas ou entre uma medida e um número adimensional, não o contrário como está na questão. Os outros itens da questão 24 não geraram tantas dúvidas nos participantes, talvez por ser mais visível a resolução das divisões.

Na tentativa de trazer mais aportes teóricos e aprofundar o conhecimento matemático dos participantes, na questão 24, convidamos um professor, expertise em Álgebra que, também por meio de WhatsApp, foi fornecendo explicações sobre os conjuntos numéricos, fazendo uma retrospectiva histórica e chegando à conclusão que no conjunto dos números reais a operação do item “b”, não pode ser realizada. Para maiores esclarecimentos, o professor sugeriu leituras de livros que tratem da história da matemática como Eves (1995), da matemática avançada como Herstein (1970), Eves (2004) e Hefez (2002) para entender as estruturas que podem ser definidas para a operação do item “b”.

Devido à forte discussão nas reuniões anteriores, o sétimo encontro, realizado dia 25/07/2020, analisou todas as questões restantes (16, 21 e 22) tendo início às 15h12min e término às 17h33min, com participação de Gilberto, Ivete, Ione, Carmen, Geovana, Rosa, Madalena, João, Moisés, Joana, Andréia e uma visitante.

Portanto, a **análise prévia** compreendeu 06 encontros (desconsiderando a fase diagnóstica), sendo 01 presencial e 05 virtuais. Ao todo foram 12 horas de trabalho nesta fase. De modo geral, durante as reuniões, de forma espontânea, os participantes expuseram suas impressões sobre as respostas do teste, discutindo os raciocínios que não estavam bem formulados, levantando suposições sobre o que pode ter levado a pessoa a responder daquela forma e não de outra etc.

A partir do dia 01/08/2020 continuamos nossa **fase de estudo** (sem análise de questões) tendo as reuniões abertas a outros integrantes do GDICEM e não somente aos participantes desta pesquisa. Para este momento de apenas estudo, utilizamos três encontros e os integrantes do GDICEM, que fizeram as apresentações, são mencionados a seguir por codinomes.

No dia 01/08/2020, iniciamos nosso oitavo encontro, às 15h15min e finalizamos às 17h40min, com presença de Ione, João, Ivete, Mateus, Carmen, Marta, Roberto, Andréia,

Geovana e Madalena. Ione iniciou falando sobre as categorias de conhecimentos do professor de matemática de acordo com os autores estudados em sua pesquisa, como Shulman (1986) e Pino-Fan *et al.* (2013), em especial Ball *et al.* (2008), que construíram diferentes categorias de conhecimentos: I- Conhecimento Comum do Conteúdo; II- Conhecimento Especializado do Conteúdo; III- Conhecimento horizontal do conteúdo; IV- Conhecimento de Conteúdo e de Estudantes; V- Conhecimento do Conteúdo e o Ensino. Em sua pesquisa, Ione destacou os dois primeiros tipos de conhecimento para ensino da matemática<sup>17</sup>.

Ao término desta apresentação, João expôs o conhecimento do professor na visão do EOS como ampliação da noção de conhecimento especializado de Ball e de conhecimento do conteúdo de Shulman. Conseqüentemente, falou sobre o conhecimento didático-matemático e suas seis facetas, para tanto adentrou com mais profundidade na faceta ecológica, base de sua pesquisa. Finalizou sua exposição sobre o conhecimento do professor de matemática quando apresentou a sua pesquisa de mestrado, na qual foi relacionado o conhecimento, as tarefas e o contexto em um projeto escolar vinculado o homem ao campo. Por conta da faceta ecológica, a pesquisa de mestrado de João trabalhou com os aspectos intra e extra-matemáticos com base em, entre outros autores, Ponte e Quaresma (2012) e Font (2005).

Após estas apresentações a pesquisadora falou um pouco sobre competências, de modo que fez menção às apresentações anteriores. De início, foi identificada a diferença entre conhecimento e competência na visão de Zabala (2008), definição de competências de acordo com autores do EOS como Font, Breda e Sala (2015) e Godino *et al.* (2012) relacionando tais definições às facetas do conhecimento, aos critérios de idoneidade e seus indicadores. Finalizadas as apresentações, foram feitos comentários tanto das apresentações quanto dos temas trabalhados.

O nono encontro aconteceu dia **08/08/2020**, que se iniciou às 15h30min, e foi finalizado às 17h24min, com presença de Marta, Ivete, Carmen, Mateus, Roberto, Moisés, Rosa, Pedro, João e uma visitante. Neste dia tivemos apresentações de duas participantes do grupo de pesquisa GDICEM sobre criatividade na aula de matemática. Marta iniciou sua apresentação definindo tarefas, os critérios de desenho e redesenho na visão de Gusmão (2016; 2019), literatura esta, usada em sua pesquisa de mestrado na qual relacionou com criatividade, buscando na psicologia a definição para este último termo.

---

<sup>17</sup> Ione considerou o conhecimento comum como conhecimentos e habilidades matemáticas usados em qualquer situação fora do ensino; conhecimento especializado como conhecimentos e habilidades específicas do professor, essenciais para o ensino.

Embora não tenha um conceito definido, Marta utilizou o termo criatividade, segundo a definição de Gontijo (2016), o qual o relaciona com outros conceitos como originalidade, influência das interações sociais e refere-se ao novo, ainda que para Sánchez, Font e Breda (2021) a criatividade se refira a um processo gerado em função de outros processos. Para criatividade matemática, estes autores também utilizam como emergentes de outros processos essenciais na atividade matemática, enquanto que Marta seguiu D'Ambrosio e Lopes (2015) que relacionam a criatividade matemática à insubordinação criativa no sentido de aproximar a matemática dos alunos. Neste dia, Marta terminou sua apresentação expondo a coleta de dados e resultados da sua pesquisa.

Ivete iniciou sua apresentação sobre a criatividade na aula de matemática, para tanto mostrou o trabalho que está sendo desenvolvido no Centro Juvenil<sup>18</sup>, o qual possibilita uma aproximação dos alunos com variadas disciplinas e mescla tecnologia e atividades “mão na massa”. Ela apresentou uma oficina que é desenvolvida nesse centro, na qual por meio do uso de roupas de bonecas, é possível aprender conteúdos matemáticos. Finalizadas as apresentações, iniciamos os comentários e dúvidas sobre a temática do dia.

Já o décimo encontro aconteceu dia 15/08/2020, o qual teve início às 15h25min e finalizou às 17h55min, que contou com a presença de Mateus, Roberto, Rosa, Moisés, Ivete, Carmen, Vicente, Ione, Joana e duas visitantes, além de apresentações de Roberto, Mateus e Carmen sobre os critérios de idoneidade didática. Roberto iniciou as apresentações do dia falando sobre a origem do EOS, expôs o modelo hexagonal disposto em Godino (2013) em que apresentou os critérios e indicadores que foi explicado por outros colegas responsáveis pela apresentação do dia.

Carmen iniciou sua apresentação falando dos componentes e indicadores da idoneidade epistêmica e cognitiva. Mateus continuou expondo sobre a idoneidade afetiva e mediacional também apresentando seus respectivos indicadores. Roberto retomou finalizando as apresentações sobre as idoneidades falando sobre as idoneidades ecológica e interacional, bem como seus indicadores. As apresentações deste dia foram baseadas nos trabalhos de Breda, Font e Lima (2015) e Godino (2013a).

Nesse mesmo dia, ao término das apresentações iniciamos uma nova análise dos protocolos analisados nos quatro primeiros encontros, no entanto, os participantes, supostamente, já possuíam conhecimento sobre os indicadores dos critérios de Idoneidade

---


<sup>18</sup> Escolas vinculadas à Secretaria de Educação do Estado da Bahia as quais oferecem um ensino baseado em experiências.

Didática e diante desses indicadores é que fizeram suas novas análises. Começamos então a fase de **avaliação** e **redesenho**, embora a avaliação se fizesse presente em todas as reuniões.

Para cada questão reapresentada, nós levamos dois critérios com um indicador para cada um, os quais consideramos importantes caso os participantes venham a implementar a tarefa em sala de aula. Esses critérios e indicadores serviram como modelo para que os participantes pudessem também indicar outros critérios ou refutar os considerados e, ainda, construir indicadores. No dia 15/08/2020, a pesquisadora reapresentou a primeira questão na qual pede para assinalar a criança menos baixa e ao lado dessa questão colocamos o critério cognitivo e o interacional. Escolhemos o cognitivo porque o nível de leitura e interpretação do aluno precisa ser levado em consideração na escolha desta tarefa e que, por não ser uma questão habitual, ela pode gerar conflito de significado diante do termo menos, daí o motivo pelo qual também escolhemos o critério interacional. Algumas sugestões de redesenho foram dadas para esta questão. A Figura 11 ilustra a dinâmica usada a partir deste dia.

Figura 10 — Reanálise da questão 01

8º encontro online- GDICEM

<p><b>Q01-</b> Chico, Marquinhos e Fred são três crianças do Arraial. Assinale a criança menos baixa. (Adaptado de GUSMÃO, 2014)</p>  <p style="text-align: center;">Chico Marquinhos Fred</p>	<p><b>Idoneidade cognitiva:</b> A tarefa possui situações de leitura e interpretação no nível de desenvolvimento cognitivo a quem se destina?</p> <p><b>Idoneidade interacional:</b> A tarefa permite o diálogo na sala de aula entre aluno-aluno e aluno-professor?</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

O décimo primeiro encontro aconteceu no dia 22/08/2020, iniciado às 15h40min e finalizado às 17h30min com a presença de Ivete, Andréia, Ivete, Mateus, Moisés, Roberto, Carmen, Marta, Gilberto e João. Expusemos novamente os critérios de idoneidade, seus componentes e indicadores, de acordo com a tabela apresentada por Godino (2013)<sup>19</sup>. Retomamos a Figura 08 para relembrar a dinâmica e facilitar a discussão. No encontro anterior tinham sido sugeridas algumas modificações na tarefa e, após reapresentação da Figura 08, expusemos as ideias levantadas. Depois da retrospectiva e da apresentação das

<sup>19</sup> Versão atualizada em Breda *et al.* (2018).

sugestões, projetamos a questão 02 que solicita do solucionador a indicação do instrumento mais adequado para medir o diâmetro da bola.

Devido ao tempo quase escasso, a orientadora propôs apenas a indicação do critério e posterior escrita/construção de indicadores pelo grupo para melhor aproveitamento da reunião, pois estávamos projetando os indicadores modelos de cada critério nos *slides* do *Google Meet*, para facilitar a memória dos participantes. Ao reler a questão 02, os participantes indicaram os critérios que considerariam em uma possível aplicação e os motivos dessa escolha, além de concordarem com os critérios mediacional e cognitivo que levamos como exemplo. O primeiro *slide* da reanálise da questão 02 é o da Figura 12.

Figura 11 — Reanálise da questão 02

9º encontro online- GDICEM	
<p><b>Q02-</b> Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para determinar essa medida?</p>	<p><b>Idoneidade mediacional:</b> A tarefa possui modelos de materiais manipulativos que podem ser usados para facilitar a compreensão de conceitos e propriedades?</p> <p><b>Idoneidade cognitiva:</b> Quais conhecimentos prévios são necessários para responder a tarefa?</p>

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

Ao finalizarmos a reanálise da questão 02 fizemos o mesmo procedimento para a questão 07 (Figura 13), ou seja, os professores apenas indicaram os critérios sem construir indicadores. Os critérios que nós levamos para serem modelos ou mesmo para serem refletidos foram o epistêmico e ecológico.

Figura 12 — Reanálise da questão 07


9º encontro online- GDICEM	
<p><b>Q07-</b> Aproximadamente, qual sua altura?(Adaptado de GUSMÃO, 2014).</p> <p>a) Em metros b) Em centímetros</p>	<p><b>Idoneidade epistêmica:</b> A tarefa permite diferentes procedimentos de resolução e que os alunos expressem a resposta em diferentes formas (gráfica, simbólica, verbal etc)?</p> <p><b>Idoneidade ecológica:</b> A tarefa está de acordo com os conteúdos curriculares?</p>

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

Procedimento análogo foi feito para a questão 08 (Figura 14), na qual indicamos o critério interacional e epistêmico como relevantes em uma possível aplicação. Assim como na questão 01, nesta questão nós também apresentamos as ideias sugeridas durante a análise matemática, mas ninguém foi de encontro às ideias sugeridas anteriormente, assim, auxiliaram na reflexão dos indicadores a serem levados em consideração. No final do encontro deste dia iniciamos a reanálise da questão 11, mas devido ao tempo continuamos no encontro seguinte.

Figura 13 — Reanálise da questão 08

9º encontro online- GDICEM

<p><b>Q08</b> - Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor? (Adaptado de GUSMÃO, 2014).</p> <div style="text-align: center;">  </div>	<p><b>Idoneidade interacional:</b> Permite que o aluno se responsabilize pelo seu estudo resolvendo os problemas e expressando as respostas?</p> <p><b>Idoneidade epistêmica:</b> A tarefa propõe situação de interpretação e generalização de conceitos?</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

O décimo segundo encontro aconteceu dia 29/08/2020, iniciado o encontro às 15h24 min e finalizado às 17h30 com participação de Moisés, Madalena, Joana, Ivete, Gilberto, Carmen, Cristina, Andréia e uma visitante. Neste dia retomamos a questão 11 (Figura 15), pois no encontro anterior foram mencionados dois critérios, mas os participantes se detiveram em reflexões sobre o tipo de questão, por isso que nesse dia 29/08/2020 voltamos nesta questão, mas o direcionando para indicação de critérios.

Figura 14 — Reanálise da questão 11



**9º encontro online- GDICEM**

**Q11- Marquinhos morador do Arraial** mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada. Qual a medida do comprimento da barra de grampos?



**Idoneidade mediacional:**  
A tarefa possui modelos de materiais manipulativos que podem ser usados para facilitar a compreensão de conceitos e propriedades?

**Idoneidade cognitiva:**  
A tarefa permite compreender os conceitos e procedimentos para aquisição do conhecimento?

Fonte: elaborado pela autora com dados da pesquisa (2021).

A mesma dinâmica foi feita na questão 15, mas da questão 16 em diante, em virtude do tempo, só foi indicado o critério que mais desponta, ao invés de analisar cada critério em cada uma das questões.

Ao final da reunião, como retomada de **avaliação**, a orientadora perguntou a cada presente o que achou das reuniões, se conseguiram aprender matemática e se consideraram que desenvolveu a competência em analisar questões, conforme o nosso foco que é o desenvolvimento de competências didático-matemáticas. Todos participaram do diálogo expondo suas impressões.

## 2.6 Critérios de análise dos dados

A análise dos dados desta pesquisa se iniciou desde os primeiros encontros, de modo que foram observadas as impressões em relação aos objetos matemáticos durante as análises das tarefas. Após cada reunião os áudios dos vídeos foram transcritos e esse material foi analisado de acordo à literatura abordada.

Para as categorias de análise utilizamos os CID, uma vez que configura, como já ressaltado, como referencial teórico e metodológico utilizados tanto na coleta de dados quanto na análise dos resultados.

## 2.7 Organização do texto

Este texto está organizado no formato *multipaper*, ou seja, uma coletânea de artigos fugindo do modelo tradicional de dissertação. Assim, inicialmente, temos a introdução contendo o problema de pesquisa, os objetivos, a revisão da literatura e o referencial teórico e, por fim, a metodologia e o modo como está estruturado o texto. Em seguida, são apresentados

os artigos, os quais atendem individualmente aos objetivos da pesquisa e juntos respondem à questão investigada.

Este formato *multipaper* pode ser de vários autores ou provenientes de vários estudos, no entanto, não há um padrão sobre a estrutura de dissertações e teses neste formato levando à defesa de alguns autores e à rejeição por parte de outros, ambos os grupos com argumentos consistentes (COSTA, 2014).

Cabe ressaltar que no *multipaper* há repetições de conceitos, referência, metodologias, porém, elas são necessárias para ligar um artigo a outro no que se refere à consistência para futuras publicações (MOREIRA, 2017; SOUSA, 2018). A seguir, descrevemos como organizamos a dissertação.

O artigo 1 intitulado *A competência do professor em análise cognitivo de tarefas sobre medidas de comprimento* visa avaliar o desenvolvimento de competências para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento, no professor da Educação Básica, em especial a competência em análise cognitivo, tomando como referência critérios epistêmicos.

O artigo 2 intitulado *A competência em análise de tarefas matemáticas sobre medida de comprimento no professor da Educação Básica* tem como objetivo analisar a competência para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento no professor da Educação Básica antes e após um ciclo formativo.

## REFERÊNCIAS

- AGUIAR, K. F. e ROCHA, M. L. Práticas Universitárias e a Formação Sócio-política. **Anuário do Laboratório de Subjetividade e Política**, nº 3/4, p. 87-102, 1997. Disponível em: <https://www.acheronta.org/acheronta1/socio-politica.htm1>: Acesso em: 10 fev. 2021.
- ALMOULOUD, Saddo Ag; DA SILVA, Maria José Ferreira. Engenharia didática: evolução e diversidade Didactic engineering: evolution and diversity. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 22-52, 2012.
- AMORIM, L. C. **A atenção dada às Emoções na sala de aula pelo professor de Matemática: contribuições dos Critérios de Idoneidade Didática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2017.
- ANDRADE, L. S.; KAIBER, C. T.. Reflexões sobre o ensino de funções sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico. **Educação Matemática em revista**, v.2, n. 14, p.1-10, 2013.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.
- BELLI, A. A. **Percepções de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre resolução de problemas e competências socioemocionais**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- BOHM, D. **A Totalidade e a Ordem Implicada**. Tradução de Mauro de Campos Silva. São Paulo: Cultrix. 1980.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.
- BREDA, A. FONT, V.; LIMA, V. M. R. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, 2015.
- BREDA, A., FARSANI, D., & MIARKA, R. Political, technical and pedagogical effects of the COVID-19 Pandemic in Mathematics Education: an overview of Brazil, Chile and Spain. **INTERMATHS**, v.01, n 01, 3-19, 2020.
- BREDA, A., et al. Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. **Transformación**, 14(2), 162-176, 2018.
- BREDA, A.; FONT,; PINO-FAN, L.R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.
- BREDA, A.; LIMA, V.M.R. Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 5, n. 1, p. 74-103, 2016.

- BREDA, A.; PINO-FAN, L.R.; FONT, V. Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 13, n. 6, p. 1893-1918, 2017.
- CANOVA, R. F. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º E 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração**. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Editora Lisboa, 1951.
- CASTRO, M. C. P. **Um olhar para o discurso do aluno surdo interagindo em tarefas sobre medidas no sistema métrico decimal**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016.
- CASTRO, W.; PINO-FAN, L.; FONT, V. El conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la derivada de profesores colombianos activos. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. México, 2015. p. 1590-1597.
- CHAMORRO, C.; BELMONTE, J. M. **El Problema de La Medida - Didactica de las Magnitudes Lineales**. Madrid: Sintesis, 2000.
- CHAMORRO, M. C. (org). **Didactica de las Matemáticas para Primaria**. Madrid: Pearson Educación. 2003.
- CONCEIÇÃO, M. A.; FERNANDES, J. A. **Implementação de tarefas matemáticas na sala de aula por uma futura professora**. 2009. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/10340>. Acesso em: 31 jul. 2019
- CONTRERAS, L. C. *et al.* Un estudio exploratorio sobre las competencias numéricas de los estudiantes para maestro. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42 B, p. 433-457, 2012.
- COSTA, W. N.G. Dissertações e teses Multipaper: uma breve revisão bibliográfica. **Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática**, v. 8, n. 1, 2014.
- CRESWELL. J. W. **Projeto de pesquisa-: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**: tradução Luciana Oliveira da Rocha, 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- CUNHA, M. R. K. **Estudo das Elaboraões dos Professores Sobre o Conceito de Medida em atividades de ensino**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.
- D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 29, n. 51, p. 1-17, abr. 2015.
- DAMIANI, M. F. Sobre pesquisas do tipo intervenção. *In: Anais do XVI Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino. Campinas*: UNICAMP, 2012. Disponível em: <http://endipe.pro.br/ebooks-2012/2345b.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2021.
- DÍAZ Q., V.; POBLETE L. A. Modelo de competencias profesionales de matemáticas (MCPM) y su implementación en profesores de enseñanza primaria en Chile. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 55, p. 786-807, 2016.

ESPÍNDOLA, E. B. M. **Profissionalidade docente: um estudo sobre as representações sociais de competência para ensinar matemática de professores brasileiros e franceses**. 2014. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 5.ed. Campinas - SP: Editora da UNICAMP, 2011.

FÁVERO, M. H. A pesquisa de intervenção na psicologia da educação matemática: aspectos conceituais e metodológicos. **Educar em Revista**, n. SE1, p. 47-62, 2011.

FERNANDES, J. A; PIETROPAOLO, R.C.; FONT, V. Relações entre conhecimentos e competências na formação inicial de professores de matemática, **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, p. 861-867, 2016. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/11700/>. Acesso em: 20 fev. 2021.

FLORES, A. A. **Processos de pensamento ativados por estudantes na resolução de tarefas matemáticas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino). Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista- BA, 2019.

FONT, V. Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico. **Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, v. 31, n. 2, p. 749-756, 2018.

FONT, V. *et al.* Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM). **Investigación en Educación Matemática XXII**, Gijón, p. 23-38, 2018a.

FONT, V. *et al.* La competencia en análisis didáctico. Una mirada desde el. Enfoque ontosemiótico. In: Echeverri, G. A. P; Jiménez, E.B.; Adúriz-Bravo, A. (orgs). **Conocimiento y emociones del profesorado**. Contribuciones para su desarrollo e implicaciones didácticas, – 1ª ed. Bogotá: Editorial Aula de Humanidades, 2016.

FONT, V. *et al.* Un modelo de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas basado en el enfoque ontosemiótico. **Actas de la XVII Conferencia Argentina de Educación Matemática**. Buenos Aires, Argentina (p. 62-70), 2018b.

FONT, V. Reflexión en la clase de Didáctica de las Matemáticas sobre una “situación rica”. In: BADILLO, E.; COUSO, D.; PERAFRÁN, G.; ADÚRIZ-BRAVO, A. (eds) **Unidades didácticas en Ciencias y Matemáticas**. (59-91). Magisterio: Bogotá, 2005.

FONT, V.; BRENDA, A.; SALA, G. Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. **Praxis Educacional**, Vitória da Conquista (BA), v. 11, n. 19, p. 17-34, 2015.

FREITAS, R. S. A. **Do conhecimento (matemático) primeiro: grandezas e medidas no centro das atenções**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

GODINO, J. *et al.* Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XX** (pp. 285-294). Málaga: SEIEM, 2016.

GODINO, J. D. Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. **Revista iberoamericana de educación matemática**, p. 13-31, 2009.

GODINO, J. D. *et al.* Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas Developing mathematics teachers' competences for didactical analysis. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis (SC). 7, n. 2, p. 1-21, 2012.

GODINO, J. D. *et al.* Diseño formativo para desarrollar la competencia de análisis epistémico y cognitivo de profesores de matemáticas. **XIX Jornadas Nacionales de Educación Matemática**, p. 138-145, 2015.

GODINO, J. D.; FONT, V.; WILHELMI, M. Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. **Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla**, n. 38, p. 25-48, 2008.

GODINO, J. Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. **Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística**, n. 2, p. 1-15, 2013b.

GODINO, J. *et al.* Enfoque Ontossemiótico de los Conocimientos y competências del Professor de Matemáticas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p.90-113, 2017.

GODINO, J. **Matemáticas para maestros**: manual para el estudiantes. Granada: [s.n], 2004.

GODINO, J.; BATANERO, C.; ROA, R. **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros**: manual para estudiante. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada, 2002.

GODINO, J. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. Costa Rica, nº 11, p. 111-132, 2013a.

GODINO, J.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10 n.2, p.7-37, 2008.

GODINO, J. Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. **Paradigma**, v. 17, nº 2, p. 221-252, 2006. Disponível em: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/pages/idoneidad.html>. Acesso em: 13 de out. de 2020.

GOMES, G. P. **A relação professor-materiais curriculares no ensino de matemática**: uma análise sob a perspectiva ontossemiótica. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2019.

GONTIJO, C. H. Criatividade em Matemática: explorando conceitos e relações com medidas de criatividade e motivação. *In: Reunião anual ANPED 33*, 2010. **Anais [...]**, 2010.

GUSMÃO, T. C. R. S, CARVALHO, L. S; NUNES, M. M. Formação de professores para o ensino de medidas nos anos iniciais. *In: IX Colóquio Nacional e II Colóquio Internacional do Museu Pedagógico*. Vitória da Conquista- BA, 2011. Disponível em <http://periodicos.uesb.br/index.php/cmp/issue/view/109>. Acesso em: 07 agos. 2019

GUSMÃO, T. C. R. S. Desenho de tarefas para o desenvolvimento da cognição e metacognição matemática. In: NEVES, A. S. *et al.* (org.). **Contribuições da didática da matemática para a prática dos professores**. Salvador: EDUFBA, p. 183-193, 2016.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: **XVIII Encontro Bahiano de Educação em Matemática**. Ilhéus, Bahia. 2019. Disponível em: <https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/periodico/files/2019/PA2.pdf>. Acesso em: 07 ago. 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p.666-697, 2021.

HEFEZ, A. **Curso de álgebra**. 3. ed. Rio de Janeiro: Editora IMPA, 2002.

HENRIQUES, A.; ALMOULOU, S. Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

HERSTEIN, I. **Tópicos de álgebra**. Tradução: Adalberto P. Bergamasco e L.H. Jacy Monteiro. São Paulo: Editora Polígono, 1970.

