UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS - DCET

ALINE GOMES PACHECO

UMA ANÁLISE COMPARATIVA DO CONTEÚDO DE GEOMETRIA DO 9° ANO: PRINCIPAIS MUDANÇAS E PERMANÊNCIAS NA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA (1992 - 2022)

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA
2025

ALINE GOMES PACHECO

UMA ANÁLISE COMPARATIVA DO CONTEÚDO DE GEOMETRIA DO 9° ANO:
PRINCIPAIS MUDANÇAS E PERMANÊNCIAS NA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA (1992 - 2022)

Trabalho apresentado ao Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - Campus Vitória da Conquista - BA, para obtenção do Título de Licenciada em Matemática, sob orientação da Professora Doutora Daniela Andrade Monteiro Veiga

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA

2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA

CURSO DE GRADUAÇÃO LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

FOLHA DE APROVAÇÃO

ALINE GOMES PACHECO

UMA ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA (9° ANO): PRINCIPAIS MUDANÇAS E PERMANÊNCIAS (1992 - 2022)

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para aprovação na disciplina Seminário de Pesquisa II do Curso de Licenciatura em Matemática.

Aprovado em: 11 de julho de 2025

Banca Examinadora

Documento assinado digitalmente
DANIELA ANDRADE MONTEIRO VEIGA
Data: 05/08/2025 10:46:16-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof.ª Dra. Daniela Andrade Monteiro Veiga (Orientadora)
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).

Documento assinado digitalmente
ANA PAULA PEROVANO DOS SANTOS SILVA
Data: 06/08/2025 10:21:24-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof.ª Dra. Ana Paula Perovano
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).

Documento assinado digitalmente
ELIZABETH CRISTINA ROSENDO TOME DA SILVA
Data: 06/08/2025 13:39:13-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof.ª Ma. Elizabeth Cristina Rosendo Tomé
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB).

A Deus, por me fortalecer;

Aos meus pais, pelo amor e apoio;

À minha irmã, por sempre estar ao meu lado;

Ao meu esposo e ao meu filho, por serem minha motivação diária;

Aos meus amigos, por todo incentivo e companhia ao longo do caminho;

Com gratidão e amor, dedico essa conquista a vocês.

AGRADECIMENTOS

Ao olhar para trás, percebo o quanto essa jornada na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) foi marcada por momentos únicos. Vivi experiências incríveis, conheci pessoas especiais, aprendi muito mais do que o conteúdo das aulas. Foram risadas nos corredores, amizades construídas, desafios vencidos em grupo e conquistas que levarei comigo para sempre. Mas nem tudo foi fácil, houve dias difíceis, noites em claro, dúvidas, cansaço e vontade de desistir. Eu realmente achei que não conseguiria chegar até aqui, mas graças a Deus que me concedeu saúde, força e coragem para vencer cada desafio até este momento.

Senhor, Tu sabes de cada lágrima, de cada pensamento que tentei esconder, de cada momento em que pensei em desistir. Ainda assim, o Senhor me levantou, me fez enxergar que eu poderia ir além e me guiou com sabedoria. Cada conquista, cada passo, cada superação foi pela Tua graça. Sem Deus, nada disso faria sentido. Como está escrito em II Coríntios 12:9 "A minha graça te basta, porque o meu poder se aperfeiçoa na fraqueza." Obrigada, Deus, por sempre estar comigo.

Agradeço à minha família, que me incentivou e me apoiou durante toda minha jornada acadêmica, especialmente aos meus pais, Carmem e Neto, que sempre estiveram ao meu lado, com amor, confiança, incentivo e orações. A vocês, minha eterna gratidão.

Agradeço de coração à minha irmã, Ângela, que não apenas esteve ao meu lado em cada etapa dessa caminhada, mas também acreditou em mim antes mesmo que eu acreditasse. Foi ela quem me inscreveu no vestibular da UESB, dando o primeiro passo por mim quando eu ainda hesitava. Seu apoio, incentivo e presença constante fizeram toda a diferença nessa trajetória. Obrigada por nunca desistir de mim e por ser esse alicerce tão especial na minha vida. Essa conquista também é sua.

Ao meu esposo, Reginaldo, parceiro na vida e no percurso acadêmico, que com paciência, apoio e incentivo diário me inspirou a prosseguir firme em cada etapa. Ao meu filho, João Vitor, razão do meu esforço diário. Que esta conquista seja um exemplo de que, com fé, coragem e dedicação, tudo é possível. Você é a minha maior motivação.

Aos meus colegas e amigos do ônibus e do curso, meu sincero agradecimento por cada ida e volta comigo no busão da AEESP rumo à UESB. Em especial, à minha amiga Ana: quantas conversas, cochilos e risadas dividimos naquela estrada! À minha amiga Ester, minha profunda gratidão pelas orações, palavras de ânimo e por estar sempre ao meu lado. Sua presença foi, sem dúvida, um presente de Deus na minha vida.

Aos meus amigos do grupo “Dupla de 5”, Jéssica, Mateus, Paulo e Rania, obrigada por cada momento, apoio e por tornar a graduação inesquecível. Vocês fizeram a diferença nessa caminhada.

Aos professores do curso, que contribuíram direta ou indiretamente com conhecimentos, reflexões e momentos de partilha que enriqueceram minha formação. Agradeço as membras da banca, Prof.ª Dra. Ana Paula Perovano e a Prof.ª Ma. Elizabeth Cristina Rosendo, pela honra em tê-las em minha defesa, pela atenção dedicada, pelas contribuições e pelo olhar cuidadoso ao meu trabalho. Em especial agradeço imensamente à minha orientadora Prof.ª Dra. Daniela Andrade Monteiro Veiga, por sua dedicação, por paciência demostrada durante esse período, que se prolongou além do previsto, por suas orientações valiosas, que foram essenciais para a construção deste trabalho.

A todos que, de alguma forma, fizeram parte desse caminho, minha sincera gratidão. Esse trabalho é resultado de fé, esforço e do cuidado de Deus em cada detalhe.

"A sabedoria é a coisa principal; adquire, pois, a sabedoria; sim, com tudo o que possuis, adquire o entendimento".

Provérbios 4:7 - ALM

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar as mudanças e permanências dos conteúdos de Geometria nos livros didáticos da coleção A Conquista da Matemática utilizados no 9° ano do Ensino Fundamental anos finais. A pesquisa inclui uma análise do material didático na qual serão realizadas comparações entre os quatro exemplares publicados em 1992, 2002, 2012 e 2022 pontuando as alterações que buscam atender as diretrizes, habilidades e competências estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular - BNCC, homologada em 2018. Este trabalho buscou identificar, ao longo desses 30 anos, variações no tratamento e abordagem dos conteúdos, como estes estão estruturados, na quantidade e atualização dos exercícios de fixação. Os resultados apresentam que as diretrizes da BNCC mesmo antes de serem homologadas já podiam ser percebidas nos exemplares mais antigos da coleção analisada. No exemplar de 2022 um destaque é concedido ao conteúdo da Geometria, sendo acrescido seções e exercícios que exploram as construções geométricas, além de uma unidade dedicada as figuras espaciais e vistas ortográficas, não existentes nas versões anteriores. Verificar o que mudou entre os exemplares, em trinta anos, contribui com uma apreciação sobre a evolução do material didático, os instrumentos empregados ao longo do tempo, o suporte direcionado ao professor.

Palavras-chave: Geometria no Ensino Fundamental; Livros Didáticos; Coleção A Conquista da Matemática; Mudanças Curriculares; BNCC

ABSTRACT

This study aims to analyze the changes and persistence of geometry content in the textbooks of the "A Conquista da Matemática" collection used in the final years of 9th grade. The research includes an analysis of the teaching materials, comparing the four copies published in 1992, 2002, 2012, and 2022, highlighting the changes that aim to meet the guidelines, skills, and competencies established by the National Common Curricular Base (BNCC), approved in 2018. This study sought to identify, over these 30 years, variations in the treatment and approach to the content, its structure, and the number and updating of consolidation exercises. The results show that the BNCC guidelines were already evident in the older copies of the collection analyzed, even before they were approved. The 2022 edition emphasizes Geometry content, adding sections and exercises that explore geometric constructions, as well as a unit dedicated to spatial figures and orthographic views, both of which were absent in previous editions. Reviewing what has changed between the editions over thirty years provides an appreciation for the evolution of teaching materials, the digital tools and technologies employed over time, the support provided to teachers, and ongoing teacher development.

Keywords: Geometry in Basic Education; Textbooks; *A Conquista da Matemática* Series; Curricular Changes; BNCC.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
MEC	Ministério da Educação
CNE	Conselho Nacional de Educação
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Plano Nacional do Livro e do Material Didático
Consed	Conselho Nacional de Secretários de Educação
Undime	União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação
PNE	Plano Nacional de Educação
UESB	Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento norteador para a construção dos Currículos da Educação no Brasil, que visa regulamentar as aprendizagens essenciais a serem trabalhadas na Educação Básica brasileira, guiada por princípios legais e pedagógicos, como a Constituição Federal de 1988 e a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). Em 2018, a Base Nacional Comum Curricular - BNCC, foi homologada estabelecendo um período para sua implementação nas escolas públicas e particulares do país, com o propósito de promover a igualdade no sistema educacional, garantindo que todos os estudantes tenham acesso aos mesmos conhecimentos e habilidades, independentemente de sua localização ou contexto socioeconômico, respeitando as diferenças culturais e regionais.

Este documento orienta o planejamento curricular das escolas e dos sistemas de ensino, buscando assegurar uma educação de qualidade que prepare os educandos para os desafios do seu cotidiano tendo como diretrizes gerais promover uma educação de qualidade, equitativa e inclusiva, garantindo a formação integral dos estudantes. Conforme apontam Coelho e Lopes (2022)

> Na prática, significa que os alunos sejam capazes de utilizar os saberes adquiridos para aplicarem no seu dia a dia, respeitando princípios universais como a ética, os direitos humanos, a justiça social e a sustentabilidade ambiental. Significa também que as escolas promovam não só o desenvolvimento intelectual, mas também o social, o físico, o emocional e o cultural (Coelho e Lopes, 2022, p. 1084)

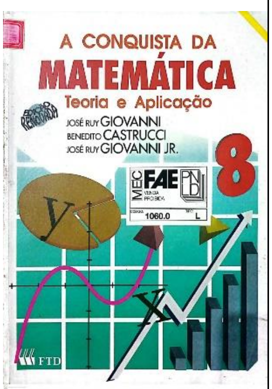
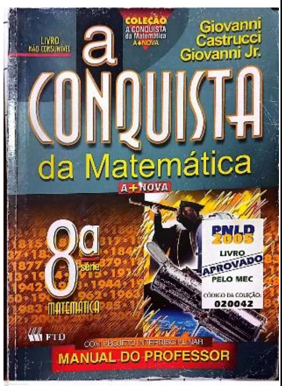
Essa abordagem reforça a ideia de uma educação completa e prática, que vai além da transmissão de conteúdos teóricos. Ela incentiva os alunos a aplicar o que aprendem no seu dia a dia, ajudando a formar cidadãos éticos e responsáveis, capazes de contribuir com suas comunidades e com o mundo.

Esta pesquisa foi motivada pela reestruturação e implementação da BNCC em âmbito nacional. Com base em suas diretrizes, neste trabalho buscou-se analisar as mudanças e permanências dos conteúdos de Geometria, entre quatro edições dos livros didáticos da coleção A Conquista da Matemática utilizados no 9° ano do Ensino Fundamental anos finais, de autoria de Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni e José Ruy Giovanni Jr., ao longo de três décadas.

A série de livros foram publicados nos anos de 1992, 2002, 2012 e 2022, sendo as edições de 1992 e 2012 destinadas aos alunos, enquanto de 2002 e 2022 manuais para professores. É relevante destacar que os de 1992 e 2002 foram exemplares da 8ª série elaborados no contexto do ensino fundamental de oito anos, ainda não havia ocorrido a mudança no sistema de ensino por meio da Lei Federal n°11.274/2006, em que todas as escolas deveriam aderir essa medida de ampliação do ensino fundamental que antes possuía oito séries, passou a ter nove anos de duração. No artigo 32 da Lei n° 11.274/2006 diz que: “O ensino fundamental obrigatório, com duração de 9 (nove) anos, gratuito na escola pública, iniciando-se aos 6 (seis) anos de idade, terá por objetivo a formação básica do cidadão”. (Brasil, 2006).

As edições da coleção A Conquista da Matemática são organizadas por unidades e divididas por capítulos. As páginas iniciais de cada unidade, trazem imagens, textos e questões sobre os conceitos que serão estudados. Os capítulos variam de acordo com a demanda de cada assunto trabalhado. Ao longo de cada capítulo podem ser encontradas seções e boxes que buscam favorecer compreensões, aprofundamentos, reflexões e articulações. A seguir o Quadro 1 com a capa dos quatros exemplares analisados.

Quadro 1 - Coleção A Conquista da Matemática

1992	2002	2012	2022
			

Fonte: A Conquista as Matemática (1992, 2002, 2012 e 2022).

A análise comparativa realizada à luz das diretrizes preconizadas pela BNCC, verificou as semelhanças e diferenças entre os exemplares, focando na abordagem dos conteúdos relacionados a geometria, como estes estão estruturados, na quantidade e atualização dos exercícios de fixação.

O livro didático é uma ferramenta fundamental no processo de ensino-aprendizagem, tendo em vista que oferece diversos benefícios tanto para o professor quanto para o aluno. O Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) é uma das principais políticas no campo da educação do Brasil, garantindo o acesso a materiais didáticos de qualidade destinados aos professores e aos estudantes das escolas das redes públicas da Educação Básica do país. Esse programa representa uma das ações federais mais antigas e contínuas, conduzido pelo Ministério da Educação (MEC) em parceria com o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

Segundo Amaral, Andrade, Mazzi e Perovano, (2022), o livro didático é um dos materiais mais utilizados na sala de aula, podendo ser usado como "guia curricular, de base conteudista, como um compilado de atividades, como fonte de informação, como indicador de tendências didáticas ou outras funções'' (Amaral, Andrade, Mazzi e Perovano, 2022 p. 23).

Nesse contexto a importância do livro didático utilizado como recurso em sala de aula, contribui significativamente para o trabalho do professor e a aprendizagem dos alunos. Nessa perspectiva, Amaral, Andrade, Mazzi e Perovano (2022) diz entender o livro didático como:

> (...) um material impresso ou digital, concebido e editado com o objetivo de contribuir para os processos educacionais de ensino e de aprendizagem, composto por saberes de certo componente curricular ou área de conhecimento, propostos a partir das prescrições curriculares oficiais em vigência no momento de sua elaboração. Tais saberes são dispostos nos LD a partir dos tópicos discutidos previamente (ou não) e também envolvimento em vivencias de investigações que vão além do sugerido no material. Ainda, o LD não é produzido de forma neutra, há uma ideologia que o suporta, assim como é um meio de disseminação de valores de crenças de uma determinada cultura, situado em certo período histórico. (Amaral, Andrade, Mazzi e Perovano, 2022, p. 30).

Portanto, o livro didático é uma ferramenta pedagógica que, além de transmitir conhecimento, molda a forma como os alunos pensam e se relacionam com o mundo. Por isso, é fundamental que os professores utilizem esses materiais de forma consciente, criativa, crítica e reflexiva, pois "o modo como ele será utilizado pode fazer toda a diferença nos processos de ensino e de aprendizagem" (Amaral, Andrade, Mazzi e Perovano, 2022, p.39).

Lajolo (*apud* Perovano et al., 2022, p.39) ainda enfatiza que "o pior livro pode ficar bom na sala de um bom professor e o melhor livro desanda na sala de um mau professor". Um bom professor, enquanto mediador, tem dentro de suas práticas a possibilidade de transformar um material simples em uma experiência enriquecedora, podendo adaptar o conteúdo à realidade e às necessidades dos alunos. Um bom professor pode transformar um material aparentemente simples em uma aula inspiradora, enquanto um mau professor pode tornar um excelente livro didático ineficaz.

Considerando esse cenário, o professor assume um papel central como mediador do processo de ensino e aprendizagem, contribuindo para a construção de uma aprendizagem significativa e contextualizada, ao promover experiências que dialogam com a realidade dos alunos e favorecem o desenvolvimento da autonomia e do pensamento crítico.

Dessa forma, a análise comparativa realizada neste trabalho, se justifica na importância de analisar as mudanças ocorridas no livro didático e as influências das políticas educacionais, especialmente com a implementação da BNCC, na organização e abordagem dos conteúdos de geometria ao longo desses trinta anos.

2 EVOLUÇÃO CRONOLÓGICA: ANTES E DEPOIS DA BNCC

A educação brasileira passou por diversas mudanças no decorrer dos anos, tendo em vista que não havia um documento nacional unificado que organizasse de forma detalhada o que deveria ser ensinado em cada etapa da educação básica.

No contexto da evolução histórica da educação, a Constituição Federal de 1988 representou um marco fundamental ao prever a criação de uma Base Nacional Comum. Conforme estabelecido no artigo 210, a Carta Magna determina que: “Serão fixados conteúdos mínimos para o ensino fundamental, de maneira a assegurar formação básica comum e respeito aos valores culturais e artísticos, nacionais e regionais”. (Brasil, 1988, p. 74).

No contexto da época, a concepção inicial de uniformizar o Ensino Básico, reforça a condição da educação ser altamente conteudista, com foco na memorização sem se preocupar com o desenvolvimento de habilidades e competências. Além disso, existe um grande desafio para um país com dimensões continentais como o Brasil, o ensino precisa se adequar as realidades sociais e culturais dos alunos, e às realidades regionais precisam ser reconhecidas e valorizadas. Esse reconhecimento social da cultura regional é um processo dinâmico que requer constante observação e estudo da sociedade para ser trazido e mediado pelo professor em sua sala de aula.

A reforma da Constituição Federal de 1988 estabelece a educação como um direito de todos e dever do Estado, e para isso, foi preciso criar políticas educacionais com o objetivo de aprimorar a educação. Em 20 de dezembro de 1996 é aprovada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei 9.394, em seu Artigo 26, que regulamenta uma base nacional comum para a Educação Básica, ao determinar que

> (...) os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e em cada estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e dos educandos. (Brasil, 1996, p. 23)

São consolidados em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para o Ensino Fundamental, em dez volumes, do 1º ao 5º ano, apontados como referenciais de qualidade para a educação brasileira. Foram feitos para auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos, sobretudo no desenvolvimento do currículo. No ano seguinte, são consolidados os PCNs para o Ensino Fundamental, do 6º ao 9º ano. A intenção é ampliar e aprofundar um debate educacional que envolva escolas, pais, governos e sociedade.

Com o objetivo de orientar o planejamento curricular das escolas e sistemas de ensino, de 2010 a 2012, são instituídas Novas Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs), com resoluções que valiam para a Educação Infantil e os Ensinos Fundamental e Médio. A Lei n. 13.005, de 2014 regulamenta o Plano Nacional de Educação (PNE), instituído com vigência de dez anos e com vinte metas para melhorar a qualidade da Educação Básica, sendo que quatro delas tratam da Base Nacional Comum Curricular.

A Portaria nº 592, de 17 de junho de 2015, instituiu a Comissão de Especialistas responsável pelo processo de elaboração da proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Em outubro do mesmo ano, buscando contribuições da sociedade civil, de organizações e de entidades científicas, foi iniciada uma consulta pública para a construção da primeira versão do documento.

Em março de 2016, a primeira versão do documento é concluída, após receber 12 milhões de contribuições. Em junho, O Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed) e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime), promoveram seminários abertos à participação pública, envolvendo professores, gestores e especialistas são realizados por todo o Brasil para discutir a segunda versão da BNCC. Em agosto, em um processo colaborativo com base na versão 2, começa a ser redigida a terceira versão.

Em abril de 2017, o Ministério da Educação (MEC) apresentou ao Conselho Nacional de Educação (CNE) a terceira versão da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O CNE elaborou parecer e projeto de resolução sobre a BNCC e homologou as etapas da educação infantil e do Ensino Fundamental.

A Portaria nº 331, promulgada em 5 de abril de 2018, institui o Programa de Apoio à Implementação da Base Nacional Comum Curricular (Pro BNCC) e definiu diretrizes, parâmetros e critérios para sua implementação. Em 14 de dezembro de 2018, o então ministro da Educação, Rossieli Soares, oficializou a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o Ensino Médio. Com isso, o Brasil passou a dispor de um referencial unificado para as aprendizagens de toda a Educação Básica.

No ano de 2022, a educação brasileira deu um importante passo na integração das tecnologias digitais no currículo escolar. Em 17 de fevereiro, a BNCC Computação foi oficialmente incorporada por meio do Parecer CNE/CEB nº 2/2022, que estabeleceu as diretrizes para sua inclusão como complemento à BNCC. Em seguida, em 4 de outubro de 2022, a Resolução CNE/CEB nº 1/2022 consolidou essas orientações, detalhando os conteúdos e habilidades relacionados à Educação Digital que devem ser abordados nas escolas.

A evolução das políticas públicas da educação brasileira evidencia um esforço contínuo para garantir a qualidade e equidade no ensino. Desde a Constituição Federal de 1988 e a posterior implementação de políticas como os PCNs, a LDB e a BNCC, são comprovadas as intenções de organizar os conteúdos e competências necessárias em cada etapa da Educação Básica, buscando promover um ensino alinhado às demandas sociais e culturais do país.

Mesmo com todo esse aprimoramento legislativo Guzzo (2002) em sua dissertação de mestrado afirma que no início do século XXI:

> (...) com a crescente necessidade de resultados práticos, em nome de uma aprovação para ingresso na Universidade, o ensino está dirigido mais para treinar o aluno do que para auxiliar o indivíduo a desenvolver suas habilidades intelectuais e sociais, partindo do seu próprio ambiente de vida. Nas escolas onde atuei essa realidade não estava restrita apenas aos alunos do segundo grau mas era uma constante também no ensino fundamental marcado pela transmissão e pela cobrança de conteúdos numa perspectiva preponderantemente pragmática. (Guzzo, 2002 p.19)

Atualmente, o relato feito por Guzzo, ainda, é uma realidade em muitas escolas brasileira. São muitas as variáveis a serem analisadas para que as diretrizes traçadas pelas políticas educacionais sejam absorvidas e implementadas nas diferentes realidades sociais, culturais e econômicas do Brasil.

Nesse contexto de diversas realidades socioculturais e econômicas, somadas as mudanças na concepção e implementação desses documentos normativos, os livros didáticos passaram por evoluções ao longo dos anos. Neste trabalho, se reconhece que muitas variáveis interferem na concepção e elaboração de um livro didático, ou na apropriação do livro pelo professor.

De igual modo, todos os documentos mencionados exerceram influência direta na estruturação dos conteúdos, com o propósito de assegurar que os livros didáticos estejam em conformidade com as diretrizes nacionais, consolidando-se como instrumentos fundamentais para a promoção de um ensino contextualizado e alinhado às demandas educacionais contemporâneas. É nesse marco normativo, orientado pelas diretrizes da BNCC, que se fundamenta a análise comparativa desenvolvida neste estudo.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, são descritas as decisões metodológicas adotadas ao longo da realização da pesquisa. Foi utilizada uma abordagem de caráter qualitativo desenvolvida por meio de uma análise documental de livros didáticos, orientada pelas diretrizes estabelecidas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com recorte específico na unidade temática da Geometria, considerando seus objetos de conhecimento, habilidades e competências.

A seleção dos livros didáticos para esta pesquisa foi um processo criterioso. Para tanto, realizou-se uma busca abrangente por materiais de diferentes edições nas bibliotecas de escolas localizadas nas cidades de Poções e Vitória da Conquista, na Bahia. Além da consulta direta aos acervos, houve também a colaboração de professores de matemática e de colegas, que gentilmente cederam alguns livros, o que contribuiu para a obtenção de mais materiais.

