UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO

MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

ROBERIO PEREIRA ROCHA

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DAS FIGURAS DO TANGRAM POR MEIO DAS ISOMETRIAS NO PLANO DO GEOGEBRA: ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS COM BASE NA TEORIA DA ATIVIDADE

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
2022

ROBERIO PEREIRA ROCHA

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DAS FIGURAS DO TANGRAM POR MEIO DAS ISOMETRIAS NO PLANO DO GEOGEBRA: ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS COM BASE NA TEORIA DA ATIVIDADE

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientador: Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva

VITORIA DA CONQUISTA
2022

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO

MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DAS FIGURAS DO TANGRAM POR MEIO DAS ISOMETRIAS NO PLANO DO GEOGEBRA: ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS COM BASE NA TEORIA DA ATIVIDADE

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO

Autor : Robério Pereira Rocha

BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof. ª Dr. ª Maria Deusa Ferreira da Silva
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)

Prof. ª Dr. ª Daise Lago Pereira Souto
Universidade do Estado de Mato Grosso (UNEMAT)

Prof. Dr. Benedito Gonçalves Eugênio
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)

2022

R576c

Rocha, Roberio Pereira.
Construções geométricas das figuras do tangram por meio das isometrias no plano do geogebra: análise das estratégias dos alunos com base na teoria da atividade. / Roberio Pereira Rocha, 2022.
120f. il.
Orientador (a): Drª. Maria Deusa Ferreira da Silva.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2022.
Inclui referência F. 108 – 109.
1. Geogebra – Construção de figuras Tangram. 2. Teoria da atividade. 3. Isometrias no plano. 4. Contradições internas – Estratégias. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino- PPGEn.

CDD 510

Catalogação na fonte: Juliana Teixeira de Assunção – CRB 5/1890
UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DAS FIGURAS DO TANGRAM POR MEIO DAS ISOMETRIAS NO PLANO DO GEOGEBRA: ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS COM BASE NA TEORIA DA ATIVIDADE

Autora: Robério Pereira Rocha
Orientadora: Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por Robério Pereira Rocha e aprovada pela Comissão Avaliadora.

Data: 10/04/2022

COMISSÃO AVALIADORA

Maria Deusa F da Silva

Profa. Dra. Maria Deusa Ferreira da Silva (Orientadora)

Daise Lago Pereira Souto

Profa. Dra. Daise Lago Pereira Souto (UNEMAT)

Prof. Dr. Benedito G. Eugenio (UESB)

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me proporcionado a oportunidade, perseverança e saúde de cumprir mais uma etapa do meu ciclo como educador;

Á minha orientadora**,** Prof. ª Dr. ª Maria Deusa Ferreira da Silva, por ter aceitado me orientar e por ser mais que uma orientadora, ser uma amiga, conselheira e, principalmente, pela paciência no contexto da escrita científica;

Aos professores da banca, Prof. ª Dr. ª Daise Lago Pereira Souto e Prof. Dr. Benedito Gonçalves Eugênio, por suas atenciosas leituras, sugestões e contribuições para este estudo;

À amiga, Josilene Fraga, pela leitura cuidadosa, contribuições e sugestões gramaticais ao texto;

À direção e alunos do Colégio da Polícia Militar Eraldo Tinoco de Vitória da Conquista que, respectivamente, autorizaram e participaram com o máximo de entusiasmo dos encontros, proporcionando a realização desta pesquisa;

Aos amigos do GPETDEN que me ensinaram muito com seus relatos de experiências, com suas sugestões em relação a esse estudo e com discussões sobre as tecnologias no ensino da Matemática;

Aos amigos do GDICEM, em nome da Prof. ª Dr. ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão, pelos estímulos, pelos momentos de convivência regados de trocas mútuas de aprendizagens e muita amizade;

Aos meus filhos, Gabriel e Gustavo, e a minha esposa, Eliana, pela compreensão, carinho, paciência, apoio e companheirismo, indispensáveis para a concretização desta pesquisa;

À minha mãe, Aurezi, que, apesar de não ter tido oportunidade de se dedicar aos estudos, sempre me incentivou e proporcionou condições suficientes para a minha boa educação;

Aos meus familiares, que, à maneira deles, sempre demonstraram incentivo e entusiasmo às minhas vitórias nesta caminhada;

Amigos e colegas do PPGEn que me apoiaram e deram suporte durante essa jornada;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo apoio financeiro;

À Prefeitura Municipal de Vitória da Conquista, pela dispensa de minhas atividades docentes.

Lista de figuras

Lista de quadros

Lista de tabelas

Lista de abreviaturas e siglas

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

EJA – Educação de Jovens e Adultos

GDICEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática

GPETDEN – Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino

IPG – Isometrias no Plano do GeoGebra

OBMEP – Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas

PIBID – Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

PPGEn – Programa de Pós-Graduação em Ensino

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

TA – Teoria da Atividade

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido

TCLE – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TD – Tecnologias Digitais

TDIC – Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

TIC’s – Tecnologias da Informação e Comunicação

UESB – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

ZDP – Zona de desenvolvimento proximal

RESUMO

A presente pesquisa, escrita no formato multipaper composta por três artigos, tem como objetivo analisar as estratégias utilizadas por alunos do ensino básico para superarem as contradições internas a um sistema, quando esses formam figuras do Tangram utilizando as isometrias no plano do GeoGebra. Inicialmente, publicamos o primeiro artigo que compõe a pesquisa, um artigo de revisão sistemática, e, como resultado, constatamos uma lacuna referente a trabalhos que envolvessem, simultaneamente, os elementos GeoGebra, Tangram e isometrias no plano, indicando, dessa forma, a importância do nosso estudo. Antes de iniciarmos a pesquisa com os alunos, publicamos o segundo artigo, no qual, julgamos constatada a pertinência dos pressupostos teóricos da teoria da atividade em alcançar o objetivo do nosso estudo. Nossa pesquisa utilizou uma abordagem qualitativa, configurando-se como uma pesquisa do tipo exploratória. Todos os dados da pesquisa foram produzidos, devido ao momento de pandemia, por meio de estudo remoto. A pesquisa, realizada com a participação ativa do professor pesquisador e alunos do ensino básico de uma escola estadual de Vitória da Conquista-BA, revelou significativas superações de contradições internas em um sistema de atividade. Julgamos, inclusive que as estratégias utilizadas para as superações dessas contradições internas em um sistema foram indicativos de que aprendizagens potencialmente expansivas tenham ocorrido.

Palavras-chave: Teoria da atividade, Contradições internas, GeoGebra, Tangram, Isometrias no plano

ABSTRACT

The present research, written in multipaper format, composed of three articles, aims to analyze the strategies used by high school students to overcome the internal contradictions of a system, when they form Tangram figures using isometries in the GeoGebra plane. Initially, we were the first article that composed our research, a systematic review article and, as a result of this work, we found a gap regarding studies that involved, simultaneously, the elements GeoGebra, Tangram and published isometries in the plane, indicating, in this way, the importance of our study. Before starting the research with the students, we published the second article of our research, in which we found the relevance of the theoretical assumptions of the theory of activity in achieving the general objective of our study. Our research used a qualitative approach, configuring itself as an exploratory type of research. All survey data were produced, due to the pandemic moment, through remote study. The study, carried out with the active participation of the researcher teacher and elementary school students from a state school in Vitória da Conquista-BA, revealed a significant overcoming of internal contradictions in an activity system. We also believe that the strategies used to overcome these internal contradictions in a system were indicative of potentially expansive learning taking place.

Keywords: Activity Theory, Internal contradictions, GeoGebra, Tangram, Plane Isometries

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO

Ao introduzir este trabalho, tenho a pretensão de relatar a minha trajetória enquanto estudante, profissional, e também, situações de ordem pessoal que me motivaram a escolher a temática abordada nesta pesquisa e os objetivos nela traçados. Na sequência, estabeleço os objetivos do estudo e a sua relevância no contexto de ensino. Em seguida, descrevo a organização da dissertação em formato multipaper, que será abordado no item 1.4, e os aspectos teórico metodológicos que fundamentam este estudo.

1.1 – Histórico[1] do percurso: primeiros passos acadêmicos à definição da pesquisa

As minhas primeiras lembranças a respeito de identificação com a matemática e, particularmente, sobre o ensino dessa disciplina, vêm desde, aproximadamente, os 13 anos de idade, quando ainda morava na cidade de São Paulo. Nessa época, lembro-me, mesmo de maneira bem remota, que demonstrava uma certa aptidão e prazer pelo estudo dessa área do conhecimento. Despertada em momentos em que eu e meus colegas nos reuníamos em grupos de estudo e, mesmo diante de algumas dificuldades no conteúdo matemático, conseguia levar os meus colegas a assimilarem, chegando ao ponto de dizerem que eu explicava melhor que o nosso professor. Esses elogios foram um estímulo para que despertasse o gosto em aprofundar meus estudos e pleitear o ensino da matemática como foco profissional. Hoje reconheço, mediante estudos desenvolvidos sobre as teorias de aprendizagem do mestrado em questão, a fundamentação teórica que justificava as situações em que eu e meus colegas vivenciávamos naquela época, abordada, por exemplo, na zona de desenvolvimento proximal (ZDP), atribuída ao estudioso russo, Lev Vygotsky, que a define como:

> Zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VYGOTSKY, 1991, p. 97).

Segundo os princípios da ZDP, não só o professor pode contribuir para viabilizar o aprendizado dos alunos, como também, um colega que domine o conteúdo de maneira suficiente para poder exercer o papel de colaborador da aprendizagem. De forma oportuna, destaco que, como veremos posteriormente, Vygotsky é um dos autores que contribuíram para o surgimento

---

[1] Ao escrever o histórico do percurso da pesquisa, optei em escrever na primeira pessoa do singular, pois são as minhas experiências e motivações pessoais. O restante da escrita, como foi feita a partir de discussões com minha orientadora, optei por apresentar na primeira pessoa do plural.

da teoria da atividade, teoria essa, que irá fundamentar tanto a obtenção, quanto a análise de dados da nossa pesquisa.

Muito provavelmente, influenciado pelas expectativas criadas quando criança, alguns anos depois, mais precisamente em 1983, já em Vitória da Conquista, iniciei o curso de Magistério, no Centro Integrado de Educação Navarro de Brito. O Magistério era um curso de capacitação profissional direcionado a quem queria seguir carreira de professor, integrada ao ensino básico. Nesse curso, tínhamos disciplinas específicas, relacionadas à didática e metodologia de ensino, fundamentos da educação e alfabetização, que orientavam quanto à atuação em sala de aula. Após a conclusão do ensino básico, os que optaram pelo magistério, tornavam-se aptos para exercerem a profissão de professor e professora da Educação Infantil e nos primeiros anos do Ensino Fundamental. Além de ser uma vocação, a opção por essa carreira profissional também se deu pela necessidade de entrar em um mercado de trabalho que garantisse uma estabilidade financeira.

Seguindo a vocação e aptidão já mencionadas anteriormente, assim que concluí o ensino básico, em 1986, prestei vestibular para a formação em Matemática, pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), sendo aprovado na primeira tentativa. Além dessa conquista, dois anos depois fui aprovado em um concurso para professor primário no município de Vitória da Conquista. Nessa oportunidade, como possuía apenas a formação de magistério, eu só tinha a prerrogativa para lecionar nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Mesmo ainda sem ter concluído o curso de Matemática, devido à falta de professores com a titulação específica do curso, foi possível dar aulas em pequenas escolas privadas, como também, aulas particulares. Em 1991, concluí a minha graduação da Licenciatura em Ciências e Habilitação em Matemática, como era denominado curso na época.

Cinco anos depois de concluir a graduação, em 1996, fui aprovado em um Curso de Especialização em Matemática, pela UESB. Confesso que, principalmente no início, por estar há cinco anos afastado do contexto do Ensino Superior, encontrei muitas dificuldades para poder assimilar os conteúdos abordados. O meu conforto era não estar sozinho diante desses obstáculos, já que muitos colegas também se encontravam na mesma situação. A fim de amenizar o problema em questão, estruturamos grupos de estudo, visto que a partilha e colaboração são determinantes em momentos em que existem tarefas que o sujeito não consegue realizar sozinho, porém as compreende quando auxiliado por alguém mais capacitado. Nesse sentido, julgamos que, novamente, fez-se presente os pressupostos da ZDP de Vygotsky.

Assim que concluí a especialização, em 1998, fui aprovado no concurso para professor do Ensino Básico do Estado da Bahia, sendo nomeado para lecionar no Colégio Estadual Eraldo

Tinoco, que, em 2006, passou a ser o Colégio da Polícia Militar de Vitória da Conquista, onde encontro-me lotado até o presente momento.

Ciente da importância de se desenvolver um trabalho matemático que propicie um aprendizado interativo, prazeroso e significativo, o lúdico é um recurso importantíssimo. E, uma das características da nossa pesquisa, vem a ser justamente a ludicidade proporcionada pela presença do Tangram. Nesse contexto, em 2015, realizei um curso de aperfeiçoamento denominado “A Importância dos Jogos no Ensino da Matemática”, promovido pela Educaline Brasil. Durante esse curso, pude observar que, atualmente, há duas tendências em destaque no ensino de Matemática: por meio dos jogos matemáticos e através da resolução de problemas. A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018, p. 276), refere-se aos jogos como recursos didáticos, visto que podem despertar o interesse no aluno e representar um contexto significativo para ensinar e aprender Matemática. A BNCC diz ainda, que esses materiais devem estar integrados à situações que levem a reflexões, contribuindo para o início do processo de formalização de conceitos matemáticos.

É perceptível no ambiente escolar que os jogos, quando bem planejados e com clareza nos objetivos, podem ser uma interessante ferramenta de ensino de matemática. A utilização de jogos muda alguns paradigmas da educação tradicional, tirando o foco do aprendizado da pessoa do professor e transferindo-o para o aluno, fazendo com que o discente deixe de ser um mero expectador e passe a ser o autor do seu conhecimento.

Continuando a minha trajetória no âmbito da educação matemática, em 2012, tive a oportunidade de ocupar a função de supervisor do Colégio da Polícia Militar de Vitória da Conquista, no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), permanecendo no projeto entre os anos 2012 e 2013. Atuando como supervisor, participei da elaboração, organização e execução de muitas atividades que tornavam o aprendizado de matemática mais significativo, participativo e divertido. Dentre essas alternativas diferenciadas, propostas pelas oficinas do PIBID, existia a de se utilizar o software matemático dinâmico GeoGebra, que tornava as aulas de Geometria Analítica e Trigonometria bem mais compreensíveis, dinâmicas e interativas. E é justamente esse software que, na atual pesquisa, faz o papel de artefato que irá proporcionar, com as suas isometrias no plano, as construções das figuras do Tangram. Segundo Tikhomirov (1981), a introdução do computador em uma atividade, nesse caso o uso do software dinâmico GeoGebra, proporciona uma reorganização de pensamento que irá contribuir para o surgimento de conjecturas que serão imprescindíveis para a manifestação de indícios das aprendizagens potencialmente expansivas.

Dando continuidade à minha carreira acadêmica, em 2014 fui aprovado no Mestrado Profissional em Matemática, em Rede Nacional – PROFMAT. Porém, fiquei impossibilitado de dar prosseguimento. Por ser um mestrado de carácter semipresencial, e, dessa forma, não ser prevista licença para estudos, ficou inviável conciliar os estudos exigidos, com carga horária exaustiva de trabalho, associados, também, à assistência familiar. Entretanto, foi o momento que me oportunizou enveredar em estudos que potencializaram significativamente a minha experiência profissional, tanto nos aspectos metodológicos, quanto cognitivos.

Mais recentemente, em 2019, passei a participar do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática – GDICEM, coordenado pela professora Dr. ª Tânia Cristina R. S. Gusmão, onde pude pensar seriamente em ter uma nova oportunidade de retornar a um curso de mestrado, porém na modalidade de mestrado acadêmico, na qual seria possível a liberação para a dedicação exclusiva aos estudos. Ainda em 2019, graças aos estudos e reflexões proporcionados pela participação no GDICEM, fui aprovado na seleção de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEn), da UESB. O projeto que viabilizou o sucesso na seleção envolvia a potencialização do ensino da trigonometria com o auxílio do software GeoGebra, abordagem que eu havia vivenciado durante a minha experiência como professor supervisor do PIBID e como professor do ensino básico. Entretanto, após discussões a respeito de temas que, além de relevantes, propiciassem estudos de aspectos ainda com lacunas a serem preenchidas, eu, juntamente com minha orientadora, professora Dr. ª Maria Deusa Ferreira da Silva, decidimos por uma proposta que envolvesse a construção de figuras do Tangram, utilizando as IPG. Abordagem essa que, após análise de uma revisão sistemática, identificamos que ainda não possui estudos permeados por um abordagem teórico-metodológica.

1.2 – Questão de pesquisa e objetivos

Por meio da análise feita pelos pressupostos da teoria da atividade de Engeström vimos como os estudantes lidam com as diferentes tensões e contradições que emergem durante a realização da atividade proposta. Percebemos, também, quais situações durante a formação de figuras de Tangram, utilizando as IPG, favoreceram a emergência de miniciclos[2] de aprendizagem potencialmente expansivos e as suas possíveis superações ou contrações. Diante do exposto e das circunstâncias proporcionadas pela nossa pesquisa, julgamos ser possível responder à nossa pergunta norteadora: *Quais as estratégias utilizadas por alunos do ensino básico, à luz da Teoria da Atividade, a fim de construírem figuras de Tangram, utilizando as isometrias no plano do GeoGebra*?

[2] Ferramenta analítica que dá início ao processo de aprendizagem potencialmente expansiva. Essas ideias serão apresentadas posteriormente com maior detalhamento, porque elas tratam da fundamentação teórica que sustentará a análise dos dados da pesquisa.

A efetivação dessa pesquisa teve com objetivo geral: *analisar, à luz da teoria da atividade, as estratégias utilizadas por alunos para superarem as contradições internas a um sistema, quando esses formam figuras do Tangram utilizando as isometrias no plano do GeoGebra.* Alguns objetivos específicos se apresentam para facilitar a compreensão do estudo proposto:

- Mapear pesquisas, abordando a utilização do Tangram, GeoGebra e isometria do plano no contexto da matemática do ensino básico;
- Investigar, a partir de uma perspectiva lógico-matemática, a construção da figura do Tangram por meio das isometrias no plano do GeoGebra;
- Analisar as estratégias dos estudantes ao lidarem com as diferentes tensões e contradições que emergem durante a realização da atividade;
- Identificar o surgimento, desenvolvimento e superação de miniciclos de aprendizagem potencialmente expansivos.

1.3 – Justificativa e relevância da pesquisa

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, sugere a inserção de vetores no currículo de Matemática no ensino básico e a abordagem das isometrias do plano por meio de softwares de geometria dinâmica, por meio dos seguintes objetivos:

> Compreender o conceito de vetor, tanto do ponto de vista geométrico (coleção de segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido) quanto do ponto de vista algébrico, caracterizado por suas coordenadas, aplicando-o em situações da Física. ([2], p.564)
>
> Estabelecer relações entre as transformações isométricas (reflexão, translação e rotação) e vetores no contexto do plano cartesiano, incluindo o uso de softwares de geometria dinâmica. ([2], p. 565)

Entretanto, a inclusão de vetores nas aulas de Matemática do ensino básico não é novidade. De acordo com as Orientações Curriculares Nacionais, este tema já deveria ter sido incorporado no currículo. A novidade citada pela BNCC refere-se à utilização dos softwares de geometria dinâmica no trato das isometrias do plano, proporcionando assim, uma maior relevância aos elementos de nossa pesquisa.

Diante da nossa vivência e experiência no ambiente do ensino básico, percebemos que preparar atividades com a utilização das Tecnologias Digitais (TD) e levá-las para a sala de aula tem sido uma prática pedagógica recorrente por parte do corpo docente. Contudo, percebemos também, quase sempre, não existir uma reflexão acerca da forma que tais atividades podem ser tratadas à luz de teorias da aprendizagem. Muitas vezes, nem sequer, a experiência vivida é relatada. Vale salientar, que muitas dessas experiências poderiam se constituir como elementos desencadeadores de processos cognitivos, embasados em teorias, retroalimentando a discussão sobre o tema, trazendo novos elementos, fortalecendo construções teóricas ainda em aberto.

No que se refere ainda as TD e práticas dinâmicas que contribuem para a aprendizagem matemática, viabilizamos o ingresso no mestrado do PPGEn, por meio de um projeto envolvendo o estudo da trigonometria, a utilização do software GeoGebra como dinamizador da aprendizagem. Entretanto, após o ingresso no mestrado, as análises e discussões realizadas com a minha orientadora, permitiram que novas perspectivas sobre matemática e tecnologia fossem implementadas. Dentre essas perspectivas, por ser uma abordagem inovadora, optamos pela proposta envolvendo construções de figuras do Tangram, utilizando as IPG. As IPG são a reflexão de uma dada figura por um ponto ou por uma reta, a rotação de uma figura em relação a um ponto referencial e a translação de uma figura por um dado vetor. Primeiramente, pensamos em fundamentar teórico e metodologicamente a pesquisa por meio dos pressupostos da teoria da atividade (TA), atribuída ao finlandês Yrjö Engeström. Após alguns estudos e análises a respeito das peculiaridades da referida teoria, julgamos procedente a sua compatibilidade com o estudo proposto pela pesquisa.

Com intuito de justificar a necessidade e importância da realização do nosso estudo, investigando pesquisas disponíveis acerca da temática proposta, encontramos em Rocha e Silva (2021) uma revisão sistemática de literatura pautada em uma análise, cuja importância tende a gerar reflexões a respeito dos objetivos, das questões de pesquisa e os resultados encontrados nos estudos que envolvem o GeoGebra, isometrias no plano e Tangram. As buscas foram realizadas nos portais de periódicos de teses e dissertação da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no Banco de Teses e Dissertações da CAPES e no Google Acadêmico, sendo que de 293 estudos encontrados, foram selecionados 10 para análise. Por meio dessa investigação percebemos que esse objeto é campo fértil de estudos, pois embora tenhamos encontrado diversos estudos, com as mais variadas possibilidades de abordagem, visando qualificar o ensino da matemática, notamos a ausência de pesquisas que envolvam os três elementos de forma simultânea, ou seja, não encontramos nenhum estudo que aborde ao mesmo tempo o Tangram, o GeoGebra e as isometria no plano, como elementos a serem considerados no ensino de matemática na Educação Básica. Faz-se necessário salientar, que Silva *et al* (2018) e Silva (2020)[3] trazem algumas dessas construções, mas sem uma abordagem teórico-metodológica que permeasse o estudo. Assim, ao observarmos essa lacuna, propusemos

[3] GeoGebra Materiais: https://www.geogebra.org/m/apMUMZ7M (acessado em: 24/09/2020).

desenvolver nossos estudos com base nessa perspectiva, a fim de ampliar o leque de possibilidades no ensino da matemática.

1.4 – Organização da dissertação

Essa dissertação está estruturada em um formato diferente do normalmente encontrado nos programas de Pós-graduação do país. As dissertações e teses, na maioria das vezes, apresentam uma estrutura de capítulos sequenciais que, de acordo Frank e Yukihara (2013) caracterizam o “formato tradicional”. Este, geralmente é constituído de seis capítulos, representados por: a) uma introdução - no qual são apresentados o problema, os objetivos, a justificativa e relevância da pesquisa etc., b) revisão da literatura, c) método de pesquisa, instrumentos de pesquisa, materiais etc. d) resultados, e) análise de resultados e f) considerações finais. De acordo com Frank e Yukihara (2013), por estarem dispostos de uma forma mais contínua, essa abordagem de pesquisa se assemelha a um livro. Seguindo outra formatação, a estrutura da nossa dissertação é conhecida como formato multipaper, que é caracterizada por uma coletânea de artigos, apoiando-se nos pressupostos apresentados em Barbosa (2015), quando os caracterizam como aqueles que “ignoram” a representação tradicional da pesquisa educacional em diversas modalidades de trabalho acadêmico.

Segundo Badley (2009) o formato tradicional das teses e dissertações foi em grande parte exportado pela Alemanha no século dezenove e não se alterou de forma significativa desde aquela época. Já o formato multipaper surgiu de forma pioneira no Reino Unido, nos anos 60 e pouco tempo depois chegou aos Estados Unidos. Hoje, adotado em vários países, o uso do formato multipaper de teses e dissertações tem crescido de forma lenta, mas continuadamente, em especial nas áreas de Química, Física, Biologia, Informática, Economia, Marketing e Medicina e, por que não, mesmo que de forma tímida, na Educação Matemática.

Atualmente existem estudos nacionais e internacionais, como os de Garnica (2011), Costa (2014), Barbosa (2015) e Badley (2009), que chamam a atenção da comunidade acadêmica sobre as possibilidades que emergem da construção de dissertações e teses no formato Multipaper, destacando, inclusive, argumentos favoráveis à sua adoção no contexto das pesquisas qualitativas e, especificamente, no campo da Educação Matemática.

A nossa opção por organizar a dissertação no formato multipaper é justificada pelo fato de ela oferecer benefícios aos pesquisadores, aos programas de pós-graduação, assim como, para toda a comunidade que manifestar interesse no estudo realizado. Fundamentando-nos em Barbosa (2015), relacionamos alguns desses benefícios: proporcionar uma divulgação mais prática e rápida dos resultados obtidos na pesquisa; contribuir com uma maior visibilidade do trabalho; disseminar o estudo para um público mais abrangente.

É importante destacar que o formato multipaper, também conhecido como "formato insubordinado", não significa a ausência de padrões necessários para uma escrita científica. Para Moreira e Gusmão (2018), apesar de esse formato apresentar uma estruturação e organização dos elementos muito próprios, todos os elementos pré-textuais e pós-textuais seguem as orientações de um texto dissertativo tradicional. Salientamos, também, que durante a leitura dessa dissertação, o leitor irá se deparar com algumas repetições de ideias, conceitos, propriedades e definições, que, necessariamente irão ocorrer em razão do pressuposto teórico e tema abordado se repetirem nos dois últimos artigos apresentados na dissertação. Entretanto, segundo esse autor, essas repetições se fazem necessárias, a fim de garantir a interatividade entre os artigos que deverão possuir estrutura que sustente as suas autonomias, e possibilidades de publicação em periódicos científicos distintos.

Com o intuito de nortear os leitores em relação à estrutura dessa dissertação, abordaremos sutilmente o perfil dos artigos que irão compor o estudo. Apresentaremos os títulos, os objetivos e os periódicos onde foram publicados, ou onde se pretende publicar. Inicia-se com o primeiro artigo representando uma revisão sistemática do tema abordado, o segundo, a nossa constatação da compatibilidade do objetivo principal da pesquisa, com os pressupostos teóricos metodológicos utilizados, e terceiro artigo, culminando com aplicação, produção e análise dos dados.

O primeiro artigo intitulado "Uma Revisão Sistemática abordando o Tangram, o GeoGebra e as Opções de Isometria no Plano", tem como objetivo de pesquisa "analisar dissertações e artigos que discutam a influência do software GeoGebra com suas isometrias no plano e a atividade lúdica do Tangram na melhoria do processo ensino-aprendizagem de matemática no ensino Básico", e como questão de pesquisa "quais as vantagens da utilização das isometrias no plano do software GeoGebra e do Tangram no processo ensino-aprendizagem de matemática no ensino básico?". Esse artigo foi publicado na revista Educação Matemática Pesquisa, com url https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/52755

O segundo artigo intitulado "Realizando uma atividade lúdica/matemática com o uso do GeoGebra discutida à luz da Teoria da Atividade", teve como objetivo de pesquisa "analisar a pertinência dos princípios da TA com os processos transcorridos durante a construção de figuras do Tangram, tendo como ferramenta mediadora o GeoGebra e utilizando os comandos de isometria no plano". Esse artigo foi publicado na Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, com url https://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/article/view/49886.

O terceiro artigo intitulado "Movimentos potencialmente expansivos com alunos-isometrias-GeoGebra na construção de figuras do Tangram.", teve como pergunta norteadora "quais estratégias alunos do ensino básico realizam para superarem as contradições sistêmicas ao construir figuras de Tangram utilizando as isometrias no plano do GeoGebra, à luz da teoria da atividade?". Ainda estamos pensando sobre qual periódico devemos submeter esse último artigo.

Por fim, após a apresentação dos artigos, a nossa dissertação se encerrará com as considerações finais da pesquisa, que buscam embrenhar os resultados dos artigos, sumarizando as principais conclusões e reforçando as contribuições para o campo profissional e científico.

1.5 – Revisão da Literatura

1.5.1 – Tecnologia e ensino da Matemática: GeoGebra e Isometrias no Plano

Por meio de investigações realizadas nos últimos anos, Caridade (2012) comprova que a geometria dinâmica favorece a compreensão dos conceitos e das propriedades no âmbito da geometria, sugerindo que deve ser abordada no ensino e aprendizagem da geometria. Para Lages et al (2011) os softwares de geometria dinâmica proporcionam a utilização de recursos que permitem, de forma mais compreensível e rápida, uma boa abordagem de conceitos matemáticos. Para esses autores o software de geometria dinâmica que mais se destaca em relação à potencialização do ensino de geometria e álgebra é o GeoGebra.

O software de Geometria Dinâmica GeoGebra é um software livre, de caráter matemático, desenvolvido por Markus Hohenwarter, em sua tese de doutorado, no ano de 2001, na Universidade de Salzburgo. Markus o criou com o objetivo de obter uma ferramenta adequada ao ensino de Matemática, combinando entes geométricos aos algébricos (GeoGebra = Geometria + Álgebra). Esse software revolucionou, por exemplo, o ensino de matemática em relação ao estudo de funções, especialmente as funções trigonométricas, cuja visualização e análise dos gráficos facilitam a percepção de conclusões importantes. O GeoGebra caracteriza-se por permitir várias representações para um só objeto matemático e por tornar possível a sua manipulação em tela. Ainda de acordo com essas representações dinâmicas, existe a possibilidade de visualizar fenômenos na tela do computador, enriquecendo a formação das imagens mentais associadas às formas geométricas.

Além do que já foi discorrido, convém ressaltar que, entre outros desempenhos, "o aplicativo permite, por meio de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., realizar construções geométricas, inserir funções, equações e coordenadas, derivar e integrar funções, possibilitando alterar essas construções dinamicamente, após as suas conclusões" (REHFELDT; QUARTIERI, 2015, p. 12).

Assim, diante de tantos recursos que o GeoGebra pode oferecer, não se pode deixar de crer que o ensino da Matemática tem muito a ganhar com a utilização de uma tecnológica com esse potencial. Um dos recursos do software GeoGebra pode contribuir na dinamicidade e interatividade da aprendizagem das isometrias. Mas, qual é esse recurso? E, afinal, o que vem a ser isometria?

Segundo Veloso (2012), a palavra isometria tem origem grega (iso = igual e metria = medida). Segundo esse autor, as isometrias são transformações geométricas que preservam as distâncias entre os pontos e as amplitudes dos ângulos e, assim, transformam uma figura em outra geometricamente igual, estando à mesma distância em relação aos respetivos objetos. Cada segmento da figura que sofreu uma transformação isométrica tem a mesma medida do seu correspondente na figura original, podendo variar a direção e/ou o sentido, e cada ângulo transformado preserva sua amplitude inicial.

Observa-se que no GeoGebra, conforme figura 1, as isometrias no plano são classificadas em quatro tipos: reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, rotação em torno de um ponto e translação por um vetor. As outras duas transformações geométricas apresentadas na figura 1 não são transformações isométricas, pois, tanto a *homotetia*, quanto a *inversão*, podem mudar as dimensões das figuras após as transformações. A isometria de reflexão em relação a uma reta ou segmento de reta ocorre quando existe um segmento de reta ou reta, eixo de simetria, passando pela figura ou fora dela, atuando como espelho, refletindo simetricamente a imagem da figura, como afirma Souza e Pataro (2014).

Figura 1 - Menu das isometrias no plano do GeoGebra

Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra (2020)

Lima (2007) afirma que isometria de reflexão em relação a um ponto O é a transformação geométrica que associa a cada ponto A do plano, um ponto A’ tal que:

- Se A = O, então A’ = O

Se A é diferente de O, então A’ está na semirreta oposta à semirreta $\overrightarrow{OA}$ e os segmentos $\overline{OA}$ e $\overline{OA'}$ são congruentes.

Para Tinoco (2012), uma rotação caracteriza-se pela presença de dois elementos fundamentais, um centro de rotação O e um ângulo de amplitude α. Para Boavida (2012), qualquer que seja o ponto P do plano, a distância de O a P é igual à distância de O à imagem de

P (P') e a amplitude do ângulo orientado, definido por P, O e P' é igual a α. É necessário salientar que o centro da rotação O permanece invariante. Destacamos que o sentido da rotação é relativo, considerando que se a amplitude for maior que zero, a rotação é feita no sentido positivo ou anti-horário. Entretanto, se a amplitude for menor do que zero, a rotação é realizada no sentido horário, ou seja, no sentido negativo. Complementando os conceitos isométricos necessários para o nosso trabalho, de acordo com Sousa e Pataro (2014), a transformação representada pelo deslocamento de uma figura baseado em uma distância, uma direção e um sentido determinado por um vetor, conservando seu tamanho e sua forma normal, é denominada isometria de translação.

1.5.2 – O Tangram

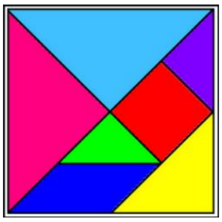
Apesar de não se saber precisamente o surgimento do Tangram, figura 2, é de comum acordo que se trata de um jogo de origem milenar. O Tangram é um quebra-cabeça chinês, constituído por sete polígonos (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo). Para Souza *et al.* (2008), com seus polígonos é possível criar e montar, por meio de astúcia e reflexão, aproximadamente, 1700 figuras distintas entre animais, plantas, objetos, letras, números, figuras geométricas entre outros. Ainda segundo os autores, o jogo foi trazido da China para o Ocidente em meados do século XIX e as suas regras consistem na utilização dos sete polígonos, colocando-as lado a lado sem sobreposição.

Em relação a criação do Tangram, são muitas as lendas que procuram explicar o surgimento desse elemento lúdico, (MARTINS; MARQUES; RAMOS, 2015). Dentre essas lendas, a do "mensageiro e o Imperador", relata que:

> Há cerca de 4000 atrás, um mensageiro partiu o espelho quadrado do imperador Tan, quando o deixou cair ao chão. O espelho partiu-se em sete pedaços. Preocupado, o mensageiro foi juntando as sete peças, a fim de remontar o quadrado. Enquanto tentava resolver o problema, o mensageiro criou centenas de formas de pessoas, animais, plantas, até conseguir refazer o quadrado. (MARTINS; MARQUES; RAMOS, 2015, p. 11).

Entretanto, independente de qual seja a história sobre a criação do Tangram, esse quebra cabeça tem sido cada vez mais utilizado como material didático nas aulas de Matemática, pois apresenta um forte apelo lúdico e proporciona aos alunos, o desenvolvimento de habilidades de pensamento. (SOUZA, E. R. et al., 2008, p. 2-3).

Figura 2 – Representação do Tangram



Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Após a realização de estudos para redigir a revisão sistemática que faz parte dos artigos da nossa dissertação multipaper, encontramos alguns resultados de pesquisas envolvendo a utilização da ludicidade do Tangram em atividades matemáticas. Dentre essas pesquisas, Santos (2019) realizou uma em que aborda o uso do Tangram no ensino de matemática e concluiu que o seu uso, quando feito adequadamente pelo professor, pode contribuir bastante para a formalização e apropriação de conceitos fracionários. Além disso, a utilização de recursos manipulativos, especificamente o Tangram, pode instigar a curiosidade, a abstração, a criatividade, a percepção espacial e a concentração dos alunos.

Realizando estudo semelhante, Costa (2019) constatou, em uma oficina envolvendo o Tangram, a ajuda na aliança da teoria com a prática, auxiliando na resolução, exploração e proposição de problemas. Após a análise dos dados, professores concluíram que o uso do Tangram é muito significativo e que, associado à resolução de problemas, a utilização dessa perspectiva lúdica pode contribuir para a motivação discente, proporcionando uma melhor compreensão de conceitos, assim como, o desencadeamento da autonomia e da criatividade. Silva e Gautério (2019) concluíram que quando os alunos são desafiados a operar com os conceitos, eles os compreendem com maior facilidade e, além disso, as atividades lúdicas em grupo, no caso específico, o GeoGebra aliado ao Tangram, contribuem para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade e da colaboração, pois os induzem a estabelecer relações entre os que já dominam o conteúdo e os que desejam aprender.