HUMMES, V.B.; FONT, V.; BRENDA, A.. Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. **Acta Scientiae**, v. 21, n. 1, p. 64-82, 2019.

KYTMANOV *et al.* Competency-based Learning in Higher Mathematics Education as a Cluster of Efficient Approaches. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1113 - 1126, 2016.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e medidas. In: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho (coord.). **Matemática: Ensino Fundamental** / - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

LORIA, J. R.; LUPIÁÑEZ, J. L.. Estudio de la competencia profesional de profesores de secundaria sobre tareas matemáticas escolares. **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**, México, v. 33, n.1, p. 523-533, 2020.

LUZ, R. C. **O professor de matemática e as competências necessárias para o exercício da docência no Ensino Superior**. 2015. Dissertação (Mestrado em Gestão e Desenvolvimento Regional), Universidade de Taubaté, Taubaté, 2015.

MENGUAL, E.; GORGORIÓ, N.; ALBARRACÍN L. Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: el caso de la medida. **REDIMAT**, 6(2), p. 136-163, 2017.

MORALES-LÓPEZ, Yuri; FONT, V. M. Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional. **Acta Scientiae**, v. 19, n. 1, p. 122-127, 2017.

MOREIRA, C.B. **O desenvolvimento da percepção de espaço na criança da educação infantil: o papel das tarefas**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2017.

MOURA, A. R. L. **A criança e a medida pré-escolar**. 1995. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

NETO, V. F.; SILVA, M. A. Competências Profissionais de Professores de Matemática do Ensino Médio Valorizadas por uma Boa Escola: a supremacia da cultura da performatividade. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 45, p. 143-164, 2013.

NISS, M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *In: 3rd Mediterranean conference on mathematical education*. p. 115-124. 2003.

NOGUEIRA, Isabel Cláudia Nogueira da Silva Araújo. **Abordagem ontossemiótica de processos de ensino e aprendizagem de grandezas e medidas no 1º ciclo de educação básica**. 2015. Tese (Doutorado) - Faculdade de Ciências em Educação, Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, 2015.

OLIVEIRA, E. C. **Concepções, crenças e competências referentes à leitura, reveladas por professores(as) de Matemática e o desenvolvimento de práticas de leitura em suas aulas**. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

OLIVEIRA, M.M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 3. ed. Petrópolis- RJ: Vozes, 2010.

PEREIRA, L. S. A. **A gestão de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.

PINHEIRO, A. S. **O conhecimento matemático de professores sobre medidas e grandezas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.

PINO-FAN, L.; GODINO J.. Perpectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **Paradigma**, v. 36, n. 1, p. 87-109, 2015.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V.; CASTRO, W. F. Prospective teacher's specialized content knowledge on derivative. *In: UBUZ, B.; HASER, C.; MARIOTTI, M. (Eds.). Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Antalya, Turkey: CERME, p. 3195–3205, 2013.

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRIGUEZ M. Criterios de diseño de tareas para favorecer el análisis didáctico en la formación de profesores. *In: Actas del VII CIBEM*. Montevideo: Uruguai. 2013.

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRÍGUEZ, M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. **Revista latino americana de investigación en matemática educativa**, v. 19, n. 1, p. 71-98, 2016.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Revista Interações**, n. 22, p. 196-216, 2012.

PONTE, J.P. **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014.



- REVELO-ROSETO, J. E.; LOZANO, E. V.; ROMO, P. B. La competencia digital docente y su impacto en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática. **Espirales Revista Multidisciplinaria de investigación**, v. 3, n. 28, p. 156-175, 2019.
- ROCHA, M.L.; AGUIAR, K. F. Pesquisa-intervenção e a produção de novas análises. **Psicologia: ciência e profissão**, v. 23, n. 4, p. 64-73, 2003.
- RODRIGUES, G. S. S. **Desenho de tarefas matemáticas na perspectiva da criatividade: um estudo com professores**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino) Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.
- RODRIGUES, M. S. **O ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Programa de Pós - Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2007.
- RUBIO, N.V.G. **Competencia del profesorado en el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos**. 2012. (Tese de Doutorado). Universitat de Barcelona, 2012.
- SÁNCHEZ, A.; FONT, V.; BRENDA, A. Significance of creativity and its development in mathematics classes for preservice teachers who are not trained to develop students' creativity. **Mathematics Education Research Journal**, p. 1-23, 2021.
- SANTOS, S.S. **Análise de uma experiência com tarefas matemáticas que exploram a dimensão metacognitiva**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2015.
- SECKEL, M. **Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática**. 2015. (Tese de Doutorado). Universitat de Barcelona, 2016.
- SECKEL, M. J.; FONT, V. Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. *In: XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. 2015b.
- SECKEL, M. J.; FONT, V. **Competência de reflexão e a formação inicial de professores de matemática no Chile**. 2015a. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Vicenc\\_Font/publication/281785956\\_Competencia\\_de\\_reflexion\\_en\\_la\\_formacion\\_inicial\\_de\\_profesores\\_de\\_matematica\\_en\\_Chile/links/579524e08aec89db7a84f80/Competencia-de-reflexion-en-la-formacion-inicial-de-profesores-de-matematica-en-Chile.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Vicenc_Font/publication/281785956_Competencia_de_reflexion_en_la_formacion_inicial_de_profesores_de_matematica_en_Chile/links/579524e08aec89db7a84f80/Competencia-de-reflexion-en-la-formacion-inicial-de-profesores-de-matematica-en-Chile.pdf). Acesso em: 26, jun 2019.
- SECKEL, M. J.; FONT, V. Efectos del uso del portafolio para desarrollar la competencia reflexiva en futuros profesores de matemática. En Serna, Luis Arturo (Ed.), **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, p.1236-1244, 2017.
- SECKEL, M. J.; FONT, V. El portafolio como herramienta para desarrollar y evaluar la competencia reflexiva en futuros profesores de matemática. **Investigación en Educación Matemática XX**, Malaga, Espanha, p. 499-508, 2016.

SECKEL, M. J; FONT, V. Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. **Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación**, v. 12, n. 25, p. 127-144, 2020.

SERRAZINA, M. L. M. A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras. 2002. Disponível em:  
[https://www.researchgate.net/profile/Lurdes\\_Serrazina/publication/262002657\\_A\\_formacao\\_para\\_o\\_ensino\\_da\\_Matematica\\_Perspectivas\\_futuras/links/54a7b9350cf267bdb90a2488/A-formacao-para-o-ensino-da-Matematica-Perspectivas-futuras.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Lurdes_Serrazina/publication/262002657_A_formacao_para_o_ensino_da_Matematica_Perspectivas_futuras/links/54a7b9350cf267bdb90a2488/A-formacao-para-o-ensino-da-Matematica-Perspectivas-futuras.pdf). Acesso em: 15, mar. de 2020.

SERRAZINA, M. L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 266-283, 2012.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SILVA, R. G. **Interações entre licenciandos em Matemática e Pedagogia: um olhar sobre o tema Grandezas e Medidas**. 2010. Dissertação (Mestrado Em Educação Matemática) - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

SOLAR, H.; D. J. Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1092-1112, 2016.

SOUSA, J. R. **(Re)desenho de tarefas para articular os conhecimentos intra e extramatemáticos do professor**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2018.

SOUZA, F. M. **Campo, habitus e competências e práticas de ensino dos professores de Matemática de escolas brasileiras do ensino médio estadual com bons resultados no Enem**. 2017. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção), Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2017.

SOUZA, J.M. **Materiais curriculares educativos de matemática do pacto/PNAIC: um olhar desde os critérios de idoneidade didática**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2018.

STEIN, M.K.; SMITH, M.S. **Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão: Da investigação à prática**. 2009. Disponível em:  
<http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/stein-smith%20098.pdf>. Acesso em: 26, jun. 2019.

VARGAS, C. **Evaluación de la competencia comunicativa en la formación del profesorado de matemática de educación secundaria**. 2012. (Tese de Doutorado). Universitat. Autònoma de Bcelona, Barcelona, 2012.

VARGAS, C. Evolución de la competencia comunicativa matemática en un contexto de master de formación de profesores de matemática: la evolución de Ester. Santo Domingo, República Dominicana: **CEMACYC**, p.1-13, 2013.

VARGAS-DÍAZ, C.; APABLAZA, H. Competencia comunicativa en la formación inicial actual del profesor de matemática en Chile. **Formación universitaria**, v. 12, n. 3, p. 81-90, 2019.

ZABALA, J.M.G. 3<sup>2</sup> -2 ideas clave. **El desarrollo de La competência matemática**. 1 ed. Barcelona: Graó, 2008.

## **ARTIGO 01**

### **A COMPETÊNCIA DO PROFESSOR EM ANÁLISE COGNITIVO DE TAREFAS SOBRE MEDIDAS DE COMPRIMENTO**

**RESUMO:** Entre os objetivos deste artigo, está o de avaliar o desenvolvimento de competências — para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento — no professor da Educação Básica, em especial, a competência em análise cognitivo, para tanto, será tomada como referência critérios epistêmicos. A pesquisa de abordagem intervencionista aconteceu dentro do Grupo de Estudos e Pesquisas Museu Pedagógico: Didática das Ciências Experimentais e da Matemática, com 18 professores que participaram de uma formação pautada no método do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas com o objetivo de estudo, análise, desenho e avaliação de tarefas matemáticas. Neste artigo, apresentaremos uma análise cognitivo/pessoal, cuja referência são critérios epistêmicos/institucionais, de protocolos de respostas dados a um teste sobre medidas de comprimento. Os resultados apontam: competências de ordem matemática, comunicativa e argumentativa demonstradas pelos professores participantes durante as análises que realizaram das respostas dadas ao teste; algumas interferências que podem prejudicar o desenvolvimento de competências por parte do professor; que o ciclo formativo contribuiu sobretudo para uma mudança de atitude do professor perante as tarefas a serem levadas para a sala de aula.

**Palavras-chaves:** Competência em análise cognitiva. Competência. Desenho de tarefas. Medidas de comprimento.

**ABSTRACT:** Among the objectives of this article is to assess the development of competences — for the analysis of mathematical tasks on measures of length — in the Basic Education teacher, in particular, competence in cognitive analysis, for which purpose, epistemic criteria will be taken as a reference. The interventionist approach research took place within the Pedagogical Museum Study and Research Group: Didactics of Experimental Sciences and Mathematics, with 18 teachers who participated in training based on the Study Cycle and Task Design method with the objective of study, analysis, design and evaluation of mathematical tasks. In this article, we will present a cognitive/personal analysis, referenced by epistemic/institutional criteria, of response protocols given to a test on length measurements. The results point out: mathematical, communicative and argumentative competences demonstrated by the participating teachers during the analyzes they carried out of the answers given to the test; some interferences that can hinder the development of competences on the part of the teacher; that the training cycle contributed above all to a change in the teacher's attitude towards the tasks to be taken into the classroom.

**Keywords:** Competence in cognitive analysis. Competence. Task design. Length measurements.

#### **Introdução**

Apesar de os documentos curriculares oficiais, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), indicarem a importância do conteúdo Medidas e Grandezas para a formação do aluno, por seu caráter prático, ele ainda encontra resistência e dificuldade no trato em sala de aula. Um exemplo disso é o conteúdo Medidas de comprimento, a qual tem sido ensinado baseado em regras prontas, de modo que cabe apenas a memorização por parte do aluno (CHAMORRO, 2003). A dificuldade no ensino desse conteúdo pode ser explicada, em parte, porque professores padecem das mesmas dificuldades que seus alunos (GUSMÃO; CARVALHO; NUNES, 2011; PINHEIRO, 2019; PEREIRA, 2019). Por outro lado, deve-se, também, devido à formação recebida por esse profissional (SERRAZINA, 2002).

Para falar das dificuldades do conhecimento matemático necessário para abordar um conteúdo, adentraremos na temática da competência, termo utilizado em diferentes áreas e com distintos significados. No campo da educação matemática, em específico, autores como Zabala (2008) e Godino *et al.* (2012) definem competência como a capacidade de aplicar os conhecimentos adquiridos em variadas situações.

Para selecionar, implementar e avaliar um processo de ensino e de estudo sobre determinado conteúdo, como medidas de comprimento, são necessários critérios que ajudem a planejar, proceder e avaliar o processo, para isso, utilizaremos os Critérios de Idoneidade Didática (CID) (GODINO *et al.*, 2013; GODINO, 2013). Já para a análise de tarefas matemáticas, utilizaremos de algumas fases e critérios do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT) (GUSMÃO; FONT, 2021).

Por ser desdobramento de uma pesquisa mais ampla<sup>20</sup>, este artigo tem por **objetivos** avaliar o desenvolvimento de competências para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento, no professor da Educação Básica, em especial, a competência em análise cognitivo, tomando como referência critérios epistêmicos; além de identificar possíveis fatores que interferem no desenvolvimento da competência em análise cognitivo. Para isso, os participantes da pesquisa, 18 professores da Educação Básica, gentilmente analisaram protocolos de testes, validados na pesquisa de Pinheiro (2019), sobre medidas de

---

<sup>20</sup>Projeto de pesquisa: *a perspectiva do desenho de tarefas para o desenvolvimento de competências no professor de Matemática para analisar processos de ensino e intervir didaticamente sobre os mesmos*, coordenado pela segunda autora.

comprimento. Para este artigo, trazemos as discussões e as análises das questões 07 e 08 do mencionado teste.

Este artigo considerou uma revisão de literatura sobre competências, critérios de idoneidade didática, tarefas matemáticas e medidas de comprimento. Após o esboço da metodologia, segue a análise dos dados e a conclusão da pesquisa.

## **Competências**

Documentos oficiais como a BNCC (2018) têm indicado que os alunos precisam desenvolver habilidades e competência matemática, porém para este desenvolvimento o professor precisa ter, ao menos, o conhecimento matemático necessário para o nível que irá lecionar, além de conhecer fatores que poderão interferir nesse ensino (FONT, 2018; FONT *et al.*, 2018; BREDA; FONT; LIMA, 2015).

A relação entre conhecimento e competência é trabalhada pelo Enfoque Ontossemiótico, por meio do modelo teórico de Conhecimento e Competência do Professor de Matemática (CCDM) (RUBIO, 2012; SECKEL, 2016; GODINO *et al.*, 2017; BREDA; PINO-PAN; FONT, 2017), o qual permite avaliar e desenvolver tal competência. Nesse modelo, o professor além de ter a competência matemática, deve ter a competência de análise e intervenção que permite desenhar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagem, mediante técnicas e critérios de qualidade (RUBIO, 2012; SECKEL, 2016; FONT, 2018). Essa é considerada chave do modelo, pois esta competência é a junção da dimensão didática e da metadidática.

No âmbito das competências que professores de matemática precisam desenvolver, Niss (2003) aponta dois grupos, aquelas que têm relação com a capacidade de fazer e responder tarefas matemáticas (por exemplo, pensar matematicamente; argumentar e construir modelos) e, aquelas que se referem à capacidade de gerenciar linguagens e ferramentas matemáticas (por exemplo, comunicar e empregar suportes e ferramentas). Este autor, define competência matemática como sendo a “habilidade em compreender, julgar, fazer e usar a matemática em uma variedade de contextos e situações intra e extra-matemáticas em que a matemática desempenha ou poderia desempenhar um papel” (NISS, 2003, p. 7, *tradução nossa*).

Das competências descritas por este autor, destacamos a competência comunicativa, por ser essencial no processo de ensino e aprendizagem, considerada como a compreensão de textos em variados registros linguísticos, expressando-se de forma oral e escrita e levando-se

em conta a teoria e a técnica. Vargas (2013), ao estudar esta competência, a define como a “capacidade social comunicativa para ensinar matemática que se desenvolve quando o professor reflete sobre a importância da comunicação para ensinar um grupo de alunos interessados em aprender matemática” (VARGAS, 2013, p. 3, *tradução nossa*).

Outra competência do professor de matemática é a competência reflexiva, na qual o professor “analisa criticamente sua prática pedagógica e de outros professores a partir de seu impacto na aprendizagem dos alunos, propõe e fundamenta alterações para melhorá-la” (SECKEL; FONT, 2016, p.501). Comparadas, a competência comunicativa é menos abrangente, pois enquanto a reflexiva leva em conta o conhecimento didático-matemático, a comunicativa se refere apenas a comunicação na aula de matemática.

### **Crítérios de Idoneidade Didática: a idoneidade epistêmica**

Para avaliar a competência matemática de seus alunos e planejar propostas de melhoria, o professor necessita ter em conta critérios que o direcionem. O Enfoque Ontossemiótico da Instrução e Cognição Matemática (EOS) representou um marco teórico, criado por Juan Godino e Carmen Batanero, em 1994, “dentro da Didática da Matemática com o propósito de articular diferentes pontos de vista e noções teóricas sobre o conhecimento matemático, seu ensino e aprendizagem” (GODINO, 2013, p. 114). Além disso, esse enfoque propõe os chamados Critérios de Idoneidade Didática (CID) que servem tanto para planejar uma sequência de atividade ou episódio de aula, como para avaliar um processo de instrução matemática (BREDA; FONT; LIMA, 2015).

Os Critérios de Idoneidade Didática (ou adequação didática), doravante CID, são definidos como a articulação coerente de seis componentes que permitem avaliar o grau de adequação de um processo: Idoneidade epistêmica, grau de representatividade dos significados institucionais implementados em relação ao que foi pretendido; Idoneidade cognitiva, grau de adequação dos conhecimentos pretendidos à zona de desenvolvimento proximal do aluno; Idoneidade afetiva, grau de interesse e de motivação do aluno em relação ao conteúdo matemático; Idoneidade interacional, grau de identificação e resolução de conflitos de significado; Idoneidade mediacional, grau de disponibilidade de recursos materiais e temporais necessários para desenvolver o processo de ensino-aprendizagem; Idoneidade ecológica, grau de adequação do processo de estudo no entorno em que se desenvolve, ajustado ao projeto da escola, às diretrizes curriculares etc. (GODINO; BATANERO; FONT, 2008; GODINO, 2009).

Godino (2013) e Breda, Font e Lima (2015) consideram um conjunto de indicadores consensuados pela comunidade científica para avaliar cada uma das idoneidades. Ao dirigirmos nossa atenção, neste artigo, para a idoneidade epistêmica, podemos observar que esses autores consideram que, para a melhoria da idoneidade epistêmica, deve-se adequar a linguagem ao nível cognitivo dos alunos durante as explicações de definições, propriedades etc., com isso, explorar as expressões verbais e gráficas, articular as situações problemas com diferentes níveis. Para compreender as demais idoneidades, remetemos aos referidos autores.

Seckel (2016) faz uma adaptação dos componentes e indicadores da idoneidade epistêmica (Quadro 1), para tanto, observa a “boa matemática”, se há erros nas definições e conceitos, se há ambiguidades nos enunciados, a relevância dos processos na atividade matemática e se há uma representação do conteúdo matemático, em que são considerados seus diferentes significados.

Quadro 1 — Componentes e indicadores da idoneidade epistêmica

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
Erros	Não se observam práticas consideradas incorretas do ponto de vista matemático.
Ambiguidades	Não há ambiguidades que possam causar confusão para os alunos: definições e procedimentos claros e enunciados corretamente, adaptados ao nível de ensino a que se destinam; adequação das explicações, verificações, demonstrações ao nível educacional a que se destinam, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de processos	A sequência de tarefas contempla a realização de processos relevantes na atividade matemática (modelagem, argumentação, resolução de problemas, conexões, etc.)
Representatividade	Os significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática a ser ensinada. Para um ou vários significados parciais, amostra representativa de problemas. Para um ou vários significados parciais, uso de diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico...), tratamentos e conversões entre os mesmos.

Fonte: Seckel (2016, p.176, *tradução nossa*).

Segundo Burgos et al. (2018, p.708), a competência de análise epistêmico é aquela que “permite ao professor reconhecer os objetos e processos implicados nas práticas matemáticas institucionais necessárias para a resolução das situações-problemas”. Também, segundo esses autores, “a análise realizada pelos formadores às soluções dadas pelos estudantes é considerada como uma análise cognitiva”. Seguindo esta linha de raciocínio, consideramos que a competência de análise cognitivo será aquela que permitirá ao professor/formador, reconhecer, analisar e discutir os objetos e processos implicados nas práticas matemáticas pessoais necessárias para a resolução de situações-problemas.

Os quatro componentes explicitados por Seckel (2016), tomados do ponto de vista institucional/epistêmico, serão adotados como referência para a análise das práticas pessoais/cognitivas utilizadas neste estudo.



## **Tarefas matemáticas**

As tarefas matemáticas — entendidas como “situações que o professor propõe (problemas, investigação, exercício, etc.) na classe e estas são o ponto de partida da atividade do aluno, o qual, por sua vez, produz como resultado a aprendizagem”, conforme Pochulu, Font e Rodriguez (2013, p. 4999) — devem ser utilizadas como ferramenta de suporte para desenvolvimento dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, segundo Moreira e Gusmão (2020). Elas também “se constituem como a principal ferramenta de trabalho do professor, contribuindo para uma melhor organização, planejamento e avaliação da prática pedagógica” (RODRIGUES; GUSMÃO, 2020, p. 344).

Embora se confunda tarefa com atividade, a primeira se refere à proposta do professor, enquanto a segunda é o que o aluno faz para resolver (GUSMÃO, 2019; ZABALA, 2008). Por isso, uma boa tarefa deve satisfazer alguns critérios: “As tarefas devem ser de diferentes tipos; Ter natureza aberta e fechada; Ter diferentes níveis de exigência e graus de desafios; Se converter em atividades significativas; Atender a diferentes objetivos de aprendizagem; Ser autêntica, interessante, divertida e desafiadora” (GUSMÃO, 2019, p. 9). Esta autora salienta que o professor pode tanto enriquecer como empobrecer as tarefas e isso tem a ver com a gestão que faz delas. Pereira (2019, p. 25), investigando sobre a gestão de tarefas, define esta como “um conjunto de ações desenvolvidas pelo professor para explorar de forma eficiente as tarefas em sala de aula, visando ao alcance dos objetivos estabelecidos”.

Em todo esse contexto fica claro que o professor, visando a aprendizagem de seus alunos, deve estar atento para as tarefas que leva para eles, assim, necessita cuidar dos momentos de planejamento, escolhas, implementação e gestão das tarefas.

## **O ensino de medidas**

Medir é comparar. As crianças já vão à escola com alguma experiência de comparação, tais como a noção de menor que, maior que etc. que precisará ser ampliada no decorrer do percurso escolar. À medida que o grau de escolaridade aumenta, a criança vai adquirindo a noção da relação entre a ação de medir e o valor numérico da medida, vai percebendo também que nem tudo pode ser medido e que os instrumentos de medida não são usados para qualquer tipo de objeto que se quer medir (CUNHA, 2008; CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Embora isso seja o ideal, o conteúdo de medidas, por exemplo medidas de comprimento, tem sido deixado de lado ou ensinado com foco nas transformações de unidades, que são ensinadas mecanicamente, de modo que prevalece a memorização das regras de conversão, muitas vezes, para agilizar os cálculos, isso cria a falsa ideia de que o estudante aprendeu o significado da medida (CHAMORRO, 2003). Os múltiplos e submúltiplos só terão sentido para o estudante se este realiza atividades de medição que favoreçam a comparação da unidade com o objeto a medir, indicando a adequação ou troca de outra unidade (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Em se tratando dos significados institucionais, no tratamento de uma determinada grandeza em sala de aula, faz-se necessário que o professor considere as seguintes quatro fases de conhecimento:

- 1-Consideração e percepção da grandeza como propriedade de conjuntos de objetos, isolando-a de outras propriedades que estes possuem;
- 2-Conservação da grandeza, que pressupõe a conscientização que a modificação da posição ou forma de um objeto não altera a grandeza;
- 3-Ordenação de objetos de acordo com a grandeza em questão;
- 4-Estabelecimento de uma relação entre grandeza e número, estando reunidas as condições para efetuar medições (NOGUEIRA; FERNÁNDEZ, 2017, p. 05).

Também tratadas nos estudos de Chamorro e Belmonte (2000), Ponte e Serrazina (2000), Mengual, Gorgorió e Albarracín (2017), essas fases necessitam ser apropriadas pelos professores de modo a possibilitar a seus estudantes uma compreensão, avanço e superação do conteúdo.

No processo de medir, são necessárias duas operações: uma geométrica, que aplica a unidade na grandeza a ser medida; outra aritmética, que calcula quantas vezes a ação anterior se realiza. Porém, o trabalho com esse conteúdo necessita primar pelo concreto para depois se chegar ao abstrato (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

No processo aritmético nem sempre o valor numérico pode ser expresso como número natural, daí a necessidade do trabalho com os números fracionários, assim como entender as operações que podem ser efetuadas com o conjunto dos números racionais e os inteiros quando se utilizam medidas de comprimento (MOURA, 1995).

Vamos considerar  $A$  um conjunto formado por subconjuntos, de maneira que cada um deles é composto por objetos que são iguais em relação à determinada propriedade, no nosso caso comprimento. Este conjunto  $A$  é formado por uma lei de composição interna que chamaremos de  $*$ . Assim, o produto de um número natural por uma grandeza é definido da seguinte maneira, conforme Nogueira (2015), Chamorro e Belmonte (2000, p. 136): “Seja  $a \in A$  e  $n \in \mathbb{N}$ , então  $n \cdot a = a * a * a * \dots * a$   $n$  vezes”.