Após essa busca inicial, foram eliminadas as coleções de livros didáticos que possuíam poucos volumes. A escolha principal recaiu sobre a coleção "A Conquista da Matemática". Dentre os livros encontrados inicialmente, que totalizavam quinze, foram selecionados quatro exemplares que se destacavam pelo seu período temporal e por ser de uma mesma coleção. Foram eles: um livro bem antigo, de 1992, e edições de 2002, 2012 e 2022. A seleção de publicações com um espaçamento de aproximadamente dez anos entre cada uma permitiu analisar a evolução do material ao longo do tempo. O objetivo principal foi identificar as mudanças e permanências nos conteúdos de Geometria presentes nas quatro edições.

A análise dos livros didáticos iniciou-se com a verificação dos sumários de cada edição, buscando por capítulos ou unidades que abordassem a Geometria. Essa etapa inicial foi crucial para observar as similaridades e as discrepâncias na apresentação desse conteúdo ao longo das quatro edições.

Em seguida, a análise dos capítulos e unidades de Geometria, identificados nos sumários, foi conduzida por meio da leitura, comparação e descrição dos conteúdos. O estudo considerou a organização temática, a linguagem utilizada, a contextualização, os recursos visuais e os tipos de atividades propostas. Essa abordagem não só revelou as semelhanças e diferenças entre as edições, mas também permitiu estabelecer possíveis relações com as orientações curriculares de cada período, em especial com as competências e habilidades previstas na BNCC.

3.1 Análise comparativa dos exemplares

Neste trabalho, empregou-se uma abordagem qualitativa e, dentro dessa abordagem, a opção pela análise documental dos livros didáticos utilizados nos anos finais do Ensino Fundamental, norteado pela estruturação proposta na BNCC, restringindo a análise à unidade temática da Geometria e seus respectivos objetos de conhecimento, habilidades e competências, nos quatros exemplares selecionados. Inicialmente, foram examinados os sumários de cada livro, com o objetivo de localizar os capítulos ou unidades dedicadas aos conteúdos geométricos, permitindo a identificação das semelhanças e diferenças nas abordagens apresentadas.

Determinados objetos de conhecimento como polígonos regulares, vistas ortogonais de figuras espaciais, representam casos específicos que não puderam ser identificados ou correlacionados a um único conteúdo nos títulos dos capítulos geométricos[1] nos quatro exemplares na análise preliminar do sumário. Ou seja, esses objetos de conhecimento estão diluídos em unidades ou capítulos geométricos e não geométricos, por essa razão algumas análises comparativas como o quantitativo de exercícios de fixação, não foram realizadas.

Nestes casos foi realizada a busca desse objeto de conhecimento por todos os capítulos, incluindo os não-geométricos. Segundo Gentil (2020, p.89-90) as características das obras destinadas ao 9º ano, analisadas pela autora, articulam a Geometria com a Álgebra, Aritmética, Probabilidade e Estatística, ainda segundo a autora:

> A Geometria não se limita as figuras geométricas, entretanto ela as contém, dado que a Geometria é articulada aos outros campos da Matemática por meio delas. (...) Essa análise permite ver como a Geometria foi empregada e as funções que assume, principalmente na Álgebra e na Aritmética. Dessa forma, é possível afirmar que a Geometria e as figuras geométricas são articuladas aos outros campos da Matemática com o propósito de favorecer a aprendizagem dos alunos (Gentil, 2020, p.101-102).

A análise comparativa realizada à luz das diretrizes preconizadas pela BNCC, verificou as semelhanças e diferenças entre os exemplares, focando na abordagem dos conteúdos, como estes estão estruturados, na quantidade e atualização dos exercícios de fixação. Analisando as mudanças que aconteceram na:

[1] Os capítulos foram analisados e classificados como geométricos e não-geométricos. O primeiro caso quando os conteúdos abordados são diretamente relacionados à unidade temática da geometria. No segundo caso, não-geométricos, são capítulos em que o conteúdo abordado no capítulo é direcionado a probabilidade, estatística, aritmética e álgebra.

- Reestruturação do conteúdo tomando como base os objetos de conhecimento e as habilidades e da segmentação por semelhança dos sumários de cada exemplar;
- Na análise dos conteúdos, da apresentação inicial dos conceitos e dos exemplos;
- Na análise dos exercícios de fixação, relativo a quantidade, perpetuidade ou substituição e suas atualizações.

A análise sobre a resolução de problemas matemáticos, pode ser relacionada a promoção do pensamento crítico a ser estimulado nos alunos, sob este aspecto Sousa (2005) destaca que:

> A importância da resolução de problemas como estratégia didática para um ensino que desencadeia no aluno um comportamento de pesquisa, estimula a curiosidade e prepara o aluno para lidar com situações novas sendo motivado a pensar, conhecer, ousar e solucionar problemas matemáticos dentro e fora da escola.
> Diante da importância de se trabalhar no processo de ensino e aprendizagem a resolução de problemas para o desenvolvimento intelectual do aluno, o professor, "peça" fundamental no ato de aprender deve propor atividades que despertem o entusiasmo dos alunos, desenvolvendo sua capacidade de criar, atuar em conjunto, aproximando-os uns dos outros, demonstrando a importância de cada um.
> Porém, essa aprendizagem só será possível se os problemas trabalhados desempenharem seu verdadeiro papel no processo de ensino, o de desenvolver no aluno posicionamento crítico e independência diante de situações novas e desafiadoras, pois, a resolução de problemas tem se apresentado como uma atividade de reprodução por meio de procedimentos padronizados (Sousa, 2005 p.10-11).

O autor supracitado enfatiza a importância da resolução de problemas como estratégia pedagógica que estimula a curiosidade, o pensamento crítico e a autonomia dos alunos, preparando-os para enfrentar desafios dentro e fora da escola O professor, enquanto elemento central no processo de ensino e aprendizagem, atua como facilitador ao propor oportunidades por meio de atividades criativas e colaborativas que incentivam o protagonismo dos estudantes e favorecem o desenvolvimento da autonomia, do pensamento crítico e da capacidade de agir de forma independente. Contudo, para que essa abordagem seja eficaz, é essencial evitar a mera reprodução de métodos padronizados, garantindo que os problemas propostos incentivem uma aprendizagem significativa e reflexiva.

É importante destacar que este estudo não tem como objetivo avaliar a conformidade retroativa dos livros didáticos com a BNCC, uma vez que parte das edições analisadas foram publicadas antes da implementação desse documento curricular. A proposta, portanto, é observar em que medida os conteúdos e as abordagens presentes nas diferentes edições da coleção já dialogavam — ou não —

com os princípios, competências e habilidades que atualmente são oficialmente exigidos pela BNCC.

Ao adotar essa perspectiva, busca-se compreender como certas práticas pedagógicas e escolhas editoriais antecipavam ou se distanciavam das diretrizes que viriam a ser formalizadas, contribuindo para uma leitura mais ampla da evolução dos livros didáticos de Geometria ao longo do tempo. Essa análise permite identificar não apenas as mudanças estruturais impulsionadas por documentos oficiais, mas também a permanência de elementos didáticos que seguem sendo valorizados, mesmo em contextos curriculares distintos.

3.2 Análise da reestruturação do conteúdo

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) do Ensino Fundamental é organizada em competências gerais e específicas, além de delinear habilidades que devem ser desenvolvidas em cada área do conhecimento.

As competências gerais da BNCC representam um conjunto de habilidades e valores fundamentais que orientam o desenvolvimento integral dos estudantes ao longo da educação básica. Elas visam formar indivíduos críticos, éticos, autônomos e preparados para enfrentar os desafios do mundo atual. Na BNCC

> (...) competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho.
> Ao definir essas competências, a BNCC reconhece que a "educação deve afirmar valores e estimular ações que contribuam para a transformação da sociedade, tornando-a mais humana, socialmente justa e, também, voltada para a preservação da natureza (...)" (Brasil 2018, p.8).

São estabelecidas dez competências gerais que se inter-relacionam e que devem orientar e integrar os conteúdos trabalhados ao longo de toda a trajetória escolar na Educação Básica. A seguir, é destacado no Quadro 2 as competências gerais da BNCC também contidas no manual do professor do exemplar publicado em 2022.

Quadro 2 – Competências Gerais da Educação Básica

N°	COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA
1	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para compreender a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
2	Exercitar uma curiosidade intelectual e recorrer à abordagem científica, incluindo investigação, reflexão, análise crítica, imaginação e criatividade, para investigar causas, formular e testar hipóteses, resolver problemas e criar soluções, tecnológicas inclusivas, com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
3	Valorizar e apreciar as diversas manifestações artísticas e culturais, dos locais ao mundo, além de participar de práticas variadas da produção artístico-cultural.
4	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral, visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital – e conhecimentos artísticos, matemáticos e científicos para se expressar, compartilhar ideias e produzir sentidos que promovam o entendimento mútuo.
5	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de forma crítica, reflexiva, ética e significativa, aplicando-as em práticas sociais e escolares para comunicar-se, acessar informações, produzir conhecimento, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria.
6	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais, apropriando-se de conhecimentos e experiências que contribuem para compreender as relações do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas à cidadania, liberdade, autonomia e responsabilidade.
7	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis para formular, negociar e defender ideias e decisões, respeitando os direitos humanos, promovendo a consciência socioambiental e adotando um consumo responsável.
8	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, apoiando a diversidade humana, suas próprias emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
9	Exercitar empatia, diálogo, resolução de conflitos e cooperação, promovendo o respeito ao próximo, valorizando a diversidade de saberes, identidades e culturas, sem preconceitos de qualquer natureza.
10	Agir de forma individual e coletiva com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões pautadas em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Brasil (2018).

As Competências Específicas enfatizam o desenvolvimento do letramento matemático no Ensino Fundamental, definindo como “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas”, indo além dos processos matemáticos conectando a teoria à pratica.

A partir desses pressupostos mencionados e alinhados as competências gerais da Educação Básica, o componente curricular de Matemática deve assegurar o desenvolvimento das competências específicas. A seguir o Quadro 3, apresenta um recorte das competências gerais da BNCC também contidas no manual do professor do exemplar publicado em 2022.

Quadro 3 – Competências Específicas de Matemática Para o Ensino Fundamental

N°	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
1	Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2	Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
3	Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
4	Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes
5	Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
6	Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)
7	Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
8	Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não

N°	COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL
	na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Brasil (2018).

No Quadro 2 foi resumido as competências gerais do Ensino Básico, no Quadro 3 as competências especificas da matemática, destacadas para nortear a pesquisa sobre as mudanças e permanências na abordagem dos conteúdos. No Quadro 4, foram sintetizados os objetos de conhecimento e as respectivas habilidades a serem desenvolvidas no 9° ano.

Quadro 4 – Objetos de conhecimento da unidade temática de Geometria (9°ano)

OBJETOS DE CONHECIMNETO	HABILIDADES
Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal	(EF09MA10) - Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal
Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	(EF09MA11) - Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
Semelhança de triângulos	(EF09MA12) - Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais	(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.
Polígonos regulares	(EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
Distância entre pontos no plano cartesiano	(EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo,

OBJETOS DE CONHECIMNETO	HABILIDADES
	medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano
Vistas ortogonais de figuras espaciais	(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Brasil (2018).

Os objetos de conhecimento, sintetizados no Quadro 4, foram correlacionados ao conteúdo dos quatro exemplares analisados, sendo considerado estes como conteúdo diretamente relacionado a geometria e respectivo ao conteúdo a ser ministrado para o 9° ano. Para proceder com a comparação dos conteúdos dos livros didáticos, organizados ao longo das décadas com diferentes propósitos e em sequências distintas, os conteúdos dos capítulos e unidades foram agrupados conforme os objetos de conhecimento definidos pela BNCC.

A organização dessa análise está alinhada as competências gerais da Educação Básica, competências especificas da matemática e as habilidades prescritas conforme descritos na BNCC e apresentados nas próximas seções deste trabalho.

3.3 Segmentos Proporcionais e Semelhança de triângulos

Esta seção abrange conceitos de conteúdos como: razão e proporção entre segmentos, ângulos formados por feixes retas paralelas intersectadas por uma transversal, Teorema de Tales, Polígonos Semelhantes e Semelhança de Triângulos.

Conforme as orientações didáticas apresentadas no Manual do Professor do exemplar de 2022, a proposta dessa unidade contempla o desenvolvimento das competências gerais 1, 2 e 7, tendo como objeto de conhecimento as “demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal e Semelhança de triângulos” (Brasil, 2018, p. 314), em consonância com as habilidades (EF09MA10) e (EF09MA12). Além disso, são evidenciadas as competências específicas 2, 4 e 5 da área de Matemática para o Ensino Fundamental.

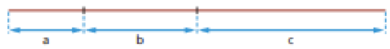
A edições de 1992, 2002, 2012 e 2022, na unidade destinada ao capítulo de Segmentos Proporcionais, introduzem o conteúdo com um contexto histórico e ilustrações de Pirâmides como exemplo, apresentando como o conceito de proporção é bastante antigo e que seu estudo já era uma preocupação desde a antiguidade. Essa abordagem contextualizada enriquece o aprendizado dos estudantes conectando o passado ao presente com a História da Matemática, estabelecendo uma conexão com o conteúdo estudado e o desenvolvimento histórico da disciplina.

As definições de razão e proporção entre segmentos, bem como os exemplos apresentados, permaneceram inalteradas ao longo das edições. A versão de 2022 se destaca pela introdução de um terceiro exemplo, que busca contextualizar o conceito em uma situação real, o exemplo 3, da Figura 1, para determinar a medida de comprimento de cada parte de uma ripa de madeira.

Figura 1 – Ripa de madeira

3 Uma ripa de madeira de 100 cm de comprimento foi dividida em três partes com comprimentos diretamente proporcionais aos números 4, 6 e 10. Determinar a medida de comprimento de cada parte.

Vamos representar as medidas dos comprimentos de cada parte por *a*, *b* e *c*, como mostra a representação a seguir.



Como as partes da ripa devem ser, respectivamente, proporcionais aos números 4, 6 e 10, temos:

$$\frac{a}{4} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10} = x$$

Podemos escrever:

$$\frac{a}{4} = x \Rightarrow a = 4x \qquad \frac{b}{6} = x \Rightarrow b = 6x \qquad \frac{c}{10} = x \Rightarrow c = 10x$$

A soma das medidas das três partes deve ser igual a 100 cm. Então:

$4x + 6x + 10x = 100$

$20x = 100$

$x = 100 : 20 = 5$

Assim:

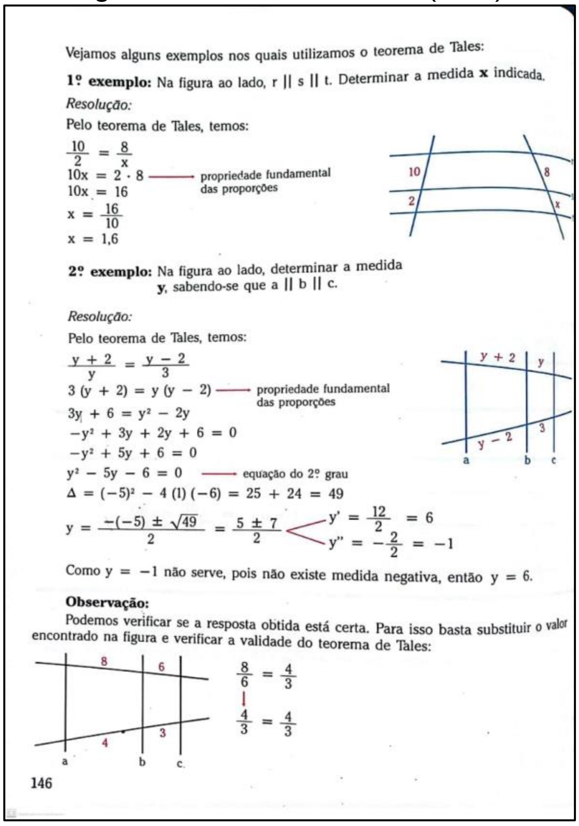
$$a = 4 \cdot 5 = 20 \qquad b = 6 \cdot 5 = 30 \qquad c = 10 \cdot 5 = 50$$

Portanto, a medida de comprimento de cada pedaço de madeira é 20 cm, 30 cm e 50 cm, respectivamente.

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 151)

Houve uma reestruturação na apresentação do Teorema de Tales na edição de 2022, os exemplos e exercícios resolvidos não estavam disponíveis no livro para a consulta dos alunos, diferentemente das edições anteriores que incluíram esses recursos no livro do aluno (Figuras 2, 3 e 4). Agora esses exemplos estavam presentes apenas no manual do professor, na seção “Ampliando”, servindo como uma atividade complementar, que o professor pode escolher explorá-la na lousa, ficando a critério sua utilização ou não, de acordo com sua preferência, como pode ser verificado na Figura 5.

Figura 2 – Teorema de Tales (1992)



Vejamos alguns exemplos nos quais utilizamos o teorema de Tales:

1º exemplo: Na figura ao lado, r || s || t. Determinar a medida **x** indicada.

Resolução:

Pelo teorema de Tales, temos:

$\frac{10}{2} = \frac{8}{x}$

$10x = 2 \cdot 8$ ⟶ propriedade fundamental das proporções

$10x = 16$

$x = \frac{16}{10}$

$x = 1{,}6$

2º exemplo: Na figura ao lado, determinar a medida **y**, sabendo-se que a || b || c.

Resolução:

Pelo teorema de Tales, temos:

$\frac{y+2}{y} = \frac{y-2}{3}$

$3(y+2) = y(y-2)$ ⟶ propriedade fundamental das proporções

$3y + 6 = y^2 - 2y$

$-y^2 + 3y + 2y + 6 = 0$

$-y^2 + 5y + 6 = 0$

$y^2 - 5y - 6 = 0$ ⟶ equação do 2º grau

$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(-6) = 25 + 24 = 49$

$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$ ⟨ $y' = \frac{12}{2} = 6$; $y'' = -\frac{2}{2} = -1$

Como $y = -1$ não serve, pois não existe medida negativa, então $y = 6$.

Observação:

Podemos verificar se a resposta obtida está certa. Para isso basta substituir o valor encontrado na figura e verificar a validade do teorema de Tales:

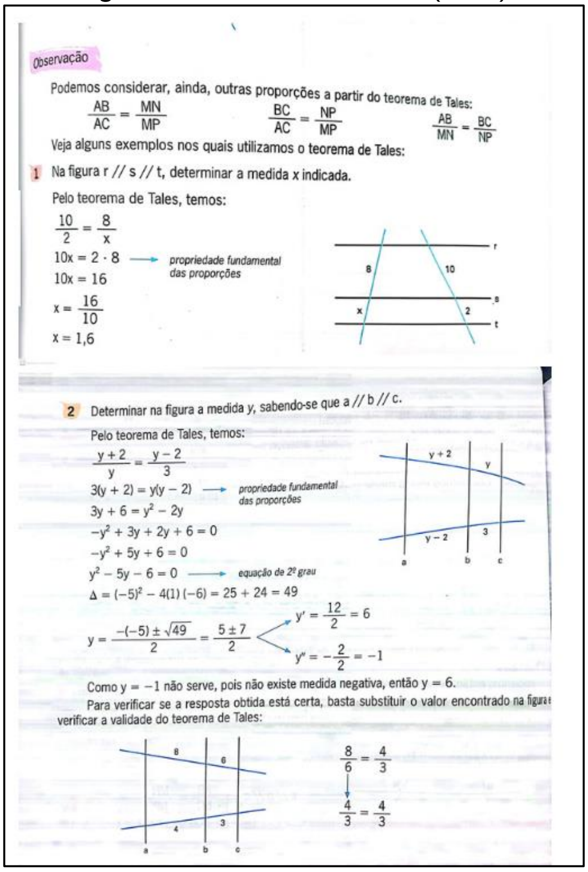
$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

146

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 146)

Figura 3 – Teorema de Tales (2002)



Observação

Podemos considerar, ainda, outras proporções a partir do teorema de Tales:

$\frac{AB}{AC} = \frac{MN}{MP}$ $\quad \frac{BC}{AC} = \frac{NP}{MP}$ $\quad \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP}$

Veja alguns exemplos nos quais utilizamos o teorema de Tales:

1 Na figura r // s // t, determinar a medida *x* indicada.

Pelo teorema de Tales, temos:

$\frac{10}{2} = \frac{8}{x}$

$10x = 2 \cdot 8$ ⟶ *propriedade fundamental das proporções*

$10x = 16$

$x = \frac{16}{10}$

$x = 1{,}6$

2 Determinar na figura a medida *y*, sabendo-se que *a* // *b* // *c*.

Pelo teorema de Tales, temos:

$\frac{y+2}{y} = \frac{y-2}{3}$

$3(y+2) = y(y-2)$ ⟶ *propriedade fundamental das proporções*

$3y + 6 = y^2 - 2y$

$-y^2 + 3y + 2y + 6 = 0$

$-y^2 + 5y + 6 = 0$

$y^2 - 5y - 6 = 0$ ⟶ *equação de 2º grau*

$\Delta = (-5)^2 - 4(1)(-6) = 25 + 24 = 49$

$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2}$ ⟨ $y' = \frac{12}{2} = 6$; $y'' = -\frac{2}{2} = -1$

Como $y = -1$ não serve, pois não existe medida negativa, então $y = 6$.