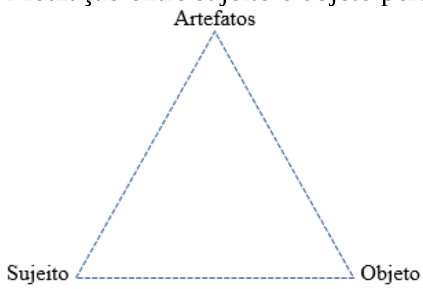
1.6 – Aspectos teórico-metodológicos

1.6.1 – Teoria da Atividade de Engeström

A Teoria da Atividade "tem como eixo central as transformações que ocorrem nas inter-relações que se estabelecem entre o ser humano e o ambiente no desenvolvimento de atividades" (SOUTO; BORBA, 2016, p 4). Ela se fundamenta nos princípios da escola Histórico-Cultural da psicologia soviética. Historicamente a primeira contribuição para a teoria da atividade se baseia na teoria vygotskyana de mediação cultural, concebendo-se toda ação humana mediada por instrumentos e orientada para determinado objeto. A ideia foi cristalizada por Vygotsky (1981) no modelo triangular, expresso geralmente com a tríade sujeito-objeto-artefato mediador.

Nessa perspectiva, o indivíduo não poderia ser entendido separadamente dos meios culturais e sociais no qual está imerso; a sociedade, do mesmo modo, não poderia ser entendida sem os indivíduos que a compõem e os artefatos que ela mesma produz. Para Vygotsky (1981), os artefatos mediadores são constituídos de ferramentas e signos, sendo estes, também chamados de ferramentas psicológicas. A representação triangular (figura 3), que posteriormente ficou conhecida através da teoria da atividade, instrumentos e signos aparecem juntos, como artefatos mediadores.

Figura 3 - Mediação entre sujeito e objeto pelos artefatos

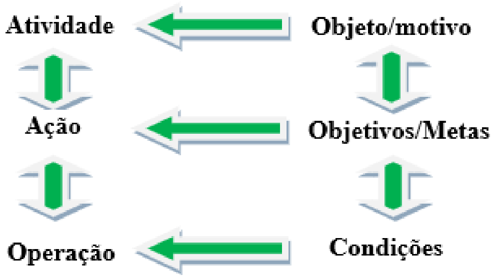


Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Engeström (1991)

Continuando o trabalho de Vygotsky, Leontiev ampliou a noção de mediação integrando as inter-relações do indivíduo com a sua comunidade. Ele enfatizou as potencialidades da organização em sociedade em uma atividade coletiva com um exemplo de caça coletiva do homem primitivo (LEONTIEV, 1978). Nesse exemplo, é mostrada a divisão de trabalho dos indivíduos envolvidos na caça, que têm necessidades individuais, e se organizam no processo da caça, atribuindo um trabalho particular a cada um deles.

Ainda, segundo Leontiev (1978), a atividade é composta de ações e operações, de acordo com o diagrama da figura 4. A atividade é estimulada pelo motivo e as ações são direcionadas às metas individuais ou coletivas. Já as operações, são resultados da automatização de uma ação individual após reincidentes realizações.

Figura 4 - Esquema de estrutura de atividade



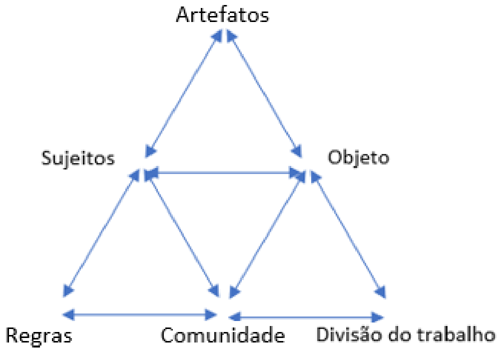
Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Leontiev (1978)

Leontiev (1978) exemplifica uma operação mediante a situação de um homem que, ao dirigir um carro, efetua a troca de marchas de forma automática, depois de assimilado o processo de condução. Segundo esse autor, para um motorista experiente, a troca de marchas exige um aspecto operacional da sua ação, uma vez que esse procedimento já está automatizado, é realizado de forma inconsciente. Por outro lado, para quem ainda está iniciando o processo de dirigir, trocar de marcha não é um processo automático e inconsciente, mas pode ser considerado uma ação consciente, uma atividade de aprendizagem.

Engeström (1987), com base nas contribuições de Vygotsky e de Leontiev e, também, ideias originais, conforme figura 5, elaborou um diagrama para a representação de um sistema de atividade coletiva, dando início às suas contribuições para a Teoria da Atividade. O diagrama é composto de sujeito (s), objeto, artefatos, regras, comunidade e divisão do trabalho. O diagrama tem a pretensão de representar as múltiplas interações entre os componentes de um sistema de atividade.

Baseado em Engeström e Sannino (2010), o diagrama da figura 5 mostra os componentes do sistema e as inter-relações prováveis entre esses componentes. Os sujeitos normalmente se referem aos indivíduos envolvidos no sistema que tenham poder de ação na atividade. O objeto é a matéria-prima ou o espaço do problema que é orientado pela atividade que tem o intuito de transformá-lo em resultado. Os artefatos são tanto as ferramentas físicas, quanto as ferramentas psicológicas (signos). A comunidade se constitui por todos os indivíduos que compartilham o mesmo objeto. As regras representam as normas e convenções explícitas e implícitas, que conduzem as relações dentro do sistema de atividade, e a divisão do trabalho corresponde às maneiras como são distribuídas e organizadas as ações e operações.

Figura 5 - Sistema de atividade



Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Engeström (1987).

Engeström (2001) sugere cinco princípios que ajudam a sintetizar e caracterizar um sistema de atividade. O primeiro princípio afirma que em um sistema de atividade, mediado por artefatos, orientado para um objeto e construído coletiva e continuamente, a atividade é vista como a unidade básica de análise.

O segundo princípio refere-se às múltiplas vozes nos sistemas de atividades, multivocalidade. Em um sistema, há múltiplas vozes, pois diferentes indivíduos, que têm história própria e que assumem posições diversas na organização do trabalho, constroem o objeto e outros componentes da atividade, de maneiras particulares.

O terceiro princípio é o da historicidade. Esse princípio considera que uma atividade se desenvolve e se transforma ao longo de um período de tempo e que, dessa forma, para a compreensão de suas probabilidades faz-se necessário um estudo histórico.

O quarto princípio refere-se ao papel central das contradições internas do sistema como fontes de mudanças e desenvolvimento. As opiniões diferentes e, às vezes, opostas num sistema podem colidir, vindo a produzir tensões. A noção de contradição traz a ideia de forças ou pontos opostos em colisão produzindo tensões, que para Engeström (1987), são oportunidades de desenvolvimento que podem indicar a ocorrência movimentos expansivos.

O quinto princípio refere-se à possibilidade de ocorrerem transformações expansivas no sistema, que acontece, por exemplo, com a ocorrência de contradições e tensões internas e a sua superação é baseada em uma "nova forma de fazer" no sistema (ENGESTRÖM, 1987).

1.6.2 - Cenário e Sujeitos

A nossa pesquisa foi aplicada com alunos de uma escola pública da rede estadual, localizada em Vitória da Conquista, Bahia. Uma das principais razões da escolha dessa escola, como ambiente de pesquisa, é o fato de o professor aplicador trabalhar na instituição, o que possibilita o processo e a viabilização da aplicação da pesquisa por parte da direção escolar. O público-alvo foi alunos do segundo ano do ensino básico. A escolha da série também não foi aleatória, já que, para obter a habilidade necessária em relação às IPG, é necessário, além de saber utilizar o software, possuir pré-requisitos necessários para compreender os conceitos de reflexão em relação a ponto e reta, rotação de ângulos e translação por vetores. A escolha se justifica porque, de acordo com o currículo do Ensino Básico brasileiro, as noções de vetores só são vistas por alunos do ensino básico. Nesse mesmo sentido, como já mencionamos anteriormente, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sugere a inserção de vetores no currículo de Matemática no ensino básico, objetivando compreender o conceito de vetor, tanto no seu aspecto geométrico, quanto do aspecto algébrico.

Inicialmente, tínhamos pensado em realizar a pesquisa de forma presencial. Porém, com o advento da pandemia de COVID-19, adaptamos toda a atividade para aplicação de forma online. Tivemos, então, diversas mudanças de estratégias, inclusive, a limitação das nossas possibilidades de escolha dos alunos participantes. Fomos impulsionados a convidar alunos que possuíssem internet razoável em sua residência e que tivessem, também, computador, pois graças aos pequenos detalhes das movimentações a serem feitas, não era indicado que elas fossem realizadas por meio de um aparelho celular.

Convidamos seis estudantes que, após a exposição das condições mínimas necessárias para participação da atividade, manifestaram espontaneamente o interesse em participar da pesquisa. Fator importante, pois, segundo Leontiev (1978), uma das características essenciais para que uma atividade ocorra como tal, é a espontaneidade e motivação dos sujeitos em sua participação. Além disso, conforme Engeström (1999), a presença de multivocalidade é essencial para fomentar a ocorrência de uma aprendizagem expansiva. Assim, realizamos toda a atividade envolvendo os seis alunos, criando situações que proporcionassem um maior número de discussões (conflitos cognitivos), o que, provavelmente, concorreu para o surgimento de tensões, oportunizando a ocorrência de um número significativo de miniciclos potencialmente expansivos, os quais falaremos com mais detalhes posteriormente.

Traçadas as estratégias, entramos em contato com a direção da escola, esclarecendo o tema e os objetivos da pesquisa. Mesmo estando afastado da unidade escolar, solicitamos da direção escolar a permissão da utilização do Google Meet institucional para não limitar o tempo necessário para os encontros e, também, para tranquilizar os pais, já que as atividades iriam ser gravadas e, dessa forma, eles ficariam mais seguros na tomada de decisão. Formalizamos a permissão da instituição através de uma Declaração de Anuência da Escola, os pais por meio de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e, em relação aos alunos, por meio do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). Esses documentos, após aprovação do Comitê de Ética, foram enviados por e-mail à direção da instituição escolar, aos alunos e aos seus pais e, dias depois, foram devolvidos devidamente assinados.

1.6.3 - Abordagem metodológica

Nossa proposta de pesquisa é de abordagem qualitativa, do tipo pesquisa exploratória, procurando responder à pergunta de pesquisa de forma indutiva a partir dos diversos dados obtidos no ambiente online e por meio de gravações feitas no ambiente Google Meet. Analisamos os raciocínios e discussões matemáticas realizadas pelos alunos ao utilizar os comandos de isometria compatíveis a cada situação, as interações entre eles, e com as IPG, amparados pelos pressupostos da Teoria da Atividade. Enfatizamos também que, para nós, o importante são as estratégias realizadas por eles durante a atividade, e não a quantidade de acertos. Portanto, nossos resultados não podem ser representados em dados estatísticos.

Para Minayo (2013), a diferença entre abordagem quantitativa e qualitativa é de natureza e não de escala hierárquica:

> [...] não existe um "continuum" entre abordagens quantitativas e qualitativas, como muita gente propõe, colocando uma hierarquia em que as pesquisas quantitativas ocupariam um primeiro lugar, sendo "objetivas e científicas". E as

> qualitativas ficariam no final da escala, ocupando um lugar auxiliar e exploratório, sendo "subjetivas e impressionistas (MINAYO, 2013, p. 70).

Os autores Bogdan e Biklen (1994) propõem cincos características para que uma investigação possa ser considerada ~~como~~ uma pesquisa qualitativa: 1) na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo-se o investigador em instrumento principal; 2) a investigação qualitativa é descritiva; 3) os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5) o significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Considerando o item um, é prudente perguntar se os ambientes virtuais são considerados ambientes naturais e se a coleta de dados por meio de discussões virtuais no WhatsApp, gravações e chat do Google Meet, que é o caso da nossa pesquisa, são consideradas válidas para uma pesquisa. Os autores Borba, Malheiros e Amaral (2011) respondem positivamente a essa pergunta, baseando-se nas suas experiências em pesquisas online. Segundo esses autores, os dados em redes sociais permitem o acesso e recuperação, quando necessário, e cada alteração é registrada com a identificação do usuário e data de alteração. Em nosso estudo, os encontros virtuais no Google Meet sempre tiveram a participação virtual do professor pesquisador, mesmo porque, segundo Engeström (1999), é fundamental que ele sujeito ativo da atividade, para acompanhar com precisão a estrutura de dados e, além disso, favorecer o marco inicial de uma aprendizagem expansiva e, se necessário, auxiliar em manifestação.

Satisfazendo a segunda característica de uma pesquisa qualitativa apontada por Bogdan e Biklen (1994), a atual pesquisa é descritiva, pois foi produzida por meio de dados coletados em conversas no WhatsApp, e no ambiente do Google Meet foram produzidos vídeos, áudios, prints da tela e cópia de conversas no chat. Para manter a fidelidade e riqueza de informações, todo o material é transcrito e analisado com o máximo de atenção e precisão. Vale salientar que, para Triviños (1987, p. 110), “a maioria dos estudos que se realizam no campo da educação é de natureza descritiva”.

Em nossa pesquisa, nos interessamos mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados, já que nos importava analisar as estratégias matemáticas utilizados pelos alunos ao fazer uso das isometrias adequadas a cada situação e as interações deles uns com os outros. É satisfeita, dessa forma, a terceira característica apontada por Bogdan e Biklen (1994).

Depois de feitas as transcrições dos dados oriundos das gravações no ambiente do Google Meet, esses dados foram sequenciados por ordem cronológica juntamente com os dados obtidos pelo WhatsApp, se afunilando de forma lógica aos movimentos específicos dos polígonos do

Tangram. Essa necessidade de afunilamento atende a quarta característica da pesquisa qualitativa expressa por Bogdan e Biklen (1994), ao dizer que a análise dos dados deve ser de forma indutiva.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a quinta, e última, característica diz respeito ao significado que é vital na pesquisa qualitativa, ou seja, a compreensão é um fator determinante para a aprendizagem. Para atender tal característica esclarecemos que, em nosso projeto é necessário o pesquisador compreender e interpretar o significado dos resultados com fidelidade e eficiência para responder da forma precisa e suficiente a pergunta de pesquisa.

Apesar de nossa pesquisa atender as cinco características propostas por Bogdan e Biklen (1994), eles afirmam que nem toda investigação qualitativa atende todas as características que as definem, havendo algumas pesquisas que não são providas de uma, ou mais de uma, dessas características. Entretanto, isso não é suficiente para desqualificá-las como tal.

Em nossos estudos constatamos que as pesquisas da Teoria da Atividade de Engeström são de caráter interventivo, pois em períodos longos de tempo, uma equipe pesquisadora trabalha, identificando contradições internas em instituições. Essa equipe atua com o chamado Laboratório de Mudança (Change Laboratory) (ENGESTRÖM et al., 1996), analisando o sistema e integrando-o novas estratégias, no intuito de superar as contradições. Nossa pesquisa apresenta indícios intervencionistas como, por exemplo, ser prevista a intervenção do professor aplicador durante a realização da atividade, no sentido de auxiliar em algumas situações em que os alunos não conseguirem, por si só, superarem as contradições do sistema.

Entretanto, acreditamos que, devido ao pequeno número de alunos participantes – seis – e as limitações de uma atividade exclusivamente remota, o estudo foge estruturalmente dessa modalidade de pesquisa. Nesse sentido, acreditamos que nossa pesquisa se adeque a uma abordagem exploratória, julgando que, além dessa perspectiva favorecer a participação dos alunos no desenvolvimento da atividade, tornando-os protagonistas na construção do conhecimento matemático, também, exige do professor pesquisador um planejamento detalhado sobre ações específicas para a gestão do processo, intervindo na promoção da aprendizagem matemática dos alunos. O ensino exploratório propõe ao aluno um papel participativo e significativo dentro do seu processo de aprendizagem matemática. De acordo com Oliveira, Menezes e Canavarro (2013, p. 3), a aprendizagem no ensino exploratório é um processo

> [...] simultaneamente individual e coletivo, resultado da interação dos alunos com o conhecimento matemático, no contexto de uma certa atividade matemática, e também da interação com os outros (colegas e professor), sobrevindo processos de negociação de significados.

Nesse processo interativo, todos são participantes ativos do desenvolvimento da atividade. Segundo Oliveira e Carvalho (2014), na modalidade exploratória a ênfase é posta, tanto no aluno, como nas situações que proporcionam essa participação individual e coletiva. Nesse sentido, o conhecimento é constituído a partir de "[...] situações específicas, em que os alunos levantam questões, formulam conjeturas e exploram possíveis caminhos, apoiando-se nas suas experiências anteriores" (OLIVEIRA; CARVALHO, 2014, p. 466). Destacamos que essa formação de conjecturas possibilitada por uma situação específica – utilização das isometrias no plano do GeoGebra –, apoiada em aprendizagens anteriores – internalizadas –, é um processo recorrente em nossa pesquisa.

1.6.4 – Procedimentos e instrumentos para produção de dados

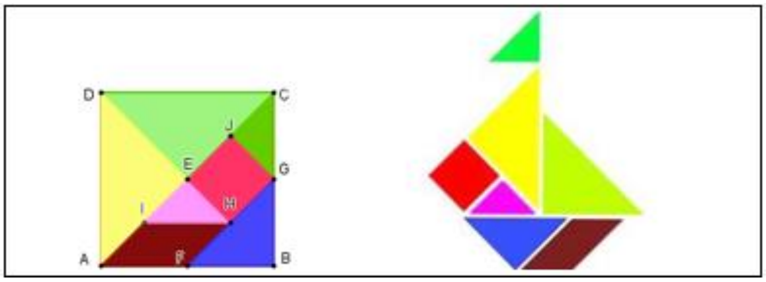
Como já foi dito anteriormente, a nossa pesquisa foi realizada inteiramente no ambiente online e os dados foram transcritos de gravações realizadas no ambiente Google Meet, chat desse mesmo ambiente e conversas pelo WhatsApp. Após a definição dos alunos que iriam participar da atividade, criamos um grupo de WhatsApp e mantivemos contato para organizarmos o início das atividades no Google Meet, que seria nossa plataforma principal.

Construímos um cronograma envolvendo quatro encontros virtuais no Google Meet, sempre com a participação ativa do professor pesquisador. Esses encontros tiveram duração de aproximadamente duas horas cada um, sendo que, no primeiro, foi apresentado a eles o GeoGebra e as orientações necessárias para a sua instalação. Em seguida, instruímos quanto à utilização das isometrias no plano do GeoGebra, pois apesar de terem contato com o software (a professora do ano anterior havia realizado atividades no GeoGebra com a turma), os comandos de isometria são raramente utilizados.

Para a turma criar familiaridade com os comandos de isometria, depois de fazermos a sua exposição de forma participada sugerimos uma atividade para que praticassem esses conceitos. No encontro seguinte, corrigimos e os auxiliamos em relação às dúvidas. Mostramos, também, por uma questão de estética, como fazer para ocultar uma determinada figura precedente a um movimento de isometria no GeoGebra, enfatizando que essas figuras não podem ser excluídas, pois se assim o fizer, as figuras que sofreram as transformações isométricas também seriam excluídas.

No segundo encontro, pressupondo que os alunos se apropriaram dos conceitos necessários, apresentamos a eles a figura de Tangram que deveria ser montada, conforme exemplo do quadro 1, utilizando os comandos de isometria no plano no GeoGebra. Fizemos os esclarecimentos em relação à atividade e acompanhamos as realizações dos movimentos dando, quando necessárias, algumas orientações.

Quadro 1 – Figura a ser construída utilizando as IPG



Fonte: Quadro nosso, utilizando o GeoGebra (2020)

Os dados foram construídos por meio de transcrições de conversas no WhatsApp e no ambiente Google Meet onde gravamos vídeos, realizamos prints da tela e cópia de conversas no chat e WhatsApp. Para esses excertos (diálogos), representando intervenções dos sujeitos da atividade, serão atribuídos nomes fictícios dos alunos e suas respectivas origens, ou seja, se foi por meio de gravações no Google Meet, chat ou WhatsApp. Além dessas referências, os excertos apresentam a identificação da data em que foram gerados. Em geral, os textos serão transcritos tais como foram expressos pelos sujeitos da atividade. Lüdke e André (1986) corroboram com essa atitude ao dizerem que:

> As palavras, os gestos, os depoimentos, as observações feitas entre os sujeitos ou entre estes e o pesquisador devem ser registrados. Na medida do possível devem-se utilizar as suas próprias palavras. As citações são extremamente úteis para analisar, interpretar e apresentar os dados. (LÜDKE; ANDRÉ, 2013, p. 30).

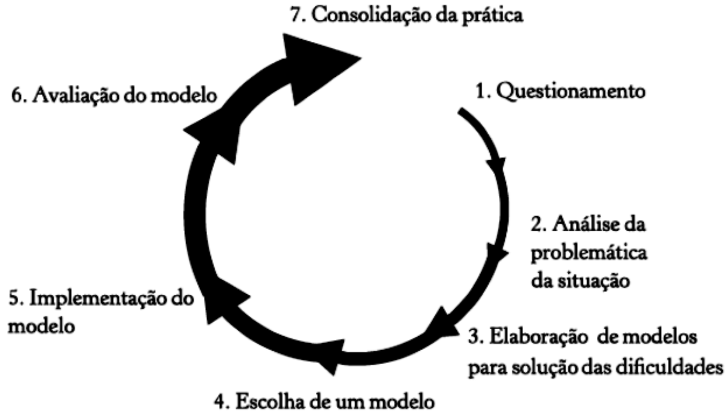
Porém, quando for necessário, alguns desses registros apresentarão ajustes para serem mais bem compreendidos pelos leitores.

1.6.5 – Análise de dados

Após a organização dos registros, conforme descrito na seção anterior, iniciaremos o processo de análise dos dados seguindo os pressupostos de Triviños (1987), quando diz que a análise dos dados representa o trato com os seus dados, sua organização, ajuste em unidades manipuláveis, síntese, padronização, identificação dos aspectos importantes e do que deve ser assimilado na decisão sobre o que será anunciado aos pesquisadores interessados. Como já descrito, os dados dispostos para análise serão transcrições feitas de gravações oriundas de estratégias lógico-matemáticas realizadas por alunos durante a construção de figuras de Tangram, por meio utilização das IPG.

As ideias iniciais do processo de análise que utilizamos durante a pesquisa são fundamentadas nos princípios do Ciclo de Aprendizagem Expansiva (figura 6) que, segundo Engestrom (1999b), geralmente se inicia com a socialização e formação dos aprendizes que, dessa forma, assumirem o papel de membros ativos da comunidade.   No início é predominado o processo de internalização que, segundo Engestrom (1987), está ligada à reprodução de cultura, e culmina com a externalização que, segundo ele, está ligado à criação de novos artefatos ou novos modelos que ofereçam uma solução para a situação-problema. O percurso de um ciclo de aprendizagem expansiva, conforme figura 6, é composto por sete etapas: (1) Questionamento, crítica ou rejeição de uma situação; (2) Análise da problemática da situação; (3) Elaboração de modelos que resolvam a dificuldades; (4) Escolha de um modelo; (5) Implementação do modelo; (6) Avaliação do modelo; (7) Consolidação da prática.

Figura 6 – Diagrama representativo de um ciclo de aprendizagem expansiva



Fonte: Nossa baseada em Engeström (1999c)

Entretanto, de acordo com Engestrom (1999b), um ciclo de aprendizagem expansiva pode durar meses ou anos e, mesmo assim, sua conclusão nem sempre ocorre. Porém, diante dessa situação, Engeström e Sannino (2010) defendem que todos os ciclos expansivos de ações de aprendizagem envolvem numerosos ciclos menores de ações de aprendizagem, chamados de miniciclos, que podem ser concluídos em poucos dias ou em horas, podendo ser considerados como potencialmente expansivos. Segundo esses autores, o desdobramento de um miniciclo potencialmente expansivo segue o mesmo percurso de um ciclo de aprendizagem expansiva.

De acordo com estudo realizado em (DAVID; TOMAZ; 2015), os miniciclos potencialmente expansivos permitem uma microanálise das atividades dentro de uma sala de aula, pois esses miniciclos acontecem em curtos intervalos de tempo.

A identificação e o desdobramento de miniciclos expansivos têm sido utilizados em algumas pesquisas voltadas para análise de situações de sala de aula (ENGESTRÖM, 2011; SOUTO e BORBA, 2013; DAVID e TOMAZ, 2015). Nesses trabalhos os miniciclos são utilizados para analisar o desenvolvimento de atividade realizadas em um período pequeno de tempo. David e Tomaz (2015), por exemplo, identificaram a ocorrência de quatro miniciclos potencialmente expansivos durante uma aula de matemática onde estava sendo explorado o conteúdo regra de três. Já Souto e Borba (2013), perceberam a presença de diversos miniciclos com potencialidade expansiva durante atividades envolvendo o software GeoGebra e Geometria Analítica, em aulas online.

Diante do exposto, acreditamos que a utilização dos princípios que envolvem os miniciclos potencialmente expansivos nos permitirá analisar as estratégias utilizadas por alunos do ensino básico para superarem as contradições internas a um sistema, quando esses formam figuras do Tangram utilizando as isometrias no plano do GeoGebra.

1.7 – Referências

BADLEY, G.. Academic writing: contested knowledge in the making?. **Quality Assurance in Education**, v. 17, n. 2, p. 104-117, 2009.

BARBOSA. J. C. Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática. In: D'AMBRÓSIO, B. S.; LOPES, C. E. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 347-367.

BOAVIDA, A. (2011). *O "mundo" da simetria. Reflectindo sobre desafios do PMEB*. Obtido em 17 de julho de 2019: https://pt.scribd.com/presentation/63873174/O- Mundo-Da-Simetria-Reflectindo-Sobre-Desafios-Do-PMEB

BORBA, Marcelo de Carvalho; SCUCUGLIA, Ricardo R. da Silva; GADANIDIS, George. *Fases das Tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. *Educação a Distância online*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Ed., 1994.

BRASIL, SEB, MEC. *Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*, Vol. 2. Secretaria da Educação Básica – Brasília: MEC, 2006.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: **Matemática, terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Ministério da Educação e Desporto**. Secretaria do Ensino Fundamental., Brasília, 1998.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CARIDADE, C.M.R., (2012). Tecnologias de informação e comunicação para o enriquecimento no ensino/aprendizagem. Coimbra: Instituto Superior de Engenharia de Coimbra.

CASSANDRÉ, M.P; GODOY, C.K. *Metodologias Intervencionistas Da Teoria Da Atividade Histórico-Cultural: Abrindo Possibilidades Para Os Estudos Organizacionais.* RGO, Vol. 6, 2013

COSTA, Sídney Moreira da. Tangram e resolução de problemas: Desafios e possibilidades. 2019. 127f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

SILVA, Maria Deusa Ferreira da; ROCHA, Robério Pereira. Realizando uma atividade lúdica/matemática com o uso do GeoGebra discutida à luz da Teoria da Atividade. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, v. 10, n. 1, p. 129-150, 2021.

DAVID, M. M; TOMAZ, V. S.. *Aprendizagens Expansivas Reveladas pela Pesquisa sobre a Atividade Matemática na Sala de Aula. Bolema*, v. 29, n. 53, p. 1287, 2015.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: ten years after. 1999*. Disponível em: < *http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm*.> Último acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by Expanding: An Activity - Theoretical Approach to Developmental Research*. Orienta-Konsultit, Helsinki. 1987. Disponível em:http:// lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm.

ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. *Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges*. Educational Research Review, v. 5, 2010.

ENGESTRÖM, Y. (2001). <*Expasive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work*.> Último acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. *et al. Change Laboratory as a tool for transformation work. Lifelong Learning in Europe*, v. 1, n. 2, p. 10–17, 1996.

ENGESTRÖM, Y. (2011). *From design experiments to formative interventions. Theory & Psychlogy, 21(5),* 598628.https://doi.org/10.1177/0959354311419252

ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEI, R.; PUNAMÃKI, R.L.(Eds.). *Perspectives on activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999c.

FIORENTINI, Dario; LORENZATTO, Sergio. *Investigação em educação matemática: Percursos teóricos e metodológicos*. Coleção formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2012.

FRANK, A. G. ; YUKIHARA, E. . *Formatos alternativos de teses e dissertações* (Blog Ciência Prática). 2013; Tema: Ciência prática (Blog - http://cienciapratica.wordpress.com/). (Blog).

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários a prática educativa. São Paulo, Paz e Terra, 1998.

GARNICA, A. V. M. Apresentação. In: SOUZA, L. A. de. **Trilhas na construção de versões históricas sobre um Grupo Escolar**. 2011. Tese (Doutorado em Educação Matemática)- UNESP de Rio Claro: São Paulo, 2011.

LAGES, I., NÓBREGA, M.C. & CARDOSO, S. (2011). As TIC ao serviço da aprendizagem: contributos do acompanhamento parental no 2º ciclo do Ensino Básico, Projecto de Investigação. Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti.

LEITÃO, Luciana Santos. **Banco Mundial da Bahia:** projeto de regularização do fluxo escolar. 149 f. 2009. Dissertação (Mestrado) – Departamento de Educação Campus I. Universidade do Estado da Bahia, Salvador, 2009.

LEMKE, J.L.. *Talking Science. Language, Learning and Values. Norwood*: Ablex Publishing Corporation, 1990.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, A.; MARQUES, G.; RAMOS, J. O ensino da geometria por meio do Tangram no 9o ano do ensino fundamental. Santana-AP, n. 9, p. 45, 2015. Disponível em: <http://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/Binder1.pdf>.

MEMÓRIA técnica do projeto de regularização do fluxo escolar de 1ª a 4ª séries e de 5ª a 8ª séries. Feira de Santana: UEFS, 2001, v.1. 195p.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 33. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

MOREIRA, Celma Bento; GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; MOLL, Vicenç Font. Tarefas Matemáticas para o Desenvolvimento da Percepção de Espaço na Educação Infantil: potencialidades e limites. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 32, p. 231-254, 2018.

MORTIMER, E.F; SCOTT, P.H.. *Meaning making in secondary science classrooms. Buckingham*: Open University Press, 2003.

REHFELDT, M. J. H; QUARTIERI, M. T. *Atividades matemáticas para os cursos de engenharias.* [S.l.], 2015. Disponível em: <http://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/140/pdf_140.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2018.

RIBEIRO, Elizete Maria Possamai et al. *Sequência didática: Tangram*. Sombrio: IFC, 2012.

RICHARDS, J. (1991). Mathematical discussions. In E. von Glasersfeld (Ed.), Constructivism in mathematics education (pp. 13-52). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

ROCHA, Roberio Pereira; SILVA, Maria Deusa Ferreira da. Uma Revisão Sistemática Abordando o Tangram, o GeoGebra e as Opções de Isometria do Plano. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 23, n. 1, p. 741-768, 2021.

SANCHO, Juana M. Para uma tecnologia educacional. Ed. Artmed. Porto Alegre: 1998.
SANTOS, Solange Ferreira dos. *O uso do Tangram como proposta no ensino de frações*. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SILVA, Raquel Silveira; GAUTÉRIO, Vanda Leci Bueno. *Práticas Multidisciplinares: Atividades Lúdicas e Tecnologia Digital aliada ao estudo de Artes e Geometria*. RELACult-Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade, v. 5, n. 4, 2019. Disponível em http://periodicos.claec.org/index.php/relacult/article/view/1253 Acesso em: 24/09/2020

SOUTO, D. L. P; BORBA, M.. *Transformações Expansivas em Sistemas de Atividade: o Caso da Produção Matemática com a Internet." Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, 2013.

SOUTO, D. L. P. **Transformações Expansivas na Produção Matemática On-line**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

SOUZA, E. R. de et al. *A Matemática das sete peças do Tangram.* 1. ed. São Paulo-SP:

SOUSA, J.; PATARO, P. M. *Vontade de saber matemática*. São Paulo: Editora FTD, 2014.

SILVA, M. D. F et. tal. *Atividades Matemáticas com o GeoGebra*. (E-book. Orgs. SILVA, Maria Deusa F & ARAÚJO, Taiane. R. O). Amazon, 2018., n.p.n.

SILVA, M. D. F *GeoGebra Materiais*. Disponível em: <*https://www.geogebra.org/m/apMUMZ7M*>. Acesso em: 11/07/2020.

TINOCO, M. (2012). *Isometrias* (Tese de Mestrado). Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In:WERTSCH, J.V. (Org.). .*The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe.Inc, 1981. p. 256–278.
TRIVIÑOS, A.N.S. *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação*. São Paulo: Atlas, 1987.

VELOSO, E. (2012). *Simetria e Transformações geométricas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

VYGOTSKY, L. *The instrumental method in psychology*. In: WERTSCH, J. (Org.). *The concept of activity in Soviet psychology*. Sharpe ed. Armonk, N.Y.:[s.n.], 1981.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ARTIGO I

Uma Revisão Sistemática Abordando o Tangram, o GeoGebra e as Opções de Isometria do Plano

A Systematic Review Addressing Tangram, GeoGebra and Plan Isometry Options

Una Revisión Sistemática que Aborda las Opciones de Tangram, GeoGebra y Plan Isometry

Robério Pereira Rocha[4]
Secretaria de Educação do Estado da Bahia
http://orcid.org/0000-0002-9729-1849
Maria Deusa Ferreira da Silva[5]
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
http://orcid.org/0000-0003-3462-3882

Resumo

O presente artigo apresenta os resultados de parte uma pesquisa de mestrado e tem como objetivo mapear e descrever pesquisas publicadas nos anos de 2015 a 2020, realizadas a nível de Ensino Básico, sobre a utilização do Tangram, GeoGebra e opções de isometria do plano, no ensino da matemática. A metodologia utilizada foi a revisão sistemática de literatura, e partiu de buscas de artigos e dissertações realizadas nos periódicos da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no Banco de Teses e Dissertações da CAPES e no Google Acadêmico. Usamos as duplas de descritores GeoGebra/Tangram, Tangram/Matemática e GeoGebra/Isometrias e localizamos 293 pesquisas. Após a seleção, guiada fielmente pelo protocolo estabelecido na revisão sistemática, consideramos 10 estudos como amostra final da revisão. Concluímos que os trabalhos analisados apontam para a importância da variação de metodologias e utilização de recursos como GeoGebra e Tangram para potencializar o ensino de matemática. Dessa forma, a pesquisa evidencia a significativa contribuição do GeoGebra como incentivador para o estudo das isometrias do plano. Além disso, constatamos a importância do Tangram, utilizado conjuntamente com o GeoGebra, como auxiliador da apropriação dos conceitos geométricos, instigador da curiosidade, propulsor da criatividade e mediador da percepção espacial. Todavia, não

[4] roberio.rocha2005@gmail.com
[5] maria.deusa@uesb.edu.br

encontramos estudos que utilizassem simultaneamente os elementos GeoGebra, Isometria no plano e Tangram. E é nessa nova perspectiva, a partir dessa lacuna, que estamos organizando a pesquisa supracitada. À luz da Teoria da Atividade, queremos investigar as estratégias matemáticas dos alunos envolvidos nessas construções de isometrias.

Palavras-chave: GeoGebra, ensino básico, Tangram

Abstract

This article presents the results of part of a master's research and aims to map and describe research published in the years 2015 to 2020, carried out at Basic Education level, on the use of Tangram, GeoGebra and plan isometry options, in the mathematics teaching. The methodology used was a systematic review of the literature, based on searches for articles and dissertations carried out in the journals of the Brazilian Digital Library of Theses and Dissertations (BDTD), in the CAPES Theses and Dissertations Bank and in Google Scholar. We used the descriptor pairs GeoGebra/Tangram, Tangram/Mathematics and GeoGebra/Isometries and found 293 searches. After selection, faithfully guided by the protocol established in the systematic review, we considered 10 studies as the final sample of the review. We conclude that the analyzed works point to the importance of the variation of methodologies and use of resources such as GeoGebra and Tangram to enhance the teaching of mathematics. In this way, the research evidences the significant contribution of GeoGebra as an incentive for the study of plane isometries. In addition, we found the importance of Tangram, used in conjunction with GeoGebra, as an aid to the appropriation of geometric concepts, instigator of curiosity, propellant of creativity and mediator of spatial perception. However, we did not find studies that used the GeoGebra, Plane Isometry and Tangram elements simultaneously. And it is in this new perspective, from this gap, that we are organizing the aforementioned research. In the light of Activity Theory, we want to investigate the mathematical strategies of the students involved in these constructions of isometrics.