Nesse entendimento, “cada quantidade de grandeza (medida) poderá sempre ser expressa como o produto de certo número por outra quantidade (unidade de medida)” (NOGUEIRA, 2015, p. 11). Torna-se necessário também definir o produto de um número racional por uma quantidade de grandeza: “Seja  $a$  e  $b \in A$  e  $1/n \in \mathbb{Q}$ , com  $n \neq 0$ . Escrevemos que  $(1/n) \cdot b = a$  se  $b = n \cdot a$ , o que significa dizer que  $1/n$  é multiplicável por  $b$  se existir um elemento  $a$  de  $A$  que verifica  $b = n \cdot a$ ” (NOGUEIRA, 2015, p. 10).

Acontece que algumas mudanças no contexto atual têm afetado o ensino e a aprendizagem de medidas. Segundo Chamorro (2003, p. 229), as mudanças ocorridas no âmbito social e tecnológico têm prejudicado “as práticas sociais de medição, de maneira que os conhecimentos que antes podiam ser extraídos do âmbito particular agora são muito escassos”. Essa autora considera urgente o retorno de experiências em sala de aula para conceituar medida, já que “na sociedade, os metros a laser substituíram a fita métrica, as balanças digitais às de pratos, os objetos industriais aos artesanais e, com isso, os alunos foram privados das experiências necessárias para conceituar noções de medida” (CHAMORRO, 2003, p. 229).

Concordamos com Chamorro e Belmonte (2000), Moura (1995) e Freitas (2009) quando expõem a necessidade de não se começar o trabalho com medidas e grandezas com regras prontas, pois isso impossibilita que o aluno entenda o processo de medição e que consiga estabelecer relação entre as unidades de medidas, já que o trabalho inicial com regras tem como consequência apenas a memorização de fórmulas. Em conformidade com Blanco, Nogueira e Montecón (2019), para a compreensão da medida nos primeiros anos de escolaridade, faz-se necessária a realização de experiências de comparação e de medições.

## **Metodologia**

Este estudo segue uma abordagem de cunho qualitativo, pois envolve “um processo de reflexão e análise da realidade através de técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou em sua estruturação” (OLIVEIRA, 2010). Como método de pesquisa, escolhemos o Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT) que tem como ferramenta teórico-metodológica os critérios de idoneidade didática e que visa a estudar e desenhar/redesenhar tarefas matemáticas para alcançar a melhoria da aprendizagem matemática (GUSMÃO; FONT, 2021).

O CEDT é composto por oito fases: (1) diagnóstico; (2) estudo; (3) análise; (4) planejamento e seleção; (5) desenho/concepção; (6) implementação; (7) avaliação; (8)

redesenho. Em nossa pesquisa não adentramos nas fases 4, 5 e 6, já que nem sempre elas acontecem todas juntas em uma mesma investigação (GUSMÃO; FONT, 2021). Para colocar em prática este método, realizamos uma intervenção, visto que esta permite desconstruir certas práticas cotidianas e possibilita a criação de outras (AGUIAR; ROCHA, 1997; ROCHA; AGUIAR, 2003). No nosso caso, práticas relacionadas ao conhecimento didático e matemático de medidas de comprimento.

Apresentamos no Quadro 2 um resumo dos encontros realizados em cada fase desenvolvida em conformidade com o CEDT:

Quadro 2 — Fases e encontros desenvolvidos

Fases do CEDT desenvolvidas	Número de encontros	Duração dos encontros
Diagnóstico	01 encontro	2 h
Análise	06 (01 presencial e 05 virtuais)	12 h
Estudo	03 virtuais	7h e 30min
Avaliação	Ocorreu em todos os encontros com exceção do encontro diagnóstico	----
Redesenho	03 virtuais (iniciando no último encontro de estudo)	6 h e 30 min

Fonte: elaboração nossa.

Estas fases do CEDT podemos resumi-las, então, em três etapas: análise, estudo e reanálise. Na fase de estudo nós priorizamos o estudo dos critérios de idoneidade didática e de desenho e redesenho de tarefas matemáticas. Na etapa de reanálise enfatizamos a fase de avaliação e redesenho das tarefas com base nos critérios estudados na etapa anterior e ainda que a todo momento fazíamos avaliação da tarefa, o foco avaliativo bem como o redesenho foram enfatizados na etapa de reanálise, por isso não contemplamos estas fases neste artigo.

Especificamente para este artigo estamos considerando apenas a fase de **análise**, na qual os participantes atuaram livremente, segundo suas próprias experiências e conhecimentos sobre o assunto e sem nenhum indicativo, por parte dos pesquisadores, de teorias ou modelos que os conduzissem na análise. Inicialmente, apenas lhes foi perguntado: Como analisam as respostas dadas à questão projetada? Ao longo das análises e discussões, também foi perguntado: Quais as causas de possíveis erros; se responderiam da mesma forma ou não; se precisava de modificações no enunciado da questão etc.

Os primeiros encontros com os participantes aconteceram de forma presencial, mas em virtude da pandemia da COVID-19, passaram a ser virtuais por meio da plataforma *Google Meet*, sendo que os encontros de que trata este artigo aconteceram de forma online. Os protocolos de resposta que antes eram entregues aos participantes passaram a ser projetados em *slides*, como consequência, foi preciso escolher modelos diferentes de respostas para cada

questão para serem projetados. Para gravação de áudio e vídeo utilizamos o programa *OBS Studio* e as gravações foram transcritas para facilitar a análise de dados.

## **Participantes**

A intervenção foi realizada junto ao Grupo de Estudos e Pesquisas Museu Pedagógico: Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e envolveu 18 professores participantes. Estes, gentilmente, analisaram, estudaram e reanalisaram protocolos de respostas de um teste sobre medidas de comprimento, validado na pesquisa de Pinheiro (2019), aplicado a 9 professores de matemática veteranos e 36 em formação, cursando os três últimos semestres da graduação em Matemática. Depois o teste foi replicado pela pesquisadora a 18 professores em formação que cursaram os primeiros semestres da Licenciatura em Matemática. Os participantes de nossa pesquisa assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) após a pesquisa ter sido aprovada pelo Comitê de Ética da UESB com número de parecer 26341519.7000.0055.

Os nomes dos 18 professores participantes de nossa pesquisa adotados para apresentação do perfil dos professores participantes são fictícios para resguardar a sua imagem.

Gilberto e Rosa são licenciados em Matemática, Marta, Madalena e Ivete são licenciadas em Ciências com habilitação em Matemática. Esses possuem mais de 30 anos na docência, com contrato de 40h, exceto Marta que tem 60h semanais. Carmen, Joana, Moisés, Ione, Andréia e João possuem entre 20 e 30 anos de experiência, com carga horária que varia de 40 a 60 horas. Carmem, Ione e Moisés possuem Licenciatura em Ciências com habilitação em Matemática, Joana é licenciada em Letras, Andréia licenciada em Letras e Matemática e João licenciado em Física e Pedagogia. Geovana, Roberto, Vicente, Pedro, Cristina, Mariana e Mateus possuem menos de 20 anos de experiência com carga horária variando entre 20h e 60 horas semanais. Roberto e Mariana são licenciados em Pedagogia, Mateus licenciado em Letras e o restante dos participantes licenciados em matemática.

## **Tarefas**

Para este artigo focamos na análise epistêmica de duas questões, destacadas no Quadro 3, discutidas em dois encontros diferentes da fase de análise do ciclo formativo. Escolhemos

estas tarefas por trabalharem com unidades de medidas convencionais e não convencionais, solicitar a conversão de unidades de medida, ponto de discussão de alguns autores estudados, por exigir pensamento inverso e, conseqüentemente, uma interpretação mais detalhada dos enunciados. Mesmo que outras tarefas levem em conta a maioria destes fatores, estas duas chamaram a atenção dos professores nas discussões pela forma como foram elaboradas e respondidas e, por isso, trazemos neste artigo.

Quadro 3 — Questões utilizadas na pesquisa


**Q07- Aproximadamente, qual sua altura?** (Adaptado de Gusmão, 2014)

a) **Em metros** \_\_\_\_\_

b) **Em centímetros** \_\_\_\_\_

Comentário: O solucionador, inicialmente, deve apresentar sua altura na unidade metro, depois apresentar esta mesma altura na unidade centímetro. Para a conversão de metro para centímetro, o solucionador sabendo que em cada metro há 100 centímetros, deve multiplicar sua altura em metros por 100, encontrando a medida correspondente na unidade centímetro. A falta de conhecimento em relação às unidades de medida pode ser um empecilho a uma solução exitosa.

**Q08- Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor?** (Adaptado de GUSMÃO, 2014)



Comentário: O solucionador precisa comparar os comprimentos por meio da abstração usando um raciocínio inverso de medição e que normalmente não estamos acostumados, ou seja, ao invés de sobrepor, ainda que imaginariamente, o comprimento da barra menor na maior, terá que pensar o reverso, a maior na menor. E caso tenha um nível de abstração pouco desenvolvido, pode usar algum objeto como intermediário nesta medição.

Fonte: Questões extraídas de Pinheiro (2019).

As questões apresentam-se em linguagem natural e simbólica, explorando expressões e termos próprios da matemática: medida, altura, metro, centímetro, quantidades de medida (comprimento da barra menor, comprimento da barra maior, altura em metro, altura em centímetro). Tais linguagens se referem a objetos de natureza física como barras e altura, mas também de natureza conceitual e operatória (unidade de medida, multiplicação e divisão envolvendo medidas, valor da medida aproximada).

Em relação aos critérios de análise dos dados, utilizaremos o critério epistêmico com base na pesquisa de Seckel (2016) para analisar os argumentos dados pelos professores quando analisam as tarefas matemáticas, ou seja, o critério epistêmico é nossa ferramenta de análise da competência em análise cognitivo que podem apresentar os professores.

Para que nossos participantes identificassem o público que respondeu o teste em análise, atribuímos aos protocolos de respostas um código, Pf para professores em formação e

Pv para professores veteranos, seguido pela numeração associada a estes, a fim de identificá-los.

## Resultados da tarefa 07

Para a análise da Questão 07, projetamos três protocolos de respostas de uma única vez. Eles são de professores em formação, cursando o 5º e 6º semestres.

Figura 1 — Resposta Pf5(6ºsem.)	Figura 2 — Resposta Pf3(6ºsem.)	Figura 3 — Resposta Pf25(5ºsem.)
Q07- Aproximadamente, qual sua altura?	Q07- Aproximadamente, qual sua altura?	Q07- Aproximadamente, qual sua altura?
a) Em metros <u>1,8 m</u>	a) Em metros <u>1 metro</u>	a) Em metros <u>0,10 m</u>
b) Em centímetros <u>178 cm</u>	b) Em centímetros <u>86 centímetros</u>	b) Em centímetros <u>10 cm</u>

Fonte: dados da pesquisa (2021).

Nossos participantes deram início às análises, uns usando o microfone e outros por mensagem no *chat*. Vejamos alguns fragmentos de falas durante a análise:

Joana: *apenas o terceiro tem noção de m e cm. Os outros estão meio confusos em relação ao conceito.* (mensagem no chat)

[...]

Rosa: *agora eu também não sei se ele (solucionador do primeiro protocolo) entende se 0,10 m é 10 cm não viu.*

Gilberto:  *você acha que foi coincidência?*

Rosa: *Acho que sim. Porque uma pessoa diz que tem 10 cm de altura, não tem noção nenhuma de transformação.*

[...]

Gilberto: *A terceira resposta aí é boa. Agora a primeira resposta a pessoa não tem, o aluno não tem noção né? A altura dele ele dizer que é 10 cm? Incompatível né? Resposta incompatível. [...] já essa terceira está muito boa, muito boa mesmo. Porque em metros ele colocou 1,80, mas ele sabe que precisamente a altura dele é 1,78. Aí ele inclusive fez aproximação, né? 1,78 é aproximadamente 1,8 m.*

[...]

Carmen: *é grave na interpretação da pergunta, a e b seria pra poder a pessoa realmente... quer que ela diga o metro separado do cm.*

Ivete: *ela entendeu assim, ne?*

Carmen: *ela sabe matemática, mas ela não soube interpretar a pergunta.*

[...]

Gilberto: *eu acho que tá mais provável aí que ela tenha considerado o metro e os centímetros pra colocar separadamente.*

Após análise dos protocolos pelos participantes, foram apresentadas duas tabelas contendo uma síntese das respostas a cada alternativa da questão.

Figura 4 — categoria de respostas da questão 7 (a) **Figura 5** — categoria de respostas da questão 7 (b)

Cat.	Tipologia de respostas	Alunos semestre	3° Prof. Veteranos	Prof. formação	Em
	2m; 0,05m	2	0	0	
	1,80 (1m e 80 cm); 1,59 1m e 59 cm; 1m, 7dm e 1 cm	3	0	0	
	1,6m; 1,72m; 1,78m; 1,85m; 1,65m; 1,80m; 1,67 m; 1,70m; 1,56m; 1,73m; 1,58m; 1,75m; 1,92m;	20	9	34	
	1,58	1	0	0	
	Cento e sessenta e sete metros	0	0	1	

Cat.	Tipologia de respostas	Alunos semestre	3° Prof. Veteranos	Prof. formação	Em
	1 m, 80 cm e cinco dm; 1 m 73 cm	2	0	0	
	158	1	0	0	
	180 cm; 171 cm; 160 cm; 178 cm	19	9	36	
	0,0158 cm (colocou 1,58 m no item a); 70 cm (colocou 1,70 m no item a); 180 cm (colocou 2 m no item a); 5 cm (colocou 0,05m no item a)	4	0	0	

Fonte: dados da pesquisa.

Em seguida, solicitamos que ordenassem as respostas da tabela, da mais adequada para a menos adequada, ordem que deveria ser colocada na primeira coluna (categorias). Este foi um momento de novas discussões e trocas de conhecimentos, conforme pode ser apreciado nos seguintes fragmentos de falas:

Ivete: *2 m é normal, acho que ninguém tem 2m, mas o pior de tudo ainda é esse 0,05 que no caso não compreendeu nada assim. O 1,58 mesmo sem a unidade de medida a gente entende, quer dizer, presume que a pessoa pelo menos saiba, mas.o cento e sessenta e sete, escrito, realmente é meio estranho.*

Gilberto: *nesta terceira linha tem as medidas aí 1 e 56 e, 1 e 65, estão esquisitos também.*

Rosa: *por que Gilberto?*

Gilberto: *a gente não achou esquisito esse 1e 58 na quarta linha?*

Rosa: *mas é porque faltou unidade*

Gilberto: *ah, certo. É por que faltou a unidade, entendi agora*

[...]

Tânia: *[...] Volta na tabela anterior. Gente, olha, vocês lembram daquele aluno que colocou a medida dele 2 m? Ele colocou 1 m e 80 cm. Ele tem isso em cm.*

Rosa: *e aproximou para dois metros*

[...]

Gilberto: *Tânia, sabe o que que eu acho? Eu acho que ele achou que era pra colocar somente metro ou um metro, dois metros, três metros. Ele achou que era pra colocar metros. Aí como tava mais perto de 2m do que de 1 m.*

Tânia: *pode ter sido, ele está pensando numa medida exata?*

Rosa: *pode ser uma aproximação.*

Gilberto: *ele achou que só poderia usar o metro.*

Ivete: *e tem a palavra aproximadamente. A gente tem que ter mais clareza até na hora de elaboração de uma atividade, de um questionamento.*

[...]

Tânia: *dentro desse bloco essa daí seria a pior? [se referindo a categoria da tabela que tinha 180 cm (colocou 2 m no item a); 5 cm (colocou 0,05m no item a)]. Depois seria o que?*

Gilberto: *aquela do decímetro, né!?*

Rosa: *a primeira porque colocou metro, decímetro [se referindo ao primeiro item da tabela que continha 1 m, 80 cm e cinco dm; 1 m 73 cm] por que também colocou metro e a resposta era só centímetro, né!?*

Um olhar sob o ângulo dos **erros**, primeiro componente da idoneidade epistêmica trazida por Seckel (2016), aponta como indicador de uma prática idônea (adequada), do ponto



de vista matemático, aquela que não incorre em erros, por exemplo, conceituais e procedimentais. A análise feita pelos participantes da pesquisa, permite-nos observar que o erro, sobretudo do ponto de vista conceitual, foi percebido pelos participantes, a exemplo da fala de Joana que mesmo não sendo licenciada em Matemática, consegue logo de início perceber a existência de um erro conceitual.

De modo geral, durante as discussões que os professores realizaram na fase de análise, foi notória a observação que fizeram de que os protocolos apresentaram erros diferentes. Erros que apontam fragilidades no conhecimento do processo de transformação de unidades, na interpretação de questões relacionadas às conversões e sua aplicabilidade, conforme perceberam Gilberto e Rosa no primeiro protocolo. Para Chamorro (2003), os problemas relacionados às unidades de medida são sanados quando se inicia o processo com atividades de manipulação, caso não haja esse processo, pode ser que a compreensão da relação entre as unidades de medidas fique prejudicada.

Para fazer a conversão de metro para centímetro, nesta tarefa, um procedimento a ser realizado seria dividir a medida em metro por 100, pois cada metro possui 100 centímetros, por isso, a necessidade de conhecer a relação entre as unidades formais de medida. Na resolução do item, o solucionador precisaria ter passado por um processo de medição de sua altura com o auxílio de uma fita métrica ou outro instrumento, além de, normalmente, encontrar a sua altura na unidade metro, enquanto que no item b ele precisaria compreender que cada metro corresponde a 100 cm, então, fazer a multiplicação da resposta anterior por 100.

Entre as observações que os professores fizeram sobre o primeiro protocolo, surge a que o solucionador, aparentemente, parece saber fazer a conversão, mas não demonstra conhecimento da sua altura, ainda que matematicamente a conversão esteja correta. Já o segundo solucionador sabe sua altura, porém, não sabe expressá-la, já o terceiro faz uma aproximação, entretanto, nenhum de nossos participantes mencionou que a transformação para a unidade centímetro no item b não corresponde com a medida explicitada no item a, talvez pela emoção de encontrar uma resposta mais próxima do ideal. A conversão feita no item b deveria ser do mesmo valor numérico que o item a, ou seja, ele indicar que tem 1,80 m e 180 cm ou 1,78 m e 178 cm. Detiveram-se na aproximação sem mencionar que a conversão deveria ser da mesma medida desconsiderando o princípio da conservação.

Assim como Gilberto, outros participantes chamaram a atenção, tanto na apresentação dos protocolos quanto na enumeração da tabela, para o fato de os solucionadores terem apresentado medidas que não correspondem com a realidade, apontaram, também, expressões

errôneas, além de demonstrarem confusão na conversão de unidades, expressando que 0,05 m é o mesmo que 5 cm; 2 m é o mesmo que 180 cm; ou ainda 158 m é o mesmo que 0,0158 cm. Esses valores foram observados na tabela de categorias de respostas, na qual os professores revisaram os erros, sendo que alguns chamaram ainda a atenção para o equívoco na atribuição da medida solicitada na unidade metro ou na unidade centímetro, pois é inimaginável que um adulto tenha 5 cm de medidas de comprimento.

Alguns erros nas conversões, conforme aponta Godino (2002, p. 13), acontecem quando o solucionador “conhece como fazer um tipo de tarefa, tem competência e capacidade para fazê-la, mas não compreende (ou compreende parcialmente) o porquê das técnicas que aplica”. Talvez seja esse o motivo pelo qual alguns solucionadores apresentaram medidas que não corresponderam com a altura real de uma pessoa.

Os participantes também chamaram a atenção para os exageros cometidos na aproximação de medidas. A esse respeito, Chamorro e Belmonte (2000) chamam a atenção para o cuidado que professores devem ter com as aproximações, pois um móvel que ocupa uma parede de 3 metros não vai caber em um espaço de 2,97 metros. Esse trabalho de aproximação leva o aluno a aprender os melhores enquadramentos que dependem do tipo de medida e do uso que vai dar ao objeto medido, relacionando com o erro relativo<sup>21</sup>, que quanto menor, maior a exatidão, ainda que, conforme Chamorro (2003), os erros provenientes de arredondamento, cálculo e erros de medição não são, muitas vezes, examinados na escola.

Em relação às aproximações, Chamorro e Belmonte (2000) observam que um dos erros ocorridos na sala de aula é decorrente de um abuso de exatidão, quando a ênfase no trabalho com números inteiros pode conduzir o aluno a pensar que as medidas são sempre inteiras, fazendo algumas aproximações em determinadas situações. Nesse contexto, observamos que os participantes manifestaram possuir certo nível de competência matemática por conhecer o conteúdo e fazer relação com níveis posteriores, ou seja, além de perceberem os erros, conseguiram diferenciá-los.

No tocante ao componente **ambiguidades** da idoneidade epistêmica, segundo Seckel (2016), é preciso observar se o texto matemático não possui ambiguidades, seja nos enunciados, nas definições etc., que possam causar alguma confusão nos estudantes. Para zelar da boa matemática, será preciso que o texto esteja claro e correto. Na análise que fizeram, os participantes apontaram problemas na compreensão do texto, dizendo haver uma divergência entre o que foi solicitado e o que foi informado na questão e que pode ter dado

---

<sup>21</sup>O erro relativo é a razão entre o erro absoluto e a medida observada (JONHSON *et al.*, 1972).

margem para o solucionador fazer uma interpretação diferente da esperada, assim, destacaram que o termo “aproximadamente” pode ter induzido ao erro.

As falas de Carmen, Ivete e Gilberto, durante as análises, exemplificam tal divergência, aludindo a possibilidade de a pessoa saber o conteúdo matemático, mas não conseguir colocar em prática, por incompreensão do que foi solicitado. Ao atentarem para o fato da utilização de regras prontas e execução de procedimentos sem se certificar que os valores encontrados correspondam com o esperado, os professores participantes deram indícios da competência matemática.

Em outro momento, após a tabela para enumeração das categorias de respostas, Ivete destacou que o termo “aproximadamente” poderia ter induzido os solucionadores a fazerem aproximações, a separar o valor correspondente ao metro do valor correspondente ao centímetro e considerar medidas apenas com valores inteiros, conforme também perceberam os outros participantes. Nesse momento, há uma avaliação do enunciado indicando que o termo interferiu na interpretação o que gerou um conflito cognitivo. Chamorro (2003) observa que muitas dificuldades na resolução de problemas não têm relação com a compreensão do algoritmo, mas da compreensão, leitura e organização das informações contidas no enunciado da tarefa. É preciso observar ainda que os participantes não evidenciaram erros em relação aos procedimentos para determinar a altura, detendo-se apenas a descrever e explicar as resoluções apresentadas.

No componente epistêmico, **riqueza de processo**, está prevista a realização de processos relevantes na atividade matemática, como por exemplo, a argumentação. A questão 07 traz um problema aplicado, que requer que o solucionador coloque em prática os conhecimentos que possui para comunicar ao outro a medida de sua altura. As discussões, tanto na análise inicial quanto na enumeração da tabela, giraram em torno da interpretação do que a situação-problema requer e que nem todos os solucionadores conseguiram resolver com êxito.

Os professores participantes também observaram que, por a questão envolver uma operação que comumente fazemos, ela requer aplicação de definições e procedimentos. No entanto, os conceitos mal trabalhados levam “à aplicação de regras não compreendidas que se aplicam bem no curto espaço de tempo e depois são provavelmente esquecidas”, como se o conteúdo não tivesse relação com a vida cotidiana (PINHEIRO, 2019, p. 64).

A riqueza de processos pode ser observada quando a questão provoca uma discussão rica, dinâmica e bastante participativa de todo o grupo, fazendo-lhes trocar impressões do ponto de vista conceitual e procedimental. Em todo esse contexto de discussões e avaliação

coletiva que fizeram, os participantes demonstraram indícios de uma competência comunicativa. Ainda nas análises, pudemos observar que nenhum participante questionou o nível da tarefa, mas os conhecimentos prévios e a competência matemática dos solucionadores, que em número considerável, não conseguiram aplicar os conhecimentos sobre medidas de comprimento. Em outro momento, na fase de estudo, foi possível refletir junto aos participantes que o nível de competência dos solucionadores poderia ser decorrente, como afirma Mengual, Gorgorió e Albarracín (2017), de um trabalho sem significado ligado a unidades e instrumentos de medida.

Em relação ao componente epistêmico **representatividade**, a questão traz uma amostra representativa da complexidade da matemática, nesse caso da medida de comprimento, em específico, o problema da conversão de unidades. Na enumeração da tabela, alguns participantes não se atentaram que algumas “medidas” estavam sem unidade, apenas um número adimensional, porém, ao se trabalhar o conteúdo, é necessário se atentar à importância de especificar a unidade, ou seja, aquilo que é básico na determinação da medida. Isso vai ao encontro do que afirma Chamorro (2003), para quem um dos erros mais comuns é o esquecimento da unidade na hora de expressar o resultado da medida.

Além disso, esta tarefa trabalha tanto as medidas de comprimento como relação entre número e grandeza com unidades formais já especificadas, sendo o solucionador o próprio objeto o qual precisará expressar sua medida por meio da unidade metro e centímetro, de modo que qualquer outra unidade que surgir precisa ser cuidadosamente analisada. Foi o caso da unidade decímetro que apareceu e, como não era a unidade solicitada, os professores fizeram questão de destacar a informação, bem como a ausência, quando sua escrita seria essencial.