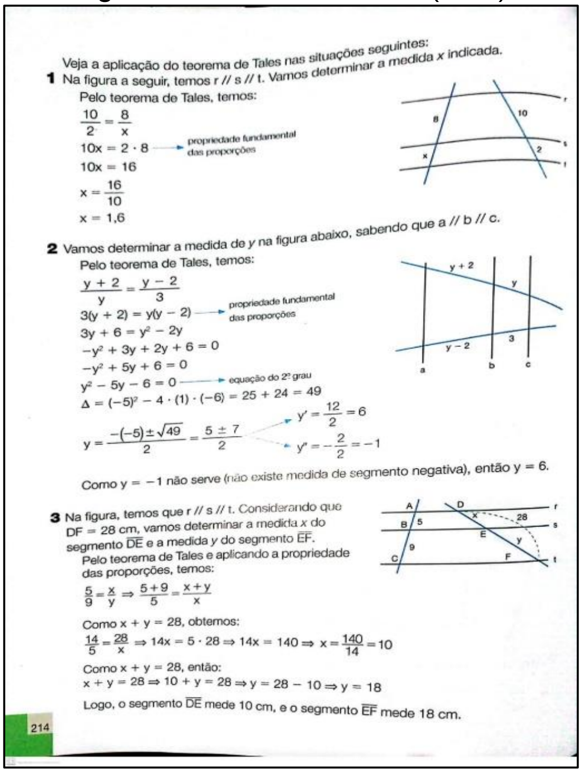
Para verificar se a resposta obtida está certa, basta substituir o valor encontrado na figura e verificar a validade do teorema de Tales:

$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{4}{3}$

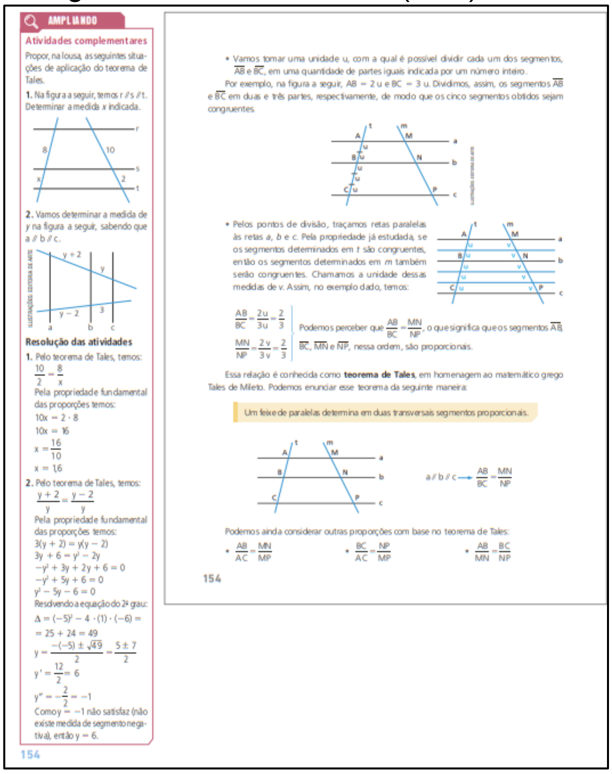
Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 185 e 186)

Figura 4 – Teorema de Tales (2012)



Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 214)

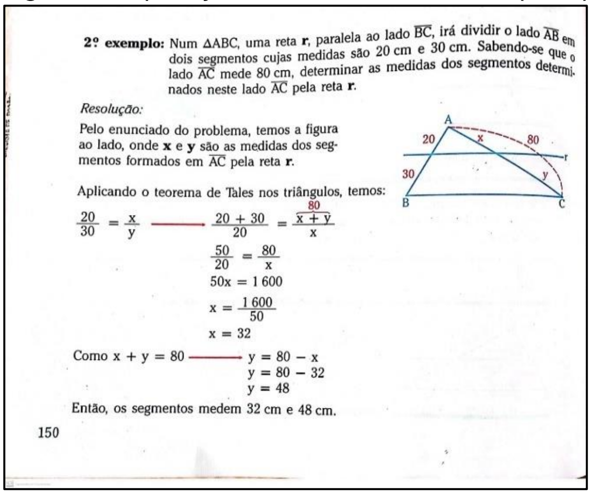
Figura 5 – Teorema de Tales (2022)



Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 154)

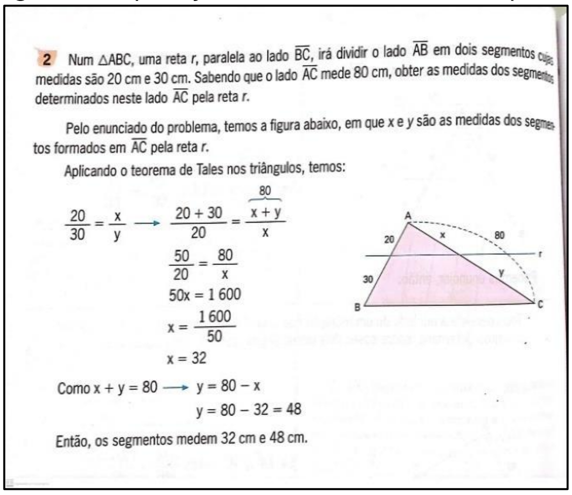
Na edição de 2022, o livro do aluno não apresenta exemplos das aplicações do Teorema de Tales (Figura 9). Esses exemplos foram apresentados nas edições anteriores, (Figura 6,7 e 8). O mesmo ocorre com Teorema da Bissetriz Interna de um Triângulo (Figura 13). Os exemplos foram apresentados nas edições anteriores, (Figura 10,11 e 12), estando abordados apenas como sugestões no manual do professor, ficando a critério deste decidir se deseja utilizá-los ou não.

Figura 6 - Aplicações do teorema de Tales (1992)



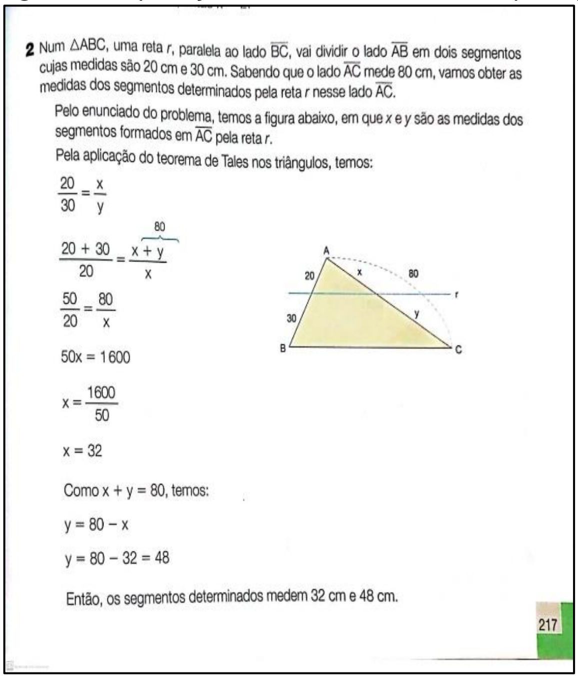
Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 150)

Figura 7 - Aplicações do teorema de Tales (2002)



Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 190)

Figura 8 - Aplicações do teorema de Tales (2012)



2 Num $\triangle ABC$, uma reta r, paralela ao lado $\overline{BC}$, vai dividir o lado $\overline{AB}$ em dois segmentos cujas medidas são 20 cm e 30 cm. Sabendo que o lado $\overline{AC}$ mede 80 cm, vamos obter as medidas dos segmentos determinados pela reta r nesse lado $\overline{AC}$.

Pelo enunciado do problema, temos a figura abaixo, em que x e y são as medidas dos segmentos formados em $\overline{AC}$ pela reta r.

Pela aplicação do teorema de Tales nos triângulos, temos:

$$\frac{20}{30} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{20+30}{20} = \frac{\overbrace{x+y}^{80}}{x}$$

$$\frac{50}{20} = \frac{80}{x}$$

$$50x = 1600$$

$$x = \frac{1600}{50}$$

$$x = 32$$

Como $x + y = 80$, temos:

$$y = 80 - x$$

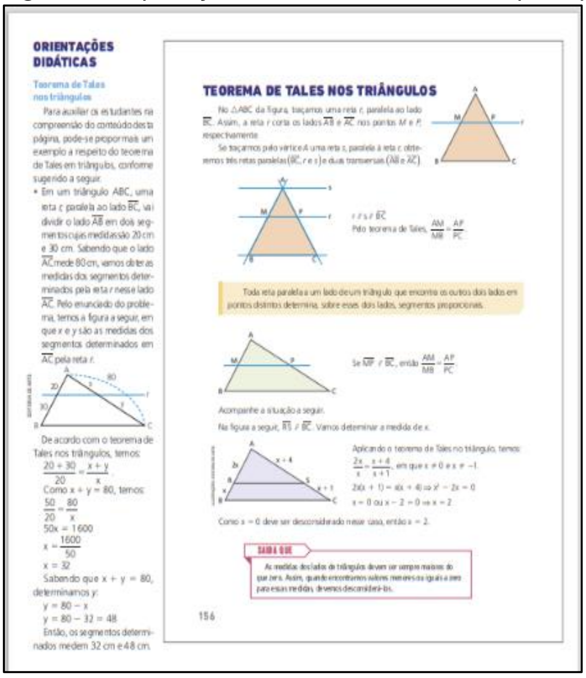
$$y = 80 - 32 = 48$$

Então, os segmentos determinados medem 32 cm e 48 cm.

217

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 217)

Figura 9 - Aplicações do teorema de Tales (2022)



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Teorema de Tales nos triângulos

Para auxiliar os estudantes na compreensão do conteúdo desta página, pode-se propor mais um exemplo a respeito do teorema de Tales em triângulos, conforme sugerido a seguir.

- Em um triângulo ABC, uma reta r paralela ao lado $\overline{BC}$, vai dividir o lado $\overline{AB}$ em dois segmentos cujas medidas são 20 cm e 30 cm. Sabendo que o lado $\overline{AC}$ mede 80 cm, vamos obter as medidas dos segmentos determinados pela reta r nesse lado $\overline{AC}$. Pelo enunciado do problema, temos a figura a seguir, em que x e y são as medidas dos segmentos determinados em $\overline{AC}$ pela reta r.

De acordo com o teorema de Tales nos triângulos, temos:

$$\frac{20+30}{20} = \frac{x+y}{x}$$

Como $x + y = 80$, temos:

$$\frac{50}{20} = \frac{80}{x}$$

$$50x = 1600$$

$$x = \frac{1600}{50}$$

$$x = 32$$

Sabendo que $x + y = 80$, determinamos y:

$$y = 80 - x$$

$$y = 80 - 32 = 48$$

Então, os segmentos determinados medem 32 cm e 48 cm.

TEOREMA DE TALES NOS TRIÂNGULOS

No $\triangle ABC$ da figura, traçamos uma reta r, paralela ao lado $\overline{BC}$. Assim, a reta r corta os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ nos pontos M e P, respectivamente.

Se traçarmos pelo vértice A uma reta s, paralela à reta r, obteremos três retas paralelas ($\overline{BC}$, r e s) e duas transversais ($\overline{AB}$ e $\overline{AC}$).

$r // s // \overline{BC}$

Pelo teorema de Tales, $\frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PC}$

Toda reta paralela a um lado de um triângulo que encontra os outros dois lados em pontos distintos determina, sobre esses dois lados, segmentos proporcionais.

Se $\overline{MP} // \overline{BC}$, então $\frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PC}$

Acompanhe a situação a seguir.

Na figura a seguir, $\overline{RS} // \overline{BC}$. Vamos determinar a medida de x.

Aplicando o teorema de Tales no triângulo, temos:

$\frac{2x}{x} = \frac{x+4}{x+1}$, em que $x \neq 0$ e $x \neq -1$.

$2x(x + 1) = x(x + 4) \Rightarrow x^2 - 2x = 0$

$x = 0$ ou $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

Como $x = 0$ deve ser desconsiderado nesse caso, então $x = 2$.

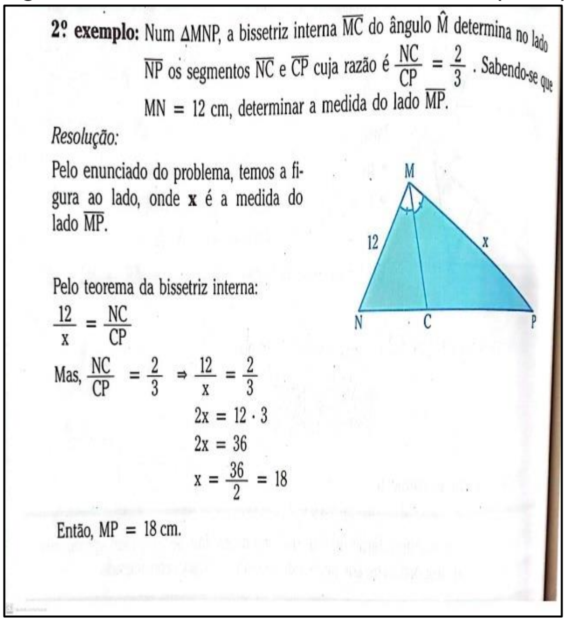
SAIBA QUE

As medidas dos lados de triângulos devem ser sempre maiores do que zero. Assim, quando encontrarmos valores menores ou iguais a zero para essas medidas, devemos desconsiderá-los.

156

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 156)

Figura 10 – Teorema da Bissetriz interna (1992)



2º exemplo: Num $\triangle MNP$, a bissetriz interna $\overline{MC}$ do ângulo $\hat{M}$ determina no lado $\overline{NP}$ os segmentos $\overline{NC}$ e $\overline{CP}$ cuja razão é $\frac{NC}{CP} = \frac{2}{3}$. Sabendo-se que $MN = 12$ cm, determinar a medida do lado $\overline{MP}$.

Resolução:

Pelo enunciado do problema, temos a figura ao lado, onde **x** é a medida do lado $\overline{MP}$.

Pelo teorema da bissetriz interna:

$$\frac{12}{x} = \frac{NC}{CP}$$

Mas, $\frac{NC}{CP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{2}{3}$

$$2x = 12 \cdot 3$$

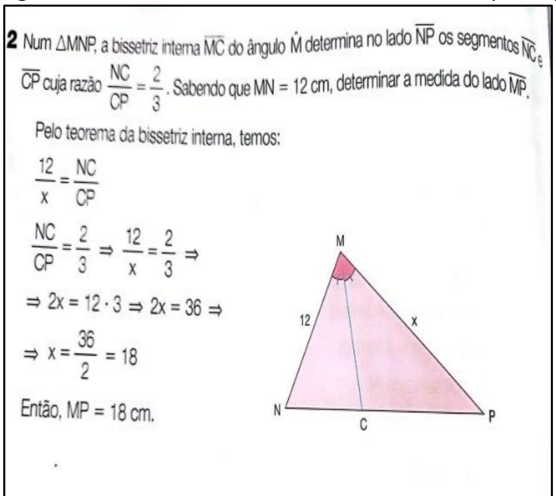
$$2x = 36$$

$$x = \frac{36}{2} = 18$$

Então, $MP = 18$ cm.

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 152)

Figura 11 – Teorema da Bissetriz interna (2002)



2 Num $\triangle MNP$, a bissetriz interna $\overline{MC}$ do ângulo $\hat{M}$ determina no lado $\overline{NP}$ os segmentos $\overline{NC}$ e $\overline{CP}$ cuja razão $\frac{NC}{CP} = \frac{2}{3}$. Sabendo que $MN = 12$ cm, determinar a medida do lado $\overline{MP}$.

Pelo teorema da bissetriz interna, temos:

$$\frac{12}{x} = \frac{NC}{CP}$$

$$\frac{NC}{CP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

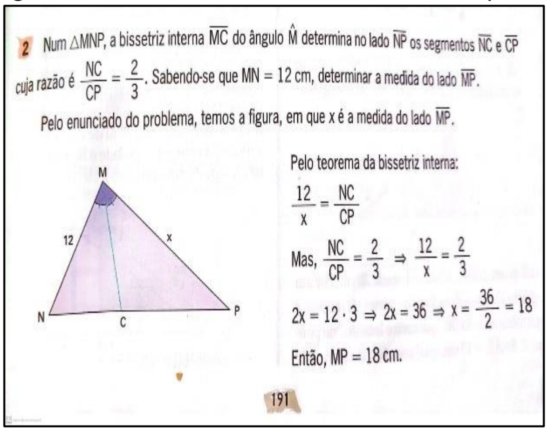
$$\Rightarrow 2x = 12 \cdot 3 \Rightarrow 2x = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{36}{2} = 18$$

Então, $MP = 18$ cm.

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 191)

Figura 12 – Teorema da Bissetriz interna (2012)


2 Num $\triangle MNP$, a bissetriz interna $\overline{MC}$ do ângulo $\hat{M}$ determina no lado $\overline{NP}$ os segmentos $\overline{NC}$ e $\overline{CP}$ cuja razão é $\frac{NC}{CP} = \frac{2}{3}$. Sabendo-se que MN = 12 cm, determinar a medida do lado $\overline{MP}$.

Pelo enunciado do problema, temos a figura, em que x é a medida do lado $\overline{MP}$.

Pelo teorema da bissetriz interna:

$$\frac{12}{x} = \frac{NC}{CP}$$

Mas, $\frac{NC}{CP} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{2}{3}$

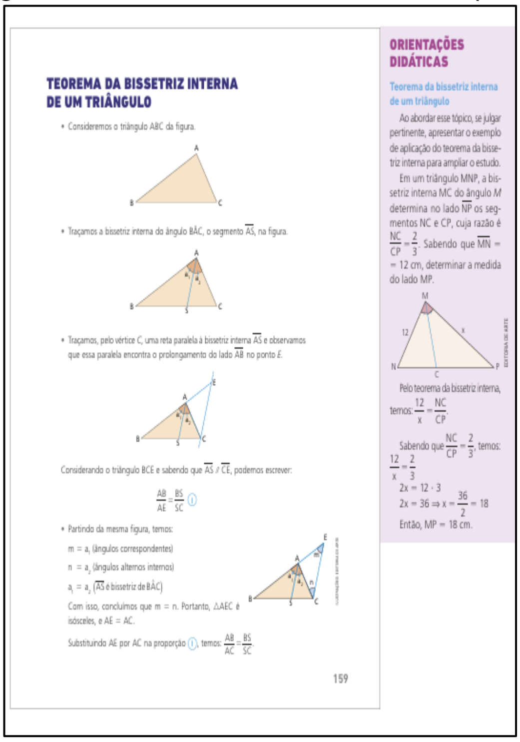
$2x = 12 \cdot 3 \Rightarrow 2x = 36 \Rightarrow x = \frac{36}{2} = 18$

Então, MP = 18 cm.

191

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 220)

Figura 13 – Teorema da Bissetriz interna (2022)

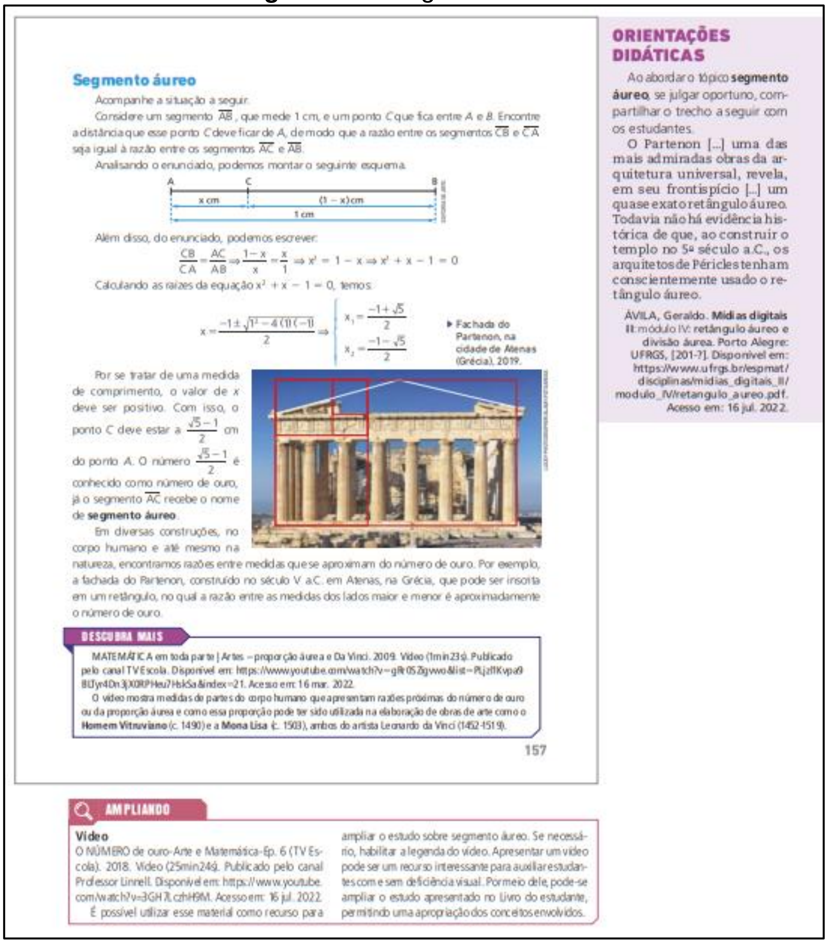


Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 156)

No exemplar de 2022, diferente das anteriores, inclui uma página dedicada ao tópico do Segmento áureo. Nessa seção, é apresentada a fachada do Partenon, destacando-o como uma das obras mais admiradas da arquitetura universal. Abaixo segue a Figura 14.

O texto explora o frontispício do templo, que forma um retângulo áureo, explicando que essa proporção também pode ser encontrada em diversas construções, no corpo humano e até na natureza. O objetivo é mostrar como as razões que se aproximam do número de ouro estão presentes em diferentes contextos, reforçando a aplicação do conceito matemático em cenários históricos e naturais.

Figura 14 – Segmento áureo


Segmento áureo

Acompanhe a situação a seguir.

Considere um segmento $\overline{AB}$, que mede 1 cm, e um ponto C que fica entre A e B. Encontre a distância que esse ponto C deve ficar de A, de modo que a razão entre os segmentos $\overline{CB}$ e $\overline{CA}$ seja igual à razão entre os segmentos $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$.

Analisando o enunciado, podemos montar o seguinte esquema.

Além disso, do enunciado, podemos escrever:

$$\frac{CB}{CA} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1-x}{x} = \frac{x}{1} \Rightarrow x^2 = 1 - x \Rightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

Calculando as raízes da equação $x^2 + x - 1 = 0$, temos:

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(1)(-1)}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

Por se tratar de uma medida de comprimento, o valor de x deve ser positivo. Com isso, o ponto C deve estar a $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ cm do ponto A. O número $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ é conhecido como número de ouro, já o segmento $\overline{AC}$ recebe o nome de **segmento áureo**.

Em diversas construções, no corpo humano e até mesmo na natureza, encontramos razões entre medidas que se aproximam do número de ouro. Por exemplo, a fachada do Partenon, construído no século V a.C. em Atenas, na Grécia, que pode ser inscrita em um retângulo, no qual a razão entre as medidas dos lados maior e menor é aproximadamente o número de ouro.

▸ Fachada do Partenon, na cidade de Atenas (Grécia), 2019.

DESCUBRA MAIS

MATEMÁTICA em toda parte | Artes – proporção áurea e Da Vinci. 2009. Vídeo (1min23s). Publicado pelo canal TV Escola. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=gRr0SZgwvo&list=PLj2fIKvpa9BlJyr4Dn3jX0RPHeu7HskSa&index=21. Acesso em: 16 mar. 2022.

O vídeo mostra medidas de partes do corpo humano que apresentam razões próximas do número de ouro ou da proporção áurea e como essa proporção pode ter sido utilizada na elaboração de obras de arte como o **Homem Vitruviano** (c. 1490) e a **Mona Lisa** (c. 1503), ambos do artista Leonardo da Vinci (1452-1519).

157

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Ao abordar o tópico **segmento áureo**, se julgar oportuno, compartilhar o trecho a seguir com os estudantes.

O Partenon [...] uma das mais admiradas obras da arquitetura universal, revela, em seu frontispício [...] um quase exato retângulo áureo. Todavia não há evidência histórica de que, ao construir o templo no 5º século a.C., os arquitetos de Péricles tenham conscientemente usado o retângulo áureo.

ÁVILA, Geraldo. **Mídias digitais II**: módulo IV: retângulo áureo e divisão áurea. Porto Alegre: UFRGS, [201-?]. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_IV/retangulo_aureo.pdf. Acesso em: 16 jul. 2022.

AMPLIANDO

Vídeo

O NÚMERO de ouro-Arte e Matemática-Ep. 6 (TV Escola). 2018. Vídeo (25min24s). Publicado pelo canal Professor Linnell. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=3GH7LczhH9M. Acesso em: 16 jul. 2022.

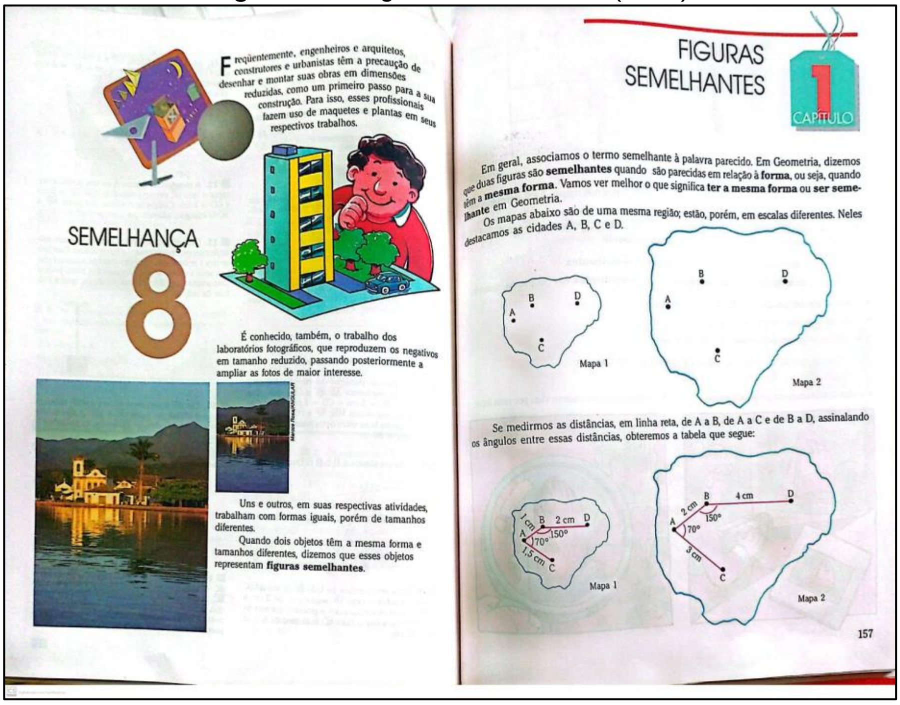
É possível utilizar esse material como recurso para ampliar o estudo sobre segmento áureo. Se necessário, habilitar a legenda do vídeo. Apresentar um vídeo pode ser um recurso interessante para auxiliar estudantes com e sem deficiência visual. Por meio dele, pode-se ampliar o estudo apresentado no Livro do estudante, permitindo uma apropriação dos conceitos envolvidos.

