UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

MARIA APARECIDA DE OLIVEIRA LIMA

O ALGORITMO DA DIVISÃO E OS INDÍCIOS DA METACOGNIÇÃO NO CONTEXTO DO LESSON STUDY

VITÓRIA DA CONQUISTA — BA
2023

MARIA APARECIDA DE OLIVEIRA LIMA

O ALGORITMO DA DIVISÃO E OS INDÍCIOS DA METACOGNIÇÃO NO CONTEXTO DO LESSON STUDY

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti.

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) sob o número CAAE: 216821.7.0000.0055,
Parecer número: 5.263.401.

VITÓRIA DA CONQUISTA — BA

2023

L699a

Lima, Maria Aparecida de Oliveira.
O algoritmo da divisão e os indícios da metacognição no contexto do Lesson Study. / Maria Aparecida de Oliveira Lima, 2023.
136 f. il.
Orientador (a): Drª. Roberta D'Angela Menduni-Bortoloti.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2023.
Inclui referência F. 97 - 103.
1. Divisão. 2. Lesson Study. 3. Processos de aprendizagem metacognitiva. 4. Metacognição. I. Menduni-Bortoloti, Roberta D'Angela. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino - PPGEn.

CDD: 510.71

Catalogação na fonte: ***Juliana Teixeira de Assunção – CRB 5/1890***

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA

PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO

MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

O ALGORITMO DA DIVISÃO E OS INDÍCIOS DA METACOGNIÇÃO NO CONTEXTO DO LESSON STUDY

Autora: Maria Aparecida de Oliveira Lima
Orientadora: Profa. Dra. Roberta D' Angela Menduni-Bortoloti

Este exemplar corresponde à redação final da dissertação defendida por **Maria Aparecida de Oliveira Lima** e aprovada pela Comissão Avaliadora.

Data: 17/07/2023

COMISSÃO AVALIADORA

Profa. Dra. Roberta D. Menduni-Bortoloti (Orientadora)

Prof^a^. Dr^a^. Vania Maria Pereira dos Santos Wagner (UFRJ, UFES)

Prof.ª Dr.ª Sandra Maria Pinto Magina (UESC)

Documento assinado digitalmente
gov.br
TANIA CRISTINA ROCHA SILVA GUSMAO
Data: 19/07/2023 22:56:39-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof.ª Dr.ª Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão (UESB)

Dedico este trabalho aos estudantes envolvidos na pesquisa, pois eles são a motivação, os protagonistas e o objetivo central deste estudo. Espero que cada um de vocês, estudantes, tomem consciência do seu aprendizado e se sintam donos do seu destino.

AGRADECIMENTOS

Agradecer, no dicionário, quer dizer “compensar de maneira equivalente”, todavia, nunca conseguiremos compensar àqueles que deixam mais felizes nossa vida e amenos nosso trabalho.

Queria poder expressar em palavras o que sinto no coração e agradecer a todos os que me acompanharam e participaram dessa trajetória. Não dá para listar todos os nomes e histórias aqui, mas lembro-me de todos e guardarei com um carinho.

Alguns agradecimentos se fazem necessários ao olhar para trás e ver que não caminhei sozinha, por isso, agradeço:

Ao Senhor meu Deus, por permitir e me capacitar na realização desse sonho.

À minha orientadora, professora Dr.ª Roberta D’Angela Menduni-Bortoloti, pela preocupação com meu aprendizado, por compreender e me ajudar nas dificuldades. Sobretudo, por acreditar em minha capacidade e embarcar comigo nesse sonho. Agradeço pelas trocas valiosas na construção deste trabalho.

Às professoras, Drª. Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner e Drª. Sandra Maria Pinto Magina, sou grata pelas contribuições para meu crescimento enquanto profissional e para enriquecer o trabalho.

Aos colegas do mestrado, do nosso grupo de WhatsApp, agradeço pela força, pela experiência do conviver mesmo à distância. É incrível como podemos estar juntos mesmo sem estarmos fisicamente próximos.

Aos professores e funcionários do PPGen/UESB, agradeço pelo vínculo de cooperação e ajuda mútua que estabelecemos. Suas contribuições foram fundamentais para meu progresso.

Aos meus filhos, Gabriel e Gustavo e Guilherme, expresso minha gratidão por me cercarem de amor. Agradeço por compreenderem a minha ausência, pelo carinho, pelas massagens e pela ajuda com a internet e suas tecnologias.

Ao meu esposo, Marcos, agradeço pelo cuidado comigo e com nossos filhos, quando não pude estar presente. Seu apoio incondicional foi essencial para que eu pudesse me dedicar aos estudos.

À minha querida e amada mãe (*in memoriam*), mesmo não estando presente fisicamente, agradeço por todo amor, ensinamentos e apoio que recebi ao longo da vida. Sua presença em meu coração é eterna.

À minha irmã, Cláudia, sou grata pelo carinho de sempre e por saber que posso contar com você em qualquer situação.

À minha sobrinha Deyse, agradeço pela confiança em mim, pela parceria não apenas em emprestar sua câmera, mas também por ajudar com as transcrições. Sua ajuda foi valiosa.

Aos demais membros da minha família, que direta ou indiretamente, sempre me apoiaram, muito obrigada.

Às amigas Elane Dias, Márcia Azevedo e Rosilda Fernandes, amigas-irmãs que já fazem parte de minha trajetória há tanto tempo, agradeço por compartilharem não apenas seus conhecimentos, mas também por me ajudarem nos momentos mais difíceis. A presença de vocês em minha vida é um presente precioso.

Aos amigos que compõem ou já compuseram nosso grupo de estudos PRACOMAT-LS. A Alice, Bruno, Cláudia, Daniela, Deliane, Denise, Jaysa, Kamila, Marivaldo, Neuraci, Poliana, Renan, Roberta e Rose obrigada pela troca de experiências e reflexões em grupo. Vocês contribuíram significativamente para meu crescimento acadêmico e pessoal, sou grata por ter tido a oportunidade de compartilhar essa jornada com vocês.

À escola da rede municipal da cidade de Itapetinga, na Bahia, na pessoa da diretora, dos professores, dos estudantes e dos funcionários que nos acolheram e permitiram realização dos estudos.

Agradeço também àqueles que não participaram dos estudos, mas foram fundamentais para o meu bem-estar físico e mental durante esse período. O carinho e o apoio que recebi de vocês foram como bálsamo em minha vida.

Á fisioterapeuta e amiga Paula, agradeço imensamente pelo cuidado e carinho.

À academia DC+, quero agradecer pelos momentos de descontração que me proporcionaram quando precisava de uma válvula de escape e me permitiu renovar as energias.

À minha amiga e faxineira Dina, agradeço por sua paciência e compreensão, além da sua ajuda nas tarefas de casa. Sua presença foi um suporte indispensável durante esse período.

À minha amiga e colega Nice, assim como a todos que, de alguma forma, transmitiram força e disposição para me ajudar. Muito obrigada!

"Só sei que nada sei, e o fato de saber isso, me coloca em vantagem sobre aqueles que acham que sabem alguma coisa".

Sócrates, 470 a.C-399 a.C.

RESUMO

Este estudo teve por objetivo estabelecer relações entre a metacognição e a implementação de uma sequência de aulas planejadas, conforme o Lesson Study. Partiu-se do pressuposto de que a junção do Lesson Study com a metacognição pode ser promissora para o processo de ensino e aprendizagem em matemática. Dessa forma, foi delineada uma questão norteadora para o desenvolvimento da pesquisa: como o Lesson Study contribui com a tomada de consciência, por parte dos estudantes, no processo de aprendizagem do algoritmo padrão da divisão, especificamente, no emprego da vírgula e no uso do zero no quociente? Para tanto, foram estabelecidas relações entre a metacognição e implementação de uma sequência de aulas planejadas conforme o Lesson Study, identificando o que os estudantes compreenderam ou não sobre os conhecimentos explorados durante as aulas, cujos conteúdos trataram do algoritmo da divisão, especificamente o emprego da vírgula e do uso do zero no quociente. Além disso, o estudo procurou descrever as estratégias utilizadas pelos estudantes que possibilitaram a tomada de consciência do processo de aprendizagem da divisão. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa do tipo observação participante artificial, cuja proposta foi aplicada em uma escola da rede municipal de Itapetinga, no estado da Bahia, com estudantes do oitavo ano. Os instrumentos empregados foram: a) atividade diagnóstica; b) registro das observações; c) problemas apresentados na história em quadrinhos; d) registro das aulas gravadas; e) atividade após a execução da aula; f) protocolo de entrevista semiestruturada. A etapa de implementação do Lesson Study foi realizada de forma colaborativa pelos integrantes do grupo Práticas Colaborativas em Matemática - Lesson Study (PRACOMAT-LS). Para analisar os dados produzidos pelos sujeitos da pesquisa, foi seguida uma aproximação com a abordagem metodológica de análise de conteúdo, proposta por Bardin (2016). Os resultados indicaram que, na atividade diagnóstica, houve uma predominância no uso do algoritmo da divisão, porém, os estudantes tiveram dificuldades em continuar a divisão quando o resultado era um número decimal. No entanto, após a etapa de implementação do Lesson Study, os estudantes demonstraram uma melhor compreensão sobre o algoritmo da divisão. Isso ficou evidente tanto na atividade realizada após a aula quanto nas respostas durante a entrevista. A implementação da aula no modelo do Lesson Study, em conjunto com a metacognição, permitiu que os estudantes não apenas melhorassem seu desempenho na divisão, mas também se tornassem conscientes do seu processo de aprendizagem. Dessa forma, o Lesson Study contribuiu para a tomada de consciência dos estudantes, uma vez que foram encorajados a refletir sobre seu processo de aprendizagem, tal como explicar suas estratégias e compartilhar suas ideias. O Lesson Study também enfatiza a importância do professor como mediador, uma vez que desempenha um papel essencial ao fornecer suporte para que os estudantes possam tomar consciência de seu processo de aprendizagem e expressar suas formas de pensar.

Palavras-chave: Divisão; Lesson Study; Metacognição; Processos de aprendizagem metacognitiva.

ABSTRACT

This study aimed to establish relationships between metacognition and the implementation of a sequence of planned lectures according to the Lesson Study. It was assumed that the combination of Lesson Study and metacognition can be promising for the process of teaching and learning in mathematics. In this way, a guiding question for the development of this research was outlined, namely: how does Lesson Study contribute to the students' awareness of the standard division algorithm, more specifically, the use of the comma and the use of zero in the quotient? To this end, relationships were established between metacognition and the implementation of a sequence of lessons planned according to the Lesson Study, identifying what the students understood or didn’t understand about the knowledge explored during the lessons, whose contents dealt with the division algorithm, especially the employment of the comma and the use of zero in the quotient and zero in the dividend. In addition, the study sought to describe the strategies used by students that enabled them to become aware of the process of learning division. This is a qualitative research of participant observation type, whose proposal was applied in a school of the municipal network of Itapetinga, in the state of Bahia, with eighth grade students. The employed instruments were: a) diagnostic activity; b) record of observations; c) problems presented in the comics; d) register of the recorded lessons; e) activity after the lesson execution; f) semi-structured interview protocol. The implementation stage of the Lesson Study was carried out collaboratively by the members of the group Collaborative Practices in Mathematics - Lesson Study (PRACOMAT-LS). To analyze the data produced by the research subjects, an approach was followed by the methodological approach of content analysis, proposed by Bardin (2016). The results indicated that, in the diagnostic activity, there was a predominance in the use of the division algorithm, however, students had difficulties in continuing the division when the result was a decimal number. In spite of that, after the intervention, using the Lesson Study model, students demonstrated a better understanding of the division algorithm. This became evident in the activity performed after the lesson and the responses during the interview. The implementation of the lesson in the Lesson Study model, in conjunction with metacognition, allowed students to, not only improve their performance in division, but also to become aware of their learning process. In this regard, the Lesson Study contributed to students' awareness as students were encouraged to reflect about their learning process, such as explaining their strategies and sharing their ideas. Lesson Study also emphasizes the importance of the teacher as a mediator, as they play an essential role, providing support for students to become aware of their learning process and express their way of thinking.

Keywords: Division; Lesson Study; Metacognition; Metacognitive process of learning

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS OU ABREVIAÇÕES

AC	Análise de Conteúdo
BNCC	Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica
CAAE	Certificado de Apresentação para Apreciação Ética
CEP	Comitê de Ética em Pesquisa
EJA	Educação de Jovens e Adultos
MAI	Inventário de Habilidades Metacognitivas
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PISA	*Programme for Internacional Student Assessment* / Programa Internacional de Avaliação de Estudante
PPGEN	Programa e Pós-Graduação em Ensino
PRACOMAT-LS	Grupo Práticas Colaborativas em Matemática - Lesson Study
SILSEM	Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática
TALE	Termos de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre Esclarecido
UESB	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

As minhas vivências[1] em sala de aula na Educação Básica como professora de matemática nos níveis Fundamental e Médio, fizeram-me interessar pelos problemas relacionados às dificuldades de aprendizagem dos estudantes e à falta de significação dos conteúdos trabalhados. O que fica mais evidente são as dificuldades com as quatro operações, pois os estudantes muitas vezes não relacionam o algoritmo ao sistema de numeração decimal, não compreendem os princípios e propriedades desse sistema. Com base nesses conhecimentos, dedicamos um grande período para que o estudante domine esses conceitos e, sobretudo, a operação de divisão, onde a complexidade é maior.

Os grupos de estudo foi um acontecimento marcante na minha trajetória educacional, foram. Foi nesses grupos que aprendi a apreciar e valorizar ainda mais o que aprendia. Desde o ensino secundário (ginasial), tinha o hábito de estudar com os meus colegas, principalmente nas disciplinas relacionadas às ciências exatas. Cursando ainda o ginasial, ofereci reforço escolar, o que reforçou a optar pelo Curso Normal (antigo Magistério) que cursei no Centro Educacional Gilberto Viana - Itambé/BA. Nesse período, tive a honra de ter como professora, a admirável Professora Iza Amorim Pinto Leite, cujas aulas foram de grande importância para a minha formação como docente.

Sou Licenciada em Ciências pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), especialista em Educação Matemática e Educação Inclusiva. Iniciei minha jornada profissional ao ser aprovada em um concurso público para o cargo de Professor no Ensino Fundamental I da rede municipal de Vitória da Conquista/BA. No mesmo ano, prestei vestibular para Licenciatura em Ciências, pela Universidade Estadual da Bahia.

Em 1992 participei do concurso para Professor da Rede Estadual de Ensino, e quase toda minha trajetória pela Secretaria Estadual de Ensino da Bahia aconteceu no Colégio Estadual Abdias Menezes, vinculado à Secretaria Estadual Ensino da Bahia.

Em 2019, integrei o Grupo Práticas Colaborativas em Matemática — Lesson Study (PRACOMAT-LS), no qual conheci a proposta do Lesson Study, como um modelo para formação de professor que proporciona reflexão sobre a prática pedagógica por meio de compartilhamento de ideias, conhecimento e identificação de um objeto de investigação, que se tratava de um problema da própria prática.

---

[1] Nesse primeiro momento esse texto será escrito na primeira pessoa, retratando as vivências da pesquisadora mestranda.

No PRACOMAT-LS vivenciei um Lesson Study, cujo tema de investigação era a divisão. Esse tema foi escolhido por um dos colaboradores do grupo por vivenciar dificuldades dos estudantes na educação básica. Iniciamos o planejamento, primeira etapa do Lesson Study, investigando o modo de ensinar divisão de cada integrante. Esse modelo instiga a formação de um professor pesquisador que elabora suas aulas colaborativamente alicerçadas em um conteúdo a ser pesquisado, com foco na aprendizagem dos estudantes. Por sua vez, os estudantes se tornam autores e sujeitos da construção dos seus próprios conhecimentos, sendo encorajados a refletir sobre o tema. Nesse contexto, o papel do professor é o de facilitador, mediador da aprendizagem, enquanto os estudantes aprendem a aprender. A percepção dessa relação influenciou a escolha do tema Lesson Study, aliado à metacognição.

O termo "metacognição" apareceu na literatura no início dos anos setenta. Um de seus pioneiros, Flavell (1976), especialista em psicologia cognitiva infantil, aplicou à memória e estendeu sua pesquisa a outros processos mentais, como linguagem e comunicação, percepção e atenção, compreensão e resolução de problemas, como confirma a sua definição:

> A metacognição se refere ao conhecimento que alguém tem sobre os próprios processos e produtos cognitivos ou qualquer outro assunto relacionado a eles, por exemplo, as propriedades da informação relevantes para a aprendizagem. Pratico a metacognição (metamemória, meta-aprendizagem, meta-atenção, metalinguagem, etc.) quando me dou conta que tenho mais dificuldade em aprender A do que B; quando compreendo que devo verificar pela segunda vez C antes de aceita-lo como um fato; se me ocorrer que é melhor examinar cada alternativa em qualquer situação de tarefa do tipo múltipla escolha antes de decidir qual é a melhor; se sinto que é melhor anotar D, porque posso esquecê-lo (FLAVELL, 1976, p. 232, tradução nossa)[2].

A metacognição faz com que os estudantes planejem suas ações procurando métodos mais eficazes para identificar e superar suas dificuldades por meio da tomada de consciência e controle da atividade cognitiva (FLAVELL, 1976). Para tanto, é fundamental questionar o que se sabe e não se sabe tornando os estudantes autores de sua própria aprendizagem.

O uso de estratégias metacognitivas promove uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem, visto que proporciona o desenvolvimento de competências, estratégias e planejamento que auxiliam no controle e na regulação dos processos cognitivos, ao passo que este adquire mais segurança para superar os obstáculos. Nessa perspectiva Brown (1997, p. 411,

[2] “Metacognition refers to one's knowledge concerning one's own cognitive processes and products or anything related to them, e.g., the learning-relevant properties of inforration or data. For example, I am engaging in metacognition (metamemory, metalearning, metaattention, metalanguage, or whatever) if I notice thac I am having more trouble 'earning A than B; if it strikes me that I should double-check C before accepting it as a fact; if it occurs to me that I had better scrutinize each end every alternative in any multiple - choice type task situation before deciding which is the best one; if I sense that I had better make a note of D because I may forget it” (FLAVELL, 1976, p. 232).

tradução nossa) afirma que os "aprendizes eficazes operam melhor quando têm uma visão dos seus próprios pontos fortes e fracos e acesso a seus próprios repertórios de estratégias de aprendizagem"[3], ressaltando assim a importância não só do que se sabe, mas também do que não se sabe.

No contexto escolar, a disciplina matemática costuma ser percebida como difícil pela maioria dos estudantes. Diante disso, o Lesson Study surge como uma possibilidade de mudança deste cenário, pois proporciona aos professores a discussão sobre suas práticas pedagógicas, utilizando a própria prática como objeto de reflexão e aprimoramento na construção de conhecimentos.

Os professores, colaborativamente, num ciclo de Lesson Study estudam, planejam, implementam e refletem sobre a aula, buscando caminhos que despertem a curiosidade dos estudantes, o prazer em aprender por meio de situações de investigação, exploração e descobrimento. De acordo com Souza (2022), o Lesson Study é um processo de formação de professores, desenvolvido no Japão, voltado para o potencial dos estudantes em aprender conteúdos escolares por meio de um ensino de qualidade.

O desenvolvimento da metacognição e do Lesson Study possibilita ao estudante se tornarem mais autônomo, consciente e capaz de autorregular seus processos de aprendizagem. A metacognição faz com que os estudantes planejem suas ações procurando estratégias mais eficazes para identificar e superar suas dificuldades por meio da tomada de consciência e controle da atividade cognitiva (FLAVELL; FRIEDRICHS; HOYT, 1970). É fundamental entender que todos possuem algum grau de metacognição, no entanto, desenvolver habilidades metacognitivas é essencial para que os indivíduos se tornem capazes de planejar, regular, controlar e orquestrar suas habilidades cognitivas de forma independente (SANTOS, 1993).

O Lesson Study contribui para que os estudantes se tornem mais ativos no processo de aprendizagem, assim, são incentivados a expressarem como pensam e entendem o processo. Para tanto, o ensino se baseia no diálogo e pautado no desenvolvimento de atividades de cunho mais investigativo e exploratório (PONTE; QUARESMA, 2011). Essa integração encoraja os estudantes a serem mais persistentes e mais responsáveis, desenvolvendo habilidades de comunicação e argumentação.

Para investigar as estratégias, que foram utilizadas pelos estudantes para resolver a divisão, focamos na aprendizagem do estudante tendo como contexto o Lesson Study. Nestes casos, o Lesson Study possibilita examinarmos e discutirmos a aprendizagem, uma vez que a

[3] "Effective learners operate best when they have insight into their own strengths and weaknesses and access to their own repertoires of strategies for learning" (BROWN, 1997, p. 411).

atenção do professor deve concentrar na aprendizagem. Muitos estudantes apresentam dificuldades em matemática, seja pelo imediatismo próprio da idade, que dificulta a criação de uma rotina de estudos, pela falta de incentivo no ambiente familiar, e ainda pela ausência de uma didática adequada às suas necessidades. Nesse sentido, é responsabilidade da escola resgatar o valor do conhecimento, como uma forma de emancipação social e promoção da cidadania. Conforme apontado por Garcia (2011), o conhecimento e as habilidades matemáticas desempenham um papel significativo em nossas atividades diárias, seja nas tarefas rotineiras, no ambiente de trabalho ou nas interações sociais.

O ensino de divisão exige um compromisso na busca por soluções pedagógicas, o que justifica a escolha do tema para investigação. É fundamental explorar as diferentes concepções de divisão, como a partilha e a medida, e ajudar os estudantes a distinguirem cada uma dessas situações. A operação de divisão deve ser apresentada por meio de exemplos concretos, nos quais os estudantes possam realizar partilhas equitativas ou agrupar elementos em conjuntos iguais. Dessa forma, proporcionamos uma compreensão mais sólida e significativa do conceito de divisão.

Fonseca (2005) aponta que, na relação entre dividendos, divisores e quociente é pouco compreendida por muitos estudantes, sendo que a maioria utiliza a operação da divisão sem ter consciência de que estão aplicando a técnica. Aqueles que realmente conhecem a técnica, por outro lado, ainda cometem erros frequentes, especialmente na colocação da vírgula e do zero no quociente. Os estudantes apresentam dificuldades em compreender o surgimento dos números racionais e as convicções que a multiplicação sempre aumenta e a divisão diminui atrapalham o entendimento desse conceito.

Lucena, Araújo e Câmara (2013) ressaltam que a metacognição é uma forma de contribuir para que os estudantes desenvolvam a prática de discutir e argumentar reconhecendo e pensando sobre os saberes que já possuem. Dessa forma, os estudantes desempenham papel ativo na sua aprendizagem, com o professor atuando como mediador e facilitador da aprendizagem. É crucial que o estudante se faça protagonista e o professor seja o responsável pela promoção dessa autoria. As estratégias metacognitivas ajudam os estudantes a estabelecerem relações entre o que aprenderam de um contexto para outro. É importante que professores apoiem esse processo explicando como o que foi aprendido em um contexto pode ser aplicado no próximo, de forma que a ajuda e o incentivo dos professores no processo de desenvolvimento contribuirão para a independência dos estudantes.

Diante desse contexto de dificuldade de aprendizagem matemática, e em específico da divisão, surge então o questionamento que conduzirá esta pesquisa: como o Lesson Study contribui com a tomada de consciência, por parte dos estudantes, no processo de aprendizagem do algoritmo da divisão, mais especificamente no emprego da vírgula e no uso do zero no quociente?

Para responder à questão de pesquisa e aquelas que surgirem ao longo do percurso deste estudo, foi traçado o seguinte objetivo geral: **estabelecer relações entre a metacognição e uma sequência de aulas planejadas conforme o Lesson Study no processo de aprendizagem do algoritmo da divisão**. Para alcançá-lo de forma mais específica, traçamos os seguintes objetivos específicos: (a) identificar as aprendizagens e não aprendizagens dos estudantes sobre o algoritmo da divisão em aulas implementadas conforme o Lesson Study; (b) descrever as estratégias utilizadas pelos estudantes, que possibilitaram a tomada de consciência durante o processo de aprendizagem da divisão; (c) evidenciar potencialidades do entrelaçamento entre Lesson Study e a tomada de consciência sobre identificação e superação de dificuldades na aprendizagem do algoritmo da divisão, especificamente no emprego da vírgula e no uso do zero no quociente.

O contexto para a pesquisa foi o Lesson Study com ênfase na aprendizagem do estudante. O Lesson Study incentiva a reflexão sobre a prática docente com foco na aprendizagem do estudante.

Vislumbramos nesse texto de dissertação relacionar Lesson Study com metacognição, pois o Lesson Study indica a promoção de habilidades metacognitivas, possibilitando ao estudante gerir e potencializar sua aprendizagem, tornando mais confiante e assumindo uma postura ativa. O interesse em entrelaçar o Lesson Study à metacognição advém do fato de que aulas planejadas conforme o Lesson Study, desenvolvem a capacidade de aprender a aprender e verbalizando suas dificuldades e progressos, poderão desenvolver a metacognição. Estas habilidades abarcam fazer conexões ou associações entre uma informação nova e outra anterior, a compreender e a monitorar os processos cognitivos. Assim, se um estudante questiona se entendeu um conteúdo ou que pensa em diferentes maneiras para resolver um problema e escolhe a melhor, se vale de habilidades metacognitivas. O Lesson Study possibilita ao professor a criar oportunidades para reflexão e avaliação de estratégias usadas pelos estudantes. Com o tempo, ganharão autonomia para tomar decisões e realizarem sozinhos suas atividades, avanço este que dará oportunidade de se tornarem adultos emocionalmente mais seguros. Brown (1978) ressalta que a capacidade dos estudantes de controlar as estratégias e outros processos cognitivos aumentam com o tempo.

O presente estudo pode trazer contribuições a outros pesquisadores que almejem desenvolver pesquisas nesta área, seja do ponto de vista profissional, porque é uma alternativa para melhorar a prática educativa vivenciada por professores e estudantes, seja do ponto de vista científico, porque nomeamos categorias entre duas áreas de conhecimento. No entanto, não é intenção esgotar esta abordagem em toda sua amplitude e complexidade, apenas evidenciar ou iniciar esse debate, demonstrando que a relação entre Lesson Study e metacognição pode contribuir com o processo de aprendizagem dos estudantes, tornando-os mais eficazes.

A dissertação em questão está estruturada em cinco capítulos. No primeiro capítulo, chamado “Lesson Study”, destacamos a origem, esclarecemos sua definição, etapas, possibilidades e o modelo do ciclo em espiral. O capítulo seguinte, nomeado “Metacognição”, apresenta o conceito de metacognição e nele destacamos o papel das estratégias metacognitivas na melhoria da aprendizagem e o entrelaçamento com o Lesson Study. No terceiro capítulo, chamado “Divisão”, apresentamos as duas ideias básicas associadas a essa operação. Em seguida, discutimos o algoritmo utilizado na divisão e oferecemos um breve relato da história do algoritmo da divisão. O quarto capítulo, intitulado “Abordagem metodológica da pesquisa”, apresentamos os caminhos percorridos para a produção dos dados da pesquisa. E, por fim, no quinto capítulo, a análise dos dados produzidos no decorrer da pesquisa.

1 LESSON STUDY

A “Jyugyo Kenkyu” como é conhecida no Japão, ou “Lesson Study”, como é conhecida no Reino Unido, Estados Unidos ou “Estudos de Aula/Estudos de Lição” como traduzido por Portugal. Ou ainda, “Estudio de Clases” como tem sido difundida na Espanha, ou “Pesquisa de Aula/Estudo, Planejamento de Lições, Lesson Study” como tem sido utilizado no Brasil.

Nos Estados Unidos, o termo “Lesson Study” foi cunhado e tem grande uso devido à predominância da literatura acadêmica em inglês. Utilizaremos o termo em inglês porque a literatura que estudamos é principalmente nesse idioma e a tradução, acreditamos que não expressa em sua totalidade o que representa (MENDUNI-BORTOLOTI, 2019). O Lesson Study é originado no Japão há mais de um século. Conhecido como um modelo de formação profissional de docentes em exercício e tem merecido atenção dos pesquisadores de diversos países.

Segundo Baldin (2009, p. 2), o Lesson Study “vem ganhando atenção ao nível mundial por todos os educadores que procuram alternativas para solucionar as dificuldades de ensino e aprendizagem nas escolas, em particular da disciplina Matemática”. Desde o final dos anos de 1990, o Lesson Study vem despertando o interesse mundial de pesquisadores por meio das divulgações dos trabalhos de Stigler e Hiebert (1999) e Yoshida (1999). O Lesson Study, vem sendo usado como tema de pesquisa no Brasil. Existem trabalhos desenvolvidos em programas de pós-graduação, sobretudo na área do ensino de matemática. Dentre esses pesquisadores destacamos as dissertações (FELIX 2010; CARRIJO NETO, 2013; GAIGHER, 2017; WANDERLEY, 2019; TOMASI, 2020; IRIGOYEN, 2021) e a tese (BEZERRA, 2020).

Nesse contexto é possível encontrar, internacionalmente, muitas publicações e grupos de pesquisa que se destinam a estudar o assunto. No Brasil, os trabalhos sobre o tema vêm ganhando notoriedade. Um marco importante foi a realização do primeiro Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM) em maio de 2021, seguido pelo II SILSEM em maio de 2023.

Apesar de o foco estar no cultivo do interesse dos estudantes e na qualidade de sua aprendizagem, o Lesson Study pode proporcionar ganhos profissionais para o professor. Ao participar de um Lesson Study, o professor se envolve ativamente na reflexão sobre sua prática pedagógica, no compartilhamento de ideias e no desenvolvimento colaborativo de aulas. Essa experiência pode proporcionar um crescimento profissional significativo, permitindo ao professor aprimorar suas habilidades de ensino, aprender novas estratégias didáticas e obter uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

O Lesson Study surge visando aprimorar a prática docente e romper com a cultura do individualismo em busca do aprendizado efetivo do estudante (TAKAHASHI, 2006; GAIGHER; SOUZA; WROBEL, 2017). Na visão de Bezerra (2017), os profissionais que trabalham em grupo nesse contexto se sentem acolhidos, respeitados e valorizados. O trabalho é colaborativo, envolvendo reflexão, troca de experiências e construção conjunta. No contexto do Lesson Study, a autora, através da intervenção, visou superar dificuldades como o isolamento docente. Ocasionado por uma cultura do individualismo e pelas dificuldades de conteúdo durante a formação inicial.

Nesse contexto, Félix (2010) destaca que a cultura do individualismo docente é um entrave para a implementação do Lesson study no Brasil. Em contraste com essa realidade, Carrijo Neto (2013) afirma que é comum entre os professores japoneses abrir suas salas de aula para que outros professores possam compartilhar ideias e, dessa forma, melhorar a prática docente. Bezerra (2017), salienta que, muitas propostas de formação de professores não consideram a prática docente, por isso não têm êxito. A autora destaca a importância de partir das dificuldades encontradas na prática, buscar embasamento na teoria e, em seguida, retornar para a prática.

O Lesson Study pode ser entendido como um processo de desenvolvimento profissional para professores (FERNANDEZ, 2002; TAKAHASHI, 2006; FUJII, 2014). Carrijo Neto (2013) aponta que o Lesson Study tem se mostrado um importante contexto de formação para preencher as lacunas existentes na formação de professores de matemática dos primeiros anos do ensino fundamental.

Muitas escolas japonesas consideram o Lesson study um modelo essencial para o desempenho dos estudantes, inclusive sendo um dos responsáveis pelos bons resultados do Japão em Matemática, no *Programme for Internacional Student Assessment* (PISA) (em língua portuguesa chamado de Programa Internacional de Avaliação de Estudantes). A avaliação é aplicada de forma amostral a estudantes na faixa etária dos 15 anos, idade em que se pressupõe o término da escolaridade básica obrigatória na maioria dos países (BEZERRA; MORELATTI, 2021).

Gaigher (2017) destaca que os professores devem propor atividades que permitam aos estudantes vivenciarem cada etapa de resolução de problemas. É necessário que se crie um ambiente favorável à aprendizagem e que os estudantes, ao exporem suas ideias, o professor possa observar e refletir sobre ela. O Lesson Study traz uma nova perspectiva na análise das atividades realizadas pelos estudantes, o que envolve o estudo e compreensão dos seus erros e acertos (FÉLIX, 2010).

Segundo Takahashi e Yoshida (2004), o Lesson Study foca em pesquisar a aula pelo professor de forma colaborativa, consistindo nas seguintes etapas: (1) planejamento da aula; (2) implementação da aula; e, posteriormente, (3) reflexão sobre a aula, buscando a melhoria da aula e também o aprimoramento do professor. Essas etapas tendem a se repetir, constituindo um ciclo com seis etapas. A quarta etapa é um (re) planejamento com base na reflexão que ocorreu quando a aula foi implementada; esse novo plano é implementado, gerando a quinta etapa e outra reflexão ocorre, fechando o ciclo. Esse ciclo pode ser refeito, caso o grupo perceba que é necessário.

De acordo com Isoda e Olfos (2009), no plano de aula deve haver previsão de dúvidas e reações dos estudantes. Os autores enfatizam a importância da preparação de possíveis intervenções do professor para conduzir a classe de acordo os objetivos estabelecidos. O debate centra-se na aprendizagem dos estudantes.

Na implementação da aula, um professor fica responsável por ministrar as aulas e os demais atuam como observadores (professores-observadores). Esses podem ser os professores que participaram da elaboração do planejamento, professores de outras escolas ou universidades e gestores educacionais. A participação do professor num ciclo de Lesson study propicia um olhar atento na construção de aulas planejadas com seus colegas de forma colaborativa. Segundo Fiorentini (2006), o processo colaborativo requer, um compromisso compartilhado entre os participantes. Irigoyen (2021) enfatiza que, quanto mais forte e profundo for o vínculo colaborativo entre o grupo, mais se aproveita as potencialidades que Lesson Study pode oferecer. O termo colaboração é usado em muitas situações de trabalho em grupo. É uma filosofia de interação, um modo de vida (PANITZ, 1996).

Gaigher (2017) destaca que as ações colaborativas e reflexivas contribuem para o desenvolvimento do plano de aula e fornecem elementos para a resolução de problemas. A autora salienta que a colaboração voluntária dos participantes se propõe a alcançar objetivos comuns e o trabalho é coletivo, no sentido de que cada um tem algo para aprender e ensinar.

De acordo com Tomasi (2020), as culturas profissionais dos professores incluem aspectos que influenciam as diversas situações em que esses profissionais intervêm ou são influenciados e que compõem a cultura de ensino. Segundo Hargreaves (1998), a cultura do ensino compreende as crenças, valores, hábitos e modos de funcionamento esperados de uma comunidade de professores. Essa forma de cultura confere identidade ao trabalho docente. A autora enfatiza que as relações entre esses especialistas interferem na maneira como interpretam as reformas educacionais e as aplicam no contexto escolar.

Na execução, os estudantes apresentam suas estratégias para a turma e professor, justificando suas escolhas e o professor contribui com seu conhecimento e experiências No Lesson Study, os estudantes devem sempre assumir uma postura ativa, partilhando ideias, dúvidas com seus colegas e professor. Essa exigência requer um intenso trabalho de pesquisa pelo grupo de professores, o que pretende fazer; como deve construir a problemática; que recursos usar para a abordagem inicial e continuada; que questionamentos formular para direcioná-los para a compreensão do problema, estabelecimento de estratégias de solução, uso da simbologia matemática e avaliação pelos próprios estudantes; como criar um ambiente de compartilhamento das diferentes ideias dos estudantes. Este momento é denominado de *neriage,* sendo uma discussão geral da classe, que se refere à construção de objetos de porcelana ou argila, incluindo os conceitos de "amassar" e "polir". No contexto do ensino, o termo é uma metáfora para o processo de "polir" as ideias dos estudantes e integrar as ideias matemáticas nas discussões gerais da sala de aula. Os professores japoneses estimam que *Neriage* é a chave para o sucesso ou fracasso de toda a classe (ISODA; ARCAVI; LORCA, 2007).