A conversão de unidade foi o centro das dificuldades, pois os participantes, durante a análise e na avaliação, deram importância às conversões realizadas, ao modo como foram registradas as medidas e o significado que os solucionadores possivelmente estariam dando. Para aquisição do conceito de unidade de medida, Chamorro e Belmonte (2000), Ponte e Serrazina (2000) observam que o solucionador precisa ter a noção de conservação e de subdivisão, uma vez que “o objeto a medir é dividido em subunidades de mesmo tamanho” (PONTE; SERRAZINA, 2000, p. 194). No caso desta tarefa, ela trata da quinta subdivisão com aplicação de processos intramatemáticos, mas também extramatemáticos por se tratar da altura do próprio solucionador.

A preocupação dos professores, nesta etapa do ciclo formativo, em apresentar a medida de modo adequado, considerando a escrita e o procedimento efetuado, é indicativo da

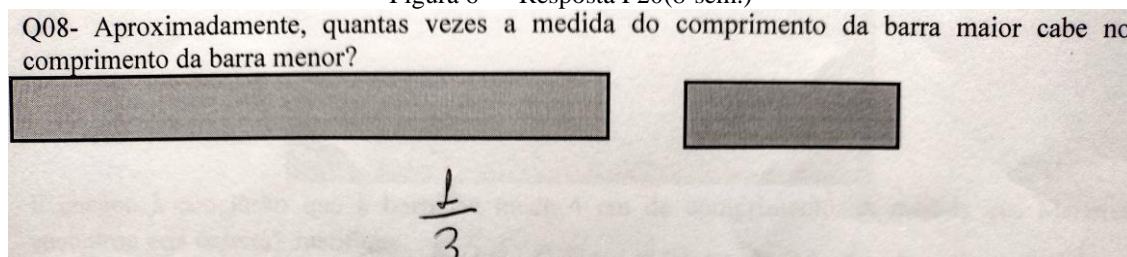
competência matemática. Conforme Godino (2002), a competência é complementada com a compreensão matemática das técnicas e da relação entre o conteúdo e o processo.

As competências matemáticas, comunicativas e de argumentação, manifestadas pelos professores, poderiam ter seu desenvolvimento prejudicado se os professores tivessem dificuldades em interpretar o enunciado da tarefa e se houvesse pouco conhecimento matemático das relações entre unidades de medida. Assim, esses dois fatores podem interferir no desenvolvimento da competência em análise, pois se falta conhecimento matemático e se não se consegue interpretar o que se pede, o professor pode não identificar a viabilidade da aplicação da tarefa.

### Resultados da tarefa 08

Iniciamos o segundo encontro *on-line* com a projeção da Questão 08 e o protocolo de resposta dado por um professor em formação.

Figura 6 — Resposta P20(8ºsem.)



Fonte: dados da pesquisa.

Após leitura, os participantes deram início à análise do protocolo.

Vicente: *então, é por que eu estava lendo esta pergunta aí a barra maior está contida na menor, mas se é maior, entendeu? Não seria o menor pra o maior, não?*

Carmen: *[...] talvez a pergunta tivesse esse objetivo mesmo de verificar se ele percebesse e fizesse igual você fez, assim teria algum erro?*

*[...]*

Vicente: *Essa pergunta assim não está forçando o aluno a errar? Será que ele tá preparado pra responder questões desse tipo? É uma coisa assim que eu fico me questionando, acho que pode ser um problema. Acho que a gente tem que preparar ele também pra perceber essas coisas, isso foi dito antes pra eles, por que ele pode tá ali no automático e tá tentando buscar uma resposta. Eu mesmo pensei assim :oxeee! Não teria que ser  $-\frac{1}{3}$ ? Mas depois eu falei não, mas é medida e não tem medidas negativas, então aí tem algum problema. Eu percebi logo o erro, mas eu acho que o aluno não tá preparado pra este tipo de questão ainda.*

*[...]*

Vicente: *[...] vamos pegar um exemplo aqui de 1 dividido por 0, né? O número 1 dividido por 0, como é que você não vai...você vai dividir 1 por 0 sendo que 0 não é nada? Essa questão é semelhante.*

*[...]*

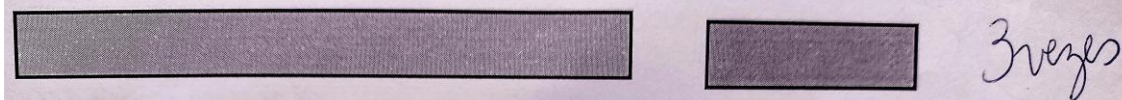
Vicente: *por que ta assim, aproximadamente quantas vezes a medida do comprimento, né!? Então essa ideia aí parece de ser mais de um inteiro ou mais, se fosse quantas partes do comprimento da*

*barra maior caberia na menor eu acho que seria mais coerente, né!? Talvez não induziria ao erro, né!? Então a resposta ta correta sim eu fiquei meio pensando sobre ela, né!?*  
[...]

As discussões seguiram com a projeção do segundo protocolo.

Figura 7 — Resposta Pv2

Q08- Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor?



Fonte: dados da pesquisa.

*Vicente: esse daí agora já colocou 3 vezes, acho que ele fez o processo inverso aí que nem eu estava pensando, né?*

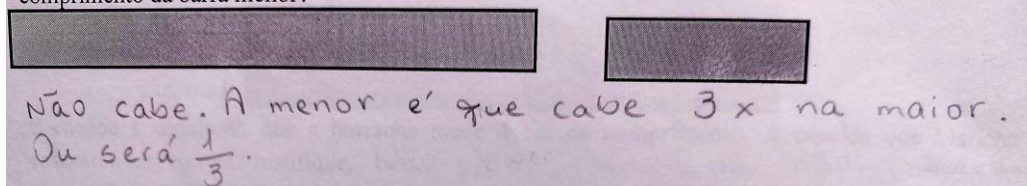
*Roberto: eu penso pró, que ele pensou do mesmo jeito que Vicente colocou na primeira, quando ele fez a primeira análise pensando da barra menor caber dentro da barra maior.*

*Gilberto: Eu acho que essa resposta aí ele simplesmente inverteu, ele inverteu as duas figuras aí. Ele teve um sentimento, uma interpretação contrária aí. Foi como os meninos colocaram. Ele achou que, ele achou que não tinha sentido, provavelmente, olhar quantas vezes a barra maior cabe na menor, ele não viu assim, significado nisso aí ele seguiu a linha de raciocínio que ele tava compreendendo que era ver quantas vezes a barra menor cabe na maior. Acho que ele não aceitou, né? Provavelmente ele não aceitou essa situação aí de ver quantas vezes uma maior cabe na maior.*

Ainda foram projetados mais dois protocolos de respostas.

Figura 8 — Resposta Pf28 (5ºsem.)

Q08- Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor?



Fonte: dados da pesquisa.

*Moisés: [...] a pergunta pode dar margem também pra outra interpretação do tipo quantas vezes, na cabeça da gente ou de várias pessoas pode subentender quantas vezes inteiras. Quantas vezes inteiras? Nenhuma vez porque cabe fração de uma vez. Então quando a pessoa diz não, então quantas vezes cabe? Se a pessoa disser nenhuma estaria correta também. Será ou parcialmente correta?*

*Tânia: [...] Será se a pergunta tem algum equívoco na elaboração?*

*Moisés: Equívoco não. Eu penso que a pergunta tá ótima. Eu creio é que a resposta possa ser dada de um modo mais profundo, né?*

*Carmen: Eu penso que se a gente tivesse de trabalhar com nossos alunos da Educação Básica essa pergunta teria que ser reformulada, porque na Educação Básica, quanto mais claro, aliás a gente tem a obrigação de ser o mais claro possível, porque são muitas cabecinhas e cabeças jovens e tal. Agora a gente tá trabalhando aqui num universo de formação de professor, então eu acho que a pergunta até caberia e, essa resposta aí ela contempla o que a gente falou lá atrás. [pausa] Eu tenho o mesmo pensamento de Moisés.*

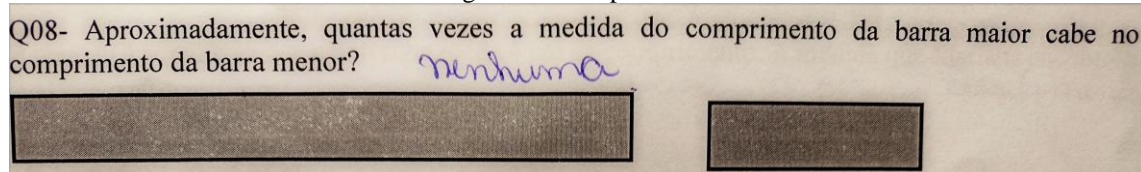
*Roberto: [...] Se a gente for pensar numa resposta de imediato ela não caberia, mas se for pra*

*provocar e a gente levando em consideração que muito das vezes é o caminho que o aluno percorre pra chegar a uma resposta, se é que ele vai chegar, é mais interessante do que a própria resposta. Então, olhando pra esse lado eu acredito sim que ela poderia sim do jeito que tá aí ser abordada numa sala de aula, vai depender da intencionalidade que o professor tem para com essa tarefa.*

*Gilberto: Eu levaria ela assim como desafio, uma questão extra numa avaliação, eu levaria ela.*

*Moisés: Ela pode ser servida de várias maneiras ela cabe como desafio, cabe como provocação, agora eu penso que ela solta talvez não caiba. [...] É uma pergunta fora do comum. É uma pergunta que não faz muito sentido para o dia a dia, aparentemente não faz, mas eu creio que do modo que tá ela pode ser feita com vários objetivos. Pra gente esperar algo próximo, pra gente obter algo próximo eu acho que caberia um pouquinho, um tempinho de estudo do significado do verbo caber, de tão complexo que parece que a primeira vista a pergunta no caso, né?[pausa] Me permite rapidinho agora, outra coisa que a gente pode relacionar também a questão quer dizer, a gente tem a dificuldade, tem a carência no estudo de medidas, a questão da fração mesmo se a gente perguntar cinco é qual fração de 10? Quase todo mundo responde que é metade, que é um meio. Se a gente pergunta cinco é qual fração de 15? Nem todo mundo responde com a mesma rapidez que responde a anterior [...] a gente pergunta quanto vale a metade de 18 a resposta 9. Aí a gente pergunta 6, a gente pergunta 18 é metade de quanto? Até pessoas adultas não conseguem responder rapidinho, não percebem a inversão, né?*

Figura 9 — Resposta Pv3



Fonte: dados da pesquisa.

*Moisés: gostei. Quer dizer, por ser uma pergunta aberta é bastante aberta né? Eu aceitaria. Quantas vezes a minha pergunta é como falei mais cedo, subtende também vezes inteiras. Subtende como compreendida, então quantas vezes inteiras? Nenhuma, ponto. Que é parte da anterior né? Nenhuma, Ok. Só isso*

*Tânia: alguém mais? Alguém mais que falar sobre essa resposta? Também foi dada por um professor veterano*

*Carmen: não, não. Eu tenho o mesmo pensamento de Moisés. O professor respondeu nenhuma e se a gente tivesse colocado aí a gente tinha que aceitar essa resposta. Quando a gente coloca uma questão para o aluno a gente tem um objetivo por trás. Se o objetivo é que ele desse e não teria nem pedido de justificativa seria totalmente aceita.*

*Roberto: verdade*

Após discussão, passamos a projetar a tabela contendo uma síntese dos protótipos de respostas dadas à questão, para que fizessem o mesmo procedimento da anterior, ordenassem as respostas da melhor para a pior.

Tabela 1 — Categoria de respostas da tarefa 08

Cat.	Tipologia de respostas	Alunos 3º semestre	Prof. Veteranos	Prof. Em formação
	Não tem como / não cabe	0	1	3
	2; 2,5	3	0	2
	1; 2 barras menor mais ½ da menor	2	0	0
	3 vezes	11	4	20
	Nenhuma vez	4	2	8

Fonte: dados da pesquisa.

Vicente: *Então é isso, eu tô admitindo a minha dificuldade em classificar essas questões. Assim têm algumas que “é” fácil ver, por exemplo, a resposta 1/3 como Moisés, colocou aí né? 1/3 é a resposta mais apropriada. Isso é fácil de ver, na minha opinião. [...] eu acho que é porque é difícil responder, entende? Eu como educador matemático é difícil dizer se eu daria um zero, mas assim eu iria pontuar isso, essas respostas que não tendem a se aproximar do correto, do 1/3, por exemplo, entende?*

Esta tarefa trabalha a medida envolvendo número racional e neste conjunto numérico está definido o produto de um número racional positivo por uma quantidade de grandeza. Para encontrar a resposta, o solucionador precisa fazer uma comparação da figura de menor comprimento com a de maior comprimento, porém este processo pode gerar erros e dúvidas tanto em alunos quanto em professores e a resposta esperada, que é  $\frac{1}{3}$ , pode não ser aceita, em virtude de não se trabalhar números racionais e medidas de comprimento juntos.

A tarefa conduz a um número como resultado da medição, sendo razoável que o solucionador consiga identificar o comprimento da barra e expresse a resposta utilizando o princípio da comparação. Para isso, o solucionador deve “visualizar a unidade que se vá a usar na estimação e repeti-la mentalmente sobre o objeto a medir” como estratégia de estimação (CHAMORRO; BELMONTE, 2000, p. 74).

Fazendo uma análise dos fragmentos de fala do ponto de vista do componente **erro** da idoneidade epistêmica, temos que Vicente, inicialmente, parecia desconhecer a possibilidade de expressar o resultado de uma medição por meio de um número racional positivo, visto que pensou não existir medidas fracionárias, o que o levou a considerar a questão com erro no enunciado. No decorrer das discussões e da troca de conhecimento entre o grupo, Vicente teve consciência de seu equívoco e fez uma revisão do seu próprio erro.

Solar e Deulofeu (2016) chamam de gestão de erros, uma das estratégias comunicativas da competência de argumentação, em que a pessoa aceita que comete o erro, gere este erro coletivamente e vai mudando a resposta dada inicialmente. Tanto Vicente quanto os demais colegas apresentaram características dessa competência em comunicação, em que as reflexões mostram que tendemos a certo pensamento quando estamos condicionados a um tipo de resposta e quando surge algo diferente, achamos que há erro ou ficamos em dúvida. Estas dúvidas se referem à dificuldade nos conceitos, nas propriedades, no processo inverso do ato de medição, os quais impactam no momento de justificar as propriedades algébricas ou mesmo no uso exacerbado delas.

Segundo Godino, Batanero e Roa (2002, p. 616, *tradução nossa*), “medir uma quantidade consiste em determinar quantas vezes essa quantidade contém a quantidade (ou



quantidades) que são tomadas como referência (unidades de medida)”. Como podemos constatar, esta definição não garante que seja a comparação de uma quantidade menor com outra maior, apenas indica que o processo de medição acontece comparando quantidades sem necessariamente apontar a ordem dessa comparação. Nesse processo, o solucionador vai perceber que nem sempre os números naturais expressam o resultado da medição e, algumas vezes, há a necessidade de fracionar a unidade para maior confiabilidade da resposta (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

Os questionamentos feitos sobre possíveis erros no enunciado ou na resolução da tarefa faz-nos refletir que o trabalho com as operações inversas, conversão de unidades e operações envolvendo medidas de comprimento deveriam ser um procedimento tranquilo em sala de aula. Isso porque as propriedades devem fazer parte do conhecimento do professor quando ele vai trabalhar o conteúdo medidas de comprimento, de modo que é imprescindível conhecer quais operações são possíveis ou não no que diz respeito a este conteúdo.

Embora não tenham sido detectados erros no enunciado, o professor Vicente considera que foi conduzido ao erro pelo fato de ele já ter em mente um modelo de questão, no qual se compara o comprimento maior com o menor. Parece haver nas falas uma acomodação quanto ao tipo de tarefas, isso indica modelos de questões a serem trabalhadas sem chance de alteração devido aos conhecimentos existentes dos alunos. A aplicação de um só tipo de tarefa tende a prejudicar a competência matemática dos alunos que só será desenvolvida quando as tarefas de reprodução “se transformarem em atividades significativas” (GUSMÃO, 2019, p. 05).

Referente ao componente **ambiguidades**, Moisés questionou a abertura para outra possível resposta, podendo esta não ser única, ou seja, poderia considerar a resposta nenhuma, uma vez que o pensamento do solucionador tende a considerar o verbo *caber* como uma quantidade de vezes inteira, assim como não cabe nenhuma vez inteira, as respostas *não cabe*, *não tem como* ou *nenhuma* poderiam ser consideradas. Desse modo, a maneira como foi escrito o enunciado pode fazer com que os professores passem a considerar determinadas respostas que outrora não considerariam. A indicação do participante Moisés é estudar o verbo *caber*, pois nos acostumamos com a visão de que o verbo *caber* indica quantas vezes inteira e talvez seja a justificativa para alguém responder nenhuma. No Dicionário Online da Língua Portuguesa (2020), o verbo *caber* significa “Que está compreendido ou circunscrito dentro de algo”, provavelmente essa seja a dificuldade de visualizar a fração.

Segundo Lorensatti (2009), a leitura de textos que envolvem explicação de conceitos, algoritmos, resolução de problemas não se restringe à compreensão lexical, mas à leitura

interpretativa por parte do leitor. É importante atrelar a língua materna à linguagem matemática, relacionando esta linguagem com a realizada pelos alunos, pois os sujeitos envolvidos em um processo de comunicação não dominam os significados da palavra que somente se completa na relação com o interlocutor (BELLO; MAZZEI, 2016). Assim, “o emprego da linguagem deve ser feito de maneira pensada, com intencionalidade, uma vez que cada palavra, cada signo traz em si, não somente um, mas diversos significados” (BELLO; MAZZEI, 2016, p. 121).

A preocupação dos professores com a forma de se expressar e de fazer com que o outro entenda o que se está querendo comunicar, indica características da competência comunicativa, uma vez que refletiram sobre a importância da competência da comunicação no ensino. A forma de comunicar tanto oralmente como por escrito obriga o professor a se atentar para a comunicação matemática tanto no planejamento quanto na implementação da aula em qualquer nível de ensino (VARGAS, 2013).

No tocante ao componente **riqueza de processos**, Carmen é uma das participantes que enfatiza a alteração do enunciado da tarefa, pois, para ela, se os professores veteranos e os que ainda estão nas universidades estão com dúvida, os alunos da Educação Básica estarão mais ainda, já que requerer um nível de abstração maior pode conduzir o solucionador a pensar de modo diferente do que está acostumado diante da investigação, interpretação, justificção e argumentação presentes em tarefas ricas em processos matemáticos como esta.

As questões que levem a um pensamento inverso poderiam ser menos estranhas se, desde a Educação Básica, o trabalho com medidas permitisse perceber que nem sempre a quantidade de grandeza a medir contém um número inteiro de vezes a unidade escolhida, daí a necessidade de fracionar a unidade para expressar a medida com mais precisão (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

A adaptação da questão para atender a Educação Básica, conseqüentemente, favorecer a comunicação, pode tornar a questão corriqueira perdendo a riqueza que possui e desfavorecendo a relação com outros conteúdos matemáticos. Ainda assim, Carmen e os outros participantes reconhecem o potencial da tarefa para tirar o aluno da zona de conforto e levá-lo a questionar, contrapor ideias, explicar respostas etc. Esse reconhecimento do potencial do tipo de tarefa escolhida é uma das estratégias da competência de argumentação que, de acordo com Solar e Deulofeu (2016), permite ao professor formular perguntas adequadas.

Uma tarefa com demanda cognitiva mais elevada inquieta os alunos a buscarem por respostas e isso já viabiliza a aplicação da tarefa em sala de aula, conforme salientou Roberto.

Tal inquietação dará oportunidade de envolvimento e diálogo, sendo isto uma das estratégias da competência de argumentação, conforme postulam Solar e Deulofeu (2016), manifestada por Roberto quando observa a possibilidade de maior interação na aula. Por outro lado, a alta demanda cognitiva da tarefa foi considerada por boa parte dos participantes como um ponto desfavorável para a futura implementação em sala de aula. Nesse contexto, vale lembrar que as tarefas, do tipo exercícios, são as mais realizadas em sala de aula (ZABALA, 2008; GUSMÃO, 2019).

Segundo Solar e Deulofeu (2016), é necessário que o professor saiba conduzir a tarefa para gerar conflito e quando gerado saiba gerir para favorecer a argumentação que também é promovida na gestão do erro. Também vale lembrar que as tarefas precisam contemplar exigências e graus de desafio diferentes, que atendam, segundo Gusmão (2019), a variados objetivos de aprendizagem e que desencadeie níveis de pensamento complexo (GUSMÃO; FONT, 2021, p. 675).

No que diz respeito à **representatividade**, Moisés sabe que esta tarefa tem um apelo visual e que a comparação a ser realizada não é um procedimento fácil de se trabalhar em sala de aula, por isso, ele tenta fazer relação com o contexto numérico por meio de exemplos. Percebemos o cuidado para usar a representação geométrica e numérica de modo a facilitar o entendimento, uma vez que a tarefa requer conhecimento de outros objetos matemáticos como números racionais e definição de medida.

Apenas o professor Moisés conseguiu fazer uma representação da tarefa em uma linguagem numérica, em que relacionou a linguagem verbal e gráfica para descrever a experiência de medição por uma tentativa de redesenho. No entanto, os outros professores não se atentaram para isso e conduziram suas reflexões apenas ao tipo de resposta e ao enunciado. Ademais da competência matemática, Moisés manifesta uma destreza da competência em comunicação que, conforme destaca Chamorro (2003), para comunicar é necessário representar externamente os conceitos que se deseja ensinar e ainda, “os modos de representar são instrumentos para comunicar, pensar, calcular e compartilhar informações” (CHAMORRO, 2003, p. 203).

Outra demonstração da necessidade de negociar a definição foi a afirmação de Vicente de que a tarefa seria semelhante a realizar uma operação de divisão por 0. Vicente indica a impossibilidade de existência de resposta, uma vez que a operação divisão de qualquer número real por 0 não existe. Esta inquietação ocorreu por estar com dúvida quanto à existência de medidas com número racionais. No entanto, após a análise de outros protocolos e discussão com os colegas, Vicente percebeu que era possível existir a resposta

usando o pensamento inverso quando questionou seu próprio erro, construiu conhecimento e demonstrou indícios da competência de argumentação.

De modo geral, os professores manifestaram características da competência de argumentação. Segundo Solar e Deulofeu (2016), a gestão do erro, oportunidades de participação e tipos de tarefas são as estratégias mais desenvolvidas na argumentação. Manifestaram ainda características da competência comunicativa pela preocupação de como a linguagem chega aos alunos e a competência matemática por intermédio da representação.

Nesta tarefa, o que pode prejudicar o desenvolvimento das competências comunicativa, matemática e de argumentação é a falta de abertura ao novo, a desatenção com o enunciado no momento de selecionar ou desenhar tarefas, a comodidade na utilização de tarefas do tipo exercícios e a fixação por uma única forma de apresentar o conteúdo. Porém, quando se participa de um ciclo formativo, todas essas interferências são colocadas em xeque e o professor passa a analisar as tarefas com outro olhar.

## **Conclusão**

Para perseguir os objetivos deste estudo fizemos uma análise que utilizou critérios do marco teórico do EOS, especificamente, da idoneidade epistêmica, a qual considerou estudos específicos sobre competências, desenho de tarefas e medidas de comprimento. A escolha de critérios epistêmicos se deu em virtude de a literatura sobre competência indicar que o professor precisa saber matemática, bem como saber analisar a prática matemática de seus alunos (RUBIO, 2012).

Os resultados deste estudo apontam que os professores, participantes da pesquisa, diante da análise dos protocolos de respostas das tarefas sobre medidas de comprimento, demonstraram preocupação com a linguagem empregada, com o uso de palavras mal colocadas que gerem ambiguidades e com a gestão da argumentação. Tais preocupações foram tomadas como indícios do desenvolvimento de competências de comunicação e de argumentação, fortemente presentes. Também, demonstraram significativamente a presença de competência matemática. Acerca dessa, nota-se algumas confusões ao aplicar conceitos, por exemplo, ao mencionar a medida com número não inteiro como uma resposta impossível, também nas restrições que esses professores indicaram a respeito da implementação desses tipos de tarefas em sala de aula.

Aparentemente, os professores demonstraram mais preocupação com a maneira em que o conteúdo chega ao aluno do que com o conteúdo em si. Ainda assim, a preocupação dos

professores condiz com os indicadores da idoneidade epistêmica, bem como com o desenho de tarefas no que se refere à utilização de uma linguagem clara e acessível aos alunos, o que sugere tarefas abertas para promover processos argumentativos (GUSMÃO, 2019; GUSMÃO; FONT, 2021; GODINO, 2013). Ainda que a comunicação tenha relação com a faceta interacional, estamos aqui atrelando comunicação com a linguagem (faceta epistêmica).

Identificamos que as competências manifestadas podem ter seu desenvolvimento prejudicado se os professores fixarem sua atenção mais em regra do que com a relação entre as unidades, se não buscarem novas formas de ensinar o conteúdo medidas de comprimento, considerando os significados de medida, se não se atentarem aos processos argumentativos e comunicativos em sala de aula e, principalmente, se não buscarem melhorarias no seu conhecimento didático-matemático por meio de formações nas quais essas interferências podem ser trabalhadas.

Mesmo sabendo que o tempo dispensado nesta pesquisa para avaliar o desenvolvimento da competência em análise cognitiva nos professores poderia ser maior, notamos que houve uma melhora na forma de perceber o objeto matemático medidas de comprimento e as práticas relacionadas a ele. Isso ficou evidente quando, por exemplo, perceberam ser possível trabalhar o conteúdo medidas de comprimento com determinadas tarefas, mesmos que os alunos não estejam preparados para elas.