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 157)

No início dos capítulos de Figuras e Polígonos Semelhantes todos os exemplares apresentam o conteúdo de forma análoga, os exemplares anteriores ao de 2022 expõem algumas observações mais detalhadas que não estão presentes no exemplar mais recente (Figuras 15, 16, 17 e 18).

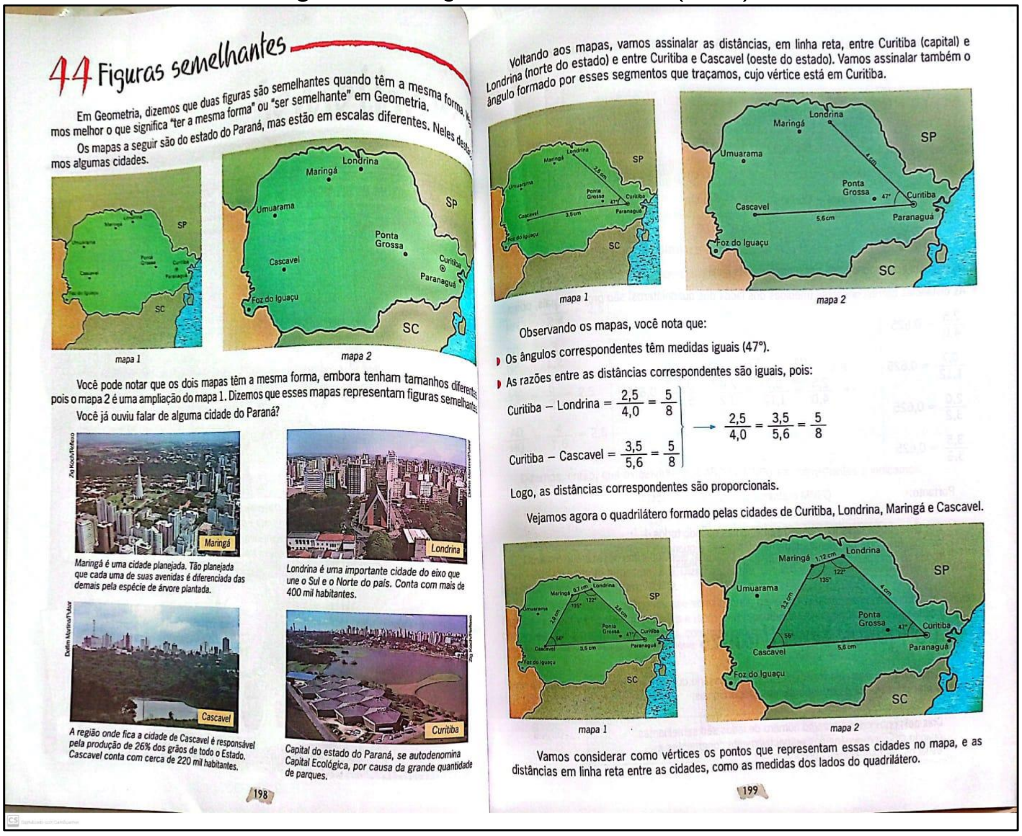
Observa-se um aprimoramento das ilustrações na cronologia dos exemplares, para se aproximarem de situações reais. A distância entre pontos A, B e C de uma região genérica, passam a ser inseridos em um contexto de um mapa de um estado brasileiro (Paraná) e os pontos passam a ser cidades. As distâncias entre as cidades se mantem proporcionais de acordo com o tamanho das figuras semelhantes, enquanto os ângulos se mantem inalterados.

Figura 15 – Figuras semelhantes (1992)



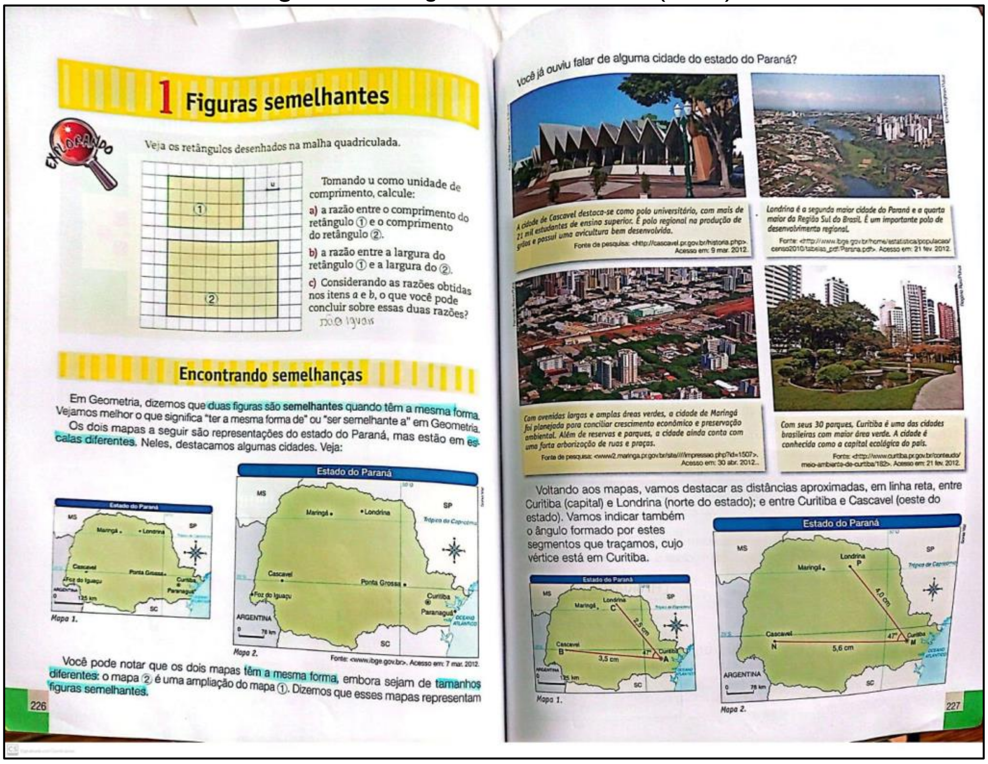
Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 156 e 157)

Figura 16 – Figuras semelhantes (2002)



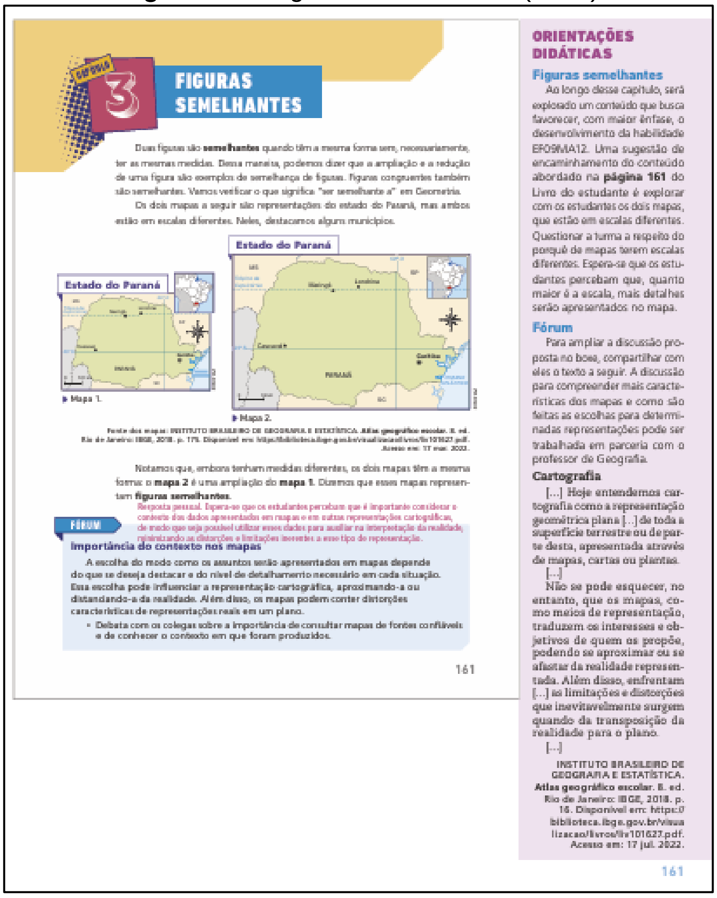
Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 198 e 199)

Figura 17 – Figuras semelhantes (2012)



Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 226 e 227)

Figura 18 – Figuras semelhantes (2022)

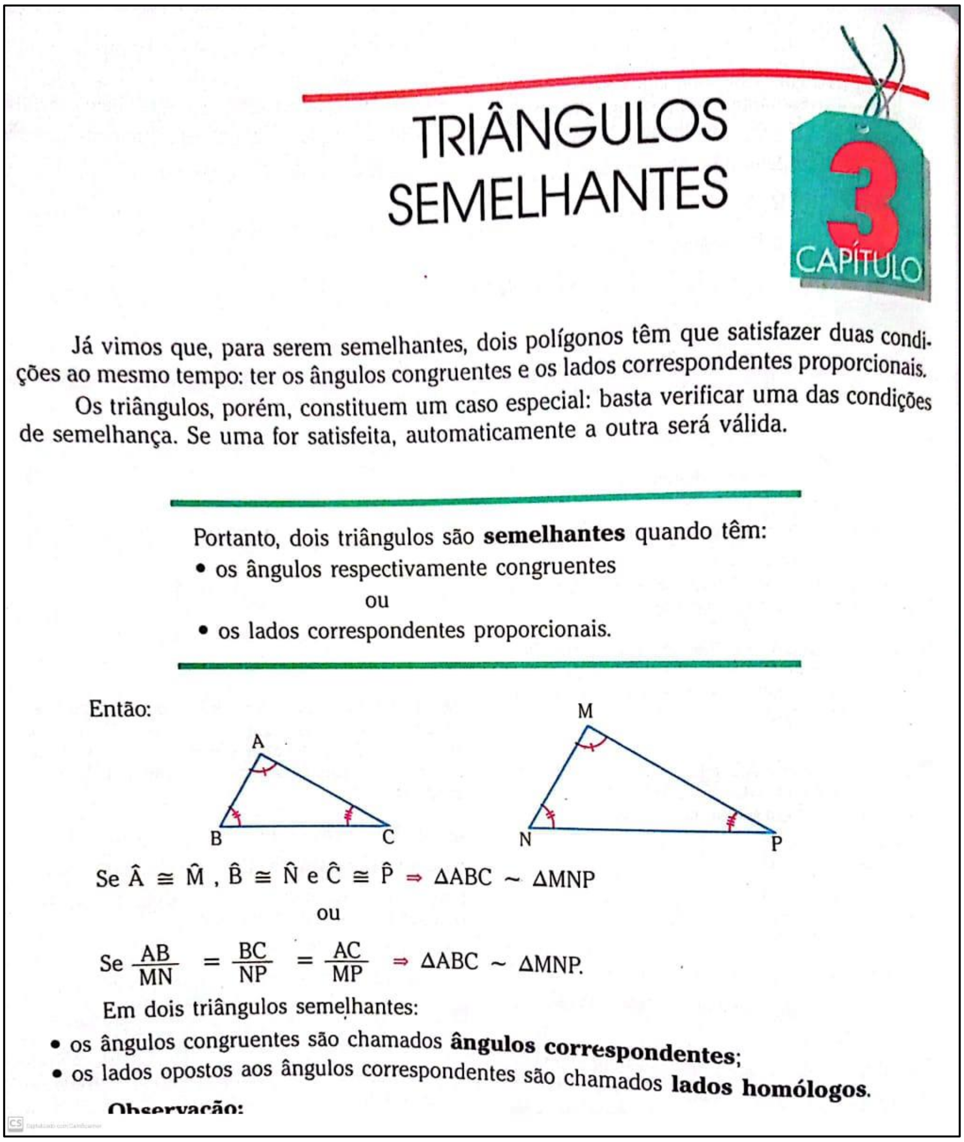


Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 161)

No capítulo destinado ao conteúdo de Triângulos Semelhantes, os livros 2012 e 2022 permanecem com a abordagem do conteúdo explorando os mapas do estado do Paraná em escalas diferentes, para verificação das condições de semelhança os triângulos são sobrepostos aos mapas, onde cada vértice corresponde a uma cidade respeitando a escala e apresentando ao aluno as condições de semelhança entre triângulos com diferentes tamanhos (Figuras 21 e 22). E nos livros 1992 e 2002 (Figuras 19 e 20) o conteúdo é exposto apresentando triângulos não correlacionados a mapas ou outras situações que aproximem a realidade dos alunos.

Alguns exemplos que foram apresentados nas três primeiras, na edição de 2022, aparecem apenas como sugestões no manual do professor, proposto para auxiliar os estudantes no entendimento do conceito de triângulos semelhantes.

Figura 19 – Triângulos semelhantes (1992)



TRIÂNGULOS SEMELHANTES

3 CAPÍTULO

Já vimos que, para serem semelhantes, dois polígonos têm que satisfazer duas condições ao mesmo tempo: ter os ângulos congruentes e os lados correspondentes proporcionais.

Os triângulos, porém, constituem um caso especial: basta verificar uma das condições de semelhança. Se uma for satisfeita, automaticamente a outra será válida.

Portanto, dois triângulos são **semelhantes** quando têm:

- os ângulos respectivamente congruentes

ou

- os lados correspondentes proporcionais.

Então:

Se $\hat{A} \cong \hat{M}$, $\hat{B} \cong \hat{N}$ e $\hat{C} \cong \hat{P} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP$

ou

Se $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNP.$

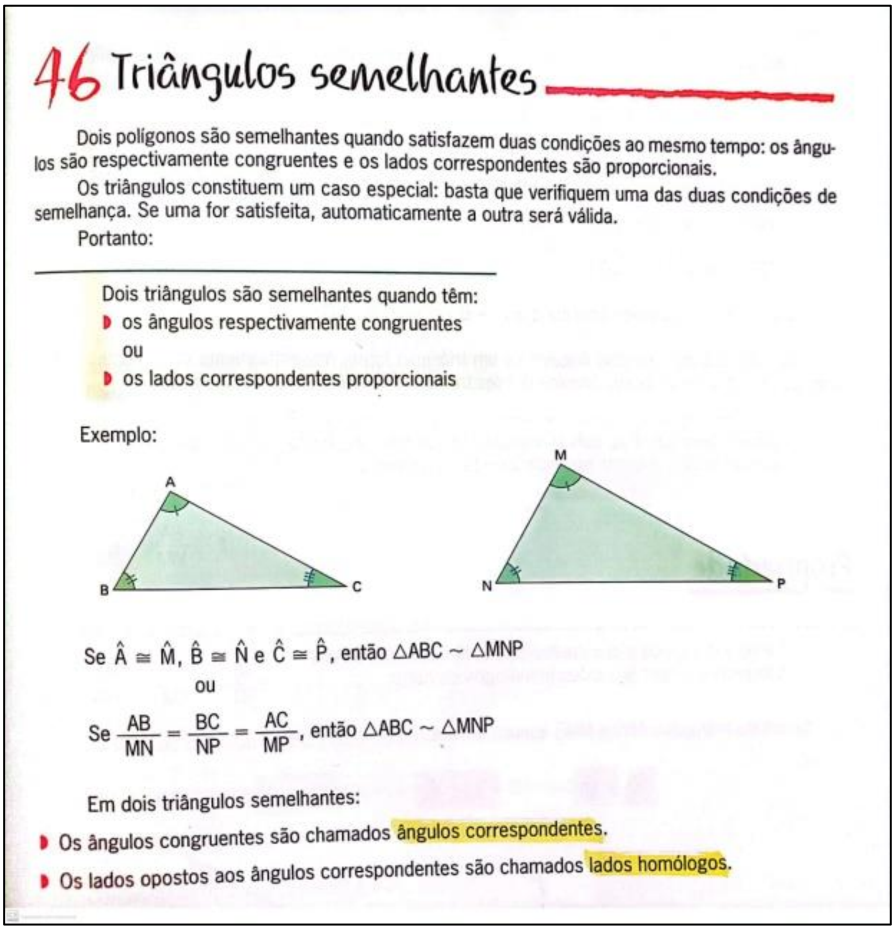
Em dois triângulos semelhantes:

- os ângulos congruentes são chamados **ângulos correspondentes**;
- os lados opostos aos ângulos correspondentes são chamados **lados homólogos**.

Observação:

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 166)

Figura 20 – Triângulos semelhantes (2002)



46 Triângulos semelhantes

Dois polígonos são semelhantes quando satisfazem duas condições ao mesmo tempo: os ângulos são respectivamente congruentes e os lados correspondentes são proporcionais.

Os triângulos constituem um caso especial: basta que verifiquem uma das duas condições de semelhança. Se uma for satisfeita, automaticamente a outra será válida.

Portanto:

Dois triângulos são semelhantes quando têm:
- os ângulos respectivamente congruentes

ou
- os lados correspondentes proporcionais

Exemplo:

Se $\hat{A} \cong \hat{M}$, $\hat{B} \cong \hat{N}$ e $\hat{C} \cong \hat{P}$, então $\triangle ABC \sim \triangle MNP$

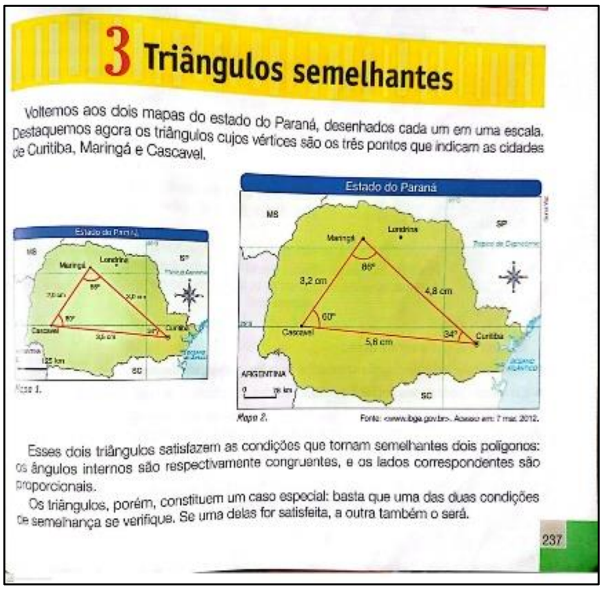
ou

Se $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP}$, então $\triangle ABC \sim \triangle MNP$

Em dois triângulos semelhantes:
- Os ângulos congruentes são chamados ângulos correspondentes.
- Os lados opostos aos ângulos correspondentes são chamados lados homólogos.

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 209)

Figura 21 – Triângulos semelhantes (2012)



3 Triângulos semelhantes

Voltemos aos dois mapas do estado do Paraná, desenhados cada um em uma escala. Destaquemos agora os triângulos cujos vértices são os três pontos que indicam as cidades de Curitiba, Maringá e Cascavel.

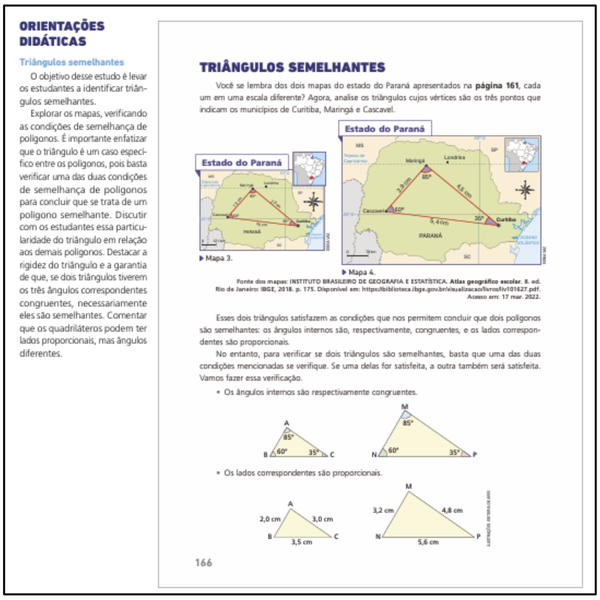
Esses dois triângulos satisfazem as condições que tornam semelhantes dois polígonos: os ângulos internos são respectivamente congruentes, e os lados correspondentes são proporcionais.

Os triângulos, porém, constituem um caso especial: basta que uma das duas condições de semelhança se verifique. Se uma delas for satisfeita, a outra também o será.

237

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 237)

Figura 22 – Triângulos semelhantes (2022)



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Triângulos semelhantes

O objetivo desse estudo é levar os estudantes a identificar triângulos semelhantes.

Explorar os mapas, verificando as condições de semelhança de polígonos. É importante enfatizar que o triângulo é um caso específico entre os polígonos, pois basta verificar uma das duas condições de semelhança de polígonos para concluir que se trata de um polígono semelhante. Discutir com os estudantes essa particularidade do triângulo em relação aos demais polígonos. Destacar a rigidez do triângulo e a garantia de que, se dois triângulos tiverem os três ângulos correspondentes congruentes, necessariamente eles são semelhantes. Comentar que os quadriláteros podem ter lados proporcionais, mas ângulos diferentes.

TRIÂNGULOS SEMELHANTES

Você se lembra dos dois mapas do estado do Paraná apresentados na **página 161**, cada um em uma escala diferente? Agora, analise os triângulos cujos vértices são os três pontos que indicam os municípios de Curitiba, Maringá e Cascavel.

Fonte dos mapas: INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Atlas geográfico escolar.** 8. ed. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. p. 175. Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101627.pdf. Acesso em: 17 mar. 2022.

Esses dois triângulos satisfazem as condições que nos permitem concluir que dois polígonos são semelhantes: os ângulos internos são, respectivamente, congruentes, e os lados correspondentes são proporcionais.

No entanto, para verificar se dois triângulos são semelhantes, basta que uma das duas condições mencionadas se verifique. Se uma delas for satisfeita, a outra também será satisfeita. Vamos fazer essa verificação.

- Os ângulos internos são respectivamente congruentes.

- Os lados correspondentes são proporcionais.

166

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 166)

Nesta sessão destaca-se que há um aprimoramento das ilustrações e das correlações apresentadas aos alunos na cronologia dos exemplares de 1992, 2002 e 2012. Nesta última (2012) a proporção e semelhança entre figuras é trabalhada de forma abstrata, com recurso de malhas quadriculadas e em situações reais, ângulos formados por duas retas fazem parte das ilustrações. Parte dessas informações são suprimidas das ilustrações no exemplar de 2022, sendo presentes apenas na versão do professor, compondo o quadro de orientações didáticas.

3.4 Relações Métricas no Triângulo Retângulo

Em consonância com as orientações didáticas propostas no Manual do Professor da edição de 2022, esta seção tem como foco o desenvolvimento das competências gerais 1, 2 e 7, bem como das competências específicas 1, 2, 4 e 8.

São abordados como objetos do conhecimento as relações métricas no triângulo retângulo, o Teorema de Pitágoras, suas verificações experimentais e demonstração, além de conteúdos subsequentes, como retas paralelas cortadas por transversais e os teoremas de proporcionalidade. As habilidades (EF09MA13) e (EF09MA14) também fundamentam a análise comparativa entre os exemplares.