Keywords: GeoGebra, basic education, Tangram

Introdução

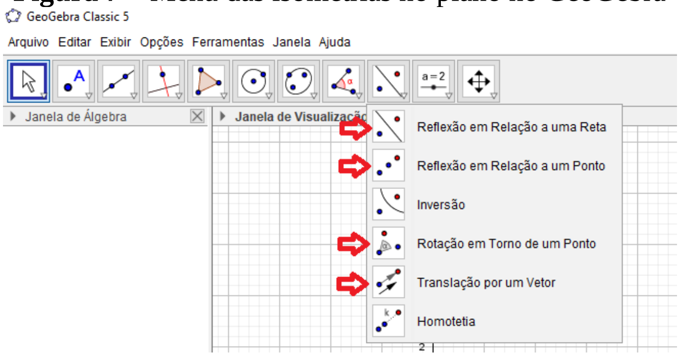
Este estudo está vinculado aos resultados parciais de uma pesquisa de mestrado e tem como finalidade mapear e descrever estudos acadêmicos publicados entre os anos de 2015 e 2020, que abordam o GeoGebra[6], suas isometrias do plano e o Tangram. A metodologia utilizada foi a revisão sistemática de literatura e iniciou com buscas realizadas nos periódicos da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), ~~no~~ Banco de Teses e Dissertações da CAPES e no Google Acadêmico. Após análise baseada no protocolo estabelecido pela revisão sistemática, foram selecionados 10 trabalhos, sendo 7 dissertações e 3 artigos.

[6] O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que permite a combinação de procedimentos geométricos e algébricos. Acessando o site - http://www.geogebra.org - pode-se instalar gratuitamente em qualquer computador.

O software dinâmico GeoGebra, um dos focos do nosso estudo, é livre, de caráter matemático e foi desenvolvido por Markus Hohenwarter em sua tese de doutorado, em 2001, pela Universidade de Salzburgo, tinha como objetivo obter uma ferramenta adequada ao ensino de Matemática, conciliando entes algébricos aos geométricos. Esse software caracteriza-se por permitir várias representações para um só objeto matemático e por tornar possível a sua manipulação em tela. Com os seus diversos recursos, o GeoGebra pode contribuir na dinamicidade e interatividade no ensino das isometrias do plano. Mas, o que vem a ser isometria do plano?

Segundo Souza e Pataro (2014), isometrias do plano são transformações geométricas que preservam as distâncias entre os pontos e as amplitudes dos ângulos e, assim, transformam uma figura em outra geometricamente congruente. Observa-se que no GeoGebra, conforme figura 7, as isometrias do plano são classificadas em quatro tipos: reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, rotação em torno de um ponto e translação por um vetor.

Figura 7 – Menu das isometrias no plano no GeoGebra

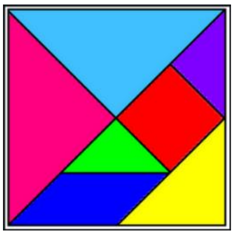


Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

As outras duas opções vistas na figura 7 não são isométricas, pois tanto a homotetia quanto a inversão, mudam as dimensões das figuras após as transformações.

O terceiro elemento presente nessa revisão sistemática é o Tangram (figura 8), que, segundo Ribeiro et al. (2012), é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, com o qual pode-se formar cerca de 1700 figuras. Diversas lendas procuram explicar o seu surgimento. Contudo, independentemente de qual seja a história sobre a criação do Tangram, esse quebra-cabeça tem sido cada vez mais utilizado como recurso didático nas aulas de Matemática, já que, segundo Souza et al (2008), apresenta um forte aspecto lúdico, que proporciona aos alunos o desenvolvimento de habilidades e competências no contexto da matemática, de forma prazerosa.

Figura 8 – Representação do Tangram



Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Segundo Fink (2005, p. 3), a melhor definição para revisão sistemática é: “o método sistemático, explícito, abrangente e reprodutível para identificar, avaliar e sintetizar o corpo existente de estudos completos produzidos por pesquisadores, estudiosos e profissionais”. Ainda segundo o autor, uma revisão sistemática autônoma rigorosa se compromete a ser sistemática ao seguir uma abordagem metodológica; explícita na explicação dos procedimentos pelos quais foi construída; abrangente ao abordar de forma completa o material de relevância; e, de forma segura, reprodutível por outros pesquisadores que desejarem seguir tal abordagem.

De acordo com Mendes e Pereira (2020), é de suma importância que um guia com etapas para realizar revisões sistemáticas seja suficientemente claro, buscando orientar e facilitar o trabalho dos pesquisadores. Corroborando com esse raciocínio, seguimos as orientações de Kitchenham (2004), que conceitua uma revisão sistemática como um meio de identificar, avaliar e interpretar diversas produções de pesquisa disponível, para uma ou mais determinada questão a que se propõe pesquisar ou para uma específica área de pesquisa. Para ele, existem muitas razões para se realizar uma RS, entre as quais podemos destacar:

- Reunir evidências que dizem respeito a um determinado assunto ou tecnologia;
- Identificar lacunas na pesquisa atual;
- Colaborar com o embasamento para o posicionamento apropriado de novas atividades de pesquisa.

Geralmente, nas introduções e seções teóricas de trabalhos científicos são encontradas revisões sistemáticas. Segundo Kitchenham (2004), para atingir os resultados desejados, alguns pontos necessitam ser claramente definidos, normalmente em um instrumento conhecido como protocolo da revisão, que geralmente contém os seguintes itens: (1) o objetivo da pesquisa; (2) a questão da pesquisa; (3) os descritores de busca; (4) os critérios de inclusão e exclusão para estudos; (5) as bases de dados da pesquisa; (6) estratégia de análise.

Esse artigo explicita os critérios de inclusão e exclusão que caracterizam o protocolo que realizará de forma sistemática as buscas e escolhas dos estudos selecionados. O protocolo utilizado nesta pesquisa inicialmente foi amparado pela definição do objetivo e pela questão de pesquisa, que são: (1) objetivo da pesquisa: mapear e descrever dissertações e artigos que discutam a influência do software GeoGebra com suas opções de isometria do plano e a atividade lúdica do Tangram na melhoria dos processos de ensino e aprendizagem de matemática no ensino

Básico. (2) Questão de pesquisa: quais as vantagens da utilização das opções de isometria no plano do software GeoGebra e do Tangram nos processos de ensino de matemática no ensino básico? Esses dois elementos viabilizaram as escolhas dos descritores de busca que vão nortear as investigações necessárias par a realização da presente pesquisa.

Para iniciarmos as buscas, nas já referidas bases de dados, utilizamos os pares de descritores Tangram/Matemática, Tangram/GeoGebra e, por último, GeoGebra/Isometria. É de suma importância justificar que como não foram encontrados trabalhos que envolvessem os descritores Tangram, GeoGebra e opções de isometria de forma simultânea, foi necessária a utilização desses descritores em pares, incluindo o descritor Matemática associado ao descritor Tangram, no intuito de encontrarmos pesquisas nesse contexto.

Objetivando elencar os resultados encontrados a partir do levantamento feito sobre o assunto, tendo como base os trabalhos selecionados, descreveremos, por meio da análise dos dados e apresentados sucintamente em forma de tabelas e gráficos, os seguintes itens: frequências desses elementos nas bases de dados; título e autores dos trabalhos; instituições de defesa dos estudos, seus referidos Estados e ano de conclusão; questões de pesquisa; abordagem metodológicas e técnicas e instrumentos utilizados na pesquisa e, por último, resultado do trabalho.

Os critérios de inclusão e exclusão do protocolo

No intuito de identificar apenas os artigos e dissertações que abordassem significativamente a questão de pesquisa, foram definidos os critérios de inclusão de exclusão dos estudos. A organização dos critérios definidos neste estudo está representada conforme tabela 1.

Tabela 1 – Critérios de inclusão e exclusão

Inclusão	Exclusão
Estudos relacionados ao uso do GeoGebra e seus comandos de isometria e o Tangram como proposta de beneficiar o processo ensino aprendizagem de Matemática.	Estudos escritos em idiomas que não sejam o português.
Estudos publicados de 2015 até 2020.	Estudos com menos de 8 páginas.
Estudos que estejam acessíveis via web gratuitamente.	Estudos duplicados.
Estudos relacionados a conteúdos que estejam no currículo do Ensino Básico.	Estudos incompletos.
Estudos que possuem resumo.	

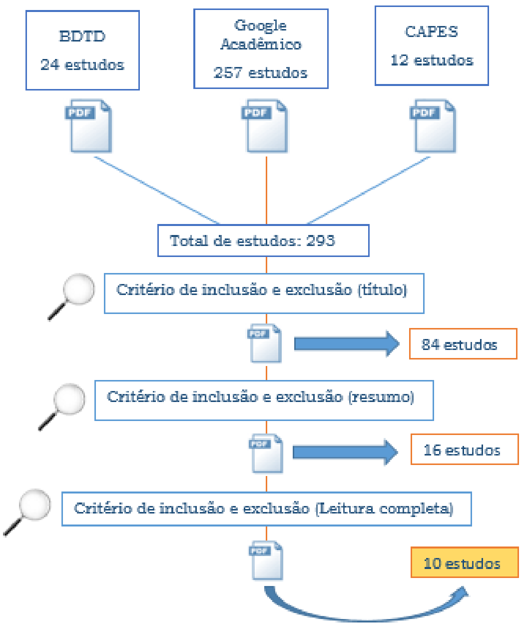
Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

As bases de dados e os descritores de busca

Nesta seção, exporemos o levantamento dos estudos já realizados sobre a temática envolvendo GeoGebra, Isometria e Tangram, no contexto da matemática. Foram consultadas as bases de dados CAPES, BDTD e Google Acadêmico, utilizando os descritores de busca Tangram/Matemática, Tangram/GeoGebra e GeoGebra/Isometria. Após a identificação dos estudos relacionados aos descritores de busca mencionados, bem como da aplicação dos critérios de inclusão e exclusão previamente definidos, selecionamos os estudos que melhor corresponderiam com o objetivo da pesquisa.

Na figura 9 é apresentado um panorama geral do processo de filtragem dos estudos. No primeiro momento de busca, utilizamos os filtros determinados pelos critérios: ano de publicação e idioma, uma vez que são possíveis de serem indicados nos sites das bases de dados. Convém afirmar, que as datas que determinaram as buscas foram do início do ano 2015 a 25 de setembro do ano 2020, quando foram finalizadas as buscas. Nesse período, encontramos 293 títulos. Em seguida, a fim de apurarmos os trabalhos encontrados, utilizamos os filtros referentes aos critérios estabelecidos na tabela 1. Dessa forma, analisamos os títulos dos trabalhos conforme a pertinência do nosso objetivo e selecionamos 84. Em seguida, após leitura dos resumos e utilizando os mesmos critérios, escolhemos 16 trabalhos. E, após a leitura integral, também criteriosa, dos 16 estudos, enfim, selecionamos os 10 trabalhos.

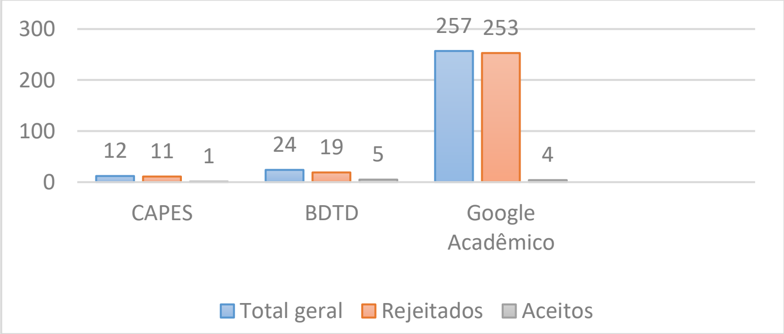
Figura 9 – Filtragem dos Estudos



Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Na figura 10 é feita uma quantificação individualizada da filtragem referente a cada base usada como fonte de pesquisa. Percebemos uma predominância da base de dados da BDTD com o total de 05 pesquisas selecionadas, seguida do Google Acadêmico com 04 e, por último, a CAPES com 01, totalizando os 10 trabalhos que melhor poderiam qualificar a atual pesquisa.

Figura 10 - Quantificação da filtragem dos estudos



Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Convém salientar que, quando encontramos uma mesma pesquisa em mais de uma fonte, priorizamos a CAPES e na sequência, a BDTD.

Os títulos e autores dos estudos

Objetivando enumerar as informações encontradas por meio do levantamento realizado sobre a temática, no intuito de responder à questão de pesquisa, diferentes dados foram extraídos de cada estudo selecionado. Descrevemos seus aspectos mais relevantes em forma de tabelas e gráficos e, além disso, relacionamos essas abordagens entre si e, nas considerações do atual artigo, fizemos algumas inferências a respeito dos resultados dos trabalhos selecionados e sobre uma nova perspectiva para a utilização do GeoGebra, Tangram e isometrias do plano.

Pretendendo tornar mais fácil a identificação dos estudos, fizemos a seguinte classificação: numa sequência de A1 a A3, o "A" representa a palavra artigo, e a sequência de D1 a D7, o "D" representa o vocábulo dissertação, concordando com os títulos e os respectivos autores, conforme a tabela 2.

Tabela 2 – Título e autor(a) dos estudos encontrados

Abreviatura do estudo	Título	Autor(a)
D1	Uma sequência didática para o ensino de transformações geométricas com o GeoGebra.	PIMENTEL, L.F.G
D2	Estudo da isometria por meio do software GeoGebra.	OLIVEIRA, E.M.G
D3	Isometrias no Ensino Básico.	BULGARELLI, C.C.B
D4	GeoGebra e isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos.	DICKEL, M.T

D5	Investigando o ensino de geometria na educação de jovens e adultos: um estudo de caso com alunos e professores.	SANTOS, A.A
D6	O uso do Tangram como proposta no ensino de frações.	SANTOS, S.F
D7	Tangram e resolução de problemas: desafios e possibilidades.	COSTA, S. M
A1	Incluindo tecnologias no currículo de matemática: planejando aulas com o recurso dos tablets.	HOMA, A.I.R & GROENWALD, C.L.O
A2	Uso do Tangram como material lúdico em sala de aula.	PONTES, D.F.N & LOPES, S.C.C
A3	Práticas multidisciplinares: atividades lúdicas e tecnologia digital aliada ao estudo de artes e geometria.	SILVA, R.S.S & GAUTÉRIO, V.L.B

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Como mencionado anteriormente, os descritores utilizados para a realização das buscas pelos estudos foram GeoGebra/Tangram, GeoGebra/Isometria e Tangram/Matemática. Ao observar os títulos é possível identificar que em 8 dos 10 estudos selecionados existe pelo menos um desses descritores. Vale ressaltar que, apesar da ausência desses descritores nos títulos dos estudos D5 e A3, o vocábulo geometria presente no título nos motivou a fazer uma leitura do resumo e, após isso, percebemos a relevância do trabalho para nossa pesquisa. Foram encontrados alguns estudos que continham dois ou mais dos descritores estabelecidos, entretanto, quando fizemos a leitura do resumo notamos que a referida pesquisa, em alguns aspectos, não se enquadrava entre os nossos interesses de estudo, como por exemplo, não ter sido aplicada ao ensino básico, estudo incompleto e até mesmo não possuírem um resumo do trabalho.

As instituições de defesa dos estudos, seus referidos estados, regiões e ano de conclusão.

A tabela 3 foi estruturada objetivando oferecer uma visão panorâmica das instituições, como, universidades, faculdades ou centros de pesquisa, seus referidos estados e ano em que foram concluídos os estudos da referida pesquisa.

Tabela 3 – Instituições de defesa dos estudos, seus referidos estados e ano de conclusão

Abreviatura do estudo	Instituição de defesa do estudo	Estado	Ano
D1	Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR)	SP	2016
D2	Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES)	MA	2018

D3	Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)	SP	2018
D4	Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRS),	RS	2019
D5	Universidade Federal de Goiás (UFG)	GO	2018
D6	Universidade Federal de Goiás (UFG),	GO	2019
D7	Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)	PB	2019
A1	UNIÓN - Revista Ibero Americana de Educação Matemática	RS	2016
A2	Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM)	PA	2016
A3	Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade (RELA Cult)	RS	2019

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Percebe-se, observando a tabela 03, que a distribuição cronológica das conclusões dos trabalhos, cuja busca pertenceu ao intervalo de 2015 a 2020, concentrou-se nos anos de 2016, 2018 e 2019, sendo que nos anos de 2016 e 2018 foram concluídos 03 trabalhos em cada ano e em 2019, 04 trabalhos. Nos anos 2015, 2017 e 2020 não foi publicado nenhum dos estudos selecionados, para embasar a nossa pesquisa.

Observando a tabela 03, nota-se que o estado brasileiro que mais forneceu estudos para a nossa pesquisa foi o Rio Grande do Sul, com 03 trabalhos selecionados, seguido de São Paulo e Goiás, com 02 estudos cada um e, em seguida, os estados do Maranhão, Pará e Paraíba, com 01 estudo selecionado em cada um. Mesmo seguindo com rigor o protocolo da revisão sistemática, todas as regiões brasileiras tiveram pelo menos uma instituição que colaborou para a obtenção de dados necessários à realização da atual pesquisa. Dos 10 estudos selecionados, somente 02 foram realizados por pesquisadores de uma mesma instituição, a Universidade Federal de Goiás (UFG). Os demais, foram realizados por pesquisadores vinculados a instituições distintas, sendo que 7 dos 10 estudos selecionados, os pesquisadores eram vinculados à Universidades estaduais ou federais, enquanto os outros três, foram distribuídos igualmente entre duas revistas e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

As abordagens metodológicas e técnicas e instrumentos utilizados nas pesquisas

Na medida em que o pesquisador determina a metodologia para o seu trabalho ele define a maneira pela qual realizará o seu estudo, tal como, a coleta das informações e encaminhamentos para análise dos resultados da sua pesquisa. Em sua grande maioria, os autores discutem a respeito da natureza das metodologias nos trabalhos e as descrevem como sendo qualitativa, quantitativa e quali-quantitativa. Já o tipo de abordagem é classificado como: estudo de caso, pesquisa-ação, etnográfica, documental, exploratória, bibliográfica, colaborativa, interventiva, e outras mais. Em suas pesquisas os autores definem também quais os instrumentos e técnicas utilizados para a produção dos dados a serem analisados.

Na tabela 4 descrevemos quais foram as abordagens metodológicas adotadas pelos autores dos estudos. Além disso, descrevemos, também, quais os instrumentos e técnicas utilizados. Em muitos casos, esses elementos foram indicados no resumo do estudo, enquanto em outros, foi necessária uma leitura da sua parte metodológica para identificação desses elementos.

Tabela 4 – Abordagem metodológicas e técnicas e instrumentos utilizados na pesquisa

Abreviatura do estudo	Técnicas e instrumentos de pesquisa	Abordagem metodológica
D1	Observação participante, entrevista, questionário e análise documental das avaliações dos alunos.	Qualitativa de tipo interventiva
D2	Foram realizados dois grupos de discussões, gravações de áudio e vídeos e anotações em diário de campo	Qualitativa de tipo interventiva
D3	Observação participante e análise das atividades realizadas.	Qualitativa de tipo interventiva
D4	Gravações de vídeo coletivo das atividades, registros escritos feitos pelos alunos, observações da pesquisadora e arquivos do GeoGebra produzidos pelos alunos.	Qualitativa de tipo investigativa
D5	Os dados foram coletados por intermédio de questionários, das atividades e observações, acompanhados de uma análise quantitativa e qualitativa dos resultados que foram apresentados na forma de gráficos e tabelas.	Qualitativa de tipo estudo de caso
D6	Levantamento de dados em livros, dissertações, teses e artigos científicos, com base na utilização do Tangram no contexto de frações.	Qualitativa de tipo bibliográfico
D7	Análise de livros didáticos por categorias de sentido.	Qualitativa de tipo bibliográfico
A1	Observações realizadas nos dois grupos de trabalho, no replanejamento das atividades propostas ao grupo de professores, incorporando suas sugestões e reflexões sobre o seu uso.	Qualitativa de tipo interventiva
A2	Observação participante, breve entrevista e análise do desempenho dos alunos mediante atividades de uma sequência didática.	Qualitativa de tipo interventiva
A3	Observação participada durante a realização da construção do Tangram com dobradura e por meio de exploração do software GeoGebra.	Qualitativa de tipo interventiva

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

As informações contidas na tabela 4 revelam que todas as dissertações analisadas apresentaram a abordagem metodológica no modelo qualitativo, diferenciando-as apenas nos tipos de pesquisas. Há predominância da pesquisa do tipo interventiva, pois tivemos 6 estudos nessa modalidade dentre os 10 selecionados. A segunda mais adotada foi a pesquisa bibliográfica. Considerando as abordagens estudo de caso e investigativa, identificamos apenas uma vez cada. Em relação às técnicas e instrumentos de pesquisa, a tabela 04 evidencia que os autores utilizaram mais de uma técnica ou instrumento para a produção dos dados. Percebe-se também que não existiu uma relação entre a metodologia aplicada e os instrumentos e técnicas para produção de dados, pois mesmo os autores escolhendo a mesma metodologia, conforme informações da tabela 4, as técnicas e instrumentos utilizados foram bem diferentes. De forma geral, os autores utilizaram uma diversidade de técnicas e instrumentos, com destaque para: questionários, entrevistas, testes e provas, observações participadas, gravações em vídeo, diário de campo, software, livros, dissertações, teses e artigos científicos.

As questões de pesquisa

Segundo Gomides (2002), um problema de pesquisa consiste em expressar de maneira explícita, clara, compreensível e operacional, qual a dificuldade que está exposta para o pesquisador, a qual ele pretende resolver. O autor diz ainda que o objetivo da elaboração do problema da pesquisa é tornar específica a meta a ser alcançada. Uma boa parte dos pesquisadores, cujas obras foram selecionadas, não relataram as questões de pesquisa em seus respectivos resumos. Dessa forma, houve a necessidade de se fazer uma leitura apurada das suas considerações e, em algumas situações, uma leitura geral dos trabalhos, a fim de identificar as questões de pesquisa. Uma vez que alguns autores, nem mesmo em toda a obra, explicitaram as questões em forma de pergunta, tivemos que considerar, conforme tabela 5, os seus objetivos gerais como dificuldade a ser superada.

Tabela 5 – Questão de pesquisa

Abreviatura do estudo	Questão de pesquisa
D1	Averiguar em que medida o GeoGebra promove uma melhora na situação de ensino-aprendizagem, rompendo com o fracasso no ensino das transformações isométricas.
D2	Desenvolver uma proposta de formação continuada junto aos professores de Matemática, de uma escola da rede pública de Amarante do Maranhão, usando os recursos tecnológicos, objetivando um estudo da isometria por meio do software GeoGebra.

D3	Construir um caleidoscópio no GeoGebra, trabalhando os conceitos de simetria de reflexão e rotação e proporcionar aos alunos um contato com as ferramentas do software, por meio de uma atividade lúdica.
D4	Como o recurso de arrastar no ambiente de geometria dinâmica do GeoGebra contribui para a construção de conceitos de isometrias, por meio do trabalho com imagens de ilusão de óptica?
D5	Que fatores podem ser identificados, que influenciam no ensino de Geometria na Educação de Jovens e Adultos, quanto às dificuldades enfrentadas pelos docentes e a receptividade dos alunos, mediante os recursos didáticos?
D6	Realizar um estudo teórico acerca dos conceitos de frações, bem como verificar as potencialidades do uso do Tangram para o ensino desse conceito.
D7	Refletir sobre os desafios e possibilidades do uso do Tangram associado à resolução de problemas.
A1	Investigar possibilidades do uso do Tangram em *tablets* como um recurso didático na construção do conhecimento matemático.
A2	Apresentar a importância do Tangram como um jogo lúdico, e ainda mostrá-lo como ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem.
A3	Discutir, refletir e ressignificar conceitos geométricos a partir de práticas multidisciplinares, por meio de atividades lúdicas auxiliadas pelas tecnologias digitais, como o Tangram.

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Por meio da tabela 05 é possível observar que os autores diversificaram bastante em relação aos interesses de pesquisa. As quatro primeiras obras, de D1 a D4, se debruçaram nos estudos envolvendo o uso do software GeoGebra, vinculado às opções de isometria, ou algumas delas, que, como já dissemos, são a reflexão de uma figura em relação a uma reta e em relação a um ponto, a rotação de uma figura em relação a um determinado ponto referencial e a translação de uma figura por um vetor dado. No estudo D1, Pimentel (2016) propõe averiguar em que medida o software dinâmico GeoGebra pode promover uma melhora na situação de ensino-aprendizagem, rompendo, dessa forma, com o insucesso no ensino das transformações isométricas. No estudo D2, Oliveira (2018) visa desenvolver uma proposta de formação continuada, junto aos professores de Matemática de uma escola da rede pública de Amarante do Maranhão, utilizando os recursos tecnológicos, especificamente objetivando um estudo da isometria, por meio do software dinâmico GeoGebra. Na pesquisa D3, Bulgarelli (2018) propõe aos alunos construir um caleidoscópio no GeoGebra, trabalhando os conceitos de simetria de reflexão e rotação (nota-se que não utilizou a rotação por um determinado ponto), proporcionando aos alunos um contato com as ferramentas do software, por meio de uma atividade lúdica. Finalizando esses quatro estudos, na pesquisa D4, Dickel (2019) questiona de que forma o recurso de arrastar no ambiente do GeoGebra contribui para a formação de conceitos de isometrias por meio da atividade com figuras de ilusão de óptica.

Do estudo D5 ao estudo D7, os autores abordaram a utilização do Tangram como potencializador do estudo de matemática. Na dissertação D5, Santos (2018) realiza uma investigação a respeito do ensino de geometria na educação de jovens e adultos (EJA), questionando especificamente sobre quais fatores podem ser identificados, que influenciam no ensino de Geometria na EJA, quanto às dificuldades enfrentadas pelos docentes, assim como à receptividade dos discentes, no que concerne aos recursos didáticos. Nessa pesquisa, o autor utiliza o Tangram como facilitador do ensino de geometria. No estudo D6, Santos (2019) propõe um estudo teórico abordando os conceitos de frações, intencionando verificar as potencialidades do uso do Tangram para o aprendizado dos conceitos relacionados a esse estudo. Na dissertação D7, Costa (2019) direciona seus estudos a respeito de uma reflexão sobre os desafios e possibilidades da utilização do Tangram à resolução de problemas. Essa reflexão foi possibilitada por meio de uma análise de livros didáticos por categorias de sentido e das entrevistas com professores dos diversos segmentos da educação.

Finalmente, nos trabalhos A1, A2 e A3 foram abordadas as pesquisas que relacionavam o software GeoGebra e o elemento lúdico Tangram. É importante salientar que não encontramos dissertações e nem teses nas bases de dados CAPES, BDTD e Google Acadêmico que estudassem simultaneamente esses dois elementos. Como já foi mencionado anteriormente, esses três estudos foram encontrados na categoria de artigos. No artigo A1, Homa e Groenwald (2016) realizaram a pesquisa com o intuito de investigar as possibilidades do uso do Tangram em tablets, utilizando o software GeoGebra, como um recurso didático na construção do conhecimento matemático. Esse trabalho abordou conceitos de geometria e coordenadas polares. No artigo A2, Pontes e Lopes (2016) esclarecem a importância do Tangram como jogo lúdico e, em parceria com o GeoGebra, evidenciam sua utilidade como ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem de geometria. Finalizando as nossas observações a respeito das questões de pesquisa dos estudos selecionados protocolarmente, temos o artigo A3, no qual Silva e Gautério (2019) ressignificam os conceitos geométricos a partir de práticas multidisciplinares, por meio de atividades lúdicas auxiliadas pelas tecnologias digitais como o GeoGebra combinadas ao ludismo do Tangram.

De forma geral, ao observar as questões de pesquisa que motivaram os estudos definidos pelas duplas de descritores formados pela tríade GeoGebra/Isometrias/Tangram, percebemos que essas questões normalmente se referiam às vantagens e desafios da utilização das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, quando mencionavam às opções de isometria do plano do GeoGebra. Já, quando se trata de incluir a utilização do Tangram, as questões tendem a sugerir investigações a respeito da importância do Tangram como alternativa lúdica e ainda estudá-lo como provável ferramenta facilitadora no processo de ensino-aprendizagem de Matemática.

Os principais resultados das pesquisas

Em toda pesquisa existe um resultado. Depois de realizar uma investigação, o pesquisador deverá expressar os frutos de sua pesquisa, quais foram os resultados oriundos do seu estudo e a conclusão de sua investigação. Nesta revisão sistemática, da mesma forma que foi necessária uma observação mais apurada para identificar as questões de pesquisa, já que elas não estavam mencionadas no resumo, para analisar os resultados também foi preciso, em alguns estudos, realizar uma leitura das conclusões e/ou considerações das pesquisas. A tabela 6 auxiliará, mesmo sendo apenas um recorte dos pontos centrais dos resultados dos estudos, na compreensão dos resultados encontrados nas pesquisas selecionadas nesta revisão sistemática.

Tabela 6 – Resultados das pesquisas

Abreviatura do estudo	Resultados das pesquisas
D1	Os resultados indicam que as TIC's contribuem de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem, contudo alguns fatores externos ainda são entraves para a efetiva implementação deste recurso nas escolas.
D2	Os resultados apontaram que: a) o *software* GeoGebra tem o potencial de auxiliar no ensino de Matemática; b) o estudo abasteceu os professores de confiança para desenvolverem essa tecnologia junto aos seus alunos; e c) o estudo também incentivou os professores a superarem as práticas usadas tradicionalmente e aponta para mudanças futuras das posturas docentes dos educadores.
D3	Observamos que, por meio de atividades lúdicas o interesse dos alunos pelo tema é despertado e eles se apresentam mais motivados para resolver problemas e exercícios que envolvam esse conteúdo. Além disso, através da apresentação das questões da OBMEP os alunos passam a enxergá-la de uma maneira diferente, desmistificada e se sentem mais motivados a participar.
D4	Os resultados apontam para a compreensão de conceitos que envolvem as isometrias, que surgem a partir da manipulação no software, em forma de arrastamento, conduzindo à construção de pensamentos matemáticos em conjunto com a tecnologia.
D5	Os alunos estudaram o conteúdo de uma forma alternativa, adquiriram uma visão mais ampla de suas realidades sociais e econômicas, tiveram a oportunidade de trabalharem com temas transversais e associarem o conteúdo estudado a outras áreas de conhecimento.
D6	As tarefas realizadas com o auxílio de materiais manipulativos, especificamente o Tangram, instigaram a curiosidade e contribuiu para o desenvolvimento do

	pensamento fracionário, a abstração, a criatividade, a percepção espacial e a concentração do aluno.
D7	Após a apreciação dos dados, constatou-se que os professores reconhecem as possibilidades do uso do Tangram e que, associado à resolução de problemas, a utilização desse recurso pode favorecer a motivação dos alunos, a compreensão de conceitos matemáticos, o desenvolvimento da autonomia e da criatividade.
A1	Os resultados apontam que o uso de *tablets* é uma alternativa metodológica para a inserção das TIC na Educação Matemática, mudando o planejamento usual.
A2	Proporcionou uma forma diversificada tanto em ensinar como aprender um campo da matemática muito rico. Além de trabalhar geometria, utilizamos métodos de abranger construções geométricas e o uso do GeoGebra.
A3	A experiência mostrou que quando os estudantes são desafiados a operar com os conceitos, ~~os~~ compreendem-nos mais facilmente e as atividades lúdicas desenvolvem a autonomia, a criticidade, a cooperação e colaboração, levando os estudantes a estabelecerem relações entre o que já sabem e o que desejam conhecer.

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Como mencionado anteriormente, os quatro primeiros estudos - de D1 a D4 - se debruçaram nas análises sobre as opções de isometria do plano vinculadas ao uso do software GeoGebra. Na dissertação D1, Pimentel (2016) idealizou e aplicou uma sequência didática com o uso do software GeoGebra envolvendo o tópico isometrias do plano, exceto translação por um vetor, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental. A sequência didática foi estruturada obedecendo as perspectivas da Engenharia Didática. Os resultados encontrados pelo autor indicaram que as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC's) contribuem de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem. Porém, concluíram, também, que alguns fatores externos persistem como entraves para efetiva implementação desses recursos nas escolas. Na dissertação D2, Oliveira (2018), depois de uma análise a partir dos pressupostos da análise descritiva, percebeu que: a) o software GeoGebra tem potencial significativo no auxílio ao ensino de Geometria; b) o estudo possibilitou ao corpo docente melhor segurança para uso dessa tecnologia junto aos discentes; e c) o estudo incentivou o corpo docente a se desvencilhar das práticas tradicionais de ensino da Geometria. Ainda segundo Oliveira, após o estudo, foi facilmente percebida a certeza da satisfação dos professores ao terem acesso a fontes de conhecimento inovadoras, visando a melhoria de suas práticas pedagógicas. No estudo D3, Bulgarelli (2018) observou que, por meio de atividade lúdica envolvendo a construção de um caleidoscópio no GeoGebra, é despertado o interesse dos alunos pelo estudo dos comandos de isometrias e, também, demonstram maior motivação para solucionar os problemas e exercícios que abrangem tal conteúdo. Perceberam também, que por meio da análise das questões da OBMEP, que foi um dos seus focos, os alunos passam a considerá-las de maneira mais significativa e se sentem motivados a resolvê-las. Finalizando os quatro estudos que envolvem o

GeoGebra e opções de isometria do plano, no estudo D4, Dickel (2019) encontrou bons resultados nas atividades geométricas resolvidas por estudantes do 3º ano do ensino médio, com base na Teoria das Tecnologias Cognitivas e nas análises cognitivas do arrastar. Os resultados desse estudo apontam para a compreensão dos conceitos envolvendo isometria que surgem a partir da manipulação do GeoGebra, em forma de arrastamento, conduzindo à construção do pensamento matemático aliado à tecnologia. Em concordância com esses resultados, temos Villa e Ruiz (2010) que perceberam a importância do software GeoGebra para estudar, estabelecer e demonstrar novas conjecturas de alguns conceitos matemáticos.

Reafirmando o que foi dito sobre o estudo D5 até o estudo D7, os autores têm como tema a utilização do Tangram como facilitador do estudo de matemática. Na dissertação D5, Santos (2018), após a investigação, constatou que existe uma deficiência no ensino de geometria na EJA, e de acordo com depoimento dos discentes, a implementação do projeto de intervenção foi válida e muito proveitosa na assimilação dos conteúdos, já que estudaram de uma forma alternativa. Além disso, adquiriram uma visão mais ampla de suas realidades sociais e econômicas, já que tiveram a oportunidade de trabalhar com temas transversais e associarem o conteúdo estudado a outras áreas de conhecimento. Na dissertação D6, Santos (2019) concluiu que o Tangram, quando utilizado adequadamente pelo professor, pode contribuir bastante para a formalização e apropriação de conceitos fracionários, assim como, instigar a curiosidade, a abstração, a criatividade, a percepção espacial e a concentração dos alunos. No estudo D7, Costa (2019) constatou que a oficina ajudou na aliança da teoria com a prática, a partir da utilização do Tangram como auxílio na resolução, exploração e proposição de problemas. Após a análise dos dados, foi constatado que os professores perceberam as diversas alternativas para o uso do Tangram e que, associado à resolução de problemas, a utilização dessa alternativa lúdica pode contribuir para motivar o corpo discente a melhorar a compreensão de conceitos e desencadear a autonomia e a criatividade.

Nos artigos A1, A2 e A3 foram abordados os estudos que relacionavam o software GeoGebra e o Tangram. No artigo A1, Homa e Groenwald (2016), após a finalização da pesquisa, concluíram que o uso dos objetos digitais sobre o plano quadriculado do GeoGebra permitiu a visualização das relações entre as áreas dos objetos e a unidade de área. Na construção dos objetos pelos alunos sobre o plano quadriculado, permitiu determinar as dimensões das arestas e os ângulos somente pela visualização das figuras geométricas oriundas das peças do Tangram, permitindo que o aluno trabalhasse com a representação polar sem a apresentação formal dos conceitos. Os resultados sugerem que atividades utilizando tablets é uma alternativa metodológica para a inclusão das TIC na Educação Básica.

No artigo A2, Pontes e Lopes (2016), após o término do trabalho, concluíram que foi proporcionada uma forma diversificada, tanto em ensinar, como em aprender conceitos, em um campo da matemática tão rico que é a geometria. A pesquisa apontou, por meio de breve entrevista com os alunos, que houve uma motivação pela busca do conhecimento e o gosto e envolvimento pela geometria plana. Notou-se também que, apesar da atividade não ter um caráter avaliativo, o Tangram teve como característica, prender a atenção dos alunos na execução da sequência didática. Finalizando as observações a respeito das conclusões das pesquisas selecionadas, tem-se o artigo A3, no qual, Silva e Gautério (2019) apontam que quando os alunos são desafiados a operar com os conceitos, eles os compreendem com maior facilidade e, além disso, as atividades lúdicas em grupo, no caso específico o GeoGebra aliado ao Tangram, contribuem para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade e da colaboração, pois os induzem a estabelecer relações entre os que já dominam o conteúdo e os que desejam aprender.