Ainda que algumas lacunas não tenham sido sanadas, no que se refere a uma demonstração mais ampla da impossibilidade de se dividir um número real por medida, o ciclo formativo possibilitou um ganho significativo de conhecimento sobre os CID e o desenho e redesenho de tarefas matemáticas. Argumentamos serem conhecimentos úteis para aplicação durante a seleção e a avaliação das tarefas a serem futuramente implementadas pelos professores em suas respectivas salas de aula.

Afirma Serrazina (2002) que na formação de professores o mais importante é desenvolver atitude de questionamento e investigação matemática, ou seja, o mais importante não é a quantidade de matemática, “mas sim a qualidade das atividades que os futuros professores são envolvidos”. As tarefas desta investigação promoveram este envolvimento, pois os professores perceberam a importância de selecionar tarefas com enunciados claros, níveis de raciocínio mais elevados e que levem em conta os diferentes significados dos objetos matemáticos.

## **Referências**

AGUIAR, K. F.; ROCHA, M. L. Práticas Universitárias e a Formação Sócio-política. **Anuário do Laboratório de Subjetividade e Política**, nº 3/4, p. 87-102, 1997. Disponível em: <https://www.acheronta.org/acheronta11/socio-politica.htm1>: Acesso em: 10 fev. 2021.

BELLO, S.E.L.; MAZZEI, L.D. Leitura, escrita e argumentação na Educação Matemática do Ensino Médio: possibilidades de constituição de significados matemáticos. **Ensinar e aprender Matemática: possibilidades para a prática educativa**. Ponta Grossa: Ed. UEPG, p. 119-131, 2016.

BLANCO, T. F.; NOGUEIRA, I. C.; MANTECÓN, J. M. D. Prácticas discursivas, operativas y normativas en procesos de instrucción de la medida de magnitudes. **Revista Práxis Educativa**, Vitória da Conquista – Bahia – Brasil, v. 15, n. 33, p. 374-399, jul./set. 2019.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.

BREDA, A. FONT, V.; LIMA, M.R.V. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, 2015.

BREDA, A.; PINO-FAN, L.R.; FONT, V. Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 13, n. 6, p. 1893-1918, 2017.

BURGOS, M. *et al.* Competencia de análisis epistêmico de tareas de proporcionalidad de futuros profesores. **Revista Acta Latino americana de Matemática Educativa**, v. 31, n.1, p. 706-713, 2018.

CABER. DICIO, Dicionário Online de Português. Porto: 7Graus, 2021. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/caber/>. Acesso em: 02/08/2021.

CHAMORRO, C.; BELMONTE, J. M. **El Problema de La Medida - Didactica de las Magnitudes Lineales**. Madrid: Sintesis, 2000.

CHAMORRO, M. C. (org). **Didactica de las Matemáticas para Primaria**. Madrid: Pearson Educación. 2003.

CUNHA, M. R. K. **Estudo das Elaboraões dos Professores Sobre o Conceito de Medida em atividades de ensino**. 2008. Tese (Doutorado em Educação) -Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.

FONT, V. Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico. **Revista Acta Latino americana de Matemática Educativa**, v. 31, n. 2, p. 749-756, 2018.

FONT, V. *et al.* Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM). **Investigación en Educación Matemática XXII**, Gijón, p. 23-38, 2018.

FREITAS, R. S. A. **Do conhecimento (matemático) primeiro: grandezas e medidas no centro das atenções**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

GODINO J. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación em Educación Matemática**. Costa Rica, nº 11, p. 111-132, 2013.

GODINO, *et al.* Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas Suitability components and indicators of teachers' education programs in mathematics education. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 1, p. 46-74, 2013.

GODINO, J. D. Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. **Revista iberoamericana de educación matemática**, p. 13-31, 2009.

GODINO, J. D. *et al.* Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. Developing mathematics teachers' competences for didactical analysis. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis (SC). 7, n. 2, p. 1-21, 2012.

GODINO, J. Perspectiva ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática. **La matematica e la sua didattica**, v. 4, p. 434-450, 2002.

GODINO, J.D.; BATANERO, C.; FONT. V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10 n.2, p.7-37, 2008.

GODINO. *et al.* Enfoque Ontossemiótico de los Conocimientos y competências del Professor de Matemáticas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p.90-113, 2017.

GODINO.; BATANERO, C.; ROA, R. **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros: manual para estudiante**. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada, 2002.

GUSMÃO, T. R. S, CARVALHO, L. S; NUNES, M. M. Formação de professores para o ensino de medidas nos anos iniciais. In: **IX Colóquio Nacional e II Colóquio Internacional do Museu Pedagógico**. Vitória da Conquista- BA, 2011. Disponível em: <http://periodicos.uesb.br/index.php/cmp/issue/view/109>. Acesso em: 07 agos. 2019.

GUSMÃO, T.C.R.S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: **XVIII Encontro Bahiano de Educação em Matemática**. Ilhéus, Bahia. 2019. Disponível em: <https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/periodico/files/2019/PA2.pdf>. Acesso em: 07 ago.2019.

GUSMÃO, T.C.R.S. FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p.666-697, 2021.

JONHSON et al. **Matemática sem problemas**. São Paulo: Editora José Olímpio, 1972.

LORENSATTI, E J. C.. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura: filosofia e educação**, v. 14, n. 2, 2009.

MENGUAL, E.; GORGORÍO, N.; ALBARRACÍN L. Análisis de las actividades propuestas por un libro de texto: el caso de la medida. **REDIMAT**, 6(2), p. 136-163, 2017.

MOREIRA, C.B.; GUSMÃO, T.C.R.S. **Desenho de tarefas matemáticas para a educação infantil**: desenvolvendo a percepção espacial. 1.ed. Curitiba: Apris,2020.

MOURA, A. R. L. **A criança e a medida pré-escolar**. 1995. Tese (Doutorado em Educação) Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

NISS, M. Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. *In: 3rd Mediterranean conference on mathematical education*. p. 115-124. 2003.

NOGUEIRA, I. C.; FERNÁNDEZ B. T. Componentes e indicadores de idoneidade didática para processos de estudo sobre grandezas e sua medida e sua aplicação no Ensino Básico. *In: Actas del 2º Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*. 2017.

NOGUEIRA, I.C. **Abordagem ontossemiótica de processos de ensino e aprendizagem de grandezas e medidas no 1º ciclo de educação básica**. 2015. Tese (Doutorado) - Faculdade de Ciências em Educação, Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, 2015.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

PEREIRA, L. S. A. **A gestão de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.

PINHEIRO, A. S. **O conhecimento matemático de professores sobre medidas e grandezas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRIGUEZ, M. Criterios de diseño de tareas para favorecer el análisis didáctico en la formación de profesores. *In: Actas del VII CIBEM*. Montevideo: Uruguai. 2013.

PONTE, J.P.; SERRAZINA, M. L. **Didáctica da Matemática do 1.º ciclo**. Lisboa: Universidade Aberta. Lisboa, p. 11-20, 2000.

ROCHA, M.L.; AGUIAR, K. F. Pesquisa-intervenção e a produção de novas análises. **Psicologia: ciência e profissão**, v. 23, n. 4, p. 64-73, 2003.

RODRIGUES, G.S.S.; GUSMÃO, T.C.R.S. Desenho de tarefas matemáticas na perspectiva da criatividade. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, nº. 2, p. 343-363, 2020.

RUBIO, N.V.G. **Competencia del profesorado em el análisis didáctico de prácticas, objetos y procesos matemáticos**. 2012. (Tese de Doutorado). Universitat de Barcelona. 2012.



SECKEL, M. **Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática.** 2015. (Tese de Doutorado). Universitat de Barcelona, 2016.

SECKEL, M. J.; FONT, V. El portafolio como herramienta para desarrollar y evaluar la competencia reflexiva en futuros profesores de matemática. **Investigación en Educación Matemática XX**, Malaga, España, p. 499-508, 2016.

SERRAZINA, M. L. M. **A formação para o ensino da Matemática: perspectivas futuras.** 2002. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Lurdes\\_Serrazina/publication/262002657\\_A\\_formacao\\_para\\_o\\_ensino\\_da\\_Matematica\\_Perspectivas\\_futuras/links/54a7b9350cf267bdb90a2488/A-formacao-para-o-ensino-da-Matematica-Perspectivas-futuras.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Lurdes_Serrazina/publication/262002657_A_formacao_para_o_ensino_da_Matematica_Perspectivas_futuras/links/54a7b9350cf267bdb90a2488/A-formacao-para-o-ensino-da-Matematica-Perspectivas-futuras.pdf). Acesso em: 15 de mar de 2020

SOLAR, H.; DEULOFEU, J. Condiciones para promover el desarrollo de la competencia de argumentación en el aula de matemáticas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1092-1112, 2016.

VARGAS, C. **Evolución de la competencia comunicativa matemática em un contexto de master de formación de profesores de matemática:** la evolución de Ester. Santo Domingo, República Dominicana: CEMACYC, p.1-13, 2013.

ZABALA, J.M.G. 3<sup>2</sup> -2 ideias clave. **El desarrollo de La competência matemática.** 1 ed. Barcelona: Graó, 2008.

## ARTIGO 2

### A COMPETÊNCIA DO PROFESSOR EM ANÁLISE DE TAREFAS MATEMÁTICAS SOBRE MEDIDA DE COMPRIMENTO

**RESUMO:** O objetivo deste artigo é analisar a competência para análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento no professor da Educação Básica antes e após um ciclo formativo. Por meio de uma abordagem qualitativa, a pesquisa foi realizada no Grupo de Estudos e Pesquisas Didática das Ciências Experimentais e da Matemática por uma abordagem do tipo intervencionista que contou com 18 professores licenciados em Matemática, Letras, Física e Pedagogia. Tais professores participaram de um processo formativo, orientado pelo Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas visando a estudar, analisar, (re)desenhar e avaliar tarefas matemáticas. Como resultados, professores manifestaram competências antes da formação que dizem respeito aos conhecimentos necessários para que ocorra a aprendizagem matemática e que indicam ser fruto das experiências profissionais e de formações ao longo da vida. Já após formação, manifestam competências em análise didática, mais especificamente a competência reflexiva, o que aponta o potencial do ciclo formativo para organizar e avaliar as tarefas matemáticas a serem implementadas em sala de aula.

**Palavras-chaves:** Competência em análise de tarefas. Critérios de idoneidade didática. Desenho de tarefas. Medidas de comprimento.

**ABSTRACT:** The aim of this article is to analyze the competence for analyzing mathematical tasks in the Basic Education teacher before and after a formative cycle. The research was carried out in the Study and Research Group on Didactics of Experimental Sciences and Mathematics in an interventionist approach, with 18 professors with degrees in Mathematics, Languages, Physics and Pedagogy. These teachers participated in a training process, guided by the Study and Task Design Cycle, aiming to study, analyze, (re)design and evaluate mathematical tasks. As a result, teachers manifested competences before training that relate to the knowledge needed for mathematical learning to occur, which they indicate are the result of professional experiences and training throughout life, and after training they manifest competences in didactic analysis, more specifically reflective competence, pointing out the potential of the formative cycle to organize and evaluate the mathematical tasks to be implemented in the classroom.

**Keywords:** Competence in task analysis. Criteria for didactic suitability. Length measurements.

## Introdução

Alguns marcos teóricos têm exposto tipos de conhecimentos necessários ao professor de matemática para que o ensino seja considerado de qualidade. O Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) é um deles, o qual propõe o modelo de

Conhecimento e Competências Didático-Matemáticas do professor de matemática (CCDM). Nesse modelo, o professor além de ter a competência matemática, precisa ter a competência em análise didática, sendo esta última a chave do modelo (FONT, 2018).

Para analisar, o professor precisa de ferramentas que lhe dê suporte para descrever, explicar e avaliar o processo de ensino. No EOS, há os critérios de idoneidade didática (CID) desenvolvidos por Godino e colaboradores que servem de ferramentas para o estudo, planejamento, implementação e avaliação de processos de ensino, como é o caso do conteúdo medidas de comprimento.

Os CID fundamentam o Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT), método de pesquisa utilizado neste estudo para orientar a formação realizada com 18 professores da Educação Básica que se dispuseram a participar de nossa pesquisa e analisar alguns protocolos de respostas de um teste sobre medidas de comprimento. O CEDT é composto por oito fases, sendo uma delas a fase de estudos que implica em leituras e em discussões de artigos e de critérios para dar embasamento ao professor para (re)análise de tarefas. Assim, os participantes da pesquisa analisaram o teste antes e após a fase de estudo.

Este artigo faz parte de uma pesquisa maior e tem como objetivo analisar o desenvolvimento de competências para análise de tarefas matemáticas no professor da Educação Básica antes e após um ciclo formativo.

Ademais desta breve introdução, este artigo está organizado pela literatura sobre competência, critérios de idoneidade, tarefas matemáticas e medidas de comprimento. Em seguida, é apresentado o percurso metodológico do estudo, seguido pelas análises dos dados e, por fim, a conclusão da pesquisa.

## **Competências**

O termo competência vem sendo utilizado cada vez mais no desenvolvimento curricular e nas práticas de ensino (ZABALA, 2008; GODINO *et al.*, 2012; BNCC, 2018). No âmbito da Educação Matemática, Godino *et al.* (2012, p. 2, tradução nossa) observa que “competência é a capacidade de enfrentar um problema complexo ou resolver uma atividade complexa”. Por outro lado, Font, Breda e Sala (2015, p. 21) compartilham dessa ideia ao definirem o termo competência “como o conjunto de conhecimentos, disposições, etc. que permite o desempenho eficaz nos contextos próprios da profissão, das ações citadas em sua formulação”.

Esta relação entre conhecimento e competência tem sido desenvolvida no Enfoque Ontossemiótico (EOS) por meio de um modelo teórico chamado de Conhecimento Didático-Matemático (modelo CDM), o qual propõe meios de analisar o conhecimento didático-matemático do professor mediante a aplicação de ferramentas do EOS (CASTRO; PINO-FAN; FONT, 2015). Este conhecimento didático-matemático “é o conhecimento mais aprofundado da matemática e seu ensino, diferente do que adquire os estudantes” (GODINO *et al.*, 2016, p. 288). Além disso, no modelo CDM o conhecimento do professor está organizado em três dimensões: matemática; didática e meta-didática (PINO-FAN; GODINO, 2015; FONT, 2018).

A dimensão matemática refere-se ao conhecimento necessário para resolver tarefas no mesmo nível cognitivo de seus alunos, bem como articular esse conhecimento com níveis posteriores. A dimensão didática leva em conta o conhecimento dos fatores que interferem no planejamento e na implementação das tarefas, a qual é composta por seis facetas (FONT, 2018).

1-epistêmica: é o conhecimento didático-matemático sobre o próprio conteúdo, ou seja, a forma particular como o professor de matemática compreende e sabe matemática.

2-cognitiva: envolve o conhecimento de como os alunos aprendem, raciocinam e compreendem matemática e como progridem em seu aprendizado.

3-afetiva: inclui conhecimento sobre afetivo, emocional, atitudes e crenças dos alunos em relação a objetos matemáticos e processo de estudo.

4-interacional: refere-se ao conhecimento sobre o ensino da matemática, organização de tarefas, resolvendo as dificuldades dos alunos e interações que se podem estabelecer na aula.

5-mediacional: é o conhecimento dos recursos (tecnológicos, materiais e temporais) apropriados para potencializar o aprendizado do aluno.

6-ecológica: implica as relações do conteúdo matemático com outras disciplinas e os fatores curriculares, socioprofissionais, políticos, econômicos que condicionam os processos de instrução matemática (GODINO *et al.*, 2017, p. 96-97, *tradução nossa*).

A competência de análise e intervenção didática é a chave do modelo CCDM e é definida como a competência em “Desenhar, aplicar e avaliar sequências de aprendizagens próprias ou de outros, mediante técnicas de análise em didática e critérios de qualidade, para estabelecer ciclos de planejamento, implementação, avaliação e disponibilizar propostas de melhoria” (BREDA; FONT; LIMA, 2015, p. 22).

Ainda neste modelo foi inserida a dimensão meta-didática a qual diz respeito “ao conhecimento necessário para refletir sobre a própria prática [...], valorizar um processo de instrução e realizar um redesenho que, em futuras implementações, o melhore” (FONT, 2018,

p. 754). As competências mencionadas são necessárias ao professor, pois o ajudará a descrever e a explicar o que aconteceu, avaliar e propor melhorias no ensino.

Para avaliar e desenvolver as competências do professor, o Enfoque Ontossemiótico (EOS) desenvolveu o modelo teórico chamado Conhecimento e Competências Didático-Matemáticas do professor de matemática (CCDM), o qual “considera que as competências chaves do professor de matemática, são a competência matemática e a competência de análise e intervenção didática” (FONT, 2018, p. 750). Ambas as competências são desafios na formação de professores “pela diversidade de dimensões e componentes a levar em conta” (GODINO, *et al.*, 2017, p. 92). O modelo CCDM apresentado por Godino *et al.* (2008; 2017) é composto de cinco subcompetências ou níveis de análise: a) competência em análises de significados globais; b) competência em análises ontossemióticas de práticas matemáticas; c) competência em análises e gestão de configurações didáticas; d) competência em análises normativas e; e) competência em análises e valoração da idoneidade didática. Em nosso trabalho vamos nos direcionar para esta última subcompetência.

A competência em análise e valoração da idoneidade didática se relaciona com outras competências, uma delas é a competência reflexiva, na qual o professor “analisa criticamente sua prática pedagógica e de outros professores a partir de seu impacto na aprendizagem dos alunos, propõe e fundamenta alterações para melhorá-la” (SECKEL; FONT, 2017, p. 501). Esses autores expuseram níveis e descritores dessa competência em Seckel e Font (2015a, 2015b, 2017), conforme Quadro 1, a seguir:

Quadro 1— Níveis de desenvolvimento da competência reflexiva

Nível 1	Nível 2	Nível 3
<p>D1. Conhece o sistema educacional nacional, seus objetivos e metas, sua estrutura, os regulamentos que o regem, suas principais conquistas e os desafios e objetivos que possui.</p> <p>D2. Possui ferramentas implícitas para observação e as têm presentes na análise de uma prática.</p>	<p>D3. Analisa a prática pedagógica com base em seu impacto na aprendizagem dos alunos.</p> <p>D4. Utiliza explicitamente critérios de qualidade para avaliar processos já realizados no ensino e aprendizagem da matemática.</p>	<p>D5. Analisa criticamente a prática pedagógica com base em seu impacto na aprendizagem dos alunos considerando o contexto institucional</p> <p>D6. Explica os fenômenos didáticos observados nos processos de aprendizagem.</p> <p>D7. Possui ferramentas de observação e avaliação das aulas que lhe permite propor e fundamentar alterações para melhoria da prática.</p>

Fonte: Seckel e Font (2017, p. 1239, tradução nossa).

Em uma formação de professores, é interessante determinar os critérios e os indicadores das competências a serem desenvolvidas, como avaliá-las, bem como elaborar ciclos formativos para desenvolvê-las. Nesses ciclos formativos são analisadas as práticas dos professores na resolução das tarefas, o conhecimento didático-matemático, de modo que sejam encontrados indicadores para justificar o nível de desenvolvimento da competência profissional que se está avaliando (FONT; BREDA; SALA, 2015).

### **Critérios de idoneidade didática (CID)**

Para Godino (2013a, p. 112), a Didática da Matemática tem se consolidado nos últimos anos, “no entanto, existe um certo divórcio entre os resultados das investigações acadêmicas e as práticas de ensino da matemática”. Visando a aproximar as pesquisas acadêmicas às práticas de ensino e a sala de aula, o Enfoque Ontossemiótico introduziu a noção de Idoneidade Didática como uma ferramenta didática normativa, descritiva e explicativa para orientar a intervenção em sala de aula, a qual permitiu reflexões, críticas e justificativas do ensino e da aprendizagem (BREDA; FONT; GODINO, 2013a).

A idoneidade didática é definida como o grau em que um processo reúne características que permite classificá-lo como adequado “para alcançar a adaptação entre significados pessoais alcançados pelos alunos (aprendizagem) e significados institucionais pretendidos ou implementados (ensino), levando em consideração as circunstâncias e recursos disponíveis (ambiente)” (GODINO, *et al.*, 2016, p. 291, tradução nossa). A idoneidade didática pode ser aplicada em uma aula, em uma proposta curricular, na análise de um material didático, nas respostas de estudantes etc. (GODINO, 2013a).

Além disso, a idoneidade didática vem composta por seis critérios (epistêmico, cognitivo, afetivo, interacional, mediacional, ecológico), antes mencionados como facetas de conhecimento da dimensão didática, mas que agora funcionam como critérios para avaliar, segundo um conjunto de indicadores, o grau de adequação de cada faceta no processo de ensino ou de aprendizagem. Assim, tem-se a idoneidade epistêmica, idoneidade cognitiva, idoneidade afetiva, idoneidade interacional, idoneidade mediacional e idoneidade ecológica.

### **Tarefas matemáticas**

O desenho e a análise de tarefas têm tido destaque em nível internacional. Conforme Godino (2013b, p. 696), “são as situações-problemas/tarefas que dão sentido a matemática”.

Elas são, de acordo Pochulu, Font e Rodriguez (2013), fundamentais para um ensino eficaz, uma vez que “o que os estudantes aprendem está intimamente relacionado às tarefas que oferecemos a eles” (GUSMÃO, 2016, p. 183). Portanto, quando estas são “desafiadoras para os alunos, promovem o desenvolvimento da competência em análise didática dos professores” (POCHULU; FONT; RODRIGUEZ, 2013, p. 4999). Diante da necessidade de aprendizagem dos alunos e das competências a serem desenvolvidas, o professor deve buscar um maior conhecimento sobre as tarefas (GUSMÃO, 2019; GUSMÃO; FONT, 2021).

Concordamos com Serrazina (2012) quando afirma que o professor, ao planejar as tarefas, deve pensar nas possíveis respostas dos alunos para que não seja surpreendido por respostas ou questionamentos inesperados. Também não deve ensinar os conteúdos isolados um do outro, “mas tem de estabelecer conexões entre os vários domínios da matemática e relacionar o que os alunos já sabem com aquilo que vão aprender, não esquecendo aquilo que irão aprender no futuro” (SERRAZINA, 2012, p. 271).

O planejamento da aula deve ser de acordo com o currículo e o conhecimento matemático pertinente sem deixar de lado a exigência do rigor matemático, assim, ao selecionar as tarefas, o professor deve pensar nos recursos, estratégias e idade dos alunos (SERRAZINA, 2012). Dessa forma, “o professor deve ter em mente a relação entre como é o pensamento e a aprendizagem do aluno quando se envolve na realização de uma dada tarefa e a meta de aprendizagem definida” (SERRAZINA, 2012, p. 274).

Autores como Pochulu, Font e Rodriguez (2013) e Gusmão e Font (2020) apresentam critérios que precisam ser levados em consideração no desenho e redesenho de tarefas, tais como: tarefas não rotineiras, que admitam mais de uma resposta; que não ofereçam sugestões de como resolvê-las; que estejam em um contexto real; e sejam desafiadoras. Para esses autores, os alunos devem ter oportunidades para resolver problemas matemáticos e não ser apenas aplicadores de fórmulas.

Na seleção de tarefas, os professores devem escolher aquelas que estejam de acordo com o aspecto de aprendizagem que querem destacar, que desenvolvam a “compreensão dos conceitos e dos processos e que estimulem a capacidade de resolução de problemas e de comunicação matemática” (CONCEIÇÃO; FERNANDES, 2009, p. 193).

### **As Medidas e o seu ensino**

Apesar da importância do conteúdo medidas para o dia a dia, o seu ensino é deixado em segundo plano, quando é trabalhado, poucas vezes o aluno tem a oportunidade de

visualizar o impacto desse conteúdo no cotidiano, bem como a relação deste com outras áreas do conhecimento humano, por exemplo, a ligação da Matemática com Ciências e Geografia como é requisitado em documentos curriculares, a exemplo dos PCN de 1997 e da BNCC de 2018 (GUSMÃO; CARVALHO; NUNES, 2011).

O fato de o conteúdo Medidas e Grandezas ser um conteúdo prático e presente na vida das pessoas, a escola abandonou certas práticas por considerar que o indivíduo “podia aprender de forma privada; como é o caso dos procedimentos de medição, o manejo de instrumentos de medida, o uso e a leitura de instrumentos graduados e a estimação de medição” (CHAMORRO, 2003, p. 229, *tradução nossa*). Esta autora salienta que, como o tema é considerado difícil de trabalhar em sala de aula, a maior ênfase recai no treino de atividades do livro didático com uso de algoritmização, tornando alguns de seus conceitos sem sentido, como as regras de transformação de unidade de medida, pois dificilmente o aluno terá necessidade de, por exemplo, converter quilômetro para decímetro (CHAMORRO, 2003).

Além disso, as mudanças ocorridas tanto sociais como tecnológicas estão impedindo, de certa forma, experiências de medição que permitam adquirir conhecimentos de forma individual (CHAMORRO, 2003). Esta autora, considera urgente o retorno das práticas de medição com seus instrumentos em sala de aula, mesmo exigindo um esforço didático por parte do professor, pois “na sociedade, os metros a laser substituíram a fita métrica, as balanças digitais às de pratos, os objetos industriais aos artesanais e, com isso, os alunos foram privados das experiências necessárias para conceituar noções de medida” (CHAMORRO, 2003, p. 229, *tradução nossa*).