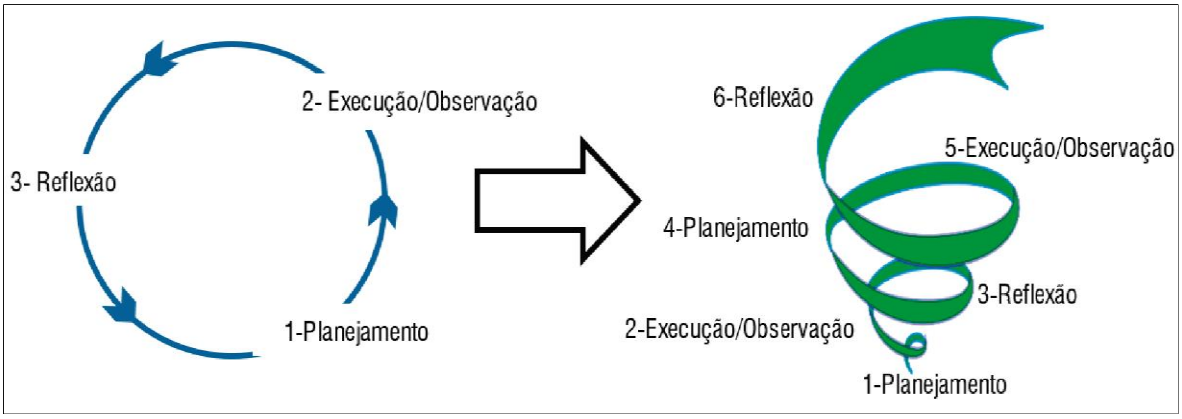
No Lesson Study o professor deve ser um facilitador, um mediador e os estudantes devem ser protagonistas. Nessa perspectiva, os professores não devem dar respostas prontas, mas levar o estudante a pensar por meio de perguntas que, em japonês, é chamado *hatsumon*. O registro na lousa de tudo que foi construído na aula, é o *bansho,* a síntese pelos estudantes do que produziram na aula, como mencionamos é o *neriage*, logo depois, a síntese do professor, enfatizando pontos importantes, é o *matome* (DE SOUZA, 2022).

Durante a reflexão sobre a aula, os professores avaliam o aprendizado e o envolvimento dos estudantes. Verificam se os objetivos planejados foram alcançados. O ciclo de etapas é então continuado sendo um processo de melhoria contínua (DE SOUZA, 2022).

A avaliação na etapa de reflexão é importante para ajudar os professores a melhorarem suas aulas e promoverem o desenvolvimento dos estudantes. Trata-se de uma reflexão sobre a aprendizagem e o ensino. Quando os estudantes concluem um tópico específico, são avaliados para ver se os objetivos foram alcançados (ISODA; ARCAVI; LORCA, 2007). Para desenvolver o ciclo do Lesson Study alguns pesquisadores o concebem em espiral, pois o conhecimento é gerado por meio da troca com seus pares e essa experiência é maior a cada etapa reimplementada. A cada ciclo do Lesson Study há um nível maior de aprofundamento, experiência em decorrência das vivências e conhecimentos adquiridos (FERNANDEZ; YOSHIDA, 2004).

Gaigher, Souza e Wrobel (2017) compreendem que a cada novo passo do Lesson Study integram-se ações em nível mais elevado de maturidade devido ao acúmulo de experiências, denominada pelos autores de Espiral do Lesson Study uma vez que o concebem de forma espiralada (Figura 1).

Figura 1 — Do Ciclo à Espiral do Lesson Study



Fonte: Gaigher, Souza e Wrobel (2017, p. 21).

Corroboramos com a concepção das autoras, que a formação de professores à luz do Lesson Study tem uma estrutura em forma de espiral. A cada novo ciclo, há uma geração de conhecimentos e experiências adquiridas no diálogo com outros professores, na pesquisa, estudo do conteúdo, na interação com o estudante. Todas essas vivências e experiências são propícias ao aprendizado. Gaigher (2017) destaca que essa estrutura em forma de espiral incute a ideia de que a cada novo ciclo planejado, executado e refletido no Lesson Study, experiências são agregadas, aumentando o nível de maturidade profissional.

Dessa forma, o Lesson Study proporciona um contínuo crescimento e desenvolvimento profissional, em que os professores estão constantemente aprimorando suas práticas pedagógicas e ampliando seu repertório de estratégias de ensino.

2 METACOGNIÇÃO

O termo metacognição foi cunhado pelo psicólogo americano John H. Flavell no início da década de 1970. “Metacognição refere-se, entre outras coisas, ao monitoramento ativo e consequente regulação e orquestração dos processos em relação aos objetos cognitivos ou qualquer assunto relacionado a eles, geralmente a serviço de algum objetivo ou meta concreta” (FLAVELL, 1976, p. 232, tradução nossa)[4]

A metacognição, derivada da combinação de duas palavras: o prefixo grego meta, que significa a locução preposicional acrescentada, depois; e o termo latino cognosce, que significa conhecer ou conhecer algo. Em suma, podemos dizer que a metacognição está relacionada ao ato de pensar sobre o pensamento, a cognição da cognição. Desde que Flavell inaugurou a área da metacognição, completando 50 anos em 2021, as primeiras pesquisas estavam relacionadas à metamemória. Os 50 anos não foram suficientes para criar um conceito unificado ou uma ferramenta real para medir a metacognição (ROSA, 2020).

A metacognição envolve a capacidade de aprender um conteúdo e perceber como ocorre a compreensão ou percepção do não entendimento desse conteúdo. Embora seja difícil avaliar a amplitude desse processo metacognitivo, a ciência cognitiva, que estuda o processamento da informação, cada vez mais busca respostas para a explicação deste fenômeno, que é familiar a todas as pessoas.

Com base nesses aspectos, é possível compreender que a metacognição desempenha um papel fundamental na autorreflexão e na melhoria do processo de aprendizagem, permitindo que os indivíduos avaliem e monitorem seus próprios conhecimentos, habilidades e estratégias cognitivas.

Brown (1987) ressalta que a compreensão de metacognição como um processo metacognitivo já estava presente antes de Flavell. A autora menciona os trabalhos de Dewey (1910), Thorndike (1917) e Locke e Pringle-Pattison (1924) como trabalhos que tratam de processos metacognitivos sem usá-los nesses termos. Arruda (2020) acrescenta a esses autores Piaget, Vygotsky e Sócrates. Arruda (2020) ressalta que Sócrates estabeleceu um método de investigação, em que o professor respondia a perguntas com novas perguntas. O objetivo do método era levar o estudante a pensar por si próprio, de modo que o professor procurasse conduzir o estudante a um processo de reflexão e descoberta. Ou seja, uma proposta de tomada

[4] “Metacognition refers, among other things, to the active monitoring and consequent regulation and orchestration of processes in relation to cognitive objects or any matter related to them, usually in the service of some concrete objective or goal” (FLAVELL, 1976, p. 232).

de consciência sobre o próprio conhecimento com a resultante ação de regulação em busca da aprendizagem. Se olharmos os processos usados por Sócrates e por Dewey ao interagir e dialogar com seus estudantes que muitos aspectos dos processos de ensino e aprendizagem estão envolvidos. Por exemplo, constatamos que os professores também eram provocados a refletir e tomar consciência sobre o sabem e o que não sabem, sobre como os estudantes pensam e resolvem tarefas quando colocavam perguntas que provocassem os estudantes a pensar. Todos esses movimentos de pensamentos e reflexões dos professores para dialogarem com seus estudantes os levavam a pensar e refletir sobre os seus próprios conhecimentos que desejavam ensinar. Sócrates e Dewey não falaram ou comentaram acerca desses aspectos de habilidades metacognitivas, mas estas aparecem de forma implícita nos escritos destes autores.

A metacognição é a potencialidade do ser humano de autorregular e monitorar os processos cognitivos (FLAVELL; FLAVELL.; GREEN, 1987). À medida que os estudantes planejam, monitoram, avaliam seu processo de aprendizagem, estes estão usando e/ou desenvolvendo habilidades metacognitivas. O psicólogo John H. Flavell, especialista em desenvolvimento cognitivo da criança, foi o precursor na sistematização do conceito de metacognição, termo que surgiu nos Estados Unidos na década de 1970.

Como mencionamos, na década de 1970, Flavell começou a desenvolver estudos relacionados à metacognição, principalmente com metamemória. Com base nesses estudos, Flavell e Wellman (1977) sugeriram que o conhecimento metacognitivo se desenvolve por intermédio da percepção do sujeito de como as variáveis interagem para influenciar o resultado da atividade. Conforme os autores:

> Primeiro, algumas situações requeridas para exigir esforços relacionados à memória e outras que não [sensibilidade]. Segundo o desempenho em uma situação de memória ou tarefa é influenciado por um número de fatores cuja natureza uma pessoa deveria saber. Nós temos três classes principais de tais fatores [variáveis]: (1) características relevantes de memória da própria pessoa [variável pessoa]; (2) características relevantes de memória para a tarefa [variável tarefa]; (3) estratégias potenciais de emprego/uso [variável estratégia] (FLAVELL; WELLMAN, 1977, p. 5, tradução nossa).[5]

Assim, metamemória refere-se a todo conhecimento necessário ao processo (recursos, operabilidade e limitação) e estratégias de memorização que, em geral, podem ser exercitadas por técnicas de memorização mnemônica, por exemplo, saber que determinadas coisas são mais

---

[5] "First, some situations required to require efforts related to memory and others that do not [sensitivity]. Second, performance in a memory situation or task is influenced by a number of factors, the nature of which a person should know. We have three main classes of such factors [variables]: (1) person's own memory-relevant characteristics [person variable]; (2) task-relevant memory characteristics [task variable]; (3) potential employment/use strategies [strategy variable]" (FLAVELL; WELLMAN, 1977, p. 5).

fáceis de serem lembradas do que outras. Mnemônica é uma técnica usada para desenvolver a memória. Esse conhecimento é estabelecido por meio da tomada de consciência das variáveis pessoa, tarefa e estratégia e como se relacionam e influenciam no alcance do objetivo cognitivo. O conhecimento metacognitivo, é resultado da integração dessas variáveis. Para lembrar um número de telefone e tem dificuldades, associa a datas de aniversário. A variável pessoa reconhece as dificuldades do sujeito para memorizar números, a variável tarefa está relacionada à necessidade de memorizar números e a variável estratégia associa o número a datas importantes (FLAVELL, 1979).

Na primeira tentativa de esclarecer o conceito de metacognição, Flavell e Wellman (1977) apresentaram um sistema para desenvolvimento de metamemória, composto por dois componentes: a sensibilidade (sensitivity) e conhecimento de pessoas, de tarefa, estratégia e a interação entre elas. Segundo esses autores, para que a memória ou a recordação seja possível, o sujeito deve aprender a identificar em situações a necessidade de recorrer a determinadas ações ou estratégias (sensibilidade) e desenvolver conhecimentos sobre a influência de variáveis de pessoa, tarefas e estratégias.

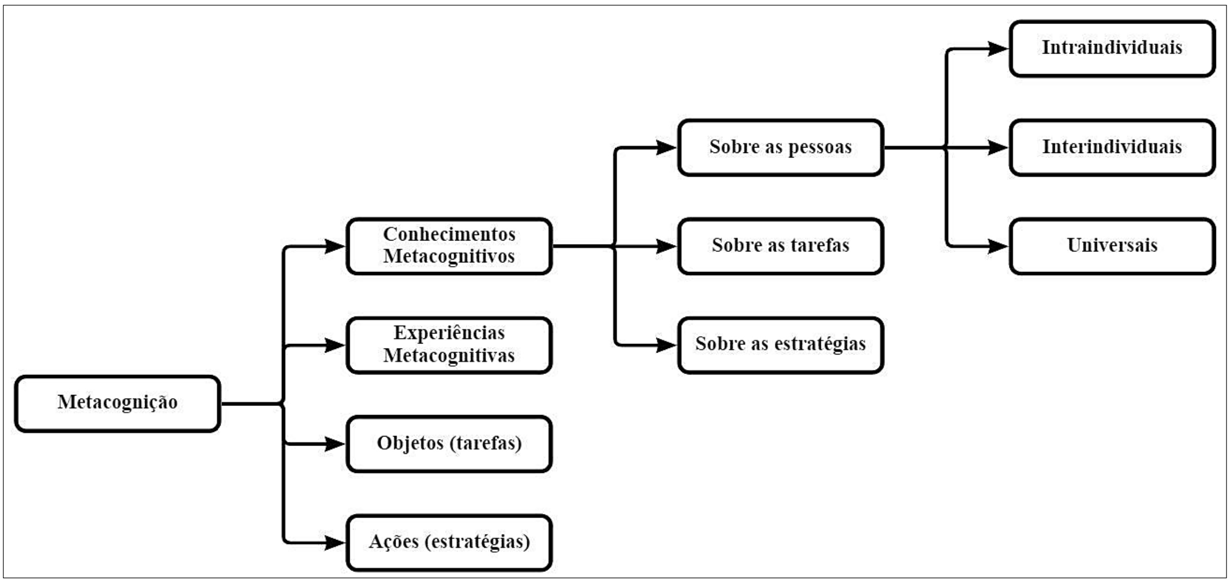
O conhecimento sobre as pessoas envolve três tipos de subcategorias: intrapessoal, interpessoal e universal. O primeiro refere-se ao autoconhecimento, pontos fortes e fracos, interesses, atitudes, enquanto ser cognitivo, como, por exemplo, saber que aprende melhor fazendo anotações do que lendo várias vezes o texto. A segunda refere-se sobre o conhecimento da diferença entre mim e os outros, por exemplo, saber que algumas pessoas podem aprender melhor fazendo mapas mentais do que repetindo as informações. O terceiro refere-se ao conhecimento dominante numa cultura acerca da aprendizagem, por exemplo, saber que as pessoas compreendem as coisas de diferentes formas (FLAVELL; WELLMAN, 1977).

A variável tarefa refere-se ao conhecimento da natureza das informações que o sujeito enfrenta (raras ou múltiplas, incorretas ou rigorosas) e aos critérios da tarefa a ser cumprida. A informação ou material em que é aprendido varia de acordo com sua familiaridade e como é apresentado, e o sujeito tem que ajustar sua resposta.

A variável estratégia inclui informações sobre os meios, processos ou ações que permitem ao sujeito atingir de maneira mais eficaz os objetivos em uma determinada tarefa. Enfim, escolher a melhor estratégia de acordo com seus objetivos na tarefa.

Em seguida, Flavell (1979) desenvolveu um modelo global de vigilância cognitiva que incluía quatro aspectos interdependentes: 1) conhecimento metacognitivo; 2) experiências metacognitivas; 3) objetivos; e, 4) ações (estratégias). Para melhor ilustrar o entendimento de Flavell (1979), apresentamos o modelo na Figura 2.

Figura 2 — Componentes metacognitivos



Fonte: Flavell (1979).

O modelo proposto parte do entendimento de que a regulação do pensamento metacognitivo ocorre por meio da ação e interação de quatro aspectos: conhecimento metacognitivo, experiência metacognitiva, objetivos cognitivos e comportamento cognitivo. Portanto, se um sujeito deseja ativar seu pensamento metacognitivo, precisa-se conectar quatro aspectos. Conforme Flavell:

> O conhecimento metacognitivo é aquele segmento de seus conhecimentos de mundo armazenados (quando criança ou adulto), que tem feito as pessoas serem criaturas cognitivas, com suas diversas tarefas, objetivos, ações e experiências. [...] As experiências metacognitivas são quaisquer experiências conscientes cognitivas ou afetivas, que acompanham e pertencem a toda empreitada intelectual. [...] Objetivos (ou tarefas) referem-se aos objetivos do empreendimento cognitivo. As ações (ou estratégias) referem-se às cognições ou a outros comportamentos empregados para consegui-las (FLAVELL, 1979, p. 906-907, tradução nossa)[6].

O conhecimento metacognitivo é a primeira dimensão, definida como o conhecimento ou crenças do aprendiz sobre si mesmo, pessoas, tarefas, estratégias e como afetam o resultado dos processos cognitivos. Ajuda a controlar o comportamento de resolução de problemas, permitindo que os estudantes identifiquem e representem situações, acessem mais facilmente uma lista de estratégias disponíveis e escolham quais estratégias podem ser aplicadas. Também pode avaliar resultados finais e/ou intermediários e reforçar estratégias. O conhecimento

[6] Metacognitive knowledge is that segment of your stored knowledge of the world (as a child or an adult) that has made people cognitive creatures, with their diverse tasks, goals, actions, and experiences. [...] Metacognitive experiences are any conscious experiences, cognitive or affective, that accompany and belong to every intellectual endeavor. [...] Objectives (or tasks) refer to the objectives of the cognitive enterprise. The actions (or strategies) refer to the cognitions or other behaviors employed to achieve them (FLAVELL, 1979, p. 906-907)

metacognitivo abrange o conhecimento sobre suas aptidões cognitivas (tenho dificuldades em memorizar nomes) (BROWN, 1987; FLAVELL, 1979).

As experiências metacognitivas que compõem o segundo aspecto são emocionais, incluindo impressões ou percepções conscientes que podem ocorrer antes, durante ou após a realização de uma tarefa ou atividade cognitiva. Enfim, podemos falar de uma experiência metacognitiva de uma pessoa, toda vez que há dificuldade, falta de compreensão, e quando sente que algo está errado. Por exemplo, um estudante, quando experimenta sentimentos de ansiedade em razão de uma atividade cognitiva, ou seja, perceber que não sabe determinado conteúdo. Essas experiências são importantes, porque por meio delas aprende principalmente a capacidade de avaliar suas dificuldades e superá-las. Pode-se, portanto, considerar, a exemplo de Flavell, Flavell e Green (1987), que o conhecimento metacognitivo e a experiência metacognitiva estão conectados, em vista que o conhecimento permite explicar as experiências e agir sobre elas. No entanto, nem todas as pessoas desenvolvem intuitivamente esse conhecimento metacognitivo e essa experiência metacognitiva, muitas pessoas precisam ter exemplos de outras pessoas usando e desenvolvendo metacognição. Por isso, pesquisadores como Lester Jr (1989) e Santos (1997) investigaram metacognição e tarefas de resolução de problemas e alguns conceitos matemáticos. Esses pesquisadores mostraram como esse conhecimento e essa experiência metacognitiva podem ser desenvolvidos e percebidos conscientemente pelos estudantes que experimentaram aulas com este propósito de desenvolver metacognição em aulas de matemática.

O terceiro aspecto diz respeito aos objetivos, implícitos ou explícitos, que animam e sustentam a atividade cognitiva e podem ser impostas pelo professor ou escolhidas pelos próprios estudantes. Deve-se notar que as metas estabelecidas pelo professor podem diferir daquelas estabelecidas pelo estudante e podem mudar no decorrer da tarefa. É um aspecto importante na monitoração porque é em função do seu conhecimento que o estudante orienta suas ações.

As ações ou estratégias, que constituem o quarto e último aspecto da vigilância cognitiva, conduzem o sujeito a objetivos cognitivos, estratégias metacognitivas que visam, assim, avaliar a eficácia das estratégias cognitivas, podendo surgir a necessidade de usar novas estratégias (FLAVELL; FLAVELL; GREEN, 1987).

Assim, do ponto de vista de Flavell *et al*. (1981), a autorregulação tem três componentes principais. Em primeiro lugar, o processamento refere-se às estratégias cognitivas que os estudantes usam para processar materiais de aprendizagem e atingir os objetivos de aprendizagem. A segunda é a regulação que envolve estratégias metacognitivas empregadas para organizar, coordenar, regular e testar atividades de processamento, exercendo, com isso, controle sobre a aprendizagem associadas às atividades de processamento. E já o terceiro elemento é a experiência metacognitiva que acontece no desenrolar da atividade e fornece resposta sobre o progresso.

Flavell e Wellman (1977) foram os primeiros autores a considerar a metacognição como uma área específica de pesquisa. A princípio, os trabalhos sobre metacognição focaram no conhecimento que os indivíduos tinham sobre sua cognição, do que sabiam sobre sua memória (metamemória) e do que sabiam sobre sua atenção, ou meta-atenção. Essa compreensão, originalmente apresentada por Flavell, foi ampliada e explorada por pesquisadores de diversas áreas, em especial, da psicologia e da educação, tornando o vocábulo de difícil definição e polissêmico.

2.1 Metacognição e aprendizagem

Desde 1970, os processos cognitivos têm sido estudados de forma mais aprofundada, oferecendo alternativas para o entendimento e melhoria da aprendizagem escolar. Flavell e Wellman (1977) identificaram diferentes níveis de aprendizagem. De acordo com esses autores, um nível de aprendizagem mais elevado está associado a um aumento nas atividades metacognitivas, e os aprendizes podem ser classificados de iniciante a efetivos. Flavell e Wellman (1977), também enfatizaram que as diferenças significativas no desempenho escolar observadas em estudantes, em função da utilização de estratégias cognitivas e metacognitivas levaram pesquisadores a concluir que estudantes com bons desempenhos são mais hábeis em empregar estratégias para adquirir, organizar e utilizar os seus conhecimentos, bem como regular seu progresso cognitivo.

Conforme Brown (1978), uma habilidade que parece distinguir os bons dos maus leitores é perceber a dificuldade na compreensão de uma tarefa, ou ter consciência de que não compreendeu nada. Os estudantes com bom desempenho sabem avaliar as suas dificuldades, e sabem de forma consciente o que lhes permite superá-las. A autora enfatiza a importância de percepção do conhecimento que se sabe e o que desconhece, pois, esta compreensão auxilia o estudante no planejamento de estratégias de estudo. Assim, quando a metacognição está presente, aos estudantes reconhecem suas próprias potencialidades e/ou dificuldades.

Segundo Ribeiro (2003), a metacognição permite compreender diferenças entre estudantes com idênticas capacidades intelectuais e níveis escolares diferentes, devido à forma como atuam sobre os seus processos de aprendizagem. A metacognição propicia ao estudante um nível de realização maior, dado que, funciona como um motor do próprio desenvolvimento. O êxito da aprendizagem depende da aquisição de estratégias cognitivas e metacognitivas que possibilitem a tomada de consciência dos processos que utilizam para aprender e a tomada de decisões e não apenas da idade, experiência e nível intelectual.

Segundo Flavell e Wellman (1977) a aprendizagem requer transformação e estas estão relacionadas aos quatro níveis de atividade mental na aprendizagem. Há um primeiro nível, mais elementar, em que os conteúdos da memória são organizados segundo leis associativas, por processos básicos inatos. Nesse nível, ocorre o aprendizado do condicionamento e do automatismo. Por exemplo, quando um bebê chora porque está com fome e recebe comida, aprenderá a associar seu choro com o recebimento de comida. No segundo nível, serão adicionados conhecimentos declarativos/semânticos, organizados em esquemas por meio de processos investigativos. Por fim, observou-se o uso de estratégias cognitivas e metacognitivas pelos sujeitos. Miller (1993) aponta que uma das principais mudanças de desenvolvimento, durante anos de vida escolar. É aprender a aproveitar ao máximo as habilidades cognitivas por meio das habilidades metacognitivas. Lafortune, Jacob e Hébert, afirmam as habilidades metacognitivas são a:

> Capacidade de mobilizar o próprio conhecimento e saber-fazeres, mas com a intenção explícita de planejar a execução de uma tarefa afim de melhor supervisioná-la, avaliá-la e fazer um julgamento crítico sobre a eficácia de sua abordagem em relação a estratégias implementadas e o objetivo perseguido. Esse julgamento permite não apenas enriquecer o conhecimento metacognitivo, mas desenvolver um conhecimento consciente que pode ser implantado em situações cada vez mais complexas (LAFORTUNE; HÉBERT; JACOB, 2000, p. 12-13, tradução nossa)[7]

A habilidade cognitiva é a capacidade de absorver conhecimento, ou seja, é a aptidão de entender como as coisas funcionam e a habilidade metacognitiva está associada a um maior controle sobre o que estudamos. Para Lafortune, Hébert e Jacob (2000), habilidade metacognitiva é a capacidade de mobilizar conhecimento. Com a intenção expressa de planejar uma tarefa (ler, calcular, pensar e, decidir) para melhor monitorá-la, avaliá-la e fornecer julgamento crítico. Esse discernimento possibilita enriquecer e desenvolver um conhecimento consciente que pode ser implantado em situações mais complexas. As habilidades metacognitivas são utilizadas em diversas situações do nosso cotidiano, como resolução de problemas, comunicação, compreensão de informações verbalmente, leitura, escrita, aquisição

[7] "Capacité à mobiliser ses connaissances et savoir-faire, mais dans l'intention explicite de planifier l'exécution d'une tâche afin de mieux la superviser, l'évaluer et porter un jugement critique sur l'efficacité de sa demarche au regard des stratégies mises en place et du but poursuivi. Ce jugement permet non seulement d'enrichir ses connaissances métacognitives, mais de développer un savoir conscient qui peut être déployé dans des situations de plus en plus complexes" (LAFORTUNE; HÉBERT; JACOB, 2000, p. 12-13).

da linguagem, atenção, memória, etc. Por esta razão, o conceito de metacognição é de grande importância em áreas como educação e psicologia (FLAVELL, 1979).

Lafortune, Hébert e Jacob (2000) ressaltam que as habilidades metacognitivas são divididas em: 1) planejamento, que inclui estratégias metacognitivas, como análise de tarefas com a intenção de prever etapas a serem alcançadas, estabelecimento de metas, previsão, seleção de estratégias, seleção de critérios de avaliação, entre outras; 2) controle, que se refere à manutenção de um olhar avaliativo durante a execução de determinada tarefa, verificando assim se a estratégia utilizada deve ser mantida ou modificada; e 3) regulação, incluindo ajuste, alteração ou ajuste da estratégia utilizada.

Brown (1978) observou que, com o passar do tempo, os estudantes ganham mais controle sobre as estratégias que utilizam nos processos cognitivos. As crianças começam a harmonizar seus processos cognitivos, ampliando o controle, como se estivessem aprendendo a reger uma grande orquestra. Para que o controle sobre essas estratégias seja mais evidente, é necessário que em sala de aula o pensamento do estudante seja valorizado, que esse ambiente proporciona o desenvolvimento de um ser instigado a questionar, ouvir, investigar, avaliar, averiguar, por fim construir conhecimento.

Nas últimas décadas, novos conceitos foram incorporados ao estudo de metacognição. Como a descoberta de que o sistema cognitivo é provido de um subsistema de controle com a finalidade de monitorar, planejar e regular seus processos. Esse controle metacognitivo, principalmente em crianças pequenas, acontece geralmente com pouca participação consciente. Conforme os processos cognitivos são mais exigidos por situações de vida mais complexas, os processos metacognitivos tornam-se mais conscientes. Leffa (1996) e Brown (1997) descrevem a metacognição como a habilidade de refletir conscientemente sobre os próprios processos cognitivos e metacognitivos. A metacognição permite que os estudantes criem critérios que potencializam o tempo que dedicam aos estudos, tornando-os mais qualificados, independentes, participativos e ativos no processo de aprendizagem.

A metacognição implica o conhecimento que o indivíduo tem de seu próprio conhecimento. Isso ocorre quando o indivíduo está ciente do que já sabe e do que realmente aprendeu, e quando o indivíduo também está ciente do que ainda não aprendeu e do que está tendo dificuldade. Isso significa que quando um indivíduo desenvolve sua metacognição, está consciente de suas possibilidades e dificuldades. Os indivíduos também sabem como utilizar eficazmente os seus conhecimentos e como ultrapassar as dificuldades (SANTOS, 1993, 1997).

Em sua pesquisa, Spinillo e Lautert (2011) ressaltaram que uma vez estabelecida a tomada de consciência pode compreender o que fez, como o fez e por que o fez. Assim, mecanismos de autorregulação e controle podem se engajar em tais situações reflexivas, permitindo que as crianças monitorem a situação, façam os ajustes necessários, avaliem a adequação de suas posições e as modifiquem se necessário.

Flavell (1979) destacava que um bom monitoramento leva a uma melhor aprendizagem, defendendo assim a prática da metacognição como estratégia para aumentar a quantidade e a qualidade do conhecimento metacognitivo, bem como as habilidades de monitoramento. Portanto, a prática desse monitoramento pelo estudante, levaria à autorregulação da aprendizagem, melhorando o desempenho acadêmico. Essa visão é compartilhada por Ribeiro (2003) que enfatiza a relevância que a metacognição tem no cenário educacional, pois permite que os indivíduos monitorem, se autorregulam e desenvolvam estratégias para melhorar sua cognição, afirma que este é um fator importante na aprendizagem. A metacognição pode ser considerada um fator que mobiliza a aprendizagem e o desenvolvimento, como aponta Spinillo (1999).

Ferreira e Lautert (2003) desenvolveram um estudo com o objetivo ilustrar a tomada de consciência por intermédio do conceito de divisão. As autoras entrevistaram uma criança do sexo masculino, com 6 anos e 4 meses, e solicitaram que representasse um problema. De acordo as autoras, os resultados desse estudo mostraram que a tomada de consciência não ocorre de forma abrupta como um simples esclarecimento ou iluminação, mas ao contrário, demanda construções e reconstruções, favorecendo o surgimento de um nível de consciência cada vez mais sofisticado até atingir a conceituação.

2.2 Entrelaçamento entre o Lesson Study e Metacognição

Para a promoção de uma aprendizagem autônoma, é fundamental se pensar em aulas reflexivas que, capacitem os estudantes aprenderem a aprender. Nesse sentido, o Lesson Study, como um modelo de formação, permite aos professores refletirem sobre suas práticas, compartilharem experiências com seus colegas e aprimorarem a aprendizagem dos estudantes, superando as dificuldades encontradas ao longo do processo. Ademais, o Lesson Study também propicia ao professor aprender a aprender, como ensinar, além de aprender a refletir sobre seus procedimentos de ensino, tal como a tomar consciência sobre o que sabe e o que não sabe a respeito das etapas de planejamento, execução e reflexão sobre o processo de ensino e de aprendizagem.

No planejamento do Lesson Study são elaboradas atividades exploratórias e investigativas, colocando o estudante como protagonista de sua aprendizagem e enfatizando a conscientização e o controle do processo de aprendizagem. O professor guia os estudantes em reflexões e descobertas, incentivando a criação de estratégias próprias e a consideração das tentativas como oportunidades de reflexão e experiência. Nesse contexto, ainda que não seja a intenção do professor, sua prática resulta em um desenvolvimento metacognitivo para os estudantes. Uma aula ou prática cuidadosamente planejada, com base em pesquisas didático-matemáticas e um domínio adequado do conteúdo, tem o potencial de promover tanto o conhecimento cognitivo quanto as habilidades metacognitivas nos estudantes. Assim, fica evidente a relação entre cognição e metacognição. Embora esse efeito possa ser limitado, uma instrução bem planejada e executada de forma responsável é capaz de ativar aspectos metacognitivos para os estudantes (GUSMÃO; MOLL,2022).

A metacognição desempenha um papel crucial nesse contexto. Refere-se à capacidade de refletir sobre como organizar e planejar a ação antes de iniciar uma atividade, fazer ajustes durante a sua execução e revisar os resultados obtidos. Ribeiro (2003), ressalta que os professores atuam como mediadores na aprendizagem, facilitando a autorregulação dos estudantes. Assim, começamos a vislumbrar aproximações entre Lesson Study e metacognição, à medida que os estudantes são encorajados a desenvolver habilidades metacognitivas, como planejamento e monitoramento de suas próprias atividades.

Brown (1987) destaca a importância do papel do professor na preparação dos estudantes para o planejamento e monitoramento de suas atividades. Isso implica criar condições desafiadoras de aprendizagem, em que os estudantes se sintam engajados e responsáveis por sua formação, enquanto o professor se empenha em ensinar, gerenciar, monitorar e autorregular constantemente suas estratégias de ensino. Assim, o professor atua como mediador, incentivando os estudantes a buscarem caminhos para compreender as questões propostas e os desafios apresentados. Além disso, o professor consciente busca compreender seu processo de ensino e suas estratégias metacognitivas em todas as etapas do ensino.

É consenso que a educação tem como uma de suas funções fundamentais promover a capacidade dos estudantes de autogerir suas aprendizagens e exercer a autonomia, desenvolvendo habilidades intelectuais que lhes permitam continuar aprendendo ao longo de suas vidas. Para potencializar a metacognição, é imprescindível o trabalho com situações investigativas, nas quais os estudantes sejam construtores de seu próprio conhecimento. Santos (1997) destaca que o desenvolvimento da metacognição ocorre quando o estudante é capaz de utilizar seu conhecimento de forma eficiente, superando dificuldades e possuindo consciência de suas potencialidades e limitações. O planejamento do Lesson Study encaminha os professores para que as aulas sejam refletidas, que sempre lancem perguntas, para que os estudantes mobilizem seu conhecimento. Dessa forma, busca-se incentivar os estudantes a refletirem sobre o que sabem, selecionar ações adequadas para realizar as tarefas de forma satisfatória, monitorar suas estratégias, revisar suas escolhas e, consequentemente, desenvolver habilidades metacognitivas.

À medida que os estudantes adquirem consciência de como aprendem, tornam-se capazes de refletir sobre seu desempenho durante a realização das atividades. O Lesson Study, por sua vez, possibilita desenvolver a metacognição porque os estudantes se tornam autores de suas próprias aprendizagens. Dessa forma, a metacognição se configura como uma habilidade que pode ser adquirida por meio das aulas desenvolvidas com base no modelo do Lesson Study. Nesta perspectiva, compreendemos que a aprendizagem vai além do simples ato de fazer e saber. Aprender implica também em saber como aprender e como aplicar esse conhecimento de forma eficaz (GRANGEAT, 1999). O Lesson Study proporciona um ambiente propício para o desenvolvimento dessa compreensão, promovendo o desenvolvimento da metacognição que capacita os estudantes a se tornarem aprendizes ativos e conscientes de seus próprios processos de aprendizagem.

3 DIVISÃO

Neste capítulo, apresentamos os conceitos fundamentais relacionados à divisão. Inicialmente, apresentamos as duas ideias básicas associadas a essa operação. Em seguida, discutimos o algoritmo utilizado na divisão. Além disso, oferecemos um breve relato da história do algoritmo da divisão.

3.1 Divisão associada a duas ideias básicas: partição e medida

As situações que envolvem divisão têm duas ideias diferentes: dividir em partes iguais e medir. Por exemplo, se precisamos distribuir 30 adesivos para três crianças, nós temos duas quantidades de categorias diferentes: adesivos e crianças e precisamos determinar nesta distribuição de adesivos quantos adesivos para cada criança. A criança tem que lidar com três variáveis: o número total de adesivos, o número de crianças e o número de adesivos para cada criança. Os estudantes precisam compreender as relações constantes entre o dividendo (30 adesivos) e o divisor: quanto mais adesivos (quociente) por criança, menor será o divisor, que informa quantos adesivos queremos distribuir para cada criança. Se mantivermos o número de adesivos constante (30) e aumentarmos o número de crianças, haverá menos adesivos por criança (JESUS, 2005). As crianças precisam vivenciar muitas situações semelhantes a esta para compreenderem, de forma efetiva, o processo de distribuição. Além disso, é importante estimulá-las a verbalizar e escrever sobre suas observações e raciocínios durante essas atividades.