Em todos os exemplares os conceitos e conteúdos são abordados de forma semelhante, nas exemplificações foram encontradas poucas mudanças nos quais um ou outro exemplo é mais contextualizado, mas nada muito diferente. Nos livros 1992 e 2002 na abertura da unidade são expostas figuras com mosaicos mencionando o contexto histórico presente nas culturas mais antigas e trazendo suas importantes relações na geometria (Figuras 23 e 24). Nos livros mais recentes da coleção (edições de 2012 e 2022), utilizando o mesmo modelo de mosaicos, foi desenvolvido um exemplo que explora um quadro didático (Figura 25 e 26).

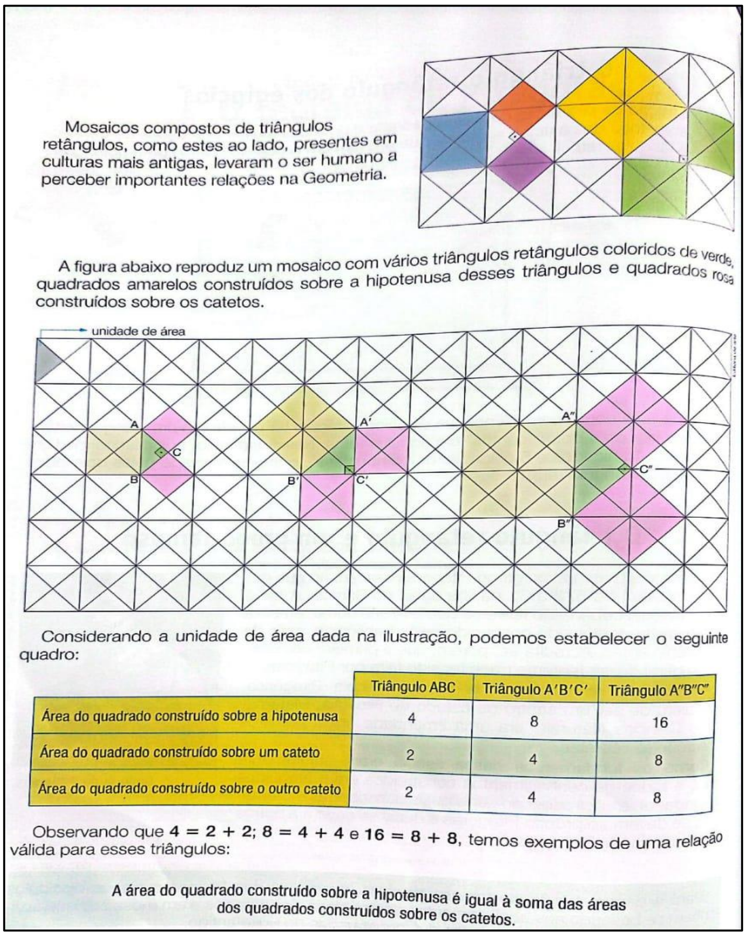
Figura 23 – Relações Métricas no Triângulos Retângulo (1992)

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 177)

Figura 24 – Relações Métricas no Triângulos Retângulo (2002)

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 222 e 223)

Figura 25 – Relações Métricas no Triângulos Retângulo (2012)



Mosaicos compostos de triângulos retângulos, como estes ao lado, presentes em culturas mais antigas, levaram o ser humano a perceber importantes relações na Geometria.

A figura abaixo reproduz um mosaico com vários triângulos retângulos coloridos de verde, quadrados amarelos construídos sobre a hipotenusa desses triângulos e quadrados rosa construídos sobre os catetos.

Considerando a unidade de área dada na ilustração, podemos estabelecer o seguinte quadro:

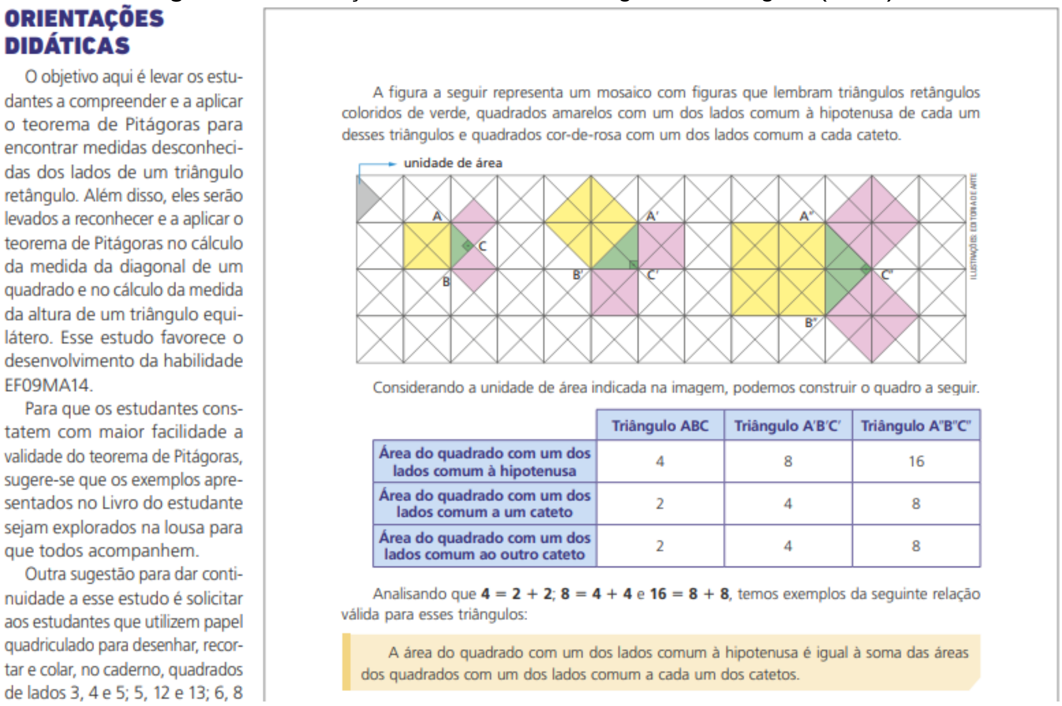
	Triângulo ABC	Triângulo A′B′C′	Triângulo A″B″C″
Área do quadrado construído sobre a hipotenusa	4	8	16
Área do quadrado construído sobre um cateto	2	4	8
Área do quadrado construído sobre o outro cateto	2	4	8

Observando que **4 = 2 + 2**; **8 = 4 + 4** e **16 = 8 + 8**, temos exemplos de uma relação válida para esses triângulos:

A área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 256)

Figura 26 – Relações Métricas no Triângulos Retângulo (2022)



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O objetivo aqui é levar os estudantes a compreender e a aplicar o teorema de Pitágoras para encontrar medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo. Além disso, eles serão levados a reconhecer e a aplicar o teorema de Pitágoras no cálculo da medida da diagonal de um quadrado e no cálculo da medida da altura de um triângulo equilátero. Esse estudo favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA14.

Para que os estudantes constatem com maior facilidade a validade do teorema de Pitágoras, sugere-se que os exemplos apresentados no Livro do estudante sejam explorados na lousa para que todos acompanhem.

Outra sugestão para dar continuidade a esse estudo é solicitar aos estudantes que utilizem papel quadriculado para desenhar, recortar e colar, no caderno, quadrados de lados 3, 4 e 5; 5, 12 e 13; 6, 8

A figura a seguir representa um mosaico com figuras que lembram triângulos retângulos coloridos de verde, quadrados amarelos com um dos lados comum à hipotenusa de cada um desses triângulos e quadrados cor-de-rosa com um dos lados comum a cada cateto.

Considerando a unidade de área indicada na imagem, podemos construir o quadro a seguir.

	Triângulo ABC	Triângulo A'B'C'	Triângulo A"B"C"
Área do quadrado com um dos lados comum à hipotenusa	4	8	16
Área do quadrado com um dos lados comum a um cateto	2	4	8
Área do quadrado com um dos lados comum ao outro cateto	2	4	8

Analisando que **4 = 2 + 2**; **8 = 4 + 4** e **16 = 8 + 8**, temos exemplos da seguinte relação válida para esses triângulos:

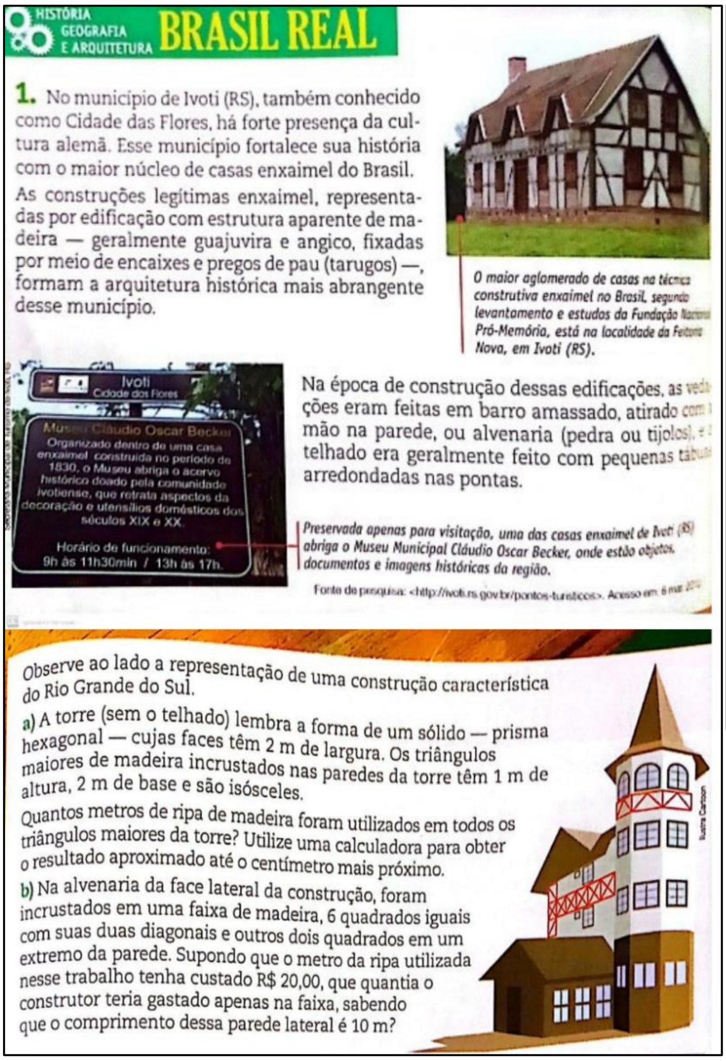
A área do quadrado com um dos lados comum à hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados com um dos lados comum a cada um dos catetos.

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 208)

O propósito é instruir os estudantes na aplicação do Teorema de Pitágoras para calcular medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo. De modo complementar, o exemplo sugere situações práticas, como o cálculo da diagonal de um quadrado, a determinação da altura de triângulos isósceles e retângulos, a correspondência entre os ângulos e as relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por transversais, propiciando o desenvolvimento da habilidade (EF09MA14) conforme descrito na BNCC.

Por meio da seção "Por Toda Parte" é explanado um contexto histórico da arquitetura Enxaimel, adicionada como forma de encerrar o conteúdo nas edições 2012 e 2022. Esse tema foi escolhido para contextualizar e aplicar os conhecimentos aprendidos, mostrando como as relações métricas podem ser observadas na prática em construções históricas (Figuras 27 e 28).

Figura 27 – Arquitetura enxaimel (2012



HISTÓRIA GEOGRAFIA E ARQUITETURA **BRASIL REAL**

1. No município de Ivoti (RS), também conhecido como Cidade das Flores, há forte presença da cultura alemã. Esse município fortalece sua história com o maior núcleo de casas enxaimel do Brasil.

As construções legítimas enxaimel, representadas por edificação com estrutura aparente de madeira — geralmente guajuvira e angico, fixadas por meio de encaixes e pregos de pau (tarugos) —, formam a arquitetura histórica mais abrangente desse município.

O maior aglomerado de casas na técnica construtiva enxaimel no Brasil, segundo levantamento e estudos da Fundação Nacional Pró-Memória, está na localidade da Feitoria Nova, em Ivoti (RS).

Na época de construção dessas edificações, as vedações eram feitas em barro amassado, atirado com a mão na parede, ou alvenaria (pedra ou tijolos), e o telhado era geralmente feito com pequenas tábuas arredondadas nas pontas.

Preservada apenas para visitação, uma das casas enxaimel de Ivoti (RS) abriga o Museu Municipal Cláudio Oscar Becker, onde estão objetos, documentos e imagens históricas da região.

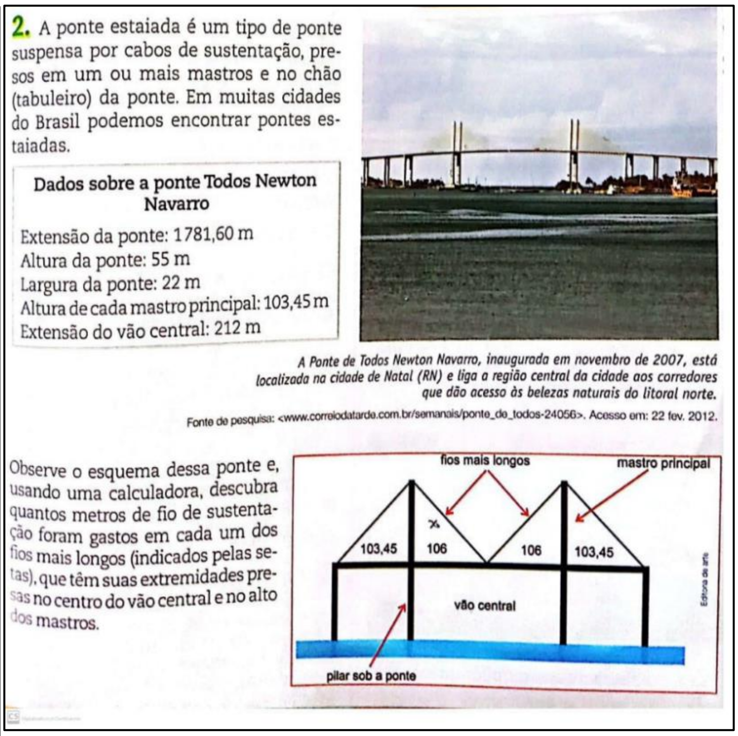
Fonte de pesquisa: <http://ivoti.rs.gov.br/pontos-turisticos>. Acesso em: 6 mar. 2012.

Observe ao lado a representação de uma construção característica do Rio Grande do Sul.

a) A torre (sem o telhado) lembra a forma de um sólido — prisma hexagonal — cujas faces têm 2 m de largura. Os triângulos maiores de madeira incrustados nas paredes da torre têm 1 m de altura, 2 m de base e são isósceles.

Quantos metros de ripa de madeira foram utilizados em todos os triângulos maiores da torre? Utilize uma calculadora para obter o resultado aproximado até o centímetro mais próximo.

b) Na alvenaria da face lateral da construção, foram incrustados em uma faixa de madeira, 6 quadrados iguais com suas duas diagonais e outros dois quadrados em um extremo da parede. Supondo que o metro da ripa utilizada nesse trabalho tenha custado R$ 20,00, que quantia o construtor teria gastado apenas na faixa, sabendo que o comprimento dessa parede lateral é 10 m?



2. A ponte estaiada é um tipo de ponte suspensa por cabos de sustentação, presos em um ou mais mastros e no chão (tabuleiro) da ponte. Em muitas cidades do Brasil podemos encontrar pontes estaiadas.

Dados sobre a ponte Todos Newton Navarro

Extensão da ponte: 1781,60 m
Altura da ponte: 55 m
Largura da ponte: 22 m
Altura de cada mastro principal: 103,45 m
Extensão do vão central: 212 m

A Ponte de Todos Newton Navarro, inaugurada em novembro de 2007, está localizada na cidade de Natal (RN) e liga a região central da cidade aos corredores que dão acesso às belezas naturais do litoral norte.

Fonte de pesquisa: <www.correiodatarde.com.br/semanais/ponte_de_todos-24056>. Acesso em: 22 fev. 2012.

Observe o esquema dessa ponte e, usando uma calculadora, descubra quantos metros de fio de sustentação foram gastos em cada um dos fios mais longos (indicados pelas setas), que têm suas extremidades presas no centro do vão central e no alto dos mastros.

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 272 e 273)

Figura 28 – Arquitetura enxaimel (2022)

POR TODA PARTE

ARQUITETURA ENXAIMEL

A arquitetura enxaimel, presente em diversas construções na Região Sul brasileira, representa a influência da cultura alemã no Brasil. Leia, a seguir, o trecho de um texto sobre essa arquitetura.

▸ Castelinho Caracol, construído entre 1913 e 1915 no município de Canela (RS), 2019, é um exemplo de arquitetura enxaimel.

A técnica enxaimel, ou Fachwerk, é um padrão arquitetônico atribuído historicamente às regiões germânicas da Europa central. Segundo Weimer (2005) o Fachwerkbau designa um padrão construtivo centenário, originário da sociedade feudal, em que as paredes são estruturadas por um tramado de madeira onde as peças horizontais, verticais e inclinadas são encaixadas entre si em que os tramos são posteriormente preenchidos com taipa, adobe, pedra, tijolos [...] etc.

FRANZEN, Douglas Orestes; EIDT, Simone; TESSING, Daniele. A arquitetura enxaimel: identidade, memória e dimensão patrimonial em Itapiranga/SC. **Revista de Arquitetura IMED**, Passo Fundo, v. 7, n. 1, p. 5-27, jan./jun. 2018. Disponível em: https://seer.imed.edu.br/index.php/arqimed/article/view/2558/1867. Acesso em: 28 mar. 2022.

Analise a representação de uma construção baseada na arquitetura enxaimel, em que a torre (sem o telhado) lembra a forma de um prisma hexagonal cujas faces têm 2 m de largura. A estrutura de madeira destacada na figura lembra um triângulo isósceles com 1 m de altura e 2 m de base.

▸ Representação de construção baseada na arquitetura enxaimel.

Responda às questões no caderno.

1. Quantos metros de ripa de madeira foram utilizados em todas as estruturas triangulares da torre como a destacada na figura? Utilize uma calculadora para obter o resultado aproximado até o centímetro. Aproximadamente 28,97 m.
2. Elabore um problema a partir da representação da construção e peça a um colega que o resolva, enquanto você soluciona o problema que ele elaborou. Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.
3. Converse com os colegas e com o professor sobre a importância da preservação dos patrimônios históricos e culturais. Depois, escreva um breve texto sobre o que vocês concluíram.

Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes reconheçam a importância da preservação dos patrimônios históricos e culturais para a construção e valorização da identidade de um povo.

221

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Por toda parte

Nessa seção, aborda-se um pouco sobre a arquitetura enxaimel. Se possível, após a exploração do texto apresentado no Livro do estudante e das questões propostas, solicitar a eles que façam uma pesquisa em busca de mais detalhes sobre esse tipo de construção. Essa pesquisa pode trazer mais repertório, além de possibilitar a eles que valorizem e utilizem **conhecimentos construídos ao longo da história**. Ainda, essa pode ser uma interessante oportunidade para eles interagirem com os pares de maneira **colaborativa** e **respeitosa**, conforme orienta a competência geral 1 e as competências específicas 1 e 8 da área de Matemática. Esse estudo, favorece ainda o desenvolvimento do tema Contemporâneo Transversal Diversidade Cultural. Incentivá-los a falar sobre a importância de reconhecer, valorizar e respeitar a diversidade cultural existente no país, manifestada das mais diversas maneiras, como na arquitetura e nas tradições.

Uma sugestão de encaminhamento para conduzir as questões propostas é solicitar a eles que as respondam no caderno para que depois possam fazer a correção na lousa, de maneira coletiva com a contribuição de toda a turma. Na **atividade 3**, incentivar os estudantes a falar sobre a importância da preservação dos patrimônios históricos e culturais. Se possível, solicitar a eles que busquem mais informações sobre o tema ou apenas compartilhem os conhecimentos com os colegas abrindo um diálogo. Essa discussão pode favorecer o desenvolvimento da competência específica 4 da área de Matemática.

221

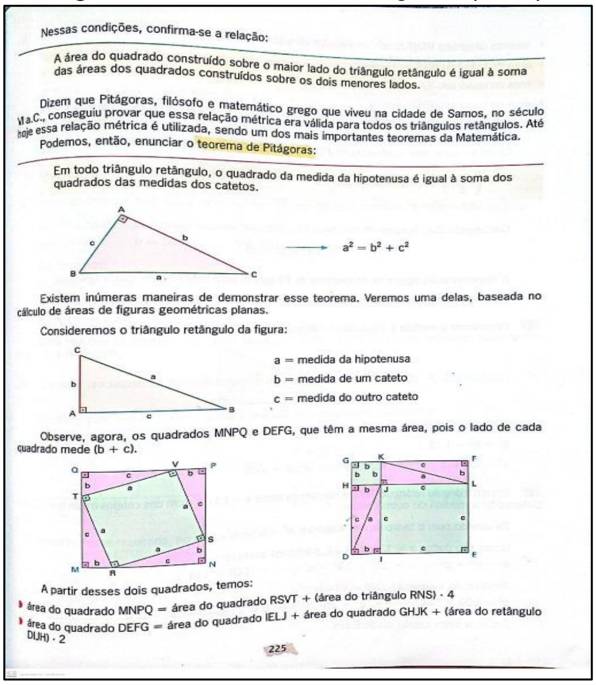
Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 221)

Dessa forma, o tema se apresenta como uma aplicação concreta dos conceitos estudados e contribui para o desenvolvimento do tema de forma contemporânea transversal, valorizando a diversidade cultural estimulando os alunos a compreenderem a importância de reconhecer, valorizar e respeitar as diversas expressões culturais do país, presentes na arquitetura, nos hábitos, nas tradições e nas diferentes formas de viver.

Observou-se que, nas edições anteriores da coleção, a demonstração do Teorema de Pitágoras, com base no cálculo das áreas de figuras planas, era apresentada diretamente no livro do aluno (Figuras 29, 30 e 31). No entanto, na edição de 2022, essa demonstração foi transferida exclusivamente para o manual do professor (Figura 32), aparecendo apenas nas orientações didáticas, o que pode limitar o acesso dos estudantes a esse conteúdo mais aprofundado, especialmente em contextos em que o professor não explore esse recurso complementar em sala de aula.

Essa demonstração contribui para o desenvolvimento da habilidade (EF09MA13).

Figura 29 – Teorema de Pitágoras (1992)



Nessas condições, confirma-se a relação:

A área do quadrado construído sobre o maior lado do triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os dois menores lados.

Dizem que Pitágoras, filósofo e matemático grego que viveu na cidade de Samos, no século VI a.C., conseguiu provar que essa relação métrica era válida para todos os triângulos retângulos. Até hoje essa relação métrica é utilizada, sendo um dos mais importantes teoremas da Matemática.

Podemos, então, enunciar o teorema de Pitágoras:

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$

Existem inúmeras maneiras de demonstrar esse teorema. Veremos uma delas, baseada no cálculo de áreas de figuras geométricas planas.

Consideremos o triângulo retângulo da figura:

a = medida da hipotenusa
b = medida de um cateto
c = medida do outro cateto

Observe, agora, os quadrados MNPQ e DEFG, que têm a mesma área, pois o lado de cada quadrado mede $(b + c)$.