Podemos inferir a partir da análise dos resultados desses estudos, a importância do GeoGebra como um intensificador do ensino da matemática tanto no aspecto da geometria, quanto da álgebra e como fomentador do interesse discente e docente pelo estudo das opções de isometria do plano. No que se refere ao Tangram, identificamos a sua importância como propulsor da apropriação dos conceitos geométricos, instigador da curiosidade, além da sua significativa contribuição em relação à percepção espacial. Nas pesquisas que foram realizadas em grupos ficou explícita a contribuição do GeoGebra aliado ao Tangram como determinantes para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade, da colaboratividade e da presença do prazer, que é inerente em atividades lúdicas, por parte dos alunos no processo ensino-aprendizagem de Matemática.

Considerações

A atual revisão sistemática de literatura pautou-se em uma análise, com objetivo de desencadear reflexões acerca da temática da utilização do Tangram, GeoGebra e isometrias no plano no ensino da matemática, bem como, identificar as características dos estudos desenvolvidos sobre essa temática, as ferramentas, os recursos, o período, as instituições vinculadas aos autores e as metodologias utilizadas para o desenvolvimento desse tipo de pesquisa, suas questões de pesquisa e os resultados.

Usando como referência os resultados encontrados, constatamos a significativa contribuição do GeoGebra como um potencializador do ensino da matemática e como incentivador do interesse discente pelo estudo das opções de isometria do plano; a contribuição do Tangram como facilitador da apropriação dos conceitos geométricos, instigador da curiosidade, propulsor da criatividade e mediador da percepção espacial; a contribuição das atividades lúdicas, em grupo, que utilizam o GeoGebra aliado ao Tangram para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade, da sociabilidade e da colaboratividade entre alunos. Esses aspectos corroboram com o objetivo da nossa proposta de pesquisa de mestrado, pois acreditamos que proporcionar aos estudantes um ambiente motivador, utilizando recursos didáticos vinculados a elementos tecnológicos e lúdicos, impulsiona o estudante a ser agente propulsor da construção de seu próprio conhecimento. Sendo assim, constatamos que as contribuições proporcionadas por essa investigação nos permitiram vislumbrar e certificar as vantagens da utilização da tríade Tangram/Isometria/GeoGebra no ensino da Matemática.

Por meio dessa revisão sistemática, percebemos que o objeto de estudo de nossa pesquisa é campo fértil para estudos, pois embora tenhamos encontrado diversos trabalhos com as mais variadas possiblidades de abordagens, proporcionando a percepção das muitas vantagens da utilização dos elementos citados no auxílio do ensino da matemática, notamos a ausência de estudos que envolvessem os três elementos de forma simultânea, ou seja, não encontramos nenhum estudo que abordasse o Tangram, o GeoGebra e as opções de isometria do plano como potencializadores de ensino da matemática.

Faz-se necessário salientar que encontramos em Silva *et al* (2018) e Silva (2020)[7] algumas dessas construções, porém, sem uma abordagem teórico-metodológica que tenha sido aplicada. É nessa nova perspectiva, a partir dessa lacuna, que estamos organizando nossa pesquisa, ou seja, com o aporte teórico-metodológico da Teoria da Atividade de Engeström, queremos investigar as estratégias matemáticas dos alunos envolvidos nessas construções isométricas. Assim, pretendemos realizar essa pesquisa com um grupo de alunos do ensino básico e acreditamos que esse tipo de abordagem nos permitirá confirmar que essas construções são repletas de decisões e ações que envolvem diversos conceitos matemáticos, fazendo com que a atividade lúdica com o Tangram deixe de ser essencialmente trivial, se enveredando em um novo contexto, no qual, é facilmente identificada a necessidades de estratégias e conflitos cognitivos mais exigentes. Esperamos ao final de nossa investigação que, assim como, para nós, serviu de âncora para embasar nossos estudos, traga também, contribuições a outros leitores interessados nesse campo de pesquisa.

Referências

BULGARELLI, C. C. de. (2018). *Isometrias no Ensino Básico*. [Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica como parte dos requisitos

---

[7] GeoGebra Materiais: https://www.geogebra.org/m/apMUMZ7M (acessado em: 24/09/2020).

exigidos para a obtenção do título de Mestrado Profissional - Universidade Estadual de Campinas, Campinas]. http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/332216

COSTA, S. M. da. (2019) *Tangram e resolução de problemas: Desafios e possibilidades.* [Dissertação de Mestrado pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UEPB_c0987b66fd2f5dccf59f6a4afae8fbf0

DICKEL, M. T. (2019). *GeoGebra e isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre]

DA SILVA, R. S. et al (2019). *Práticas Multidisciplinares: Atividades Lúdicas e Tecnologia Digital aliada ao estudo de Artes e Geometria*. RELACult-Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade. http://periodicos.claec.org/index.php/relacult/article/view/1253

FINK, A. (2005). *Conducting research literature reviews: From the Internet to paper*. Thousand Oaks.https://www.worldcat.org/title/conducting-research-literature-reviews-from-the-internet-to-paper/oclc/55947868

GOMIDES, J. E. (2002). *A definição do problema de pesquisa a chave para o sucesso do projeto de pesquisa*. Revista do Centro de Ensino Superior de Catalão–CESUC–Ano IV. http://wwwp.fc.unesp.br/~verinha/ADEFINICAODOPROBLEMA.pdf
HOMA, A. I. R., & Groenwald, C. L. O. (2016). *Incluindo tecnologias no currículo de matemática: planejando aulas com o recurso dos tablets*. Revista Union. http://funes.uniandes.edu.co/17080/

KITCHENHAM, B. (2004). *Procedures for performing systematic reviews*, Technical Report TR/SE-0401. Department of Computer Science, Keele University and National ICT. Australia.

MENDES, L. O. R., & Pereira, A. L. (2020). *Revisão sistemática na área de Ensino e Educação Matemática: análise do processo e proposição de etapas*. Educação Matemática Pesquisa, 22(3).

OLIVEIRA, E. M. G. (2018). *Estudo da isometria por meio do software GeoGebra: implicações pedagógicas de um curso de formação continuada com professores do 6º ao 9º ano em uma escola da rede pública de Amarante do Maranhão/MA*. [Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, Lajeado, Maranhão]. https://www.univates.br/bdu/handle/10737/2190

PIMENTEL, L. F. G. (2016). *Uma sequência didática para o ensino de transformações geométricas com o GeoGebra*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática vinculado ao Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia da Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR), São Carlos, São Paulo]. https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/8267

PONTES, D. F. N, & LOPES, S. C. (2016). *Uso do Tangram como Material Lúdico em Sala de Aula.* Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-

BR&as_sdt=0%2C5&q=USO+DO+TANGRAM+COMO+MATERIAL+L%C3%9ADICO+EM+SALA+DE+AULA&btnG=

RIBEIRO, E. M. P. et al. (2012). *Sequência didática: Tangram*. Sombrio. https://www.even3.com.br/anais/pibidsul/21261-o-tangram-como-metodologia-de-ensino-na-construcao-de-conceitos-matematicos/

SANTOS, A. A. de. (2018). *Investigando o ensino de geometria na educação de jovens e adultos: um estudo de caso com alunos e professores.* [Dissertação de Mestrado em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás, Catalão]. https://repositorio.bc.ufg.br/tede/handle/tede/8606

SANTOS, S. F. dos. (2019). *O uso do Tangram como proposta no ensino de frações*. [Dissertação de Mestrado em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Goiás, Jataí]. https://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UFG_367b68b3c5c1f5be83e3a61c4ce2a81c

SILVA, M. D. F et. al. (2018). *Atividades Matemáticas com o GeoGebra*. Amazon. https://www.amazon.com.br/kindledbs/hz/subscribe/ku?passThroughAsin=B07GK1WFL3&_encoding=UTF8&shoppingPortalEnabled=true

SILVA, M. D. F. (2020). *GeoGebra. https://www.geogebra.org/m/apMUMZ7M*

SOUZA, J.; PATARO, P. M. (2014). *Vontade de saber matemática*. São Paulo: Editora FTD.

SOUZA, E. R. de et al (2008). *A Matemática das sete peças do Tangram.* 1. ed. São Paulo-SP

VILLA-OCHOA, J., & RUIZ, M. (2010). *Pensamiento variacional: seres-humanos-con-GeoGebra en la visualización de nociones variacionales*. Educação Matemática Pesquisa, 12(3), 514- 528.

ARTIGO II

Realizando uma atividade lúdica/matemática com o uso do GeoGebra e do Tangram discutida à luz da Teoria da Atividade

Performing a playful/mathematical activity using GeoGebra and Tangram discussed in the light Activity Theory

MARIA DEUSA F. SILVA[8]
ROBÉRIO PEREIRA ROCHA[9]

RESUMO

O presente artigo é introdução a uma pesquisa de mestrado sobre os pressupostos teórico-metodológicos, em fase de construção, sendo desenvolvida junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (PPGEn - UESB). Trazemos a discussão de uma atividade matemática: a construção de uma das figuras que podem ser formadas com os polígonos do Tangram,

[8] Pós-Doutora, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Programa de Pós-Graduação em Ensino - PPGEn. maria.deusa@uesb.edu.br
[9] Mestrando, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), roberio.rocha2005@gmail.com

usando as opções de isometria no plano do GeoGebra. Inicialmente, faremos uma abordagem a respeito da Teoria da Atividade de Engeström (TA). A seguir, realizaremos uma breve exploração do GeoGebra, usando opções de isometrias no plano. Depois, construiremos a figura e a analisaremos, com base numa discussão à luz da TA, observando o grau de dificuldade envolvido nesse processo, bem como discutiremos o pensamento matemático envolvido nessa forma de construção não usual. Nas considerações finais, abordaremos como a TA permeará a perspectiva teórico-metodológica da pesquisa em construção.

Palavras-chave: GeoGebra, Teoria da Atividade, Tangram.

ABSTRACT

The present article is an introduction to a master's research, in order to construct the theoretical-methodological assumptions, being developed together with the Postgraduate Program in Teaching - PPGEn, of the State University of Southwest Bahia - UESB. We bring up the discussion of a mathematical activity: the construction of one of the figures that can be formed with the “pieces” of the Tangram, using the options of isometry in the GeoGebra plane. Initially, we will address the Engestrom Activity Theory (TA). Next, we will briefly explore GeoGebra using isometric options in the plane. Then we will build the figure and analyze it, based on a discussion in the light of Activity Theory, observing the degree of difficulty involved in this process, as well as, we will discuss the mathematical thinking involved in this form of non-traditional construction. In the final considerations, we will discuss how TA will allow the theoretical and methodological perspective of research under construction.

Keywords: GeoGebra, Activity Theory, Tangram.

Introdução

Há muito vimos estudando o papel que as Tecnologias Digitais (TD) podem desempenhar no ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, ao mesmo tempo em que as utilizamos em nossas aulas. Nessa perspectiva, podemos até fazer um paralelo com o que Borba, Gadanidis e Scucuglia (2014) discutem sobre as fases das tecnologias digitais em educação matemática. Perpassando nossas vivências com o uso das TD, nas práticas de sala de aula, identificamos essas fases sendo contempladas, de alguma forma.

Nesse sentido, preparar atividades com a utilização das TD e levá-las para a sala de aula tem sido uma prática pedagógica recorrente. Contudo, nem sempre paramos para refletir de que modo tais atividades podem ser tratadas à luz de teorias da aprendizagem. Muitas vezes, nem sequer relatamos essa experiência vivida. No entanto, é certo que muitas dessas experiências poderiam se constituir como elementos desencadeadores de processos cognitivos, embasados em teorias, retroalimentando a discussão sobre o tema, trazendo novos elementos e/ou fortalecendo construções teóricas ainda em aberto.

Foi nessa linha que vimos a possibilidade de tomar uma atividade que é normalmente trazida para a sala de aula como uma atividade lúdica: a construção dos polígonos do Tangram[10]

[10] O Tangram, segundo Ribeiro et al. (2012), é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, com o qual pode-se formar cerca de 1700 figuras.

e, posteriormente, a montagem de figuras como casinha, barquinho, gatinho etc. O aspecto matemático, quando tratado, se encerra na construção dos polígonos, em que, estabelecidas as suas relações matemáticas e usando elementos da Geometria Plana, alguns conceitos matemáticos são abordados: ponto, ponto médio, polígonos regulares, proporcionalidade entre os polígonos, frações, porcentagem, parando nisso. A construção das figuras é apenas uma ação lúdica, sem um "pensar" matemático sobre ela. Todavia, quando mudamos as "peças físicas" – as ferramentas mediadoras lápis e papel - e passamos à construção das figuras com o uso da tecnologia digital (o GeoGebra), e empregamos as opções de isometria no plano, exige-se de nós todo um pensar matemático-com-a-tecnologia (BORBA, GADANIDIS & SCUCUGLIA, 2014). Foi a partir desse pensar matemático-com-tecnologia que buscamos uma aproximação com a Teoria da Atividade (TA) (ENGESTRÖM, 1987).

Para fomentar o exercício de pensar-com-tecnologia, ao construirmos, propormos e realizamos a atividade matemática "Construção de figuras do Tangram empregando as opções de isometria no plano, com o uso do GeoGebra", decidimos ampliar a discussão sobre tal atividade, conduzindo-a para o campo teórico-cognitivo. Isso se deu a partir da percepção de que tal atividade que, aparentemente, parece uma tarefa simples, um exercício lúdico sem reflexão matemática, não o é. Isso se é feita com o uso do GeoGebra, nessa perspectiva; embora muitos professores de matemática da educação básica considerem essa prática como algo trivial, uma diversão para prender a atenção dos alunos. Todavia, o que a atividade nos mostra, se feita com o uso das "opções de isometria" no plano do GeoGebra, é que essa não é uma tarefa tão fácil. Ela é repleta de decisões e ações que envolvem diversas estratégias matemáticas. Tal dificuldade, de fato, ocorre porque para a construção de uma única figura, é necessário mobilizar vários conceitos matemáticos. Desse modo, mediada pela TD, tal atividade deixa de ser "trivial" e toma uma nova dimensão, permitindo que se perceba seu real aspecto cognitivo e os conceitos matemáticos nela envolvidos. O que fazemos sobre o Tangram[11] é realizar uma série de transformações. Isso nos permite fazer uma aproximação com o que Souto e Borba (2015) discutem como transformações expansivas em uma atividade, para eles:

> As mudanças, em geral, estão relacionadas às transformações expansivas (ou aprendizagem expansiva) que aqui devem ser entendidas como: movimentações em um sistema de atividade que almejam solucionar ou construir entendimentos sobre um dado problema ou conteúdo matemático de uma forma crítica que até então não havia sido imaginada dentro do próprio sistema (SOUTO; BORBA, 2015, p.5).

Desse modo, a construção de uma figura do Tangram, com o uso do GeoGebra, requer, na sua construção, que os sujeitos envolvidos realizem "movimentações expansivas" no sentido de

---

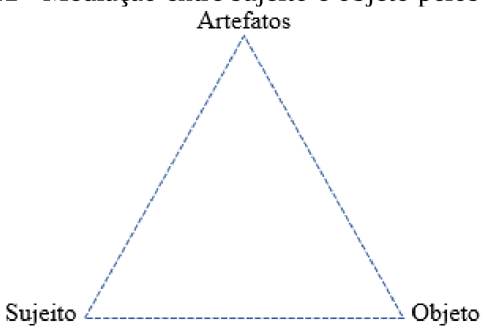
[11] O qual denominamos de Tangram básico.

reorganizarem o pensamento acerca do que sabem, tais como: mobilizar conhecimentos matemáticos; trabalhar esses conhecimentos mediados pela nova ferramenta, o GeoGebra; tomar decisões, seguindo uma sequência de procedimentos: as regras para atingirem o objetivo, a construção do objeto proposto (a figura) e, após isso, poder movimentá-lo e visualizá-lo em diferentes posições, ampliando e ressignificando a percepção do mesmo. Portanto, cremos que, a partir dessa breve apresentação, é possível detalhar o desenvolvimento da atividade sob uma perspectiva teórica, no campo cognitivo, tomando por referência a TA. Assim, nas próximas seções, vamos detalhar um pouco mais o que preconiza cada uma dessas teorias e como elas se articulam com a atividade proposta usando TD.

1 - Teoria da Atividade e o Triangulo de Engeström com TD

A teoria da atividade fundamenta-se nos princípios da escola Histórico-Cultural da psicologia soviética e comumente é dividida em três gerações. A primeira geração da TA se baseia na teoria vygotskyana de mediação cultural, concebendo-se toda ação humana mediada por instrumentos e orientada para determinado objeto. A ideia foi cristalizada por Vygotsky no modelo triangular como um ato "complexo e mediado", expresso geralmente com a tríade sujeito-objeto-artefato mediador. Nessa perspectiva, o indivíduo não poderia ser entendido separadamente dos meios culturais e sociais no qual está imerso; a sociedade, do mesmo modo, não poderia ser entendida (vista) sem os indivíduos que a compõem e os artefatos que ela mesma produz. Contudo, Engeström e Miettinem (1999) citam que o modelo de ação mediada de Vygotsky, representado atualmente pela teoria da atividade, conforme (figura 11), não distingue a mediação com outros indivíduos e as relações sociais existentes entre eles.

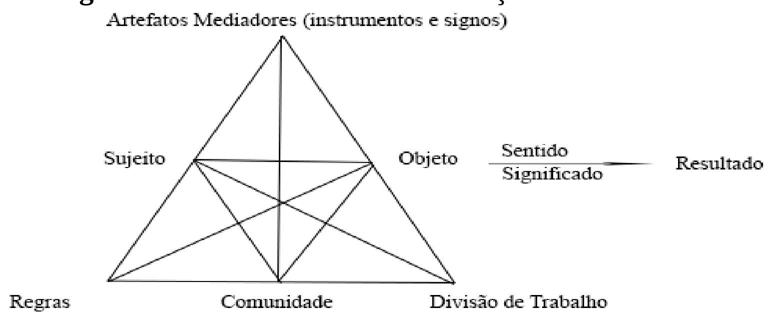
Figura 11 - Mediação entre sujeito e objeto pelos artefatos



Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Engeström (1991)

Para Piccolo (2012), a segunda geração da TA (figura 12) se deu a partir de estudos de Engeström (1999), baseando-se no modelo de Leontiev, "tendo por foco a análise das relações socialmente estabelecidas em um sistema de atividade" (PICCOLO, 2012, p.287). Desse modo, Engeström expandiu o modelo de Leontiev, na medida em que incorporou novos elementos de análise, com a seguinte composição: artefatos, sujeitos, objetos, divisão de trabalho, regras e comunidade. Esses dois últimos elementos vieram, de fato, ampliar os estudos de Leontiev em relação ao seu sistema de atividade hierarquizado entre atividade, ações e operações. Portanto, para Piccolo, a inovação de Engeström (1999) para a TA é o pensar sobre as relações entre sujeito-sujeito, quando o objeto para o qual se dirige uma atividade é o próprio sujeito. Segundo o autor, tal relação não foi bem desenvolvida por Leontiev, necessitando de aprofundamentos teóricos.

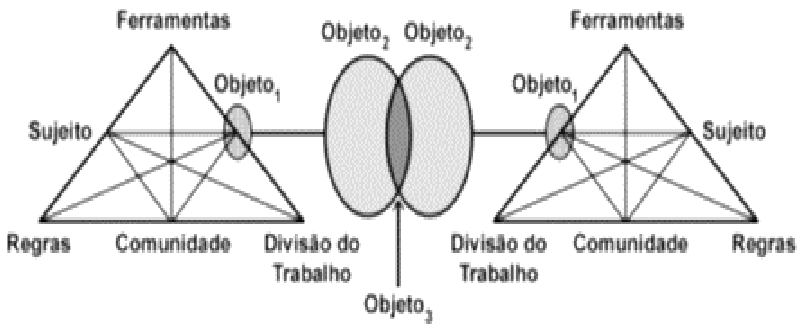
Figura 12 - Modelo da Terceira Geração da TA



Fonte: Baseado em Engeström (1987).

As ideias de rede de atividade exigiram a necessidade de uma terceira geração, a qual em Engeström (2001), o modelo elementar se estabelece em, no mínimo, dois sistemas de atividade que interagem. Na figura 13, estes objetos do sistema de atividade vão de um estado bruto, sem reflexão (objeto 1), para um objeto coletivo significativo para o sistema de atividade (objeto 2), até um objeto potencialmente partilhado pelos dois sistemas de atividade (objeto 3).

Figura 13 – Dois sistemas de atividade em interação



Fonte: Baseado em Engeström (2001).

Mas afinal, o que é relevante na TA? Que conceitos fundamentais ela traz? Souto (2013) destaca que existem dois elementos fundamentais para se compreender a atividade humana que alicerça a TA; o primeiro é que para a existência da atividade humana é necessário o objeto, “atividade sem objeto é desprovida de significado” (p.46); e, segundo os artefatos, os quais são produtos da ação humana e ao mesmo tempo mediadores da atividade humana. Assim, “passam a ser entendidos como mediadores culturais pelos quais os indivíduos agem na estrutura social, material e psicológica” (p.45). Ainda para Souto:

> As inter-relações que marcam o desenvolvimento da atividade humana são caracterizadas por trocas mútuas entre seres humanos e artefatos, as quais revelam o potencial transformador de uma atividade. Os seres humanos se transformam e se reorganizam, por meio da transformação, da reorganização de atividades, que por sua vez, transformam-se, reorganizam-se por meio do desenvolvimento de novos artefatos (SOUTO, 2013, p. 45-46).

Desse modo, o desenvolvimento humano - social, cultural e psicológico - foi marcado por atividades humanas que construíram e se utilizaram de artefatos, que por sua vez modificaram e reorganizaram as próprias atividades humanas, tendo como objetivos: manter a sobrevivência, melhorar a qualidade de vida, evoluir e produzir excedente. Nesse sentido, a TA se propõe a explicar como essas relações entre objeto, artefatos e sujeitos da atividade ocorrem nas diversas atividades humanas, sendo útil também aos propósitos educacionais; essa teoria revela que a todo instante estamos sendo modificados pela introdução de novos artefatos, os quais também estamos produzindo, num movimento contínuo. Por exemplo, no passado recente, a introdução dos computadores nas atividades humanas veio a modificar, substancialmente, muitas dessas atividades e, atualmente, as tecnologias digitais, em especial a internet, têm provocado novas discussões acerca da ação humana sobre os artefatos e se ela em si é um artefato ou objeto. Isso leva a movimentos fuzzi e inconclusos (SOUTO, 2013).

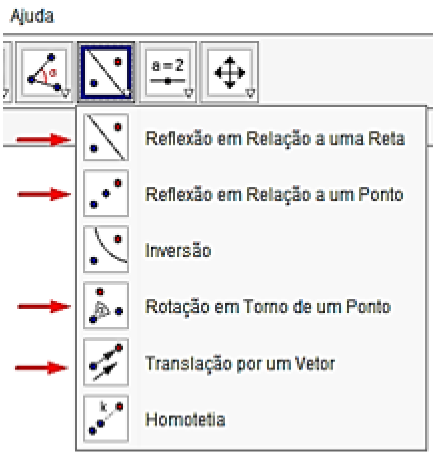
2 - O software GeoGebra e isometria no plano: para além de transformações

Ministrar aulas de matemática exige uma conduta que estimule o educando, por meio da qual métodos e aplicações precisam ser apresentados de forma clara para facilitar o processo de ensino-aprendizagem. Nesse tocante, inserir as Tecnologias Digitais (TD) tem sido uma forma de tornar esse ensino mais prazeroso, haja vista propiciarem situações que estimulam o pensamento, favorecem a visualização e permitem que situações matemáticas, antes estáticas, se tornem dinâmicas. Tudo isso pode facilitar a compreensão de conceitos e favorecer a aprendizagem.

Conforme vimos anteriormente, Borba, Gadanidis & Scucuglia (2014), quando tratam das fases das TD em educação matemática, diziam que estaríamos vivendo a quarta fase, a qual é caracterizada pelo surgimento de diversos recursos tecnológicos, incluindo o uso mais intenso do software de matemática dinâmica GeoGebra. Portanto, o uso cada vez maior do GeoGebra, bem como os avanços nos recursos que ele oferece, tem mostrado que ele é um software que carrega as características descritas no parágrafo anterior, se constituindo em uma importante ferramenta para tornar o processo de ensino e aprendizagem de matemática mais fácil. De acordo com seu site oficial[12], o GeoGebra é um software de matemática dinâmica direcionado a todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote de fácil utilização.

Como veremos posteriormente na revisão da literatura, não há dúvidas de que o GeoGebra tem sido densamente explorado para os mais diversos conteúdos matemáticos, sendo indiscutíveis suas potencialidades. Contudo, neste artigo o exploramos usando as opções de isometrias no plano, para construir uma das possíveis figuras com o Tangram, algo ainda incomum no uso do GeoGebra. Encontramos em Silva *et al* (2018) e Silva (2020)[13] algumas dessas construções. Lembramos que uma isometria pode mudar somente a posição da figura na qual ela foi aplicada, sem alterar sua forma e dimensões. Para atingir os nossos objetivos, iremos aplicar quatro tipos de isometria no plano: *reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, rotação em torno de um ponto e translação por um vetor*. Observemos a figura 14:

Figura 14 – Menu das isometrias no plano do GeoGebra



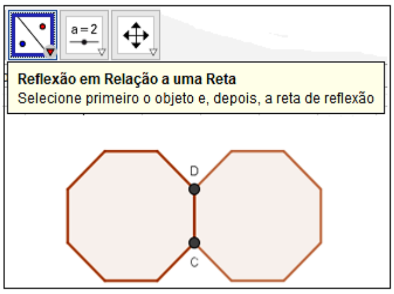
Fonte: Elaborada pelos autores utilizando o GeoGebra.

A isometria de reflexão em relação a uma reta ou segmento de reta ocorre quando existe um segmento de reta ou reta, eixo de simetria, passando pela figura ou fora dela, atuando como espelho, refletindo simetricamente a imagem da figura, afirma Souza e Pataro (2014). Observemos a figura 15:

Figura 15 - Isometria de reflexão da figura em relação ao segmento $\overline{DC}$ e respectivo comando no GeoGebra

[12] https://www.geogebra.org/about

[13] GeoGebra Materiais: https://www.geogebra.org/m/apMUMZ7M (acessado em: 11/07/2020).

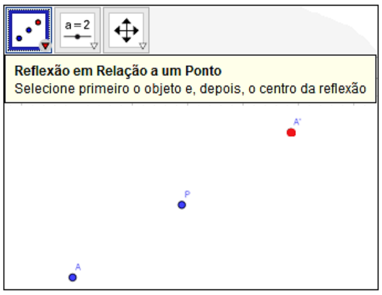


Fonte: Elaborada pelos autores utilizando o GeoGebra.

Segundo Lima (2007), isometria de reflexão em relação a um ponto P é a transformação geométrica que associa a cada ponto A do plano, um ponto A' tal que:

- Se $A = P$ então $A' = P$
- Se A diferente de P então A' está na semirreta oposta à semirreta $\overrightarrow{PA}$ e os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PA'}$ são congruentes. Observemos a figura 16:

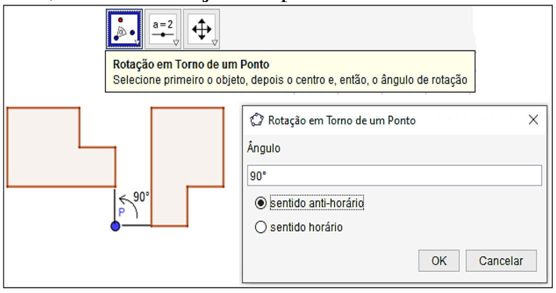
Figura 16 – Isometria de reflexão do ponto A em relação ao ponto P e o seu respectivo comando no GeoGebra



Fonte: Elaborada pelos autores utilizando o GeoGebra.

Conforme Sousa e Pataro (2014), denominamos isometria de rotação a transformação em que cada ponto da figura é rotacionado em torno de um ponto P (chamado centro de rotação) de acordo com determinado ângulo e sentido. A imagem seguinte (figura 17) representa uma rotação de 90°, no sentido anti-horário, de uma figura em relação ao ponto P.

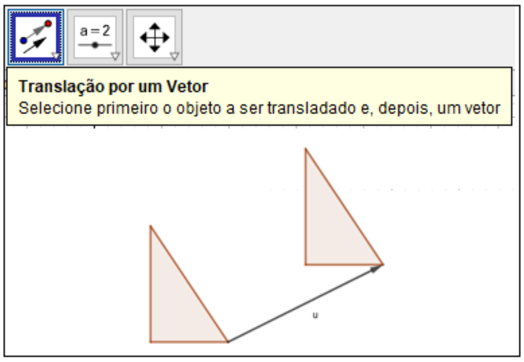
Figura 17 – Isometria de rotação de uma figura em torno de um ponto referencial e o seu respectivo comando no GeoGebra, incluindo a janela para definir o sentido e medida do ângulo:



Fonte: Elaborada pelos autores utilizando o GeoGebra.

Ainda segundo Sousa e Pataro (2014), a transformação representada pelo deslocamento de uma figura baseado em uma distância, uma direção e um sentido determinados por um vetor, conservando seu tamanho e sua forma normal, é denominada isometria de translação. Nesse caso, a figura se desloca de um lugar para outro, sem rotacionar ou refletir, conforme a figura 18:

Figura 18 - Isometria da translação de um triângulo sobre um vetor u e o respectivo comando no GeoGebra.



Fonte: Elaborada pelos autores utilizando o GeoGebra.

Desse modo, por meio dessas transformações, podemos mudar a posição inicial de uma figura, sem modificar suas propriedades e características. Ainda, se feitas no GeoGebra, podemos suprimir (ocultar) a figura inicial. Então, usando essas possibilidades trazidas pelo software, na próxima seção vamos construir uma figura do Tangram.

3 – Revisão da literatura

Em relação a estudos sobre as opções de isometria do plano vinculadas ao uso do software GeoGebra temos alguns trabalhos como os de Oliveira (2018), Bulgarelli (2018) e Dickel (2019). Oliveira (2018) depois de uma análise a partir dos pressupostos da análise descritiva, os resultados apontaram que: a) o software GeoGebra tem potencial significativo no auxílio ao ensino de Geometria; b) o estudo incrementou corpo docente confiança no intuito de desenvolver essa tecnologia junto aso seus discentes; e c) o estudo incentivou o corpo docente a superar as práticas tradicionais de ensino da Geometria. Segundo Oliveira, por meio da pesquisa, foi facilmente percebida a satisfação dos professores ao terem o acesso a fontes de conhecimento inovadoras, objetivando a otimização de suas práticas pedagógicas. Bulgarelli (2018) constatou que, por meio de atividade lúdica envolvendo a construção de um caleidoscópio no GeoGebra, os alunos são motivados ao estudo dos comandos de isometrias e, também, demonstram maior interesse para solucionar os problemas e exercícios que abordam tal conteúdo. Dickel (2019) visualizou importantes resultados nas atividades geométricas desenvolvidas por estudantes do 3º ano do ensino médio, com base na Teoria das Tecnologias Cognitivas e nas análises cognitivas do arrastar. Os resultados da pesquisa apontam para a compreensão dos conceitos envolvendo isometria que surgem a partir da manipulação do GeoGebra por intermédio do arrastamento.

No contexto da utilização do Tangram como facilitador do estudo de matemática temos alguns estudos como o de Santos (2019) que concluiu que o Tangram, quando utilizado adequadamente pelo professor, pode contribuir significativamente para a formalização e apropriação de conceitos fracionários. Santos também descobre que a utilização de recursos manipulativos, especificamente o Tangram, pode instigar a criatividade, a abstração, a curiosidade e a percepção espacial dos alunos.

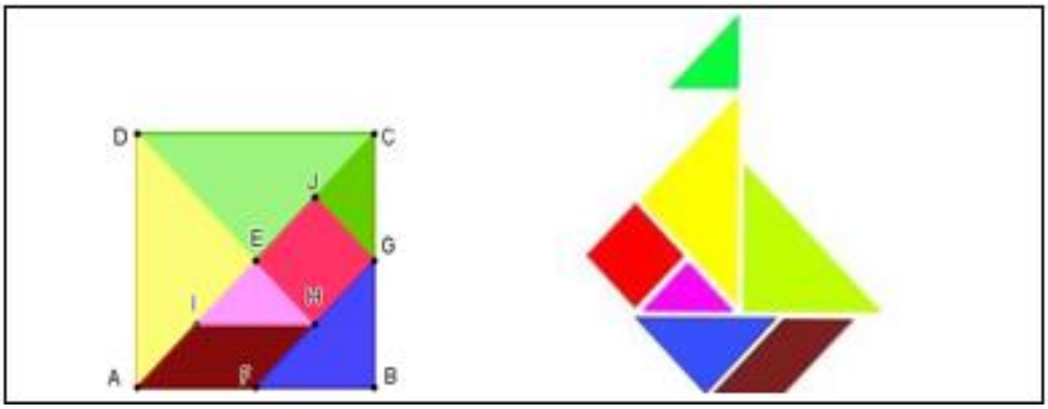
Em um artigo com uma abordagem envolvendo o GeoGebra e o Tangram, Homa e Groenwald (2016), concluíram que o uso dos objetos digitais sobre o plano quadriculado do GeoGebra permitiu a visualização das relações entre as áreas dos objetos e a unidade de área. Durante construção dos objetos sobre o plano quadriculado por alunos foi possível determinar as dimensões das arestas e os ângulos somente por intermédio da visualização das figuras geométricas formadas por polígonos do Tangram, permitindo que o aluno trabalhasse com a representação polar sem a necessidade da apresentação formal dos conceitos. Também relacionando o GeoGebra e Tangram, Silva e Gautério (2019), concluem que, quando os alunos são desafiados a lidar com os conceitos, eles os compreendem mais facilmente e, além disso, as atividades lúdicas em equipe, no caso específico da pesquisa, contribuem para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade e da colaboração, já que os induzem à interação entre os que já compreendem o conteúdo e os que desejam compreender.

Julgamos que essa seja uma abordagem fértil para pesquisas, visto que, por intermédio de buscas em internet não encontramos nenhum estudo nacional formalizado que abordasse simultaneamente o Tangram, o GeoGebra e as opções de isometria do plano como potencializadores de ensino da matemática. É necessário destacar que, como já foi dito, encontramos em Silva *et al* (2018) e Silva (2020) algumas dessas construções, mas sem uma abordagem teórico-metodológica.

4 - Construção de figura do Tangram utilizando os comandos de isometria do plano do GeoGebra

Utilizando os comandos do GeoGebra supracitados, podemos construir figuras do Tangram, de maneira mais sofisticada e cognitiva que, numa atividade em grupo, pode gerar situações de conflitos cognitivos entre os alunos dando origem a tensões que, de acordo com a TA, podem ocasionar uma aprendizagem expansiva. A seguir, temos, no quadro 2, a imagem de um Tangram, cujas polígonos formam a imagem de um barquinho, que está ao seu lado.

Quadro 2 – Figura a ser construída

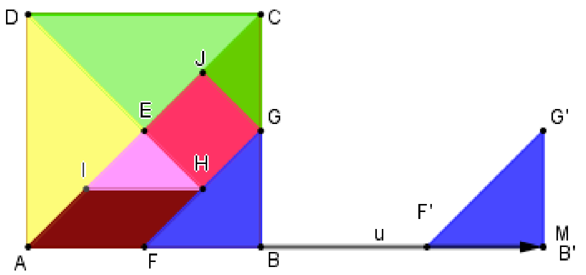


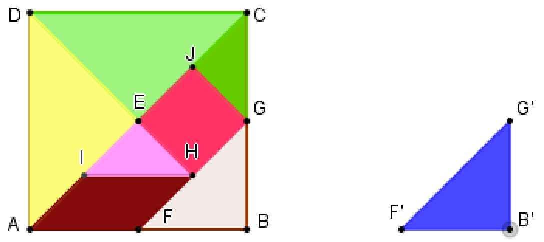
Fonte: Elaborado pelos autores utilizando o GeoGebra.

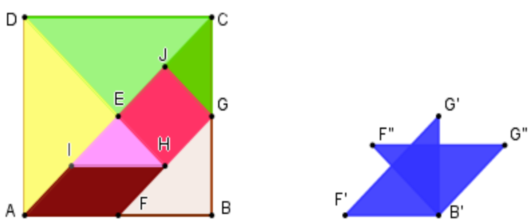
É a essa construção, inclusive obedecendo as cores correspondentes a cada elemento geométrico do Tangram, que vamos nos ater.