É importante reconhecer que esse processo de compreensão da distribuição de duas grandezas é complexo e pode ser lento para algumas crianças. Cada indivíduo tem seu próprio ritmo de aprendizagem e pode enfrentar desafios específicos ao lidar com esse conceito. Portanto, os educadores devem oferecer um ambiente de apoio e oportunidades de prática contínua, promovendo a discussão e a reflexão para auxiliar no desenvolvimento dessa habilidade. Com o tempo, as crianças podem adquirir uma compreensão mais profunda e fluente da distribuição de duas grandezas.

Em contrapartida, se temos 30 adesivos e queremos distribuir, dar 5 adesivos para cada criança (mesmo tamanho: adesivo), temos uma situação diferente. Nesse caso, é necessário determinar o número de crianças que receberão os adesivos. Essa divisão é outra situação conhecida como medida, ou quantos cabem, ou quotativa (JESUS, 2005). Temos um total de 30 adesivos conhecidos divididos, distribuídos em subconjuntos, configuramos 5 adesivos e precisamos calcular quantas vezes esse subconjunto está contido no conjunto de quotas. A quota indica que seis crianças receberão 5 adesivos, ou seja, cada criança receberá a mesma quota, o mesmo valor. A ideia de medida (quantas vezes cabe), o dividendo e o divisor são grandezas de mesma espécie, e deseja saber quantas vezes o divisor cabe no dividendo. Assim, temos o divisor como unidade pela qual queremos medir o dividendo (RIPOLL *et al*., 2015).

As estratégias de divisão com as ideias de repartir em partes iguais e de medida estão relacionadas com a representação mental que as crianças constroem das situações, podendo fazer uso de materiais manipuláveis, estratégias próprias ou imagens mentais para resolver problemas de divisão. Por exemplo, numa situação de divisão conhecida como medida, os estudantes têm a liberdade escolher diferentes estratégias, mesmo que não opere com o algoritmo padrão (OLIVEIRA, 2014).

Tychanowick (2017) busca compreender em sua pesquisa como o conceito de divisão é ensinado nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A autora ressalta que os professores se sentiam inseguros em ensinar matemática "o diálogo sobre o ensino da divisão pode estar sendo evitado nas escolas pelo incômodo de trazer as dificuldades do aprender e do ensinar. Quando se trata da divisão, há o silêncio, a fuga" (TYCHANOWICK, 2017, p. 182).

De acordo com Tychanowick (2017), os professores se sentem inseguros quanto ao ensino de matemática, em especial quando se trata da divisão. Essas dificuldades têm origem nas experiências desagradáveis que tiveram com a matemática quando eram estudantes da educação básica. Apesar da formação em Pedagogia, o curso não ajudou a superar essas lacunas. Em suas pesquisas Correia, Garcia e Santana (2019) analisaram o conhecimento comum e o especializado de uma professora dos anos iniciais em relação aos significados da divisão. As autoras observaram que apesar de reconhecer a diferença entre partição e quota, a professora não as nomeou, tampouco apresentou argumentos para justificar as escolhas quanto à utilização dos esquemas: algoritmo da divisão e/ou esquema de razão entre as quantidades das grandezas, apesar de apresentar a resolução correta.

No final da década de 1990, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontavam para a necessidade de os professores promoverem o ensino sugerindo diferentes significados de divisão (BRASIL, 1997). Nesse contexto, os professores devem "dar o sentido de divisão, atrelado às ações de compartilhar (igualdade) e determinar a adequação referindo-se ao sentido de partilha e cota" (BRASIL, 1997, p. 72). Mais de 20 anos depois, a Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica (BNCC) oferece aos estudantes dos anos iniciais a oportunidade de desenvolver habilidades de resolução de problemas "envolvendo os diferentes significados da multiplicação e divisão" (BRASIL, 2018, p. 287).

Dos Santos et al. (2014) conduziram um estudo para investigar a maturidade cognitiva dos estudantes que ainda não foram expostos formalmente ao conceito de divisão, mas precisavam lidar com situações que envolviam essa operação. Os resultados revelaram ganhos positivos no desempenho dos estudantes do 2º ano em comparação com os do 1º ano nas situações analisadas. Além disso, não houve diferença significativa no desempenho dos estudantes entre as situações envolvendo quota e as de partição ao comparar o 2º ano com o 1º ano.

Lautert e Spinillo (2002, 2004) investigaram o conhecimento matemático de crianças sobre a divisão em função de dois aspectos: desempenho em problemas de divisão e concepções sobre a divisão. Oitenta crianças (5-9 anos) foram solicitadas a resolver dois tipos de problemas, um de partição e outro por quotas e, em uma entrevista clínica, eram solicitadas a responder à pergunta ‘O que é dividir?’ A principal conclusão diante do desempenho em problemas de divisão indica que:

> O tipo de problema não foi fator determinante do desempenho, o qual foi influenciado apenas pelo nível de instrução formal das crianças sobre a divisão. Apesar disto, é pertinente ressaltar que as crianças já instruídas sobre a divisão tiveram um percentual de acertos ligeiramente maior no problema de partição do que no de divisão por quotas, dado este que está em acordo com a literatura na área. Esta tendência, entretanto, não é observada em relação às crianças sem instrução escolar que tiveram dificuldades em ambos os problemas (LAUTERT; SPINILLO, 2002, p. 244).

Em relação às definições do que vem a ser dividir, os dados demonstraram a existência de uma relação entre desempenho e definições sobre a divisão, e que as crianças atribuem um significado matemático à divisão antes de adotarem procedimentos apropriados na resolução dos problemas. É possível que a maior familiaridade com a ideia de partes decorra do fato de que, desde muito cedo, as crianças realizam a ação de repartir em situações sociais diversas (LAUTERT; SPINILLO, 2002).

Conforme a literatura, a ideia de partição antecede a ideia de quotas e os problemas de partição são geralmente mais fáceis que problemas de divisão por quotas. Embora o uso de algoritmos possa fornecer resultados mais rápidos em certos casos, é importante ressaltar que muitas vezes os problemas de divisão são resolvidos mecanicamente, sem que os estudantes reflitam sobre a ideia de partição ou medição.

Este é um argumento debatido entre pesquisadores e professores. Alguns defendem que as crianças que compreendem as duas ideias de divisão e têm domínio do sistema posicional, que tenham entendido alguns algoritmos no 4º ano e 5º ano do Ensino Fundamental I, podem começar a trabalhar com algoritmos de divisão. No entanto, é importante salientar que os algoritmos são procedimentos fundamentados nos princípios e propriedades do sistema de numeração decimal.

3.2 O algoritmo usado na divisão

Kamii e Russell (2010) ressaltam que os algoritmos introduzidos com antecedência, fazem com que as crianças desistam de seu próprio raciocínio e desenvolvam uma visão fragmentada dos números. Portanto, é essencial que os estudantes utilizem estratégias próprias, tenham um domínio do sistema de numeração decimal, valor posicional, com isso, poderá usar desses conhecimentos para compreenderem o algoritmo.

Conforme Kamii (1992) afirma, com base em sua pesquisa com crianças da primeira à quarta série, as crianças ainda não compreendem o valor posicional dos números. A não compreensão desses conceitos implicará em dificuldades no entendimento das operações matemáticas envolvendo o algoritmo. A autora conclui que o estudante pode acertar o resultado de uma adição utilizando o algoritmo padrão, porém não significa que entendeu o valor posicional. O estudante pode estar reproduzindo de forma mecânica o que outros fazem e estar de posse apenas de um entendimento instrumental, como comenta Skemp (1976).

Toledo e Toledo (2010) relacionam as dificuldades dos estudantes em relação às quatro operações básicas à falta de domínio do sistema de numeração decimal, afirmam que: “Professores habituados a trabalhar com crianças que apresentam dificuldades em ‘fazer contas’ com os números naturais sabem que, na verdade, uma das principais causas do problema está no aprendizado do sistema de numeração decimal” (TOLEDO; TOLEDO, 2010, p. 58).

Spinillo e Lautert (2012) destacaram em seus estudos, que a falta de compreensão das relações inversas entre os termos da divisão e o uso inadequado de formas para lidar com o resto são obstáculos para muitas crianças na compreensão da divisão. Já que ambos estão relacionados aos invariantes operatórios da divisão e que, ademais, são a causa de muitas das dificuldades com a divisão. Nessa perspectiva, pode-se pensar que o ensino poderia enfatizar a reflexão sobre os invariantes operatórios da divisão, promovendo uma abordagem conceitual relacionada ao ensino do algoritmo utilizado na divisão.

Quanto à dificuldade da criança de lidar com resto, pode-se sugerir que no contexto escolar as crianças sejam simultaneamente apresentadas a situações-problema que envolvam tanto a divisão exata como a inexata. Ao colocar o resto em evidência, sobretudo o resto com valores grandes, a criança pode compreender que o resto faz parte da divisão e não pode ser ignorado ou inserido em uma das partes, o que violaria o princípio da igualdade. Os invariantes são componentes cognitivos importantes dos esquemas. São implícitos quando estão ligados aos esquemas de ação do estudante. Os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção. Nesse caso, são expressos por palavras e/ou outras representações simbólicas (MAGINA *et al*., 2001).

De acordo com Spinillo e Lautert (2012), a Educação Matemática poderia ser beneficiada se o professor propusesse situações de ensino que destacassem tanto as formas de raciocínio dos estudantes quanto os invariantes do conceito que pretende ensinar, criando situações diversificadas. A sala de aula poderia se tornar um local de discussão em que atividades metacognitivas tivessem um papel importante nas situações didáticas. A análise do erro pode ser uma estratégia útil para compreender conceitos matemáticos complexos em um ambiente de discussão e reflexão.

Em sua pesquisa, Kamii (1992) afirma que as crianças podem tirar conclusões e chegar à verdade de forma autônoma. Assim, o papel do professor é de mediador para que o estudante possa criar suas próprias estratégias. Ademais, o professor necessita querer ensinar de várias formas, ter consciência do que sabe e do que não sabe sobre o conceito matemático a ensinar e querer melhorar seus conhecimentos a respeito do conceito que vai ensinar e mediar entendimentos com seus estudantes.

Kamii e Russell (2010) defendem incluir situações de divisão em turmas do primeiro ao quinto ano do ensino fundamental. Os autores ressaltam que problemas de divisão podem auxiliar na compreensão de frações, pois as operações aritméticas fazem parte do cotidiano das crianças. Ao considerar diferentes abordagens de resolução, as crianças são desafiadas a explorar o valor total envolvido. Intuitivamente, estabelecem relações entre termos da divisão e analisam o resto. Vale ressaltar que a multiplicação só é o inverso da divisão, quando o resto dessa divisão é zero. Por exemplo, não se consegue explicar o processo inverso da divisão de 37 por 7 fazendo-se uso exclusivamente da multiplicação, já que $37 = 5 \times 7 + 2$. Os estudantes necessitam expressar em linguagem verbal, escrita e em símbolos visuais o que entenderam de cada situação-problema.

Conforme Brocardo, Serrazina e Kraemer (2003) a escola limita a capacidade investigativa quando:

> [...] os algoritmos continuam a ser introduzidos aos alunos muito cedo não lhes dando oportunidade para desenvolver o sentido do número e pensar de um modo crítico sobre o sentido das operações, tendo como consequência o não desenvolvimento de outras estratégias de cálculo (BROCARDO; SERRAZINA; KRAEMER, 2003, p. 11).

À medida que aumenta o número envolvido nas situações-problema, torna-se impossível resolvê-las por desenhos ou diagramas. É para isso que o algoritmo padrão é usado, ou seja, para ajudar a encontrar a solução com eficiência e rapidez, quando os métodos mais simples não são suficientes.

Gottard (2012) ressalta que o conhecimento dos métodos usados pelos povos na antiguidade é importante para a compreensão dos usados na matemática hoje. A história da matemática é um recurso importante para o professor e aumenta o interesse dos estudantes. Compreender a construção sócio-histórica do sistema de numeração decimal é relevante para entender a divisão e o número racional (WALLAUER, 2006).

Na interpretação de números, usamos princípios matemáticos desenvolvidos ao longo dos séculos: o "princípio da posição" e o "princípio da extensão". O princípio da posição revolucionou a ciência tornando-a mais fácil de entender. Isso facilitou a escrita de números inteiros. O segundo princípio é a extensão do princípio da posição para a escrita dos números menores que a unidade, ou seja, números menores que um (CUNHA, 2002).

O historiador francês Georges Ifrah (2001) ressalta que os algoritmos são ferramentas desenvolvidas para economizar tempo e facilitar a execução de cálculos por meio da generalização de passos, tornando assim os cálculos mais simples. Ifrah (2001, p. 299) argumenta que o termo "algoritmo" na Europa designou o cálculo escrito inventado pelos árabes, mas atualmente o termo tem um significado mais amplo, ou seja, “todo procedimento matemático que consiste em passar automaticamente e num encadeamento rigoroso de uma etapa à seguinte”.

Os árabes foram os primeiros a reconhecerem as vantagens dos cálculos escritos da Índia, enquanto os cristãos na Europa demoraram a abandonar seus sistemas antiquados, resultando em séculos para reconhecerem esse procedimento. Enquanto os italianos, em determinado momento, tiveram contato com os árabes e bizantinos, suas escolas se especializaram nas operações complexas. Por outro lado, ainda nos séculos XIV e XV, as universidades francesas ou alemãs só se ocupavam das operações ordinárias (IFRAH, 2001).

Ifrah (2001) relata que um rico mercador da Idade Média, foi um dia consultar um especialista para saber a qual instituição confiar a seu filho. A resposta do profissional foi:

> Se você se contenta em fazê-lo aprender a prática das adições e subtrações, qualquer universidade alemã ou francesa resolverá o problema; mas, se você faz questão de que a instrução de seu filho chegue à multiplicação ou à divisão (se ele for capaz de aprender isto!), então será preciso mandá-lo para as escolas italianas (IFRAH, 2001, p. 304).

Diante da resposta dada pelo especialista, fica evidente que as escolas italianas estavam à frente das escolas alemães e francesas naquele período histórico. Além disso, a resposta também aponta para a complexidade da operação de divisão e a necessidade de maior compreensão para dominá-la.

Muitos estudantes aprendem a dividir usando um algoritmo, uma regra prática, mas poucos compreendem o processo. Há casos em que esse conteúdo é ministrado de maneira superficial, deixando uma lacuna no conhecimento matemático do estudante. Uma das possíveis causas é que alguns professores também não compreendem o processo como dividem, porque dividem e usam apenas o algoritmo e ainda não sabem como ensinar, priorizando o saber fazer em detrimento de entender como e porque se divide segundo este procedimento.

Conforme Skemp (1976) existem dois significados para a palavra compreensão, como ressalta Stieg Mellin-Olsen, da Universidade de Bergen: compreensão relacional e compreensão instrumental. O primeiro, é conhecer como fazer e porque fazer, e a compreensão instrumental se dá como uma compreensão de uma determinada regra e a habilidade de usá-la. É importante entender os dois níveis de compreensão ao invés de eliminar uma em favor da outra, como fica claro, por exemplo, em situações matemáticas complexas e difíceis, em que a argumentação não é suficiente para justificar uma ideia.

A respeito do significado do conceito de compreensão, Skemp escreveu:

> Suponhamos que um professor lembre a uma turma que a área de um retângulo é dada por A= B x H. Um aluno que esteve ausente diz que não entendeu, então o professor lhe dá uma explicação nesse sentido. A fórmula diz que para se obter a área de um retângulo, multiplica-se o comprimento pela largura. Oh, eu entendi, diz o aluno, e continua a fazer o exercício. Agora, se fosse dito a ele: Você pensa que entendeu, mas, realmente, você não entendeu, o aluno não se convenceria. Claro que eu entendi. Veja, eu tenho todas as respostas certas. Esse aluno não ficaria satisfeito com a nossa desvalorização de sua realização. Com sua interpretação da palavra, ele realmente entende (SKEMP, 1976, p. 2, tradução nossa)[8].

No nível de compreensão instrumental, coisas novas são aprendidas por meio de esquema simples. No nível de compreensão relacional, a assimilação de novos conceitos ocorre sob um esquema mais rico. Na compreensão instrumental, no entanto, os estudantes dominam um conjunto de regras e algoritmos que são desenvolvidos por meio da repetição, nenhuma relação é estabelecida entre os conceitos, um exemplo é a simples aplicação da fórmula para

---

[8] "Suppose that a teacher reminds a class that the area of a rectangle is given by A= L x B. A pupil who has been away says he does not understand, so the teacher gives him an explanation along these lines. Oh, I get it, says the student, and continues to do the exercise. Now, if he were told: You think you understand, but really, you don't understand, the student would not be convinced. Of course, I understood. See, I have all the right answers. This student would not be satisfied with our devaluation of his achievement. With his interpretation of the word, he really understands" (SKEMP, 1976, p. 2).

encontrar a área. O estudante entende a regra e sabe como aplicá-la, mas não faz uma conexão com o conhecimento conceitual.

Por isso, os algoritmos não devem ser executados de forma mecanizada. Esse configura um processo fundamentado nos princípios e nas propriedades do Sistema de Numeração Decimal e visa consolidar a compreensão deste sistema (BRASIL, 1998). Para compreender o algoritmo da divisão este deve ser trabalhado de forma contextualizada para fazer sentido, ser interessante e relevante. Vergnaud (2014) ressalta que a complexidade da divisão supera as demais operações e por isso muitas crianças não dominam esse conteúdo.

Vergnaud (2009), por exemplo, argumenta que tais desafios estão relacionados tanto a questões conceituais quanto operacionais. O autor destaca o resultado da operação como uma complexidade conceitual, argumenta que, enquanto a adição, a subtração e a multiplicação são sempre exatas, no sentido de que o resultado é essencialmente a aplicação do operador ao operando, a divisão, nem sempre é exata e o quociente não é, por si só, o resultado da aplicação do operador ao operando. O resultado real é o par (quociente, resto), o resto podendo ser nulo. Por isso, a divisão como regra funcional não é o oposto da multiplicação, a menos que envolve relações complexas.

A complexidade com a divisão se reflete nas regras operacionais, que envolvem sucessivas divisões, subtrações e multiplicações, além da busca por quocientes que podem gerar restos ou frações. Também existem relações bastante intrincadas entre as partes envolvidas no processo (dividendo, divisor, quociente e resto). No final, todas as partes atribuídas, mais o resto, devem formar o todo inicial, e o resto não pode ser maior do que o número de partes (LAUTERT; SPINILLO, 2002).

De acordo com Spinillo e Lautert (2006), a divisão não é um conceito simples, porém sua relevância é reconhecida por pesquisadores e professores, sendo que enfrentam um desafio para entender como as crianças pensam sobre a divisão.

Campos *et al*. (2021) destacam em suas pesquisas, que os estudantes do 1º ano do Ensino Médio apresentaram lacunas no conhecimento sobre a divisão e seus algoritmos, que deveriam trazer desde o Ensino Fundamental como conhecimento prévio para conectar aos tópicos curriculares do Ensino Médio. Esse é um fenômeno observado com frequência nas escolas e um desafio para os professores que têm de trabalhar com os estudantes que iniciam o Ensino Médio que, não têm o hábito de estudar para aprender a comunicar os seus argumentos e resultados.

Campos *et al*. (2021) destacaram a ênfase no planejamento baseada no modelo do Lesson Study. Isso incluiu enunciados dos problemas, seleção cuidadosa de dados numéricos para compreensão da representação posicional decimal, escolha do material didático, preparação para dúvidas e erros, bem como a exploração de diferentes formas de algoritmos de divisão presentes nos textos didáticos. A revisão contínua dos conteúdos ao longo do currículo da educação básica permitiu sua vinculação a outros conceitos dos estudantes, justificando o trabalho com a divisão no ensino médio. A pesquisa concluiu que os estudantes que participaram ativamente do processo mostraram uma evolução, sugerindo que a aula alcançou seus objetivos, ainda que parcialmente.

Considerando a dificuldade dos estudantes com a divisão devido à complexidade, é importante que os professores tenham um leque para facilitar o processo de ensino e aprendizagem. Para Miguel (2005), a abordagem tradicional oferece um caminho: apresentar as propriedades do algoritmo e propor uma série de problemas para ilustrar. O autor ressalta que a resolução de problemas é vista nas escolas, como um conjunto de exercícios de fixação e aplicação. Perde-se o lúdico que um problema pode ter quando tratado como um desafio.

Ao solucionar problemas envolvendo as operações é importante para a autonomia dos estudantes, que escolham o caminho para encontrar as respostas e, então, depois da compreensão dos processos envolvidos nas operações é que devemos apresentar o algoritmo padronizado. Thompson (1999) citado por Brocardo e Serrazina (2008), descreve três tipos de algoritmos: padrão formal; formal não padronizado e informal não padronizado. A primeira categoria trata do que chamamos de algoritmo padrão, a segunda categoria trata das representações verticais da operação usando a decomposição de números. Por exemplo, para calcular 253 + 127, usa-se um algoritmo não padrão e formal quando se faz as decomposições dos números em centenas, dezenas e unidades: 253 + 127 = 300 + 70 + 10 = 480. A terceira categoria não padrão e informal, são os outros procedimentos que podemos usar para representar e resolver problemas. Para esses autores, quando se tem uma definição ampla de algoritmo como a de Thompson (1999), a maioria dos processos de cálculo mental, as estratégias de cálculo em linha e o uso de propriedades são considerados algoritmos. Exemplo de cálculo em linha: 54- 23, 54 - 20 =34, 34 – 3 =31, logo 54 -23 = 31.

De acordo com Brocardo e Serrazina (2008) os algoritmos devem ser trabalhados centrado no desenvolvimento do sentido do número. É relevante o desenvolvimento de procedimentos natural de cálculo e ligar estruturalmente o desenvolvimento de técnicas de cálculos à construção de números e à reconstrução do sistema de numeração posicional. A aprendizagem dos algoritmos deve surgir desse processo.

Em diferentes culturas e momentos da história, a divisão está associada a um procedimento, cuja complexidade não se estende a outras operações aritméticas. Na concepção euclidiana, a divisão é uma ação que consiste em dividir um número por outro em partes iguais de maneira que o resto seja menor que o divisor ou igual a zero. A definição formal de divisão é a distribuição de um dividendo por um divisor, do qual resulta um quociente, que ocasiona um resto ou não.

De acordo o Teorema da Divisão Euclidiana: Sejam a e b números naturais com $b \neq 0$. Existem dois únicos números naturais q e r tais que $a = b \cdot q + r$, em que $0 \leq r < b$.

Definição: Nas condições do teorema anterior, os números q e r são chamados, respectivamente, o quociente e o resto da divisão (euclidiana) de a por b, e os números a e b são chamados respectivamente, dividendo e divisor dessa Divisão Euclidiana.

A divisão com naturais envolve dois valores como resultado: o quociente e o resto:

> [...] considerá-la [a divisão] como inversa da multiplicação nos naturais ou nos inteiros não é apenas um problema de falta de formalismo matemático. Como a divisão devolve dois valores, mesmo sua interpretação informal como processo inverso da multiplicação não é imediata. No processo inverso, para resgatar um dos valores (dividendo ou divisor), precisamos de três informações – quociente, resto e dividendo (ou divisor). Nos naturais (assim como nos inteiros), a divisão só pode ser considerada diretamente como processo inverso da multiplicação se o resto for igual a zero [...] (CARRER; DOERING; RIPOLL, 2018, p. 104).

No Ensino Fundamental II, mais especificamente no 7º ano, há uma expansão do universo numérico para incluir os números racionais. Nessa etapa, ocorrem alterações na forma como o resultado da divisão é expresso. Agora, ao realizar uma divisão, são utilizados dois números naturais ou, mais comumente, dois números racionais como valores de entrada, sendo que um deles é diferente de zero. O resultado da divisão é um número racional.

Com a inclusão dos números racionais, a divisão se torna a operação inversa da multiplicação. Isso significa que, ao dividir dois números, estamos buscando o número que, multiplicado pelo divisor, resulta no dividendo. Essa relação entre divisão e multiplicação é fundamental no contexto dos números racionais.

É importante ressaltar que a introdução dos números racionais na divisão amplia as possibilidades e complexidades do cálculo, uma vez que os números racionais envolvem frações e números decimais. Os estudantes precisam compreender as propriedades dos números racionais, assim como as estratégias para realizar as operações de forma correta e eficiente.

Dessa forma, a divisão no Ensino Fundamental II adquire uma nova dimensão com a inclusão dos números racionais, expandindo o universo numérico e exigindo dos estudantes uma compreensão mais abrangente das relações entre as operações matemáticas.

Magina, Santos e Merlini (2010) apresentaram e discutiram as estratégias empregadas por estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental e seus desempenhos na resolução de situações de divisão. O estudo é parte integrante do projeto de pesquisa que consistiu na aplicação de um teste em 349 estudantes do Ensino Fundamental, de uma Escola Pública de São Paulo. Segundo os autores, a análise dos resultados permitiu fazer duas considerações, uma do ponto de vista quantitativo e outra do ponto de vista qualitativo:

> No que concerne ao ponto de vista quantitativo, se considerarmos o sucesso dos estudantes como indicador de aprendizagem, os resultados indicam que houve pouco ganho quando comparamos o desempenho dos estudantes da 2ª à 4ª séries nas três situações. Esse dado é preocupante, pois era esperado que tivesse uma clara evolução da 2ª para 3ª e desta para a 4ª série, tal qual houve da 1ª para a 2ª série (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2010, p. 21).

No que se refere à análise, do ponto de vista qualitativo, os autores optaram por analisarem todas as estratégias que os estudantes usaram, incluindo aquelas que levaram ao sucesso e aquelas que levaram ao erro. Diante dessa análise, identificamos quatro níveis de estratégia com base nas variáveis “numérico” e “pictórico. Descobriram que a estratégia pictórica foi de grande valia para os estudantes da 2ª e 3ª séries, e mesmo para a 1ª série, foi mais bem-sucedida do que as variáveis numéricas. Este fenômeno ilustra a forte influência desta variável no sucesso dos estudantes, o que levaram a destacar a sua utilização no processo de aprendizagem do conceito de divisão.

4 ABORDAGEM METODOLÓGICA DA PESQUISA

Neste capítulo apresentamos os procedimentos metodológicos usados para desenvolver e executar o presente trabalho. Enfatizamos o tipo de estudo realizado, o local e o contexto de realização da pesquisa, bem como seus participantes, fases contempladas e os instrumentos utilizados para produzir dados. Do ponto de vista metodológico, recorremos à abordagem qualitativa que possibilita uma visão mais ampla do fenômeno estudado. Segundo Bogdan e Biklen (1994) a pesquisa de natureza qualitativa é também denominada naturalista, uma vez que o investigador visita os locais para investigar os fenômenos nos quais está interessado, refletindo acerca dos dados compilados nos comportamentos naturais das pessoas e em suas interações com o meio e os demais, onde constroem seus repertórios de significados.

Marconi e Lakatos (2010) enfatizam que há dois tipos de observação: observação não-participante e a observação participante. Na observação não-participante o pesquisador tem contato com a comunidade, o grupo ou a realidade estudada, mas não está integrado a ela. Já observação participante, que pode ser natural, quando o observador pertence à comunidade ou ao grupo pesquisado, ou artificial, quando o observador se integra ao grupo, a fim de obter informações para a pesquisa.

A modalidade de pesquisa adotada foi a observação participante artificial, dado que o pesquisador, durante a implementação da aula, apenas observou a fim de produzir os dados referentes à pesquisa, ou seja, obter informações.

4.1 Contexto para geração de dados

A etapa de implementação do Lesson Study foi realizada de forma colaborativa pelos integrantes do grupo PROCOMAT-LS e teve como objeto de estudo o algoritmo da divisão especificamente o uso da vírgula e o zero no quociente. Este tema foi escolhido por um dos professores da educação básica, nas reuniões de estudo, diante das dificuldades de aprendizagem dos estudantes, observadas na prática docente. Nesse contexto, os integrantes construíram o planejamento de forma colaborativa (Anexo A) e a história em quadrinhos utilizada na execução do Lesson Study (Anexo B). O plano foi construído antes da pesquisa e não é foco de nossa análise. Contudo, é nesse contexto que, geramos os dados.

A proposta de estudar o algoritmo da divisão surgiu em função das vivências e discussões no âmbito do grupo PRACOMAT-LS, no desenvolvimento de um ciclo de Lesson Study com os professores integrantes do grupo que fazemos parte. Importante ressaltar que os integrantes concordaram em ter os nomes verdadeiros na pesquisa. Observamos o desenvolvimento do plano de aula sobre a divisão, uma das etapas do Lesson Study. O plano foi implementado pelo colaborador Renan, um dos integrantes do grupo e professor de matemática dos participantes da pesquisa, em junho de 2022. O grupo PROCOMAT-LS, quando elaborou colaborativamente o plano, era composto pelos seguintes colaboradores: Renan Coelho de Araújo, Bruno Barros dos Passos, Claudia Cristiane Andrade Barros, Daniela Santos Brito Viana, Deliane Silva Spínola, Denise Lima Rios, Jaysa Carvalho, Kamila Barros Pereira, Maria Aparecida de Oliveira Lima, Poliana Prado, Roberta D'angela Menduni-Bortoloti, Neuraci Dias Amaral, Alice Peres Irigoyen, Marivaldo Sousa Viana e Rosimary Quaresma Pessoa. A formação acadêmica, o tempo de atuação, o nível escolar de atuação e participação aparece no Quadro 1.

Quadro 1 — Composição do Grupo

Colaboradores	**Formação inicial**	**Tempo de atuação**	**Nível escolar de atuação**	**Participou da etapa**
Bruno	Licenciatura em Matemática	-	-	Implementação
Daniela	Licenciada em Matemática	14 anos	Educação Básica	Planejamento
Deliane	Licenciada em Matemática	-	-	Planejamento
Denise	Licenciada em Matemática	-	-	Planejamento e Implementação
Kamila	Licenciada em Matemática	13 anos	Educação Básica	Planejamento
Maria Aparecida	Licenciada em Ciências	30 anos	Educação Básica	Planejamento e Implementação
Neuraci	Licenciada em Matemática; Mestre em Educação	13 anos	Educação Superior	Planejamento
Poliana	Licenciada em Matemática	06 anos	Educação Básica	Planejamento
Renan	Licenciado em Matemática	21 anos	Educação Básica	Planejamento e Implementação
Alice	Licenciada em Geografia; Mestre em Ensino	23 anos	Educação Básica	Planejamento
Roberta	Licenciada em Matemática; Doutora em educação	28 anos	Educação Superior	Planejamento e Implementação
Jaysa	Licenciada em Matemática	-	Educação Básica	Planejamento
Cláudia	Licenciada em Matemática Mestre em Educação	20 anos	Educação Básica	Planejamento
Marivaldo	Licenciada em Matemática	29 anos	Educação Básica	Planejamento
Rose	Licenciada em Matemática; Mestre em Ensino	25 anos	Educação Básica	Planejamento

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Na etapa do planejamento os professores escolhem um tema a ser investigado, estudam e preparam a aula. Já na etapa de implementação, um professor é escolhido para ministrar as aulas e os demais atuam como observadores-pesquisadores (professores-observadores-pesquisadores), pois registram problematizações, exemplos, dúvidas, perguntas, tudo que nos ajude a refletir sobre o conteúdo.

4.2 Local e sujeitos do estudo

Essa investigação foi desenvolvida em uma turma de 8º ano com 34 estudantes, numa escola municipal, no turno vespertino, no município de Itapetinga – Bahia. A escola funciona em três períodos, sendo que pela manhã atende a educação básica, ensino fundamental, anos iniciais. À tarde funciona educação básica (ensino fundamental, anos finais) e à noite atende ao público da educação de jovens e adultos na modalidade EJA. A escola possui 11 salas, das quais 1 é climatizada e 7 são adaptadas para estudantes com deficiência.

Os 34 estudantes participaram de todas as etapas da pesquisa, com exceção da entrevista, de modo que foram escolhidos apenas 10 participantes. A faixa etária dos estudantes escolhidos para a entrevista varia entre 13 e 16 anos, conforme Quadro 2. A escolha que fizemos para selecionar 10 estudantes de 34 será detalhada quando apresentarmos os instrumentos para coleta dos dados.

Quadro 2 — Participantes da pesquisa

Nome	Idade	Sexo
Aragão	13 anos	Masculino
Ashley	13 anos	Feminino
Esmeraldina	14 anos	Feminino
Eric	14 anos	Masculino
Evelyn	16 anos	Feminino
Juvêncio	14 anos	Masculino
Jade	13 anos	Feminino
Juliana	14 anos	Feminino
Regina	15 anos	Feminino
Ravi	16 anos	Masculino

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Para menção aos estudantes na análise e preservação da sua identidade, utilizamos nomes fictícios.

4.3 Os instrumentos empregados para a produção dos dados

No intuito de levantar respostas a nossa questão de pesquisa — como o Lesson Study contribui com a tomada de consciência, por parte dos estudantes, no processo de aprendizagem do algoritmo da divisão, especificamente no emprego da vírgula e no uso do zero no quociente? — aplicamos os seguintes instrumentos. O primeiro foi uma atividade diagnóstica com todos os estudantes para identificar habilidades, dificuldades que o estudante possui em relação à operação de divisão e referência inicial para acompanhar o progresso dos estudantes. Essa atividade encontra-se no Apêndice A. O segundo instrumento foi o registro das observações realizadas pelo pesquisador durante a aula, das discussões, estratégias e dúvidas dos estudantes. Realizamos, também, uma entrevista semiestruturada (Apêndice B) com 10 estudantes, constituindo o protocolo de entrevista, nosso terceiro instrumento teve o objetivo de verificar as estratégias utilizadas pelos estudantes que propiciaram a tomada de consciência do processo de aprendizagem da divisão. É importante destacar que as entrevistas foram conduzidas após a atividade em sala de aula. Uma entrevista semiestruturada pode ser definida como uma lista de informação que pretendemos saber de cada entrevistado, mas a estrutura de perguntas e a ordem em que as perguntas foram feitas mudou conforme as características de cada entrevistado. De modo geral, a entrevista semiestruturada baseia-se em uma série de perguntas abertas, feitas oralmente (LAVILLE; DIONNE, 1999).

A maioria das perguntas da entrevista semiestruturada foi adaptada do Inventário de Habilidades Metacognitivas (MAI). De acordo com Schraw e Dennison (1994), o MAI é uma ferramenta importante para identificar as habilidades metacognitivas que os estudantes possuem. Para professores e pesquisadores, ter esses resultados permite que saibam onde as estratégias de aprendizagem precisam ser focadas. Vários estudos demonstram a correlação positiva entre as habilidades metacognitivas e o desempenho da aprendizagem (YOUNG; FRY, 2008; GULA; SHEHZADB, 2012; NARANG; SAINI, 2013).

Os estudantes para participarem da entrevista (mínimo 10 estudantes) foram escolhidos pelo professor regente e a pesquisadora. Como critério para escolha observamos a participação durante a aula, resolução da atividade diagnóstica e a indicação do professor Renan. Vale ressaltar que a atividade diagnóstica deu indicativo para a escolha de alguns estudantes, além de dar um panorama geral sobre a turma no conteúdo divisão. O Quadro 3, foi construído para sistematizar as respostas da atividade diagnóstica e auxiliar na escolha dos estudantes.