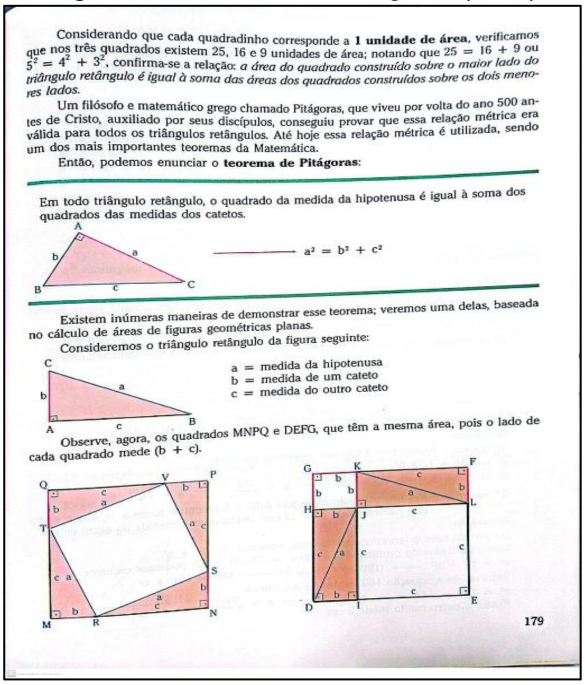
A partir desses dois quadrados, temos:

- área do quadrado MNPQ = área do quadrado RSVT + (área do triângulo RNS) · 4
- área do quadrado DEFG = área do quadrado IELJ + área do quadrado GHJK + (área do retângulo DIJH) · 2

225

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 178)

Figura 30 - Teorema de Pitágoras (2002)



Considerando que cada quadradinho corresponde a **1 unidade de área**, verificamos que nos três quadrados existem 25, 16 e 9 unidades de área; notando que $25 = 16 + 9$ ou $5^2 = 4^2 + 3^2$, confirma-se a relação: *a área do quadrado construído sobre o maior lado do triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os dois menores lados.*

Um filósofo e matemático grego chamado Pitágoras, que viveu por volta do ano 500 antes de Cristo, auxiliado por seus discípulos, conseguiu provar que essa relação métrica era válida para todos os triângulos retângulos. Até hoje essa relação métrica é utilizada, sendo um dos mais importantes teoremas da Matemática.

Então, podemos enunciar o **teorema de Pitágoras**:

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$

Existem inúmeras maneiras de demonstrar esse teorema; veremos uma delas, baseada no cálculo de áreas de figuras geométricas planas.

Consideremos o triângulo retângulo da figura seguinte:

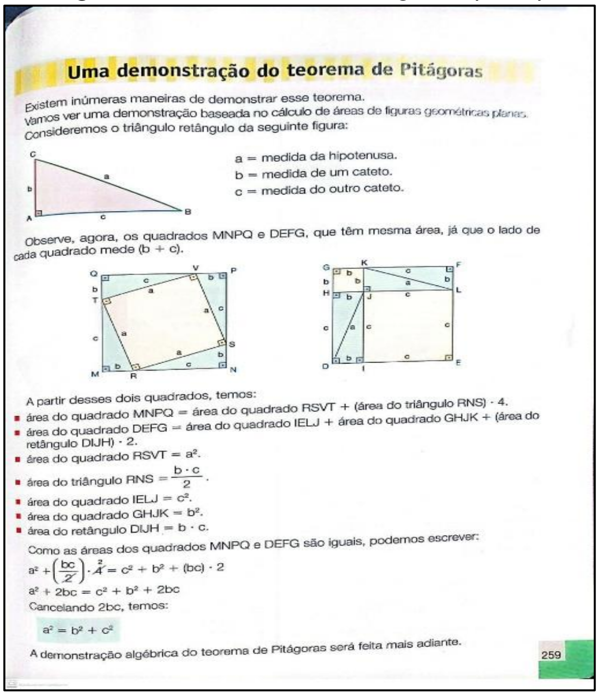
a = medida da hipotenusa
b = medida de um cateto
c = medida do outro cateto

Observe, agora, os quadrados MNPQ e DEFG, que têm a mesma área, pois o lado de cada quadrado mede $(b + c)$.

179

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 225)

Figura 31 – Teorema de Pitágoras (2012)



Uma demonstração do teorema de Pitágoras

Existem inúmeras maneiras de demonstrar esse teorema.
Vamos ver uma demonstração baseada no cálculo de áreas de figuras geométricas planas.
Consideremos o triângulo retângulo da seguinte figura:

a = medida da hipotenusa.
b = medida de um cateto.
c = medida do outro cateto.

Observe, agora, os quadrados MNPQ e DEFG, que têm mesma área, já que o lado de cada quadrado mede (b + c).

A partir desses dois quadrados, temos:
- área do quadrado MNPQ = área do quadrado RSVT + (área do triângulo RNS) · 4.
- área do quadrado DEFG = área do quadrado IELJ + área do quadrado GHJK + (área do retângulo DIJH) · 2.
- área do quadrado RSVT = a^2.
- área do triângulo RNS = $\frac{b \cdot c}{2}$.
- área do quadrado IELJ = c^2.
- área do quadrado GHJK = b^2.
- área do retângulo DIJH = b · c.

Como as áreas dos quadrados MNPQ e DEFG são iguais, podemos escrever:

$a^2 + \left(\frac{bc}{\cancel{2}}\right) \cdot \cancel{4}^{2} = c^2 + b^2 + (bc) \cdot 2$

$a^2 + 2bc = c^2 + b^2 + 2bc$

Cancelando 2bc, temos:

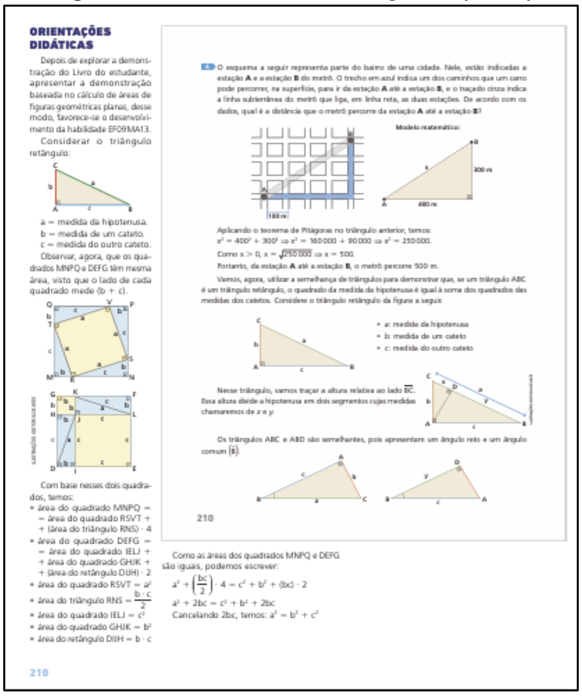
$a^2 = b^2 + c^2$

A demonstração algébrica do teorema de Pitágoras será feita mais adiante.

259

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 259)

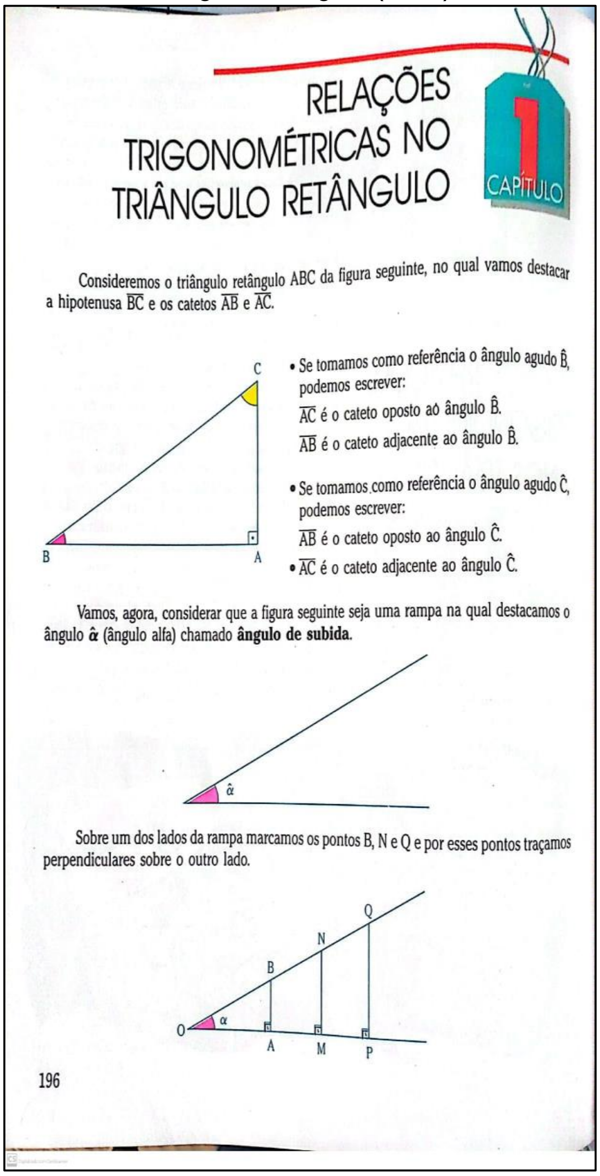
Figura 32 - Teorema de Pitágoras (2022)



Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 210)

O conteúdo de relações trigonométricas nos triângulos é atualmente inserido no início da 1ª série do ensino médio. Contudo, nas edições de 1992, 2002 e 2012, (respectivamente Figuras 33, 34 e 35) os materiais incluem um capítulo dedicado a esse tema, introduzindo alguns conceitos das relações trigonométricas no triângulo retângulo e em um triângulo qualquer, incluindo a tabela de razões trigonométricas e os teoremas dos senos e cossenos, facilitando a transição do estudo geométrico mais básico para aplicações mais avançadas da trigonometria nos anos seguintes.

Figura 33 – Relações trigonométricas no triângulo retângulo (1992)



RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

1 CAPÍTULO

Consideremos o triângulo retângulo ABC da figura seguinte, no qual vamos destacar a hipotenusa $\overline{BC}$ e os catetos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

- Se tomamos como referência o ângulo agudo $\hat{B}$, podemos escrever:
  $\overline{AC}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{B}$.
  $\overline{AB}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{B}$.
- Se tomamos como referência o ângulo agudo $\hat{C}$, podemos escrever:
  $\overline{AB}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{C}$.
- $\overline{AC}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{C}$.

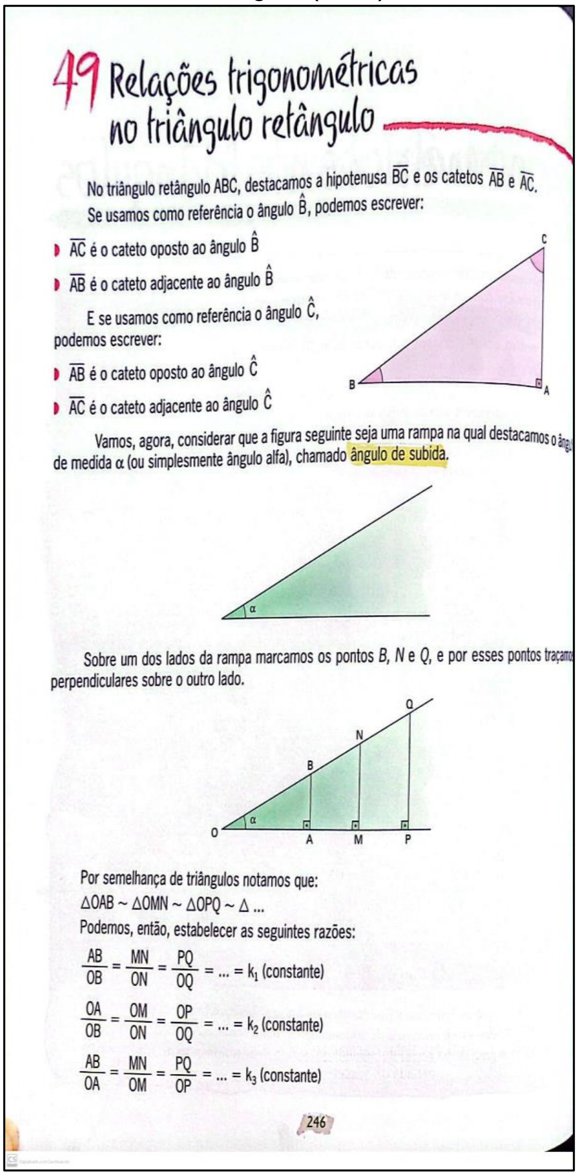
Vamos, agora, considerar que a figura seguinte seja uma rampa na qual destacamos o ângulo $\hat{\alpha}$ (ângulo alfa) chamado **ângulo de subida**.

Sobre um dos lados da rampa marcamos os pontos B, N e Q e por esses pontos traçamos perpendiculares sobre o outro lado.

196

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 196)

Figura 34 - Relações trigonométricas no triângulo retângulo (2002)



49 Relações trigonométricas no triângulo retângulo

No triângulo retângulo ABC, destacamos a hipotenusa $\overline{BC}$ e os catetos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.
Se usamos como referência o ângulo $\hat{B}$, podemos escrever:

- $\overline{AC}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{B}$
- $\overline{AB}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{B}$

E se usamos como referência o ângulo $\hat{C}$, podemos escrever:

- $\overline{AB}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{C}$
- $\overline{AC}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{C}$

Vamos, agora, considerar que a figura seguinte seja uma rampa na qual destacamos o âng de medida α (ou simplesmente ângulo alfa), chamado ângulo de subida.

Sobre um dos lados da rampa marcamos os pontos *B*, *N* e *Q*, e por esses pontos traçam perpendiculares sobre o outro lado.

Por semelhança de triângulos notamos que:
$\Delta OAB \sim \Delta OMN \sim \Delta OPQ \sim \Delta ...$
Podemos, então, estabelecer as seguintes razões:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{MN}{ON} = \frac{PQ}{OQ} = ... = k_1 \text{ (constante)}$$

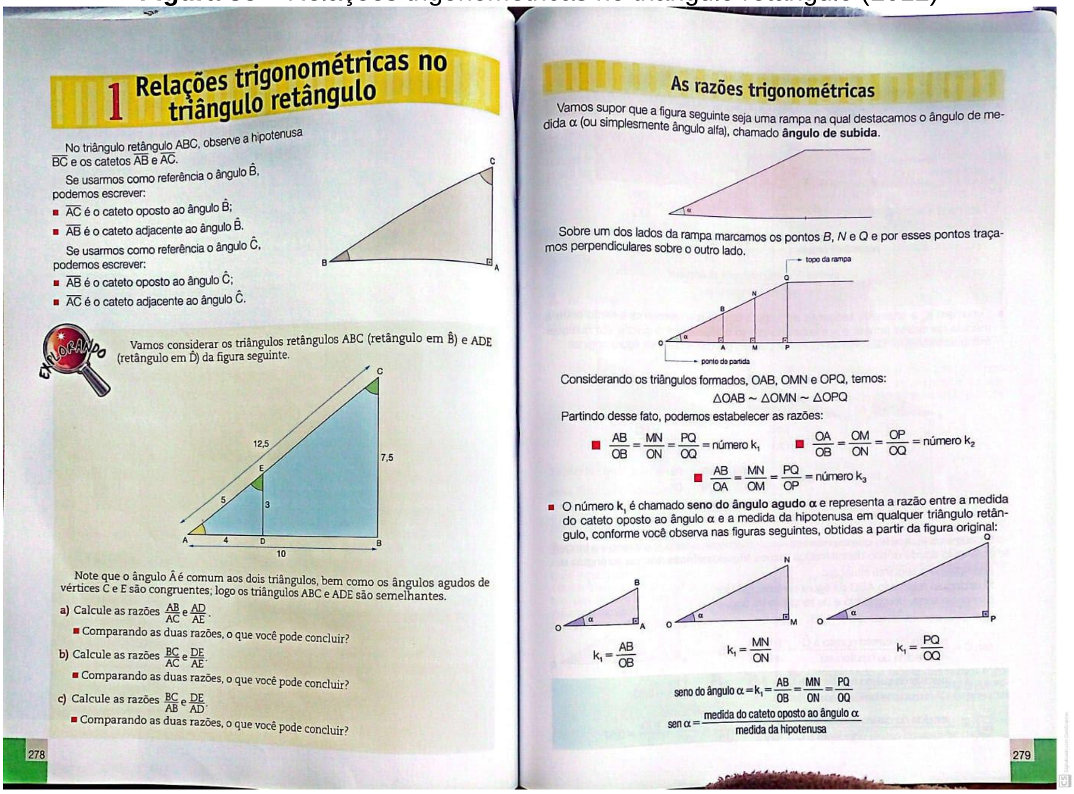
$$\frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} = \frac{OP}{OQ} = ... = k_2 \text{ (constante)}$$

$$\frac{AB}{OA} = \frac{MN}{OM} = \frac{PQ}{OP} = ... = k_3 \text{ (constante)}$$

246

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 246)

Figura 35 – Relações trigonométricas no triângulo retângulo (2012)



1 Relações trigonométricas no triângulo retângulo

No triângulo retângulo ABC, observe a hipotenusa $\overline{BC}$ e os catetos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

Se usarmos como referência o ângulo $\hat{B}$, podemos escrever:

- $\overline{AC}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{B}$;
- $\overline{AB}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{B}$.

Se usarmos como referência o ângulo $\hat{C}$, podemos escrever:

- $\overline{AB}$ é o cateto oposto ao ângulo $\hat{C}$;
- $\overline{AC}$ é o cateto adjacente ao ângulo $\hat{C}$.

EXPLORANDO

Vamos considerar os triângulos retângulos ABC (retângulo em $\hat{B}$) e ADE (retângulo em $\hat{D}$) da figura seguinte.

Note que o ângulo $\hat{A}$ é comum aos dois triângulos, bem como os ângulos agudos de vértices C e E são congruentes; logo os triângulos ABC e ADE são semelhantes.

a) Calcule as razões $\frac{AB}{AC}$ e $\frac{AD}{AE}$.
- Comparando as duas razões, o que você pode concluir?

b) Calcule as razões $\frac{BC}{AC}$ e $\frac{DE}{AE}$.
- Comparando as duas razões, o que você pode concluir?

c) Calcule as razões $\frac{BC}{AB}$ e $\frac{DE}{AD}$.
- Comparando as duas razões, o que você pode concluir?

278

As razões trigonométricas

Vamos supor que a figura seguinte seja uma rampa na qual destacamos o ângulo de medida α (ou simplesmente ângulo alfa), chamado **ângulo de subida**.

Sobre um dos lados da rampa marcamos os pontos *B*, *N* e *Q* e por esses pontos traçamos perpendiculares sobre o outro lado.

Considerando os triângulos formados, OAB, OMN e OPQ, temos:

$$\triangle OAB \sim \triangle OMN \sim \triangle OPQ$$

Partindo desse fato, podemos estabelecer as razões:

- $\frac{AB}{OB} = \frac{MN}{ON} = \frac{PQ}{OQ}$ = número k_1
- $\frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} = \frac{OP}{OQ}$ = número k_2
- $\frac{AB}{OA} = \frac{MN}{OM} = \frac{PQ}{OP}$ = número k_3

- O número k_1 é chamado **seno do ângulo agudo α** e representa a razão entre a medida do cateto oposto ao ângulo α e a medida da hipotenusa em qualquer triângulo retângulo, conforme você observa nas figuras seguintes, obtidas a partir da figura original:

$k_1 = \frac{AB}{OB}$ $k_1 = \frac{MN}{ON}$ $k_1 = \frac{PQ}{OQ}$

$$\text{seno do ângulo } \alpha = k_1 = \frac{AB}{OB} = \frac{MN}{ON} = \frac{PQ}{OQ}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{medida do cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{medida da hipotenusa}}$$

279

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 278 e 279)

A introdução das relações trigonométricas é um tópico que, historicamente, sucede a semelhança de triângulos, a qual, por sua vez, é precedida pelos segmentos e figuras proporcionais e pelo Teorema de Tales. No entanto, na edição de 2022, o capítulo referente à trigonometria foi suprimido. Apesar disso, os capítulos sobre relações entre ângulos e relações métricas no triângulo retângulo ainda abordam conceitos fundamentais que servem como base para a introdução da trigonometria.

3.5 Plano Cartesiano

Conforme descrito no livro de 2022, este estudo, em consonância com a habilidade (EF09MA16), propõe o desenvolvimento das Competências Gerais 1, 7, 9 e 10. Para isso, utiliza o objeto de conhecimento "Distância entre pontos no plano cartesiano" (Brasil, 2018, p.316). Além disso, o foco se estende às Competências Específicas 2 e 6 de Matemática para o Ensino Fundamental.

Como é destacado na BNCC, há uma “aproximação da Álgebra com a Geometria, desde o início do estudo do plano cartesiano, por meio da geometria analítica”. (Brasil, 2018, p.272). As atividades com coordenadas, iniciadas no Ensino Fundamental Anos Iniciais, podem ser expandidas para incluir representações no plano cartesiano. Sendo possível trabalhar a representação gráfica de sistemas de equações do 1° grau, integrando conhecimentos adquiridos com a ampliação do uso de conjuntos numéricos e suas representações na reta numérica. Na edição mais antiga (1992) há uma unidade destinada ao Sistema de Coordenadas Cartesianas (Figura 36).

Figura 36 – Sistema de Coordenadas Cartesianas (1992)

SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

4

Desde os tempos mais remotos, o homem costumava usar um par de dados numéricos para sua localização.

Em 1637, ao publicar seu livro *La Geométrie*, o filósofo e matemático francês René Descartes apresentou a idéia de que um par ordenado de números podia determinar uma posição no plano: um dos números representava a distância medida horizontalmente, enquanto o outro representava a distância medida verticalmente.

Descartes mostrou que, usando como referência um par de retas que se interceptassem, seria possível construir um sistema no qual os números poderiam ser representados como pontos.

Essa idéia tornou-se muito familiar a quem usa papel milimetrado para fazer gráficos ou estuda um mapa de ruas ou, ainda, examina um mapa-múndi com suas linhas de latitude e longitude (Equador, meridianos e paralelos).

Assim, para se determinar a posição geográfica de uma cidade em um mapa, devemos relacionar a cidade com a linha do Equador e com o meridiano de Greenwich. Essa relação é feita em termos de uma medida, dada em graus, entre o ponto representado pela cidade e a linha do Equador e entre o mesmo ponto e o meridiano principal, que funcionam como referência.

A medida do ponto à linha do Equador é chamada **latitude**, enquanto a medida do ponto ao meridiano de Greenwich é chamada **longitude**. Se tomarmos, por exemplo, a localização geográfica de Brasília, veremos que sua posição é de 18° de latitude sul e 47° de longitude oeste.

A latitude e a longitude representam as **coordenadas geográficas** de uma cidade.

SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS ORTOGONAIS

1 CAPÍTULO

Você deve saber que existem cidades pré-traçadas. A capital do Brasil, Brasília, é um exemplo de cidade pré-traçada. Outro exemplo é Rio Claro, cidade do interior do estado de São Paulo.

Em cidades pré-traçadas, a localização de um ponto é mais fácil de ser feita; a figura seguinte representa parte da planta de uma cidade pré-traçada e apresenta algumas indicações de praças.

Tomando como referência a praça **Central**, podemos dizer que:

- a praça **A** está localizada 4 quadras à **direita** e 2 quadras **acima** da praça Central.
- a praça **D** está localizada 5 quadras à **esquerda** e 3 quadras **abaixo** da praça Central.

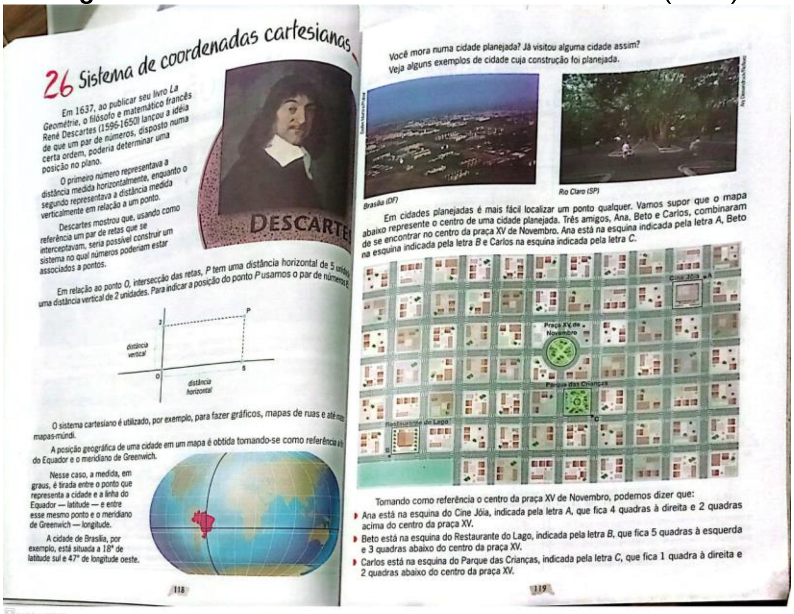
95

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 94 e 95)

O plano cartesiano é amplamente utilizado em diversos tópicos dos livros, como por exemplo, para auxiliar a resolução de problemas que envolva a distância entre pontos regionais, aplicações em problemas relacionados a relações no triângulo, como localizar uma peça no tabuleiro de xadrez, ou uma coordenada geográfica, dentre outros.