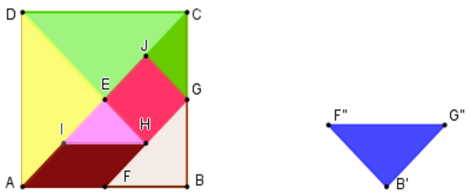
O quadro 3 representa o passo a passo da construção da figura acima, utilizando os comandos de isometria no plano do GeoGebra.

Quadro 3 – Passos demonstrando a formação de uma figura utilizando isometrias no GeoGebra

<table>
<tr>
<td>1° passo: transladar o triângulo médio azul pelo vetor u:


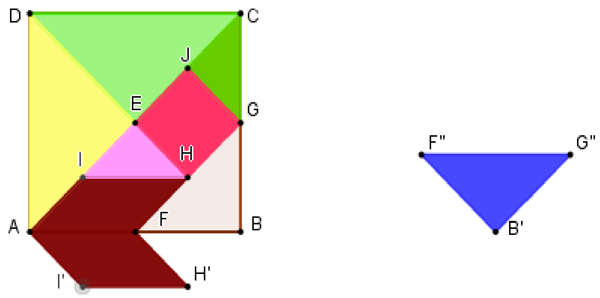
</td>
<td>2° passo: ocultar o triângulo transladado e o vetor utilizado, para limpar os vestígios da transformação.


</td>
</tr>
<tr>
<td>3° passo: rotacionar em 45° no sentido horário o triangulo médio em relação ao vértice B':


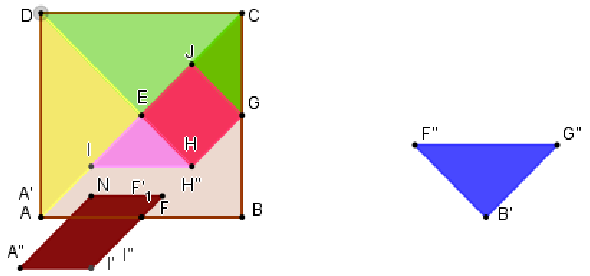
</td>
<td>4° passo: ocultar o triângulo médio anterior à rotação. Por ser sempre processo análogo, a partir de agora, vai ficar implícita a ocultação dos vestígios das transformações:


</td>
</tr>
</table>

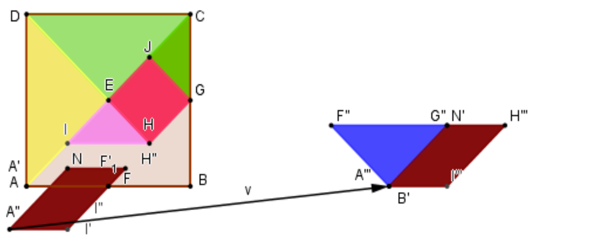
5° passo: refletir o paralelogramo em relação à sua base inferior:



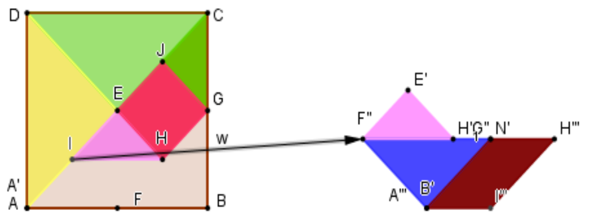
6° passo: rotacionar em 45° no sentido anti-horário o paralelogramo refletido em relação ao vértice I':



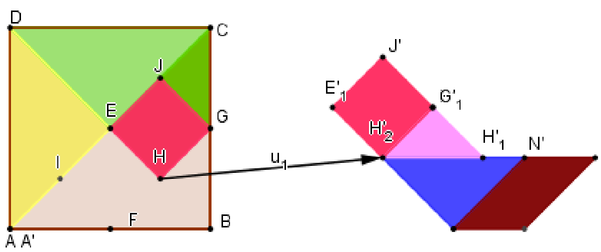
7° passo: transladar pelo vetor v, de extremidades A'' e B', o quadrilátero rotacionado:



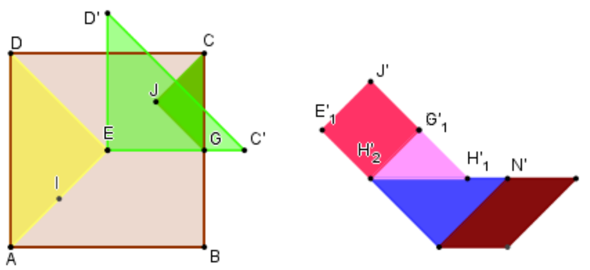
8° passo: transladar pelo vetor w, de extremidades I e F'', o triângulo menor rosa:



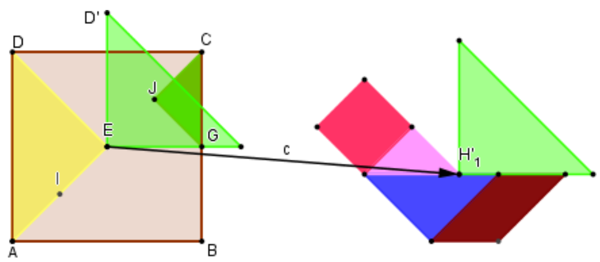
9° passo: transladar pelo vetor u_1, de extremidades H e H_2', o quadrado:



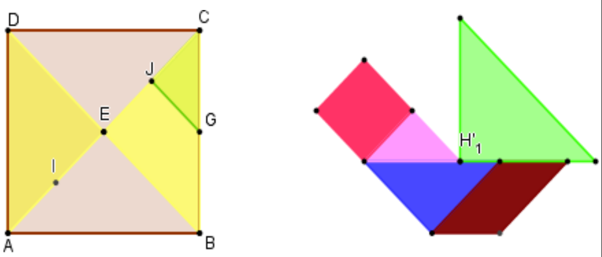
10° passo: rotacionar em 45° no sentido horário em relação ao vértice E o triângulo maior verde:

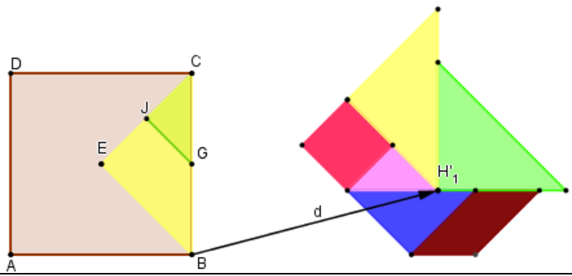
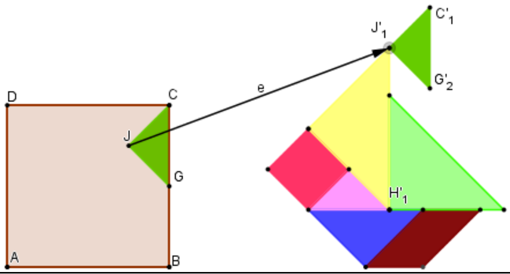
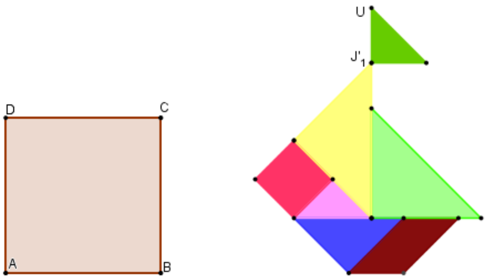
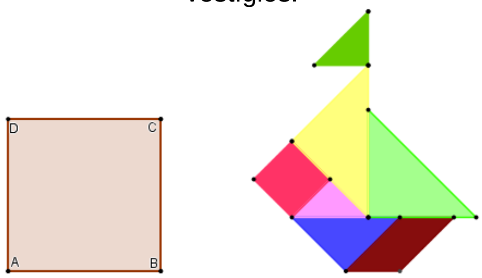


11° passo: transladar pelo vetor c, de extremidades E e H_1', o triângulo maior verde:



12° passo: refletir em relação ao vértice E o triângulo maior amarelo:



13º passo: transladar pelo vetor d, de extremidades B e H_1', o triângulo maior amarelo: 	14° passo: transladar pelo vetor e, de extremidades J e J_1', o triângulo menor verde: 
15° passo: rotacionar em 45° no sentido anti-horário em relação ao vértice J_1' o triângulo menor verde: 	16° passo: para concluir, refletir triângulo menor verde em relação ao lado $\overline{UJ'_1}$ e ocultar os vestígios. 

Fonte: Elaborado pelos autores utilizando o GeoGebra.

Ao usar as opções de isometria do plano nessas construções, são exigidos do aluno raciocínios abstratos, decisões e habilidades inerentes a rotações, translações e reflexões.

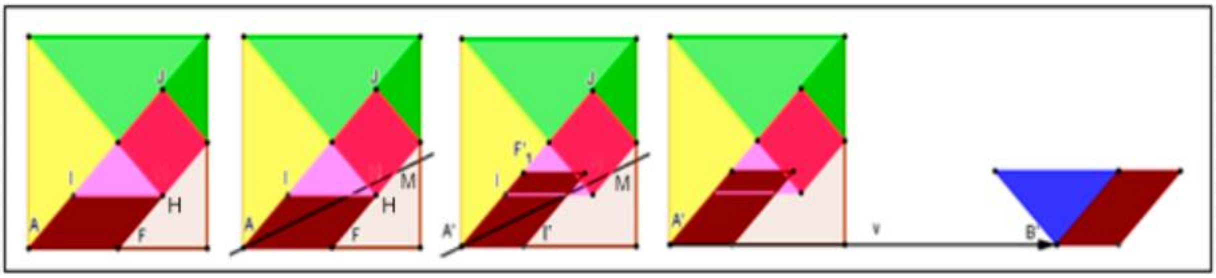
5 - Discussão das transformações, fazendo uma analogia com a Teoria da Atividade

Podemos conjecturar a compatibilidade e presença dos princípios da TA com os processos transcorridos durante a construção de uma figura de Tangram, tendo como ferramenta mediadora o GeoGebra e utilizando os comandos de isometria do plano. Isso se dá quando, por exemplo, no 1º passo da transformação da figura do Tangram (vide quadro 3), ao ter noções de amplitude e sentidos de rotação de ângulos, o indivíduo utiliza o artefato GeoGebra, o qual lhe proporciona um pensar matemático-com-tecnologia. Ele experimenta, simula, realiza procedimentos de tentativa e erro até que seja possível a movimentação desejada, e, com processos análogos, conclua as demais transformações. A presença de regras, embora implícitas, do jogo também é uma das características que dão a essa atividade as propriedades de vinculá-la à TA, haja vista que tais regras representam um dos seis elementos que compõem um sistema de atividades. Ressalte-se que a obediência a elas é uma das condições necessárias para o transcorrer da atividade, pois os polígonos do Tangram só se movimentam por intermédio da utilização das opções de isometria, dessa forma, não é possível alterar essa condição.

É possível, inclusive, detectar uma possibilidade de aprendizagem com potencial expansivo, como também é conhecida a TA, quando o indivíduo, mesmo conseguindo formar a figura desejada, reflete sobre tal construção e percebe que a quantidade de passos dados poderia ser reduzida e resolve refazê-la, utilizando-se de novas estratégias, diminuindo o número de passos, ou seja, percebe que não há uma única forma (único mecanismo de procedimentos). Nesse caso, se pensarmos a atividade como uma competição com diversos participantes, perceberemos fortes tensões entre eles, em busca de diferentes estratégias para a construção do mesmo objeto, na qual o vencedor será aquele que conseguir montar a figura utilizando o menor número de passos. Em outras palavras, podemos dizer que o indivíduo estava em uma situação estável, e, em um dado momento, surge um desejo ou necessidade que o impulsiona na busca pelo “diferente”. Esses questionamentos, críticas, autocríticas que originam tensões podem ser consideradas como possibilidades expansivas, conforme Souto (2013), e a inserção do elemento novo, como no caso o uso do GeoGebra, pode fazer emergir esse início.

Na construção aqui apresentada, ao fazermos inicialmente a “movimentação” do paralelogramo para a posição estabelecida no barquinho, foi necessária a utilização de três passos (5º, 6º e 7º passos, conforme quadro 3). Porém, alguns dias depois, fazendo uso de um pensar matemático-com-a-tecnologia de (BORBA, GADANIDIS & SCUCUGLIA, 2014), na tentativa melhorar essa etapa da transformação, realizamos novas simulações e encontramos uma alternativa para reduzir essa etapa de três movimentos para apenas dois, ou seja, fizemos uma reflexão do paralelogramo em relação à bissetriz do ângulo FÂI (vide o quadro 4, a seguir). Dessa forma, o lado menor do paralelogramo ficou na posição horizontal (posição desejada) e a sua inclinação, para a direita (posição estabelecida no barquinho), restando apenas transladar pelo vetor v com extremidades em A′ e B′, conforme o quadro 4. Então, a partir dessa nova forma de “mover” a figura, consideramos tratar-se de uma situação respaldada nos pressupostos teóricos da TA. Visto que, em Engestrom (2002), o autor diz que deve ser propiciado aos alunos aprender algo que ainda não está ali; eles se desenvolvem enquanto a vão criando.

Quadro 4 – Sequência de etapas em que existe a redução de um dos passos na construção da figura



Fonte: Elaborado pelos autores utilizando o GeoGebra.

Para a realização do movimento representado no quadro 4, faz-se necessário demonstrar que o segmento $\overline{A'I'}$ está posicionado na mesma reta suporte que o segmento $\overline{AF}$. Podemos demonstrar essa situação da seguinte maneira:

Como a semirreta $\overrightarrow{AM}$ é bissetriz do ângulo IÂF, então os ângulos IÂM e MÂF são congruentes. Dessa forma, ao realizarmos a reflexão do paralelogramo AIHF em relação à bissetriz $\overrightarrow{AM}$, o segmento $\overline{A'I'}$, conforme necessidade supracitada, irá se posicionar na mesma reta suporte em que estava posicionado o segmento $\overline{AF}$.

Julgamos que, por intermédio de observação atenta durante essa construção, conforme sugerem Engeström e Sannino (2010), podemos identificar, em períodos curtos de tempo, além dessas situações mencionadas, que alguns miniciclos de aprendizagem potencialmente expansivos poderão ocorrer. Portanto, do exposto, pressupomos que a TA pode se constituir em um referencial teórico para analisarmos as estratégias matemáticas envolvida na construção de uma figura obtida a partir das "peças" do Tangram, observando as transformações (movimentações) realizadas sobre tais objetos, sendo o GeoGebra essa ferramenta mediadora que se interpõem entre o sujeito que vai realizar a ação e o resultado que se deseja alcançar.

Considerações finais

Essa abordagem nos permite vislumbrar que a Construção de figuras do Tangram utilizando os comandos de isometria do GeoGebra é repleta de decisões e ações compostas diversas estratégias matemáticas. Essa complexidade ocorre porque para a construção de uma única figura é necessária a mobilização e interação de diversos conceitos matemáticos. Dessa forma, a atividade deixa de ser trivial, tomando uma nova dimensão, onde é percebida a necessidade de um aspecto cognitivo mais apurado. Conforme Engeström e Sannino (2010), as estratégias realizadas durante as tentativas de superação dos possíveis miniciclos potencialmente expansivos da atividade poderão ser submetidas à análise, mediante os diálogos existentes entre os sujeitos envolvidos na atividade, objetivando identificar indícios de movimentos potencialmente expansivos durante as construções.

É nessa perspectiva que estamos organizando nossa pesquisa, ou seja, com o aporte teórico-metodológico da TA, queremos investigar, por intermédio de uma abordagem qualitativa do tipo pesquisa exploratória, os prováveis conflitos cognitivos entre os alunos envolvidos nas estratégias matemáticas durante a construção das figuras. Dessa forma, pretendemos realizar a pesquisa com um grupo de alunos (no máximo 10) do 2º ano do ensino médio, de uma escola pública estadual do Município de Vitória da Conquista (BA). Os alunos participantes da pesquisa serão convidados a participarem (via Google Meet) onde receberão instruções sobre uso do

GeoGebra e, especialmente, sobre as isometrias no plano e, em seguida, serão desafiados a construírem algumas figuras do Tangram. Também será criado um grupo de WhatsApp (feito especialmente para a pesquisa) para acompanharmos as dúvidas, progressos, discussões etc. Os alunos serão divididos em grupos (para trabalharem remotamente), quando será solicitado que cada grupo grave seus diálogos e salve suas construções. Esses áudios, vídeos e imagens, bem como os diálogos dos chats e do grupo de WhatsApp serão os dados da pesquisa. Ressaltamos que todo esse processo ainda está em construção, podendo sofrer alteração.

Referências

BORBA, Marcelo de Carvalho; SCUCUGLIA, Ricardo R. da Silva; GADANIDIS, George. *Fases das Tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BULGARELLI, Camila de Castro *Isometrias no Ensino Básico*. 2018. 259f. Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestrado Profissional - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2018

DA SILVA, Raquel Silveira; GAUTÉRIO, Vanda Leci Bueno. Práticas Multidisciplinares: Atividades Lúdicas e Tecnologia Digital aliada ao estudo de Artes e Geometria. *RELACult-Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade*, v. 5, n. 4, 2019. Disponível em http://periodicos.claec.org/index.php/relacult/article/view/1253 Acesso em: 24/09/2020

DICKEL, Marley Tais *GeoGebra e isometrias: a ação de arrastar na construção de conceitos*. 2019. 93f. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

ENGESTRÖM, Y. (2001). <*Expasive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work*.> Último acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. *Activity Theory and expansive design. Theories and practices of interation design*, 2006.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: ten years after. 1999*. Disponível em: < *http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm*.> Último acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: an activity-theoretical approach to developmental research*. 1987 (Helsinki, Orienta-Konsultit). Versão online, disponível em: < *http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm*.> Último acesso 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y., MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R-L. (Eds.). *Perspectives on activity theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. *Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges*. Educational Research Review, v. 5, 2010.

HOMA, Agostinho Iaqchan Ryokiti; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. *Incluindo tecnologias no currículo de matemática: planejando aulas com o recurso dos tablets*. Revista Union, v. 48, p. 22-40, 2016.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

OLIVEIRA, Edicionina Marinho Gomes. *Estudo da isometria por meio do software GeoGebra: implicações pedagógicas de um curso de formação continuada com professores do 6º ao 9º ano em uma escola da rede pública de Amarante do Maranhão/MA*. 2018. 152f. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação, Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas, da Universidade do Vale do Taquari - UNIVATES, Lajeado, Maranhão, 2018.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 1997.

PICCOLO. M.G. *Historicizando a teoria da atividade: do embate ao debate*. Psicologia e Sociedade. 2012

RIBEIRO, Elizete Maria Possamai et al. *Sequência didática: Tangram*. Sombrio: IFC, 2012.

SANTOS, Solange Ferreira dos. *O uso do Tangram como proposta no ensino de frações*. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SILVA, M. D. F et. al. *Atividades Matemáticas com o GeoGebra*. (E-book. Orgs. SILVA, Maria Deusa F & ARAÚJO, Taiane. R. O). Amazon, 2018., n.p.n.
SILVA, M. D. F *GeoGebra Materiais*. Disponível em: <*https://www.geogebra.org/m/apMUMZ7M*>. Acesso em: 11/07/2020.

SOUSA, J.; PATARO, P. M. *Vontade de saber matemática*. São Paulo: Editora FTD, 2014.

SOUTO, D. L. P. *Transformações Expansivas em um curso de Educação Matemática a distância online*. 2013. 279 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP. Rio Claro, 2013a.

VYGOTSKY, L. *Mind em Society*. MA: Harvard University Press, 1978.

Artigo III

Movimentos potencialmente expansivos com alunos-isometrias-GeoGebra na construção de figuras do Tangram

Potentially expansive movements with student-isometries-GeoGebra in the construction of Tangram figures

ROBÉRIO PEREIRA ROCHA[14]

MARIA DEUSA F. DA SILVA[15]

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar as estratégias utilizadas por alunos na superação de contradições internas podendo indicar movimentos potencialmente expansivos na relação alunos-isometrias-GeoGebra ao construírem figuras do Tangram. O estudo foi pautado em uma abordagem qualitativa, configurando-se como uma pesquisa do tipo exploratória. Os dados da pesquisa foram produzidos, devido ao momento de pandemia, exclusivamente por meio de transcrições e prints de gravações realizadas nos ambientes Google Meet e WhatsApp. Fundamentamos o estudo por meio dos pressupostos teórico-metodológicos da teoria da atividade, utilizando como ferramenta analítica os miniciclos potencialmente expansivos provenientes dessa teoria. As nossas análises revelaram significativas superações de contradições internas, nas quais, acreditamos ter se manifestado indícios da ocorrência de aprendizagens potencialmente expansivas. A primeira dessas prováveis aprendizagens potencialmente expansivas surgiu pela divergência entre o que é estabelecido nas orientações do próprio GeoGebra e estratégias criadas pelos discentes após o manuseio do software, inovando o procedimento de translação por um vetor, tornando-o mais prático e preciso. Julgamos que a segunda aprendizagem potencialmente expansiva surgiu após a discordância gerada pelos discentes ao perceberem e justificarem a necessidade da utilização de apenas três, das quatro isometrias do plano do GeoGebra sugeridas para a formação de figuras do Tangram, excluindo, sem prejuízo, uma das isometrias no plano. Constatamos também, a manifestação de uma aprendizagem considerada como de nível II na escala de Bateson e não com uma aprendizagem com potencialidade expansiva. Os resultados encontrados nesse estudo, além de apontarem para os indícios de aprendizagens potencialmente expansivas por parte dos alunos, mostrou-nos como a pesquisa em Educação Matemática pode contribuir com a expansão do conhecimento dos próprios pesquisadores.

Palavras-chave: GeoGebra. Tangram. Isometrias no plano. Teoria da atividade. Aprendizagem potencialmente expansiva

ABSTRACT

This article aims to analyze the strategies used by students to overcome internal contradictions that may indicate potentially expansive movements in the student-isometries-GeoGebra relationship when building Tangram figures. The study was guided by a qualitative approach, configuring itself as an exploratory type of research. The research data were produced, due to the pandemic moment, exclusively through transcriptions and prints of recordings made in the Google Meet and WhatsApp environments. We based the study on the theoretical-methodological assumptions of activity theory, using as an analytical tool the potentially expansive minicycles from this theory. Our revealed significant overcoming of internal contradictions, in which, we believe, evidence of the occurrence of potentially expansive learning. The first of these potentially expansive learnings arose from the divergence between what is established in

[14] Mestrando, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), roberio.rocha2005@gmail.com

[15] Pós-Doutora, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Programa de Pós-Graduação em Ensino -PPGEn. maria.deusa@uesb.edu.br

GeoGebra's own guidelines and strategies created by students after handling the software, innovating the translation procedure by a vector, making it more practical and accurate. We believe that the second potentially expansive learning process emerged after the generated by the students when they realized and justified the disagreement the need to use only three of the four isometries of the GeoGebra plane for the formation of Tangram figures, excluding, without prejudice, one of the isometries in the plan. We also noticed the manifestation of a learning considered as level II on the Bateson scale and not with a potentially expansive learning. The results found in this study, in addition to pointing to evidence of potentially expansive learning on the part of students, showed us how research in Mathematics Education can contribute to the expansion of the researchers' own knowledge.

Keywords: GeoGebra. Tangram. In-plane isometries. Potentially expansive learning Activity Theory

Introdução

Observando o cotidiano das escolas de Ensino Básico onde atuamos, percebemos que, principalmente no contexto de pandemia, o planejamento e desenvolvimento de atividades envolvendo a utilização das Tecnologias Digitais (TD) em sala de aula têm sido uma prática pedagógica constante. Entretanto, quase que sempre, inexiste a reflexão sobre de que maneira essas atividades podem ser tratadas sob o olhar de teorias da aprendizagem compatíveis e, às vezes, experiências significativas nem sequer são socializadas. Acreditamos que muitas dessas experiências poderiam se constituir como elementos desencadeadores de processos cognitivos, fundamentados em teorias, trazendo novos elementos e fortalecendo teorias ainda em processo de construção.

Rocha e Silva (2021) falam da possibilidade de acentuar o grau de cognição em uma atividade que é normalmente trazida para a sala de aula: a construção do Tangram[16] e a formação de figuras utilizando os seus polígonos. Segundo eles, nessas situações, o aspecto matemático, limita-se à construção dos polígonos, cujos conceitos básicos são tratados, como: ponto, ponto médio, polígonos regulares, proporcionalidade, frações, porcentagem, dentre outros. Entretanto, quando se mudam as "peças" físicas e passa-se à construção das figuras com o uso da tecnologia digital, aliada aos conceitos de isometrias no plano do GeoGebra (IPG), é intensificado um pensar matemático-com-a-tecnologia (BORBA, GADANIDIS & SCUCUGLIA, 2014).

Diante desse contexto, Rocha e Silva (2021) ainda argumentam que a construção de figuras de Tangram com o uso das IPG, requer que os envolvidos realizem estratégias lógicas no sentido de reorganizarem o pensamento acerca do que já sabem, como por exemplo: mobilizar conhecimentos matemáticos relacionados a esses comandos; mobilizar esses conhecimentos por

[16] O Tangram, segundo Ribeiro et al. (2012), é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar, com o qual pode-se formar cerca de 1700 figuras.

meio da mediação da tecnologia (GeoGebra); tomar decisões, seguindo uma sequência de procedimentos estabelecidos.

Neste artigo, fundamentamo-nos na teoria da atividade (TA), para com um olhar bastante atento, analisarmos as estratégias utilizadas por alunos na superação de contradições internas que podem indicar movimentos potencialmente expansivos na relação alunos-isometrias-GeoGebra ao construírem figuras do Tangram. Diante do exposto e das circunstâncias proporcionadas pela nossa pesquisa, julgamos ser possível responder à pergunta norteadora de nossa pesquisa: *Quais estratégias alunos do ensino básico realizam ao construir figuras de Tangram utilizando as opções de isometria no plano do GeoGebra, à luz da Teoria da Atividade*?

Para responder satisfatoriamente à pergunta norteadora da nossa pesquisa, estruturamos este artigo da seguinte maneira: inicialmente apresentamos os conceitos dos elementos envolvidos em nossa pesquisa: GeoGebra, isometrias no plano e Tangram. A seguir, abordamos o nosso suporte teórico, a teoria da atividade, enfatizando as ideias de Engeström sobre aprendizagem expansiva, afunilando a nossa proposta de análise para as ideias a respeito dos miniciclos potencialmente expansivos. Em seguida, abordamos os procedimentos e instrumentos para produção de dados e aspectos metodológicos. Na sequência, analisamos os dados conseguidos de forma empírica e, finalmente, manifestamos as nossas considerações.

1 – Tecnologia e ensino da Matemática: software GeoGebra, Tangram e Isometrias no Plano

Influenciado pela perspectiva vygotskyana, Tikhomirov (1981), em sua teoria da reorganização do pensamento, vê o computador (artefato) como mediador essencial no processo de aprendizagem humana. Tikhomirov, considerando que a comunicação por meio do computador proporciona alternativas potencialmente distintas daquelas oferecidas pela linguagem oral, argumenta que ocorre uma reorganização na atividade de comunicação. Para esse autor, o computador possibilita feedbacks que proporcionam informações que reorganizam a forma de aprender do sujeito.

Nesse sentido, há muito tempo que autores apontam para potencial da tecnologia digital no contexto da Educação Matemática (Balacheff e Kaput, 1996; Gravina, 2001; Borba e Villareal, 2005). Pesquisas que atestam este potencial, em especial, quanto ao uso de *softwares* de geometria dinâmica já foram produzidas (Laborde, 1996; Gravina, 2001). Segundo Borba, Gadanidis e Scucuglia (2014), com o advento da internet rápida, as tecnologias em educação matemática tiveram um significativo avanço, para os autores um dos destaques entre as "tecnologias digitais" (TD) é o software de matemática dinâmica GeoGebra. O aplicativo

GeoGebra é um software livre, de caráter matemático criado em 2001 pelo, na época, doutorando, Markus Hohenwarter, na Universidade de Salzburgo, Áustria. Hohenwarter o criou com o objetivo de obter uma ferramenta que pudesse contribuir com o ensino de Matemática combinando elementos geométricos e algébricos. Utilizando-se o software GeoGebra, pode-se operar dinamicamente com geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo. O software também permite a construção de pontos, vetores, segmentos, retas, secções cônicas.

É interessante salientar que "o software GeoGebra pode ser obtido gratuitamente pelo site http://www.geogebra. org., sendo também disponibilizado para utilização online e navegação nos materiais gratuitos e interativos" (REHFELDT; QUARTIERI, 2015, p. 13). O software comporta uma barra de ferramentas composta por 12 ícones que são concebidos na tela. Para Rehfeldt e Quartieri (2015), o GeoGebra permite, por meio de pontos, retas, semirretas, segmentos de reta, polígonos, poliedros etc., realizar construções geométricas, inserir equações e funções, derivar e integrar funções, proporcionando a alteração dessas construções de forma dinâmica e interativa, mesmo após a sua conclusão.

Reforçando as contribuições do GeoGebra, Silva *et al* (2018), promovem atividades abordando conteúdos de Geometria Plana e Geometria Espacial, usando o GeoGebra com a proposta de proporcionar a apropriação dos conceitos e propriedades de maneira ativa. E dessa forma, levando os alunos ao aprendizado de conceitos e propriedades matemáticas a partir do desenvolvimento de roteiros, minuciosamente elaborados ao longo de estudos do Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino (GPETDEN)[17]. Grupo esse, onde são realizadas discussões sobre textos, atividades, vídeos e oficinas relacionadas ao uso das TD no ensino da matemática.

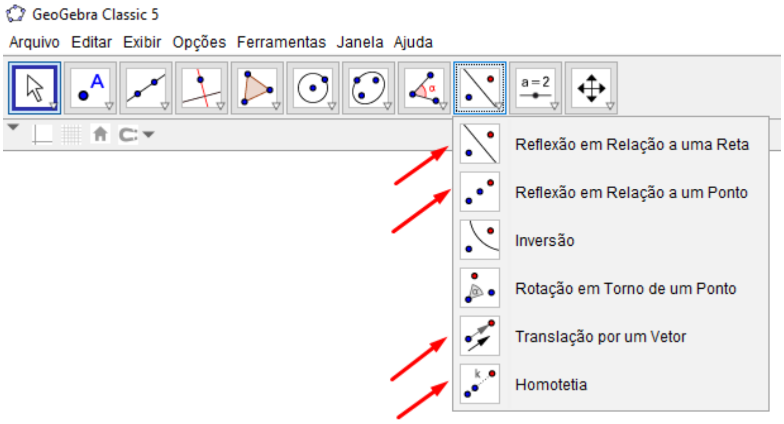
Dentre diversas utilidades, o software GeoGebra pode contribuir na dinamicidade e interatividade da aprendizagem das isometrias no plano. Mas, qual é esse recurso? E, afinal, o que é isometria mesmo? Segundo Nunes (2021), o vocábulo isometria tem origem etnológica grega (iso = igual + metria = medida). Ainda segundo o autor, isometria representa uma transformação geométrica que converte uma figura em outra geometricamente igual. Dessa forma, ela não altera a medida dos lados da figura nem a amplitude dos seus ângulos. Consequentemente, numa isometria só é modificada a posição da figura.

Visualizamos no GeoGebra, conforme figura 19, quatro tipos de isometrias no plano: *reflexão em relação a uma reta*, *reflexão em relação a um ponto*, *rotação em torno de um ponto* e *translação por um vetor*. É bom destacarmos que as demais transformações geométricas

[17] GPETDEN – Grupo de Pesquisa e Extensão em Tecnologias Digitais no Ensino. Fundado e coordenado, desde 2014, pela Prof. Drª. Maria Deusa Ferreira da Silva, docente da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-Uesb

ilustradas nessa figura, não representam transformações isométricas, visto que, tanto a *homotetia*, quanto a *inversão,* têm as características de mudar as dimensões das figuras após a sua aplicação. Sendo assim, essas duas transformações geométricas não farão parte do nosso estudo.

Figura 19 - Menu das isometrias no plano do GeoGebra



Fonte: Figura nossa, utilizando o GeoGebra (2021)

De acordo com Nunes (2021), uma figura tem simetria de reflexão em relação a uma reta quando ela admite pelo menos um eixo de simetria, sendo esse eixo, a reta usada com referência.

Lima (2007) menciona que isometria de reflexão em relação a um ponto O é a transformação que relaciona a cada ponto X do plano, um ponto X' com seguintes condições:

- Se X = O, então X' = O
- Se X é diferente de O então X' está na semirreta oposta à semirreta $\overrightarrow{OX}$ e os segmentos $\overline{OX}$ e $\overline{OX'}$ são congruentes.

Sousa e Pataro (2014) dizem que a transformação isométrica de uma figura encontrada ao girarmos, mediante a medida de um dado ângulo, todos os seus pontos em relação a um ponto zero em qualquer sentido é denominada simetria de rotação em relação a um ponto. Para Nunes (2021), uma determinada figura possui simetria de rotação se coincide com ela própria, mais do que uma vez, durante uma volta completa.

Ainda segundo Nunes (2021), a translação em relação a um vetor é uma isometria caracterizada pelo deslocamento de uma figura de acordo com uma direção, sentido e comprimento de um vetor estabelecido. Numa translação, todos os pontos da figura original são deslocados da mesma forma. Sendo assim, todos os lados que formam a figura inicial são transformados em segmentos de reta paralelos e com a mesma medida.

Discorreremos agora a respeito do terceiro elemento que compõe a nossa pesquisa: o Tangram. O Tangram, figura 20, é um quebra-cabeça chinês composto por sete polígonos, cuja origem não se sabe com precisão, apenas que se trata de um jogo de origem milenar. De acordo com Souza *et al.* (2008), utilizando os polígonos do Tangram é possível criar e montar

> cerca de 1700 figuras diferentes entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas entre outros. As regras desse jogo consistem em usar as sete peças em qualquer montagem as colocando lado a lado sem sobreposição. Este jogo foi trazido da China para o Ocidente por volta da metade do século XIX e em 1818 já era conhecido na América, Alemanha, França, Itália e Áustria. (SOUZA, E. R. et al., 2008, p. 1-2).

Independentemente de qual seja a história sobre a criação do Tangram (são diversas lendas), este quebra cabeça tem sido cada vez mais utilizado como material didático nas aulas de Matemática, pois apresenta um forte apelo lúdico e proporciona aos alunos o desenvolvimento de habilidades de pensamento. (SOUZA, E. R. et al., 2008, p. 2-3).

Figura 20 – Ilustração do Tangram

Fonte: Elaborada pelos autores (2021)

Após a realização de estudo para produzir uma revisão sistemática, Rocha e Silva (2021) selecionaram significativas pesquisas envolvendo a utilização da versatilidade do Tangram em atividades matemáticas: Santos (2019) realizou uma pesquisa abordando o uso do Tangram no ensino de matemática, concluindo que, quando usado adequadamente pelo professor, pode contribuir bastante para a formalização e apropriação de conceitos fracionários. Além disso, concluiu, também, que a utilização de recursos manipulativos, especificamente o Tangram, pode instigar a curiosidade, a abstração, a criatividade, a percepção espacial e a concentração dos alunos. Realizando estudo semelhante, Costa (2019) constatou em uma oficina envolvendo o Tangram, a ajuda na aliança da teoria com a prática a partir da utilização do Tangram como auxílio na resolução, exploração e proposição de problemas. Após a análise dos dados, foi concluído que os professores notaram as diversas alternativas para o uso do Tangram e que, associado à resolução de problemas, a utilização dessa perspectiva lúdica pode contribuir com a motivação discente, a melhor compreensão de conceitos, o desencadeamento da autonomia e da criatividade. Silva e Gautério (2019) concluíram que quando os alunos são desafiados a operar com os conceitos, eles os compreendem com maior facilidade e, além disso, as atividades lúdicas em grupo, no caso específico o GeoGebra aliado ao Tangram, contribuem para o desenvolvimento da autonomia, da criticidade e da colaboração, pois os induzem a estabelecer relações entre os que já dominam o conteúdo e os que desejam aprender.