Quadro 3 — Comparativo relacionado às resoluções apresentadas nas situações problema da atividade diagnóstica

Estudante	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
AS1	errou	errou	acertou	errou	dificuldade	dificuldade
AR2	errou	errou	acertou	errou	acertou	acertou
AM3	errou	errou	acertou	errou	errou	acertou
AS4	errou	errou	acertou	errou	errou	acertou
DS5	errou	errou	errou	errou	errou	errou
ER6	errou	errou	errou	errou	errou	errou
E V7	errou	errou	errou	errou	errou	errou
EC8	errou	errou	errou	errou	errou	errou
EB9	errou	errou	acertou	errou	errou	acertou
ES10	errou	errou	acertou	errou	acertou	acertou
JA11	acertou	acertou	acertou	acertou	acertou	errou
JC12	errou	errou	errou	errou	errou	errou
JF13	errou	errou	errou	errou	errou	errou

Estudante	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
KS14	errou	errou	errou	errou	acertou	errou
MJ15	acertou	acertou	acertou	acertou	acertou	errou
ME16	errou	errou	acertou	errou	errou	errou
Estudante	Questão 1	Questão 2	Questão 3	Questão 4	Questão 5	Questão 6
NG17	errou	errou	acertou	errou	errou	errou
RE18	errou	errou	errou	errou	errou	errou
RG19	errou	errou	errou	errou	errou	errou
RR20	errou	errou	errou	errou	errou	errou
SA21	errou	errou	errou	errou	errou	errou
TS22	errou	errou	errou	errou	errou	errou
WJ23	em branco	em branco	em branco	em branco	em branco	em branco
YG24	errou	errou	errou	errou	errou	errou
YGB25	errou	errou	errou	errou	errou	errou
RP26	errou	errou	errou	errou	errou	errou
IP27	errou	errou	errou	errou	errou	errou
JB28	em branco	em branco	em branco	errou	em branco	em branco
JV29	acertou	errou	acertou	acertou	acertou	acertou
JV29	acertou	errou	acertou	acertou	acertou	acertou

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Dois estudantes chamaram atenção da pesquisadora, o estudante Juvêncio pela facilidade em resolver a atividade, também a estudante Juliana que relatou ter muita dificuldade com a disciplina de matemática. Escolhemos para entrevista dez estudantes, sendo três com nível de dificuldade menor, três estudantes com dificuldade maior na execução das atividades e quatro de nível intermediário. Nessa etapa a indicação do professor foi crucial por conhecer mais os estudantes. Vale ressaltar que escolhemos dez estudantes por serem uma amostra significativa e permitir uma análise mais aprofundada.

Utilizamos o verde para indicar aqueles que mais acertaram; o azul, para aqueles que menos acertaram e o amarelo, para os intermediários. Entendemos por intermediários como aqueles estudantes cujo número de acertos e erros foram semelhantes.

O quarto instrumento foram os registros das cinco aulas gravadas em áudio e vídeo. Selecionamos os registros em que os estudantes foram participativos e ativos no processo de aprendizagem, manifestaram ter controle e regulação dos processos de cognição. Fizemos recorte desses registros, pois a pesquisa foi sobre o que os estudantes nos mostram/sinalizam sobre o que sabem e o que não sabem sobre a divisão. O quinto instrumento foi uma atividade após a execução da aula para verificação dos progressos dos estudantes com problemas semelhantes aos da história em quadrinhos e quatro perguntas relacionadas à divisão.

Destacamos que o projeto de pesquisa foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) - Jequié/BA e devidamente autorizada, conforme Parecer nº 5.263.401, de 24 de fevereiro de 2022, sob o protocolo de Certificado de Apresentação para Apreciação Ética (CAAE) de número: 216821.7.0000.0055.

Assim, procedemos à realização da pesquisa, após os participantes assinarem o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE), assim como os Termos de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE), que se encontram nos Apêndices C, D e F.

Indicamos que o contexto para realizar a pesquisa foi o Lesson Study, entretanto o foco foi a aprendizagem dos estudantes e em compreender o que sabiam e o que não sabiam a respeito do algoritmo da divisão.

4.4 Técnica para organização dos dados

Para analisar os dados produzidos pelos sujeitos da pesquisa, diante dos argumentos apresentados, seguimos uma aproximação à abordagem metodológica análise de conteúdo, proposta por Bardin (2016). Conforme a autora, a análise de conteúdo se caracteriza por ser um conjunto de técnicas de análise das comunicações. Essa abordagem permite ao pesquisador tirar do texto transcrito os conteúdos mais significativos da análise. Bardin (2016) organiza a metodologia de análise de conteúdo em três etapas: pré-análise; exploração do material e tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

4.4.1 Pré-análise

Esta é a etapa da organização dos dados visando constituir o corpus da pesquisa. "O corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos" (BARDIN, 1977, p. 96). As transcrições das entrevistas semiestruturadas, atividade diagnóstica, os registros dos estudantes em relação aos problemas apresentados na história em quadrinhos foram organizados para a análise. Após concluir esta etapa, foi feita uma leitura flutuante do material, ou seja, estabelecida uma primeira percepção das mensagens contidas nos documentos. A leitura flutuante do conjunto de documentos aconteceu em material impresso, com isso foi feita a transferência das primeiras impressões para um documento do *Word.* Retomamos a questão de investigação e escolhemos os documentos para responder nossa questão de pesquisa e alcançar nosso objetivo.

4.4.2 Exploração do material

Nessa etapa, o *corpus* constituinte deve ser mais estudado, a fim de estabelecer as unidades de registro e unidades de contexto. Nessa fase, temos as etapas de codificação e categorização do material. Na codificação, deve ser feito o recorte das unidades de registro e das unidades de contexto. As unidades de registro podem ser a palavra, o tema, o objeto ou referente, o personagem, o acontecimento ou o documento. Já as unidades de contexto permitem compreender o sentido verdadeiro da unidade de registro.

Para Franco (2018, p. 49), as “unidades de contexto são a parte mais ampla do conteúdo a ser analisado, porém, é indispensável para a necessária análise e interpretação dos textos a serem decodificados”. Com o objetivo de identificarmos as unidades de análise, as transcrições foram impressas. Isso significa escolher, dentre todo o material, palavras, frases, parágrafos que servem para responder ao nosso problema de pesquisa. A enumeração pode ser feita por presença (ou ausência), frequência, frequência ponderada, intensidade, direção, ordem e co-ocorrência (análise de contingência). Após a codificação, a categorização foi realizada. Quadro 4 é uma amostra da codificação realizada. Tratamento dos resultados, inferência e interpretação serão detalhados no capítulo de análise.

Quadro 4 — Primeiras codificações

E1			
Enumeração	**Respostas**	**Unidade de Registro**	**Unidade de Contexto**
P1 **O que você não sabia sobre a divisão e agora você sabe?**	Na verdade, eu tinha muita dificuldade mesmo. Mas agora eu estou aprendendo, né? Que eu não sabia mesmo. Era nada. Tem uma menina que estava ensinando umas coisas e tal.	Tinha muita dificuldade, agora estou aprendendo.	Na verdade, eu <u>tinha muita dificuldade</u> muito mesmo. Mas <u>agora</u> eu <u>estou aprendendo</u>, né.

*E1- estudante 1; e P1- pergunta 1.
Fonte: elaborado pela autora (2022).

No Quadro 4, temos, o recorte das falas e registro (unidade de registro) após analisar o texto de onde foram extraídos (unidade de contexto). O que está sublinhado na unidade de contexto, se tornou a unidade de registro.

Quanto às categorias, estas foram definidas a priori e a posteriori. As categorias definidas a priori se referem à metacognição, conforme a literatura estudada e que apresentaremos a seguir. Já as categorias definidas a posteriori dizem respeito ao processo da divisão e foram construídas a partir da análise dos dados.

4.4.3 Categorias definidas *a priori*

Quando as categorias são definidas *a priori*, a validade ou pertinência pode ser construída com base em um fundamento teórico. Categorias definidas *a priori* já devem atender aos critérios de classificação de antemão, isto é, antes de proceder à classificação propriamente dita do conteúdo.

Segundo Bardin (2011), as categorias podem ser criadas a *priori* ou a *posteriori*, isto é, por intermédio apenas da teoria ou após a coleta de dados. O Quadro 5 é um modelo que adaptamos para definir nossas categorias relacionadas à metacognição fundamentadas no modelo global de vigilância cognitiva de Flavell (1979).

Quadro 5 — Categorização *a priori* em relação à metacognição

<table>
<tr><th>Categoria</th><th colspan="2">Subcategorias</th><th>Padrões de respostas</th></tr>
<tr><td rowspan="12">Conhecimentos Metacognitivos</td><td rowspan="5">Sobre as Pessoas</td><td rowspan="2">Intraindividual</td><td>Reconhece seus pontos fortes</td></tr>
<tr><td>Reconhece seus pontos fracos</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Interindividuais</td><td>Reconhece seus pontos fortes em relação a outras pessoas</td></tr>
<tr><td>Reconhece seus pontos fracos em relação a outras pessoas</td></tr>
<tr><td>Universais</td><td>Reconhece que existe um conhecimento que é próprio de uma cultura</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Sobre as Tarefas</td><td colspan="2">Reconhece o nível de dificuldade de determinado aspecto da tarefa</td></tr>
<tr><td colspan="2">Reconhece aspectos da tarefa que são mais fáceis</td></tr>
<tr><td colspan="2">Reconhece aspectos da tarefa que são mais difíceis</td></tr>
<tr><td colspan="2">Reconhece aspectos da tarefa que requerem mais atenção</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Sobre as Estratégias</td><td colspan="2">Resolve problemas diferente da forma do professor ou livro</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vai mais devagar na leitura quando encontra informações importantes.
Explica os procedimentos envolvidos numa tarefa</td></tr>
<tr><td colspan="2">Resolve problemas de diferentes formas
Define, explica e ensina aos outros como fez ou aprendeu algo.</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">Experiências metacognitivas</td><td colspan="2">Quando termino uma avaliação ou atividade sei se acertei tudo ou se acertei a maior parte das perguntas ou sei que não fiz tudo certo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">O que faz quando resolve um problema de forma errada</td></tr>
<tr><td colspan="2">Conseguiu resolver todas as questões sozinho</td></tr>
<tr><td colspan="2">Peço ajuda quando não entendo algo</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Objetivos (tarefas)</td><td colspan="2">Pediu ajuda a algum colega</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ler o problema mais de uma vez antes de resolvê-lo</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">Ações (estratégias)</td><td colspan="2">Que perguntas devo fazer (a mim mesmo) para me ajudar a compreender um problema</td></tr>
<tr><td colspan="2">O que você faz quando não compreende um problema</td></tr>
</table>

Fonte: adaptado de Flavell (1979).

As perguntas que fizemos na entrevista foram baseadas nas categorias apresentadas no Quadro 5, o que já sinalizou com quais categorias trabalharíamos. Sendo assim, as categorias que utilizamos foram: 1) conhecimentos metacognitivos **sobre pessoas** (especificamente no modo intraindividual), conhecimentos metacognitivos **sobre as tarefas** e conhecimentos metacognitivos **sobre as estratégias**; 2) **experiências metacognitivas**; 3) **ações (estratégias).**

4.4.4 Categorias definidas *a posteriori*

Após a fase da codificação, organizamos os dados em categorias:1) **estratégias usadas para resolução**, 2) **dificuldade em operacionalizar quando o resultado é um número decimal (**vírgula no quociente, zero no quociente).

5 ANÁLISE DOS DADOS

Este capítulo é dedicado à análise da atividade diagnóstica, dos registros das cinco aulas gravadas em áudio e vídeo, das observações realizadas pela pesquisadora, dos problemas envolvidos na história em quadrinhos, da atividade realizada após a implementação da aula e da entrevista semiestruturada. O objetivo foi estabelecer relações entre uma sequência de aulas planejadas conforme o Lesson Study no processo de aprendizagem do algoritmo da divisão. Para esta análise utilizamos os protocolos com as respostas dos estudantes e os protocolos com as entrevistas semiestruturadas para identificar os conhecimentos mobilizados por eles a respeito do algoritmo da divisão e indícios da metacognição.

5.1 Atividade diagnóstica

Para a realização da atividade diagnóstica foram utilizadas duas aulas. A aplicação da atividade foi realizada pela pesquisadora e contou com a presença do professor regente da turma. Antes da sua aplicação foi comunicado aos estudantes que não haveria nenhum tipo de explicação durante a realização. O instrumento era constituído de seis problemas, digitados e disponibilizados aos estudantes em folha de papel sulfite (A4). Abaixo de cada problema foi deixado um espaço em branco, onde os participantes deveriam registrar a solução. Após a aplicação do instrumento foram recolhidas as folhas com os registros dos 29 estudantes participantes.

5.1.1 Registro dos dados da atividade diagnóstica

O objetivo da atividade diagnóstica era identificar as dificuldades dos estudantes em relação ao algoritmo da divisão. Para esta análise, temos os protocolos dos 10 estudantes selecionados para a entrevista, conforme os critérios descritos no capítulo da metodologia. Ao apresentarmos quadros com informações sobre as resoluções, destacamos em amarelo ou verde as respostas que consideramos mais relevantes para analisar com mais compreensão.

Problema 1 (P1)

O problema P1, expressa um contexto monetário. É esperado na sua resolução que o universo dos números naturais seja expandido para números decimais, alterando a forma como o resultado da divisão é expressa (o resultado é um número decimal).

1. Alice, Daniel, Kamila e Roberta foram a uma lanchonete. Eles fizeram os pedidos que totalizou R$ 31,00. A conta foi dividida igualmente entre os amigos. Quanto cada um pagou?

Fonte: elaborado pela autora utilizando o canva.com.

O panorama das respostas dadas ao problema P1 é sistematizado no Quadro 6.

Quadro 6 — Panorama das respostas dadas a P1

Estudante	**Recorreu ao algoritmo da divisão como estratégia e faz a conta**	**O resultado é um número natural**	**O resultado é um número decimal**
Aragão	Sim	Sim	Não
Ashley	Sim	Sim	Não
Esmeraldina	Sim	Sim	Não
Eric	Sim	Sim	Não
Evelyn	Não	Não	Não
Jade	Sim	Não	Sim
Juvêncio	Sim	Não	Sim
Juliana	Deixou em branco		
Regina	Sim	Sim	Não
Ravi	Sim	Sim	Não

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Os dados apresentados no Quadro 6 nos permitem observar que apenas dois estudantes, Juvêncio e Jade, recorreram à estratégia da divisão e apresentaram como resultado um número decimal. Averiguamos que seis estudantes, Aragão, Ashley, Esmeraldina, Eric, Regina e Ravi também recorreram à estratégia da divisão, porém resolveram até o universo dos números naturais. Eles tiveram dificuldades em continuar a divisão quando o resultado era um número decimal, pois não compreendiam o uso da vírgula no quociente. Eles não continuaram quando o dividendo foi menor que o divisor. Quanto aos estudantes que não utilizaram a estratégia da divisão, Evelyn apenas indicou a divisão de 31 por 4, sem apresentar uma resolução adequada e uma resposta correta. Por sua vez, Juliana deixou em branco.

Em suma, constatamos que oito estudantes empregaram o algoritmo da divisão como estratégia, sendo que apenas dois deles realizaram corretamente o algoritmo, enquanto seis não continuaram quando o dividendo foi menor que o divisor.

Problema 2 (P2)

O problema 2, a resposta é um número natural com zero no quociente no lugar da dezena.

2. A Secretaria de Educação de Itapetinga precisa colocar 9.270 estudantes em turmas. Cada turma terá 30 estudantes. Quantas turmas a Secretaria de Educação precisará?

O panorama das respostas dadas ao problema P2 é sistematizado no Quadro 7.

Quadro 7 — Panorama das respostas dadas ao problema 2

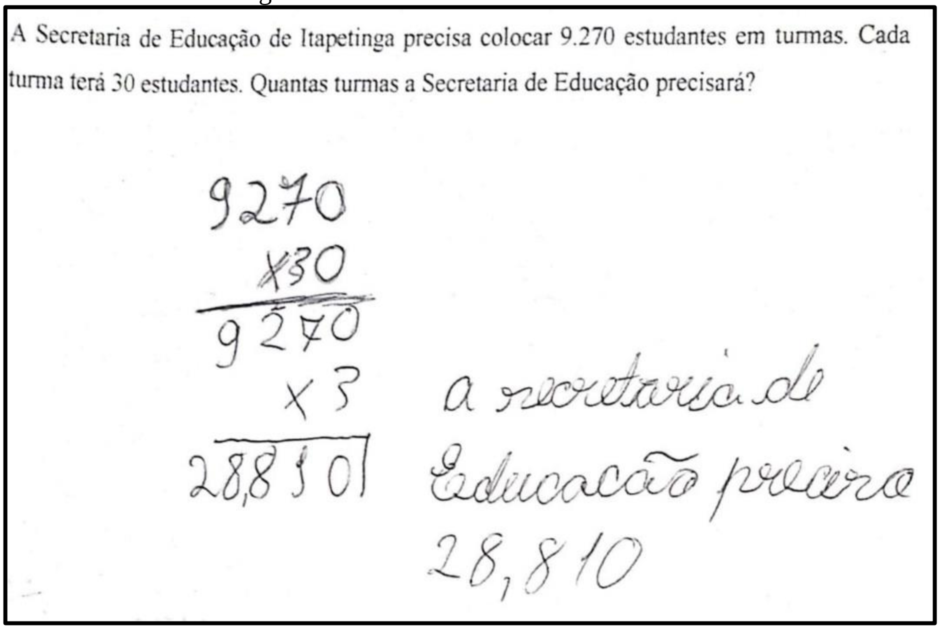
Estudante	Recorreu à divisão como estratégia	O resultado é um número natural com zero no quociente no lugar da dezena
Aragão	Sim	Não
Ashley	Sim	Não
Esmeraldina	Sim	Não
Eric	Sim	Não
Evelyn	Sim	Não
Jade	Sim	Sim
Juvêncio	Sim	Não
Juliana	Deixou em branco	
Regina	Sim	Não
Ravi	Não	Não

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Os dados mostraram que os estudantes Aragão, Ashley, Esmeraldina, Eric, Evelyn, Jade, Juvêncio e Regina usaram o algoritmo da divisão como estratégia, mas apenas Jade acertou o resultado. Percebemos que esses oito estudantes usaram o algoritmo como estratégia, mas não compreenderam o uso do zero no quociente. Não conseguiram fazer a associação entre o sistema de numeração decimal e o algoritmo padrão da divisão. Quanto aos estudantes que não usaram a estratégia da divisão, Juliana deixou em branco e Ravi usou a multiplicação como estratégia. No entanto, Ravi executou o procedimento de forma errada e mostrou dificuldade ao multiplicar números com dois algarismos.

Ao afirmar "não consegui", Regina está demonstrando uma compreensão de suas próprias habilidades e reconhecendo que não foi capaz de concluir a tarefa com sucesso. Esse tipo de conhecimento metacognitivo sobre a tarefa é valioso, pois permite que ela identifique suas lacunas de conhecimento ou habilidades e busque ajuda ou desenvolva estratégias alternativas para lidar com o problema. Na Figura 3, observamos o protocolo do estudante Ravi para o problema 2.

Figura 3 — P2 Protocolo do estudante Ravi


A Secretaria de Educação de Itapetinga precisa colocar 9.270 estudantes em turmas. Cada turma terá 30 estudantes. Quantas turmas a Secretaria de Educação precisará?

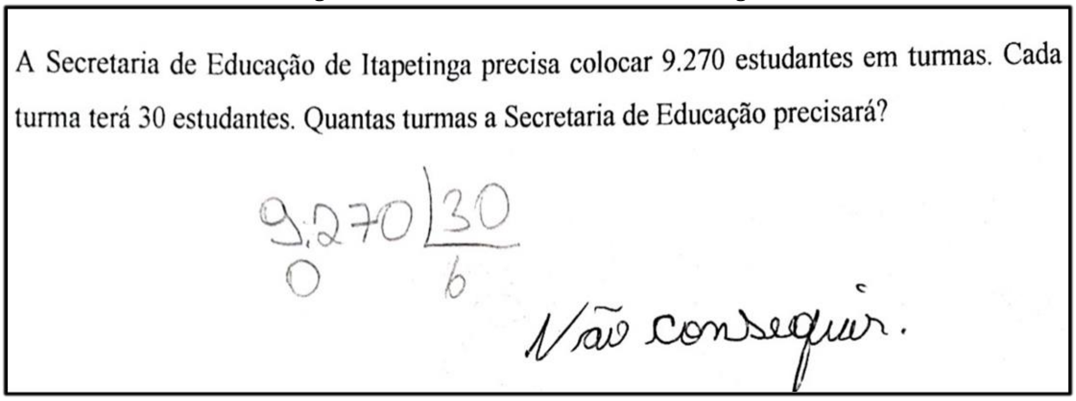
9270
x30
9270
x3
28,810

a secretaria de Educação precisa 28,810

Fonte: dados da pesquisa (2022).

Na Figura 4, observamos o protocolo da estudante Regina para o problema 2.

Figura 4 — P2 Protocolo da estudante Regina


A Secretaria de Educação de Itapetinga precisa colocar 9.270 estudantes em turmas. Cada turma terá 30 estudantes. Quantas turmas a Secretaria de Educação precisará?

9.270 | 30
0 6

Não conseguir.

Fonte: dados da pesquisa (2022).

Problema 3 (P3)

Dar continuidade a situação elaborando um problema de matemática que envolva a operação da divisão. E resolver.

3. Eu e meus amigos fomos comemorar meu aniversário em uma pizzaria e gastamos ao todo R$ 50,00. Dê continuidade a situação elaborando um problema de matemática que envolva a operação da divisão. Em seguida, resolva-o.

Fonte: elaborado pela autora utilizando o canva.com.

O panorama das respostas dadas ao problema P3 é sistematizado no Quadro 8.

Quadro 8 — Panorama das respostas dadas ao problema 3

Estudante	Elaborou um problema de divisão	Resolveu a divisão	Coloca resposta	Resultado é um número natural
Aragão	sim	sim	não	sim
Ashley	não	sim	sim	sim
Esmeraldina	sim	sim	sim	sim
Eric	não	não	sim	sim
Evelyn	sim	não	sim	sim
Jade	sim	sim	sim	sim
Juvêncio	sim	sim	sim	sim
Juliana	Deixou em branco			
Regina	não	sim	sim	sim
Ravi	Estratégia Incompreensível			

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Com base nos dados fornecidos, podemos observar que Esmeraldina, Juvêncio e Jade acertaram o problema 3. No entanto, Ashley, Eric e Regina não elaboraram o problema, porém Ashley e Regina fizeram uma divisão e apresentaram uma resposta, enquanto Eric apenas colocou a resposta. Juliana deixou em branco e a resposta dada por Ravi não compreendemos. É importante ressaltar que, apesar de serem estudantes do 8º ano, eles não elaboraram um problema cuja solução seria representada por um número decimal. Todos os problemas elaborados pelos estudantes envolviam divisões entre números naturais e as respostas dadas ao problema foram números naturais. Isso indica que, o dividendo era um múltiplo do divisor.

Estão classificadas como estratégia incompreensível aquelas respostas em que o estudante não explicita a operação realizada para resolver o problema.

Para os problemas abaixo, as respostas foram dadas e os estudantes deveriam verificar se estavam ou não corretas. Havendo erros, corrigi-los.

Problema 1: O tio de Ana tem R$ 41,00 e quer dividir para sua sobrinha e mais 4 crianças. Sabendo que cada criança ganhará a mesma quantidade e que não sobrará dinheiro, quanto cada um receberá?

Resposta: Cada criança receberá R$ 10,25. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

O panorama das respostas dadas ao problema P1 é sistematizado no Quadro 9.

Quadro 9 — Panorama das respostas dadas ao problema 1

Estudante	Recorreu à divisão como estratégia	O resultado é um número natural	Reconhece que a resposta está errada	Resultado é um número decimal
Aragão	não	não	não	não
Ashley	sim	sim	sim	não
Esmeraldina	não	não	não	não
Eric	sim	não	não	não
Evelyn	sim	não	não	não
Jade	sim	não	sim	sim
Juvêncio	sim	não	sim	sim
Juliana	sim	não	não	não
Regina	sim	sim	sim	não
Ravi	não	não	sim	não

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Vimos que Ashley, Jade, Juvêncio, Regina e Ravi reconheceram o erro na resposta. No entanto, apenas Juvêncio e Jade resolveram o problema de forma correta, chegando a um resultado decimal. Regina utilizou a estratégia da divisão, mas limitou-se ao universo dos números naturais e não continuou quando o resultado era um número decimal. Evelyn reconheceu que era uma divisão, mas não realizou a operação. Ashley, por sua vez, usou como estratégias a divisão e a soma de parcelas iguais para resolver o problema. Verificamos que sete estudantes usaram o algoritmo da divisão como estratégia para resolver o problema, entretanto, tiveram dificuldades em chegar à resposta correta, uma vez que o resultado ser um número decimal, indicado pela presença da vírgula no quociente.

Além disso, Aragão e Esmeraldina usaram como estratégia a multiplicação para resolver o problema. Aragão mencionou que usaria a multiplicação nessa divisão. Por outro lado, Ravi dá uma resposta, mas não explicou seu raciocínio. O objetivo com esta questão era verificar se os estudantes seriam capazes de identificar o erro e, em seguida, apresentar a resposta correta.

Problema 2: Em um campeonato tinha 100 litros de água de coco e 80 participantes. Quantos litros de água de coco cada participante receberá?

Resposta: Cada participante receberá exatamente 1 litro de água de coco. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

O panorama das respostas dadas ao problema P1 é sistematizado no Quadro 10.

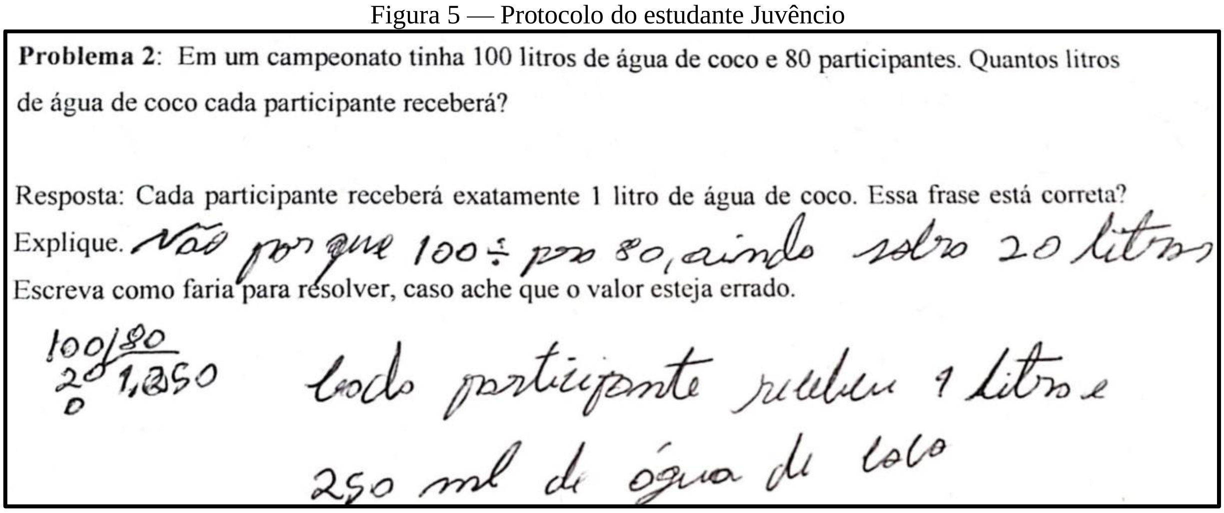
Quadro 10 — Panorama das respostas dadas ao problema 2

Estudante	Recorreu à divisão como estratégia	O resultado é um número natural	Reconhece que a resposta está errada	O resultado é um número decimal
Aragão	não	não	sim	não
Ashley	Fiquei com dificuldade de responder			
Esmeraldina	sim	sim	não	não
Eric	Estratégia Incompreensível			
Evelyn	sim	não	sim	não
Jade	sim	não	sim	sim
Juvêncio	sim	não	sim	sim
Juliana	Deixa em branco			
Regina	sim	sim	Sim	não
Ravi	não	não	Sim	não

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Verificamos que Regina, Ashley, Esmeraldina, Evelyn, Jade e Juvêncio recorreram ao algoritmo da divisão como estratégia para resolver o problema. No entanto, apenas Juvêncio e Jade resolveram o problema de forma que o resultado é um número decimal. Juvêncio associou a resposta do problema à medida de capacidade. Inferimos que, para achar a parte decimal o estudante não usou o algoritmo, isso sugere que ele empregou como estratégia a associação à medida de capacidade. Na Figura 5, observamos o protocolo do estudante Juvêncio para o problema 2.

Figura 5 — Protocolo do estudante Juvêncio



Problema 2: Em um campeonato tinha 100 litros de água de coco e 80 participantes. Quantos litros de água de coco cada participante receberá?

Resposta: Cada participante receberá exatamente 1 litro de água de coco. Essa frase está correta? Explique. Não por que 100 ÷ por 80, ainda sobra 20 litros

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

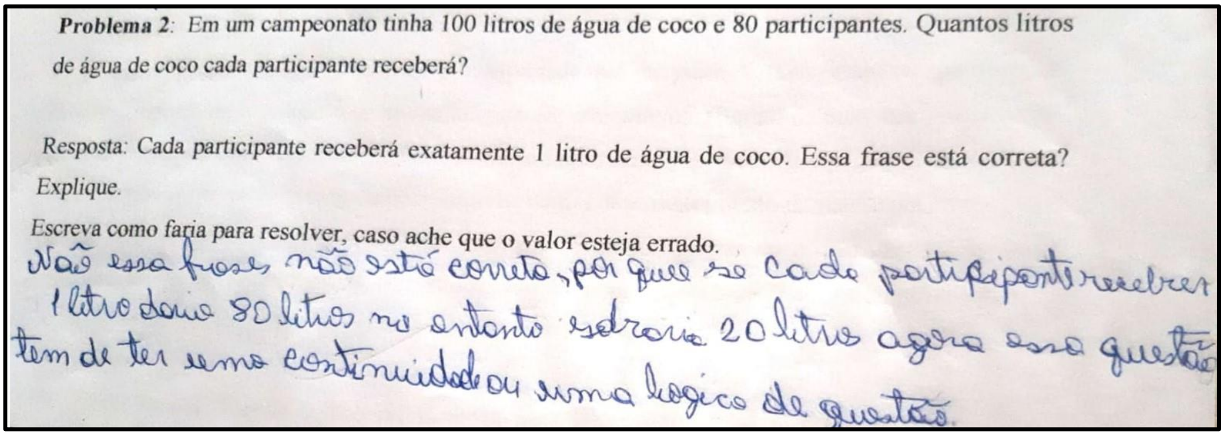
100 | 80
20 1,250
0

Cada participante recebeu 1 litro e 250 ml de água de coco

Fonte: dados da pesquisa (2022).

Com base nas informações, Aragão não recorreu à estratégia de divisão. Dar uma resposta lógica justificando que a questão está errada. Demostrou não saber dividir com dois números naturais, cuja resposta é um número decimal. Percebemos observando a resolução dos outros problemas. Confirmamos que seis estudantes reconheceram que a resposta estava errada, mas apenas dois resolveram de forma que o resultado é um número decimal e justificando o erro. Ashley expressou dificuldade ao responder: “Fiquei com dificuldade”, o que indica um indício de conhecimento metacognitivo sobre a tarefa. Esse reconhecimento sugere que Ashley percebeu suas dificuldades relacionadas à questão. Na Figura 6, observamos o protocolo do estudante Aragão para o problema 2.

Figura 6 — Protocolo do estudante Aragão


Problema 2: Em um campeonato tinha 100 litros de água de coco e 80 participantes. Quantos litros de água de coco cada participante receberá?

Resposta: Cada participante receberá exatamente 1 litro de água de coco. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

Não essa frase não está correto, por que se cada partipiponte receber 1 litro daria 80 litros no entonto sobraria 20 litros agora essa questão tem de ter uma continuidade ou uma logica de questão.

Fonte: dados da pesquisa (2022).

Problema 3: Em uma sala de aula há 14 crianças e a professora deseja organizá-los em equipes de 4 crianças, quantas crianças haverá em cada equipe?

Resposta: Haverá em cada equipe 3,5 crianças. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

O panorama das respostas dadas ao problema P1 é sistematizado no Quadro 11.

Quadro 11 — Panorama das respostas dadas ao problema 3

Estudante	Faz a conta	Percebe que 3,5 não é a resposta	Apresenta outra estratégia
Aragão	não	sim	não
Ashley	Também fiquei com dificuldade		
Esmeraldina	sim	-	não
Eric	não	não	não
Evelyn	não	não	sim
Jade	não	não	não
Juvêncio	não	sim	não
Juliana	Deixou em branco		
Regina	Acha que tá certo		
Ravi	Deixou em branco		

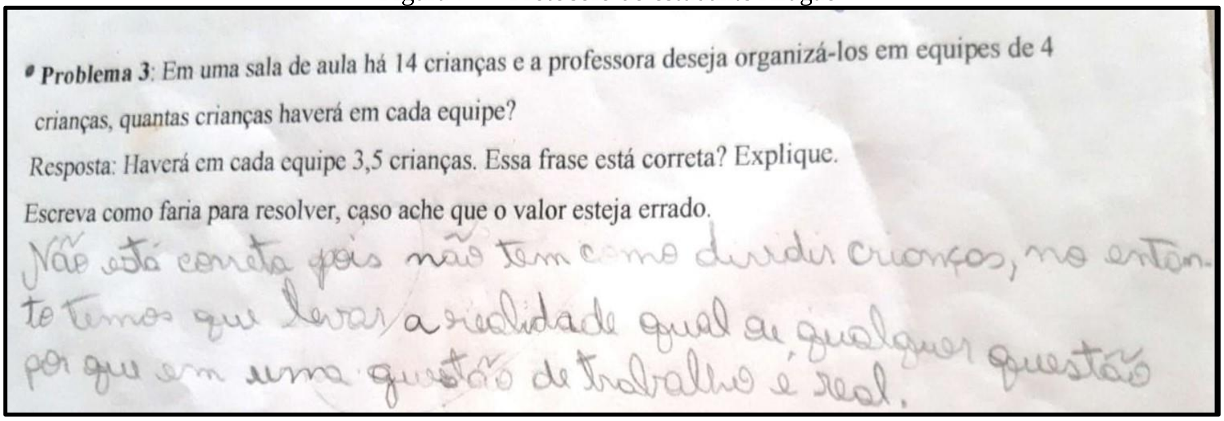
Fonte: elaborado pela autora (2022).

Observamos que Ashley externa sua dificuldade com o tipo de problema: “Também fiquei com dificuldade”. Essa expressão demonstra seu conhecimento metacognitivo sobre a tarefa, ou seja, ela reconhece as dificuldades enfrentadas ao resolver o problema.

Juliana e Ravi deixaram em branco. Regina diz: “acho que está certo”. Eric afirmou que a resposta dada ao problema estava correta porque 14 dividido por 4 é igual a 3,5.

Esmeraldina recorreu à divisão como estratégia, resolveu até o universo numérico dos números naturais. A resposta do problema não precisava ser expandida até os números decimais, logo é difícil afirmar se ela percebeu que 3,5 não era a resposta, pois nos outros problemas a estudante só resolveu até o universo numérico dos números naturais. Aragão e Juvêncio perceberam que 3,5 não era a resposta. Na Figura 7, observamos o protocolo do estudante Aragão para o problema 3.