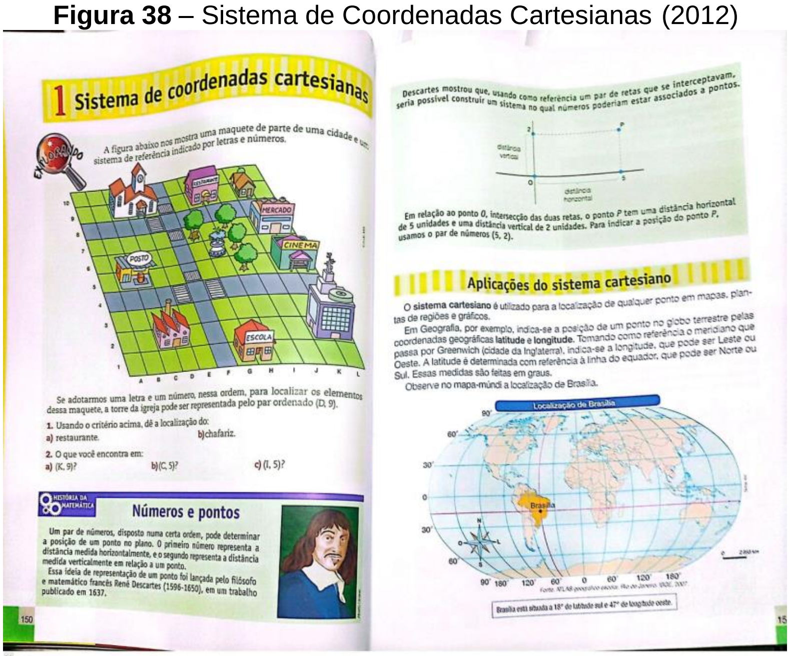
O Sistema de coordenadas cartesianas foi um conteúdo integrado na unidade de Função Polinomial do 1º grau nas edições de 2002 e 2012, sendo utilizado neste contexto para representar graficamente funções no plano cartesiano (Figura 37 e 38), para explorar a relação entre variáveis dependentes, independentes e visualização das características de funções lineares e quadráticas, como direções intercessões e comportamento gráficos.

Figura 37 – Sistema de Coordenadas Cartesianas (2002)



Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 118 e 119)

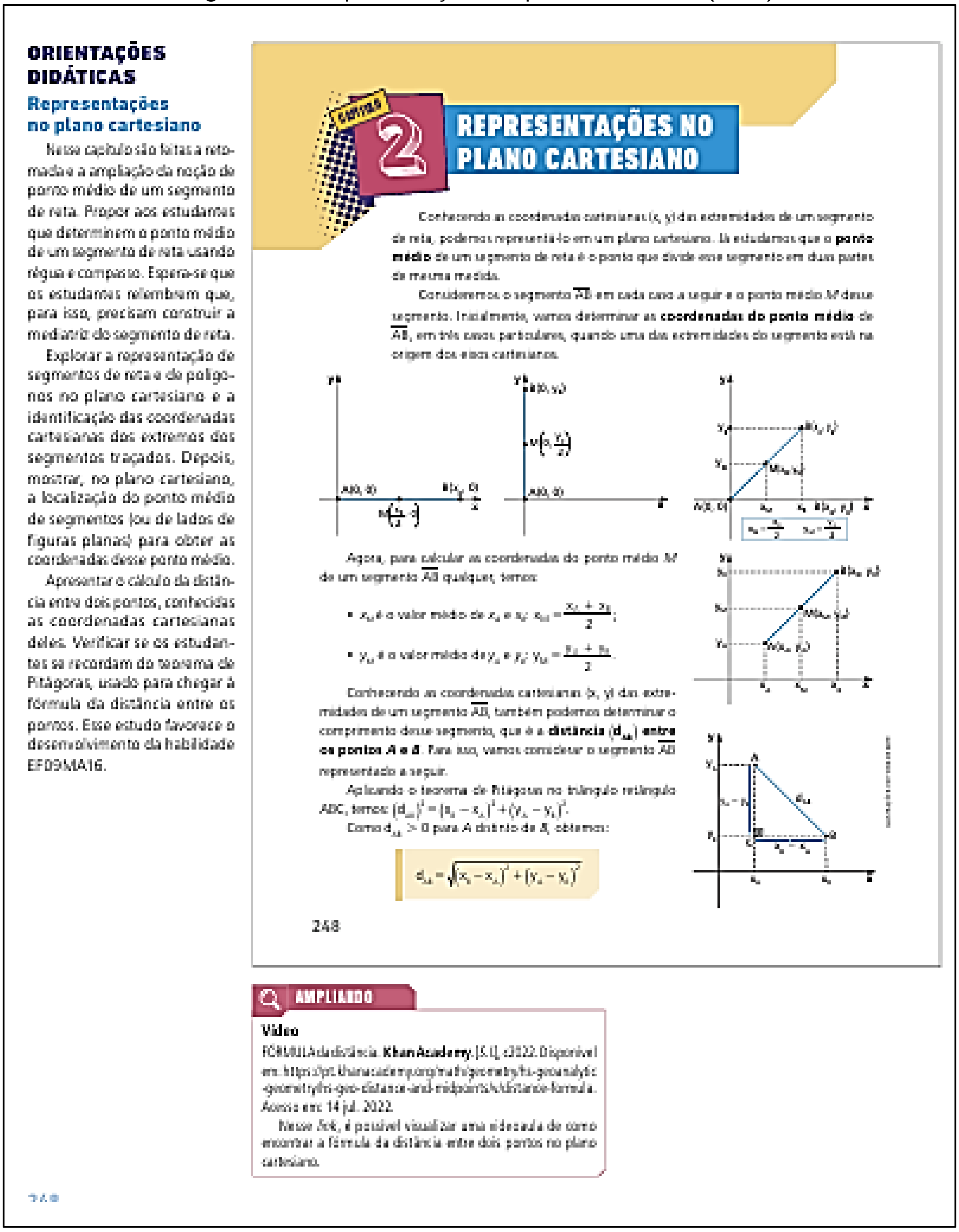
Figura 38 – Sistema de Coordenadas Cartesianas (2012)



Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 150 e 151)

Na edição mais atual (2022) o conteúdo de Representações no Plano Cartesiano, foi integrado a unidade 8 “Figuras Planas, Espaciais e Vistas” (Figura 39), sendo explorado nesse tema a representação de segmentos de reta e de polígonos no plano cartesiano, identificando as coordenadas cartesianas dos extremos dos segmentos traçados. Em seguida, é abordado a localização do ponto médio de segmentos (ou de lados de figuras planas) e a determinação das coordenadas desse ponto.

Figura 39 – Representações no plano cartesiano (2022)



Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 248)

No exemplar de 2022, na unidade de Funções (Figura 40) é trabalhado o traçado do gráfico da função quadrática no plano cartesiano, destacando a relação entre as coordenadas dos pontos e o comportamento parabólico da função, como a concavidade, o vértice e a simetria da parábola.

Figura 40 – Representações no plano cartesiano no gráfico da função afim (2022)

GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM

Podemos representar graficamente uma função afim utilizando, para isso, um sistema de coordenadas cartesianas. Essa representação oferece todas as informações sobre o comportamento dessa função e é um recurso muito utilizado por ser de fácil visualização.

Já sabemos que, em uma função, cada valor de *x* corresponde a um único valor de *y*. Marcando, então, no plano cartesiano, os pontos de coordenadas (x, y), obtém-se um conjunto de pontos chamado de **gráfico da função**.

É possível demonstrar que o gráfico de uma função afim, no plano cartesiano, com $x \in \mathbb{R}$, é sempre uma **reta**.

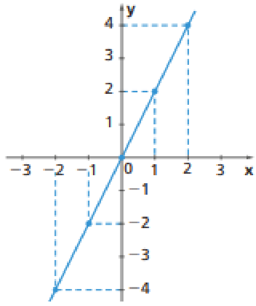
Acompanhe os exemplos a seguir.

1 Traçar, no plano cartesiano, o gráfico da função definida por $y = 2x$, cujo domínio é o conjunto dos números reais, ou seja, *x* pode assumir quaisquer valores reais.

Inicialmente, vamos atribuir valores arbitrários para *x*, calculando os correspondentes valores de *y* por meio da sentença $y = 2x$.

- $x = -2 \Rightarrow y = 2 \cdot \mathbf{(-2)} = -4$
- $x = -1 \Rightarrow y = 2 \cdot \mathbf{(-1)} = -2$
- $x = 0 \Rightarrow y = 2 \cdot \mathbf{0} = 0$
- $x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot \mathbf{1} = 2$
- $x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot \mathbf{2} = 4$

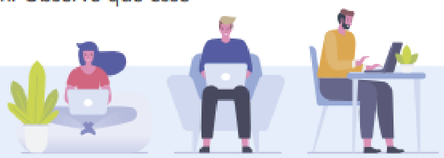
x	y	(x, y)
−2	−4	(−2, −4)
−1	−2	(−1, −2)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
2	4	(2, 4)



Em seguida, localizamos esses pontos no plano cartesiano.

A cada par ordenado (x, y) obtido, associamos um ponto do plano cartesiano. O gráfico da função no plano cartesiano é o conjunto de todos os pontos (x, y), com *x* real e $y = 2x$. Observe que esse gráfico é uma reta.

FÓRUM



Acesso à internet

Leia um trecho de matéria a seguir.

Brasil tem 152 milhões de pessoas com acesso à internet

O internauta tem um dia dedicado a ele, 23 de agosto, data em que, no ano de 1991, a rede mundial de computadores foi aberta ao mundo. No Brasil, tem crescido, ano a ano, o número de pessoas com acesso à internet e a pandemia acelerou esse processo. [...]

Pesquisa promovida pelo Comitê Gestor da Internet do Brasil revelou que, em 2020, o país chegou a 152 milhões de usuários – um aumento de 7% em relação a 2019. Com isso, 81% da população com mais de 10 anos têm internet em casa.

LEÓN, Lucas Pordeus. Brasil tem 152 milhões de pessoas com acesso à internet. **Agência Brasil**. Brasília, DF, 23 ago. 2021. Disponível em: https://agenciabrasil.ebc.com.br/geral/noticia/2021-08/brasil-tem-152-milhoes-de-pessoas-com-acesso-internet. Acesso em: 28 maio 2022.

- Pesquise os dados de acesso à internet em outros países do mundo e compare-os com os dados do Brasil informados no texto. Em seguida, debata com os colegas sobre as possíveis soluções para aumentar o acesso da população brasileira à internet.

Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

266

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 266)

Apesar da alteração na estrutura organizacional do conteúdo em relação a posição e localização dos pontos no plano cartesiano todas as edições analisadas abordam o conteúdo de forma semelhante. Em 2022, como orientação didática, o cálculo da distância entre dois pontos pode ser obtido pela Aplicação do Teorema de Pitágoras.

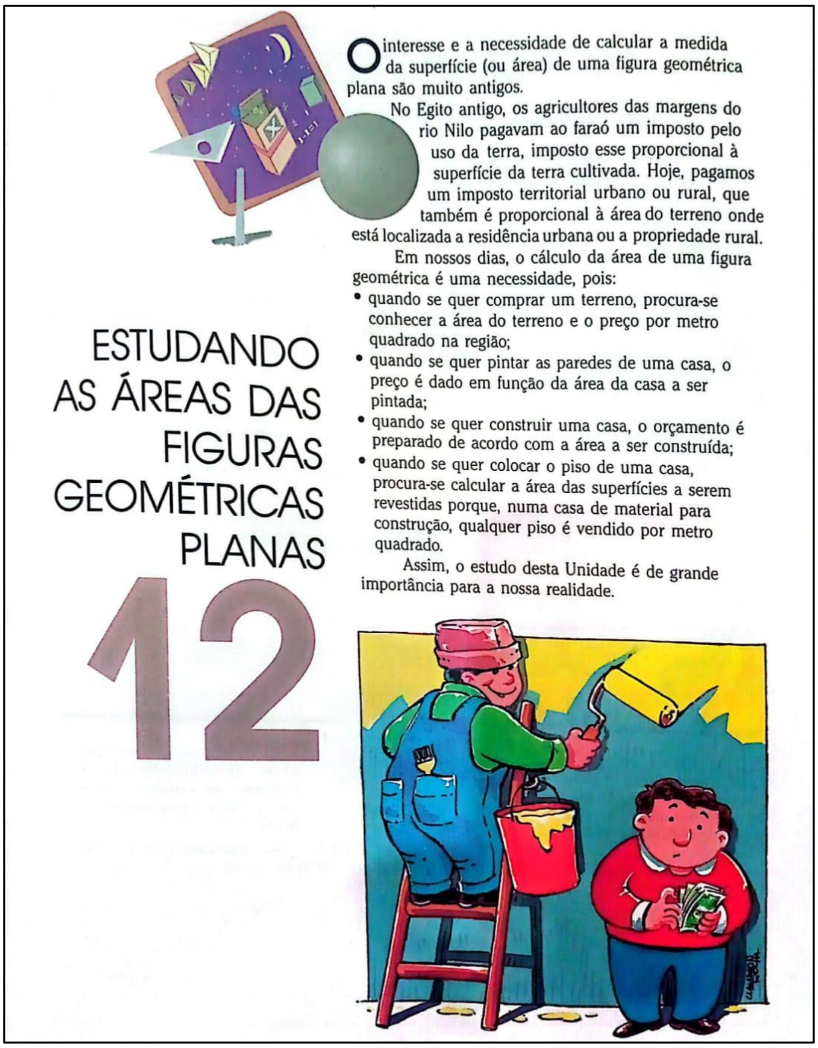
3.6 Figuras Planas

Conforme descrito no livro de 2022, esta unidade foi elaborada para desenvolver as competências gerais 1, 2, 3, 7, 9 e 10, e as competências específicas 2, 5, 6 e 8. O objeto de conhecimento abordado “Polígonos Regulares” (Brasil, 2018, p. 318). Além disso, são contempladas as habilidades (EF09MA15) e (EF09MA16).

Esse conteúdo que trata da morfologia e classificação das figuras planas integra a unidade temática de geometria e está estreitamente relacionado com a unidade temática de grandezas e medidas, responsável pelos objetos do conhecimento relacionados aos cálculos de áreas e volumes, no qual é imprescindível o reconhecimento das características da figura plana ou solido geométrico para que seja calculado a área e volume.

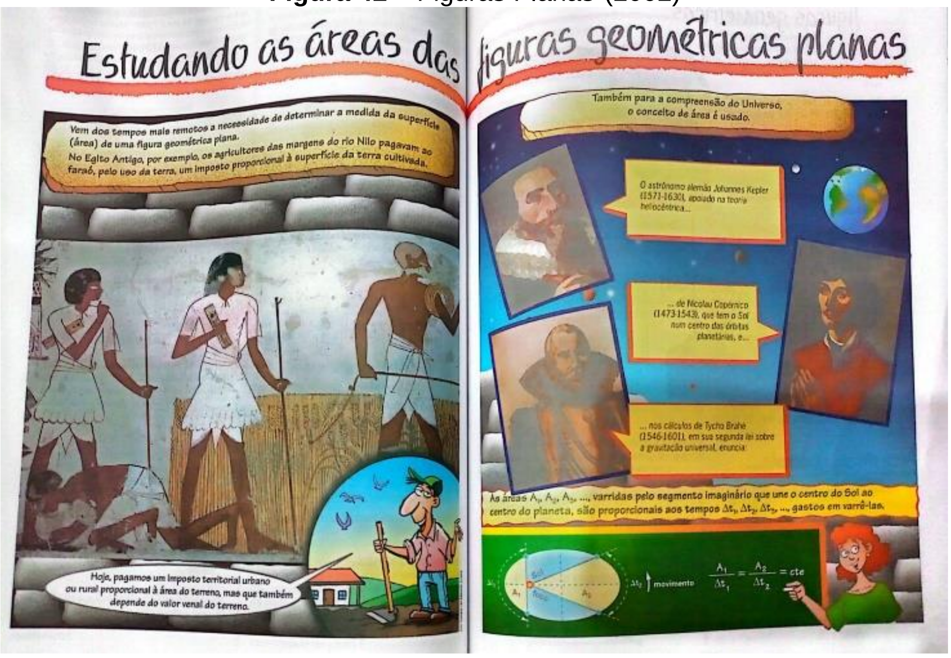
Nas edições de 1992, 2002 e 2012, ilustrado respectivamente pelas Figuras 41,42 e 43, o capítulo que estuda as figuras planas, introduz o assunto relacionando o cálculo de área às figuras geométricas, de um terreno, de uma piscina, da quantificação de um piso ou área a ser pintada em uma parede. Nos três exemplares a abordagem das características das figuras planas é realizada juntamente com a apresentação das fórmulas para proceder o cálculo das áreas. Separadamente são apresentados aos alunos o cálculo das áreas de retângulos, quadrados, triângulos, paralelogramos, losangos e trapézios. Não são explorados no exemplar de 1992, os cálculos de volume.

Figura 41 – Figuras Planas (1992)



Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 231)

Figura 42 – Figuras Planas (2002)



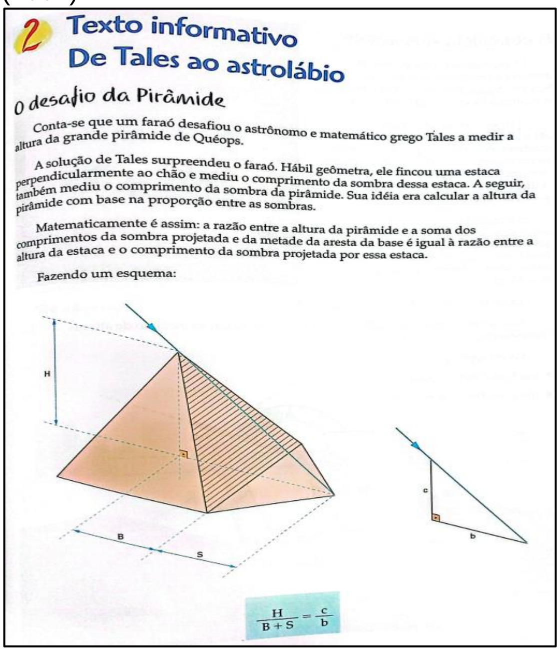
Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 290 e 291)

Figura 43 – Figuras Planas (2012)

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 300 e 301)

Nas edições 2002 e 2012 foi observado o acréscimo de uma seção complementar no final do livro denominada “projeto: investigando alturas”, nas Figuras 44 e 45, que na análise cronológica iniciam a percepção de figuras planas e alturas, medidas extraídas de objetos tridimensionais como pirâmides maquetes e edificações, mas não são apresentados aos alunos o conteúdo de análise de objetos tridimensionais nos capítulos e unidades.

Figura 44 – projeto: investigando alturas (2002)



2 Texto informativo
De Tales ao astrolábio

O desafio da Pirâmide

Conta-se que um faraó desafiou o astrônomo e matemático grego Tales a medir a altura da grande pirâmide de Quéops.

A solução de Tales surpreendeu o faraó. Hábil geômetra, ele fincou uma estaca perpendicularmente ao chão e mediu o comprimento da sombra dessa estaca. A seguir, também mediu o comprimento da sombra da pirâmide. Sua idéia era calcular a altura da pirâmide com base na proporção entre as sombras.

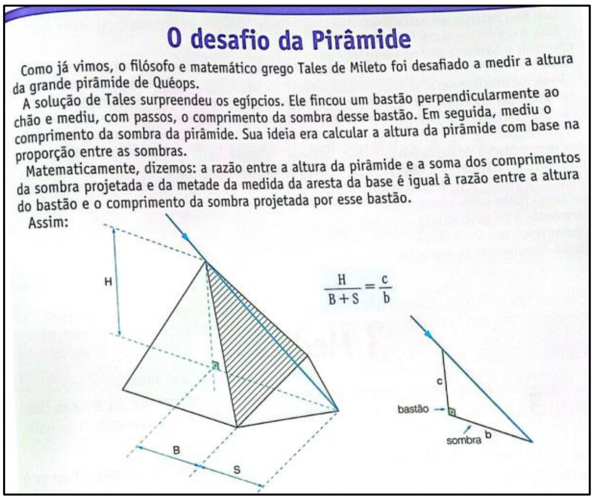
Matematicamente é assim: a razão entre a altura da pirâmide e a soma dos comprimentos da sombra projetada e da metade da aresta da base é igual à razão entre a altura da estaca e o comprimento da sombra projetada por essa estaca.

Fazendo um esquema:

$$\frac{H}{B+S} = \frac{c}{b}$$

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 363)

Figura 45 – projeto: investigando alturas (2012)



O desafio da Pirâmide

Como já vimos, o filósofo e matemático grego Tales de Mileto foi desafiado a medir a altura da grande pirâmide de Quéops.

A solução de Tales surpreendeu os egípcios. Ele fincou um bastão perpendicularmente ao chão e mediu, com passos, o comprimento da sombra desse bastão. Em seguida, mediu o comprimento da sombra da pirâmide. Sua ideia era calcular a altura da pirâmide com base na proporção entre as sombras.

Matematicamente, dizemos: a razão entre a altura da pirâmide e a soma dos comprimentos da sombra projetada e da metade da medida da aresta da base é igual à razão entre a altura do bastão e o comprimento da sombra projetada por esse bastão.

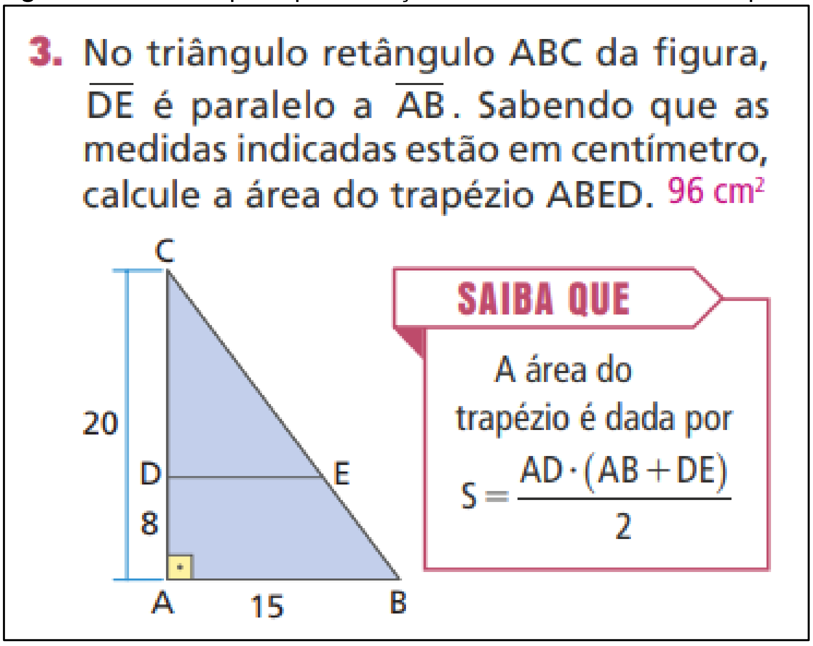
Assim:

$$\frac{H}{B+S} = \frac{c}{b}$$

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 349)

O tratamento individualizado para cada figura plana (quadrado, retângulo, trapézio, paralelogramo, losango) que abordam de forma integrada cálculo de área e a morfologia das figuras planas, não estão presentes na edição de 2022. As fórmulas não são mais explicitamente apresentadas aos alunos. Em outros capítulos, a geometria é correlacionada a outros conteúdos matemáticos e ocasionalmente aparecem como dicas nos exercícios, como destacado na Figura 46, uma atividade que integra o capitulo de Triângulos Semelhantes.