Assim, torna-se necessário um trabalho que dê maior significado aos conceitos na sala de aula e que o professor de Matemática compreenda “os equívocos construídos ao longo do tempo diante desse eixo de conhecimento e possa desconstruir e reconstruir novas formas de conceber o ensino [...]” (PINHEIRO, 2019, p. 68).

## **Metodologia**

Utilizamos em nosso trabalho uma dinâmica de análise e reflexão de tarefas matemáticas em um contexto de formação de professores. Para isso, enveredamos pela pesquisa de abordagem qualitativa do tipo intervencionista a qual permite (des)construir práticas na sala de aula (AGUIAR; ROCHA, 1997; ROCHA; AGUIAR, 2003).



Inicialmente, nossos encontros foram presenciais, mas em virtude da pandemia causada pela COVID-19, passaram a ser virtuais por meio da plataforma Google Meet com projeção em *slides* de modelos diferentes de protocolos de respostas. Para gravação de áudio e vídeo, utilizamos o programa OBS Studio, de modo que as gravações transcritas posteriormente para facilitar a análise de dados.

Para a produção dos dados da pesquisa, orientamo-nos pelo método do Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT), proposto por Gusmão e Font (2021), que integra ferramentas dos Critérios de Idoneidade e do Desenho de Tarefas para alcançar melhorias na aprendizagem. Este método é composto por oito fases, as quais consideramos como um processo formativo: 1- diagnóstico; 2- estudo; 3-análise; 4-planejamento e seleção; 5-desenho/concepção; 6- implementação; 7-avaliação; 8- redesenho, porém, não adentramos nas fases 4, 5 e 6. Podemos, então, resumir estas fases em três etapas: análise, estudo e reanálise.

Na etapa **Análise** tivemos 01 encontro online e 05 presenciais e os professores analisaram os protocolos de resposta do teste expondo suas opiniões sobre o conteúdo, se haviam erros, se modificariam algo etc., de acordo com suas vivências e conhecimentos, sem nenhum estudo prévio de teoria para direcionar as análises.

Na etapa de **Estudo** que foram 03 encontros virtuais estudamos e discutimos trechos de textos sobre os critérios de idoneidade didática, desenho e redesenho de tarefas, documentos curriculares e tipos de conhecimento do professor. Como 05 professores já conheciam os critérios de idoneidade e de desenho de tarefas, as discussões tornaram-se mais dinâmicas porque estes já ajudavam os demais na compreensão do conteúdo.

Esses conhecimentos adquiridos na etapa de estudo foram importantes para nossa terceira etapa que é a **Reanálise** onde os professores analisaram as tarefas novamente em 03 encontros virtuais, mas baseando suas justificativas nas discussões da etapa de estudo avaliando as tarefas e, se possível, redesenhando, ou seja, nesta etapa os professores avaliaram e, em alguns casos, propuseram melhorias nos enunciados. Embora a avaliação tenha sido constante no processo, ela teve mais destaque na terceira etapa.

Neste artigo estamos levando em consideração a primeira e terceira etapas do ciclo formativo. Assim, nossa análise será feita tanto com os dados antes do estudo como após o estudo (análise e reanálise das tarefas), identificando quais critérios são manifestados quando ainda não se conhece a teoria e quais surgem ou são enfatizados após o conhecimento dos critérios de idoneidade didática.

## **Participantes**

A intervenção aconteceu com 18 professores participantes do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didáticas de Ciências Experimentais e Matemática (GDICEM) por meio de encontros formativos semanais, os quais estudaram e analisaram protocolos de respostas de tarefas de um teste sobre medida de comprimento. Tal teste foi respondido por 9 professores de matemática e 36, em formação, que cursam os três últimos semestres da Licenciatura em Matemática, validado na pesquisa de Pinheiro (2019), depois replicado pela pesquisadora a 25 professores em formação que cursam o terceiro semestre da Licenciatura em Matemática. O perfil dos participantes é descrito a seguir, cujos nomes são fictícios para resguardar a sua imagem.

Gilberto, Geovana, Vicente, Pedro, Cristina, além de Rosa são Licenciados em Matemática com experiência na docência que varia de 5 a 31 anos. Carmen, Marta, Madalena, Ivete, Ione e Moisés são Licenciados em Ciências com habilitação em Matemática, cujo tempo na docência varia entre 19 e 34 anos.

Roberto e Mariana são licenciados em Pedagogia com 18 e 8 anos, respectivamente, na docência. Joana, Mateus e Andréia são licenciados em Letras com 23, 8 e 26 anos de serviço, respectivamente. Porém, Andréia possui uma segunda graduação que é Licenciatura em Matemática e João é graduado em Física e Pedagogia.

## **Tarefas**

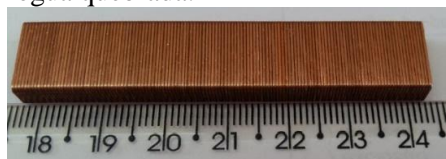
Neste artigo trazemos três tarefas analisadas pelos professores: tarefa 02, analisada antes do ciclo formativo no único encontro presencial que tivemos, e as tarefas 11 e 15, analisadas no formato virtual. Tais tarefas foram escolhidas por serem abertas, fugirem do tradicional e impor ao solucionador uma ação interpretativa, investigativa e argumentativa.

Além disso, as análises destas tarefas antes da etapa de estudo, foram mais voltadas para descrição e explicação com pouca avaliação, ao contrário das análises ocorridas após o estudo. Por isso, escolhemos estas pelo novo olhar que os professores tiveram sobre elas percebendo o potencial que elas carregam, embora sejam, aparentemente, tarefas simples.

**Q02-** Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para determinar essa medida?

**Comentário:** Para encontrar o instrumento mais adequado para medir o comprimento de um objeto curvilíneo o solucionador precisa ter tido experiências com objetos variados para conseguir identificar o mais apropriado. O mais conveniente seria usar uma fita métrica ou uma régua tendo um barbante ou corda como intermediário neste processo de medição.

**Q11-** Marquinhos, morador do Arraial, mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada.



Qual a medida do comprimento da barra de grampos?

**Comentário:** Nesta tarefa o solucionador além de demonstrar conhecimento no uso da régua ele também precisa diferenciar as unidades de medida centímetro e milímetro. Esta tarefa não especifica a unidade de medida que deve ser considerada, logo quem indicar a resposta 6,6 cm ou 66 mm chegou à resposta correta.

**Q15-** Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que com o passar dos dias elas tinham, respectivamente, 1,05m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.

**Comentário.** O solucionador precisa conhecer as relações entre as unidades de medida, uma vez que a ordem solicitada não é em relação aos valores numéricos, mas às unidades de medidas. Baseado em seus conhecimentos, ele escolhe uma unidade de medida para ser referência, então, faz a conversão das outras unidades em relação à unidade escolhida. A resposta encontrada deve ser: 125 cm, 1,05 m, 155 mm.

Para analisar os dados, utilizaremos os critérios de idoneidade didática, conjuntamente com seus componentes e indicadores, explicitados a seguir, que foram tomados tanto como ferramentas teóricas como metodológicas neste estudo.

Quadro 2 — Critérios de Idoneidade Didática e seus indicadores

Componentes	Indicadores
<b>Idoneidade epistêmica</b>	
Erros	Não se observam práticas que se consideram incorretas desde o ponto de vista matemático.
Ambiguidades	Não há ambiguidades que possam causar confusão para os alunos: definições e procedimentos enunciados de forma claros e corretos, adaptados ao nível de ensino a que se destinam; adequação das explicações, verificações, demonstrações ao nível educacional a que se destinam, uso controlado de metáforas, etc.
Riqueza de processos	A sequência de tarefas contempla o desempenho de processos relevantes na atividade matemática (modelagem, argumentação, resolução de problemas, conexões, etc.).
Representatividade	As definições de significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática que você deseja ensinar contemplada no currículo. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Significados parciais (definições, propriedades, procedimentos, etc.) são uma amostra representativa da complexidade da noção matemática a ser ensinada.</li> <li>• Para um ou mais significados parciais, amostra representativa de problemas.</li> <li>• Para um ou mais significados parciais, uso de diferentes modos de expressão (verbal, gráfico, simbólico...), tratamentos e conversões entre eles.</li> </ul>
<b>Idoneidade cognitiva</b>	
Conhecimentos prévios	Os alunos têm os conhecimentos prévios necessários para o estudo do tema (se tem estudado anteriormente ou o professor planifica seu estudo). Os

<b>Componentes</b>	<b>Indicadores</b>
(componentes similares a idoneidade epistêmica)	significados pretendidos se podem alcançar (tem uma dificuldade manejável) em seus diversos componentes.
Adaptação curricular as diferenças individuais	Se incluem atividades de ampliação e de reforço.
Aprendizagem	Os diversos modos de avaliação mostram a apropriação dos conhecimentos dos conhecimentos/competências pretendidas ou implementadas.
Alta demanda cognitiva	Se ativam processos cognitivos relevantes (generalizações, conexões intramatemáticas, trocas de representação, conjecturas, etc.) Promove processos metacognitivos.
<b>Idoneidade interacional</b>	
Interação docente-discente	O professor faz uma apresentação clara do tema (apresentação clara e bem organizada, não fala muito rápido, enfatiza os conceitos-chaves do tema, etc). Se reconhece e resolve os conflitos de significado dos alunos (se interpretam corretamente os silêncios dos alunos, suas expressões faciais, suas perguntas, se faz um jogo de perguntas e respostas adequado, etc). Se busca chegar a consensos com base no melhor argumento. Se usa diversos recursos retóricos e argumentativos para implicar e captar a atenção dos alunos. Se facilita a inclusão dos alunos na dinâmica da classe e não na exclusão.
Interação entre os discentes	Se favorece o diálogo e comunicação entre os estudantes. Se favorece a inclusão em grupo e se evita a exclusão.
Autonomia	Se contemplam momentos em que os alunos assumem a responsabilidade do estudo (exploração, formulação e validação).
Avaliação formativa	Observação sistemática do progresso cognitivo dos alunos.
<b>Idoneidade mediacional</b>	
Recursos materiais (manipulativos, calculadoras, computadores)	Uso de materiais manipulativos e informáticos que permitem introduzir boas situações linguagens, procedimentos, argumentações adaptadas ao significado pretendido. As definições e propriedades são contextualizadas e motivadas usando situações e modelos concretos e visualizações.
Número de alunos, horário e condições da aula	O número e a distribuição dos alunos permitem realizar o ensino pretendido. O horário do curso é apropriado (por exemplo, nem todas as sessões são realizadas na última hora). A aula e a distribuição dos alunos são adequadas para o desenvolvimento do processo instrucional pretendido.
Tempo (de ensino coletivo/tutoria, tempo de aprendizagem)	Adequação dos significados pretendidos/implementados ao tempo disponível (presencial e não presencial). Inversão do tempo nos conteúdos mais importantes ou centrais do tema. Inversão no tempo dos conteúdos que apresentam mais dificuldades.
<b>Idoneidade emocional</b>	
Interesses e necessidades	Seleção de tarefas de interesse dos alunos.
	Proposição de situações que permitam avaliar a utilidade da matemática na vida cotidiana e profissional.
Atitudes	Promoção da implicação nas atividades, a perseverança, responsabilidade, etc. Se favorece a argumentação em situações de igualdade; o argumento é valorizado em si mesmo e não por quem o disse.
Emoções	Promoção da autoestima, evitando a rejeição, fobia ou medo da matemática. Se ressalta as qualidades de estética e precisão da matemática.
<b>Idoneidade ecológica</b>	

Componentes	Indicadores
Adaptação ao currículo	Os conteúdos, sua implementação e avaliação se correspondem com as diretrizes curriculares.
Conexões intra e interdisciplinares	Os conteúdos se relacionam com outros conteúdos matemáticos (conexão da matemática avançadas com a matemática do currículo e conexão entre os diferentes conteúdos matemáticos contemplados no currículo) ou com conteúdos de outras disciplinas (contexto extramatemático bem como conteúdos de outras disciplinas da etapa educativa).
Utilidade sócio-profissional	Os conteúdos são úteis para a inserção sócio-profissional.
Inovação didática	Inovação baseada na investigação e a prática reflexiva (introdução de novos conteúdos, recursos tecnológicos, formas de avaliação, organização da aula, etc.).

Fonte: Breda *et al.* (2018, p. 168).

## Resultados

Os protocolos de respostas apresentados aos professores foram identificados por um código para preservar o nome do solucionador. Assim, Pf significa professor em formação e Pv professor veterano. Transcritas as discussões dos participantes, realizamos a análise para procurar indícios dos critérios da idoneidade didática.

Para determinar o nível de competência em análise alcançado pelos participantes nas tarefas, utilizamos trechos dos discursos oral e escrito (sinalizados no *chat*) durante as análises das tarefas. Para uma melhor visualização das manifestações ou indícios do desenvolvimento da competência em análise de tarefas, apresentaremos uma tabela para cada questão analisada com fragmentos de falas dos participantes, antes e após o ciclo de formação.

No único encontro realizado presencialmente, em 07/03/2020, os participantes analisaram a questão 02 nos 71 testes respondidos pelos professores em formação e veteranos, ficando livre a quantidade de teste que cada participante analisaria.

**Q02-** Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para determinar essa medida?

**Fig.01-** Resp. Pf22 (5ºsem.)

Fita métrica ou barbante

**Fig.02-** Resp. Pf49 (3ºsem.)

medida? utilizar uma corda, ou uma linha ao redor da bola e em seguida utilizar a régua para determinar o comprimento dessa corda.

Fig.03- Resp. Pv4

fitá métrica, barbante, cipó,

Antes do ciclo	Depois do ciclo
<b>Idoneidade epistêmica</b>	
<p><b>Moisés:</b> Acho que a pergunta limita. Acho que a pergunta poderia ser ... como você faria pra medir, daria uma margem, ampliariam mais.</p>	<p><b>Mateus:</b> Pensando estritamente na questão, eu colocaria algum elemento imagético para que a criança tenha uma referência. Talvez o desenho de uma bola com aqueles pontilhados indicando o diâmetro. Algo assim. (<i>mensagem no chat</i>)</p>
<b>Idoneidade cognitiva</b>	
<p><b>Roberto:</b> Mas aí a gente refaz pensando nas crianças, talvez elas não tenham esse conceito, essa ideia. <b>Rosa:</b> A etimologia da palavra é nova pra eles. Primeiro você tem que esmiuçar prefixo, sufixo e radical pra eles entenderem, até pra gente também.</p>	<p><b>Ivete:</b> Talvez ainda tenha que fazer uma memória, vamos dizer assim do quê que é uma bola? A bola é uma esfera. O quê que é um círculo? O quê que é uma circunferência? Conceitos básicos pra (que) ele possa chegar àquilo que está sendo perguntado.</p>
<b>Idoneidade afetiva</b>	
<p><b>Geovana:</b> Mas o branco não é o que não respondeu nada? [...] Ele tentou? <b>Moisés:</b> Tipo não consigo, não sei, tipo ele admitiu que não sabe. O branco também subtende que não sabe, embora não esteja explícito.</p>	<p><b>Roberto:</b> Do jeito que ela tá eu entendo que ela permite um grau de desafio mais elevado do que se eu colocar algumas imagens, se eu der pistas demais pra o aluno, tem essa questão quanto mais pista eu dou mais eu acabo diminuindo o grau de desafio da tarefa.</p>
<b>Idoneidade interacional</b>	
	<p><b>João:</b> Eu acho que o que vai ter maior alcance na faceta interacional, porque vai ser muito importante como esses meninos vão conversar, ou seja, pra mim particularmente, não é muito interessante resolver individualmente, eu acho que quanto mais for resolvido em grupos, principalmente, porque vai precisar de materiais, né?</p>
<b>Idoneidade mediacional</b>	
<p><b>Moisés:</b> A trena é flexível também não é? [...] agora sobre o compasso, eu não visualizo como o compasso satisfaz isso não. Dar pra medir não, dá? Na minha leiga visão de agorinha. O compasso não dá para medir, não.</p>	<p><b>Gilberto:</b> Eu acho que o tempo no caso nessa questão ele é assim bem relativo, o tempo necessário pra usar. Que se usar direitinho a definição lá de diâmetro e tiver algo que possa medir a altura da bola, vai lá foi lá mediu a altura da bola pronto resolveu a questão. <b>Ivete:</b> Eu primeiro levaria a bola mesmo sabe, e de preferência até várias bolas de tamanhos diferentes. <b>Carmen:</b> Bola, barbante, uma trena.</p>
<b>Idoneidade ecológica</b>	
<p><b>Moisés:</b> É pouco usual, é raríssimo usar decímetro, não conheço ninguém que usa decímetro.</p>	<p><b>Ivete:</b> A questão do esporte principalmente.</p>

Ao fazer uma análise desde a **idoneidade epistêmica** comparando os dois momentos, antes e após o ciclo formativo, observamos que antes os professores consideraram que a pergunta condicionava o estudante a indicar apenas um instrumento de medição, nesse caso, a fita métrica. Porém, após a formação, os participantes passaram a considerar que o termo *qual* não indica singularidade e que, portanto, caberia a indicação de mais de um instrumento. Alguns participantes sugeriram, a modo de redesenho, colocar uma imagem para trabalhar a linguagem visual para facilitar o entendimento, caso a tarefa seja destinada à criança, já outros disseram que uma mudança no enunciado poderia diminuir a riqueza da tarefa.

No tocante à **idoneidade cognitiva**, os participantes consideraram, antes do ciclo, que os solucionadores da tarefa, por serem adultos, deveriam deter os *conhecimentos prévios* necessários para resolução, mas se a tarefa fosse pensada para as crianças, deveriam ficar atentos ao nível cognitivo e idade delas, adaptando à linguagem etc.. Caso necessário, poderia fazer uma retrospectiva de conceitos para ampliar os conhecimentos, como sugerido por Rosa antes do ciclo e por Ivete, depois o ciclo. Tanto antes como após o ciclo, ficou evidente a importância de conhecer o nível cognitivo dos alunos para direcionar o planejamento do professor.

Em relação à **idoneidade afetiva**, as discussões foram em torno do componente *Interesses e necessidades*. Antes do ciclo, mencionaram a resposta em branco que pode surgir por falta de conhecimento do conteúdo, por esquecimento de alguma definição/propriedade, por medo de errar, assim, a desistência de responder é indicativo da emoção surgida no momento em que o solucionador se depara com a tarefa. Conforme mencionou Cristina, após o ciclo, o critério afetivo é mais notado durante a resolução de uma tarefa. Ainda consideraram que as respostas em branco nem sempre significam falta de tentativas de resolução, portanto, sugeriram durante a enumeração da tabela, separar a categoria de resposta *Em branco* da categoria *Não consegue responder*, demonstrando empatia pelos alunos que, por algum motivo, têm medo ou aversão à matemática. Após o ciclo, foi observado que ao inserir uma imagem, conforme mencionado no critério epistêmico, poderia diminuir o gosto para respondê-la deixando de ser atrativa, ou seja, o acréscimo na linguagem poderá interferir nas emoções.

A **idoneidade interacional** foi evidenciada apenas depois do ciclo, com o componente *interação entre discentes*, a qual foi destacada pela possibilidade de discutir os conceitos envolvidos com ajuda de recursos materiais, que proporcionarão trocas de experiências. Também foi evidenciado o *componente interação entre discente e docente*, por meio do diálogo, mesmo não havendo em sala os recursos materiais.

No tocante à **idoneidade mediacional**, a dúvida, antes do ciclo, era sobre a possibilidade de se usar determinados instrumentos na medição de objetos curvilíneos. Um questionamento foi acerca da flexibilidade da trena que foi colocada na categoria de instrumento rígido. Colocamos nessa categoria por considerá-la um instrumento não tão flexível como a fita métrica ou um barbante, por exemplo.

Outra dúvida foi a possibilidade de se usar o compasso para medir o diâmetro, instrumento indicado nos protótipos de respostas da tabela. As dúvidas sobre a trena e o compasso foram sanadas logo depois das reflexões e da percepção de saber de fato qual o instrumento seria mais adequado para fazer a medição. Conforme preconiza a BNCC (2018), uma das habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos do 3º ano, também necessária ao professor, é saber “Escolher a unidade de medida e o instrumento mais apropriado para medições de comprimento, tempo e capacidade” (BRASIL 2018, p. 289). Além disso, a “medição de grandezas é um processo complexo, que envolve escolha de uma unidade de medida e emprego de procedimentos apropriados, muitos deles apoiados em instrumentos” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 178).

Essas dúvidas surgidas nas discussões são decorrentes da falta de manuseio de instrumentos, um dos erros cometidos pelos professores em sala de aula (CHAMORRO; BELMONTE, 2000). Isso porque, ao fazer uso de instrumentos de medida, conseguiríamos determinar quais seriam os mais precisos nas medições. Ao reduzir o uso de instrumentos aos convencionais, faz com que a escolha seja sem sucesso, por exemplo, usar uma régua para medir uma curva quando o uso de uma corda como intermediária seria mais adequado (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

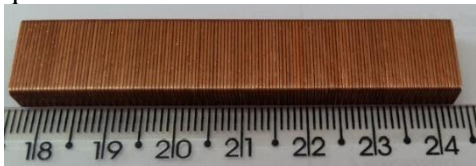
Depois do ciclo não foi mencionado o uso dos instrumentos, mas a relação da tarefa com o componente *Tempo* que quanto mais cálculo conter, mais tempo de resolução será necessário. Este momento foi uma das poucas vezes em que o componente *Tempo* foi mencionado. Segundo Godino, Contreras e Font (2006), o tempo usado pelos alunos para os estudos e pelo professor para o ensino é essencial para determinar a aprendizagem.

Em relação ao critério **ecológico**, antes do ciclo, as discussões foram em torno das unidades de medida metro e centímetro, contudo, apesar de o decímetro ser uma unidade para ser trabalhada, não foi considerada uma boa unidade para esta tarefa, conforme fala de Moisés. Em conformidade com Ponte e Serrazina (2000), somente trabalhando com unidades que o aluno vai perceber qual unidade é a mais adequada, com isso, vai excluir a ideia de que objetos grandes só poderão ser medidos com unidades grandes ainda que não sejam



procedimentos habituais. Após o ciclo foi mencionada a aplicabilidade da medida de comprimento.

**Q11-** Marquinho, morador do Arraial, mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada.



Qual a medida do comprimento da barra de grampos?

<b>Fig.04-Resp. Pf20 (8ºsem.)</b> <b>Fig.05- Resp. Pf25 (5ºsem.)</b> <b>Fig.06- Resp. Pf24 (5ºsem.)</b>	
Qual a medida do comprimento da barra de grampos? $24,3 - 17,7 = 6,6 \text{ cm}$ $27$ $15$ Qual a medida do comprimento da barra de grampos? $12 \text{ centímetros}$	
Qual a medida do comprimento da barra de grampos? $5,6$ $4,5$ $7,9 \text{ cm}$	
Antes do ciclo	Depois do ciclo
<b>Idoneidade epistêmica</b>	
<b>Vicente:</b> Poderia, por exemplo, pegar essa parte aí decimal, contar quantos tem, depois somar com a parte inteira e depois pegar a outra parte decimal do outro lado.	<b>Ivete:</b> [...] a régua tem um pedacinho antes do zero, e muitas vezes o aluno coloca não do traçinho que começa o zero, é no início da régua [...]. Já começa em 18, já tem alguma coisa diferente aí, ou é antes um pouquinho do 18, então assim já quebra o padrão daí, isso aí eu achei legal mesmo sabe, porque aí você tem que observar mais detalhes por que não começa do 0.
<b>Idoneidade cognitiva</b>	
	<b>Gilberto:</b> Vai precisar fazer operações né? ele precisaria do aspecto cognitivo, pra não se confundir com as unidades de medidas também aí na hora de fazer as contas.
<b>Idoneidade afetiva</b>	
	<b>Moisés:</b> Creio que esta questão está interessante para o aluno, portanto pode despertar prazer em resolver. Logo, a afetividade está presente (mensagem no chat).
<b>Idoneidade interacional</b>	
<b>Carmen:</b> Oh Moisés e esse é um comentário que os alunos provavelmente fariam né? Por que ele começou assim já quebrado em vez de colocar o número certinho? O aluno do básico, com certeza faria esse questionamento.	<b>Andréia:</b> Isso aqui é um desafio muito grande pro aluno, porque você pode representar de dois jeitos e pedi-los que eles encontrem a medida do objeto.
<b>Idoneidade mediacional</b>	
	<b>Andreia:</b> Uso da régua na sala de aula
<b>Idoneidade ecológica</b>	
	<b>Andreia:</b> Aqui ele fala que a régua tá quebrada, olha que coisa interessante, porque às vezes o único recurso que você tem para medir é um objeto que esteja assim, quê que a gente deve fazer? O que a gente deve observar?

Essa tarefa foi mais simples de discutir, pois não houve termo no enunciado que pudesse gerar dúvida na resolução. Na **idoneidade epistêmica**, as análises antes do ciclo se

restringiram mais à descrição do procedimento matemático para resolvê-la, de modo que se destacou a necessidade de se conhecer as unidades de medidas, pois este conhecimento pode impactar na resolução. Após o ciclo, a observação foi em relação ao processo a ser realizado com atenção necessária para a resolução, uma vez que a medição não se inicia no ponto 0, comumente realizada.