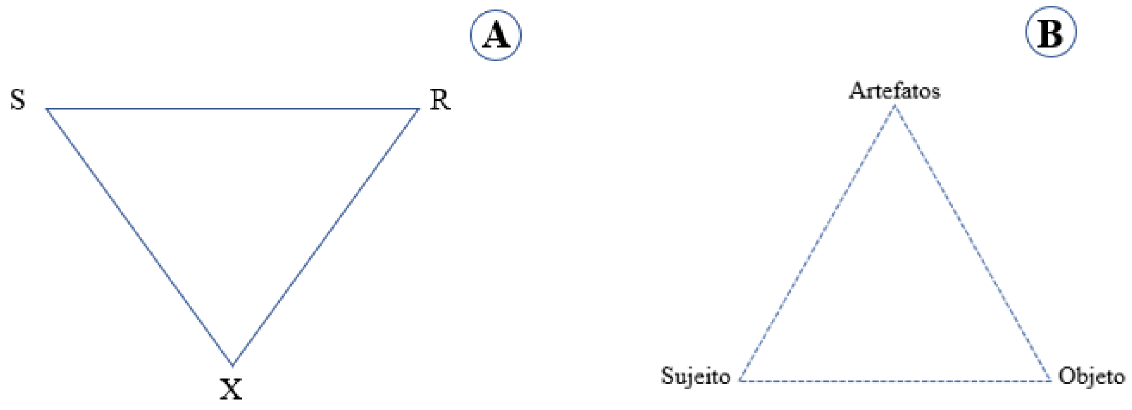
2 - Teoria Histórico-Cultural da Atividade considerando as contribuições de Vygotsky, Leontiev e Engeström

Segundo Engeström (1999). A teoria histórico cultural da atividade (TA) tem suas bases na filosofia alemã de Kant e Hegel, nas obras de Marx e Engels e na psicologia histórico-cultural soviética de Vygotsky, Leontiev e Luria, que vem sendo desenvolvida desde 1920, buscando compreender a formação humana na atividade social. Para Kuutti (1996) a TA se refere a um aporte filosófico e multidisciplinar com o intuito de estudar as diversas formas de práticas humanas como processos de desenvolvimento, com os aspectos social e individual ao mesmo tempo

Vygotsky (1981) defende que, independentemente do tipo de resposta, o processo da relação $S \rightarrow R$ (estímulo $\rightarrow$ resposta), proposto pelo behaviorismo, é estático. A teoria vygotskyana de mediação cultural, concebendo-se toda ação humana com o mundo não é direta, mas sim. Essa concepção foi representada por Vygotsky num modelo triangular, (figura 21 – A), incluindo um terceiro elemento (X), intermediando os outros dois elementos ($S \rightarrow R$). Nessa concepção, o indivíduo não poderia ser entendido separadamente dos meios culturais e sociais no qual está imerso; a sociedade, analogamente, não poderia ser entendida sem os indivíduos que a compõem e os artefatos produzidos por ela.

Segundo Vygotsky (1984), a criação e a utilização de signos auxiliares, elemento X na figura 21 – A, para resolver um problema psicológico (relacionar, lembrar, escolher etc.) são relativamente análogas à criação e utilização de instrumentos de trabalho. Sendo este último, responsável por mediar atividades de fluxo externo. Já na mediação dos signos, o individuo pode controlar de forma voluntária sua capacidade psicológica (atividade interna), ampliando sua capacidade de atenção, acúmulo de informações etc. Nesse sentido é esclarecido porque, na figura 21 – B, que ficou conhecida em novas simbolizações da TA, os artefatos mediadores representam o elo entre sujeito e objeto sendo compostos pelos instrumentos e signo.

Figura 21 – (A) Modelo inicial de ação mediada, Vygotsky, e (B) reformulação atual.



Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Vygotsky (1984) e Engeström (1991)

Leontiev (1978) esclarece que, na proposta behaviorista, é ignorado o processo em que são realizadas conexões reais do sujeito com o mundo dos objetos. Entretanto, essa lacuna é preenchida pela forma representada na figura 21 – B, em que os artefatos mediadores são compostos pelos instrumentos e os signos.

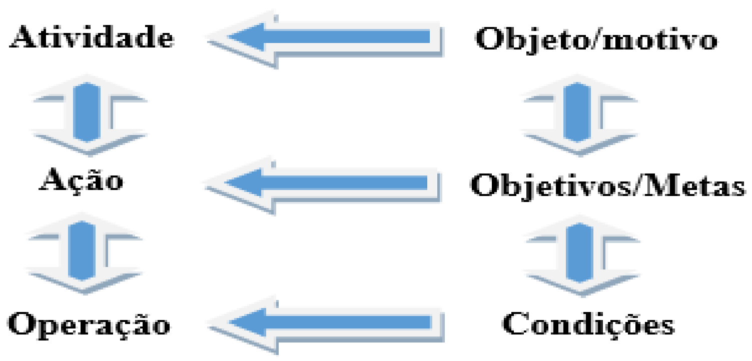
A partir do trabalho de Vygotsky, Leontiev (1978), formulou as suas próprias ideias e deu continuidade ao desenvolvimento da teoria da atividade. Ele ampliou a noção de mediação integrando as inter-relações do indivíduo com a sua comunidade. Leontiev (1978) enfatizou às peculiaridades da organização social em uma atividade coletiva por meio do exemplo da caça coletiva do homem primitivo. Nesse contexto, é analisada as regras e divisão de trabalho dos indivíduos envolvidos na caça, cada um com sua necessidade particular, e se organizam no processo da caça, atribuindo um trabalho individual a cada um deles.

A atividade é o centro nas investigações de Leontiev. Nesse sentido, Leontiev (1983) enfatiza seu caráter objetal, quer dizer, o fato de a atividade ser orientada pelo objeto. O objeto, tanto real quanto ideal, é o que responde à necessidade do sujeito da atividade. O motivo é o estímulo que conduz a atividade a determinado objeto.

Enquanto a atividade pode ser identificada pelo objeto (ou motivo), as ações o são pelo seu objetivo (ou meta) e as operações, pelas condições instrumentais (ou condições operacionais) para sua realização.

Além dessa característica objetal, com o intuito de compreender a estrutura da atividade, Leontiev (1978) analisa os seus componentes: as ações e operações. De acordo com o diagrama da figura 22. A atividade é entendida como um sistema amplo e é estimulada pelo motivo, seu objeto, e as ações são direcionadas ao seu objetivo (ou meta). Já as operações, são identificadas pelas condições instrumentais (ou condições operacionais) para a sua realização. São resultados da mecanização de uma ação individual após reincidentes realizações.

Figura 22 – Esquema de estrutura de atividade

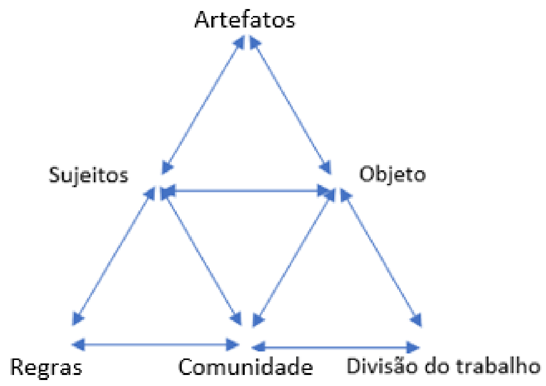


Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Leontiev (1978)

A diferenciação entre atividade, ação e operação é a base do modelo de Leontiev (1978). Para definir a atividade, é necessário explicar seu motivo, seu objeto. Após isso, podem-se estabelecer as ações e as operações que comporão a atividade. Cenci e Damiani (2018), dizem que esses três níveis – atividade, ação, operação – são intercambiantes, de acordo como se alteram os motivos e a tomada de consciência em relação a eles. Para as autoras, por exemplo, quem está lendo este texto, poderá ter como atividade a leitura em si, porém poderá estar realizando a leitura por outro motivo, como referenciar o seu conteúdo em um trabalho que está escrevendo. Na primeira situação, a leitura é atividade, na segunda, é ação, compondo outra atividade, isto é, a realização de um trabalho. Na mesma situação, para realizar a leitura do texto, é necessário que se saiba decodificar a escrita, coisa que se faz de forma inconsciente. Essa situação é caracterizada como uma operação, pois esse processo de decodificação das letras já está automatizado.

Com base nas concepções de Vygotsky e de Leontiev e ideias originais, Engeström (1987), apresentou um diagrama para a representação de um sistema de atividade coletiva (figura 23). O diagrama tem como componentes o sujeito, objeto, artefatos, regras, comunidade e divisão do trabalho. Nesse modelo, o sujeito pode ser um indivíduo ou grupo de pessoas envolvidas em propósito, sendo o poder de ação do sujeito o foco da análise; objeto é a matéria-prima ou espaço problema na direção do qual a atividade se desenvolve; os artefatos mediadores representam tanto as ferramentas físicas, quanto as ferramentas psicológicas (signos); comunidade refere-se aos indivíduos que, mesmo não diretamente envolvidas nas ações dessa atividade, de alguma forma compartilham o mesmo objeto; divisão do trabalho diz respeito ao status e à divisão das tarefas entre os sujeitos da atividade, correspondendo às maneiras como são distribuídas e organizadas as ações e operações necessárias para a realização da atividade; e as regras se referem às normas e convenções explícitas e implícitas que conduzem as relações dentro do sistema de atividade.

Figura 23 – Sistema de atividade



Fonte: Elaborada pelos autores baseada em Engeström (1987).

Não se pode desconsiderar, também, que um sistema de atividades está sempre conectado a outros sistemas por meio de algum de seus componentes e que se um componente do sistema muda, outras transformações devem se manifestar para ajustar o sistema de forma integral. Engeström (2001) sugere que as ações orientadas ao objeto são sempre, explícita ou implicitamente, caracterizadas por ambiguidade, interpretação, atribuição de sentido e potencial para transformação.

Engeström (2001) defende a existência de cinco princípios básicos que ajudam a sintetizar a Teoria da Atividade. O primeiro princípio diz que um sistema de atividade, mediado por artefatos, orientado para um objeto e construído coletiva e continuamente, é visto como uma unidade básica de análise.

O segundo princípio refere-se à multivocalidade nos sistemas de atividades. Dentro do sistema, há múltiplas vozes, visto que, diferentes indivíduos, possuindo história própria e que ocupam posições diversas na organização do trabalho, constroem o objeto e outros componentes da atividade de maneiras distintas, ou mesmo divergentes, em relação à perspectiva de demais membros de sua comunidade.

O terceiro princípio é o da historicidade. Sistemas da atividade assumem uma determinada forma e transformam-se por um longo período de tempo e seus problemas potenciais só podem ser compreendidos estudando-os em função da sua história. Esse estudo deve considerar o histórico da atividade em foco e de seus objetos, assim como o histórico das bases teóricas e das ferramentas que a influenciam.

O quarto princípio refere-se ao papel central das contradições como fontes de mudanças e desenvolvimento e não como problemas ou conflitos. Para Engeström (2001), as modificações na atividade ao longo do seu desenvolvimento são motivadas por contradições internas no sistema de atividade, que são manifestadas por tensões que se evidenciam através de situações-problema internas ao sistema de atividade. O desenvolvimento se manifesta por meio da superação dessas tensões.

Por fim, o quinto princípio refere-se à possibilidade de transformações expansivas da atividade. Estas ocorrem

> [...] quando objeto e motivo de uma atividade são recontextualizados para envolver um horizonte radicalmente mais amplo de possibilidades do que em modos anteriores da atividade (Engeström, 2001, p. 137).

Ao passo que as contradições de um sistema de atividade se aprofundam, reordenamentos, renegociações e uma dinâmica construção do sistema de atividade podem emergir. Diante desse contexto, as regras podem ser reinterpretadas, as tarefas redistribuídas e mesmo os objetos podem ser reconceitualizados, provocando mudanças no papel dos elementos que constituem a atividade. Dos cinco princípios listados, a atenção especial é dada, por Engeström, a este último. Esse princípio está diretamente vinculado à aprendizagem expansiva, sendo essa, a nossa próxima abordagem.

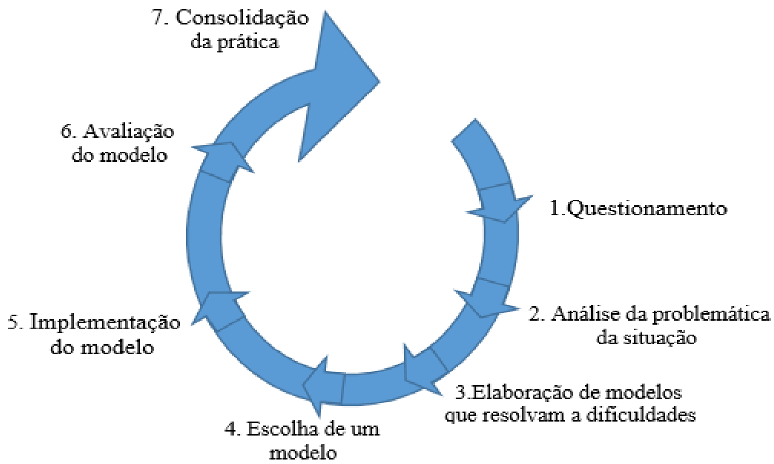
3 - Aprendizagem expansiva

Para Engeström e Sannino (2010), a concepção da aprendizagem expansiva é qualitativamente diferente das concepções de aprendizagem pautadas na *aquisição*, com viés cognitivista. Nessa perspectiva, o discente, considerado como indivíduo e como comunidade, elabora um novo objeto para a sua atividade e o implementa na prática, simultaneamente à sua elaboração.

Segundo Engeström (2001), a teoria da aprendizagem expansiva tem suas bases nos estudos de Gregory Bateson (1972/2000) que classifica a aprendizagem em três níveis. O nível I representa a aquisição e reprodução de respostas consideradas corretas em um determinado contexto. O nível II representa a apropriação de regras e padrões de comportamento característico de determinado contexto. Eventualmente, surgem demandas contraditórias nesse último nível, criando dilemas que podem levar as pessoas ao nível III de aprendizagem, com essas passando questionar radicalmente o sentido e significado do contexto, construindo um contexto alternativo mais amplo. Engeström (1987) usou como base para teoria da aprendizagem expansiva, o nível III de Bateson. Segundo Engeström (2001), quando uma pessoa ou grupo em uma atividade se depara com uma contradição, essa situação pode gerar questionamentos quanto ao significado daqueles padrões nos quais a atividade está inserida.

Os princípios do processo de análise utilizados durante a nossa pesquisa são baseados no Ciclo de Aprendizagem Expansiva (figura 24). Para Engeström (1999b), geralmente se inicia com a socialização e formação dos aprendizes que, dessa forma, tornam-se membros competentes para realização da atividade, que, de forma rotineira, segue o seu curso. Inicialmente, predomina-se o processo de internalização que, para Engeström (1987), está ligado à reprodução de cultura e culmina com a externalização que, para esse autor, está ligado à criação de novos artefatos ou novas estratégias que e permitam uma solução para o problema em questão. Um ciclo de aprendizagem expansiva, conforme figura 24, é composto por sete etapas: (1) Questionamento, crítica ou rejeição de uma situação; (2) Análise da problemática da situação; (3) Elaboração de modelos que resolvam a dificuldade; (4) Escolha de um modelo; (5) Implementação do modelo; (6) Avaliação do modelo; (7) Consolidação da prática:

Figura 24 – Diagrama representativo de um ciclo de aprendizagem expansiva



Fonte: Nossa baseada em Engeström (2000)

A aprendizagem expansiva implica à construção coletiva de mudanças. Nessa concepção, Engeström (1987) refere-se a uma ZDP coletiva que possibilita a aprendizagem expansiva a partir das ações coletivas, produzindo uma nova forma de realizar a referida atividade, ao invés de referir-se às possibilidades de desenvolvimento de um indivíduo por meio da mediação, como propõe Vygotsky (1991).

Essa nova perspectiva de aprendizagem lança, também, um novo olhar sobre o conceito de internalização. Engeström (1987, 1999) conceitua a aprendizagem como ocorrendo em ciclos expansivos, envolvendo internalização e externalização.

> O ciclo de expansão de um sistema de atividade inicia-se priorizando a internalização, na socialização e no treinamento dos novatos para que se tornem membros competentes para a realização da atividade que, rotineiramente, segue o seu curso. A externalização criativa ocorre, primeiramente, como inovações individuais discretas. Com o aumento das rupturas e contradições da atividade, o processo de internalização rapidamente assume a forma de reflexão crítica por parte dos indivíduos – e a externalização, a busca por soluções, aumenta. A externalização atinge o seu máximo quando um novo modelo de atividade é construído e implementado. Com a estabilização do novo modelo, a internalização das suas formas e seus meios torna-se novamente o modo dominante de aprendizagem e desenvolvimento. (ENGESTRÖM, 1999, p. 33-34, tradução nossa).

A Internalização e a externalização são complementares no processo de aprendizagem e efetivação de mudanças. Dessa forma, os sistemas de atividade estão constantemente nesse movimento de internalização-externalização.

De acordo com Engeström e Sannino (2016), os ciclos de aprendizagem expansiva em larga escala são acompanhados de ciclos menores. Estes podem ser realizados em uma escala de tempo reduzida, podendo ter a sua conclusão em curtos intervalos de tempo. Os autores salientam que esses miniciclos, apesar de capazes de possibilitar ricas ações de aprendizagem, devem ser considerados como potencialmente expansivos, uma vez que as ocorrências destes miniciclos de aprendizagem não garantem que haja um ciclo expansivo de longa duração em andamento.

Para Borba e Souto (2013) os primeiros indícios de um miniciclo potencialmente expansivo podem ser identificados nos momentos em que surgem dúvidas, questionamentos, críticas que indiquem a gênese de contradições internas (ou tensões). Geralmente, a implementação de uma dada mídia, uma mudança de regras, uma nova forma de organização do trabalho, um dilema ou a interferência de fatores externos ao sistema podem provocar essas tensões.

Nesse sentido, identificamos a utilização de miniciclos potencialmente expansivos como ferramentas de análise em estudos, abordando situações de sala de aula (ENGESTRÖM, 2011; DAVID e TOMAZ, 2015). David e Tomaz (2015), por exemplo, constataram a ocorrência e desenvolvimento de quatro miniciclos potencialmente expansivos durante uma aula abordando o conteúdo regra de três. Nós, por meio dos pressupostos teóricos da TA pretendemos atingir o objetivo desse nosso artigo que é: analisar as estratégias utilizadas por alunos na superação de contradições internas podendo indicar movimentos potencialmente expansivos na relação alunos-isometrias-GeoGebra ao construírem figuras do Tangram.

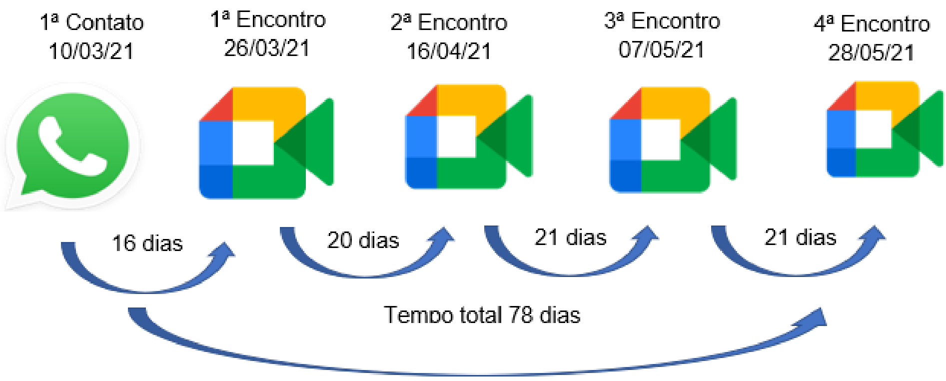
Diante disso consideraremos a orientação de Lima e Cunha (2018), quando sugerem que para analisarmos um miniciclo potencialmente expansivo, é difícil constatarmos como ocorre a etapa de consolidação do novo modelo, com a sua externalização social. Ainda segundo as autoras, a finalização desse miniciclo potencialmente expansivo vai ocorrer quando o professor, por meio da interação com o aluno, conseguir estabelecer parâmetros estáveis que irão, potencialmente, viabilizar o desenvolvimento da atividade pelo educando, modificando o objeto do sistema de atividade. As autoras concluem dizendo que esse processo permite que o professor, ao se envolver com uma situação imprevista, se envolva nesses miniciclos, mobilizando saberes e solucionando problemas, constituindo novos conhecimentos e uma nova prática.

4 - Procedimentos e instrumentos para produção de dados

Como já mencionado anteriormente, a nossa pesquisa foi realizada exclusivamente no ambiente online e os dados foram transcritos de gravações realizadas no Google Meet, chat e imagens printadas desse mesmo ambiente, além de algumas manifestações em grupo de WhatsApp criado para essa finalidade. Em relação aos alunos participantes da pesquisa, inicialmente, fizemos o convite de forma geral e, após a definição dos que iriam participar do estudo, criamos o grupo de WhatsApp, mantendo contato durante, aproximadamente, duas semanas para organizar e agendar o início da pesquisa no Google Meet.

Conforme a figura 25, por meio do contato com o WhatsApp, construímos um cronograma composto de quatro encontros virtuais, sempre com a participação do professor pesquisador, no intuito de favorecer o início de miniciclos potencialmente expansivos e, caso seja necessário, auxiliar os alunos no seu desenvolvimento. Além disso, o acompanhamento do pesquisador durante o percurso da atividade favorece a ele precisão, tanto na produção, quanto na análise dos dados. O contato por meio do WhatsApp e os quatro encontros realizados no ambiente do Google Meet foram distanciados sequencialmente por 16, 20, 21 e 21 dias, totalizando, assim, um período de 78 dias, compreendidos entre o primeiro e último contato com o professor pesquisador e os discentes envolvidos no processo.

Figura 25 – Cronograma dos contatos entre professor pesquisador e alunos



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Os encontros tiveram duração de aproximadamente duas horas cada um. No primeiro, apresentamos a eles o GeoGebra e, inclusive, passamos as orientações necessárias para a instalação do software. Instruímos, também, quanto aos conceitos e a utilização das isometrias no plano do GeoGebra, pois apesar de eles terem tido o contato com o software (a professora do ano anterior havia realizado atividades no GeoGebra com a turma), os comandos de isometria não foram utilizados. Nos demais encontros, os alunos foram os protagonistas da atividade, discutindo entre si sobre quais polígonos do Tangram deveriam movimentar e quais isometrias utilizar em cada situação. Interferíamos quando solicitados ou quando se fizesse necessário.

Durante os encontros, para os excertos (diálogos), representando intervenções dos sujeitos da atividade, serão atribuídos nomes fictícios aos alunos, as datas em que ocorreram e suas respectivas origens, ou seja, se foi por meio de gravações do Google Meet, chat ou WhatsApp. Além de nomes fictícios, os alunos sugeriram serem representados por meio de avatares, conforme figura 26. Aceitamos a sugestão, inclusive porque, segundo Leontiev (1978), para uma atividade ocorrer como tal, é essencial a espontaneidade e motivação dos sujeitos ao participarem das atividades propostas.

Figura 26 – Avatares com os respectivos nomes fictícios dos alunos

Fonte: Imagens escolhidas pelos alunos da pesquisa (2021)

De forma geral, os textos foram transcritos tais como expressos pelos sujeitos da atividade. Entretanto, alguns deles apresentaram ajustes, não comprometendo a sua fidelidade, objetivando melhor compreensão por parte dos leitores. Lüdke e André (1986) reiteram esse ponto de vista, ao afirmarem que:

> As palavras, os gestos, os depoimentos, as observações feitas entre os sujeitos ou entre estes e o pesquisador devem ser registrados. Na medida do possível devem-se utilizar as suas próprias palavras. As citações são extremamente úteis para analisar, interpretar e apresentar os dados. (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 30).

Feitas a produção, registro e organização dos dados, tornou-se possível o processo de análise, seguindo os pressupostos de Triviños (1987), ao dizer que a análise dos dados representa sua organização, ajuste em unidades manipuláveis, síntese, padronização, identificação dos aspectos importantes que serão anunciados aos pesquisadores que se interessarem pelo tema. Particularmente, como veremos na próxima seção, o nosso processo de análise consistiu na identificação de tensões no sistema de atividade, culminando, às vezes, com a transformação do objeto do sistema e, caso essa transformação tenha se manifestado, julgamos ter ocorrido uma aprendizagem com potencialidade expansiva. Nesse sentido, nas seções seguintes identificamos e descrevemos dois miniciclos potencialmente expansivos e discorremos sobre as aprendizagens potencialmente expansivas proporcionadas por cada um deles. Sistematizamos essas análises de aprendizagens potencialmente expansivas em dois episódios, como veremos a partir da próxima seção. Além disso, destacamos num terceiro episódio não caracterizado com uma aprendizagem com potencial expansivo, mas sim uma aprendizagem de nível II, conforme escala de Bateson.

5 - Aprendizagens potencialmente expansivas

Episódio 1: Tensão originada pela divergência entre o que é estabelecido nas orientações do próprio GeoGebra em relação à translação por um vetor e as estratégias criadas pelos discentes após o manuseio desse software.

No nosso primeiro contato com os discentes, apresentamos um questionário perguntando se conheciam o software GeoGebra. A resposta dada foi positiva, mesmo porque, como já mencionado, já sabíamos haviam trabalhado com esse Software. Entretanto, quando foram perguntados se já conheciam as isometrias no plano do GeoGebra, conforme o excerto abaixo, foram unânimes em responder que desconheciam.

Kleber*: Eu já tinha ouvido falar de isometrias, mas não no GeoGebra. Quero conhecer.*

D. Oliver*: Nunca tinha ouvido falar, mas estou curioso pra conhecer.*

Joana*: Não conheço. Gostaria de conhecer.*

Eneaga*: Me lembro um pouco de ouvir falar. Mas, no GeoGebra, não...*

Kleber e Eneaga revelaram praticamente a mesma situação: a de já ter ouvido falar das isometrias do plano, mas não vinculadas ao software GeoGebra. Já, D. Oliver e Joana, disseram que nunca tinham ouvido falar nas isometrias do plano. Entretanto, nas respostas é notável o interesse, a motivação, dos alunos em conhecerem as isometrias do plano no ambiente do GeoGebra.

Os comentários anteriores e os de Joana e D. Oliver manifestados no ambiente do WhatsApp e, apresentados a seguir, demonstram as motivações do grupo e, de certa forma, contribuem para uma convergência de ideias em relação ao objeto inicial do sistema de atividade.

Joana: Eu tenho interesse em conhecer em aprofundar os meus conhecimentos em relação ao GeoGebra pra poder me ajudar na compreensão da matemática. Me parece que será interessante essa aproximação com o GeoGebra utilizando as isometrias do plano

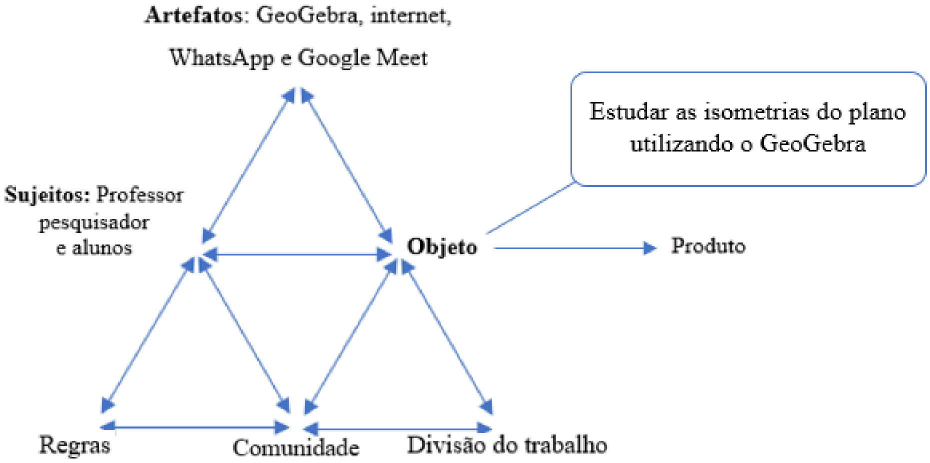
D. Oliver: Acho que lidar com as isometrias no plano do GeoGebra vai ser muito interessante, anda mais porque o professor disse que depois vamos usá-las pra formar figuras do Tangram.

Nos excertos acima, percebe-se que existe uma unanimidade no que se refere a não conhecer as isometrias no plano do GeoGebra. Percebe-se, também, um desejo dos alunos em se informar a respeito das isometrias no contexto do GeoGebra. Essas falas sugerem que, inicialmente, a motivação do grupo era compreender as isometrias no plano, utilizando o GeoGebra. Usando esse motivo como referência, podemos julgar que o objeto do sistema, nesse momento, está relacionado a estudar as isometrias do plano utilizando o GeoGebra (Figura 27).

Como essa pesquisa foi realizada totalmente de forma online, utilizando o aplicativo WhatsApp e o Google Meet como ambientes de contato, podemos dizer que esses elementos, assim como a internet e o GeoGebra, estão exercendo a função de artefatos do sistema de atividade. Fazendo analogia com Souto (2014), nesse momento o GeoGebra desempenha o papel de artefato, visto que, havia o passo a passo orientando as construções envolvendo esse aplicativo e as isometria no plano. Ainda analogando com Souto (2014), a internet, também, aparece no papel de artefato ao mediar as relações dos sujeitos entre si e com o objeto inicial do sistema de atividade: estudar as isometrias do plano utilizando o GeoGebra.

Diante do exposto, podemos, conforme figura 27, esboçar uma representação triangular do sistema de atividade do referido grupo.

Figura 27 – Representação inicial do sistema de atividade



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Como é visto na representação triangular da figura 27, o professor pesquisador e os alunos fazem o papel de sujeitos do sistema e, além disso, as funções do objeto e artefatos mediadores estão, também, representados. A caracterização dada às regras, a forma como foi organizado o trabalho (divisão do trabalho), a representação da comunidade e a identificação do produto da atividade, serão analisados gradativamente conforme o sistema for se desenvolvendo.

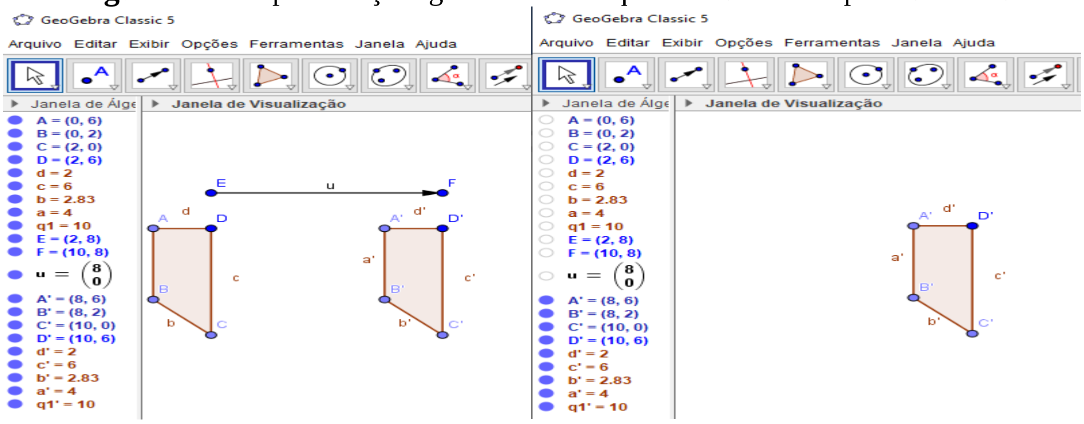
No decorrer da proposta da atividade, com o intuito de tornar os discentes membros competentes para o seu transcorrer dessa atividade, após a exposição de forma participada dos conceitos relacionados às IPG, apresentamos aos alunos alguns exercícios, anexos na dissertação, abordando os conceitos básicos necessários. Depois de solucionados os exercícios, nos enviaram as resoluções pelo aplicativo WhatsApp e, no encontro seguinte, fizemos as devidas observações, dirimindo as dúvidas surgidas. Esse procedimento, promovendo a internalização, é sugerido por Engestrom (1999), quando o autor diz que o ciclo de expansão de aprendizagem sistêmica é iniciado com ênfase quase que exclusiva na internalização, na socialização e na preparação dos novatos para que se tornem membros competentes em relação à realização da atividade que, de forma rotineira, segue o seu curso.

Feitos esses esclarecimentos, apresentaremos uma das intervenções realizadas pelos alunos, na qual, para solucionar a questão 3.3, com enunciado

> Utilizando a ferramenta , construa um polígono qualquer e, em seguida, usando a ferramenta , trace um vetor externo ao polígono construído. A seguir, usando a ferramenta , clique no polígono construído e depois no vetor traçado para obter uma isometria de translação por um vetor. Conclua, ocultando as figuras e elementos precendentes às movimentações (Apêndice 2 da dissertação).

o aluno *D. Oliver*, por meio do software GeoGebra e fazendo uso dos conceitos basícos trabalhados pelo professor pesquisador, nos deu a resolução representada na figura figura 28.

Figura 28 – Representações geométricas da questão 4.3 criadas por ***D. Oliver***.



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Durante esse exercício, que explora a translação de uma figura por um vetor e solicita a ocultação das figuras que precedem a translação, como o próprio enunciado se apresenta em forma de um roteiro bem detalhado, o aluno realizou a tarefa de forma satisfatória e, sendo assim, não identificamos a presença de tensões originadas por questionamentos e insatisfações. O treinamento do indivíduo, segundo Engeström (1987), considerando a historicidade e a internalização, é necessário no sentido de prepará-lo para participação ativa na atividade. Julgamos que, de acordo com as manifestações entre os alunos (abaixo), esse processo não se configurou como um objeto do sistema de atividade (Engeström, 1987), no sentido de constituir um obstáculo a ser superado:

Samuel: *Pra mim foi fácil bastou seguir o passo a passo.*

Kleber: *Até agora tá fácil. Bastou seguir o passo a passo. Mas depois, pra montar as figuras do Tangram teremos que tomar decisões e usar a criatividade.*

Diante disso, acreditamos que esses conceitos básicos de isometria do plano realizam, nesse momento, o papel de artefato do sistema de atividade.

No encontro do dia 26 de março de 2021, quando *Kleber* estava fazendo o compartilhamento das movimentações para os colegas, D. Oliver, que havia construído a representação geométrica indicada na figura 28, demonstrou uma insatisfação em relação à forma como a translação por um vetor é sugerida, tanto no passo a passo do roteiro da tarefa, quanto na orientação dada pelo próprio software GeoGebra, localizada abaixo do ícone  , onde diz "selecione primeiro o objeto a ser transladado e, depois, um vetor".

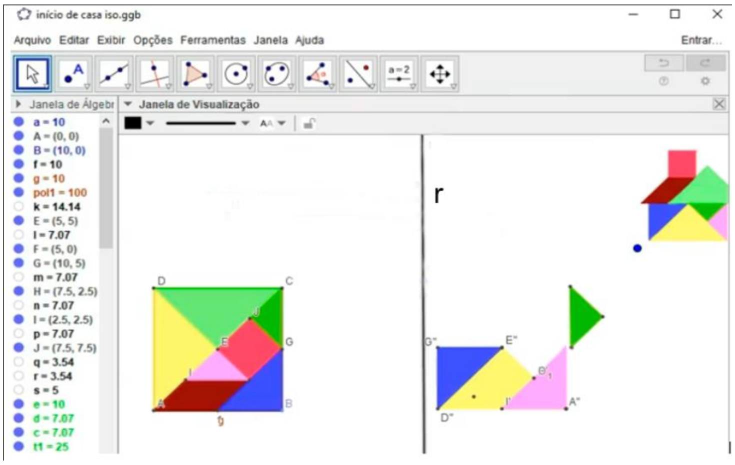
> ***D. Oliver****: A translação é bem "demoradinha" de fazer de acordo com as dicas. Vamos fazer diferente a movimentação do triângulo verdinho? Vamos fazer uma reta (r) aí no meio e realizar uma reflexão por uma reta* (vide figura 29).

Kleber e *Eneaga* acham engraçado e riem. *D. Oliver* continua:

D. Oliver*: Aí a gente vai mexer na reta (r) até o triângulo verdinho ficar no ponto que a gente quer.*

Os colegas, principalmente *D. Oliver*, foram sugerindo os movimentos até Kleber colocar o triângulo pequeno verde em uma posição razoavelmente favorável, na formação da "casinha" conforme a figura 29.

Figura 29 – Substituição da translação por um vetor pela reflexão em relação à uma reta sugerida do *D. Oliver*.