Figura 7 — Protocolo do estudante Aragão


• **Problema 3**: Em uma sala de aula há 14 crianças e a professora deseja organizá-los em equipes de 4 crianças, quantas crianças haverá em cada equipe?

Resposta: Haverá em cada equipe 3,5 crianças. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

Não está correta pois não tem como dividir crianças, no entanto temos que levar a realidade qual ou qualquer questão por que em uma questão de trabalho é real.

Fonte: dados da pesquisa (2022).

Os resultados da atividade diagnóstica indicam que o conhecimento sobre a divisão não foi consolidado de maneira satisfatória para essa turma do 8º ano. Isso sugere que eles ainda enfrentam dificuldades ao resolver problemas que envolvem a divisão, especialmente quando o resultado é um número decimal. Os estudantes demostraram dificuldades em lidar com o resto. Isso levou a erros na resolução dos problemas.

Entre os estudantes da turma, apenas Juvêncio e Jade demonstraram habilidade em resolver uma divisão com resultado decimal. Isso indica que esses dois estudantes possuem um conhecimento sólido sobre a divisão nesse contexto específico. No entanto, é importante observar que Juvêncio teve dificuldades em resolver o problema 2, onde traz o zero no quociente no lugar da dezena e a resposta é um número natural. Isso sugere que, mesmo Juvêncio, que mostrou habilidade com divisões cujo resultado é um número decimal, ainda precisa trabalhar em certos aspectos da divisão, como a compreensão do zero no quociente. Por outro lado, Ashley e Regina demonstraram um indício de conhecimento metacognitivo ao reconhecer suas próprias dificuldades. Isso mostra que elas têm consciência de suas limitações e das áreas em que precisa melhorar. Essas observações revelam a importância de abordar e revisar o conceito de divisão, especialmente em relação à divisão com números decimais, para ajudar os estudantes a desenvolverem uma compreensão mais sólida dessa operação matemática. Juliana, Eric, Aragão, Esmeraldina e Regina mencionaram seus avanços em relação à divisão durante a entrevista. Isso indica que eles reconheceram ter adquirido algum conhecimento ou habilidades relacionadas à divisão durante a aula.

5.2 Divisão aulas do professor

Tomando como referência as categorias que elaboramos para abordar o processo do algoritmo de divisão, apresentaremos os resultados da análise das aulas do professor.

Conforme Brocardo, Serrazina e Kraemer a escola limita a capacidade investigativa quando:

> [...] os algoritmos continuam a ser introduzidos aos alunos muito cedo não lhes dando oportunidade para desenvolver o sentido do número e pensar de um modo crítico sobre o sentido das operações, tendo como consequência o não desenvolvimento de outras estratégias de cálculo (BROCARDO; SERRAZINA; KRAEMER, 2003, p. 11)

À medida que aumenta o número envolvido nas situações-problema, torna-se impossível resolvê-las por desenhos ou diagramas. É exatamente para isso que serve o algoritmo padrão, ou seja, para ajudá-lo a encontrar a solução com eficiência e rapidez, quando os métodos mais simples não são suficientes ou são muito demorados.

5.2.1 Estratégias usadas para resolução

Iniciamos comentando o que identificamos sobre as estratégias de divisão. As respostas analisadas apontaram que o algoritmo da divisão foi adotado como estratégia predominante pelos estudantes para resolver os problemas da história em quadrinhos. Acreditamos que, para a maioria dos estudantes, em se tratando do 8º ano, é essa a estratégia usada para resolver problemas de divisão, pois é o modelo apresentado pelo professor e os estudantes fazem da forma que o professor faz, mesmo o professor dando liberdade para a escolha de outras estratégias.

Alguns estudantes usaram o cálculo mental para resolver um problema da história em quadrinhos que envolvia metade e uma estudante tentou dividir, decompondo o divisor, fica em dúvida por qual algarismo do divisor terá que dividir. Nota-se quando Evelyn (aula, 2022) diz: "*Como eu vou dividir trinta e seis (36) pra vinte e quatro (24) pessoas? eu vou dividir três (3) pra quatro (4) ou três (3) pra dois (2*)?" Percebe-se uma não compreensão do que seja o termo divisor como o número de partes em que o todo é dividido, indícios da não compreensão das ideias de partição e medição.

Para resolver problema de partição, deve-se levar em conta que o quociente é o tamanho das partes, o dividendo é o todo (valor a ser dividido) e que o divisor é o número de partes em que o todo é dividido. Os problemas de divisão por quotas, devem ser considerados: o quociente a ser obtido é determinado pelo número de partes em que o todo foi dividido, que o dividendo é representado pelo todo e o divisor refere-se ao tamanho das partes (quotas previamente estabelecidas) (LAUTERT; SPINILLO, 2002).

De Acordo Lautert e Spinillo (2002), para compreender o conceito de divisão, é crucial entender a divisão por partição e medição. Dessa forma, é possível compreender as dificuldades apresentadas pelos estudantes e a possibilidade de se construir intervenções que os auxiliem a ampliar o conceito já construído. Parece que alguns estudantes ainda estão em processo de construção desses conceitos, o que pode dificultar a compreensão do algoritmo.

Outra estratégia usada foi quando no problema teria que dividir 216 por 2, percebe-se quando Evelyn (2022) diz: *"A minha deu. Eu fiz a conta por dois (10) vezes quatro (4) que dava vinte (20). Eu desci o vinte, coloquei o um (1) aqui. dezesseis (16) é oito (8) duas vezes quanto dava dezesseis. eu coloquei o oito (8) aqui e o menos dezesseis que deu zero".* Apesar da centena ser igual ao divisor, cujo quociente seria igual a uma centena, ela junta a centena com a dezena para resolver a operação. A estudante usou 21 dezenas e seis unidades. Não podemos afirmar que a estudante estabelece uma relação entre a decomposição dos numerais e o algoritmo da divisão. O divisor é dois e a estudante confundiu-se ao dizer é quatro.

O professor, como mediador, pode ser um grande aliado dos estudantes que buscam superar suas dificuldades, e as estratégias utilizadas pelos estudantes podem ser uma ferramenta importante nesse processo.

5.2.2 Dificuldade de operacionalizar quando o resultado é um número decimal (vírgula no quociente e zero no dividendo)

De acordo com Spinillo e Lautert (2006), a divisão não é um conceito simples, porém sua relevância é reconhecida por pesquisadores e professores, sendo que enfrentam um desafio para entender como as crianças pensam sobre a divisão.

Spinillo e Lautert (2012) destacaram em seus estudos, que a falta de compreensão das relações inversas entre os termos da divisão e o uso inadequado de formas para lidar com o resto são obstáculos para muitas crianças na compreensão da divisão. Esses problemas estão relacionados aos invariantes operatórios da divisão e são frequentemente a causa de muitas dificuldades encontradas no processo de divisão.

Os algoritmos não devem ser executados de forma mecanizada. Esse configura um processo fundamentado nos princípios e nas propriedades do Sistema de Numeração Decimal e visa consolidar a compreensão deste sistema (BRASIL, 1998). Para compreender o algoritmo da divisão este deve ser trabalhado de forma contextualizada para fazer sentido, ser interessante e relevante.

Percebemos que a maioria dos estudantes resolveu as operações de divisão usando o algoritmo até o universo numérico dos naturais. Demostram um conhecimento parcial do algoritmo da divisão, entretanto não refletiram sobre o procedimento, indicando uma compreensão instrumental do algoritmo. Skemp (1976), aponta que na compreensão instrumental, os estudantes aprendem os algoritmos por repetição e memorização, sem reflexão do assunto, não estabelecendo ligações entre conceitos matemáticos.

As soluções apontaram para as dificuldades em estabelecer uma conexão entre os números naturais e os decimais. Vale ressaltar que a resposta para a maioria dos problemas necessitava da expansão do universo numérico dos naturais. Compreensão do significado de vírgula no quociente e zero no quociente. Ficou evidente que a divisão tendo como resultado números decimais foi um desafio para eles. Por tanto, nem a compreensão instrumental foi compreendida por completo. Diante dessas dificuldades, o professor utilizou, como estratégia, a formação de grupos para resolverem os problemas quando estes envolviam situações como o uso da vírgula no quociente, zero no quociente. O professor orientou os estudantes a pensarem, ele utilizou perguntas para auxiliá-los na compreensão do algoritmo da divisão, indo além da mera memorização dos passos. Assim, o professor incentivou os estudantes a refletirem sobre o procedimento e a compreenderem as relações entre números naturais e decimais. Essa estratégia visa proporcionar uma compreensão mais relacional e significativa da divisão, em vez de uma abordagem meramente instrumental. Observemos um trecho da aula transcrita:

> *Depois da ordem das unidades tem outra ordem?* (Professor).
>
> *Não* (Estudante).
>
> *Não tem? Tem ou não tem?* (Professor).
>
> *Tem, dezenas* (Estudante).
>
> *Tem dezena?* (Professor).
>
> *Dezena, unidade, seguindo [...] tem que ordem agora? Tem outra ordem?* (Professor).

> *“Não* (Estudante).
>
> *Só que a gente [...] está considerando não ter se eu pensar apenas quando o número é inteiro! Mas se o número é decimal? Então não vai ter uma ordem [...]?* (Professor).
>
> *Vai* (Estudante).
>
> *Quando pegamos este número aqui e acrescentamos um zero (0), temos que entender o porquê está acrescentando o zero (0). Vamos entender hoje, se vocês não sabiam, certo?* (Professor).

Na compreensão relacional, é estabelecida uma relação entre os conceitos (SKEMP, 1976). Notamos quando o professor faz comparação entre o sistema monetário e sistema decimal, utiliza frações equivalentes para simplificar a divisão e número decimal representado por fração. Essa estratégia de retomada aos conteúdos trabalhados ajudaram os estudantes a compreenderem os conceitos. Vejamos um trecho da aula:

> *É se eu utilizar frações equivalentes, eu tenho trinta e seis (36) ‘prá’ dividir ‘prá’ vinte e quatro (24), certo? Oh trinta e seis (36) dividido ‘prá’ vinte e quatro (24), eu posso utilizar a ideia das frações equivalentes [...] Trinta e seis (36) e vinte e quatro (24) avos tem que fração equivalente?... Porque dezoito e doze (18/12) avos?* (Professor).

As aulas, baseadas no modelo Lesson Study, oportunizaram ao professor familiaridade com estratégias para lidar com as situações que envolviam a divisão. Dessa forma, é possível compreender e analisar as estratégias dos estudantes baseadas em conhecimentos aprendidos. Ao retomar e relacionar os conteúdos previamente trabalhados, o professor permitiu aos estudantes construírem conexões e ampliarem seu entendimento sobre o algoritmo da divisão.

5.3 Análise da Atividade após o Lesson Study

Vale ressaltar que esta atividade (elaborada pelo grupo) foi pensada para ser individual, mas, devido às dificuldades apresentadas ainda por alguns estudantes quando os problemas envolveram zero no quociente, vírgula no quociente, os colaboradores decidiram alterar a dinâmica e realizar a atividade em grupo. Essa decisão foi tomada durante a fase da reflexão, logo após o término das aulas do primeiro dia.

Os comentários feitos pelo professor durante a atividade foram importantes para a avaliação do processo de ensino e aprendizagem. O professor circulava entre os grupos, sempre que necessário, para auxiliar os estudantes a esclarecerem suas dúvidas, utilizando perguntas que os guiavam na resolução das tarefas propostas. Foi perceptível o compartilhamento de ideias e reflexões coletivas entre os estudantes enquanto trabalhavam em equipe. O grupo de professores acrescentaram quatro perguntas à atividade e analisaremos somente as perguntas: quando colocar a vírgula no quociente? Quando colocar o zero no quociente? Quando colocar o zero no dividendo? O que você entendeu sobre divisão? Na sequência, apresentaremos os resultados da análise das respostas dos estudantes selecionados. Os estudantes escolhidos foram dez, conforme descrito na metodologia. Entretanto, alguns estudantes deixaram uma ou duas perguntas, ou todas as questões sem resposta.

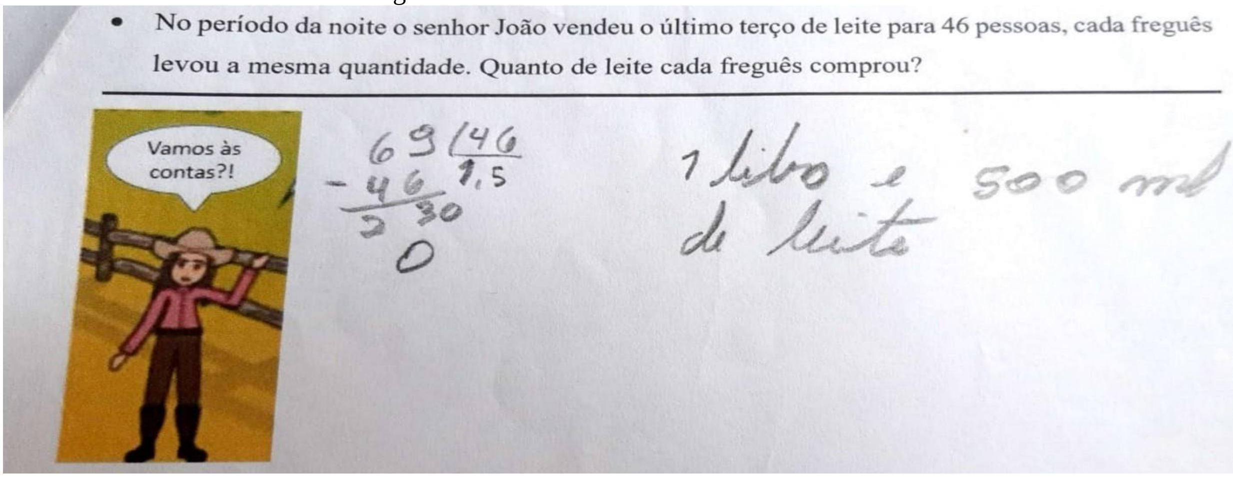
No que diz respeito à pergunta 1 "Quando coloca vírgula no quociente?" (atividade realizada após o Lesson Study, 2022), é possível verificar que a estudante Evelyn relaciona o uso da vírgula aos números decimais. Jade e Juvêncio conseguiram dar uma resposta mais elaborada:

> *Quando o número se torna decimal* (Aragão).
>
> *A vírgula é necessária nos números decimais* (Evelyn).
>
> *Só coloca vírgula nas questões decimais* (Regina).
>
> *Quando for dar o resultado da operação e o dividendo for decimal* (Eric).
>
> *Quando coloca o zero no quociente* (Juliana).
>
> *Quando coloca o zero no dividendo* (Esmeraldina).
>
> *Quando transformamos um número inteiro num número decimal* (Juvêncio).
>
> *Quando transformamos um número inteiro em décimos* (Jade).

As respostas de Juliana e Esmeraldina estão parcialmente corretas, pois nem sempre usamos a vírgula no quociente quando colocamos zero no dividendo. A resposta de Eric não atende à pergunta. Já as respostas de Evelyn e Regina demonstraram uma compreensão parcial do conceito ao reconhecerem que o uso da vírgula está relacionado aos números decimais. No entanto, elas não ofereceram uma explicação mais aprofundada, diferentemente das respostas de Juvêncio e Jade. Verificamos uma dificuldade em externar quando usar vírgula no quociente com exceção de Juvêncio e Jade. Entretanto, percebemos que os estudantes Aragão, Ravi, Evelyn, Regina já fazem uma associação do uso da vírgula com números decimais. Juvêncio tem consciência de que cinco décimos do litro de leite equivalem a quinhentos mililitros.

Na Figura 8, observamos o protocolo do estudante Juvêncio para o problema 3, da atividade realizada após o Lesson Study.

Figura 8 — Protocolo do estudante Juvêncio



Fonte: dados da pesquisa (2022).

Juvêncio tem consciência de que cinco décimos do litro de leite equivalem a quinhentos mililitros.

Na resposta apresentada para a pergunta 2 “Quando coloca zero no quociente?” Os estudantes responderam (atividade realizada após o Lesson Study, 2022).

> *Quando o dividendo for decimal* (Eric).
>
> *Quando não tem como dividir um número pelo divisor ou quando transformamos um número inteiro em décimo* (Jade).
>
> *Quando não tem como dividir um número* (Juvêncio).
>
> *Quando o quociente é maior que o dividendo* (Evelyn).
>
> Quando divisor é menor que o dividendo (Esmeraldina).
>
> Quando *a divisão é maior que a soma (Regina).*
>
> *Quando coloca o zero no dividendo (Juliana).*

As respostas de Jade, Juliana e Juvêncio estão parcialmente corretas. Ao realizar uma divisão, podemos usar zero no quociente em determinadas situações. É importante lembrar que o uso de zero no quociente depende do contexto da divisão. Nota-se que Evelyn, Esmeraldina e Regina não têm familiaridade com os termos da divisão, pelas respostas dadas percebemos que confundem o nome dos termos. É importante que os estudantes estejam cientes do nome dos termos, compreendam o que significam e façam uma associação com o sistema de numeração decimal e o algoritmo da divisão. O sistema de numeração decimal utiliza a base 10 e possui um conjunto de regras que nos permitem representar números de forma posicional.

Na resposta apresentada para a pergunta 3 “Quando coloca o zero no dividendo?” (atividade realizada após o Lesson Study, 2022). Percebe-se uma associação com os números decimais.

> *Quando for transformá-lo em um número decimal* (Eric).
>
> *Quando o número é maior e não dá para dividir* (Evelyn).
>
> *Quando dividendo é menor que eu divisor* (Juliana).
>
> *Quando não conseguimos dividir o dividendo pelo divisor, aí coloca zero e transforma em décimos* (Jade).

Observamos que Juliana responde de forma correta, apesar de não ter dado uma explicação mais detalhada. Evelyn parece se confundir ao responder quando o número é maior e não dá para dividir. Jade, responde que usamos zero no dividendo quando não conseguimos dividir o dividendo pelo divisor, mas não especifica o porquê, e responde que transforma em décimos. Eric também menciona que o dividendo se transforma em décimos. Sabemos que é um caso específico, ou seja, a unidade transforma em décimos.

Na resposta apresentada para a pergunta 4 “O que você entendeu sobre divisão?” (atividade realizada após o Lesson Study, 2022). Percebe-se que os estudantes têm uma compreensão razoável sobre o conceito de divisão:

> *Tudo. Eu entendi como dividir com números decimais* (Eric).
>
> *Eu entendi que a divisão é parte da matemática para dividir coisas em partes iguais* (Evelyn).
>
> *Eu entendi que a divisão é exata e que existem várias maneiras de resolvê-la e para saber se o resultado está correto é só tirar a prova real* (Jade).
>
> *Que a divisão não precisa só dividir* (Juliana).
>
> *Entendi que se o número que for dado não ter como dividir eu acrescento zero para ficar maior e coloco a vírgula no quociente* (Esmeraldina).
>
> *A divisão é complicada, mais é importante* (Regina).

Quando Jade menciona que a divisão é exata, vale ressaltar que os problemas envolviam números naturais e a resposta era um decimal exato. No entanto, existem casos em que a divisão resulta em números decimais periódicos ou um número irracional, nota-se que o conceito de divisão é mais amplo. Ademais, o conteúdo deve ser trabalhado em forma de espiral, aumentando a complexidade. De acordo com Campos *et al.* (2021), a revisão de conteúdos ao longo do currículo da educação básica, permite que esses sejam reescritos e vinculados a outros conceitos do estudante, justificando seu trabalho com a divisão no ensino médio.

Quanto à resposta de Esmeraldina, é importante corrigir a interpretação equivocada de que ao adicionar zero ao dividendo, fará com que o dividendo fique maior. Na verdade, ao colocar zero no dividendo, estamos transformando uma unidade maior em uma unidade menor. Eric menciona que entendeu a divisão de decimais. Evelyn enfatiza a ideia de que a divisão é parte da matemática para dividir coisas em partes iguais. Juliana menciona que a divisão não se limita apenas à operação de divisão, e Regina enfatiza a complexidade do conceito de divisão, ressaltando sua importância.

A divisão é uma operação matemática complexa, exigindo o uso de várias regras operacionais, como sucessivas divisões, subtrações e multiplicações. Além disso, envolve a busca por quocientes que podem gerar restos ou frações, tornando as relações entre as partes envolvidas (dividendo, divisor, quociente e resto) bastante complexas. Ao final, todas as partes atribuídas mais o resto devem formar o todo inicial, e o resto não pode ser maior que o número de partes (LAUTERT; SPINILLO, 2002).

Concordamos com a estudante Regina e as autoras Lautert e Spinillo (2002) que a divisão envolve vários conceitos e, devido à sua complexidade, é natural que os estudantes tenham dificuldade de expressar: quando colocar a vírgula no quociente? Quando colocar o zero no quociente? Quando colocar o zero no dividendo? O que você entendeu sobre divisão? No entanto, é notável que as soluções apresentadas pelos estudantes, as falas dão a entender que as discussões entre os estudantes e professor contribuíram para a compreensão parcial dos conceitos que estão associados à divisão. Como mencionado, a divisão é um tema complexo, que envolve várias regras operacionais e relações entre as partes envolvidas.

5.4 Entrevista: análise de indícios metacognitivos

Tomando como referência algumas categorias propostas por Flavell (1979), apresentamos os resultados da análise das respostas dos estudantes sobre indícios metacognitivos observados na entrevista (Apêndice B). Os trechos grifados são para destacar a relação com o tipo de categoria ou subcategoria conforme proposto por Flavell (1979).

5.4.1 Indícios de conhecimentos metacognitivos sobre as pessoas

O conhecimento metacognitivo sobre as pessoas inclui tudo o que se pode acreditar sobre a natureza de si mesmo e de outras pessoas como processadores cognitivos (FLAVELL, 1979). Nesse contexto, podemos dividir esse conhecimento em três subcategorias, porém neste trabalho abordaremos apenas o conhecimento intraindividual. Esse tipo de conhecimento metacognitivo refere-se às características do sujeito em relação à sua própria aprendizagem, incluindo a percepção de si mesmo, suas habilidades, fraquezas e interesses. Para ilustrar, apresentaremos como os estudantes reconheciam seus pontos fortes, facilidades, dificuldades, conforme respostas dadas à entrevista.

Apresentamos no Quadro 12 os indícios metacognitivos vinculados à subcategoria Sobre Pessoas Intraindividual.

Quadro 12 — Conhecimento metacognitivo sobre pessoas - intraindividual 1

Pergunta	Resposta	Estudante
O que você não sabia sobre divisão e agora você sabe?	Acho que nada. Já sabia tudo. Já passou.	Juvêncio
	Eu não sabia sobre divisão quando o dividendo é maior que o quociente aí eu não sabia que acrescentaria o zero e eu não saberia dividir. Eu tinha dúvida nessa parte.	Evelyn
	Na verdade, tinha muita dificuldade. Muito mesmo. Mas agora eu estou aprendendo. Que eu não sabia era nada, mas agora já estou aprendendo mais. Teve umas colegas que estavam me ensinando umas coisas.	Juliana
	Não sei nada não. Dividir eu ainda não sei.	Ashley
	Os números decimais	Eric
	É eu fiquei mais em dúvida assim nas três últimas. Eu lembro porque não estava conseguindo identificar quais eram o valor de cada um. Eu tava pegando o trinta e seis só o trinta e seis um terço de trinta e seis que dava doze. Aí minha conta estava ficando errada. Depois que eu fui entender que cada um era trinta e seis litros pra cada um bairro. Aí eu consegui fazer, dividir. A gente usa vírgula quando um número não dá pra dividir e viram o décimo e coloca a vírgula para representar.	Jade
	Não responde	Ravi
	É, e sobre essa questão mesmo que eu até ontem eu sabia dividir os números simples assim, tipo duzentos e dezoito, essa base que é que é só você somar dois números, cento e oito mais cento e oito duzentos e dezesseis, isso essas coisas, esses números mais simples e os números mais difíceis Mas isso com dificuldades um pouco. Aí eu aprendi ontem. Aprendi sobre a questão da vírgula que quando pôr a vírgula, quando por zero põe a vírgula cá também. Aí eu aprendi sobre essa questão também.	Aragão
	Eu aprendi bastante coisa, mas ainda tenho muita dúvida ainda. Porque eu não sou muito acostumada a trabalhar com divisão. Eu gosto mais de vezes e tal. Mas eu aprendi bastante coisa esses últimos dias.	Regina
	Era a parte que acrescentou zero. Porque eu não sabia não. Eu aprendi. Graças a Deus	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Observando as respostas fornecidas pelos estudantes na pergunta, *O que você não sabia sobre divisão e agora você sabe*? Podemos perceber que os estudantes demostraram consciência das suas facilidades e dificuldades em relação à divisão. Essa consciência do que sabem e do que não sabem, está relacionada ao conceito de metamemória, conforme proposto por Flavell (1976). A metamemória envolve o conhecimento que uma pessoa possui sobre os processos de memória, como o nível de dificuldade de uma tarefa específica ou as estratégias adequadas para concluí-la (FLAVELL, 1971). É a consciência da própria capacidade ao realizar uma tarefa.

Observamos quando Juvêncio (2022, entrevista) diz: *"Já sabia tudo*" e Juliana (2022, entrevista) respondeu: "*Tinha muita dificuldade. Mas agora estou aprendendo. Eu não sabia era nada".* Por outro lado, quando perguntado para Esmeraldina (2022, entrevista), ela respondeu ter dificuldades em: "*Era a parte que acrescentou zero, eu não sabia não, o uso da vírgula. Eu aprendi"*. Esses relatos dos estudantes refletem o conhecimento metacognitivo sobre pessoas intraindividuais, pois inclui o conhecimento ou o que o estudante pode acreditar sobre seu próprio funcionamento cognitivo (FLAVELL, 1979).

Ao analisarmos as respostas dos estudantes, podemos constatar que Ashley, Aragão, Evelyn, Esmeraldina, Eric, Juliana tinham dificuldades com a divisão, sobretudo quando precisavam usar o zero no quociente, zero no dividendo e vírgula no quociente. Juvêncio, por outro lado, afirmou saber tudo. Ravi não respondeu, mas ao analisar sua atividade diagnóstica, pudemos observar que demonstrou ter dificuldades com a divisão. Jade demostrou dificuldades em interpretar o problema.

Essa análise mostra como os estudantes têm uma compreensão individual das suas habilidades e limitações sobre a divisão.

5.4.2 Indícios de conhecimentos metacognitivos sobre tarefas (facilidades e dificuldades)

De acordo com Flavell (1979), os conhecimentos metacognitivos sobre tarefas, dizem respeito às informações disponíveis durante uma atividade cognitiva e à capacidade de analisar essas variáveis para identificar dificuldades no desempenho da tarefa. Quando temos consciência da nossa capacidade durante uma atividade e somos capazes de analisar essas variáveis, podemos reconhecer as dificuldades no desempenho da tarefa. É importante saber que o êxito numa atividade depende do conhecimento que o estudante tem a respeito da tarefa, assim como diferentes tarefas necessitam de diferentes interpretações. No caso em que tarefas requerem uma preparação mais elaborada, a pessoa, no caso deste trabalho estudante, pode reconhecer que aspectos da tarefa que são mais fáceis do que outros.

Apresentamos no Quadro 13 os indícios metacognitivos vinculados à subcategoria sobre tarefas no que diz respeito às dificuldades.

Quadro 13 — Conhecimentos metacognitivos sobre as tarefas

Pergunta	**Resposta**	**Estudante**
	Tudo.	Ashley

Pergunta	Resposta	Estudante
O que é mais difícil na hora de resolver um problema?	Operações e armar o problema pra resolver. Esse armar o problema é descobrir que operação que você vai ter que que fazer. E tipo assim não entendeu como é a pergunta. Esse negócio aqui o que eu vou ter que fazer aqui pra arrumar o problema entendeu? Então o que que é operação, né? Que conta você vai ter que fazer pra resolver. Se é de mais ou de menos	Eric
	É entender o que vai fazer	Juliana
	Quando o número é muito grande e você não consegue achar a resposta desse número, não consegue achar a resposta.	Juvêncio
	A maioria das vezes eu capto o assunto muito rápido, mas o que me freia mesmo é fração. Não, porcentagem, juro. Acho que é quando o resultado dá errado. Que eu tenho que fazer mais de uma vez. Ficar tentando várias vezes pra descobrir qual o certo.	Jade
	Divisão. Às vezes eu não sei dividir não.	Ravi
	O que é mais difícil na hora de resolver o problema? assim, é bem difícil na hora de se concentrar, o barulho, tem hora que tem o barulhinho ali, nem que seja grande, mas é uma conversinha que te deixa sem. O colega conversando outra coisa, e aí é mais difícil de resolver o problema. Mas como eu disse pra você, tem que manter a concentração cem por cento no problema que você	Aragão
	É quando o problema é de divisão que eu tenho dúvida em alguma parte assim de dividir.	Evelyn
	O cálculo é o mais difícil.	Regina
	Não sei. E o mais difícil esse de dividir por 2 e o do bairro das flores. Eu não estava conseguindo fazer. Eu tava fazendo e tava dando errado. Sempre quando eu ia fazer que dava errado esse daqui por causa do 1 e da vírgula que eu não estava entendendo. Eu não entendia o zero e a vírgula. Aí isso que me dificultava mais.	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Quando os estudantes respondem à pergunta "*O que é mais difícil na hora de resolver um problema*?" Eles identificaram um aspecto da tarefa, com dificuldades ou dificuldades da tarefa na totalidade. Durante a análise das respostas, identificamos quatro níveis de dificuldade que os estudantes enfrentam ao resolver problemas.

No primeiro nível, alguns os estudantes têm dificuldade em compreender as informações presentes no problema. Dois estudantes expressaram essa dificuldade. Entrevista, 2022, Juliana afirmou: *"Entender o que vai fazer"*. E Eric diz*: "Armar o problema e descobrir que operação que você vai ter que fazer. E tipo assim não entendeu como é a pergunta"*.

No segundo nível, os estudantes mencionaram dificuldades na execução do problema. Três estudantes relataram dificuldades quando os cálculos são grandes ou quando obtêm resultados incorretos e precisam tentar resolver várias vezes. Para Ilustrar, Juvêncio afirmou em 2022: *"o número é muito grande e não consegue achar a resposta"*, Jade: *"Ficar tentando várias vezes pra descobrir qual o certo"*, e Regina destacou: *"O cálculo é o mais difícil"*.

No terceiro nível, as dificuldades estavam relacionadas a problemas que envolviam a operação de divisão. Os estudantes Esmeraldina, Evelyn e Ravi relataram na entrevista em 2022 as dificuldades com a operação de divisão - Esmeraldina: *"por causa do 1 e da vírgula que eu não estava entendendo. Eu não entendia o zero e a vírgula. Aí isso que me dificultava mais".* A estudante mencionou um problema da história em quadrinhos distribuição do leite para o bairro das flores. 36 dividido por 24 é igual a 1,5. Evelyn destacou: *"é quando o problema é de divisão"*. E Ravi diz: *"divisão. Às vezes eu não sei dividir"*.

No quarto nível, apenas um estudante mencionou dificuldades relacionadas a fatores externos que atrapalham sua concentração na entrevista em 2022, Aragão demonstrou consciência de que o barulho atrapalha sua concentração, ao afirmar: *"na hora de se concentrar, o barulho, tem hora que tem o barulhinho ali [...]".* De acordo com Flavell (1976), o estudante Aragão está praticando a meta-atenção, *ou seja,* o controle e regulação dos próprios processos de concentração.

Apresentamos no Quadro 14 os indícios metacognitivos vinculados à subcategoria sobre tarefas no que diz respeito às facilidades.

Quadro 14 — Conhecimentos Metacognitivos Sobre as Tarefas

Pergunta	**Resposta**	**Estudante**
O que é mais fácil?	Quando ele é de somar. Quando é de subtrair também	Ashley
	É tirar o resultado.	Eric
	Se entender bem, se estudar bastante (fácil) isso não é estratégia?	Juliana
	É verificar se a conta está certa ou não.	Juvêncio
	Eu uso alguma técnica que eu aprendi na aula. Pra usar assim de cabeça, eu uso essa técnica (fácil).	Jade
	O que eu achei fácil foi duzentos e dezesseis dividido por 2.	Ravi
	Mais fácil na hora de resolver o problema é quando você mantém a concentração, mantém a concentração ali na hora, bem focado mesmo e você presta atenção nas aulas e nos assuntos aí o assunto já fica mais fácil pra você.	Aragão
	Mais fácil é quando tem assim um número somado com outro número.	Evelyn
	Assim, depende da pergunta, né? Mais fácil foi esse aqui que foi de mais.	Regina
	O mais fácil foi o de somar e o último. Porque eu entendi depois essas coisas de dividendo, divisor, quociente e o resto.	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Ao analisarmos as respostas dadas à pergunta "*O que é mais fácil na hora de resolver um problema*?" Identificamos diferentes níveis de conhecimento em relação a essa subcategoria sobre tarefas. O primeiro nível**,** notamos que quatro estudantes mencionaram que a facilidade está relacionada a um tipo específico de operação, no caso, a adição. Uma observação interessante é que Esmeraldina considerou o último problema mais fácil, apesar de sua maior complexidade. Uma possível explicação para isso pode ser o efeito da mediação do professor e a progressiva compreensão de resolução dos problemas. Vejamos alguns registros da entrevista realizada em 2022:

> *Quando ele é de somar* (Ashley).
>
> *Mais fácil é quando tem assim um número somado com outro número* (Evelyn).
>
> *Mais fácil foi esse aqui que foi de mais* (Regina).
>
> *O mais fácil foi o de somar e o último* (Esmeraldina).

O segundo nível, refere-se às estratégias utilizando como marcadores verbos que indicam a ação a ser feita, como focar, estudar bastante. Ação essa recorrida foi utilizada a fim de, facilitar, a compreensão e a resolução. Exemplo de respostas nesse nível incluem:

> *Bem focado mesmo e você presta atenção nas aulas e nos assuntos, já fica mais fácil pra você (Aragão).*
>
> *Se entender bem, se estudar bastante* (Juliana).
>
> *Eu uso alguma técnica que eu aprendi na aula. Pra usar assim de cabeça, eu uso essa técnica* (Jade).

O terceiro nível da compreensão sobre facilidade, refere-se a verificar se a resposta está correta. Um estudante mencionou na entrevista em 2022 relata: *"É verificar se a conta está certa ou não"* (Juvêncio).

O quarto nível, refere-se resolução de um problema específico da história em quadrinhos, um estudante na entrevista em 2022 relatou ter achado fácil a divisão de 216 por 2: *"O que eu achei fácil foi duzentos e dezesseis dividido por 2"* (Ravi). Não se sabe ao certo como foi feita a divisão por 2, mas há indícios de que tenha sido realizada mentalmente. 200 dividido por 2, igual a 100 e 16 dividido por 2, igual a 8, somando-se os resultados temos a resposta: 108.

Houve também a resposta de Eric mencionando: "*É tirar o resultado*" (Eric, 2022). Não compreendemos seu significado, por isso, não classificamos sua resposta.

5.4.3 Indícios de conhecimentos metacognitivos sobre estratégias

Segundo Flavell (1979), os conhecimentos metacognitivos sobre estratégias são diferentes caminhos que podem ser eficazes para alcançar os objetivos durante as ações cognitivas (Quadro 15).