A **idoneidade cognitiva** apenas foi evidenciada depois do ciclo e no componente *Conhecimentos prévios*, sendo Gilberto o que mais destacou este componente, ao demonstrar maior preocupação com os conhecimentos necessários para resolver a tarefa. Ademais, neste tipo de tarefa pode ocorrer confusão na contagem e no manuseio do instrumento. Conforme salienta Chamorro (2003), as pessoas geralmente usam de maneira errada os instrumentos de medida e encontram dificuldades nos cálculos sem que a escola faça algo para mudar a situação. Ainda de acordo com a autora, muitos conhecimentos de medição deixaram de ser ensinados por considerar que eles poderiam ser aprendidos de forma particular, como é o caso dos procedimentos para medir, da manipulação e leitura dos instrumentos e da estimação de medida.

A **idoneidade afetiva** foi evidenciada apenas depois do ciclo, sendo mencionado o impacto que este tipo de tarefa pode trazer como motivação para resolver outras com nível cognitivo mais elevado. Ela não demanda um conhecimento muito avançado e isso pode favorecer o componente *Interesses e necessidades*. Em relação a esta motivação, Godino (2004) afirma que uma característica importante no ato de medir é a satisfação do aluno quando ele consegue realizar uma medição, por isso, o professor deve gerir as interações na aula, valorizar a participação e evitar qualquer aversão por parte do aluno diante do conteúdo, além de desenvolver competência para selecionar, desenhar e redesenhar tarefas visando ao interesse do aluno e à utilidade na vida socioprofissional (GODINO *et al.*, 2013).

A idoneidade **interacional** foi evidenciada antes do ciclo, por exemplo, na fala de Carmem quando prevê um conflito na realização da tarefa e a necessidade do diálogo entre professor e aluno sobre qual ponto da régua pode iniciar uma medição. Após o ciclo, a *interação entre discentes* e *entre discente e docente* foram mantidas na fala dos professores.

Embora esta tarefa requeira o uso de instrumentos de medida como *recurso material*, componente da **idoneidade mediacional**, estes não foram enfatizados, apenas mencionados de maneira breve após o ciclo, pois o destaque na tarefa foi para os procedimentos de como resolvê-la.

O componente *Adaptação socioprofissional e cultural* do **critério ecológico** foi mencionado após o ciclo, de modo que foi ressaltado que a pessoa precisa estar preparada

para os imprevistos da vida cotidiana e medir com uma régua quebrada é um deles. Essa consciência da aplicação do conteúdo viabiliza o estudo, pois “o trabalho matemático desenvolvido nas escolas deve ser útil para a vida e o currículo é fundamental para um ensino significativo, capaz de formar competências que permitam atuar na sociedade” (GROENWALD; NUNES, 2007, p. 114).

No entanto, embora a medida seja importante para a sociedade, conforme destacado pelos professores, os cidadãos falham nesse conhecimento, deixando-o a cargo do engenheiro, cientista, pedreiro etc., que mais usam (GODINO, 2004). Ainda conforme o referido autor, para as pessoas reconhecerem o papel da medida no desenvolvimento científico-tecnológico deve relacionar o estudo de matemática com o estudo das ciências e sociedade.

**Q15-** Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que com o passar dos dias elas tinham, respectivamente, 1,05m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.

<b>Fig.07-Resp. Pf3 (6ºsem.)</b> <b>Fig.08- Resp. Pf20 (8ºsem.)</b> <b>Fig.09- Resp. Pf35 (3ºsem.)</b> <i>125 cm ; 1,05 m ; 155 mm    155 mm ; 1,05 m ; 125 cm.    1,05 m ; 125 cm ; 155 mm.</i>	
Antes do ciclo	Depois do ciclo
<b><i>Idoneidade epistêmica</i></b>	
<p><b>Vicente:</b> Acho que eles pensaram aí oh, que esse 155 mm, seria 155 m<sup>2</sup> né? ou então 2m. Observe que ele coloca o centímetro primeiro depois o metro depois o milímetro, então certamente, ele imaginou que milímetro vale mais do que um metro só. [...]</p> <p><b>Rosa:</b> Não tem confusão, é medida né? Então ele tem realmente que fazer a conversão.</p>	<p><b>Andréia:</b> Quando o tamanho tá representado por medidas diferentes igual metro, milímetro e centímetro, então eles têm que fazer a transformação, então mexe com muito conhecimento matemático aqui.</p>
<b><i>Idoneidade cognitiva</i></b>	
<p><b>Vicente:</b> [...] além deles saberem quais são os números maiores eles têm que saber isso em relação à unidade, que vai influenciar não só o valor numérico, mas a representação da unidade.</p>	<p><b>Gilberto:</b> Ele tem que olhar pra questão e assim de imediato perceber que vai ter que ter mais compreensão do que tá fazendo e deixar em uma unidade só né? que estão em unidades diferentes, então ele tem que tá atento a isso, tem que olhar e perceber essa questão.</p>
<b><i>Idoneidade afetiva</i></b>	
<p><b>Roberto:</b> A questão em si ela é interessante pra fazer a comparação, pela questão de transformação também dessas</p>	<p><b>Cristina:</b> Se ele não compreende bem o conteúdo ele vai sentir dificuldade e isso vai gerar alguma emoção ou positiva ou negativa, uma motivação pra entender a questão e resolver. Ou então, um certo como é que se diz, ele vai tentar</p>

medidas.	desistir ou ele vai falar que não sabe né? ou então ele vai motivar só que ela é bem mais desafiadora do que a outra (tarefa 11).
<b><i>Idoneidade interacional</i></b>	
	<b>Cristina:</b> Teria que ter assim, ‘comente com seu colega’, eu acho que ficaria mais forte pra puxar um pouquinho o gancho pra o interacional pra ter uma interação não só do professor e do aluno, mas também a interação do aluno com o aluno.
<b><i>Idoneidade mediacional</i></b>	
	<b>Cristina:</b> O mediacional ficaria bem interessante assim em sala de aula, se o professor levasse as plantinhas né, pra fazer isso na prática, então seria bem interessante essa parte do manuseio mesmo do material físico, isso chama muito a atenção, tirar um pouco da abstração matemática né? pra séries iniciais.
<b><i>Idoneidade ecológica</i></b>	
<b>Vicente:</b> Já coloquei esse tipo de questão, já no ensino médio, agora não usava medidas, eu usava vários números misturados, racionais, inteiros, naturais, pra eles tentarem entender qual é o maior número. E é bem interessante essa questão sua por que você já trabalha com a medida	<b>Andréia:</b> Dá pra trabalhar a questão da Interdisciplinaridade, o desenvolvimento das plantas, você vê que cada planta, elas foram mudas plantadas num jardim e elas tiveram tamanhos diferentes.  <b>Cristina:</b> Se fosse adaptada, por exemplo, colocar um aluno que vem de uma região assim mais, mais desprovida de bens econômicos ou de uma condição inferior, de um aluno que tem uma condição econômica mais elevada, e for fazer um comparativo de crescimento da criança mediante a alimentação, também poderia explorar um pouco a questão sócio cultural né?

Ao fazer uma análise desde a **idoneidade epistêmica**, observamos que Vicente inicia sua fala, antes do ciclo, aludindo a um possível *erro* do solucionador como se este tivesse utilizado a ordem em relação à unidade de medida, porém o equívoco é do próprio Vicente que inicialmente não considera as medidas dadas, apenas as unidades. Se o solucionador não tivesse certeza da ordem, uma possível solução seria escolher uma das unidades, fazer a conversão das outras medidas em relação a esta e, após isso, fazer a comparação.

As falas de Vicente giraram em torno da possibilidade de a tarefa indicar a possibilidade de o solucionador responder considerando apenas os valores numéricos, porém, Rosa enfatizou, como também outros colegas, que a resposta é em relação à medida e que, por isso, precisava fazer a conversão de unidades para se ter certeza da ordem decrescente. Esse conhecimento das unidades de medida também foi mencionado depois do ciclo por Andréia.

Para compreender as relações entre unidades, é necessário recorrer tanto a atividades de nível aritmético quanto geométrico, por isso, trabalhar com o sistema métrico decimal sem antes ter tratado a troca de unidades não convencionais pode dificultar a compreensão de suas regularidades (CHAMORRO, 2003). Tal sistema oferece uma perfeita divisibilidade e grande

facilidade de comparar, além de requerer também certo desenvolvimento mental do indivíduo que precisa ser preparado cuidadosamente (CHAMORRO; BELMONTE, 2000).

A **idoneidade cognitiva** teve o componente *Conhecimentos prévios* levado em consideração tanto antes do ciclo como depois. O solucionador terá que conhecer a relação entre as unidades de medida, conforme mencionou Moisés, mas também terá uma dificuldade maior na resolução, como disse Gilberto. Se o solucionador não tiver esse conhecimento, terá dificuldade em fazer a comparação, etapa importante no processo de medir, como afirma Caraça (1951) ao mencionar três fases importantes no processo de medir: escolha da unidade, comparação com a unidade, expressão do número com resultado da comparação. Em relação à ordenação dos objetos, Lima e Bellemain (2010) nos lembra que ela é realizada quando consideramos uma grandeza nos objetos de tal modo que formamos uma sequência em relação à grandeza escolhida, comparando dois a dois para mais objetos.

A idoneidade **afetiva** teve seu componente *Interesses e necessidades* destacado antes e depois do ciclo, pois esta tarefa não é tão simples como as anteriores, porém, isso não necessariamente será um obstáculo, ao contrário, pode ser um ponto de partida para cativar mais os alunos pelo nível de desafio que ela possui.

O **critério interacional** foi destacado apenas após o ciclo com os componentes *interação entre discentes e interação entre discente e docente* com possibilidade de discutir os conceitos envolvidos com ajuda dos recursos materiais. Essa interação entre alunos, mencionada pelos professores, vai permitir “que o aluno fale sobre suas descobertas, mostre o seu trabalho e entenda algum conceito através da explicação, da leitura ou observação do trabalho de outro colega da classe” e, em grupo, ainda pode desenvolver o raciocínio, argumentação e a investigação (CÂNDIDO, 2001, p. 27).

Nas tarefas que o professor leva para sala de aula, devem ser considerados o papel destas tarefas, bem como as interações entre alunos e entre alunos e professor, situações didáticas, métodos de avaliação etc. (GODINO; BATANERO; ROA, 2002). Além disso, as interações, os conflitos de significados e as dificuldades oriundos destas interações devem ser pontos importantes na formação do professor além da valoração dos discursos na aula, do desenvolvimento da competência para a comunicação do conteúdo e para avaliações formativas dos alunos (GODINO *et al.*, 2013).

Em relação ao critério **mediacional**, o componente *Recursos materiais* foi bem discutido depois do ciclo, ainda que antes não tenha sido mencionado. Foi sugerido levar plantas, mas da mesma maneira sugeriram que colocar imagem na tarefa 02 pode diminuir o nível cognitivo da tarefa e que o uso de plantas como material didático também poderá retirar

a abstração e facilitar demais a resolução. Nesta visão, algumas modificações tirariam o entusiasmo do aluno, não favorecendo sua autoestima diminuindo o grau de adequação do critério afetivo. Para Gusmão (2016; 2019), um dos critérios no desenho de tarefas é que deve ser desafiante, mas não em excesso, porém, a depender do nível do aluno, levar um instrumento ou colocar uma imagem pode não favorecer a abstração, o que em certa idade é imprescindível.

Logo que Cristina indicou o uso das plantas na sala de aula, Ivete rebateu mostrando que poderia resolver a matemática, mas o trabalho com abstração ficaria prejudicado, pois a visualização das plantas já resolvia a questão sem nenhum cálculo matemático, apenas usando a percepção. Andréia, porém, insistiu na primeira ideia de Cristina mostrando opções para se usar o material, uma vez que mesmo encontrando a resposta por percepção, a oportunidade de trabalhar com as conversões de unidades não estaria perdida. Essa questão de até que ponto os recursos materiais vão favorecer ou prejudicar a aprendizagem é ressaltada pela comunidade educativa, conforme Caldeira (2009).

Corroboramos Chamorro e Belmonte (2000), Chamorro (2003) sobre a necessidade de se trabalhar com o concreto, porém, não desconsiderando o abstrato. Para Groenwald e Nunes (2007), a matemática é um exemplo de abstração por estudar as abstrações do mundo real, por isso, a necessidade de se trabalhar o conteúdo matemático desenvolvendo o pensamento abstrato.

Dependendo do nível do aluno, a ordenação seria facilitada requerendo uma adaptação na questão, como foi o caso desta, que além do trabalho com percepção, apresenta também cálculo matemático. Por isso, os professores devem ser levados a conhecerem as potencialidades e limitações dos recursos manipulativos e informativos na aprendizagem de determinado conteúdo, desenvolver competências para gerir o tempo e a integração das tecnologias e recursos manipulativos (GODINO *et al.*, 2013).

Nesta tarefa foi destaque a *Inovação didática*, componente do **critério ecológico**, pois o comum é ordenar os números adimensionais e não medidas de comprimento, conforme professor Vicente destacou, antes do ciclo, como experiência própria. Depois do ciclo, foi mencionada a utilização da tarefa, contextualizando-a com a realidade do aluno, de modo a trabalhar também as desigualdades sociais e, de modo geral, outras áreas do conhecimento, o que condiz com o que solicita a BNCC (2018), ao indicar o uso do bloco de conteúdos Medidas e Grandezas como fundamental para compreender a realidade. Realçamos que o conhecimento do currículo, do entorno do ensino, deve fazer parte da formação do professor, o qual deve ainda desenvolver a competência para selecionar e desenhar práticas que usem a

interdisciplinaridade e que reflitam na inovação baseada na investigação (GODINO *et al.*, 2013).

### Discussão dos resultados

Dos dados apresentados anteriormente podemos perceber que, enquanto na primeira fase os critérios epistêmicos e ecológicos aparecem nas três tarefas, o interacional só foi mencionado implicitamente na tarefa 11 e o mediacional apenas na tarefa 02, ou seja, em nenhuma das tarefas as seis facetas foram contempladas antes da etapa de estudo. Dessa forma, apresentamos abaixo o resumo dos critérios identificados nas tarefas 02, 11 e 15.

Quadro 3- Resumo dos critérios manifestados

TAREFAS	CRITÉRIOS / ANTES DO ESTUDO	CRITÉRIOS/ APÓS ESTUDO
<b>02</b>	Epistêmico Cognitivo Afetivo Mediacional Ecológico	Epistêmico Cognitivo Afetivo Interacional Mediacional Ecológico
<b>11</b>	Epistêmico Interacional Ecológico	Epistêmico Cognitivo Afetivo Interacional Mediacional Ecológico
<b>15</b>	Epistêmico Cognitivo Afetivo Ecológico	Epistêmico Cognitivo Afetivo Interacional Mediacional Ecológico

Fonte: elaboração nossa

Diante dos critérios constatados, implícitos e explicitamente, elaboramos um quadro (quadro 4) apresentando descritores que indicam o avanço do nível de competência em análise dos professores antes e após estudar os CID.

Quadro 4- Avanço do nível de competência em análise

NÍVEL 1	NÍVEL 2
1-Os professores analisam as tarefas identificando fatores como conceitos, procedimentos, representações, contextualização etc.	1-Se faz uma reflexão mais detalhada das tarefas usando os critérios de idoneidade didática de modo a vigorar o equilíbrio entre eles.
2-Os professores levam em consideração o nível cognitivo dos alunos, identificando os conhecimentos prévios necessários para inserção do conteúdo.	2-Os professores refletem sobre a necessidade de se aplicar tarefas com intuito de ampliar ou retroagir no conteúdo de acordo o nível de conhecimento dos alunos.

<p>3-Os professores pouco levam em conta o uso de recursos materiais para melhoria da aprendizagem e o tempo destinado a aplicação da tarefa.</p> <p>4-Os professores descrevem superficialmente possíveis interações que podem ocasionar em sala de aula devido ao conteúdo.</p> <p>5-Os professores reconhecem a importância do conteúdo medidas de comprimento ao valorizar as tarefas com aplicação em situações cotidianas.</p> <p>6-Os professores percebem a inovação no tipo de tarefa proposta uma vez que as tarefas fogem do padrão das que são comumente apresentadas.</p>	<p>3-Os professores refletem sobre um ambiente de aprendizagem com uso de recursos materiais para ampliar ou reforçar os conhecimentos dos alunos ainda que o tempo não seja um fator refletido intensamente.</p> <p>4-Os professores analisam cuidadosamente as possíveis interações que podem ocorrer em sala de aula entre discentes e entre docente e discente prevalecendo o diálogo em sala de aula.</p> <p>5-Os professores refletem a aplicação do conteúdo em outras áreas do conhecimento como possibilidade de facilitar o desejo em estudar o conteúdo mediadas de comprimento.</p> <p>6-Os professores discutem, argumentam e propõe melhorias nas tarefas com base nos diálogos gerados sem desconsiderar a inovação didática nem o currículo matemático.</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaboração nossa

Conforme Quadro 4, os professores estavam no nível de desenvolvimento 1, pois não contemplaram, ainda que implicitamente, todas as facetas do conhecimento didático-matemático do professor, porém, percebemos a mudança nos níveis de análise dos professores ocasionada pelo uso do CID, avançando do nível 1 ao nível 2. Se antes as análises se restringiam a uma descrição da resolução e, em algumas ocasiões, uma breve explicação, após a inserção dos CID as análises tiveram mais um caráter explicativo e avaliativo numa tentativa de equilibrar as facetas do conhecimento didático-matemático.

Alguns critérios tiveram sua importância elevada em intensas discussões como, por exemplo, o critério epistêmico que apareceu antes e após o estudo nas três tarefas, mas a discussão entorno dele, ainda que implicitamente, foi enfatizada após o estudo, pois identificaram as técnicas empregadas, diferentes significados e as representações, a linguagem e vincularam objetos matemáticos.

Antes do ciclo houve um momento em que o professor questionou as condições de trabalho como algo desmotivador, pois ainda que às vezes tente fazer algo inovador as condições não permitem avançar e somando a isso tem-se a desmotivação dos alunos induzindo o professor a continuar com atividades rotineiras. Ainda assim, eles descreveram a experiência e sensação diante do conteúdo e sabem que precisam determinar os aspectos que motivam os alunos.



Outros indicadores do critério afetivo foram notados, pois os professores conseguem também dizer aspectos relacionados ao pensamento, sentimento e conhecimentos dos alunos dentro da sala de aula diante do conteúdo matemático. Além desses, surgiram indicadores do critério cognitivo como a percepção da diferença entre o que foi solicitado e o que foi respondido, a maneira como os solucionadores interpretam a tarefa e, ainda, conseguiram prever e explicar os erros. Esses indicadores foram percebidos tanto antes como depois do estudo, porém, os critérios os quais não foram mencionados antes tiveram sua importância notada e exposta também após o estudo.

As interações propostas pelos professores visaram potencializar a participação e compreensão do conteúdo pelos solucionadores, por isso os participantes perceberam que além do estudo, é necessário ter conhecimento do que é pertinente ensinar em determinados momentos para desenvolver a aprendizagem. Além de saber o que ensinar, entenderam que os recursos podem aprimorar o ensino, desde que usados no momento adequado, pois nem sempre os recursos vão facilitar a aprendizagem. Disso, resulta também a necessidade de conhecer o currículo e as demandas externas que conduzirão a prática do professor.

Especificamente, os professores demonstraram ter conhecimento das medidas de comprimento, argumentaram e justificaram os conhecimentos postos em jogo para responder as tarefas, compreenderam o pensamento e estratégias dos solucionadores bem as dificuldades destes, refletiram a realidade e a implicação dela no processo de ensino e aprendizagem, desenvolveram o pensamento crítico de sua prática ao discutir as limitações e superações tanto deles como dos alunos, perceberam a necessidade do conhecimento do nível educativo que contempla o conteúdo matemático, a relação com outros currículos e com temas sociais e políticos.

Consideramos os resultados condizentes com o estudo feito, uma vez que se espera que os CID ajudem os professores na reflexão de sua prática e de outras, analisando os prós e contra de determinado processo de instrução e a possibilidade de melhorias para futuras implementações.

## **Conclusão**

Neste texto procuramos analisar a competência para análise de tarefas matemáticas no professor da Educação Básica, antes e após um ciclo formativo. Pudemos evidenciar que, quando os professores são convidados a analisar tarefas, eles apresentam comentários: descritivos (*Vicente: Poderia, por exemplo, pegar essa parte aí decimal, contar quantos tem,*

*depois somar com a parte inteira e depois pegar a outra parte decimal do outro lado); explicativos (Moisés: Tipo não consigo, não sei, tipo ele admitiu que não sabe. O branco também subtende que não sabe, embora não esteja explícito); e, por vezes, valorativos (Roberto: A questão em si ela é interessante pra fazer a comparação, pela questão de transformação também dessas medidas), como também foram constatados em outras pesquisas como Breda, Pino-Fan e Font (2017). Quando avaliam, usam algum dos critérios de idoneidade didática (epistêmico, cognitivo, afetivo, interacional, mediacional e ecológico), conforme também já constaram Ramos e Font (2008).*

Dessa forma, quando avaliam uma proposta inovadora, usam implícito ou explicitamente os CID para propor melhorias no processo de instrução, conforme Ramos e Font (2008), da mesma forma, quando avaliam práticas alheias (SECKEL; FONT, 2015). A vasta experiência dos professores pode ser um fator que ajudaria a explicar a avaliação que eles fizeram das tarefas antes de conhecer os CID, pois as formações ao longo da vida profissional vão indicando o que considerar como adequado no ensino de matemática. Nesse contexto, as avaliações positivas são provenientes do consenso da comunidade científica sobre como deve ser o ensino de matemática ou de experiências profissionais (RAMOS; FONT 2008; BRED, PINO-FAN; FONT, 2017).

Destacamos, ainda, que, antes do ciclo, a faceta cognitiva foi a mais destacada pelos professores nas discussões direcionando aos conhecimentos necessários para que ocorra a aprendizagem da matemática e, após o ciclo, as maiores discussões eram em torno dos critérios mediacional e interacional com reflexões sobre recursos e diálogos na sala de aula. Assim, inicialmente, os professores se preocuparam em adequar a linguagem, estabelecer relação entre os objetos matemáticos e as possíveis dificuldades conceituais que os alunos poderiam apresentar.

A preocupação dos professores com os conhecimentos preexistentes, independente de conhecer os CID, mostra que é algo vivenciado diariamente, ou seja, identificar as potencialidades e dificuldades que os alunos possuem é uma atitude corriqueira e primordial para o processo de instrução, talvez por isso a facilidade de identificar a relação entre o que foi proposto e o que foi alcançado pelo solucionador.

Por outro lado, os critérios mediacional e interacional foram levados em consideração após o estudo, devido as reflexões feitas em grupo, a partir do conhecimento dos critérios, os quais permitiram enxergar os motivos favoráveis e desfavoráveis dos recursos materiais e as interações que estes provocam ou podem provocar, uma vez que os recursos não são um meio de sair da rotina, mas um potencial de aprendizagem. O estudo dos CID trouxe um novo olhar

para a dinâmica em sala de aula, visto que a participação do aluno depende da forma como ele está inserido no ambiente e como o professor conduz o processo instrucional.

Também, depois da apresentação dos CID, os docentes tiveram um maior apreço por tarefas contextualizadas com diferentes modos de expressão, atentaram-se para os conhecimentos prévios e com possibilidades de aplicação de tarefas de reforço ou ampliação dos conhecimentos. Além disso, observaram sobre a dinâmica em grupo com interação entre alunos e entre aluno e professor, pontuaram a necessidade de contemplar o uso de recursos materiais, embora não tenham mencionado sobre os recursos tecnológicos, consideraram as revisões de conteúdos precedentes antes de entrarem em determinada pauta, sugeriram modificações no enunciado, atentando-se ao nível cognitivo de seus respectivos alunos, consideraram ainda quais recursos materiais poderiam utilizar sem diminuir o nível cognitivo e, conseqüentemente, interferir na aprendizagem.

Os professores avançaram no sentido de superação das dificuldades, dos métodos de ensino e na forma como concebem a elaboração de sequências de ensino com destaque para a necessidade de se estudar os documentos curriculares, analisar as individualidades dos alunos, os anseios quanto ao conteúdo, além dos diálogos entre os envolvidos no processo. Assim, a nova forma de analisar e avaliar o conteúdo trouxe novas interpretações ao processo de ensino.

O avanço obtido demonstra a validade de um ciclo formativo na formação de professores tendo os CID como ferramentas de análise das tarefas tanto na fase de seleção e desenho quanto na fase de avaliação após implementação. As discussões geradas mostram ainda a importância de se ter momentos de discussões em grupo em que a opinião do outro é validada ou refutada. Por isso, para Silva e Lima (2017), é importante, desde a graduação, que os futuros professores sejam orientados quanto ao conteúdo matemático, mas também que seja possível “investigar os aspectos didáticos, filosóficos, sociológicos, psicológicos e políticos do conteúdo escolhido, os quais são apresentados logo nos primeiros módulos (SILVA; LIMA, 2017, p. 25).

Por fim, percebemos o potencial dos critérios de idoneidade e do ciclo formativo para organizar a reflexão dos professores e avaliar os processos de instrução próprios ou alheios, bem como avaliar a própria prática. Os professores conseguiram identificar fatores que interferem na aquisição do conhecimento matemático, descrever as respostas apresentadas, explicar e avaliá-las. Por isso, as análises se mostraram importantes para desenvolver a competência matemática, mas também a competência em análise e intervenção didática atrelada a competência reflexiva. Podemos afirmar que, ao avaliarem as tarefas, eles

desenvolveram competência em análise, já que entre outras coisas, consideraram os fatores pertinentes para uma implementação em sala de aula.