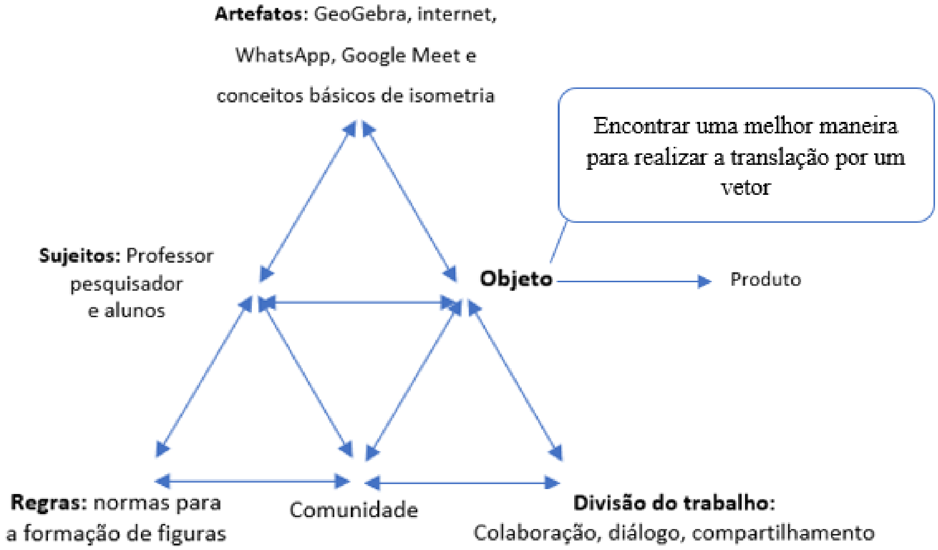
Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Observamos que essa insatisfação de *D. Oliver*, em relação a orientação dada pelo GeoGebra, para realizar translação por um vetor o motivou a substituir essa isometria do plano pela reflexão por uma reta. Entretanto, essa substituição isométrica não surtiu, de forma eficiente, o efeito desejado, porque, no caso particular, não houve precisão na posição do triângulo após a realização da reflexão (vide figura 29). Situações como essa, são previstas por Engestrom (1987), quando ele diz que as pessoas que participam de uma atividade sentem que não é favorável continuar realizando procedimentos da mesma forma que estavam realizando anteriormente, porém elas ainda não sabem o que deve ser feito para resolver a situação.

Antes da manifestação de *D. Oliver*, os colegas seguiam, de maneira obediente, as orientações dadas pelo GeoGebra e pelas dicas dadas no passo a passo da tarefa. Presumimos, assim, que havia uma predominância do processo de internalização (Engestrom 1999b), ou seja, a reprodução de formas usuais nos processos de isometria no plano. Porém, após o posicionamento de *D. Oliver,* foi manifestada a existência de procedimentos diferentes que poderiam ser adotados pelos colegas e, por que não, pelo professor pesquisador. Segundo Engeström (1999b), essa situação pode indicar o começo de um processo de externalização e, sendo assim, é possível que anuncie um marco, iniciando um miniciclo de aprendizagem potencialmente expansiva, pois representa o interesse do grupo em busca do desconhecido. Veremos que, nos encontros seguintes, esse processo de externalização irá avançar.

Na figura 30, a representação triangular do sistema de atividade indica a inclusão dos conceitos básicos de isometria como artefato do sistema. E, mediante a participação colaborativa dos alunos nessa etapa da atividade, expressamos essa interatividade na divisão (organização) do trabalho.

Figura 30 – Segunda representação do sistema de atividade

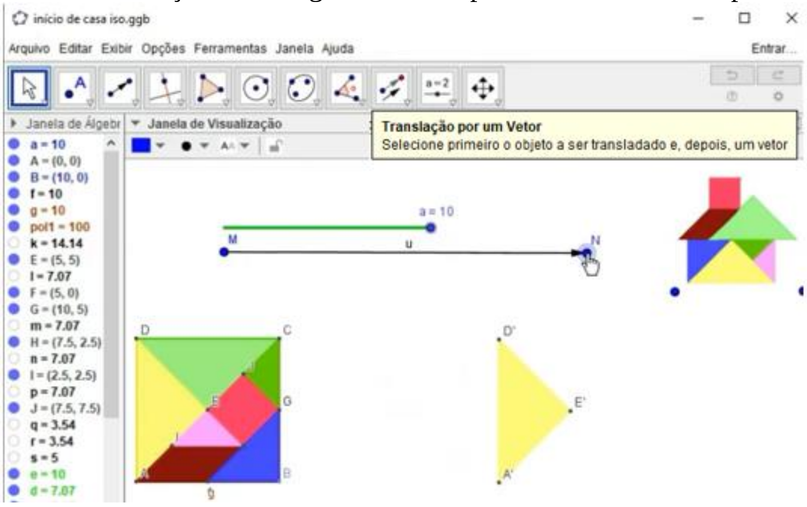


Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Outra informação que aparece na representação triangular do sistema de atividade refere-se ao seu objeto (Figura 30). Nessa etapa da atividade, a motivação do grupo era a insatisfação pelas orientações dadas para realizar a translação por um vetor. Ao usar esse motivo como referência, podemos conjecturar que o objeto do sistema, nesse momento, refere-se a encontrar uma melhor maneira para realizar a translação por um vetor.

No encontro seguinte, no dia 16 de abril de 2021, o movimento impreciso sugerido por *D. Oliver*, os impulsionou a retornar ao início da formação da "casinha" (Figura 31).

Figura 31 – Translação do triângulo amarelo pelo vetor *u* realizada pelos alunos.



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Nesse retorno à tarefa, tivemos, inicialmente, o seguinte excerto:

***Kleber**: Eu acho que a melhor forma pra começar, é essa amarelinha aí. Esse triângulo.*

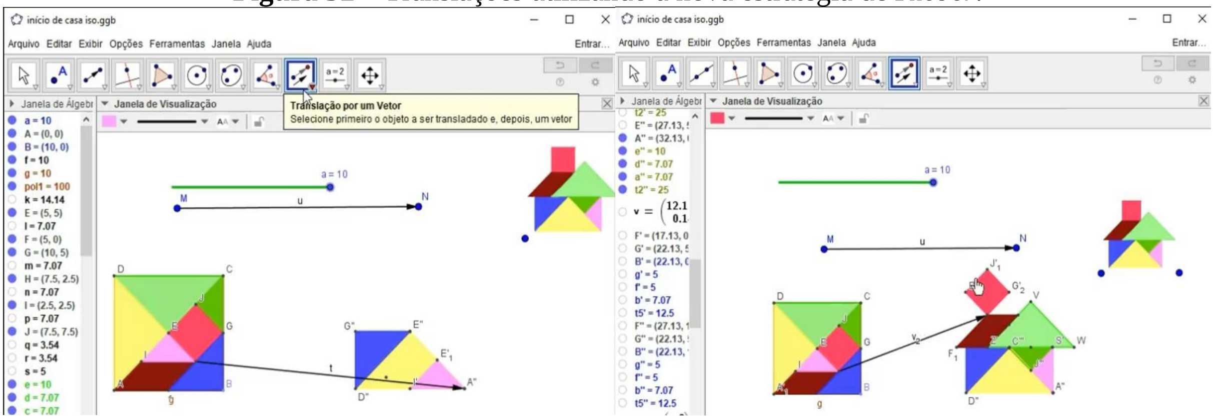
***Robério**: Vocês vão fazer que tipo de movimento nele?*

***D. Oliver**: Acho que transladar é a melhor opção, professor!*

Kleber, que estava realizando a apresentação da formação da figura, juntamente com os colegas, tomava as decisões em relação às transformações isométricas. De início, conforme mostra a figura 31, eles transladaram o triângulo amarelo pelo vetor *u*, de acordo com a movimentação realizada na figura 28, seguindo o passo a passo da tarefa que é baseada na orientação do próprio GeoGebra.

Entretanto, no decorrer das movimentações dos polígonos do Tangram, provavelmente movido pela insatisfação demonstrada por *D. Oliver, Kleber* sugere uma estratégia de translação por um vetor totalmente nova para o grupo, inclusive para o professor pesquisador, quando diz: *"não é melhor fazer essa translação assim?"*, *Kleber*, conforme figura 32, com o auxílio dos colegas e aprovação do professor, através de uma nova estratégia, clica no ícone de isometria de translação por vetor. Em seguida, contrariando o procedimento determinado pela orientação do próprio GeoGebra, clica na figura que deseja transladar, depois no ponto referencial desse triângulo e, por último, clica no destino desejado para a translação do ponto referencial. Dessa forma, o triângulo rosa foi transladado para a posição desejada de forma bem mais prática e precisa, dispensando a construção de um vetor à parte, como tinha sido feito anteriormente. Esse novo procedimento é repetido em outras oportunidades, por exemplo, para transladar o quadrado como é representado, também, na figura 32.

Figura 32 – Translações utilizando a nova estratégia de *Kleber*.

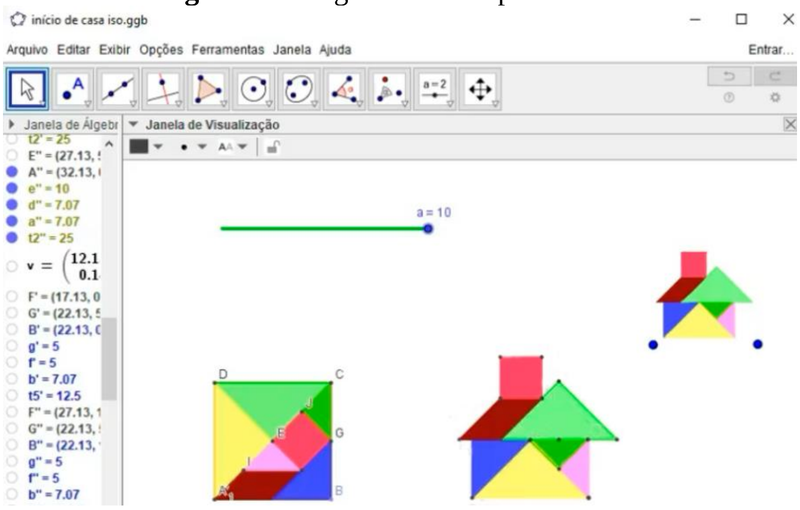


Fonte: Dados da pesquisa (2021).

De acordo com Tikhomirov (1981) e Borba (1999), essas percepções, no caso a percepção do aluno *Kleber*, decorrem da reorganização do pensamento que, muito provavelmente, foi favorecida pela exploração da dinamicidade e interatividade do próprio GeoGebra durante as construções realizadas pelos alunos.

Executando as translações e demais IPG necessárias para a formação da figura de Tangram, os alunos chegaram à representação gráfica indicada na figura 33.

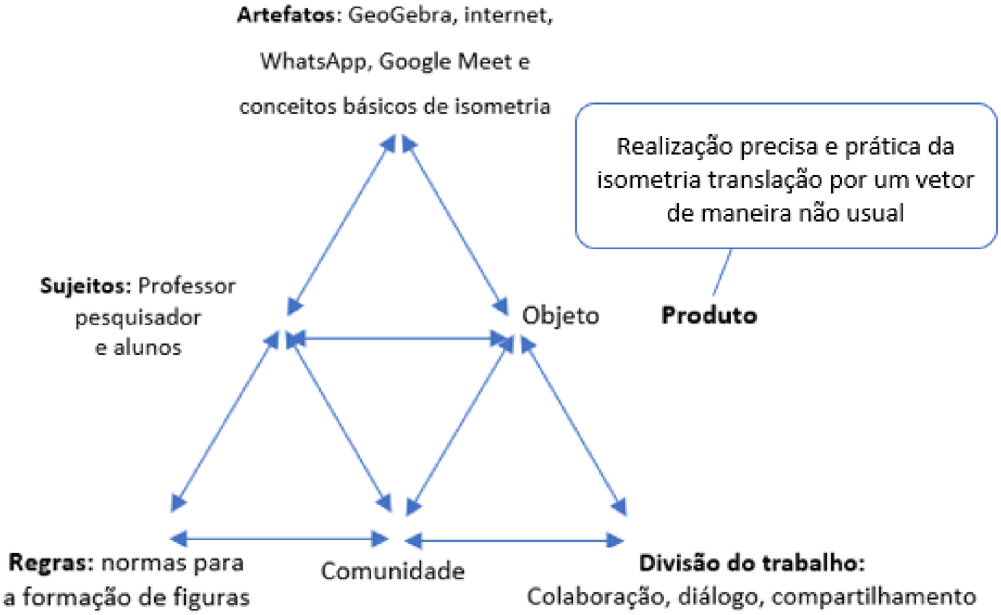
Figura 33 – Figura formada pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Ao concluir a formação da figura desejada, verificamos que a nova estratégia para translação dos polígonos do Tangram foi aplicada eficientemente pelos sujeitos da atividade. Os feedbacks do GeoGebra contribuíram para a reorganização do pensamento dos alunos. Fazendo com que eles buscassem estratégias para solucionar o problema de uma forma nunca pensada por eles. Nesse sentido, podemos dizer que o primeiro miniciclo potencialmente expansivo foi concluído e, portanto, acreditamos que exista indícios de ter ocorrido uma aprendizagem potencialmente expansiva, visto que, os alunos desenvolveram uma estratégia inédita, legitimada pelo professor pesquisador, atenuando a tensão inicial, e criando um novo padrão de procedimentos para a atividade em curso. Acreditamos também que a representação triangular final desse sistema de atividade pode ser observada na figura 34.

Figura 34 – Representação final do sistema de atividade



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Nessa representação final, destacamos o produto da atividade resultante das transformações do sistema que, nesse episódio, poder ser entendido como realização precisa e prática da isometria translação por um vetor de maneira não usual.

Episódio 2: Divergência gerada pela percepção, por parte dos alunos, da inutilidade da isometria *reflexão em relação a um ponto* para a formação de figuras do Tangram.

Nas manifestações realizadas no ambiente WhatsApp, muitas vezes os alunos se referiam às formações de figuras do Tangram fazendo uso das IPG como um desafio. Por exemplo, quando eles foram questionados a respeito da diferença entre as tarefas envolvendo os conceitos preliminares de IPG e outras tarefas envolvendo a montagem de figuras do Tangram utilizando essas isometrias, tivemos essas manifestações:

Kleber*: ... utilizamos os conceitos da última aula, mas agora tivemos que tomar decisões e utilizar da criatividade para a confecção da figura requisitada;*

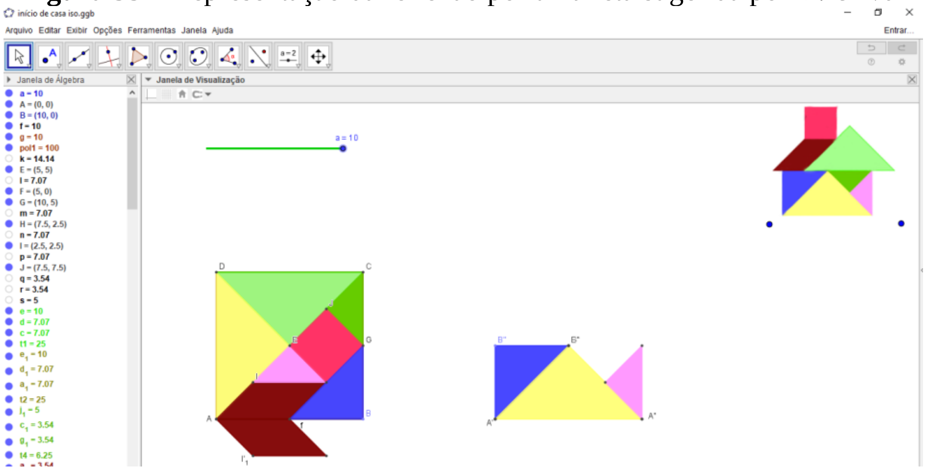
D. Oliver*: ... a diferença foi a aplicação dentro de um contexto - o Tangram -, que traz um sentido maior para esses movimentos de isometria;*

Samuel*: ... a diferença foi que na primeira atividade foram figuras mais simples e o conceito isolado na segunda houve uma exigência maior da nossa parte ...*

Entendemos que excertos como esses indicam um ambiente fértil, onde podem ser alavancados miniciclos potencialmente expansivos. Nesses contextos, os alunos, corroborando com o princípio da historicidade de um sistema de atividade (ENGESTRÖM, 1987), deixam simplesmente de replicar o uso das IPG de acordo com os roteiros preestabelecidos (Figura 28) e passam, também, a ter a necessidade de tomar decisões, como por exemplo, sobre qual peça do Tangram devem movimentar primeiro e, como e qual IPG deve ser realizada.

No encontro do dia 16 de abril, os alunos, com o compartilhamento feito por *Kleber* no Google Meet, estavam tentando posicionar o quadrilátero irregular de acordo com a posição em que ele se encontrava na figura da casinha e, como esse quadrilátero estava numa posição invertida na figura a ser formada, eles utilizaram as isometrias de *rotação* e *reflexão por um ponto*, não obtendo sucesso. Nesse momento, *Eneaga* comentou: *"Não adiantou nada"*. Depois dessas duas tentativas, *D. Oliver* sugeriu: *"Ah, vamos fazer uma reflexão por uma reta"* (Figura 35).

Figura 35 – Representação da reflexão por uma reta sugerida por *D. Oliver*



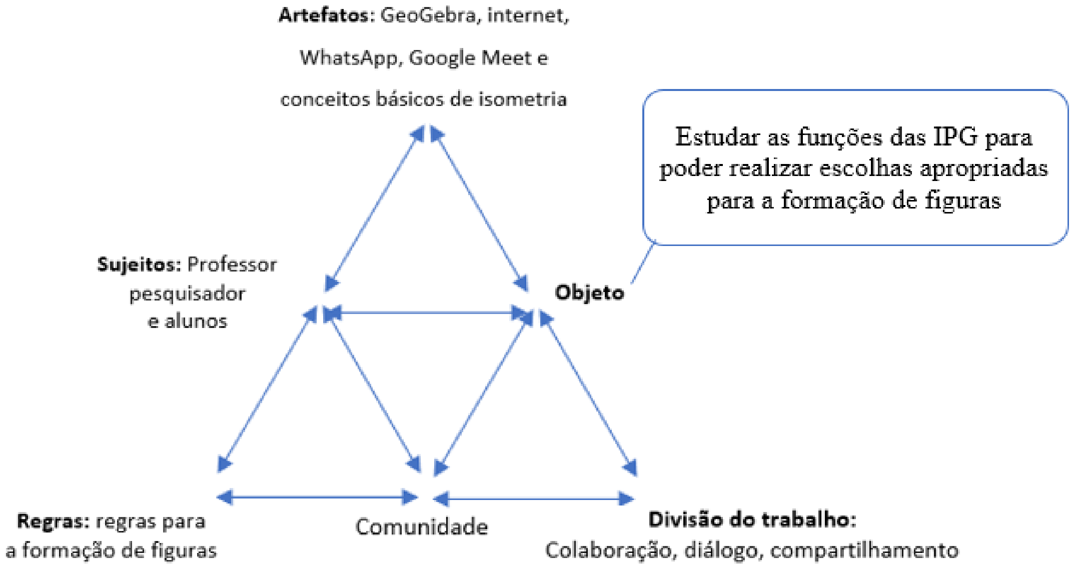
Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Após a realização da *reflexão em relação a uma reta* representada na figura 35, obtendo êxito por meio dessa isometria, os alunos concluíram a movimentação do quadrilátero com uma rotação, seguida de uma translação por um vetor, para posicioná-lo acima do triângulo azul, atendendo a sua posição na figura da "casinha".

Todo esse contexto sugere que, nesse momento, o grupo estava motivado para explorar a utilização das isometrias no plano do GeoGebra. Tendo esse motivo como referência, podemos conjecturar que o objeto do sistema se refere a estudar as funções das IPG para poder realizar escolhas apropriadas para a formação de figuras.

Nesse instante, a interpretação triangular desse sistema de atividade pode ser representada conforme a figura 36.

Figura 36 – Representação inicial do sistema de atividade



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Nessa representação triangular temos o professor pesquisador e os alunos como sujeitos do sistema. Devido a pesquisa continuar no formato remoto, a internet, Google Meet e WhatsApp, por intermediarem as relações estabelecidas entre sujeitos da atividade, continuam realizando o papel de artefato. Ao formarmos as figuras do Tangram utilizamos as IPG, conforme mencionado e justificado no episódio anterior, os conceitos básicos dessas isometrias foram internalizados pelos alunos, sendo assim, nesse momento, acreditamos que estão fazendo o papel de artefato. As regras para formação de figuras, também, são mantidas e a divisão do trabalho é representada pela colaboração, diálogo e compartilhamento - feito pelo aluno *Kleber*.

O encontro seguinte ao de 16 de abril, havia sido marcado para quinze dias depois. Porém, nessa data, os alunos tinham um compromisso com a Olimpíada de Brasileira de Biologia (OBB). Diante disso, a fim de não os prejudicar, conforme o estabelecido na Declaração de Anuência da Escola, adiamos o encontro para a semana seguinte, dia 07 de maio. De certa forma, essa situação teve o seu aspecto positivo, já que os discentes tiveram uma semana adicional para se dedicarem à manipulação do GeoGebra. Sugerimos a eles que durante o período em que estivessem realizando as formações de figuras, explorassem ao máximo essa tecnologia, visto que, segundo Borba, Gadanidis e Scucuglia (2014), ela favorece a investigação, propiciando o surgimento de conjecturas.

Logo no início do encontro do dia 07 de maio, identificamos uma situação que, para nós, implicava no surgimento do segundo miniciclo potencialmente expansivo, quando, ao perguntar aos discente quais percepções eles tiveram a respeito das IPG, deu-se início ao seguinte excerto:

Robério: *O que vocês perceberam em relação às IPG?*

Kleber: *Que nem todas são úteis.*

Robério: *Nem todas são necessárias?*

***D. Oliver**: Isso mesmo. Mas, por que existe as quatro, então?*

***Kleber**: Percebi que não é preciso usar a reflexão por um ponto.*

Julgamos que a afirmação do aluno *Kleber*, ao dizer que nem todas as IPG são úteis/necessárias, é uma iniciativa para alterar um padrão que havia sido posto para eles. Não podemos perder de vista que, nas orientações iniciais da pesquisa, dissemos que os alunos deveriam montar as figuras do Tangram utilizando as quatro IPG. A nosso ver, essa observação de *Kleber* sugere a alteração das regras de procedimentos, já que, estaríamos excluindo, sem prejuízo na formação de qualquer figura, a reflexão em relação a um ponto. Essa situação é prevista por Engeström (1987), quando explica que sistemas de atividades são abertos. Sendo assim, a introdução de algo novo, como por exemplo, *regras*, artefatos, etc. podem provocar contradições internas, que, por sua vez, podem impulsionar o sistema para uma mudança. É interessante destacar, também, o questionamento de *D. Oliver*, quando pergunta por que foram apresentadas as quatro isometrias, se uma delas não era necessária para as nossas transformações.

Diante do exposto, reiteramos que essa discordância do aluno *Kleber* em relação à necessidade do uso das quatro IPG, apresentando uma nova alternativa, tem a possibilidade de alavancar uma aprendizagem potencialmente expansiva. Porém, *Kleber* não apresentou argumentos que justificassem a exclusão da isometria *reflexão por um ponto* dentre as IPG, necessárias para a formação das figuras de Tangram. Entretanto, o aluno *Eneaga*, como veremos a seguir irá apresentar conjecturas que justificarão a existência de uma equivalência que tornará uma das isometrias dispensáveis.

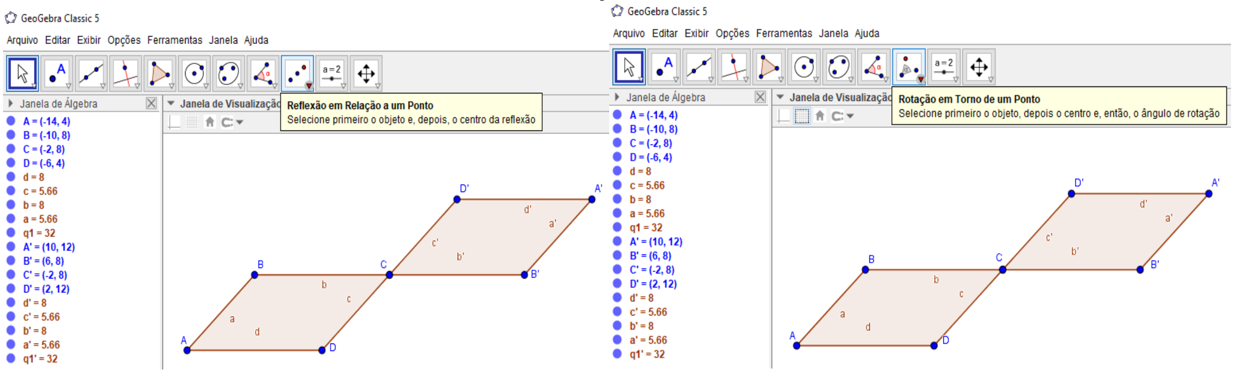
Em certo momento desse mesmo encontro, na formação figura de um "gatinho", ao indagarmos sobre o que acontecia com um dos polígonos do Tangram na realização da isometria de reflexão por um ponto, *Eneaga***,** acreditamos que, devido à manipulação do GeoGebra, favorecido pela reorganização do pensamento – Tikhomirov (1981) –, respondeu:

***Eneaga**: A figura só rotacionou 180°.*

***Eneaga**: Eu apliquei as duas isometrias - isometria de reflexão por um ponto e rotação de 180° em torno desse ponto no paralelogramo - e a posição das figuras depois da aplicação ficou a mesma*

A afirmação de *Eneaga*, corroborando e justificando a percepção de *Kleber*, dizendo que uma reflexão por um ponto é equivalente a uma rotação de 180° pode ser comprovada conforme figura 37, quando o aluno *Eneaga*, com auxílio dos colegas, realizou essas duas isometrias em um paralelogramo e notamos que a posição da figura rotacionada em 180° em relação a um ponto e a refletida em relação ao mesmo ponto é a mesma.

Figura 37 – Constatação da equivalência dita por ***Eneaga*** envolvendo uma reflexão por um ponto a uma rotação de 180°.



Fonte: Os autores (2021).

Depois de realizadas as duas isometrias, *Kleber* perguntou a *Eneaga* como ele poderia afirmar que as figuras, após a movimentação, estavam em posição equivalente e ele respondeu o seguinte:

Eneaga*: É só observar as coordenadas*

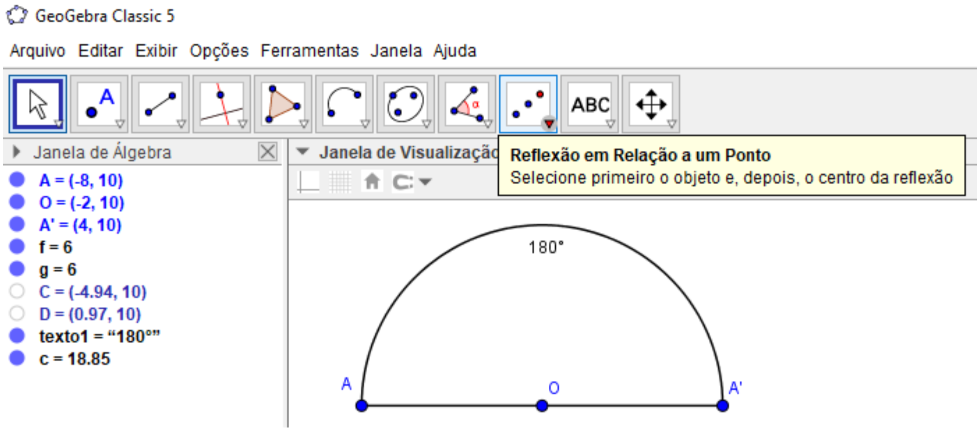
De fato, observando as duas representações da figura 37, podemos perceber que as coordenadas do quadrilátero refletidas em relação ao ponto C são as mesmas do quadrilátero rotacionado por 180° em relação, também, ao ponto C.

Para melhor ilustrar essa equivalência, realizamos com os alunos essas isometrias, envolvendo demais polígonos do Tangram e sempre obtivemos o resultando de figuras equivalentes. Reforçamos que essa equivalência também pode ser demonstrada de forma mais genérica e rigorosa utilizando a definição dada por Lima (2007), quando afirma que isometria de reflexão em relação a um ponto O é a transformação geométrica que associa a cada ponto A do plano, um ponto A’ tal que:

- Se A = O, então A’ = O
- Se A é diferente de O então A’ está na semirreta oposta à semirreta $\overrightarrow{OA}$ e os segmentos $\overline{OA}$ e $\overline{OA'}$ são congruentes.

Apresentamos, na figura 38, a reflexão segundo um ponto O, construída no GeoGebra e confirmamos que dada a uma reflexão de um determinado ponto em torno de um outro ponto, essa isometria, conforme rotação envolvendo os pontos A e A’, é equivalente a uma rotação de 180°, tornado a isometria de reflexão por um ponto, como disse ***Kleber***, desnecessária para as formações de figuras do Tangram.

Figura 38 – Reflexão do ponto A em torno do ponto O.

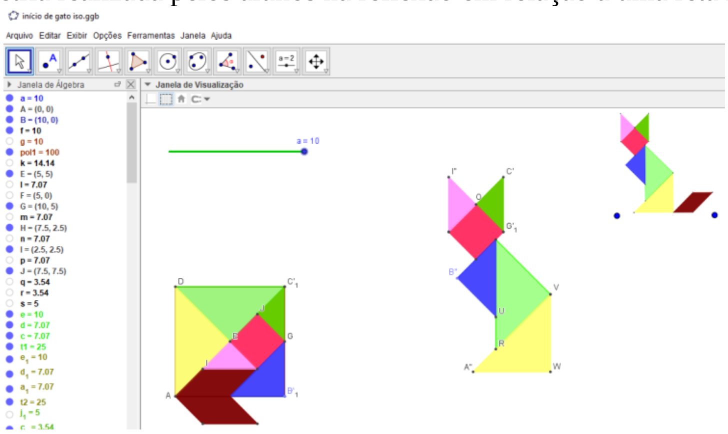


Fonte: Os autores (2021).

É necessário dizer que no exemplo da figura 38 temos a reflexão de um ponto em relação a outro. Mas, como as figuras são formadas por uma infinidade de pontos, essa demonstração é válida, também, para as figuras que representam os polígonos do Tangram.

Ademais, para que eles pudessem realizar o movimento necessário na formação do gatinho, conforme a figura 39, tiveram que fazer uma reflexão em relação à reta suporte da base do paralelogramo. Fazendo esse movimento, ficou possível, realizarem uma rotação de 45° no sentido anti-horário, deixando assim, o lado menor do paralelogramo no sentido horizontal e a inclinação desse paralelogramo para direita, como indicado na imagem a ser montada. Nessa situação, a reflexão em relação à reta foi indispensável, porém a reflexão por um ponto, seria inútil, como afirmou ***Kleber*** anteriormente.

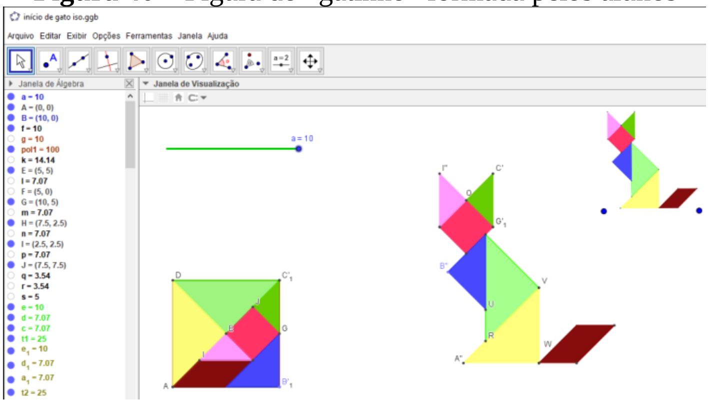
Figura 39 – Isometria realizada pelos alunos na reflexão em relação a uma reta no paralelogramo.



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Tal como no miniciclo anterior, um novo padrão para a atividade se estabelece a partir das inferências e conjecturas apresentadas pelos alunos, quando passamos a aceitar e reforçar os critérios utilizados por eles em relação às IPG, realmente necessárias para realizar a formação de figuras do Tangram. Finalizando a construção, conforme a figura 40, eles concluíram a formação da figura do "gatinho" com os polígonos do Tangram, utilizando apenas três das IPG, sendo elas a *rotação em torno de um ponto*, a *reflexão em relação a uma reta* e *translação por um vetor*.

Figura 40 – Figura do "gatinho" formada pelos alunos

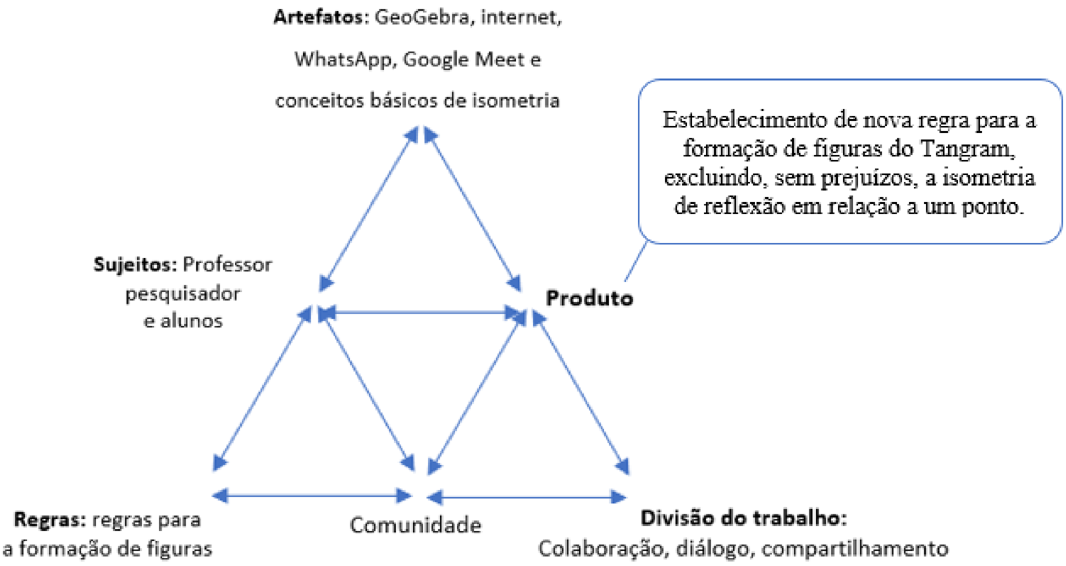


Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Após a formação da referida figura nas condições apresentadas pelos alunos e validadas pelo professor pesquisador, acreditamos que há indícios de que o segundo miniciclo potencialmente expansivo esteja se encaminhando para o final. E, conforme os princípios teóricos de Engeström e Sannino (2010), julgamos que há indicativos da manifestação de uma aprendizagem com potencial expansivo.

Diante do exposto, a representação triangular final desse sistema de atividade pode ser observada na figura 41.

Figura 41 – Representação final do sistema de atividade



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Na figura 41, na qual apresentamos a representação final do sistema, temos como destaque o produto da atividade, sugerindo o resultado da transformação do sistema que, nesse caso, pode ser entendido como o estabelecimento de nova regra para a formação de figuras do Tangram, excluindo, sem prejuízos, a isometria de reflexão em relação a um ponto.

Episódio 3: Exemplo de uma aprendizagem de nível II na escala de Bateson

Dentre as aprendizagens ocorridas durante a nossa pesquisa, destacamos, também, uma manifestada no dia 07 de maio de 2021, quando os alunos descartam, conforme excerto abaixo, durante a formação da imagem do barquinho representado na figura 42, a utilização da reflexão por uma reta, colocando como necessárias apenas a rotação por um ponto e a translação por um vetor para a formação da figura desejada.

Roberio*: E aí, o que vocês percebem em relação à formação dessa figura?*

Kleber*: Acho que não vai precisar refletir o paralelogramo.*

Roberio*: Tem certeza? Por que não vai precisar?*

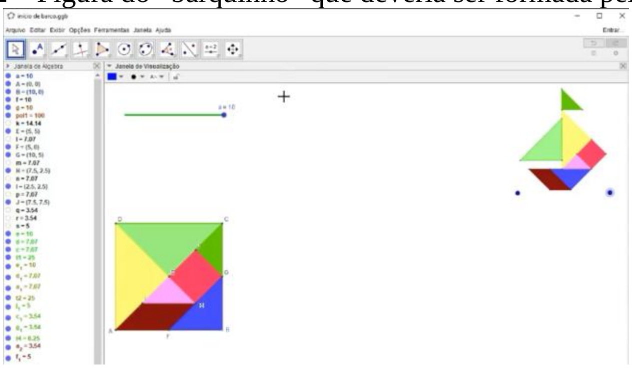
Kleber*: Porque ele só está rotacionado.*

Roberio*: Então, mãos à obra.*

Diante desses comentários, percebemos a iniciativa dos alunos em dizer que, nessa formação de figura, não seria necessária a utilização da reflexão por uma reta. O aluno ***D. Oliver***, que estava conduzindo as movimentações dos polígonos e realizando a apresentação para os colegas no Google Meet, disse sorrindo:

D. Oliver*: Agora são vocês que vão me dar as ordens. kkkk*

Figura 42 – Figura do "barquinho" que deveria ser formada pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Instantes depois dos alunos iniciarem a formação da figura (no segundo episódio eles já haviam colocado como desnecessária, em qualquer situação, a utilização da reflexão por um ponto) questionamos a eles, para reforçar o seu posicionamento, quais IPG seriam necessárias para a formação da figura atual.