Quadro 15 — Conhecimentos metacognitivos sobre estratégias 1

Pergunta	Resposta	Estudante
Você vai mais devagar quando você encontra alguma informação importante?	Eu vou devagar e tento me concentrar naquela leitura, eu vou até ali no meio devagar, tipo assim, o primeiro terço será distribuído, leio fazendo perguntas para a questão, aí na hora que vem no final, quantos litros de leite foram produzidos, aí eu tento focar nessa parte.	Aragão
	Sim. Vou. Quando eu leio	Ashley
	alguma coisa que eu erro aí eu leio a parte de novo pra eu acertar a leitura e entender mais sobre a leitura.	Evelyn
	Sim, inclusive leio de novo para ter certeza	Jade
	Sim. Para compreender melhor	Juliana
	Não sei.	Juvêncio
	Quando eu encontro, quando eu destino qual é a pergunta vou mais devagar na leitura quando encontro informações importantes pra ajudar	Eric
	Não respondeu.	Ravi
	Sim. Pra eu prestar mais atenção e tentar ver se eu já sei de cabeça assim a pergunta, aí eu leio mais devagar.	Regina
	Vou. Porque eu fico lendo toda hora devagar pra eu entender, entendeu?	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Os estudantes foram perguntados sobre: *"Você vai mais devagar quando você encontra alguma informação importante?* Ao analisarmos as respostas dadas à pergunta, identificamos diferentes motivos para estratégias em relação aos Conhecimentos Metacognitivos Sobre Estratégias. A primeira estratégia colocada pelo referencial é "ir devagar" diante de uma informação importante. Mas, ir devagar por qual motivo? Conforme as respostas dadas podemos identificar: 1) ir devagar na leitura para entender, compreender melhor o problema ou se concentrar. (1.1) Três estudantes na entrevista em 2022 mencionaram esses motivos: *"Sim. Para compreender melhor"* (Juliana). *"Porque eu fico lendo toda hora devagar pra eu entender"* (Esmeraldina). *"Eu vou devagar e tento me concentrar naquela leitura [...]"* (Aragão). E a quarta estudante, Ashley, que apenas diz que vai devagar com a leitura. A estudante Jade apresentou outro motivo para a leitura devagar para ter certeza (1.2): *"inclusive leio de novo para ter certeza"*. Essa ação é ao mesmo tempo, cognitiva e metacognitiva, difícil de fazer a separação. Ela volta na leitura, para ter certeza se o que está entendendo ou fazendo está correto. Por outro lado, a estudante Evelyn lê quando identifica o erro (1.3), mais um exemplo da cognição e metacognição estarem trabalhando juntas: *"alguma coisa que eu erro aí eu leio a parte de novo pra eu acertar a leitura e entender mais sobre a leitura"*. Tão importante quanto foi a estratégia de Regina quando recorre a uma verificação de algum conhecimento que ela já construiu, tentando fazer de cabeça: "*tentar ver se eu já sei de cabeça assim a pergunta, aí eu leio mais devagar"*. Ela busca relacionar um conhecimento adquirido (1.4) com o que está fazendo.

Além da leitura, como primeiro motivo para ir devagar, encontramos um segundo motivo: encontrar a pergunta (2), ou seja, para identificar o que a questão deseja que o estudante investigue ou solucione: *“qual é a pergunta vou mais devagar na leitura quando encontro informações importantes pra ajudar”* (Eric). Encontramos um terceiro motivo para ir devagar: fazer perguntas (3) à questão. É o depoimento em 2022 de Aragão: *“[...] leio fazendo perguntas para a questão [...]. Essa ação é um exemplo forte de conhecimento metacognitivo”.*

Já Juvêncio diz*: “Não sei”.* Não podemos inferir. Será que Juvêncio não percebe se está indo mais devagar quando encontra informações importantes? Juvêncio não fornece uma resposta clara à pergunta. Essa frase pode ser usada como uma reflexão sobre como as pessoas reagem quando questionadas sobre algo que não sabem ou quando enfrentam dificuldades em processar a informação. O estudante Ravi não forneceu uma resposta à pergunta apresentada.

No Quadro 16, apresentamos indícios metacognitivos vinculados a subcategoria estratégias, seja conforme o professor ou o livro didático mostrou.

Quadro 16 — Conhecimentos Metacognitivos Sobre Estratégias 2

Pergunta	**Resposta**	**Estudante**
Você tenta resolver o problema da forma que o professor resolveu ou que o livro didático mostrou?	Não, só igual o que o professor explicou	Ashley
	Às vezes eu procuro outras formas pra resolver, mas eu sempre procuro fazer do jeito que vocês fazem.	Eric
	De outra maneira. Já fiz isso uma vez, mas eu agora estou fazendo como professor	Juliana
	Porque normalmente é mais fácil pra mim. Fazer de uma outra forma.	Juvêncio
	Eu sempre faço igual o professor. Às vezes, o que tem no livro é bem difícil de entender, então eu uso o que o professor coloca no quadro.	Jade
	Não, sempre resolvo do jeito dele.	Ravi
	Tento, tento usar outras estratégias e outros modos assim pra mim saber mais além do que o professor mostrou na hora pros alunos, pros colegas. Eu tento renovar cada vez mais.	Aragão
	Às vezes sim, mas às vezes não. Mas eu peço ajuda do professor pra ele me explicar da forma mais fácil que eu posso entender.	Esmeraldina
	Não	Evelyn
	Às vezes sim	Regina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Os estudantes foram questionados acerca de: *“Você tenta resolver o problema da forma que o professor resolveu ou que o livro didático mostrou?*” Conforme referência no Quadro 16, sete estudantes afirmaram que tentam resolver o problema da mesma forma que o professor resolveu. Juliana mencionou que procurou outras formas de resolver apenas uma vez:

> *Às vezes procuro outras formas pra resolver, mas sempre procuro fazer do jeito que vocês fazem* (Eric).
>
> *De outra maneira. fiz uma vez, agora estou fazendo como professor* (Juliana).

> *Sempre resolvo do jeito dele* (Ravi).
>
> *Às vezes sim, mas às vezes não. Mas eu peço ajuda do professor pra ele me explicar da forma mais fácil que eu posso entender* (Esmeraldina).

Esmeraldina sinaliza que ao encontrar dificuldade na resolução pede ajuda ao professor. Regina sinalizou que às vezes faz como professor. A estudante Jade foi a única que sinalizou fazer como professor porque acha difícil como o livro faz. Jade (2022, entrevista)*: "eu sempre faço igual professor às vezes o que tem no livro é bem difícil de entender".* Ela identifica suas dificuldades para entender como um livro faz. Aragão e Juvêncio (2022, entrevista) dizem resolver o problema de forma diferente. Aragão diz: *"Tento usar outras estratégias e outros modos, pra mim saber mais além do que o professor mostrou".*

Essas respostas mostram que a maioria dos estudantes tenta resolver o problema da mesma forma que o professor, buscando seguir suas instruções e abordagem. No entanto, alguns estudantes podem explorar outras abordagens em certas situações, enquanto ainda consideram as estratégias usadas pelo professor como referência principal. Além disso, Esmeraldina destaca a importância de pedir ajuda ao professor para garantir uma compreensão mais clara e fácil do problema. A declaração de Jade evidencia que nem sempre ela consegue compreender os exemplos e explicações presentes no livro. Aragão expressa seu desejo de usar outras estratégias. Isso mostra uma atitude de busca por conhecimento adicional.

5.5 Indícios metacognitivos: ações (estratégias)

A categoria, ações (estratégias), segundo Flavell (1979), guia os estudantes a objetivos cognitivos. Visa, assim, a avaliar a eficácia das estratégias cognitivas que estão utilizando e, se necessário, buscar novas estratégias para lidar com o problema. Essa categoria Ações (Estratégias), inclui a aptidão de se questionar antes, durante e depois de uma tarefa, o que assegura ao estudante confirmar se está agindo da melhor forma.

Apresentamos nesta seção dois quadros (17 e 18), conforme as duas perguntas que fizemos durante a entrevista. No Quadro 17 as ações e estratégias se referem ao que os estudantes fazem quando não há entendimento.

Quadro 17 — Ações (estratégias)

Pergunta	Resposta	Estudante
O que você faz quando não entende	Não responde	Ashley
	Eu pergunto ao professor então eu assisto os vídeos na internet pra saber como é que faz.	Eric Recurso assiste vídeo

Pergunta	Resposta	Estudante
algo? Um problema de matemática?		Recorre professor (pessoa)
	É primeiro eu leio bem né? Leio e compreendo. Até eu entender.	Juliana
	Ou pergunto pro professor ou tento resolver de vários outros jeitos. Se eu não conseguir, fica sem resolver.	Juvêncio
	Eu pergunto para o responsável ou pro professor quando é na escola.	Jade
	Eu peço ajuda aos professores.	Ravi
	Eu procuro o professor e procuro resolver minha questão, a minha dificuldade, porque se não puder me ajudar na hora.	Aragão
	Eu tento resolver ele e eu fico lendo pra ver se eu entendo. Quando eu não consigo eu peço pro professor me explicar pra ver se eu consigo entender.	Evelyn
	Eu peço ajuda do professor e de alguns colegas.	Regina
	Eu peço ajuda pro professor.	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Os estudantes foram perguntados sobre: "*O que você faz quando não entende algo*? *Um problema de matemática?*" Conforme pode ser observado no Quadro 17, oito estudantes disseram que solicitam ajuda do professor quando não entendem algo. Dentre esses oito, cinco também mencionam recorrer a outras formas de auxílio além do professor. Por exemplo, recorre a vídeos (Eric); recorre aos colegas (Regina); recorrem a si próprio (Evelyn, Aragão e Juvêncio).

Por outro lado, três estudantes afirmaram que só recorrem ao professor em busca de explicação. Esmeraldina, Jade e Ravi expressaram a necessidade de uma orientação do professor. Juliana, por sua vez, não recorre ao professor, mencionou que busca resolver por conta própria, utilizando a leitura como recurso. Já Ashley não forneceu uma resposta.

É importante destacar que a análise indicou, na maioria das respostas, que os estudantes buscam uma explicação do professor quando não entendem algo. Isso sugere que os estudantes utilizaram as estratégias como um guia para encontrar uma possível resposta, mas não como avaliação, esperando uma explicação e não uma verificação ou avaliação do que fizeram.

Quadro 18 — Ações (estratégias)

Pergunta	Resposta	Estudante
Que perguntas devo fazer a mim mesmo na hora que você vai resolver o problema?	Não sei.	Juvêncio
	Eu praticamente me coloco na história você entendeu? Eu pego como se eu tivesse alguma coisa tipo assim, eu tinha vinte bala aí eu dei dez pra alguém aí o resultado é sobra dez entendeu?	Eric Ele inclui no contexto
	Não sei responder isso não	Ashley
	Eu fico me perguntando, né? Pergunto a mim mesma.	Juliana
	A pergunta que vai ter na questão, né? Aí eu pergunto pra mim mesma assim, pra eu saber como é que é.	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Observamos nas respostas dadas à pergunta — *"Que perguntas devo fazer a mim mesmo na hora que você vai resolver o problema?"* — que duas estudantes afirmaram na entrevista, em 2022, que fazem perguntas para si mesmas, como: "*Eu fico me perguntando, né? Pergunto a mim mesma"* (Juliana); *"pergunto pra mim mesma assim, pra eu saber como é que é"* (Esmeraldina).

Além disso, Eric explicou que ele se coloca na história do problema, usando um exemplo de dividir balas para ilustrar seu raciocínio: "*Eu praticamente me coloco na história, você entendeu? Eu pego como se eu tivesse alguma coisa tipo assim, eu tinha vinte bala, dei dez pra alguém, o resultado é, sobra dez, entendeu?"*.

Essa categoria, ações (estratégias), envolve a aptidão de se questionar antes, durante e depois de uma tarefa, o que permite ao estudante confirmar se está agindo da melhor forma. No entanto, é importante enfatizar que os estudantes tiveram dificuldades para compreender a pergunta inicialmente e nós, pesquisadores, em esmiuçar para que eles pudessem entender. Vale destacar que para alguns não fizemos a pergunta.

5.6 Indícios metacognitivos sobre experiências metacognitivas

De acordo com Flavell (1979), as experiências metacognitivas são as experiências conscientes relacionadas a um esforço intelectual. As experiências metacognitivas permitem de forma consciente o desenvolvimento de um conhecimento e aplicação em outras situações.

Apresentamos nesta seção dois quadros (19 e 20), conforme as duas perguntas que fizemos durante a entrevista. No Quadro 19, as respostas se referem ao que fazer ao errarem.

Quadro 19 — Experiências Metacognitivas

Pergunta	Resposta	Estudante
O que você faz quando resolve um problema de forma errada?	Eu pergunto para o professor e ele corrige	Ashley
	Tento fazer de novo da forma certa.	Eric
	leio de novo faço de novo	Juliana
	Refaço. Tento fazer de outro jeito.	Juvêncio
	Eu pego e faço a conta e vejo no que eu errei. até o apago até eu consigo encontrar o resultado certo.	Jade
	Agora eu espero o professor corrigir	Ravi
	eu procuro o professor, consulto o professor pra ver se ele está errado ou certo e procuro me esforçar cada vez mais naquela questão e estudar três vezes mais ela. Porque eu estou estudando nela, aí estudei nela uma vez, aí daquela vez eu já a multiplico pra estudar mais ela, focar mais nela.	Aragão
	Quando eu resolvo o problema de forma errada que o professor faz a correção no quadro que eu vejo que tá errado, eu o conserto e peço pra me explicar o que eu não entendi.	Evelyn Ela recorre a correção do professor se tiver errada

Pergunta	Resposta	Estudante
	Eu tento corrigir, peço o professor pra me explicar de novo ou colega quando o professor estiver ocupado.	Regina Recorre ao professor ou colega
	Eu falo com o professor ele me ajudar. Aí se estiver errado, peço pra ele me explicar como que é.	Esmeraldina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Observamos nas respostas dadas à pergunta: *"O que você faz quando resolve um problema de forma errada?"*, que seis estudantes recorrem ao professor, ou seja, pedem ajuda para o professor.

> *Eu procuro o professor, pra ver se está errado ou certo* (Aragão).
>
> *Eu pergunto para o professor* (Ashley).
>
> *Espero o professor corrigir* (Ravi).
>
> *Espero o professor corrigir* (Evelyn).
>
> *Eu tento corrigir, peço o professor pra me explicar de novo ou colega quando o professor estiver ocupado* (Regina).
>
> *Eu falo com o professor* (Esmeraldina).

Os estudantes Eric, Juliana, Juvêncio e Jade apresentam características comuns como a persistência e a busca por diferentes estratégias. Percebemos quando, respondem:

> *Refaço. Tento fazer de outro jeito* (Juvêncio).
>
> *Tento fazer de novo* (Eric).
>
> *[...] leio de novo faço de novo* (Juliana).
>
> *Refaço. Tento fazer de outro jeito* (Juvêncio).
>
> *[...] apago até encontrar o resultado certo* (Jade).

Na análise das respostas dos estudantes, podemos observar as diferentes formas como lidam com erros e dificuldades. Alguns optam por buscar ajuda do professor, para orientações e esclarecimento de dúvidas. Por outro lado, há estudantes que se esforçam para superar as dificuldades por conta própria, demostrando determinação em lidar com os desafios. Juvêncio, por exemplo, menciona uma estratégia específica de refazer e tentar de outra maneira. Jade, por sua vez, afirma que apaga até encontrar o resultado certo. Essas repetições acentuam a ideia de persistência e busca pela solução correta.

Ao revisitar suas estratégias, os estudantes se permitem identificar onde podem ter cometido equívocos e, ao fazê-lo, abrem espaço para correções e melhorias em suas compreensões. Essa atitude de voltar atrás e refletir sobre o processo de resolução, estão, na verdade, engajando-se em processos de autorregulação e supervisão de sua própria aprendizagem, que é um aspecto valioso da metacognição e que se desenvolve em aulas planejadas conforme o Lesson Study. Tal prática auxilia o estudante a desenvolver o pensamento crítico e gerir sua aprendizagem.

Quadro 20 — Experiências metacognitivas

Pergunta	Resposta	Estudante
Quando termino uma avaliação ou atividade, sei se acertei tudo ou se acertei a maior parte ou sei que não fiz tudo certo?	Antes de entregar eu gosto de rever várias vezes pra ver se não tem nada errado. Faço até de lápis Eu sei que fui boa, mas não sei se fechei completamente, erro principalmente o sinal, quando é positivo ou negativo.	Jade Tem consciência. Sabe o que errou
	Eu tenho bastante consciência nisso. Quando eu entrego a avaliação eu lembro de algumas contas que eu tive dificuldade. Aí ao chegar em casa eu chego naquela conta e vejo o que eu lembro do meu resultado aí eu faço a a mesma questão que estava lá aí eu resolvi dar o resultado diferente. Aí eu já tenho uma ideia se eu errei ou se eu acertei na avaliação.	Aragão
	Muitas vezes sim, nas provas, quando eu vou ruim, antes de entregar pro professor eu já sei que eu não acertei aquela. Quando eu vou bem eu não sei que eu acerto as questões depois que ele entrega eu vi que eu acertei	Evelyn
	Sim. Eu fico meio em dúvida, mas eu já tenho a noção.	Regina
	Às vezes sim, agora nas partes assim tudo que eu sempre divisão de dividir na prova eu não conseguia. Aí eu via que ali eu ia sempre errava e eu errava. Porque eu não conseguia de jeito nenhum. Ainda mais quando esse título dá o zero, abriu, aí eu ficava eu não entendia nada disso.	Esmeraldina
	Eu consigo!	Ashley
	Eu sempre tenho ideia assim do quanto mais ou menos eu já aceitei aí eu discuto com os amigos às vezes. Eu pergunto pra dizer que você acha que que assiste tudo tal e eu sempre acho que na maioria eu acho que notas boas quando eu estudo	Eric
	Bastante. Fico com medo.	Juliana
	Sim	Juvêncio
	Consigo	Ravi

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Ao analisarmos as respostas dadas à pergunta: "*Quando termino uma avaliação ou atividade, sei se acertei tudo ou se acertei a maior parte ou sei que não fiz tudo certo*?", evidencia que dez estudantes têm consciência de seus resultados na atividade, sabem se acertou tudo ou parte das perguntas numa avaliação. Jade diz*: "Eu sei que fui boa, mas não sei se fechei".*

O estudante Aragão tenta lembrar da questão que teve dificuldade e em casa refaz. Vejamos o posicionamento dos estudantes durante a entrevista, em 2022:

> *Eu tenho bastante consciência* nisso. *Quando eu entrego a avaliação, lembro de algumas contas que eu tive dificuldade. Ao chegar em casa, vejo o que eu lembro do meu resultado. Eu faço a mesma* (Aragão).

> *Eu sempre tenho ideia assim do quanto mais ou menos eu já aceitei aí eu discuto com os amigos às vezes* (Eric).
>
> *[...] eu sei que fui boa, mas não sei se fechei* (Jade).
>
> *[...] eu consigo* (Ashley).
>
> *[...] bastante. Fico com medo* (Juliana).
>
> *[...] sim* (Juvêncio).
>
> *[...] consigo* (Ravi).
>
> *Muitas vezes sim, nas provas, quando eu vou ruim, antes de entregar pro professor eu já sei que eu não acertei aquela* (Evelyn).
>
> *[...] relata a dificuldade com a divisão* (Esmeraldina).

É interessante notar que tanto aqueles que recorrem ao professor quanto aqueles que tentam corrigir por si mesmos têm consciência de seus resultados nas atividades. Sabem se acertaram tudo, parte ou se tiveram dificuldades. Essas respostas revelam tanto uma certa autonomia na resolução de problemas quanto a importância da orientação do professor.

Vimos que os estudantes fazem uma avaliação da atividade, com consciência do que acertaram (Quadro 21).

Quadro 21 — Experiências metacognitivas

Pergunta	Resposta	Estudante
Na aula da história em quadrinhos, você conseguiu resolver todos os problemas sozinho?	**Não**. Eu pedi ajuda para meu colega e algumas para meu professor	Ashley
	Não. Essas aqui eu fiz com ajuda, né? Ajuda de Romildo meu colega.	Eric
	Nem todas. Nem todas né? Nem todas.	Juliana
	Não.	Juvêncio
	Sim. Pedi só na do 36/24. Porque não tava conseguindo encontrar o resultado certo. Tava dando errado.	Jade
	Não. Algumas pedi ajuda pra Alisson	Ravi
	Assim, eu parei aqui na Vamos às contas do bairro sol. É a parte que eu falei pra vocês que eu não tinha concluído. Mas as outras partes eu sei que tá tudo certo.	Aragão
	Não.	Esmeraldina
	Consegui resolver quase todas menos essas 2 últimas, que eu pedi ajuda pra ele (professor observador).	Evelyn
	Pedi. A do bairro Sol. E acho que foi essa aqui.	Regina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Percebemos pelas respostas dadas à pergunta: *"Na aula da história em quadrinhos, você conseguiu resolver todos os problemas sozinha?"*, que os dez estudantes afirmaram na entrevista, em 2022 que não conseguiram resolver todas as questões sozinhos:

> *Eu pedi ajuda para meu colega e algumas para meu professor* (Ashley).
>
> Pedi *só na do 36/24. Porque não tava conseguindo* (Jade).

> *Do bairro das Flores. E a conta da metade do leite* (Esmeraldina).
>
> *Não*. Eu fiz com ajuda (Eric).
>
> *Nem todas* (Juliana).
>
> *Não* (Juvêncio).
>
> *Não. Algumas pedi ajuda pra Alisson* (Ravi).
>
> *Assim, eu parei aqui na Vamos às contas do bairro sol. É a parte que eu falei pra vocês que eu não tinha concluído. Mas as outras partes eu sei que tá tudo certo* (Aragão).
>
> *Não* (Esmeraldina).
>
> *Consegui resolver quase todas menos essas 2 últimas, que eu pedi ajuda pra ele (professor observador)* (Evelyn).
>
> *Pedi, do bairro Sol. E acho que foi essa aqui* (Regina).

Ao analisarmos as respostas dos estudantes em relação à sua capacidade de resolver os problemas da história em quadrinhos na aula, fica evidente que não conseguiram resolver todas as questões sozinhos. A maioria admitiu ter solicitado ajuda, seja de colegas de classe ou do professor. Juvêncio e Esmeraldina simplesmente respondem "não" à pergunta.

Percebe-se que os estudantes acompanham seus progressos e identificam quando e onde precisam de ajuda.

5.7 Outros indícios metacognitivos

Decidimos analisar também as respostas que os estudantes deram às perguntas que surgiram no decorrer da entrevista, no que se refere à implementação da aula, chamamos de outros indícios metacognitivos nos quadros (22 e 23). Esclarecemos que essas perguntas não foram direcionadas para todos os estudantes da pesquisa. Os estudantes foram abordados com perguntas diferentes (Quadro 22).

Quadro 22 — Outros Indícios metacognitivos

Pergunta	Resposta	Estudante
Tem alguma coisa que você quer falar da aula?	Eu gostei muito, porque vocês me ajudaram bastante. Que eu não estava sabendo nada disso. Mesmo o professor explicando ali, mas sempre vinha um branco na cabeça, não entendia nada. E ele é um ótimo professor só que eu não entendia nada de divisão. Mas agora eu estou entendendo.	Esmeraldina
O que você mais gostou da aula?	Eu achei legal da aula porque eu não sabia eu não conseguiria eh não entendia essa parte aqui aí eu comecei a entender depois que me explicaram. Eu entendi agora como é que divide assim	Evelyn

Pergunta	Resposta	Estudante
	por dois números um maior que o outro. Aí eu gostei da aula também que foi muito porque eu aprendi mais.	
Tem alguma coisa que aconteceu na aula que você gostou, que você quer falar pra gente?	Bastante bem, viu. Porque eu tenho aprendido bastante	Regina

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Constatamos pela resposta dada à pergunta: "*Tem alguma coisa que você quer falar da aula?*", que Esmeraldina (entrevista, 2022), enfrentava dificuldades com a divisão. Entretanto, a aula ajudou muito a superar suas dificuldades: "*Eu gostei muito, porque vocês me ajudaram bastante. Não estava sabendo nada disso. Não entendia nada. Ele é um ótimo professor só que eu não entendia nada de divisão. Mas agora eu estou entendendo*". Por outro lado, quando perguntado para Evelyn: "O que você mais gostou da aula?". A estudante respondeu que não sabia dividir e está aprendendo: *"Eu achei legal da aula porque eu não sabia eu não conseguiria, entender agora como é que divide assim por dois números um maior que o outro. Eu gostei da aula também porque eu aprendi mais"*. Ao perguntar para Regina: *"tem alguma coisa que aconteceu na aula que você gostou, que você quer falar pra gente?"*. A estudante diz: *"Eu tenho aprendido bastante"*. Isso indica o que o estudante sabe ou acredita sobre o seu conhecimento.

Analisando as respostas das estudantes em relação à aula e ao seu próprio conhecimento, podemos observar que elas têm consciência das dificuldades que enfrentavam antes da aula, especialmente em relação à divisão. No entanto, todas expressam uma sensação de aprendizado e progresso após a aula. Pode-se observar que todas as estudantes mencionam suas dificuldades anteriores, assim como a importância da aula para superar essas dificuldades. Valorizam a ajuda recebida e expressam gratidão pela oportunidade de aprendizado que lhes foi proporcionada.

No Quadro 23, podemos observar que os estudantes foram abordados com perguntas relacionadas ao mesmo problema, mas com perspectivas diferentes (Quadro 23).

Quadro 23 — Outros Indícios Metacognitivos

Pergunta	Resposta	Estudante
Explica como é essa da vírgula, porque, você acha que aqui está certo ou está errado?	Assim o resultado está na mesma coisa, só que o erro aqui foi colocar o zero, porque depois que você acrescenta aqui o zero ao doze, que ele vira cento e vinte décimos, ele não precisa acrescentar zero lá em cima. É só um cinco pra ficar um litro e meio. No caso aqui, não ia dar pra colocar um litro e cinco décimos se fosse alguma questão de trabalho.	Aragão
Isso. 36/24 deu 1 e sobrou 12. E aí você fez o que?	Isso. Aqui eu peguei e como não tem como dividir 12 por 24, eu acrescentei o 0 e coloquei a vírgula.	Jade

Pergunta	Resposta	Estudante
	Porque não vai dar o número inteiro. Vai ser décimos. Aí eu coloquei a vírgula. Na verdade, tinha colocado 0, mas falaram que não precisava, aí eu apaguei.	

Fonte: elaborado pela autora (2022).

Observamos na resposta dada na entrevista, em 2022, por Aragão, que o estudante explica o erro cometido por seu colega ao resolver o problema e explica a razão: "*o erro aqui foi colocar o zero, porque depois que você acrescenta aqui o zero ao doze, que ele vira cento e vinte décimos, ele não precisa acrescentar zero lá em cima".* Ao perguntar para Jade: "*Isso 36/24 deu 1 e sobrou 12. E aí você fez o quê?*". A estudante relata o procedimento que utilizou para resolver o problema: "*Eu peguei e como não tem como dividir 12 por 24, eu acrescentei o 0 e coloquei a vírgula. Porque não vai dar o número inteiro. Vai ser décimos. Na verdade, tinha colocado 0, mas falaram que não precisava"* (Jade). *"Na verdade, tinha colocado 0, mas falaram que não precisava, aí eu apaguei"*. É possível supor que a estudante Jade pode não ter compreendido completamente o motivo por trás da não necessidade de adicionar o zero.

Em resumo, as respostas de Aragão e Jade abordam o mesmo problema de divisão, mas com perspectivas diferentes. Aragão aponta o erro alheio, enquanto Jade descreve seu próprio procedimento e demonstra que estava aberta a aprender e corrigir seus equívocos após receber orientação.

Categorias presentes no modelo de Flavell (1979) que não foram percebidas em nossa pesquisa:

Não encontramos evidências de conhecimentos metacognitivos sobre pessoas interindividuais e conhecimentos metacognitivos universais nas respostas dadas durante a entrevista. Isso não era o foco da nossa pesquisa, assim, as perguntas não foram elaboradas com essa finalidade. É relevante destacar que as categorias relacionadas à metacognição são interdependentes, portanto, nossa intenção foi classificar as falas às que se adequavam melhor.

5.8 Entrelaçamento do Lesson Study com a metacognição

O entrelaçamento do Lesson Study com a metacognição é um aspecto importante para potencializar o processo de aprendizagem dos estudantes. A metacognição envolve o conhecimento e a consciência que o estudante possui sobre suas próprias habilidades, estratégias e dificuldades de aprendizagem. Ao desenvolver a metacognição, os estudantes se tornam capazes de refletir sobre seu próprio conhecimento e suas estratégias, tornando-se mais autônomos em seu processo de aprendizagem. Santos (1997) ressalta que, quando o estudante sabe usar o seu conhecimento de maneira eficiente e supera suas dificuldades, ou seja, tendo conhecimento aprofundado de suas potencialidades e dificuldades, está desenvolvendo a metacognição. As aulas planejadas no modelo Lesson Study permitiram que os estudantes participassem da aula expressando seus conhecimentos e suas estratégias para resolver problemas. Ao refletir sobre o seu conhecimento e as estratégias usadas durante a realização da tarefa, está desenvolvendo a metacognição.

No contexto do Lesson Study, o professor desempenha um papel fundamental como facilitador e mediador. Em vez de fornecer respostas prontas, o professor estimula os estudantes a pensarem e refletirem por meio de perguntas e atividades exploratórias. Dessa forma, os estudantes se tornam protagonistas de sua aprendizagem, desenvolvendo a capacidade de pensar criticamente e de tomar decisões conscientes sobre suas estratégias de resolução de problemas. (DE SOUZA, 2022). O planejamento do Lesson Study é elaborado com atividades exploratórias e investigativas, tendo o estudante como protagonista de sua aprendizagem, bem como a conscientização e o controle da aprendizagem. Dessa forma, percebemos que o Lesson Study promove o desenvolvimento da metacognição porque o estudante se torna responsável pelo seu processo de aprendizagem.

Os estudantes mencionaram em suas falas durante a entrevista o que sabem o que aprenderam durante a aula. Esses progressos alcançados permitem, aos poucos, alcançarem autonomia em seus aprendizados. O destaque, dado por Juliana e Aragão em relação ao que aprenderam, mostra como a abordagem do Lesson Study contribuiu para essa aprendizagem. Os marcadores (destacado em amarelo) identificados nas falas mostram o quanto a aula modelada na cultura do Lesson Study, contribuiu para essa aprendizagem: *"agora estou aprendendo e até ontem eu sabia dividir os números simples. Aí eu aprendi ontem. Aprendi sobre a questão da vírgula que quando pôr a vírgula, quando por zero põe a vírgula cá também"*, respectivamente.

Ressaltamos que a palavra "ontem" não se limita apenas ao dia anterior, mas sim a um processo de aprendizado da divisão ao longo de anos escolares. É possível que nesse dia, pode ter ocorrido o entendimento de procedimentos que até "ontem" eram realizados de forma mecânica. A capacidade de se expressar, escrever e até se ouvir falando sobre o fazer matemático pode dar aos estudantes a compreensão do que se está fazendo matematicamente.

As estratégias usadas pelo professor regente durante a aula, como questionamentos e estímulo à reflexão, foram eficazes para ajudar os estudantes a superarem suas dificuldades. Ao conduzi-los a relacionar o conteúdo estudado com seus conhecimentos prévios, o professor promoveu uma maior compreensão e internalização dos conceitos. O Lesson Study permite que os estudantes desenvolvam a metacognição, pois são encorajados a refletir sobre seus processos de aprendizagem e a explicar as estratégias utilizadas.

Em suma, a integração entre o Lesson Study e a metacognição fortalece o processo de aprendizagem dos estudantes, permitindo que eles se tornem mais conscientes de suas próprias habilidades e estratégias. Ao se envolverem ativamente em seu processo de aprendizagem, os estudantes desenvolvem autonomia e se tornam aprendizes mais eficazes. Além disso, os estudantes também se tornam conscientes do que ainda não sabem e de onde erram, o que os impulsiona a buscar novos conhecimentos e aprimorar suas habilidades de resolução de problemas. Essa consciência metacognitiva é um elemento-chave, capacitando os estudantes a compreenderem suas próprias habilidades, estratégias de aprendizagem e áreas em que podem melhorar.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo dessa pesquisa de natureza qualitativa quanto à análise dos dados produzidos foi estabelecer relações entre a metacognição e a implementação de uma sequência de aulas planejadas, conforme o Lesson Study. Para tanto, elaboramos uma sequência de aulas planejadas, baseadas no modelo Lesson Study, de forma colaborativa com o Grupo de Pesquisa PROCOMAT-LS, as quais permitiram os estudantes criarem estratégias que os levaram a construir o seu próprio conhecimento, independente das suas dificuldades, trabalhando numa perspectiva de superação dessas dificuldades. Durante o processo, os estudantes tiveram oportunidade de refletir sobre a forma de resolver os problemas propostos. Mediante a reflexão, durante as aulas, os estudantes puderam compreender o processo de aprendizagem, ainda que para muitos isso não fosse percebido. Observamos, também, que o professor, enquanto mediador das aulas, promoveu a reflexão sobre o conhecimento.

A análise dos resultados mostrou que os conhecimentos metacognitivos sobre pessoas intraindividuais surgiram de questões que tinham como objetivo incentivar os estudantes a descreverem seus pontos fortes e fracos, os conhecimentos prévios, bem como as facilidades e as dificuldades encontradas durante a realização da tarefa. Ao descreverem seus pontos fortes e fracos, os estudantes foram incentivados a identificar o que sabem e o que precisam aprender em relação à divisão. Além disso, ao relatarem seus conhecimentos prévios, os estudantes tiveram a oportunidade de fazer conexões entre o conteúdo aprendido anteriormente e o novo conteúdo. Isso pode facilitar a compreensão dos conceitos de divisão.

Verificamos, em função dos indícios metacognitivos sobre tarefas, que os estudantes interagiram entre si de forma ativa e consciente nas atividades propostas durante a implementação da aula e foram capazes de identificar e explicar seus níveis de dificuldade. Além disso, reconheceram aspectos que pediam mais concentração, atenção e facilidade. Essas constatações nos fazem inferir que as atividades propostas foram adequadas para que os estudantes aprimorassem e aumentassem esses conhecimentos sobre o algoritmo da divisão, especificamente o emprego da vírgula e do uso zero no quociente, que foi nosso objeto de estudo.

Nos indícios de conhecimentos metacognitivos sobre as estratégias, verificamos que a maioria dos estudantes descreveu os procedimentos envolvidos na resolução dos problemas. No entanto, não há evidências de que os estudantes tenham usado as estratégias de forma independente. Este resultado demonstrou que no início os estudantes precisaram da ajuda do professor para desenvolverem a sua capacidade de escolha das estratégias que usariam para resolver as atividades.

No que diz respeito à categoria ações (estratégias), pela qual objetivamos verificar se os estudantes planejaram ações para avaliar se estava fazendo de tal forma a atingir o objetivo proposto na atividade, constatamos que, quando não entendiam a atividade, perguntavam ao professor. Poucos mudaram a estratégia, tentaram outros recursos, ou persistiram. Os estudantes não exploram diferentes estratégias ou recursos.

Na categoria experiências metacognitivas, em que investigamos se os estudantes buscam novas estratégias quando percebem que resolveram a atividade de forma errada e reconhecem seus erros e acertos numa avaliação, a maioria dos estudantes opta por buscar auxílio do professor quando reconhecem que erraram a atividade. Em contrapartida, poucos procuram outras estratégias, ou mesmo resolverem sozinhos.