## Referências

- AGUIAR, K. F.; ROCHA, M. L. Práticas Universitárias e a Formação Sócio-política. **Anuário do Laboratório de Subjetividade e Política**, nº 3/4, p. 87-102, 1997. Disponível em: <https://www.acheronta.org/acheronta1/socio-politica.html>: Acesso em: 10 fev. 2021.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC, 2018.
- BREDA, A. et al. Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. **Transformación**, 14(2), 162-176, 2018.
- BREDA, A. FONT, V.; LIMA, V. M. R. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, 2015.
- BREDA, A.; PINO-FAN, L.R.; FONT, V. Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 13, n. 6, p. 1893-1918, 2017.
- CALDEIRA, M. F. T. H.S. **A importância dos materiais para uma aprendizagem significativa da matemática**. Universidad de Málaga (Facultad de Ciencias de la Educación)- Tese de Doutorado, Málaga, 2009.
- CÂNDIDO, P.T. Comunicação em matemática. *In*: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, p. 15-28, 2001.
- CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Lisboa: Editora Lisboa, 1951.
- CHAMORRO, C.; BELMONTE, J. M. **El Problema de La Medida - Didactica de las Magnitudes Lineales**. Madrid: Sintesis, 2000.
- CHAMORRO, M. C. (org). **Didactica de las Matemáticas para Primaria**. Madrid: Pearson Educación. 2003.
- CONCEIÇÃO, M. A.; FERNANDES, J. A. **Implementação de tarefas matemáticas na sala de aula por uma futura professora**. 2009. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/10340>. Acesso em: 31 jul. 2019
- FONT, V. Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico. **Revista Acta Latino americana de Matemática Educativa**, v. 31, n. 2, p. 749-756, 2018.

FONT, V.; BRENDA, A.; SALA, G. Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. **Praxis Educacional**, Vitória da Conquista (BA), v. 11, n. 19, p. 17-34, 2015.

GODINO, J. et al. Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas Developing mathematics teachers' competences for didactical analysis. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis (SC). 7, n. 2, p. 1-21, 2012.

GODINO, J. Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. **Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística**, n. 2, p. 1-15, 2013b.

GODINO, J. *et al.* Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández, F. J. Ruiz, T. Fernández y A. Berciano (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XX** (pp. 285-294). Málaga: SEIEM, 2016.

GODINO, J. *et al.* Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 8, n. 1, p. 46-74, 2013.

GODINO, J. *et al.* Enfoque Ontossemiótico de los Conocimientos y competencias del Professor de Matemáticas. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 31, n. 57, p.90-113, 2017.

GODINO, J. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**. Costa Rica, nº 11, p. 111-132, 2013a.

GODINO, J. **Matemáticas para maestros: manual para el estudiante**. Granada: [s.n], 2004.

GODINO, J. CONTRERAS, A; FONT, V. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, p.39-88, 2006.

GODINO, J.; BATANERO, C.; ROA, R. **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros: manual para estudiante**. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, Granada, 2002.

GODINO, J.; FONT, V.; WILHELMI, M. Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. **Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla**, n. 38, p. 25-48, 2008.

GROENWALD, C. L. O.; NUNES, G. S. Currículo de matemática no ensino básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 10, n. 1, p. 97-116, 2007.

GUSMÃO, T. C. R. S, CARVALHO, L. S; NUNES, M. M. Formação de professores para o ensino de medidas nos anos iniciais. In: **IX Colóquio Nacional e II Colóquio Internacional do Museu Pedagógico**. Vitória da Conquista- BA, 2011. Disponível em <http://periodicos.uesb.br/index.php/cmp/issue/view/109>. Acesso em: 07 agos. 2019

GUSMÃO, T. C. R. S. Desenho de tarefas para o desenvolvimento da cognição e metacognição matemática. In: NEVES, A. S. et al. (org.). **Contribuições da didática da matemática para a prática dos professores**. Salvador: EDUFBA, p. 183-193, 2016.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: **XVIII Encontro Bahiano de Educação em Matemática**. Ilhéus, Bahia. 2019. Disponível em: <https://casilhero.com.br/ebem/mini/uploads/periodico/files/2019/PA2.pdf>. Acesso em: 07 ago. 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p.666-697, 2021.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e medidas. In: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho (coord.). **Matemática: Ensino Fundamental** / - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

PINHEIRO, A. S. **O conhecimento matemático de professores sobre medidas e grandezas**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino), Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.

PIVATTO, W. Os conhecimentos prévios dos estudantes como ponto referencial para o planejamento de aulas de matemática: Análise de uma atividade para o estudo de geometria esférica. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 9, n. 1, p. 43-57, 2014.

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRIGUEZ, M. Criterios de diseño de tareas para favorecer el análisis didáctico en la formación de profesores. In: **Actas del VII CIBEM**. Montevideo: Uruguai. 2013.

PONTE, J.P.; SERRAZINA, M. L. Didáctica da Matemática do 1.º ciclo. **Lisboa: Universidade Aberta**. Lisboa, p. 11-20, 2000.

RAMOS, A. B.; FONT, V. Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 11, n. 2, p. 233-265, 2008.

ROCHA, M. L.; AGUIAR, K. F. Pesquisa-intervenção e a produção de novas análises. **Psicologia: ciência e profissão**, v. 23, n. 4, p. 64-73, 2003.

SECKEL, M. **Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación general básica con mención en matemática**. 2015. (Tese de Doutorado). Universitat de Barcelona, 2016.

SECKEL, M. J.; FONT, V. Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile. In: **XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática**. 2015b.

SECKEL, M. J.; FONT, V. **Competência de reflexão e a formação inicial de professores de matemática no Chile**. 2015a. Disponível em: [https://www.researchgate.net/profile/Vicenc\\_Font/publication/281785956\\_Competencia\\_de\\_reflexion\\_en\\_la\\_formacion\\_inicial\\_de\\_profesores\\_de\\_matematica\\_en\\_Chile/links/579524e008](https://www.researchgate.net/profile/Vicenc_Font/publication/281785956_Competencia_de_reflexion_en_la_formacion_inicial_de_profesores_de_matematica_en_Chile/links/579524e008)

[aec89db7a84f80/Competencia-de-reflexion-en-la-formacion-inicial-de-profesores-de-matematica-en-Chile.pdf](#). Acesso em: 26, jun 2019.

SECKEL, M. J.; FONT, V. Efectos del uso del portafolio para desarrollar la competencia reflexiva en futuros profesores de matemática. En Serna, Luis Arturo (Ed.), **Acta Latinoamericana de Matemática Educativa**. México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, p.1236-1244, 2017.

SERRAZINA, M. L. M. Conhecimento matemático para ensinar: papel da planificação e da reflexão na formação de professores. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, p. 266-283, 2012.

SILVA, J. F.L; LIMA, I. P. Interdisciplinaridade e Pesquisa na Formação do Professor de Matemática: conhecendo caminhos integradores na/pela sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, v. 22, n. 54, p. 21-37, 2017.

ZABALA, J.M.G. 3<sup>2</sup> -2 ideias clave. **El desarrollo de La competencia matemática**. 1 ed. Barcelona: Graó, 2008.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A: Cópia do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido-TCLE

#### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Conforme Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde – CNS

---

**Título do projeto:** Competências desenvolvidas pelos professores da Educação Básica em relação ao conteúdo medidas de comprimento

**Pesquisadora responsável:** Magna Mendes Nunes

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

Prezado(a) Senhor(a)

Eu sou Magna Mendes Nunes, aluna do Mestrado Acadêmico em Ensino, do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN), da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e estou realizando, juntamente com a pesquisadora Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão, o projeto de pesquisa intitulado “Competências desenvolvidas pelos professores da Educação Básica em relação ao conteúdo medidas de comprimento”. Neste estudo, pretendemos analisar o desenvolvimento de competências didático-matemática no professor da Educação Básica por meio do estudo, análise e avaliação de tarefas matemáticas. Esta pesquisa se mostra relevante ao campo científico, pois irá subsidiar as reflexões acerca de formação continuada dos professores da Educação Básica, além de contribuir na aprendizagem e no desenvolvimento de novas potencialidades em relação ao conteúdo medidas de comprimento. Para este estudo será utilizado questionário sobre conteúdo medidas de comprimento com professores da Educação Básica em que as respostas servirão de base de estudo e aprofundamento do tema sob os critérios do Enfoque Ontossemiótico e do desenho de tarefas. A produção dos dados da pesquisa será por meio de encontros formativos e os instrumentos da pesquisa serão gravações em áudios dos encontros do grupo e diário de campo. Assim, venho convidá-lo a participar desta pesquisa, lembrando que sua participação é voluntária e consistirá em participar do grupo de formação colaborativa sendo que a recusa em participar não causará qualquer punição ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador, que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Os riscos e ou desconfortos apresentados pela pesquisa são mínimos, poderá surgir algum desconforto ou constrangimento em alguma etapa da pesquisa, se isso ocorrer por meio da utilização de algum instrumento de coleta de dados ou qualquer outro tipo de situação, o (a) Senhor (a) poderá deixar de participar da pesquisa sem sofrer nenhum prejuízo. Esta pesquisa também não traz gastos financeiros para o (a) Senhor (a) nem qualquer forma de ressarcimento ou indenização financeira por sua participação, porém tem assegurado o direito a compensação ou indenização no caso de quaisquer danos eventualmente produzidos pela pesquisa. O (a) Senhor (a) não será identificado em nenhuma publicação. Os benefícios deste estudo são os de contribuir na área de Matemática da Educação Básica proporcionando uma melhoria na formação matemática dos professores e, conseqüentemente, melhoria na aprendizagem matemática dos estudantes, além de apresentar novas formas de se trabalhar o conteúdo medidas de comprimento. Os resultados desta pesquisa serão publicados na dissertação de Mestrado e em revistas especializadas sendo que seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após



esse tempo serão destruídos. O (a) Senhor (a) poderá solicitar esclarecimentos antes, durante e depois da sua participação na pesquisa. Quaisquer esclarecimentos podem ser obtidos: a) com a pesquisadora Magna Mendes Nunes, por meio do e-mail magnamendesn@hotmail.com, ou por telefone (77) 98109 7000 b) Com a orientadora, Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão, pelo e-mail professorataniagusmao@gmail.com, ou pelo fone: (77) 98815-5434; c) e também no Comitê de Ética em Pesquisa (CEP), da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, que autorizou a realização desta pesquisa, através do e-mail cepuesb.jq@gmail.com ou do telefone (73) 3528- 9727 ou ainda no seguinte endereço: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), Comitê de Ética em Pesquisa da UESB (CEP/UESB), Módulo Administrativo, Sala do CEP/UESB, Rua José Moreira Sobrinho, s/n, Jequiezinho, Jequié – BA, CEP 45.206-510. Se o (a) Senhor (a) aceitar o convite e concordar em participar desta pesquisa, precisará assinar este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, em duas vias: uma via ficará com o participante e a outra sob a guarda da pesquisadora e arquivada por cinco anos. Desde já agradeço sua atenção e colaboração com a pesquisa.

Vitória da Conquista-BA, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

---

Participante da pesquisa

---

Pesquisadora responsável pelo projeto

**APÊNDICE B:** Cópia do Termo de consentimento de uso de imagem e depoimento

## **TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE USO DE IMAGEM E DEPOIMENTOS**

---

Eu \_\_\_\_\_, depois de conhecer e entender os objetivos, procedimentos metodológicos, riscos e benefícios da pesquisa, bem como de estar ciente da necessidade de gravações em áudio, especificadas no Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), AUTORIZO, através do presente termo, o pesquisadora Magna Mendes Nunes do projeto de pesquisa intitulado “Competências desenvolvidas pelos professores da Educação Básica em relação ao conteúdo medidas de comprimento” a realizar as gravações que se façam necessárias sem quaisquer ônus financeiros a nenhuma das partes.

Ao mesmo tempo, libero a utilização destas gravações bem como a exibição das respostas do questionário para fins científicos e de estudos (livros, artigos, slides e transparências), em favor dos pesquisadores da pesquisa, acima especificados, obedecendo ao que está previsto nas Leis que resguardam os direitos das crianças e adolescentes (Estatuto da Criança e do Adolescente – ECA, Lei N.º 8.069/ 1990), dos idosos (Estatuto do Idoso, Lei N.º 10.741/2003) e das pessoas com deficiência (Decreto N.º 3.298/1999, alterado pelo Decreto N.º 5.296/2004).

Vitória da Conquista-BA, \_\_\_\_ de \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.

---

Participante da pesquisa

---

Pesquisadora responsável pelo projeto

**APÊNDICE C:** Cópia das sequências de tarefas utilizadas no estudo com os quadros de categorias de respostas.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO (PPGEN)**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO-PPGEN**  
**MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO**



Teste extraído da dissertação de Pinheiro (2019)<sup>22</sup>

### A FAZENDINHA

No Arraial onde Seu Toninho e Dona Rosa moram, passou um grande furacão destruindo não só a fazenda do seu Toninho, como todas as fazendas da região. Os moradores perderam quase todas as plantações e muitos animais sumiram.

Zeca e Lilica, recém-formados na faculdade, ao retornar para Arraial perceberam a tristeza do seu povo. Então, tiveram a ideia de convocar todos os moradores do Arraial para uma reunião e propuseram aos moradores metas para recuperação do Arraial.

Seu Toninho foi logo dizendo: -vamos precisar demarcar as terras, fazer novas medições para as baias, galinheiro, celeiro e tudo que precisar reconstruir.

Seu Miguel acrescentou: - Todos aqui sabemos medir e podemos ajudar no cálculo das medidas, utilizando as medidas que conhecemos como o passo e a braça.

Lilica e Zeca explicaram: - Essas medidas são bem práticas, mas como cada pessoa tem sua própria medida precisamos utilizar uma unidade padrão, como o metro. Vamos lhe ajudar a entender.

Todos se interessaram pela explicação e atentamente Lilica e Zeca atendiam as dúvidas do pessoal. Após explicação, confeccionaram um cartaz com as unidades de medidas para que todos pudessem consultar na hora dos cálculos.

---

<sup>22</sup> PINHEIRO, A. S. O **conhecimento matemático de professores sobre Medidas e Grandezas**. Vitória da Conquista, 2019.158 f (Dissertação de Mestrado) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista- Bahia.

MÚLTIPLOS (unidades maiores que o metro)			UNIDADE PADRÃO	SUBMÚLTIPLOS (unidades menores que o metro)		
quilômetro	hectômetro	Decâmetro	Metro	decímetro	centímetro	milímetro
Km	hm	Dam	M	dm	cm	mm

Exemplo: **1 km** = 1000 m : 10 → **1 hm** = 100 m : 10 → **1 dam** = 10 m : 10 → **1 m** : 10 → **1 dm** = 0,1m : 10 → **1 cm** = 0,01m : 10 → **1 mm** = 0,001 m.

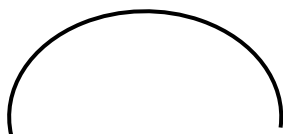
Para avaliar a compreensão dos moradores sobre o que foi explicado sobre medidas, Lilica e Zeca propuseram as seguintes tarefas:

**Q01-** Chico, Marquinhos e Fred são três crianças do Arraial. Assinale a criança menos baixa. (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

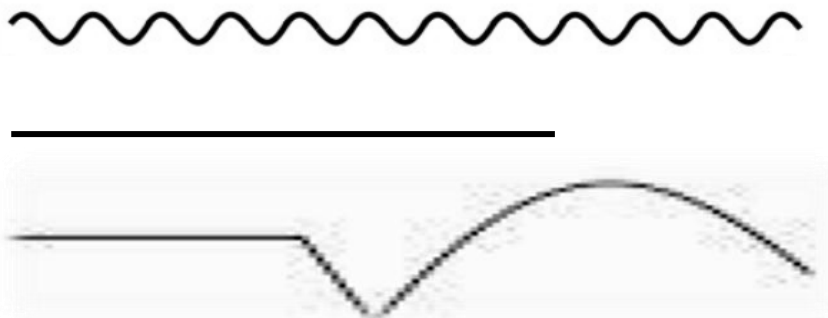


**Q02-** Júlia quer medir o diâmetro de uma bola. Que instrumento ela pode usar para determinar essa medida?

**Q03-** Com o furacão alguns ferros foram contorcidos, como o que Marquinhos encontrou. Ele quer saber a medida do comprimento do aro representado abaixo. Que instrumento ele pode usar para determinar essa medida?



**Q04-** Existem 3 modos de chegar a Fazenda de Dona Gertrudes. Qual caminho mais longo?



**Q05-** Entre milímetro, centímetro, metro e quilometro, diga qual das unidades seria melhor para medir: (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

- a) O comprimento de um grão de arroz? \_\_\_\_\_
- b) O comprimento de uma formiga? \_\_\_\_\_
- c) A distância da Bahia para São Paulo? \_\_\_\_\_
- d) O comprimento de um lápis? \_\_\_\_\_
- e) A altura de uma casa? \_\_\_\_\_
- f) A altura de uma vaca? \_\_\_\_\_

**Q06-** Lilica levou café para a reunião. Qual a medida aproximada do diâmetro de uma xícara de café? (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

- a) 1 cm            b) 8 cm            c) 20 cm            d) 50 cm

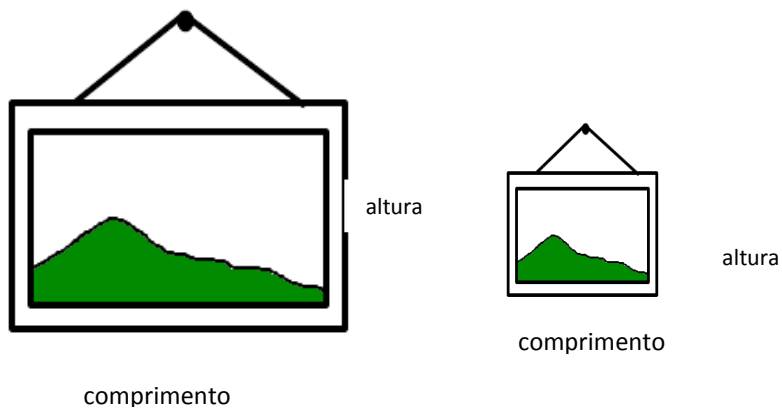
**Q07-** Aproximadamente, qual sua altura? (Adaptado de GUSMÃO, 2014)

- a) Em metros \_\_\_\_\_
- b) Em centímetros \_\_\_\_\_

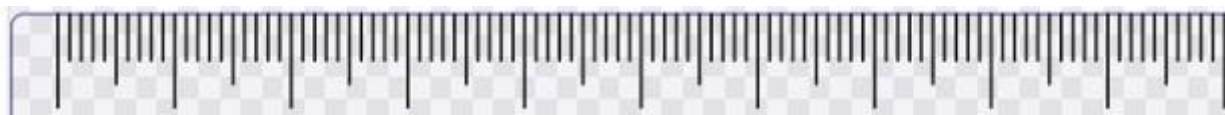
**Q08-** Aproximadamente, quantas vezes a medida do comprimento da barra maior cabe no comprimento da barra menor? (Adaptado de GUSMÃO, 2014)



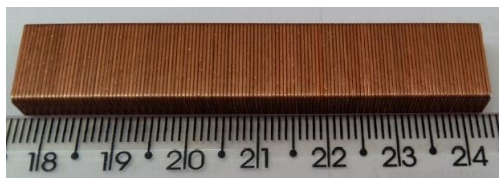
**Q09-** Aproximadamente, quantas vezes a medida da altura do quadro maior cabe na medida da altura do quadro menor?



**Q10-** Marque na régua o número **zero** e o número **4,5**.

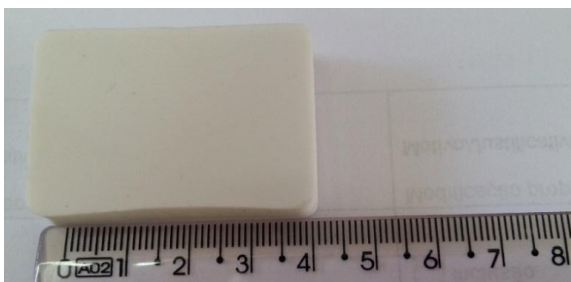


**Q11-** Marquinho morador do Arraial mediu o comprimento da sua barra de grampos com uma régua quebrada.



Qual a medida do comprimento da barra de grampos?

**Q12-** Mariana mediu o comprimento de sua borracha. (Adaptado de GUSMÃO, 2014)



E chegou à conclusão que a borracha mede 4 cm de comprimento. A medida que Mariana encontrou está correta? Justifique.

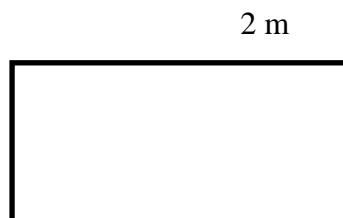
**Q13-** Escreva como se lê:

- a) 1,245 m \_\_\_\_\_
- b) 62,5 cm \_\_\_\_\_
- c) 0,80 m \_\_\_\_\_

**Q14-** Ordene as medidas da menor para a maior: 0,25 cm; 0,09 cm; 0,13 cm; 0,07 cm.

**Q15-** Dona Gertrudes plantou algumas mudas de flores: rosa, margarida e girassol, para colocar nos canteiros da nova praça. Observou que com o passar dos dias elas tinham, respectivamente, 1,05 m; 155 mm; 125 cm de altura. Coloque essas medidas em ordem decrescente.

**Q16-** Dona Gertrudes quer dobrar as medidas do seu galinheiro, representado a seguir.



Qual será a medida do perímetro de seu novo galinheiro?

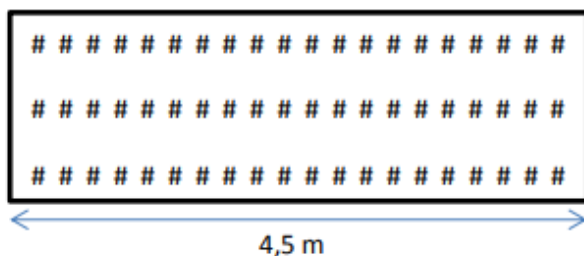
**Q17-** Dona Rosa comprou 3,5 m de mangueira para molhar a sua horta. Quantos milímetros de mangueira ela comprou?

**Q18-** Seu Toninho vai precisar de 14.350 cm de arame para cercar um galinheiro. Quantos metros de arame ele vai precisar?

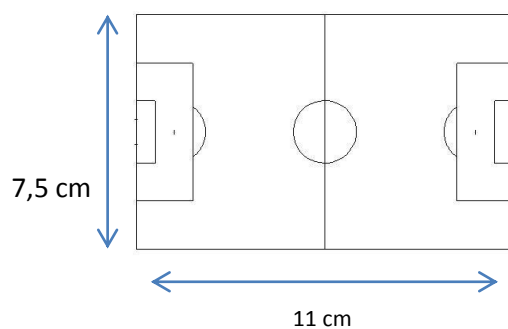
**Q19-** Para fazer novas demarcações, seu Joaquim dividiu um terreno retangular em quatro partes, um galinheiro, um chiqueiro, um celeiro e uma horta na parte quadrada. A quantidade de tela para cercar cada parte está indicada na figura. Quantos metros de tela ele utilizou em volta do terreno?

<b>Horta</b> <b>160 dm</b>	<b>Celeiro</b> <b>120 dm</b>
<b>Chiqueiro</b> <b>100 dm</b>	<b>Galinhheiro</b> <b>60 dm</b>

**Q20-** Nos fundos da fazenda de dona Rosa, foi recuperada a horta no formato retangular de 4,5 m de comprimento. Foram plantadas mudas de hortaliças deixando entre cada muda espaçamentos de tamanhos iguais. Sabendo que foram plantados 20 mudas em cada fileira, qual o tamanho do espaço deixado entre uma muda e outra?

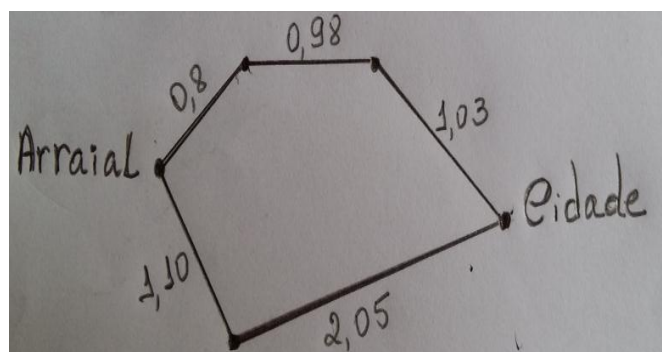


**Q21-** Zeca queria demarcar o campinho de futebol que eles usavam antes do furacão ter atingido o Arraial. Desenhou usando a escala 1: 200. Quais as dimensões reais em metros (comprimento e largura) do campinho de futebol, sabendo que a escala estabelecida para cada 1 cm do desenho corresponde a 200 cm na medida real?





**Q22-** O mapa mostra a distância do Arraial à cidade mais próxima, onde há dois caminhos. As distâncias estão indicadas em quilômetros. Qual a diferença em metros entre o maior e o menor caminho?



**Q23-** Um retângulo 0,5 m x 1m foi dividido em quadradinhos de 1 dm de lado. Se colocar todos os quadradinhos em fila, qual será a medida do comprimento da fila formada?

**Q24-** Coloque V ou F e justifique:

e)  $8m \times 4m = 32$  \_\_\_\_\_

f)  $\frac{125}{25cm} = 5$  \_\_\_\_\_

g)  $8m \times 5 = 40 m$  \_\_\_\_\_

h)  $8m \times 5 = 40$  \_\_\_\_\_