Roberio*: E nessa situação, é necessário vocês utilizarem quais IPG para formar essa figura?*

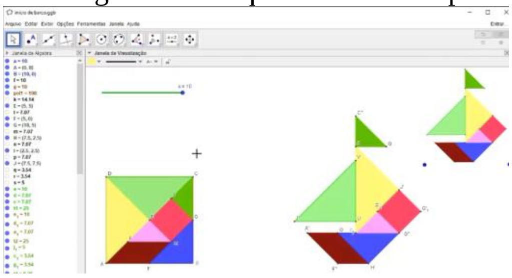
Joana*: Rotação e translação.*

Roberio*: Só? O que vai determinar essa situação?*

D. Oliver*: A posição do paralelogramo.*

Confirmando as inferências de ***Kleber, Joana*** e ***D. Oliver***, após as movimentações dos polígonos do Tangram utilizando apenas as duas IPG, estratégia essa, criada, muito provavelmente, graças às conjecturas possibilitadas pela dinamicidade do GeoGebra, os alunos, conforme figura 43, conseguiram formar a figura desejada.

Figura 43 – Figura do “barquinho” formada pelos alunos



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Como mencionado, a figura específica foi formada utilizando apenas as duas IPG supracitadas. Porém, como garantir que em outras figuras onde o paralelogramo tiver apenas rotacionado essa estratégia, será válida? Conforme excerto seguinte, questionamos aos alunos acerca dessa situação.

Roberio: *Pronto! Deu pra constatar que, nesse caso, de fato, quando o paralelogramo está apenas rotacionado, basta essas duas IPG, né? E como garantir que em qualquer figura (cujo paralelogramo só estiver rotacionado) essa proposta será válida?*

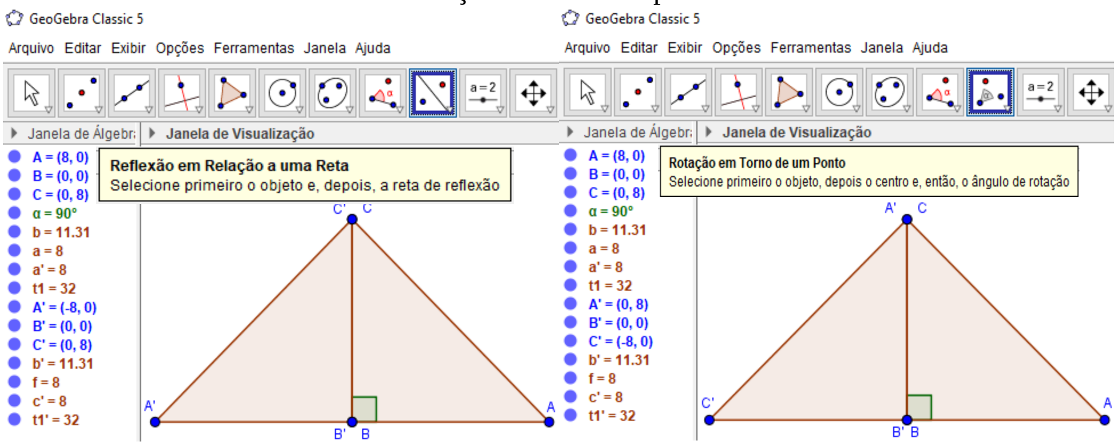
Kleber: *Porque os triângulos são retângulos isósceles.*

Roberio: *Aí, em qualquer posição que ele esteja, a rotação e a translação são suficientes. Isso é justificado pelo que* ***Kleber*** *falou, já que o Tangram é formado por triângulos retângulo isósceles, pelo quadrado e pelo paralelogramo.*

Em outras palavras, nos excertos anteriores, os alunos afirmam que quando o paralelogramo na figura a ser formada só está rotacionado, é desnecessária a utilização das duas isometrias de reflexão para a formação de figuras.

No encontro seguinte, conforme as figuras 44 e 45, mostramos, com a participação ativa dos alunos, que as reflexões em relação a uma reta em um triângulo retângulo isósceles são equivalentes a específicas rotações em torno de um ponto.

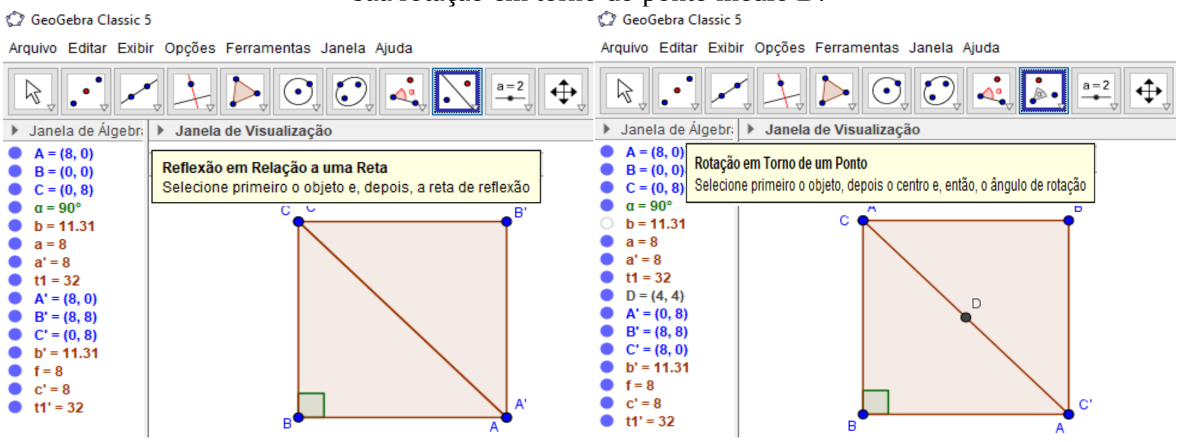
Figura 44 – Constatação da equivalência entre a reflexão do triângulo ABC em relação à reta $\overleftrightarrow{BC}$ e a sua rotação em torno do ponto B.



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Analisando a figura 45, identificamos a equivalência entre as coordenadas dos pontos correspondentes na isometria reflexão do triângulo ABC em relação à reta $\overleftrightarrow{BC}$, e isometria de rotação de 90°, sentido anti-horário, em torno do ponto B do triângulo ABC. Salientamos que, em relação ao cateto $\overline{BA}$, utilizamos raciocínio análogo.

Figura 45 – Constatação da equivalência entre a reflexão do triângulo ABC em relação à reta $\overleftrightarrow{AC}$ e a sua rotação em torno do ponto médio D.



Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Analogamente ao feito conforme a figura 44, ao analisarmos a figura 45 identificamos a equivalência entre as coordenadas dos pontos correspondentes na isometria de reflexão do triângulo ABC em relação à reta $\overleftrightarrow{AC}$, e isometria de rotação de 180° em torno do ponto médio D do triângulo ABC.

Como já mencionado anteriormente, para Engeström (2001), a teoria da aprendizagem expansiva tem suas origens nos estudos de Gregory Bateson (1972/2000), que distingue três níveis de aprendizagem. Considerando Souto (2014), ao enfatizar que as aprendizagens expansivas são difíceis de ocorrer, julgamos que a aprendizagem ocorrida nessa situação se adequa ao nível II de Bateson, pois refere-se essencialmente à internalização de regras e padrões já estabelecidos, tendo como diferencial, no caso específico, análise prévia da figura a ser formada, objetivando identificar se o paralelogramo está apenas rotacionado e, em caso positivo, estrategicamente, focar-se apenas com a utilização das isometrias de rotação e translação. Dessa forma, não caracterizamos como aprendizagem com potencial expansivo a manifestada nessa situação, visto que Engeström (1987) desenvolveu a teoria da aprendizagem expansiva a partir do nível III de Bateson.

6 - Considerações

A análise por intermédio dos miniciclos potencialmente expansivos de ações de aprendizagem nos revelou indícios de aprendizagens não previstas no planejamento prévio do professor pesquisador, potencializadas pelo software GeoGebra na formação de figuras de Tangram utilizando as isometrias no plano desse artefato tecnológico. Essa peculiaridade do GeoGebra é reforçada por Urdaneta et al (2017), quando os autores dizem que esse software vem ganhando destaque na área de Educação Matemática, por estar sempre sendo atualizado e por permitir aos usuários compreender, analisar e tirar conclusões a respeito do que é observado na tela. Essa característica do GeoGebra também pode ser constatada de forma empírica em nossa pesquisa, quando questionamos os discentes, no ambiente do WhatsApp, sobre as impressões deixadas pela manipulação do software e um deles mencionou que o GeoGebra é muito visual, ultrapassando a teoria e tornando o aprendizado mais dinâmico e criativo, contribuindo bastante para assimilação dos conceitos.

Possibilitamos, em nossa pesquisa, um contexto de crítica que contribuiu com a expansão do significado de alguns procedimentos usados na formação de figuras do Tangram, utilizando as IPG. Nossa análise no mostrou indicativos da ocorrência de aprendizagens com potencial expansivo, as quais, vão além da internalização de procedimentos que fazem parte de padrões preestabelecidos. Entretanto, também constatamos que, como a própria teoria da atividade propõe, não é comum o desenvolvimento de todas as fases de um miniciclo de aprendizagem expansiva. Sendo assim, é possível conjecturar que educadores, em oportunidades futuras, poderão produzir novos significados sobre determinado estudo. Salientamos que o fato de um miniciclo não ter sido desenvolvido por completo não significa a ausência de aprendizagem, já que, conforme Lévy (2000) em toda relação humana implica um aprendizado.

Finalizando, cabe destacar o papel do professor pesquisador na perspectiva da TA, visto que, ao mesmo tempo que ela potencializa o surgimento de situações em que o pesquisador é solicitado a auxiliar no surgimento e na superação das tensões proporcionadas pelos miniciclos potencialmente expansivos na aprendizagem dos discentes, essa perspectiva, como uma legítima pesquisa em Educação Matemática, também, sugere momentos que oportunizam a manifestação de movimentos expansivos para o próprio pesquisador como sujeito do sistema.

Referências

BATESON, G. *Steps to an ecology of mind. Chicago and London: The University of Chicago Press*, 1972.

BORBA, M.C.; *Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento*. In:

BICUDO, M. A.V.; *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas.* São Paulo: Editora UNESP, 1999.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. V. *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. v. 39, New York: Springer, 2005.

BRASIL, SEB, MEC. *Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*, Vol. 2. Secretaria da Educação Básica – Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

COSTA, Sídney Moreira da. *Tangram e resolução de problemas: Desafios e possibilidades*. 2019. 127f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2019.

DAVID, M. M; TOMAZ, V. S.. *Aprendizagens Expansivas Reveladas pela Pesquisa sobre a Atividade Matemática na Sala de Aula. Bolema*, v. 29, n. 53, p. 1287, 2015.
ENGESTRÖM, Y; SANNINO, A. *Studies of expansive learning: Foundations, findings and future challenges*. Educational Research Review, v. 5, 2010.

ENGESTRÖM, Y.; MIETTINEI, R.; PUNAMÃKI, R.L.(Eds.). *Perspectives on activity Theory*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999c.

ENGESTRÖM, Y. (2011). *From design experiments to formative interventions. Theory & Psychlogy, 21(5),* 598628.https://doi.org/10.1177/0959354311419252

ENGESTRÖM, Y. *Learning by Expanding: An Activity - Theoretical Approach to Developmental Research*. Orienta-Konsultit, Helsinki. 1987. Disponível em:http:// lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engeström/expanding/toc.htm.

ENGESTRÖM, Y. *Learning by expanding: ten years after. 1999*. Disponível em: < *http://lchc.ucsd.edu/MCA/Paper/Engestrom/expanding/toc.htm*.> Ultimo acesso em 09/07/2020.

ENGESTRÖM, Y. (2001). <*Expasive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. Journal of Education and Work*.> Último acesso em 09/07/2020.

LEONTIEV, A. N. *O desenvolvimento do psiquismo*. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. São Paulo: Loyola, 2000.

LIMA, Elon Lages. *Isometrias*. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

LIMA, Natália Valadares; CUNHA, Daisy Moreira. Ergologia, saberes e análise do trabalho docente: a prática dos professores da educação profissional. Trabajo, Actividad y Subjetividad, p. 105. Córdoba: Escritos entre Pares Simpósio, 2018

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

NUNES, Vitor F. R. "O que são isometrias?", matematica.pt. Disponível em: https://www.matematica.pt/faq/isometrias.php, acedido em 02 de fevereiro de 2022.

REHFELDT, M. J. H; QUARTIERI, M. T. *Atividades matemáticas para os cursos de engenharias.* [S.l.], 2015. Disponível em: <http://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/140/pdf_140.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2018.

ROCHA, Roberio Pereira; SILVA, Maria Deusa Ferreira da. *Uma Revisão Sistemática Abordando o Tangram, o GeoGebra e as Opções de Isometria do Plano*. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 23, n. 1, p. 741-768, 2021.

SANTOS, Solange Ferreira dos. *O uso do Tangram como proposta no ensino de frações*. 2019. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2019.

SILVA, Raquel Silveira; GAUTÉRIO, Vanda Leci Bueno. *Práticas Multidisciplinares: Atividades Lúdicas e Tecnologia Digital aliada ao estudo de Artes e Geometria*. RELACult-Revista Latino-Americana de Estudos em Cultura e Sociedade, v. 5, n. 4, 2019. Disponível em http://periodicos.claec.org/index.php/relacult/article/view/1253 Acesso em: 24/09/2020

SOUSA, J.; PATARO, P. M. *Vontade de saber matemática*. São Paulo: Editora FTD, 2014.

SOUTO, Daise Lago Pereira; BORBA, M. C. *Transformações expansivas em Sistemas de Atividade: o caso da produção matemática com a Internet*. Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, v. 6, p. 41-57, 2013.

SOUZA, E. R. de et al. *A Matemática das sete peças do Tangram.* 1. ed. São Paulo-SP:

TIKHOMIROV, O.K; *The psycological consequences of the computerization*. In: Werstch, J. The concept of activity in soviet psychology. New York: Sharp, 1981.

TRIVIÑOS, A.N.S. *Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação*. São Paulo: Atlas, 1987.

URDANETA, S. C. D.; GONZALEZ, J. L. P.; CASTILLO, A. D. *Interpretação geométrica dos signos das razões trigonométricas com Geogebra*. In: Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática - v.13, 2017. p.78-89.

VYGOTSKY, L. *The instrumental method in psychology*. In: WERTSCH, J. (Org.). *The concept of activity in Soviet psychology*. Sharpe ed. Armonk, N.Y.:[s.n.], 1981

5 – Considerações gerais

Nessas considerações pretendemos, de início, retomar as perguntas norteadoras e objetivos de cada estudo pertinente ao respectivo artigo que compõe a atual dissertação multipaper. Além disso, buscaremos, também, retomar os resultados específicos dos artigos no intuito de, com propriedade, atender o nosso objetivo geral. Finalmente, destacaremos as contribuições dessa pesquisa para potencialização do ensino aprendizagem da Matemática e indicaremos o que julgamos compatível a estudos futuros da abordagem.

De 2012 até 2014, tivemos a experiência de supervisão no PIBID e, durante esse período, participamos da elaboração, organização e execução de muitas atividades que tornavam o aprendizado de matemática mais significativo, participativo e divertido. Dentre as propostas oportunizadas pelas oficinas do PIBID, existia a utilização do GeoGebra como dinamizador do ensino da Matemática. Nesse sentido, já no início do mestrado, em discussões preliminares, identificamos que uma das possibilidades de utilização do GeoGebra poderia ser formar figuras com os polígonos do Tangram utilizando as IPG. Julgamos que tais transformações mobilizariam nos alunos estratégias matemáticas que estimulariam um pensar matemático-com-a-tecnologia, descrito por (BORBA, GADANIDIS & SCUCUGLIA, 2014). Sendo assim, para nortear os procedimentos teórico-metodológicos da nossa pesquisa, recorremos à pergunta: *Quais estratégias alunos do ensino básico realizam para superarem as contradições sistêmicas ao construir figuras de Tangram utilizando as opções de isometria no plano do GeoGebra, à luz da Teoria da Atividade*?

Nesse sentido, nosso primeiro artigo, justamente com o intuito de evidenciar a importância e relevância do nosso estudo, foi representado por uma revisão sistemática com o objetivo de mapear pesquisas, publicadas nos anos de 2015 até 2020, sobre a utilização do Tangram, GeoGebra e isometrias no plano no ensino da matemática. Os resultados analisados nesse estudo comprovaram a importância da variação de metodologias e utilização de recursos como GeoGebra e Tangram no sentido de potencializar o ensino da Matemática. Porém, identificamos a existência de uma lacuna nesse rol de estudos, não encontramos estudos que utilizassem simultaneamente os elementos GeoGebra, isometria do plano e Tangram. E foi nessa nova perspectiva, a partir dessa lacuna, que baseamos a nossa pesquisa.

Diante disso, elaboramos o nosso segundo artigo no intuito de justificar a pertinência do suporte teórico-metodológico da teoria da atividade, utilizando as ideias do finlandês Yrjö Engeström, como pressuposto que permite atingir o objetivo do nosso estudo. Nesse estudo, de fato, constatamos que a construção de figuras do Tangram utilizando as isometrias no plano do GeoGebra é repleta de decisões e ações com diversas estratégias matemáticas.

No terceiro artigo, embasados nos pressupostos da TA abordando os miniciclos potencialmente expansivos, identificamos indicativos da ocorrência de duas aprendizagens com potencial expansivo correspondentes a seus respectivos miniciclos.

A primeira aprendizagem potencialmente expansiva se manifestou em decorrência da contraposição entre o que é estabelecido nas orientações do próprio GeoGebra e estratégias criadas pelos discentes após o manuseio do software, criando uma nova possibilidade para o procedimento de translação por um vetor, deixando-o mais simples. Por fim, acreditamos que a segunda aprendizagem potencialmente expansiva se manifestou após a contraposição dos alunos ao notarem e justificarem a necessidade da utilização de apenas três, das quatro isometrias do plano do GeoGebra na formação de figuras.

Diante do exposto, consideramos que este estudo traz importantes contribuições para a área da Educação Matemática, inclusive, ao apresentar e sugerir o suporte teórico-metodológico da teoria da atividade, esclarecendo as suas potencialidades em relação à prática de uma matemática criativa por meio dos princípios da teoria da aprendizagem expansiva.

Além disso, esse estudo, na medida em que trata do conceito de vetores, atende uma das orientações curriculares da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que sugere que o professor de Matemática aborde com seus alunos o conceito de vetor pelo ponto de vista geométrico (coleção dos segmentos orientados de mesmo comprimento, direção e sentido), pois essa abordagem, segundo os BNCC, viria a corrigir a distorção causada pelo fato de que é um conteúdo matemático importante, porém só está presente no ensino médio na aulas de Física.

Sendo assim, esse trabalho dá início à possiblidades para novos estudos que envolvam os elementos GeoGebra, isometrias no plano e Tangram, de forma que enriqueçam essa perspectiva de abordagem. Visto que, o GeoGebra, como analisamos, é um ambiente fértil no sentido de proporcionar situações que promovam o surgimento de conjecturas, podendo indicar ótimos resultados no contexto de uma matemática participativa e, por que não, criativa.

6 – APÊNDICES

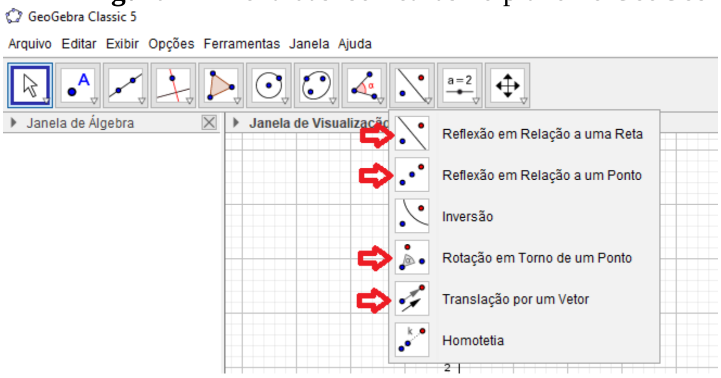
Apêndice 1: Abordagem realizada com os alunos sobre os comandos de isometrias do plano no GeoGebra

O Software GeoGebra e Isometria no Plano

Isometrias no plano são transformações geométricas que preservam as distâncias entre os pontos e as amplitudes dos ângulos e, assim, transformam uma figura em outra geometricamente igual. Ou seja, uma isometria pode mudar somente a posição da figura na qual ela foi aplicada. Para realizarmos as construções de figuras do Tangram precisaremos 11aplicar quatro tipos de isometria no plano: reflexão em relação a uma reta, reflexão em relação a um ponto, rotação em torno de um ponto e translação por um vetor.

No software GeoGebra, conforme figura 1, temos as opções de isometria do plano juntas com outras duas transformações geométricas que são a *inversão* e a *homotetia*. Porém essas outras duas transformações geométricas não são isometrias, pois elas modificam as distâncias entre seus pontos e as amplitudes dos ângulos.

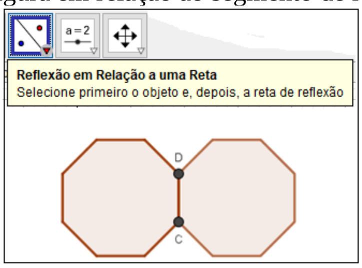
Figura 1 - Menu das isometrias no plano no GeoGebra



Fonte: Nossa baseada no Geogebra (2020)

A isometria de reflexão em relação a uma reta ou segmento de reta, ocorre quando existe um segmento de reta ou reta, eixo de simetria, passando pela figura ou fora dela atuando como espelho refletindo simetricamente a imagem da figura, afirma Souza e Pataro (2014). Observe a figura 2:

Figura 2 - Isometria de reflexão da figura em relação ao segmento de reta $\overline{\mathbf{DC}}$ e o seu comando no Geogebra

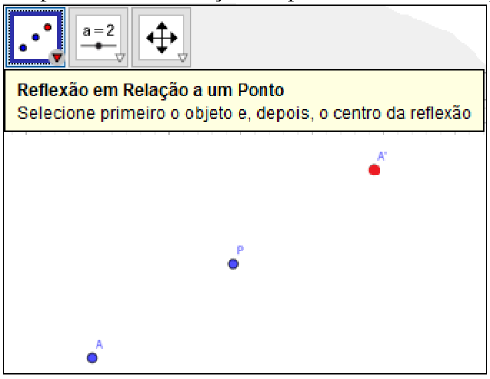


Fonte: Nossa baseada no GeoGebra (2020)

A isometria de reflexão em relação a um ponto P é a transformação geométrica que associa a cada ponto A do plano, um ponto A′ tal que:

- Se A= P então A´= P
- Se A diferente de P então A′ está na semirreta oposta à semirreta $\overline{PA}$ e os segmentos $\overline{PA}$ e $\overline{PA'}$ são congruentes. Observe a figura 3:

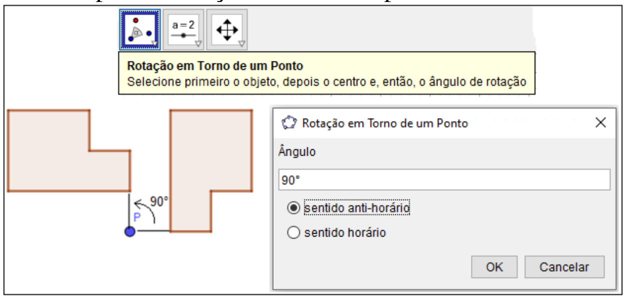
Figura 3 - Isometria de reflexão do ponto A em relação ao ponto P e o seu respectivo comando no GeoGebra:



Fonte: Nossa baseada no GeoGebra (2020)

Conforme Sousa e Pataro (2014), a transformação de uma figura obtida quando girarmos em determinado ângulo cada um de seus pontos em relação a um ponto referencial, no sentido horário ou anti-horário, denominamos isometria de rotação. A imagem seguinte (Figura 4) representa uma rotação de 90° no sentido anti-horário de uma figura em relação ao ponto P.

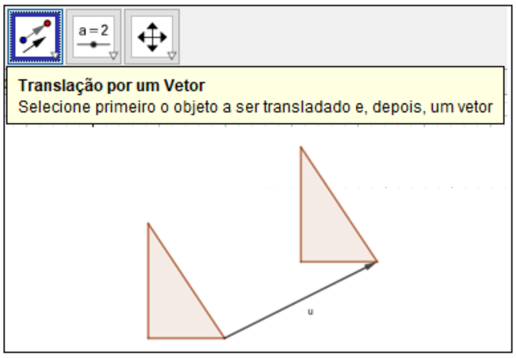
Figura 4 - Isometria do tipo de rotação e o seu respectivo comando no GeoGebra:



Fonte: Nossa baseada no GeoGebra (2020)

Ainda, segundo Sousa e Pataro (2014), a transformação representada por um deslocamento de uma figura baseado em uma distância, uma direção e um sentido determinados por um vetor, conservando seu tamanho e sua forma normal, é denominada isometria de translação. Nesse caso a figura se desloca de um lugar para outro, sem rotacionar ou refletir. Conforme figura 5:

Figura 5 - Isometria por translação sobre um vetor u e o seu respectivo comando no GeoGebra:



Fonte: Nossa baseada no GeoGebra (2020)

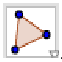
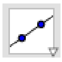
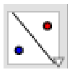
Apêndice 2

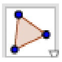
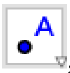
Atividade aplicada, devidamente corrigida e discutida com os alunos, objetivando que eles se apropriem das habilidades e competências necessárias para realizar as construções envolvendo GeoGebra, isometrias do plano e Tangram**.**

1 – Você já conhecia o software GeoGebra?

2 – Se respondeu sim para a questão anterior, você conhecia os comandos de isometria no plano do GeoGebra?

3 – Através de ferramentas do GeoGebra, vamos realizar algumas isometrias no plano:

3.1 – Isometria de Reflexão em relação a uma reta: Utilizando aferramenta , construa um polígono qualquer e ,em seguida, usando a ferramenta , trace uma reta que não intercepte o polígono construído. Em seguida, habilitando a ferramenta , clique primeiro no polígono construído e ,em seguida, na reta construída para obter a isometria de reflexão.

3.2 – Isometria de rotação em torno de um ponto: Utilizando aferramenta , construa um polígono qualquer e ,em seguida, usando a ferramenta 

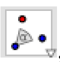
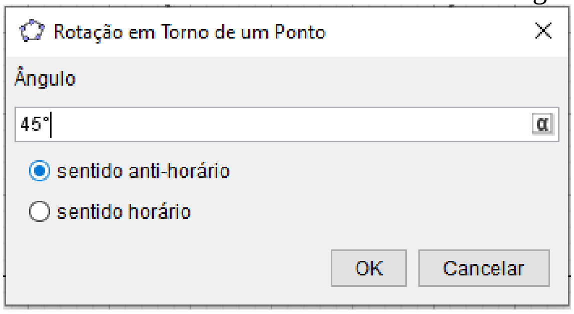
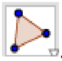
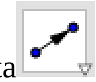
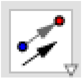
, clique em qualquer lugar fora do poligono para construir um ponto que será o centro de rotação. A seguir, usando a ferramenta , clique no polígono cosntruído e depois no ponto que representa o centro de rotação, aparecerá a janela representada na figura 1, onde você escolherá o ângulo e o sentido desejado para a rotação.

Figura 1 – Janela de escolha de medida e sentido do ângulo desejado

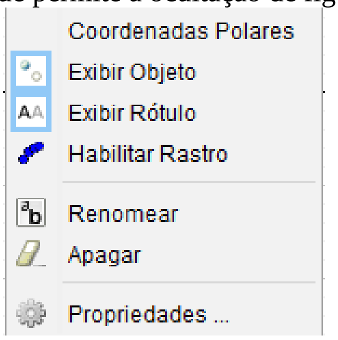


Fonte: Nossa baseada no GeoGebra (2020)

3.3 – Isometria de translação por um vetor: Utilizando aferramenta , construa um polígono qualquer e, em seguida, usando a ferramenta , trace um vetor externo ao polígono construído. A seguir, usando a ferramenta , clique no polígono construído e depois no vetor traçado para boter uma isometria de translação por um vetor.

4 – Em nossas construções, por uma questão de estética, nós iremos ocultar as figuras que precederem as isometrias que fizermos. Para isso, basta clicar com o botão direito do mouse na figura que deseja ocultar e aparecerá a janela representada na figura 2, onde deverá ser desabilitada a opção exibir objeto. Refaça a atividade 3.3 e realize a ocultação tanto do vetor, quanto do polígono que foi transladado.

Figura 2 – Janela que permite a ocultação de figuras e seus vértices



Fonte: Nossa baseada no GeoGebra (2020)

7 – ANEXOS

Anexo 1

DECLARAÇÃO DE ANUÊNCIA DA ESCOLA

Declaro que autorizo o mestrando do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (PPGEn - UESB), Robério Pereira Rocha, a realizar sua investigação junto aos alunos da Escola. Esta prevê práticas pedagógicas com os alunos do 2º ano do ensino médio durante o mês de novembro de 2020, devido ao momento de pandemia, em suas residências, nos ambientes WhatsApp e Google Meet em horários a serem acordados com os alunos, de modo a não interferir nas atividades de rotina da Instituição. A Instituição e os alunos não se responsabilizarão por despesas decorrentes da pesquisa.

Vitória da Conquista, 2020.

____

Diretor geral da Instituição/Carimbo

Anexo 2

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
Resolução nº 466, de 12 de dezembro de 2012, Conselho Nacional de Saúde.

Título do Projeto: *"Construções Geométricas das Figuras do Tangram por meio das Isometrias do Plano do GeoGebra: Análise das Estratégias dos Alunos com Base na Teoria da Atividade"*. PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Robério Pereira Rocha. ORIENTADORA: Prof.ª. Drª. Maria Deusa Ferreira Silva.

Prezado (a) Senhor (a) eu sou Robério Pereira Rocha, aluno do Curso de Mestrado Acadêmico em Educação Científica e Formação de Professores – PPG-ECFP, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e estou realizando, juntamente com a pesquisadora Prof.ª Drª. Maria Deusa Ferreira Silva, o projeto de pesquisa intitulado *"Construções Geométricas das Figuras do Tangram por meio das Isometrias no Plano do GeoGebra: Análise das Estratégias dos Alunos com Base na Teoria da Atividade"*. O objetivo geral desse projeto é: analisar as estratégias utilizadas por alunos na superação de contradições internas podendo indicar movimentos potencialmente expansivos na relação alunos-isometrias-GeoGebra ao construírem figuras do Tangram. Essa pesquisa se mostra relevante para o campo científico ao contribuir com a área da Psicologia da Educação Matemática por meio da produção de novos conhecimentos e para o campo social ao propor uma reflexão dos aspectos emocionais no processo de ensino-aprendizagem. Assim, venho convidá-lo a participar desta pesquisa, lembrando que sua participação é voluntária e consistirá em permitir a observação participante do pesquisador em sua prática pedagógica, com o objetivo de coletar dados através do memorial descritivo e gravação de áudios. Os riscos e ou desconfortos apresentados pela pesquisa são mínimos, poderá surgir algum desconforto ou constrangimento em alguma etapa da pesquisa, se isso ocorrer por meio da utilização de algum instrumento de coleta de dados ou qualquer outro tipo de situação que possa emergir o (a) Senhor (a) poderá solicitar a retirada do mesmo ou deixar de participar da etapa, além disso, a sua participação nesta pesquisa não é obrigatória e o (a) Senhor (a) poderá retirar seu consentimento em qualquer momento da pesquisa, sem sofrer nenhum prejuízo. Garantimos que a sua identidade será preservada permanecendo no anonimato, esta pesquisa também não traz gastos financeiros para o (a) Senhor (a) e nem qualquer forma de ressarcimento ou indenização financeira por sua participação. Os resultados desta pesquisa serão publicados de forma anônima na dissertação do Mestrado e em revistas especializadas. As gravações em áudio e sua transcrição em papel serão arquivados pelos pesquisadores por cinco anos. O (A) Senhor

(a) poderá solicitar esclarecimentos antes, durante e depois da sua participação na pesquisa. Quaisquer esclarecimentos podem ser obtidos com a pesquisadora Luciana Correia de Amorim, por meio do e-mail roberio.rocha2005@gmail.com e dos telefones (77) 3424-5584 / (77) 988771587. Com a orientadora pesquisadora Prof.ª Drª. Maria Deusa Ferreira Silva, e também no Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (CEP), que analisou esta pesquisa, através do e-mail cepuesb.jq@gmail.com ou do telefone (73) 3528-9727 ou ainda no seguinte endereço: Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia – UESB, Comitê de Ética em Pesquisa da UESB – CEP/UESB, Módulo Administrativo, Sala do CEP/UESB, Rua José Moreira Sobrinho, s/n, Jequiezinho, Jequié – BA, CEP 45.206-510.

Se o (a) Senhor (a) aceitar o convite e concordar em participar desta pesquisa, precisará assinar este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, (uma via ficará com o participante e a outra sob a guarda da pesquisadora e arquivada por cinco anos).

Desde já agradeço sua atenção e colaboração com a pesquisa!

Jequié - BA, ____ de ________________ de 20____

_______________________________________ _______________________________________

Participante da pesquisa Pesquisador responsável pelo Projeto

Anexo 3

DECLARAÇÃO INDIVIDUAL DE PARTICIPAÇÃO DOCENTE EM PROJETO DE PESQUISA

Eu, Maria Deusa Ferreira Silva, docente do Departamento de Ciências Exatas, da UESB, declaro estar participando do Projeto de Pesquisa intitulado **CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS DAS FIGURAS POR MEIO DAS ISOMETRIAS NO PALNO DO GEOGEBRA: ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS COM BASE NA TEORIA DA ATIVIDADE.**

Vitória da Conquista, 15 de novembro de 2020.

____

Dr. Maria Deusa Ferreira da Silva

Departamento de Ciências Exatas

Anexo 4

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE POS-GRADUAÇÃO EM ENSINO (PPGEn)

PROCEDIMENTOS QUE ASSEGURAM AO PARTICIPANTE A OBSERVÂNCIA DE DIREITOS

Eu, Robério Pereira Rocha, mestrando do curso de Pós-graduação em Ensino, com ênfase em Ensino e Aprendizagem de Ciências Exatas, Experimentais e Naturais, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, pesquisador responsável pelo Projeto de Pesquisa intitulado ***"Construções geométricas das figuras do Tangram por meio das isometrias no plano do GeoGebra: Análise das estratégias dos alunos com base na teoria da atividade",*** comprometo-me a observar que os procedimentos citados abaixo serão obedecidos em todas as fases da pesquisa.

A atividade será feita em grupo, para propiciar um clima de colaboratividade entre os alunos e, dessa forma, permitir que o aluno tome a inciativa de realizar os movimentos com os polígonos de Tangram através das opções de isometria do GeoGebra, somente ele estiver apto e confiante. A pesquisa será realizada inteiramente no ambiente online e os dados serão transcritos de gravações realizadas no ambiente Google Meet. Como sou professor titular da instituição, eu e minha orientadora solicitaremos a utilização do Google Meet institucional da escola, cuja condução normalmente é feita pela coordenação escolar. O nosso pedido para utilização do Google Meet institucional será com o intuito de tranquilizar os pais, já que as atividades irão ser gravadas e, dessa forma, eles ficarão mais seguros na condução dos procedimentos.

A escolha dos participantes será feita indicando alunos do segundo ano do ensino médio para que eles não tenham dificuldades cognitivas para realizar os procedimentos necessários para a realização da pesquisa sem maiores constrangimentos. Será também garantido a eles o sigilo total das informações produzidas com o estudo e que os nomes dados aos participantes serão fictícios. Além disso, sempre que houver a necessidade, será sempre reiterado que eles estão participando da atividade de maneira livre e espontânea e que, assim que acharem necessário, poderão deixar de participar da atividade sem que haja divulgação da decisão tomada.

Vitória da Conquista, 19 de novembro de 2020.

Robério Pereira Rocha
Mestrando do curso de Pós-graduação em Ensino