Após analisarmos os dados produzidos, em consonância com os estudos teóricos elaborados para esta análise, concluímos que a metacognição pode ser uma ferramenta promissora para o aprendizado dos estudantes, contribuindo para uma aprendizagem autônoma. No entanto, o professor como mediador foi crucial para que os estudantes tomassem consciência do seu processo de aprendizagem, fazendo com que eles expressassem sua forma de pensar.

Na atividade diagnóstica, cujo propósito era identificar o nível de conhecimento, habilidades, dificuldades dos estudantes em relação à divisão, também, enquanto referência inicial para acompanhar o progresso dos estudantes, constatou-se que somente dois dos dez estudantes selecionados demostraram habilidade no uso da vírgula no quociente, entretanto, apresentaram dificuldades relacionadas a colocar zero no quociente. Ao término das aulas, os estudantes apresentaram indícios de que entenderam, o uso do zero e vírgula no quociente ou relacionaram o conceito de divisão aos números decimais. Podemos, ainda, inferir, diante dos resultados produzidos pelos sujeitos, que a implementação da aula favoreceu a compreensão dos estudantes sobre o uso do zero e da vírgula no quociente.

A aprendizagem requer uma revisão dos conteúdos com diferentes experiências e complexidade crescente. Dessa forma, enfatizamos a importância de revisitar e reforçar os conceitos relacionados à divisão ao longo do currículo escolar, relacionando-os a outros conceitos e contextos, com outras experiências, como problemas envolvendo números racionais cujo resultado seja um decimal periódico ou problemas envolvendo números racionais em que resultado é um número irracional. Ampliando o conceito de divisão e o entendimento dos estudantes sobre o conteúdo.

Retomamos a questão de pesquisa que norteou este estudo: como o Lesson Study contribuiu com a tomada de consciência, por parte dos estudantes, no processo de aprendizagem do algoritmo padrão da divisão, mais especificamente no emprego da vírgula e no uso do zero no quociente?

Os dados analisados com base nos construtos teóricos da metacognição e da divisão permitem responder a essa pergunta nos seguintes aspectos: a sequência de aulas planejadas no modelo do Lesson Study possibilitou que os estudantes fossem protagonistas do seu próprio aprendizado, estimulando-os a pensar de forma crítica e a tomar decisões conscientes em relação às estratégias de resolução de problemas. Esse contexto favoreceu o desenvolvimento da metacognição, uma vez que os estudantes foram encorajados a refletir sobre seus processos de aprendizagem.

Esta pesquisa demostra a importância da metacognição e do planejamento colaborativo de aulas na promoção da construção de conhecimento significativo e do desenvolvimento das habilidades dos estudantes para enfrentar desafios. O modelo do Lesson Study e a reflexão sobre o conhecimento podem ser ferramentas valiosas para melhorar a prática pedagógica e o processo de aprendizagem dos estudantes.

Considerando os limites identificados em nosso estudo, recomendamos que pesquisas futuras sejam realizadas em espaço de tempo mais amplo. No entanto, é necessário considerar os desafios, na prática, ao planejar uma pesquisa de longa duração. Isso pode incluir questões como financiamento e recursos humanos. Portanto, é fundamental avaliar esses fatores.

Reflexões da Pesquisadora

Vivenciar um Lesson Study e o envolvimento no mestrado foram uma oportunidade significativa para repensar minha prática pedagógica. Minhas aulas são atualmente permeadas por um olhar mais atento ao processo de aprendizagem do estudante. Procuro reconhecer e valorizar as estratégias que eles usam, compreender as suas formas de pensar e orientá-los na construção autônoma do conhecimento. Nessa posição de mediadora da aprendizagem, reflito sobre os conceitos que envolvem cada assunto, evitando tratar os conteúdos de forma isolada. A colaboração e a reflexão, percebo agora, são pilares essenciais na formação do professor, e essa consciência permeia minha prática docente.

A divisão é uma operação matemática que encontramos em diferentes contextos da vida cotidiana e da ciência. Sua relevância é fundamental para o avanço do conhecimento em diversas áreas e desempenha um papel crucial no desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes. De acordo com Brocardo, Serrazina e Kraemer (2003), é crucial proporcionar aos estudantes a construção de diversas estratégias de cálculo, adquirir uma compreensão profunda dos números e a capacidade de analisar criticamente o propósito contido nas operações aritméticas, antes de introduzirem o algoritmo convencional.

Dominar esse algoritmo é uma etapa relevante para o desenvolvimento das habilidades de divisão, o que torna a resolução mais eficiente e rápida de problemas matemáticos. Todavia, é crucial que o algoritmo seja abordado de maneira consciente e não de forma mecânica. A formação dos estudantes deve incluir a utilização de estratégias próprias, aliadas a um sólido entendimento do sistema de numeração decimal e do valor posicional. Dessa forma, os estudantes poderão não somente aplicar o algoritmo, mas compreender suas bases conceituais, evitando uma abordagem meramente instrumental, conforme discutido por Skemp (1976).

A prática da metacognição desempenha um papel de grande relevância em minha trajetória de aprendizado como pesquisadora inicial. Além disso, a pesquisa também me levou a refletir sobre minha prática docente e exigiu da professora pesquisadora o reconhecimento de suas próprias limitações. Ao examinar minhas habilidades e conhecimentos, tive a capacidade de identificar áreas nas quais sou menos forte e oportunidades que posso explorar para aprimorar-me, o que resultou no crescimento pessoal e profissional. A metacognição, atuando como uma ferramenta poderosa, exerce uma influência positiva na maneira de aprender, tomar decisões e enfrentar desafios. Ao continuar a aprimorar essa habilidade, percebo que me torno uma aprendiz mais eficaz, fomentando o meu crescimento intelectual e aprofundando o meu autoconhecimento.

REFERÊNCIAS

BALDIN, Y. Y. O significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil. In: ENCONTRO ANUAL DA SBPN E SIMPÓSIO BRASIL-JAPÃO, 18., 2009. **Anais [...]**, São Paulo, SP: SBPN, 2009.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Ed. 70, 2011.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. 1. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1977.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. São Paulo: Martins Fontes, 2016.

BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental no contexto da Lesson Study**. 2017. 210f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, São Paulo, 2017.

BEZERRA, R. C.; MORELATTI, M. R. M. **Lesson Study**: um contexto de e para aprendizagem docente. Appris, 2021.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria da Educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasilia: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROCARDO, J.; SERRAZINA, L. **Os números no currículo e o papel da resolução de problemas.** O sentido do número no currículo de Matemática, p. 97-115, 2008.

BROCARDO, J.; SERRAZINA, L.; KRAEMER, J.-M. Algoritmos e sentido do número. **Educação e Matemática**, n. 75, p. 11-15, 2003.

BROWN, A. Knowing when, where, and how to remember: a problem of metacognition. In: GLASER, R. (ed.). **Advances in Instructional Psychology**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1978. v. 1. p. 77-165.

BROWN, A. L. Metacognition, executive control, self-regulation, and other more mysterious mechanisms. In: WEINERT, F. E.; KLUWE, R. H. (ed.). **Metacognition, motivation, and understanding**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1987. p. 65-116.

BROWN, A. Transforming schools into communuties of thinking and learning about serious matters. **American Psychologis**, v. 52, n. 4, p. 399-413, 1997.

CAMPOS, N. Q.; WROBEL, J. S.; DE SOUZA, M. A. V. F.; DALLE PRANE, B. Z. **Dividir e compartilhar**, 2021.

CARRER, J. J.; DOERING, L. R.; RIPOLL, C. C. **A Divisão Euclidiana e seu Resto desde os Anos Iniciais**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2018.

CARRIJO NETO, L. A. **A Pesquisa de Aula (Lesson Study) no Aperfeiçoamento da Aprendizagem no 6º. Ano segundo o Currículo do Estado de São Paulo**. 2013. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

CORREIA, D.; GARCIA, A.; SANTANA, E. **Um olhar para o conhecimento comum e especializado de uma professora acerca da divisão por partes e da divisão por quotas**. 2019.

CUNHA, M. R. K. da. **A quebra da unidade e o número decimal:** um estudo diagnóstico nas primeiras séries do ensino fundamental. 2002. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2002.

DA ROSA, C. W. *et al*. Metacognição e seus 50 anos: uma breve história da evolução do conceito. **Revista Educar Mais**, v. 4, n. 3, p. 703-721, 2020.

DE SOUZA, M. A. V.F**. Lesson Study Sem Fronteiras: limitações, desafios e algumas soluções de implementação**. In: Anais do Seminário Internacional de Lesson Study no Ensino de Matemática (SILSEM). Vitória: Edifes Parceria, p.49- 57, 2022.

DOS SANTOS, A. *et al*. A noção de divisão para quem não aprendeu a divisão. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 2, 2014.

FELIX, T. F. **Pesquisando a Melhoria de Aulas de Matemática Seguindo a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, com a Metodologia da Pesquisa de Aula (Lesson Study).** 2010. 137 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas e Tecnologia) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP, 2010.

FERNANDEZ, C. Learning from Japanese approaches to professional development: The case of lesson study. **Journal of teacher education**, v. 53, n. 5, p. 393-405, 2002.

FERNANDEZ, C.; YOSHIDA, M. **Lesson study**: a case of a Japanese approach to improving instruction through school-based teacher development. 2004.

FERREIRA, S. P. A.; LAUTERT, S. L. A tomada de consciência analisada a partir do conceito de divisão: um estudo de caso. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v. 16, p. 547-554, 2003.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** Organizado: Marcelo de Carvalho Borba e Jussara Loiola Araújo. Coleção Tendências em Educação Matemática. Autêntica, 2006.

FLAVELL, J. H. First discussant's comments: what is memory development the development of?. **Human development**, v. 14, n. 4, p. 272-278, 1971.

FLAVELL, J. H. Metacognition, and cognitive monitoring: a new area of cognitive-developmental inquiry. **American Psychologist**, 1979.

FLAVELL, J. H. Metacognitive aspects of problem-solving**.** In: RESNICK, L. B. **The nature of intelligence.** Hillsdale. NJ: Erlbaum, 1976. p. 231-236.

FLAVELL, J. H. Speer, J. R.; Green, F. L.; August, D. L.; Whitehurst, G. J. O desenvolvimento do monitoramento da compreensão e do conhecimento sobre comunicação. In: **Monografias da Sociedade de Pesquisa em Desenvolvimento Infantil.** 1981. p. 1-65.

FLAVELL, J. H.; FLAVELL, L. R.; GREEN, F. L. Conhecimento das crianças pequenas sobre as distinções aparente-real e fingido-real. **Psicologia do Desenvolvimento**, v. 23, n. 6, p. 816, 1987.

FLAVELL, J. H.; FRIEDRICHS, A. G.; HOYT, J. D. Developmental changes in memorization processes. **Cognitive psychology**, v. 1, n. 4, p. 324-340, 1970.

FLAVELL, J. H.; WELLMAN, H. M. M. In: KAIL, R. V.; HAGEN, J. W. (ed.). **Perspectives on the development of memory and cognition**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 1977. p. 3-33.

FONSECA, F. L. **A divisão de números racionais decimais**: um estudo diagnóstico junto a alunos de 6ª série. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, São Paulo, 2005.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. 5. ed. Campinas: Autores Associados, 2018.

FUJII, T. Implementing japanese lesson study in foreign countries: misconceptions reviewed. **Mathematics Teacher Education and Development**, v. 16, n. 1, p. 2-18, 2014.

GAIGHER, V. R. **Formação do professor de matemática em aulas de resolução de problemas a partir de ações colaborativas e reflexivas**. 2017. 159 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

GAIGHER, V. R.; SOUZA, M. A. V. F. de; WROBEL, J. S. Planejamentos colaborativos e reflexivos de aulas baseadas em resolução de problemas verbais de matemática. **Vidya**, v. 37, n. 1, p. 51-73, 2017.

GARCÍA, J. N. **Manual de dificuldades de aprendizagem:** linguagem, leitura, escrita e matemática. 4. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2011.

GOTTARDI, J. A. **História da matemática como recurso pedagógico no ensino fundamental**. 2012. Dissertação (Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2012.

GRANGEAT, M. A metacognição, um desafio à autonomização. In: GRANGEAT, M. (coord.). **A metacognição, um apoio ao trabalho dos alunos**. Portugal: Porto, 1999.

GUSMAO, Tânia Cristina Rocha Silva; MOLL, Vicenç Font. Análisis metacognitivo de un aula de matemática sobre medida de superficies. Relime, Ciudad de México, v. 25, n. 2, p. 169-196, 2022. Disponible en <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362022000200169&lng=es&nrm=iso>. accedido en 16 jul. 2023. Epub 19-Jun-2023. https://doi.org/10.12802/relime.22.2522.

HARGREAVES, A. **Changing teachers, changing times**: teachers work and culture in the postmodern age. Lisboa: McGraw, Hill, 1998.

HIEBERT, J.; STIGLER, J. W.; MANASTER, A. B. Mathematical features of lessons in the TIMSS Video Study. **ZDM**, v. 31, n. 6, p. 196-201, 1999.

IFRAH, G. **Números**: a história de uma grande invenção. Tradução: Stella Maria de Freitas Senra. 10. ed. São Paulo: Globo, 2001. 367 p.

IRIGOYEN, A. P. **O entrelaçamento do planejamento do lesson study e da aprendizagem criativa resultando na construção de um plano de ensino interdisciplinar**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, 2021.

ISODA, M.; ARCAVI, A.; LORC, A. M. **O estudo das aulas de matemática**: Sua importância para a melhoria da aprendizagem no cenário global. 2007.

ISODA, M.; OLFOS, R. **El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases**. Ed. da Universitarias de Valparaíso, Pontifica Universidad Católica de Valparaíso, 2009.

JESUS, A. M. Construir o conceito da divisão, resolvendo problemas: um estudo de caso. Associação de professores de matemática. In: GRUPO de trabalho de investigação (org.). **O professor e o desenvolvimento curricular**. Lisboa: APs, 2005. p. 91111.

KAMII, C. **Aritmética, novas perspectivas**: implicações da teoria de Piaget. Campinas, SP: Papirus, 1992.

KAMII, C.; RUSSELL, K. A. Brief report: the older of two trees: young children's development of operational time. **Journal for research in mathematics education**, v. 41, n. 1, p. 6-13, 2010.

LAFORTUNE, L.; HEBERT, D.; JACOB, S. **Pour guider la métacognition**. Québec: Presses de l'Université du Québec, 2000.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. **Psicologia: Teoria e pesquisa**, v. 18, p. 237-246, 2002.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. Estudo de intervenção sobre a divisão: ilustrando as relações entre metacognição e aprendizagem. **Educar em Revista**, n. especial, p. 93-107, 2011.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. Como as crianças lidam com as relações inversas em problemas de divisão. In: ENEM, 8., 2004 (Comunicação Científica GT 2 - Educação Matemática nas séries finais do Ensino Fundamental). **Anais [...]**. Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

LAVILLE, C.; DIONNE, J. **O nascimento do saber científico**. 1999.

LEFFA, V. **Uma perspectiva psicolingüística**. Aspectos de leitura. Porto Alegre, RS: Sagra,1996.

LESTER JR, F. K. O **Papel da Metacognição na Resolução de Problemas Matemáticos**: um Estudo de Duas Turmas de Sétima Série. Relatório Final. 1989.

LUCENA, A.; ARAÚJO, L.; CÂMARA, M. A metacognição no livro didático de matemática: um olhar sobre os números racionais. **Revemat: Revista Eletrônica de Matemática**, v. 8, p. 209-226, 2013.

MAGINA, S. A. et. al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. Quando e Como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental? Contribuição para o debate. **EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 1, n. 1, 2010.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do trabalho científico**. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MENDUNI-BORTOLOTI, R. D. Matemática para o ensino forjada na Lesson Study. **Educere et Educare**, v.14, n. 32, p. 10-176487, 2019.

MIGUEL, J. C. **O ensino da matemática na perspectiva de formação de conceitos:** implicações teórico-metodológicas. São Paulo: UNESP, 2005.

MILLER, P. H. **Theories of developmental psychology**. 3. ed. W H Freeman; Times Books; Henry Holt & Co, 1993.

NARANG, D.; SAINI, S. Metacognição e desempenho acadêmico de adolescentes rurais. **Estudos sobre Ciência Doméstica e Comunitária,** v. 7, n. 3, p. 167-175, 2013.

OLIVEIRA, E. R. D. **O uso de frações contínuas e do paradoxo de Galileu:** aplicações na resolução de problemas físicos na educação básica. 2014.

PANITZ, T. **A definition of collaborative vs cooperative learning**. 1996.

PONTE, J. P. da; QUARESMA, M. Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: um estudo de desenvolvimento curricular. **Quadrante,** v. 20, n. 1, p. 55-81, 2011.

RIBEIRO, C. Metacognição: um apoio ao processo de aprendizagem. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v.16, n.1, p. 109-116, 2003.

SANDLER, R. M.; SLOMOVITZ, D. B. G. Rogowski coil design for the measurement of high voltage harmonics. In: **2020 IEEE PES -** Transmission & Distribution Conference and Exhibition-Latin America (T&D LA) IEEE, p. 1-5, 2020.

SANTOS, V. M. P. dos. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática**: métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão/Instituto de Matemática, UFRJ, 1997.

SANTOS, V. M. P. **Metacognitive awareness of prospective elementary teachers in a mathematics course and a look at their knowledge, beliefs and metacognitive awareness about fractions**. 1993. 451f. Tese (PhD em Educação: Educação Matemática) - School of Education, Indiana University, Bloomington, indiana, 1993.

SCHRAW, G.; DENNISON, R. S. Assessing metacognitive awareness. **Contemporary Educational Psychology**, v. 19, p. 460-75, 1994. Doi: 10.1006/ceps.1994.1033.

SKEMP, R. R. Relational understanding and instrumental understanding. **Mathematics teaching**, v. 77, n. 1, p. 20-26, 1976.

SOUZA, M. A. V. F. de. Lesson Study Sem Fronteiras: limitações, desafios e algumas soluções de implementação. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE LESSON STUDY NO ENSINO DE MATEMÁTICA (SILSEM), 2022. **Anais [...]**. Vitória: Edifes Parceria, 2022. p. 49-57.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: **Psicologia cognitiva**: cultura, desenvolvimento e aprendizagem. 2006. p. 46-80.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. Por uma compreensão conceitual da divisão: uma proposta de intervenção. In: **A pesquisa em psicologia e suas implicações para a Educação Matemática**, 2012. p. 15

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. Representar operações de divisão e representar problemas de divisão: Há Diferenças? **Jornal Internacional de ESTUDOS em Educação Matemática**, v. 4, n. 1, 2011.

STIGLER, J. W.; HIEBERT, J. **The teaching gap**: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. NY: Free Press, 1999.

TAKAHASHI, A. Implementing lesson study in North American schools and school districts. In: **Makalah yang dipresentasikan pada seminar APEC International symposium**. 2006.

TAKHASHI, A.; YOSHIDA, M. Ideas for establishing lesson-study communities. **Teaching Children Mathematics**, p. 436-443, maio. 2004

THOMPSON, I. Mental calculation strategies for strategies for addition and subtraction. Part 1. **Mathematics in School**, v. 28, n. 5, p. 2-4, 1999.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da matemática**: como dois e dois: a construção da matemática. São Paulo: FTD, 2010.

TOMASI, A. P. **Aspectos da colaboração profissional docente mobilizados em um estudo de aula (Lesson study) no contexto brasileiro**. 2020.

TYCHANOWICZ, S. D. **O ensino da divisão nos anos iniciais**: compreensões dialogadas. 2017. 210 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Curitiba, 2017.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino de matemática na escola elementar. Tradução: Maria Lucia Faria Moro. ed. rev. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014. 322p.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. **Human Development**, v. 52, n. 2, p. 83-94, 2009.

WALLAUER, A. **Reflexões sobre a construção da operação de divisão em crianças de 1ª e 2ª série de classes multisseriadas.** 2006. 205f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

WANDERLEY, R. A. J. **Algumas contribuições do lesson study para a formação do professor de matemática em aulas que promovam a construção do conceito de volume**. 2019. 118p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Centro de Referência em Formação e em Educação a Distância, Instituto Federal do Espírito Santo, 2019.

YOSHIDA, M. **Lesson study**: An ethnographic investigation of school-based teacher development in Japan. 1999. Dissertation (Doctoral) - University of Chicago, 1999.

YOUNG, A.; FRY, J. D. Consciência metacognitiva e desempenho acadêmico em estudantes universitários. **Revista da Bolsa de Ensino e Aprendizagem**, v. 8, n. 2, p. 1-10, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A — Atividade diagnóstica

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE – UESB
PROGRAMA DE PÓS- GRADUAÇÃO EM ENSINO - PPGEn
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

Nome:____

ATIVIDADDE DIAGNÓSTICA

Prezado(a) Estudante,

Você está sendo convidado(a) a resolver essa atividade que faz parte de uma pesquisa que estamos desenvolvendo sobre o processo de aprendizagem em matemática. Contamos com sua colaboração para que possamos compreendê-lo melhor. É muito importante que você não apague nada. Se você errar contorne o erro, escreva cancelado e continue com o desenvolvimento da resolução.

Embora você irá escrever o seu nome, este não será revelado. Apenas eu terei acesso às informações aqui descritas. Substituirei seu nome por outro para proteger sua identidade.

A seguir apresentamos algumas questões para que você resolva.

A Secretaria de Educação de Itapetinga precisa colocar 9.270 estudantes em turmas. Cada turma terá 30 estudantes. Quantas turmas a Secretaria de Educação precisará?

Cauê, Daniel, Guilherme e Roberta foram a uma lanchonete. Eles fizeram os pedidos que totalizou R$ 31,00. A conta foi dividida igualmente entre os amigos. Quanto cada um pagou?

Fonte: elaborado pela autora utilizando o canva.com.

Eu e meus amigos fomos comemorar meu aniversário em uma pizzaria e gastamos ao todo R$ 50,00. Dê continuidade a situação elaborando um problema de matemática que envolva a operação da divisão. Em seguida, resolva-o.

Fonte: elaborado pela autora utilizando o canva.com.

Caso encontre erros nas respostas dadas aos problemas propostos abaixo, explique onde está o erro e resolva corretamente.

Problema 1: O tio de Ana tem R $41,00 e quer dividir para sua sobrinha e mais 4 crianças. Sabendo que cada criança ganhará a mesma quantidade e que não sobrará dinheiro, quanto cada um receberá?

Resposta: Cada criança receberá R$ 10,25. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

Problema 2: Em um campeonato tinha 100 litros de água de coco e 80 participantes. Quantos litros de água de coco cada participante receberá?

Resposta: cada participante receberá exatamente 1 litro de água de coco. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

Problema 3: Em uma sala de aula há 14 crianças e a professora deseja organizá-los em equipes de 4 crianças, quantas crianças haverá em cada equipe?

Resposta: Haverá em cada equipe 3,5 crianças. Essa frase está correta? Explique.

Escreva como faria para resolver, caso ache que o valor esteja errado.

APÊNDICE B — Roteiro para entrevistas com estudantes

As perguntas foram adaptadas do inventário de consciência metacognitiva (MAI) e outras foram elaboradas pelas pesquisadoras para evidenciar o conhecimento da cognição do participante em suas atividades escolares.

Observação

Objetivo das perguntas 1 e 2: Averiguar se há um planejamento para a resolução das situações-problema;

Objetivo das perguntas 3, 4, 5, 6: Identificar se utiliza a autorregulação na resolução de situações-problema

Objetivo das perguntas 7, 8, 9 e 10: Identificar se o estudante entrevistado faz uma avaliação quanto ao grau de dificuldades das atividades propostas.

Orientações

Nome do entrevistado:
Nome dos pesquisadores presentes:
Data da entrevista: / /
Local da entrevista:
Contato inicial:
Agradecer pela disponibilidade em receber o (s) pesquisador (es).
Apresentar, de forma breve, os objetivos da pesquisa.
Procedimentos iniciais:
Preparar o gravador.
Iniciar a gravação.

Questões para entrevista:

1.Antes de começar a resolver um problema, escrever a resolução do mesmo, o que você faz?
2. Se você tivesse que contar como resolveu o segundo problema da HQ para um colega, como contaria? (anexar o problema e mostrar ao entrevistado)
3. O que você faz quando não compreende um problema de matemática?

4. O que você faz quando resolve um problema de forma errada?
5. Você precisa ler um problema mais de uma vez antes de resolvê-lo? Por quê?
6. Que perguntas devo fazer (a mim mesmo) para me ajudar a compreender um problema?
7.O que é mais difícil na hora de resolver um problema?
8.O que é mais fácil na hora de resolver um problema?
9. Escolher um problema da história em quadrinhos que ele ou um colega tenha resolvido de forma errada e solicitar: sabe me dizer onde está o erro nessa questão? Poderia me dizer como seria a forma correta de resolvê-la?
10. Mostrar as resoluções dele, no que se refere a divisão, ao trabalhar com a HQ e perguntar: qual delas foi a mais fácil para resolver? E a mais difícil? Por quê?
11. Vou mais devagar na leitura quando encontro informações importantes?
12. Aprendo melhor quando já sei algo sobre o assunto?
13. Peço ajuda quando não entendo algo? Ou o que você faz quando não entende?
14. Já aconteceu com você de resolver o mesmo problema de diferentes formas? Se sim, por que tentou resolver de diferentes formas?
15. Quando termino uma avaliação ou atividade, sei se acertei tudo ou se acertei a maior parte das perguntas ou sei que não fiz tudo certo?
16. Você tenta resolver o problema diferente da forma que o professor resolveu ou que o livro didático mostrou?
17. Na aula de História em Quadrinhos, você conseguiu resolver todas as questões sozinho(a)?
18. Você ajudou um dos seus colegas? Pediu ajuda a algum colega? E como foi, o que aconteceu?

Perguntar se o entrevistado tem algo que gostaria de acrescentar.

Características socioeconômicas dos entrevistados:

Idade?

Onde reside?

Considerações finais

Perguntar ao entrevistado se há alguma informação adicional que gostaria de acrescentar em relação aos assuntos abordados durante a entrevista.

Perguntar se o entrevistado ficou com alguma dúvida.

Finalização e agradecimento

Agradecer a disponibilidade do entrevistado em fornecer as informações.

Salientar que os resultados da pesquisa estarão à disposição dele e do responsável, se tiver interesse, deverá entrar em contato com o pesquisador.

APÊNDICE C — Termo de Consentimento Livre Esclarecido para Responsáveis

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE – RESPONSÁVEL

Conforme Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde – CNS

O(A) menor de idade pelo(a) qual o(a) senhor(a) é responsável está sendo convidado(a), como voluntário(a), a participar da pesquisa "**O ALGORITMO DA DIVISÃO E OS INDÍCIOS DA METACOGNIÇÃO NO CONTEXTO DO LESSON STUDY**". Nesta pesquisa pretendemos, juntamente com outros professores colaboradores, aplicar um plano de aula, cujo conteúdo é a construção do algoritmo da divisão e sua compreensão.

O motivo para o desenvolvimento dessa pesquisa é a busca por melhorias no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Trata-se de uma pesquisa que visa o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes.

Não haverá nenhum custo e o(a) menor de idade pelo(a) qual o(a) senhor(a) é responsável não receberá qualquer vantagem financeira. Ele(a) será esclarecido(a) em todas as formas que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento, sendo esta, voluntária. A recusa em participar não causará qualquer punição ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade e do(a) menor com padrões profissionais de sigilo. O(a) menor não será identificado(a) em nenhuma publicação.

Este estudo apresenta risco mínimo, devido a utilização de gravação de vídeo e áudio há possibilidades de constrangimento, desconforto, medo, vergonha, estresse ou o receio de quebra de sigilo e anonimato. Será garantido aos participantes da pesquisa que para a divulgação utilizaremos nome fictício, imagem de rosto esmaecida e vozes não identificáveis, a fim de resguardar o sigilo necessário. A presente autorização abrangerá os seguintes aspectos: gravação de voz e imagem em entrevista, aplicação de problemas podendo ser individual ou em grupo. Serão asseguradas a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas, inclusive em termos de autoestima.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizados. O nome do(a) menor ou o material que indique a participação dele(a) não será liberado sem a sua permissão. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma das vias será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu,____,

responsável por ____fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e posso modificar a decisão do(a) menor supracitado(a) participar se assim eu desejar. Declaro que concordo que o(a) menor participe desse estudo. Recebi uma via deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Vitória da Conquista, ____ de ______________ de ______.

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos dessa pesquisa, você poderá consultar:

Pesquisador(a) Responsável: Maria Aparecida de Oliveira Lima

Endereço: Rua Antônio Andrade, 565- Bairro Recreio, Vitória da Conquista – Ba. CEP 45020 230

Fone: (77) 98825 -7464 / E-mail: cidaba2008@gmail.com

CEP/UESB- Comitê de Ética em Pesquisa

APÊNDICE D — Termo de Consentimento Livre Esclarecido para Professores

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE - PARA PROFESSORES

Conforme Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde – CNS

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa "LESSON STUDY: Um contexto para investigar a metacognição e suas implicações para aprendizagem do estudante em matemática". O motivo que nos leva a investigar essa temática é a busca por melhorias no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Trata-se de uma pesquisa de relevância social, pois visa o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes. O instrumento que será utilizado para a produção dos dados será a observação. Para isso, como forma de registro, utilizaremos a gravação de imagem e áudio. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em todas as formas que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. Você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não causará qualquer punição ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação.

Este estudo apresenta risco mínimo, devido a utilização de gravação de vídeo e áudio e das narrativas escritas pelos professores participantes, há possibilidades de constrangimento, desconforto, medo, vergonha ou estresse. A formação de professores por meio da colaboração, representa um caminho para a promoção de uma educação de qualidade. O pesquisador e professores, por meio da construção colaborativa de um plano de ensino, com discussões e reflexões, poderão unir a pesquisa e a formação docente e, como resultado, intensificar o processo de aprendizagem dos estudantes.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizados. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 anos, e após esse tempo serão destruídos. Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias, sendo que uma das vias será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será fornecida a você.

Eu, ____fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e posso modificar a decisão de participar se assim o desejar. Declaro que concordo em participar desse estudo. Recebi uma via deste termo de consentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Vitória da Conquista, ____ de ______________ de ______.

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos dessa pesquisa, você poderá consultar:

Pesquisador(a) Responsável: Maria Aparecida de Oliveira Lima

Endereço: Rua Antônio Andrade, 565- Bairro Recreio, Vitória da Conquista – Ba. CEP 45020 230

Fone: (77) 98825 -7464 / E-mail: cidaba2008@gmail.com

CEP/UESB- Comitê de Ética em Pesquisa

TÍTULO: O ALGORITMO DA DIVISÃO E OS INDÍCIOS DA METACOGNIÇÃO NO CONTEXTO DO LESSON STUDY

APÊNDICE E — Problemas pós HQ

Escola Municipalizada Manoel Novais

Data: / / 2022

Professor: Renan

Estudante:____

Vamos às Contas:

Chegou a hora de resolver algumas questões. Queremos saber o que você conseguiu aprender.

Fonte: elaborado pela autora (2022).

1. O senhor João, do mercadinho, revende o leite que compra. Na quarta-feira, ele comprou 108 litros do sítio dos pais de Marcela e Edu. No mesmo dia, ele comprou 306 litros do sítio Boa Sorte. Quantos litros de leite ele comprou?

2. O senhor João vendeu a metade do leite no dia que comprou. Quantos litros de leite ele vendeu?

3. A outra metade ele vendeu na quinta-feira, da seguinte forma:

Um terço do leite que sobrou ele vendeu pela manhã para 138 fregueses, cada freguês comprou a mesma quantidade. Quanto de leite cada freguês comprou?

No período da tarde ele vendeu outro terço do leite para 92 fregueses, cada freguês levou a mesma quantidade de leite. Quanto de leite cada freguês comprou?

No período da noite o senhor João vendeu o último terço de leite para 46 pessoas, cada freguês levou a mesma quantidade. Quanto de leite cada freguês comprou?

Fonte: elaborado pela autora (2022).

APÊNDICE F — TALE CEP (12 a 17 anos)

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TALE
Conforme Resoluções nº 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde – CNS
(Para participantes entre 12 e 17 anos de idade)

Olá!

Este documento é um CONVITE para que você participe de uma pesquisa. Por favor, leia, com atenção, este documento e me diga se você concorda. Se concordar, te pedirei para assinar na caixa onde tem escrito “Rubrica” em todas as páginas e, também, lá no final, na linha “Assinatura do Participante”.

O seu pai, mãe ou outro responsável precisará ler e assinar um documento bem parecido com este, chamado Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), que o pesquisador lhe entregará. Sem isso você não pode participar da pesquisa, ok! Desde já, obrigado!

QUEM SÃO AS PESSOAS RESPONSÁVEIS POR ESTA PESQUISA?
PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Maria Aparecida de Oliveira de Oliveira Lima
ORIENTADOR/ORIENTANDO: Roberta D’Angela Menduni-Bortoloti

QUAL O NOME DESTA PESQUISA, POR QUE E PARA QUE ELA ESTÁ SENDO FEITA?

2.1. TÍTULO DA PESQUISA **O ALGORITMO DA DIVISÃO E OS INDÍCIOS DA METACOGNIÇÃO NO CONTEXTO DO LESSON STUDY**
2.2. POR QUE ESTAMOS FAZENDO ESTA PESQUISA (Justificativa): O motivo para o desenvolvimento dessa pesquisa é a busca por melhorias no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Trata-se de uma pesquisa que visa o desenvolvimento da aprendizagem dos estudantes.

2.3. PARA QUE ESTAMOS FAZENDO ESTA PESQUISA (Objetivos): Objetivo geral: Estabelecer relações entre a implementação de uma sequência de aulas planejada conforme o Lesson Study e a metacognição. Objetivos específicos: • Identificar o que os estudantes compreenderam ou não sobre conhecimentos que são explorados na aula implementada conforme o Lesson Study, como: o algoritmo da divisão, o emprego da vírgula e o uso do zero; • Descrever estratégias, utilizadas pelos estudantes, que possibilitaram a tomada do processo de aprendizagem da divisão • Verificar como a proposta do Lesson Study contribuiu na tomada de consciência sobre identificação e superação de dificuldades de aprendizagem matemática.

O QUE VOCÊ TERÁ QUE FAZER? ONDE E QUANDO ISSO ACONTECERÁ? QUANTO TEMPO LEVARÁ? (Procedimentos Metodológicos)

3.1 O QUE SERÁ FEITO: Aplicaremos inicialmente uma atividade diagnóstica com cinco questões. O segundo instrumento serão os registros dos estudantes em relação aos problemas apresentados na HQ envolvendo a operação de divisão. Será realizada também entrevista semiestruturada com no mínimo 10 perguntas com alguns estudantes, constituindo nosso terceiro instrumento. O quarto instrumento serão os registros das cinco aulas gravadas em áudio e vídeo. O quinto instrumento será o registro das observações das aulas realizadas pelo pesquisador em seu diário de bordo. Ademais contaremos com o registro (sexto instrumento) da etapa de reflexão realizada pelos professores (que também será gravada). Essa etapa vem logo após a realização de cada aula.
3.2 ONDE E QUANDO FAREMOS ISSO: No local ..., nos dias xx/yy/zz e aa/bb/cc
3.3 QUANTO TEMPO DURARÁ CADA SESSÃO: Atividade diagnóstica: 50’, 5 aulas: 50’ cada; entrevista: 30’cada.

HÁ ALGUM RISCO EM PARTICIPAR DESSA PESQUISA? (Riscos da pesquisa)

Segundo as normas que tratam da ética em pesquisa com seres humanos no Brasil, sempre há riscos em participar de pesquisas científicas. No caso desta pesquisa, podemos dizer que o risco é

◉ MÍNIMO ○ MODERADO ○ ALTO

NA VERDADE, O QUE PODE ACONTECER É: (detalhamento dos riscos)

Este estudo apresenta risco mínimo, devido a utilização de gravação de vídeo e áudio há possibilidades de constrangimento, desconforto, medo, vergonha, estresse ao responder a atividade ou entrevista. Ou o receio de quebra de sigilo e anonimato.

MAS PARA EVITAR QUE ISSO ACONTEÇA, FAREMOS O SEGUINTE: (meios de evitar/minimizar os riscos):

Será garantido aos participantes da pesquisa que para a divulgação utilizaremos nome fictício, imagem de rosto esmaecida e vozes não identificáveis, a fim de resguardar o sigilo necessário. A presente autorização abrangerá os seguintes aspectos: gravação de voz e imagem em entrevista, aplicação de problemas podendo ser individual ou em grupo. Serão asseguradas a confidencialidade e a privacidade, a proteção da imagem, garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas, inclusive em termos de autoestima.

O QUE É QUE ESTA PESQUISA TRARÁ DE BOM? (Benefícios da pesquisa)

5.1 BENEFÍCIOS DIRETOS (aos participantes da pesquisa): Contato com situações novas e novos conhecimentos.
5.2 BENEFÍCIOS INDIRETOS (à comunidade, sociedade, academia, ciência...): Contribuir ativamente para um mundo melhor, conhecer melhor a sociedade em que está inserido, contribuir para uma aprendizagem mais significativa.

MAIS ALGUMAS COISAS QUE VOCÊ E O SEU RESPONSÁVEL PODEM QUERER SABER: (Direitos dos participantes)

6.1. Recebe-se dinheiro ou é necessário pagar para participar da pesquisa? R: Nenhum dos dois. A participação na pesquisa é voluntária. Mas e se acabarmos gastando dinheiro só para participar da pesquisa? R: O pesquisador responsável precisará ressarcir estes custos. E se ocorrer algum problema durante ou depois da participação?

R: Voce pode solicitar assistência imediata e integral e ainda indenização ao pesquisador e à universidade.

6.4. É obrigatório fazer tudo o que o pesquisador mandar? (Responder questionário, participar de entrevista, dinâmica, exame...)

R: Não. Só se precisa participar daquilo em que se sentir confortável a fazer.

6.5. Dá pra desistir de participar no meio da pesquisa?

R: Sim. Em qualquer momento. É só avisar ao pesquisador.

6.6. Há algum problema ou prejuízo em desistir?

R: Nenhum.

6.7. Os participantes não ficam expostos publicamente?

R: Não. A privacidade é garantida. Os dados podem ser publicados ou apresentados em eventos, mas o nome e a imagem dos voluntários são sigilosos e, portanto, só serão conhecidos pelos pesquisadores.

6.8. Depois de apresentados ou publicados, o que acontecerá com os dados e com os materiais coletados?

R: Serão arquivadas por 5 anos com o pesquisador e depois destruídos.

6.9. Qual a “lei” que fala sobre os direitos do participante de uma pesquisa?

R.: São, principalmente, duas normas do Conselho Nacional de Saúde: a Resolução CNS 466/2012 e a 510/2016. Ambas podem ser encontradas facilmente na internet.

6.10. E se eu precisar tirar dúvidas ou falar com alguém sobre algo acerca da pesquisa?

R: Entre em contato com o(a) pesquisador(a) responsável ou com o Comitê de ética. Os meios de contato estão listados no ponto 7 deste documento.

CONTATOS IMPORTANTES:

Pesquisador(a) Responsável: O mesmo que o da Plataforma Brasil. Endereço: Pode ser o institucional (do setor ao qual o pesquisador se vincula).

Fone: Pode ser o institucional (Depto, colegiado...) / E-mail: É preferível o particular.

Comitê de Ética em Pesquisa da UESB (CEP/UESB)

Avenida José Moreira Sobrinho, s/n, 1º andar do Centro de Aperfeiçoamento Profissional Dalva de Oliveira Santos (CAP). Jequiezinho. Jequié-BA. CEP 45208-091.

Fone: (73) 3528-9727 / E-mail: cepjq@uesb.edu.br

Horário de funcionamento: Segunda à sexta-feira, das 08:00 às 18:00

ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (Concordância do participante)

Declaro que estou ciente e concordo em participar deste estudo. Além disso, confirmo ter recebido uma via deste Termo de Assentimento e asseguro que tive a oportunidade de ler e esclarecer todas as minhas dúvidas.

LOCAL, Clique aqui para inserir uma data.

____

Assinatura do(a) participante

COMPROMISSO DO PESQUISADOR

Impressão Digital

(Se for o caso)

Declaro conhecer todos os meus deveres e os direitos dos participantes e dos seus responsáveis, previstos nas Resoluções 466/2012 e 510/2016, bem como na Norma Operacional 001/2013 do Conselho Nacional de Saúde. Asseguro, também, ter feito todos os esclarecimentos pertinentes a todos os envolvidos direta ou indiretamente na pesquisa, e reafirmo que o início da coleta de dados ocorrerá apenas após prestadas as assinaturas no presente documento e aprovado o protocolo do projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa competente.

LOCAL, Clique aqui para inserir uma data.

____

Assinatura do(a) pesquisador

ANEXOS

ANEXO A — Plano de aula

<table>
<tr><th colspan="2">Passos, atividades de aprendizagem. Questionamentos do professor e expectativas dereações dos estudantes.</th></tr>
<tr><td colspan="2">Legenda do texto:
Cor preta – orientações para o professor que ministrará a aula.
Cor verde – orientações e questionamentos que o professor poderá usar/fazer ao ministrar a aula.
Cor laranja – caminhos a serem percorridos a depender das respostas dos estudantes.
Cor azul – reações/respostas dos estudantes.
Cor vermelha - objetivos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Observações:
1 - Neste documento, teremos o planejamento xx aulas, cada um com a carga horária xx minutos. A aula será subdividida em momentos.
2 - As aulas listadas neste item serão seguidas de reflexão pelos professores-observadores em conjunto com o professor que a ministrará.
3 - Os conhecimentos construídos ao longo das aulas serão registrados pelo professor em quadro e/ou flip chart e ficarão de fácil visualização para os estudantes.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Preparos prévios
Levar para a aula dicionários para que os estudantes utilizem durante a atividade. Distribuir a HQ intitulada: “Vamos as contas no Sítio?” para cada estudante.</td></tr>
<tr><th colspan="2">AULA 1 – Conhecendo a HQ</th></tr>
<tr><td colspan="2">Objetivos:
Ler a história;
Destacar, na história, as palavras desconhecidas;
Descobrir a quantidade total de leite produzido;
Dividir por 3;</td></tr>
<tr><th>Momentos</th><th>Tempo previsto</th></tr>
<tr><td>1º Momento - Interpretando o texto e enriquecendo nosso vocabulário
Ler coletivamente a HQ intitulada: “Vamos as contas no Sítio?”, sem responder as questões;

De posse da HQ, individualmente ou em dupla, pedir aos alunos que façam a leitura.
Pedir para que destaquem as palavras que não compreenderem durante aleitura.

Eu queria que vocês lessem essa HQ que vocês receberam e destacassem as palavras que não compreenderem.
Vocês poderão fazer isto individualmente ou em dupla.

Caso os alunos não possuam dicionário, a equipe levará alguns e os distribuirá aleatoriamente para que os estudantes façam a procura e a leitura das palavras desconhecidas. Caso algum aluno apresente dificuldade na procura, o professor ou algum colaborador poderá orientá-lo.

O professor incentivará a busca por palavras que poderão ser desconhecidas pelos estudantes, por meio de questionamentos

Exemplos de palavras que poderão ser desconhecidas:
Cultivar – alguém sabe me explicar o que significa cultivar? Eles cultivam horta.
O que vocês acham que significa?
Possível resposta do aluno – plantar, cuidar da terra.</td><td></td></tr>
<tr><td>Vocês acham que plantar é o mesmo que cultivar? Vamos ao dicionário Cultivar significa tratar a terra. Fazer nascer a planta. Enquanto plantar significa “introduzir</td><td></td></tr>
</table>

um vegetal na terra para criar raízes". Terço – o que vocês entendem por terço? É para rezar Este é o único significado de terço? Vamos ao dicionário. Utilizado para rezar, é a terça parte do rosário, têm 50 contas (bolinhas). Um terço, neste caso, é o rosário dividido em 3 partes e você considera apenas uma que é chamada de terça parte. E na nossa historinha, o que significa o terço? é a metade do leite dividido em 3 partes É a metade do leite dividido em 3 partes. Sendo que cada parte do leite representa um terço, que será distribuído em cada bairro. Orgulhosa- O que vocês fazem para que a família se sinta orgulhosa? Quando eu tiro nota boa; quando eu sou educada; quando eu faço o que me pedem; quando eu sou obediente... Chamar um aluno pelo nome e perguntar: Fulano (nome do aluno) por que a mãe de Marcela vai ficar orgulhosa? Porque eles conseguiram entregar o leite todo; porque souberam fazer ascontas, porque conseguiram trabalhar ou fazer o trabalho da mãe... Alguém sabe o que é se sentir orgulhoso ou orgulhosa? Se sentir feliz por causa de alguma coisa, contente, satisfeita, admirada É quando uma pessoa se sente maravilhada, feliz por alguma coisa feita, por ele ou por alguém. "É sentir-se contemplado positivamente com a açãodo outro". Podemos ainda levantar outros questionamentos com a turma, como: 1) Vocês sabem me dizer sobre o que a história fala? A história fala de 2 meninos que foram vender leite para a mãe; fala dematemática; de fazer conta; da divisão; fala de um sítio; 2) Onde a história se passa?Em um sítio 3) O que tem nesse sítio? Bicho, vacas, horta, galinhas, leite; 4) Qual foi o desafio que Marcela e Eduardo tiveram que enfrentar?Se os alunos responderem: ajudar a mãe Professor: em que atividade? fazer o quê? Aluno: entregar/distribuir o leite.	
2º Momento: Descobrir a quantidade total de leite produzido 1) Marcela e Eduardo sabem que quantidade de leite entregariam em cada lugar? Se os alunos disserem que as crianças sabem: Aluno pode responder: sim. A metade no mercadinho e nos outros lugares 1/3 do leite que sobrou. Professor: E quantos litros de leite equivalem a metade? Aluno: 108 litros de leite. Professor: e como você (falar nome do aluno) fez para encontrar essa resposta? Se os alunos disserem que as crianças não sabem: Aluno pode responder: não, eles não sabem. Eles pediram nossa ajuda para saber essa quantidade. Professor: Vamos voltar a história! No mercadinho do Sr. João elesentregarão leite? Aluno: Sim. Professor: que quantidade? Aluno: a metade Professor: a metade de quanto?	

A metade da quantidade de leite produzido.
E quanto foi produzido? A 1ª conta que vocês fizeram era sobre o quê?
Como vocês fizeram?
Aluno: eu somei tudo

Aluno: quantidade de leite produzida foi de 216 litros.
Professor: fala pra gente como você fez.
Professor: Vamos somar? Quais são os valores?
Estrela produziu 60 litros; cheirosa produziu 53; Mimosa 28 litros ePintada produziu 75 litros.
Isso dá quanto?
60+53+28 + 75= 216

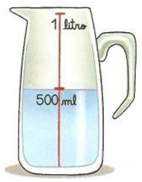
Fazer o algoritmo para termos unidade embaixo de unidade, dezenaembaixo de dezena e assim sucessivamente.

C	D	U
	6	0
+	5	3
	2	8
	7	5
2	1	6

3º Momento: Descobrir quanto é a metade do leite produzido
Professor: Como vamos fazer para saber que quantidade de leite será entregue ao Sr. João?

Os alunos terão que somar toda a produção de leite e dividir por 2, que é ametade.

Professor: O Sr. João do Mercadinho recebe a metade da quantidade de leite. O que vocês entendem por receber a metade?
Aluno: dividir ao meio, dividir por 2; dividir em 2 partes iguais...E se algum aluno não entender:
O professor poderá perguntar para a turma o que significa dividir pela metade ou exemplificar com algum objeto, por exemplo: uma barra de chocolate ou uma jarra com água pela metade.



Outra opção é o professor mostrar usando as peças do material dourado.

Professor: O que é dividir pela metade a barra? É dividir em duas partes e que essas partes precisam ter o mesmo tamanho.(uma das duas partes iguais do todo é a metade).
No caso da jarra é dividir o líquido na mesma quantidade, ao meio. E no caso do leite, como ficaria?
Precisamos dividir em duas partes iguais ou em duas partes tendo a mesma quantidade de leite em cada parte. Ou seja, vai dividir em duas partes iguais a quantidade total de leite que as vaquinhas produziram. Cada uma das duas porções iguais do leite é a metade do total do leite produzido (uma das duas partes iguais de um todo)
Vamos fazer o cálculo no espaço que foi deixado na história.

Professor: se a metade foi entregue no mercadinho do sr. João, qual foi o valor? Quanto é a metade de 216?

Se algum aluno responder:
Aluno: 108 litros.

Professor: Certo, 108 litros.
Como você fez para encontrar esse valor?

Ouvir diferentes respostas dos alunos, caso haja.Possíveis respostas dos alunos

- A metade de 200 é 100 e a metade de 16 é 8, então 100 + 8 = 108 litros;
- 2:2=1 e 16:2= 8, então 18 litros.

Temos duas(três) respostas diferentes. Quem estará certo? É possível a metade de 216 ser 18 litros? Vamos descobrir?

Caso nenhum aluno saiba explicar o algoritmo, o professor pode retomar a conta de duas formas:

1ª forma) 216 : 2 =
Eu tenho 2 centenas; 1 dezena e 6 unidades e agora vamos dividir:2 centenas dividido por 2 = 1 centena
1 dezena dividida por 2 não dá nenhuma dezena para cada um, então representamos com o zero, mas podemos transformar 1 dezena em unidades, que são 10 unidades que dividas por 2 = 5 unidades.
6 unidades: 2 = 3 unidades
Então, temos: 1 centena, 0 dezena e 5+3 = 8 unidades ou seja, 108 litros (inseri o zero na resposta), mas não no quociente, conforme algoritmo.
Dizemos "zero na dezena" por que tivemos que transformar a dezena em unidade.
No caso de algum aluno responder que 216:2=18, o professor retoma a situação e explica por que 216 :2 não pode ser igual 18!

Entre a centena e a unidade existe a casa da dezena, que aqui é representada pelo zero, por isso 108.

2ª forma) 216:2= o 1º algarismo é 2 e como 2 pode ser dividido por 2 eu continuo a operação.
2 centenas dividido por 2 = 1 centena para cada um.

C	D	U		
2	1	6		2
-2				1
0				C

1 : 2, não dá nenhuma dezena para cada um. Coloca um zero na dezena. A dezena será representada pelo zero, então, eu devo colocar zero nessa ordem, no caso zero no quociente, representando zero na dezena;

C	D	U			
2	1	6		2	
-2					0
0	1			C	D

Agora temos 16 : 2, por que trocamos a dezena em unidade, no caso, 10 unidades + 6 unidades = 16 unidades.

O que dividimos agora são 16 unidades por 2, ou pela metade. 16 : 2 = 8

C	D	U
2	1	6
-2		
0	1	6
-	1	6
	0	0

2		
1	0	8
C	D	U

Então temos: 1 0 8 litros.

4º Momento: Descobrir a quantidade de leite entregue em cada bairro (Dividir por3)

Professor: E a outra metade? O que foi feita com ela? Quantos litros de leite são?

Aluno: 108 litros.

Caso os alunos não respondam corretamente:

Professor: Quantos bairros temos?

Aluno: 3 bairros.

Caso os alunos não se lembrem da quantidade de bairros, o professor pede para voltar à história.

Professor: Já sabemos que são 3 bairros para distribuir o leite. O que precisamos fazer para saber a quantidade de leite que cada bairro vai receber?

Alunos: dividir 108 litros para 3 bairros.

Possíveis formas1ª forma)

108 : 3 =

Podemos ter alunos que façam o cálculo mentalmente, exemplo: 3 x 30 = 90, então 100 – 90 = 10.

10 + 8 = 18.

18 : 3 = 6, então, 30 + 6 = 36 litros para cada bairro

2ª forma)

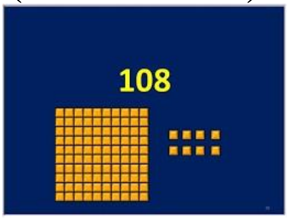
Pensar em um múltiplo de três que termine em 8. O menor múltiplo de três que termina em 8 é 18... 108 - 18 = 90. 18/3=6 e 90/3=30. 6+30=36

Além do 18, essa regra funciona também com 48 e 78, pois terminam em 8 e são menores que 108.

3ª forma)

108 : 3 = usando material dourado

Eu tenho 1 centena (mostrar uma placa do material dourado); 0 dezena e 8 unidades (mostrar 8 cubinhos)

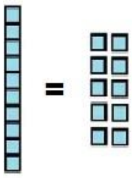


e agora vamos dividir:

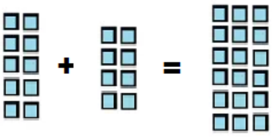
1 não pode ser dividido por 3, então vamos trocar 1 centena por dezena, ou seja, 1centena = 10 dezenas. Uma placa corresponde a 10 barras.

10 dezenas podem ser divididas por 3.

Então, temos 10 dezenas divididas por 3, que são 3 dezenas e sobra 1 dezena. Vamos trocar essa dezena (1 barra) por unidades. 1 dezena = 10 unidades ou cubinhos.



10 unidades + 8 unidades = 18 unidades ou 18 cubinhos.



18 unidades : 3 = 6 unidades ou 6 cubinhos, que representam litros de leite. Então, o resultado total é 36 litros de leite.

4ª forma)

108:3= (100 + 8) : 3, então:

100: 3= 30 e sobram 10 unidades. 8:3= 2 e sobram 2 unidades. Tomando os restos 10 +2 = 12 e dividi-lo por 3, teremos 4. Somando todos os resultados teremos, 30+2 + 4= 36 litros.

5ª forma)108:3=

Como uma centena dividida por 3 não dá uma centena, juntamos a centena com adezena e formamos 10 dezenas, que dividida por 3 dá 3 dezenas. O valor colocado no quociente será 3 dezenas com resto 1, ou seja, o resto será uma dezena.

C	D	U
1	0	8
-0	9	
0	1	

3	
0	3
C	D

Juntando uma dezena com as oito unidades formam-se 18 unidades que agora serão divididas por 3, o valor colocado no quociente será 6 unidades com resto zero.

C	D	U
1	0	8
-0	9	
0	1	8
-	1	8
	0	0

3		
0	3	6
C	D	U

Então, o resultado é 36, ou seja, nossa resposta é 36 litros de leite.
Cada bairro receberá 1/3 do restante do leite, ou seja, 36 litros de leite.

5º Momento: Bairro das Flores
Objetivos:
Descobrir a quantidade de leite que cada morador vai receber;
Empregar a vírgula no quociente;
Reconhecer a vírgula como separador da parte inteira para a parte decimal;

Professor: Qual o nome do 1º bairro que aparece na HQ?
Alunos: Bairro da Flores
Caso os alunos não se lembrem o professor pode pedir para voltar à história e fazer essa identificação.

Professor: Quantas pessoas têm no Bairro das Flores?
Alunos: 24
Caso os alunos não se lembrem o professor pode pedir para voltar à história e fazer essa identificação.

Professor: Se no Bairro das Flores tem 24 pessoas, quanto de leite cada morador receberá?
Alguém aqui na sala sabe me explicar?
Ouvir diferentes repostas e pedir a algum aluno para explicar como chegou à resposta correta.
O professor também pode escolher uma das formas e apresentar a operação:

1ª forma) 36 : 24 = Dividendo > que divisor
Pelo cálculo mental, o aluno perceberá que cada morador receberá 1 litro e mais alguma coisa.
Como saber quanto é “mais alguma coisa”?
36 litros de leite : 24 = 1 e sobram 12 litros.
Por uma ideia intuitiva o aluno pode dividir 12 por 24, pensando como se cada pessoa recebesse meio litro de leite.
Então, cada pessoa do bairro das Flores receberá 1 litro e ½ de leite.

2ª forma)36 : 24 =
Como três dezenas divididas por 24 não dá uma dezena, juntamos as 3 dezenas com 6 unidades, formando 36 unidades que, agora, vão ser divididas por 24. O valor será 1 unidade e sobram 12 unidades.
Como a quantidade é contínua vamos fazer a quebra da unidade litro. Não temos como distribuir exatamente um litro para cada morador (24 moradores), mas podemos realizar essa divisão usando frações equivalentes, ou seja, 12/24= 1/2 e assim temos frações do litro, que chamamos de decilitros ou centilitros ou mililitros. Para separar a quantidade inteira de litro, de suas frações, usamos a vírgula.

Observe: 12/24 =1/2= 0,5 (meio litro ou 5 decilitros ou 50 centilitros ou 500 mililitros). Chamamos a forma de representar esse valor de número decimal ou frações decimais.

Obs: três dezenas de litros de leite para dividir pra 24 pessoas não dará exatamente 1 dezena de litro de leite para cada uma das 24 pessoas. E sim 1 litro e meio para cada pessoa. Dito de outra forma, 36 : 24 = 1,5 litros

3ª forma) 36 : 24 na forma algoritmo

D	U	d
3	6	
-2	4	
1	2	0

24	
1	,5
U	D

O professor pode pedir aos alunos para fazer o cálculo no espaço que foi deixado na história.

O professor pode perguntar: alguém sabe me explicar por que colocamos vírgula no quociente?

6º Momento: Bairro Jardim

Objetivos:

Compreender por que colocamos zero no quociente;

Empregar a vírgula no quociente;

Assimilar quando colocamos zero no dividendo;

Reconhecer a vírgula como separador da parte inteira da parte decimal;

Professor: Qual o nome do 2º bairro que aparece na HQ?

Alunos: Bairro Jardim

Caso os alunos não se lembrem o professor pode pedir para voltar à história e fazer essa identificação.

Professor: Quantas pessoas têm no Bairro Jardim?

Alunos: 72

Caso os alunos não se lembrem o professor pode pedir para voltar à história e fazer essa identificação.

Professor: Se no Bairro Jardim tem 72 pessoas, quanto de leite cada morador receberá?

Alguém aqui na sala sabe fazer essa conta?

Ouvir diferentes repostas e pedir a algum aluno para explicar como chegou à resposta correta.

O professor também pode escolher uma das formas e apresentar a operação.

Professor: No Bairro Jardim, que tem 72 pessoas, quanto de leite cada morador receberá?

Professor: Dá para dividir 36 por 72?

Aluno: Não

Professor: Então, como vamos fazer?

Possíveis formas

1ª forma) 36:72 = dividendo < que divisor

Três dezenas divididas por 72 não dá uma dezena, logo representamos no quociente com um zero, indicando que não dá nenhuma dezena. Juntamos as 3 dezenas com 6 unidades, formando 36 unidades que também não dá para dividirpor 72, ou seja, não dará nem uma unidade. Quando isso ocorre colocamos um zero no quociente, representando que não há nenhuma unidade para repartir.

Terminados todos os algarismos do dividendo, para que a conta possa continuar, precisamos colocar uma vírgula no quociente indicando a separação entre a parte inteira e a parte decimal.

Vamos transformar 36 unidades em décimos. Como uma unidade equivale a 10 décimos, 36 unidades equivalem a 360 décimos, pois 36 vezes 10, dará 360 décimos para serem divididos por 72.

Vamos fazer aproximações para encontrar o número que multiplicado por 72 dê 360 ou chegue o mais próximo dele.

O professor pode perguntar quanto é 72 x 1 = 72; 72 x 2 = 144; 72 x3 = 216; 72 x 4= 288; 72 x 5 = 360.

360 décimos para serem divididos por 72. Como 72 cabe em 360 cinco vezes exatamente, logo 360 décimos dividido por 72= 0,5 = meio litro.= 5 decilitros = 50 centilitros ou 500 mililitros. Se cabe exatamente, logo o resto ézero.

No Bairro Jardim, que tem 72 pessoas, cada morador receberá meio litro de leite.

D	U	d				
3	6	0		72		
-3	6	0		0	0	,5
0	0	0		D	U	d

O professor pode pedir aos alunos para fazer o cálculo no espaço que foi deixado na história.

7º Momento:

Compreender por que colocamos zero no quociente;

Empregar a vírgula no quociente;

Assimilar quando colocamos zero no dividendo;

Reconhecer a vírgula como separador da parte inteira para a parte decimal;

Professor: Qual o nome do 3º bairro que aparece na HQ?

Alunos: Bairro Sol

Caso os alunos não se lembrem o professor pode pedir para voltar à história e fazer essa identificação.

Professor: Quantas pessoas têm no Bairro Sol?

Alunos: 48

Caso os alunos não se lembrem o professor pode pedir para voltar à história e fazer essa identificação.

Professor: Se no Bairro Sol tem 48 pessoas, quanto de leite cada morador receberá?

Alguém aqui na sala sabe fazer essa conta?

Ouvir diferentes repostas e pedir a algum aluno para explicar como chegou à resposta correta.

O professor também pode escolher uma das formas e apresentar a operação:

Professor: No Bairro Sol, que tem 48 pessoas, quanto de leite cada morador receberá?

Professor: Dá para dividir 36 por 48?

Aluno: Não

Então, como vamos fazer?

1ª forma) 36:48 = dividendo < que divisor

Três dezenas divididas por 48 não dá uma dezena, logo representamos no quocientecom um zero, indicando que não dá nenhuma dezena. Juntamos as 3 dezenas com 6 unidades, formando 36 unidades que também não dá uma unidade. Quando isso ocorre colocamos um zero no quociente no lugar da unidade. Como não há mais nenhum algarismo a ser considerado no dividendo, precisamos colocar uma vírgulano quociente indicando a separação entre a parte inteira da parte decimal. Vamos transformar 36 unidades em décimos. Como uma unidade equivale a 10 décimos, 36 unidades equivalem a 360 décimos, pois 36 vezes 10. Teremos 360 décimos paraserem divididos por 48.

Vamos fazer um rascunho para encontrar o número que multiplicado por 48 dê 360ou chegue o mais próximo dele.

O professor pode perguntar 50 cabe em 360 quantas vezes? Cálculo mental: 7 x 50 = 350. Como 350 está próximo de 360, é provável que o número que procuramos seja o 7, ou seja, 7x 48 = 336. Vamos testar o 8 -> 8 x 48 = 384, passou de 336. O número que procuramos é 7.

Vamos pensar: quantas vezes o 48 cabe em 360? 7 vezes e sobra 24. 24 é menor que 48. Vamos transformar 24 décimos em centésimos. Como 1 décimo equivale a 10 centésimos, logo, 24 décimos equivalem a 240 centésimos. 240 centésimos para serem divididos por 48. Quantas vezes 48 cabem em 240? Por aproximação pode testar o 4, o 5 ou ainda o professor pode perguntar: 50 cabe em 250 quantas vezes? Cálculo mental: 5 x 50 = 250. Vamos ver quanto é 48 x 5? 48x 5 =240.

48 cabe 5 x em 240, logo 240 $centésimos \div 48 = 5\ centésimos$, $ou\ seja$ 0,05.

36÷ 48 = 00,7 + 00,05 = 00,75 , $ou\ seja,$ 0,75 = 75 centilitros ou 750 mililitros

Ou seja, 500 mililitros (500 ml) + 250 mililitros (250 ml) = 750 ml

No Bairro Sol, que tem 48 pessoas, cada morador receberá 75 centilitros = 750mililitros de leite.

D	U	d	c
3	6	0	0
-0	0		
3	6	0	
-3	3	6	
0	2	4	0
	-2	4	0
	0	0	0

48			
0	0	,7	5
D	U	d	C

2ª forma: 36:48

Vocês concordam que 36:48 (36 dividido por 48) é o mesmo que 36/48 (36 sobre 48)?

Acompanhe o que vou dizer: “por qual número eu posso dividir o numerador eo denominador ao mesmo tempo?”

Se o aluno falar 2:

36:$

%&:$

= (& , dá para continuar? Por qual número eu posso, ainda, dividir o

$%numerador e o denominador ao mesmo tempo?

(&:$ =) , dá para dividir ainda? Por quanto?

$%:$ ($): 3 = 3

($:3 %

Cada morador irá receber ¾ de leite, no caso do litro de leite. E quanto é isso? ¾ do litro de leite significa o quê?

Vocês já viram em uma receita a expressão ½ xícara, 1/4 da xícara, ¾ da xícara de leite? O que significa? No caso 1/2 significa que eu tenho 2 partes (denominador) e tomo 1 delas (numerador) e no caso do ¼, quantas partes eu tenho? (4 partes) e quantas parte eu tomo (1 parte) e agora quando falamos sobre o ¾? Quantas partes eu tenho? (4 partes – denominador) e quantas parteseu tomo? (3 partes – numerador) do litro de leite. Vejamos a representação:

Então, temos ¾ do litro de leite. E quanto seria isso? Em cada parte, cabe quanto?1 litro equivale a 1000 mililitros. 1000 ml divididos em 4 partes, representa 250 ml em cada parte. Se tomamos 3 partes, significa que tomamos 3 x 250 ml = 750 mililitros ou 750 ml.

Professor: No Bairro Sol, que tem 48 pessoas, cada morador receberá quanto de leite?

Alunos: 750 mililitros ou 750 ml.

8º Momento:

Responder as perguntas iniciais da HQ, finalizando a história.

Professor: Para quais lugares o leite foi distribuído?

Possível resposta dos alunos – Mercadinho do Sr. João, e os bairros: das Flores, Jardim e Sol;

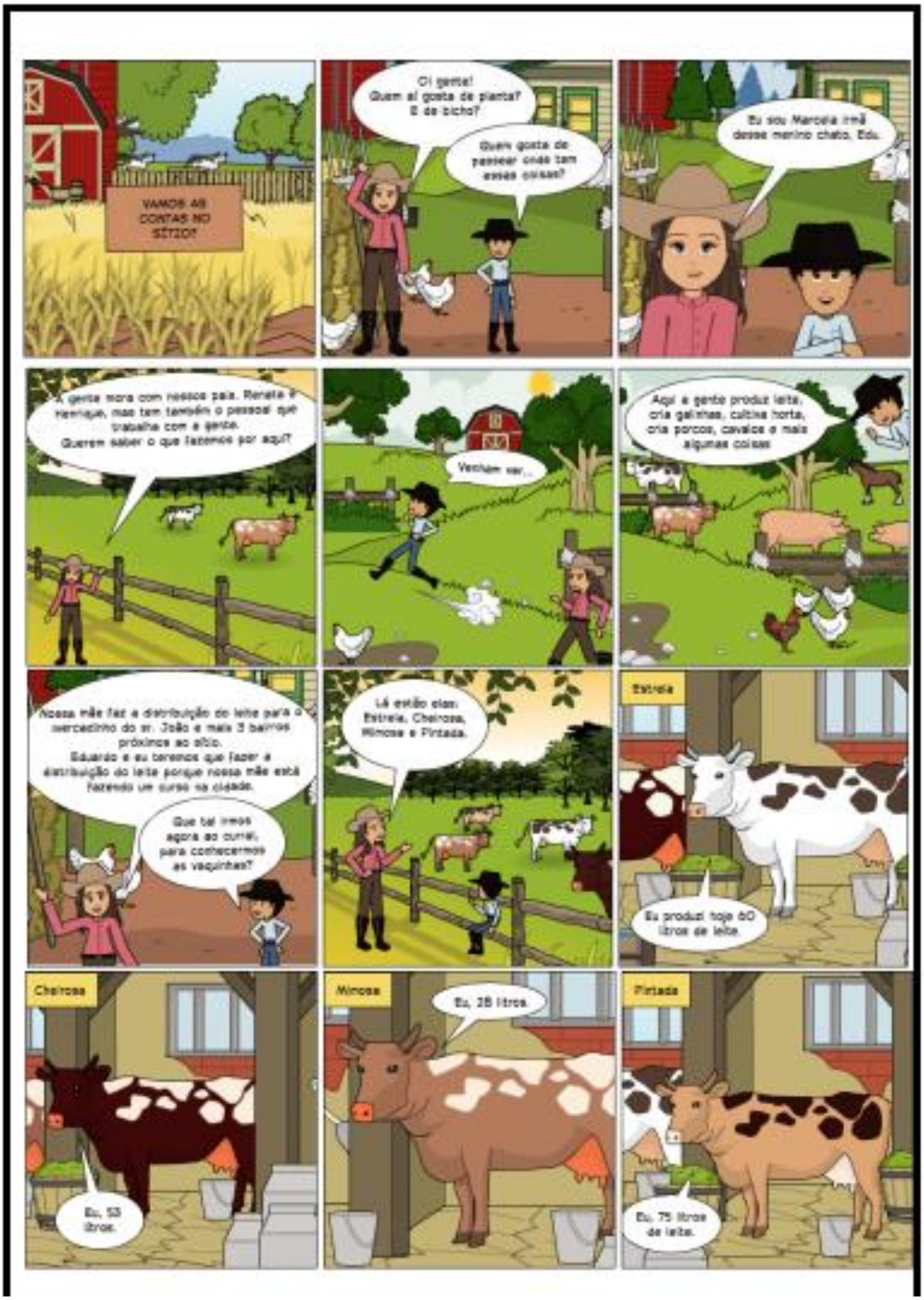
Professor: Qual a quantidade de leite foi distribuída para o mercadinho do sr. João?

Alunos: 108 litros

Professor: Qual a quantidade de leite foi distribuída para o Bairro das Flores? Alunos: 1 litro e meio de leite.

Professor: Qual a quantidade de leite foi distribuída para o Bairro Jardim? Alunos: meio litro Professor: Qual a quantidade de leite foi distribuída para o Bairro Sol? Alunos: 750 ml Professor: Vocês gostaram da historinha? Por quê? Possível resposta dos alunos Sim, porque eu gosto de história em quadrinho; Sim, porque conta a história envolvendo jovens/crianças; Sim, porque foi uma forma diferente de falar da matemática, da divisão; Sim, porque eu achei legal misturar o português com a matemática; Não, porque tem matemática, porque tem que fazer conta; Não, porque achei chata/sem graça. Não, porque não gosto de história em quadrinho.Não, porque acabou logo. Não, porque não gosto de roça/sítio	

ANEXO B — História em Quadrinhos




Quantos litros de leite foram produzidos hoje?
Precisamos da sua ajuda!
Vamos as contas!!
A metade do leite deve ser entregue ao sr. João do mercadinho.
E quanto será?
Vamos as contas!!
A outra metade será distribuída igualmente nos três bairros.
E quanto vai para cada bairro?
Vamos as contas!!
O primeiro terço será distribuído igualmente entre 24 pessoas do bairro das Flores.
O terço seguinte para 72 pessoas do bairro Jardim.
Por fim, o último terço deverá ser distribuído para 48 pessoas do bairro Sol.
Que quantidade recebeu cada morador do Bairro das Flores, do Bairro Sol e do Bairro Jardim?
Vamos as contas- Bairro das Flores
Vamos as contas- Bairro Sol


Vamos as contas- Bairro Jardim
Graças a ajuda de vocês conseguimos realizar as entregas.
Nossa mãe vai ficar orgulhosa!!
Valeu pessoal!!
Foi bom contar com vocês!! Até a próxima!!
FIM