Figura 46 – Saiba que: apresentação da fórmula da área do trapézio

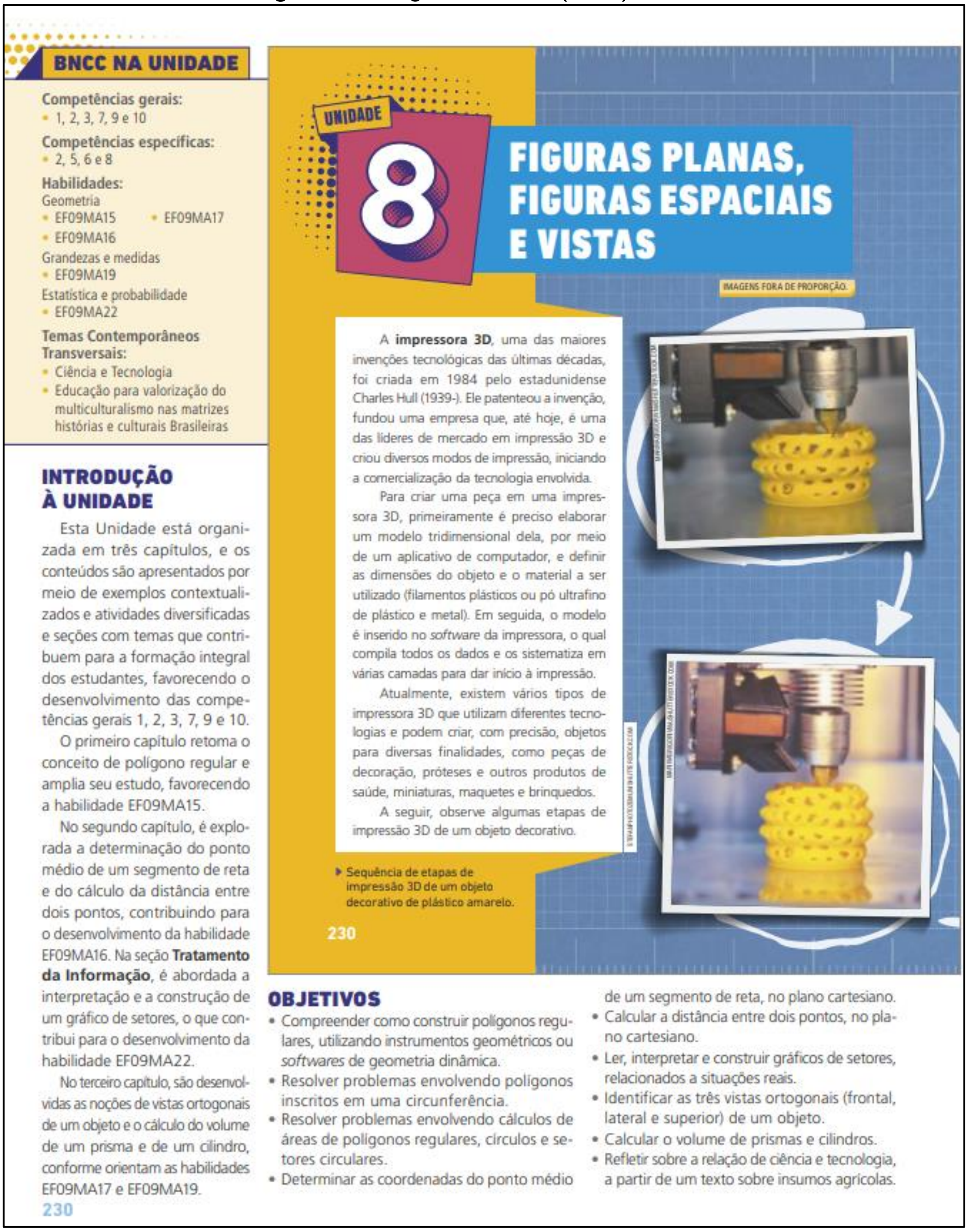


Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p.171)

No exemplar de 2022, o capitulo é introduzido com exemplos correlacionados a situações reais envolvendo o uso de tecnologia e objetos tridimensionais (Figura 47). Em seguida inicia a abordagem do conteúdo com a apresentação da área de uma região limitada por um polígono regular inserido em uma circunferência e área de regiões circulares, conteúdo que nas edições de 1992, 2002 e 2012 está organizado em um capítulo destinado ao estudo do círculo e circunferência.

Ressalte-se na edição de 2022, como orientação ao professor que o estudo das formas “é fundamental para a resolução de problemas relacionados ao cálculo de área de polígonos regulares e problemas relativos às construções geométricas” (Giovani Júnior, 2022 p.232), em todos os exemplares é indissociável a morfologia das figuras ao cálculo de suas respectivas áreas.

Figura 47 – Figuras Planas (2022)



BNCC NA UNIDADE

Competências gerais:
- 1, 2, 3, 7, 9 e 10

Competências específicas:
- 2, 5, 6 e 8

Habilidades:
Geometria
- EF09MA15
- EF09MA17
- EF09MA16

Grandezas e medidas
- EF09MA19

Estatística e probabilidade
- EF09MA22

Temas Contemporâneos Transversais:
- Ciência e Tecnologia
- Educação para valorização do multiculturalismo nas matrizes históricas e culturais Brasileiras

INTRODUÇÃO À UNIDADE

Esta Unidade está organizada em três capítulos, e os conteúdos são apresentados por meio de exemplos contextualizados e atividades diversificadas e seções com temas que contribuem para a formação integral dos estudantes, favorecendo o desenvolvimento das competências gerais 1, 2, 3, 7, 9 e 10.

O primeiro capítulo retoma o conceito de polígono regular e amplia seu estudo, favorecendo a habilidade EF09MA15.

No segundo capítulo, é explorada a determinação do ponto médio de um segmento de reta e do cálculo da distância entre dois pontos, contribuindo para o desenvolvimento da habilidade EF09MA16. Na seção **Tratamento da Informação**, é abordada a interpretação e a construção de um gráfico de setores, o que contribui para o desenvolvimento da habilidade EF09MA22.

No terceiro capítulo, são desenvolvidas as noções de vistas ortogonais de um objeto e o cálculo do volume de um prisma e de um cilindro, conforme orientam as habilidades EF09MA17 e EF09MA19.

230

UNIDADE 8

FIGURAS PLANAS, FIGURAS ESPACIAIS E VISTAS

IMAGENS FORA DE PROPORÇÃO.

A **impressora 3D**, uma das maiores invenções tecnológicas das últimas décadas, foi criada em 1984 pelo estadunidense Charles Hull (1939-). Ele patenteou a invenção, fundou uma empresa que, até hoje, é uma das líderes de mercado em impressão 3D e criou diversos modos de impressão, iniciando a comercialização da tecnologia envolvida.

Para criar uma peça em uma impressora 3D, primeiramente é preciso elaborar um modelo tridimensional dela, por meio de um aplicativo de computador, e definir as dimensões do objeto e o material a ser utilizado (filamentos plásticos ou pó ultrafino de plástico e metal). Em seguida, o modelo é inserido no *software* da impressora, o qual compila todos os dados e os sistematiza em várias camadas para dar início à impressão.

Atualmente, existem vários tipos de impressora 3D que utilizam diferentes tecnologias e podem criar, com precisão, objetos para diversas finalidades, como peças de decoração, próteses e outros produtos de saúde, miniaturas, maquetes e brinquedos.

A seguir, observe algumas etapas de impressão 3D de um objeto decorativo.

Sequência de etapas de impressão 3D de um objeto decorativo de plástico amarelo.

230

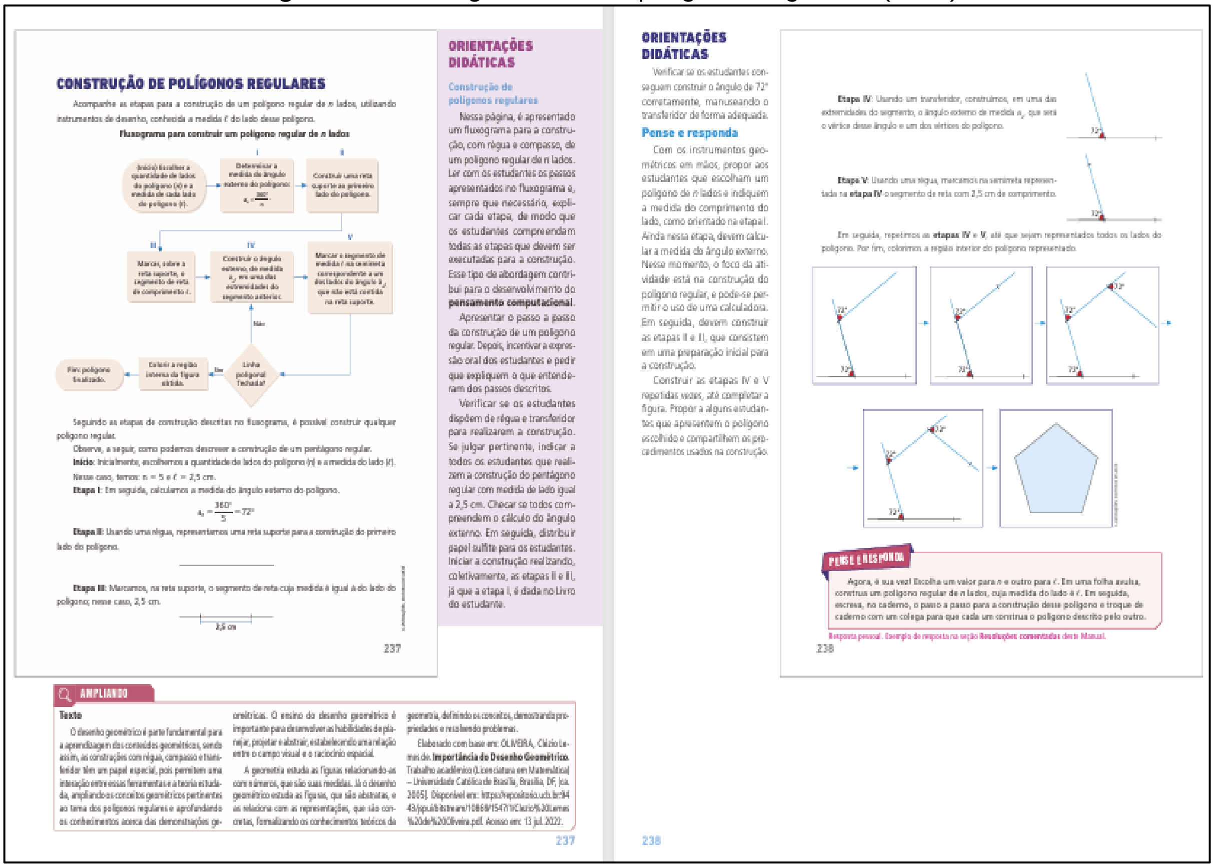
OBJETIVOS
- Compreender como construir polígonos regulares, utilizando instrumentos geométricos ou *softwares* de geometria dinâmica.
- Resolver problemas envolvendo polígonos inscritos em uma circunferência.
- Resolver problemas envolvendo cálculos de áreas de polígonos regulares, círculos e setores circulares.
- Determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento de reta, no plano cartesiano.
- Calcular a distância entre dois pontos, no plano cartesiano.
- Ler, interpretar e construir gráficos de setores, relacionados a situações reais.
- Identificar as três vistas ortogonais (frontal, lateral e superior) de um objeto.
- Calcular o volume de prismas e cilindros.
- Refletir sobre a relação de ciência e tecnologia, a partir de um texto sobre insumos agrícolas.

230

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p.230)

Um diferencial da obra de 2022 foi a introdução de um fluxograma como ferramenta para guiar a construção de um polígono regular de *n* lados (Figura 48). Esse recurso pedagógico estimula os estudantes a seguirem uma sequência lógica de passos, contribuindo para o pensamento computacional. Além de habilitar o aluno sobre as características e morfologia das formas geométricas.

Figura 48 – Fluxogramas sobre polígonos regulares (2022)

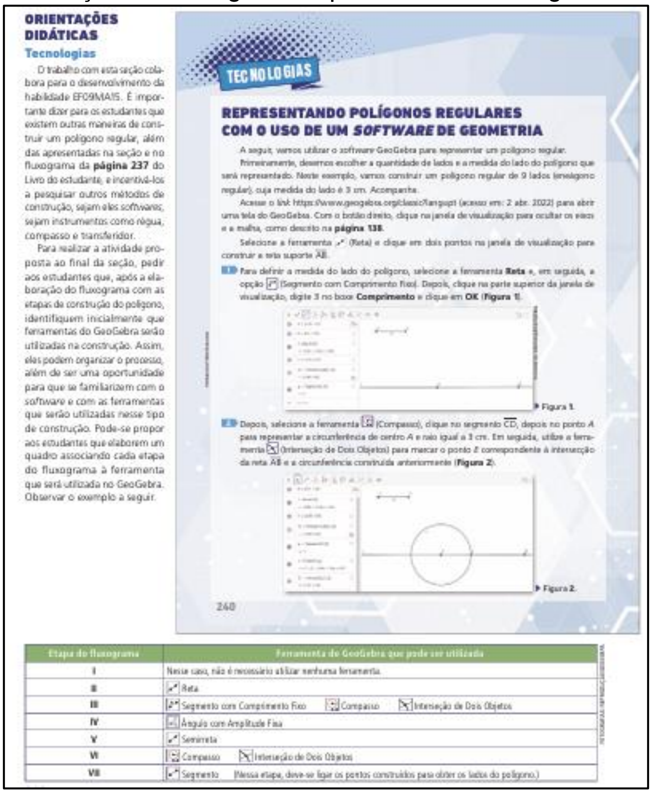


Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 237 e 238)

Essa abordagem permite que os alunos compreendam o problema como um conjunto de etapas interdependentes. Com essa abordagem, o método contribui para o desenvolvimento de habilidades estruturadas e analíticas, fundamentais tanto para a programação quanto para a resolução de problemas em diversas áreas do conhecimento. Incluindo alternativas para o cálculo de área de polígonos (regulares ou irregulares) sem a memorização de fórmulas individuais para cada polígono.

Adicionalmente, há uma seção dedicada ao uso de tecnologias digitais para representar polígonos regulares por meio de um software de geometria, destacando que existem outras maneiras de construir um polígono regular, além das apresentadas na seção e no fluxograma da página 237 do livro do aluno (2022), com incentivo aos estudantes a pesquisar outros métodos de construção, utilizando tanto ferramentas digitais, como softwares de geometria, quanto instrumentos tradicionais, como régua, compasso e transferidor (Figuras 49 e 50).

Figura 49 – Representações de Polígonos a partir de *Software* geométrico (2022)



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Tecnologias

O trabalho com esta seção colabora para o desenvolvimento da habilidade EF09MA15. É importante dizer para os estudantes que existem outras maneiras de construir um polígono regular, além das apresentadas na seção e no fluxograma da **página 237** do Livro do estudante, e incentivá-los a pesquisar outros métodos de construção, sejam eles softwares, sejam instrumentos como régua, compasso e transferidor.

Para realizar a atividade proposta ao final da seção, pedir aos estudantes que, após a elaboração do fluxograma com as etapas de construção do polígono, identifiquem inicialmente que ferramentas do GeoGebra serão utilizadas na construção. Assim, eles podem organizar o processo, além de ser uma oportunidade para que se familiarizem com o software e com as ferramentas que serão utilizadas nesse tipo de construção. Pode-se propor aos estudantes que elaborem um quadro associando cada etapa do fluxograma à ferramenta que será utilizada no GeoGebra. Observar o exemplo a seguir.

TECNOLOGIAS

REPRESENTANDO POLÍGONOS REGULARES COM O USO DE UM *SOFTWARE* DE GEOMETRIA

A seguir, vamos utilizar o software GeoGebra para representar um polígono regular.

Primeiramente, devemos escolher a quantidade de lados e a medida do lado do polígono que será representado. Neste exemplo, vamos construir um polígono regular de 9 lados (eneágono regular), cuja medida do lado é 3 cm. Acompanhe.

Acesse o link https://www.geogebra.org/classic?lang=pt (acesso em: 2 abr. 2022) para abrir uma tela do GeoGebra. Com o botão direito, clique na janela de visualização para ocultar os eixos e a malha, como descrito na **página 138**.

Selecione a ferramenta (Reta) e clique em dois pontos na janela de visualização para construir a reta suporte $\overleftrightarrow{AB}$.

1 Para definir a medida do lado do polígono, selecione a ferramenta **Reta** e, em seguida, a opção (Segmento com Comprimento Fixo). Depois, clique na parte superior da janela de visualização, digite 3 no boxe **Comprimento** e clique em **OK** (**Figura 1**).

Figura 1.

2 Depois, selecione a ferramenta (Compasso), clique no segmento $\overline{CD}$, depois no ponto A para representar a circunferência de centro A e raio igual a 3 cm. Em seguida, utilize a ferramenta (Interseção de Dois Objetos) para marcar o ponto E correspondente à interseção da reta $\overleftrightarrow{AB}$ e a circunferência construída anteriormente (**Figura 2**).

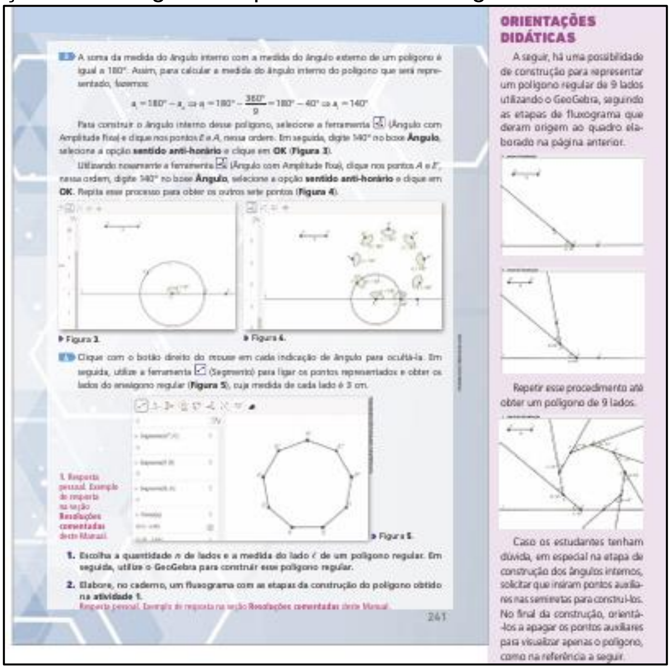
Figura 2.

240

Etapa do fluxograma	Ferramenta do GeoGebra que pode ser utilizada
I	Nesse caso, não é necessário utilizar nenhuma ferramenta.
II	Reta
III	Segmento com Comprimento Fixo; Compasso; Interseção de Dois Objetos
IV	Ângulo com Amplitude Fixa
V	Semirreta
VI	Compasso; Interseção de Dois Objetos
VII	Segmento (Nessa etapa, deve-se ligar os pontos construídos para obter os lados do polígono.)

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 240)

Figura 50 – Representações de Polígonos a partir de *Software* geométrico - continuação (2022)



3 A soma da medida do ângulo interno com a medida do ângulo externo de um polígono é igual a 180°. Assim, para calcular a medida do ângulo interno do polígono que será representado, fazemos:

$$a_i = 180° - a_e \Rightarrow a_i = 180° - \frac{360°}{9} = 180° - 40° \Rightarrow a_i = 140°$$

Para construir o ângulo interno desse polígono, selecione a ferramenta (Ângulo com Amplitude Fixa) e clique nos pontos E e A, nessa ordem. Em seguida, digite 140° no boxe **Ângulo**, selecione a opção **sentido anti-horário** e clique em **OK** (**Figura 3**).

Utilizando novamente a ferramenta (Ângulo com Amplitude Fixa), clique nos pontos A e E', nessa ordem, digite 140° no boxe **Ângulo**, selecione a opção **sentido anti-horário** e clique em **OK**. Repita esse processo para obter os outros sete pontos (**Figura 4**).

Figura 3.

Figura 4.

4 Clique com o botão direito do mouse em cada indicação de ângulo para ocultá-la. Em seguida, utilize a ferramenta (Segmento) para ligar os pontos representados e obter os lados do eneágono regular (**Figura 5**), cuja medida de cada lado é 3 cm.

Figura 5.

1. Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

1. **Escolha a quantidade n de lados e a medida do lado ℓ de um polígono regular. Em seguida, utilize o GeoGebra para construir esse polígono regular.**
2. **Elabore, no caderno, um fluxograma com as etapas da construção do polígono obtido na atividade 1.**
Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.

241

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

A seguir, há uma possibilidade de construção para representar um polígono regular de 9 lados utilizando o GeoGebra, segundo as etapas de fluxograma que deram origem ao quadro elaborado na página anterior.

Repetir esse procedimento até obter um polígono de 9 lados.

Caso os estudantes tenham dúvida, em especial na etapa de construção dos ângulos internos, solicitar que insiram pontos auxiliares nas semirretas para construí-los. No final da construção, orientá-los a apagar os pontos auxiliares para visualizar apenas o polígono, como na referência a seguir.

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 241)

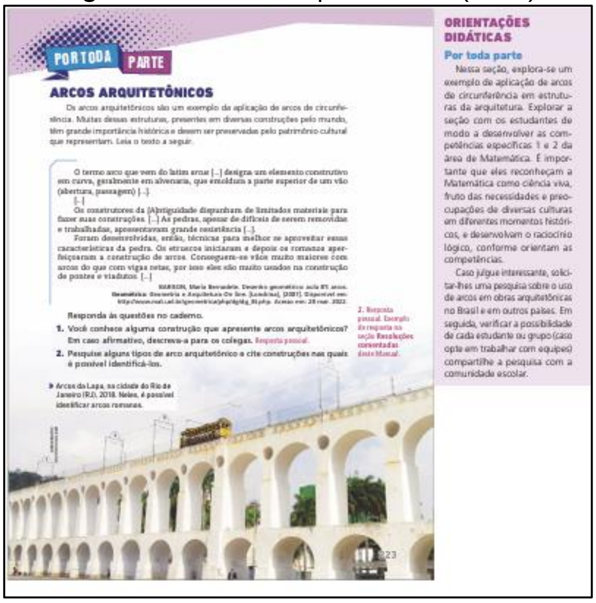
Essa diversidade de abordagens amplia a compreensão geométrica e estimula a criatividade na resolução de problemas.

3.7 Relações métricas na circunferência

Em todos os exemplares, o conteúdo de Relações Métricas na Circunferência foi retratado com os conceitos e exemplificações de maneira semelhante. Contudo a organização dos conteúdos foi alterada ao longo das décadas. Em 1992, 2002 e 2012 há um capítulo dedicado a círculos e circunferências que aborda as relações métricas na circunferência destacando as posições relativas da reta e os ângulos formados, e os elementos de um polígono (regular e irregular) inscrito na circunferência.

Na edição de 2022, ocorre a reestruturação desses conteúdos alocados em duas unidades. A unidade 4, na qual é ampliado a relação dos ângulos determinados por retas transversais além do conteúdo abordado nas versões anteriores de posições relativas de uma reta em relação a uma circunferência. E a unidade 8, que possui um capítulo dedicado as relações métricas e elementos dos polígonos inseridos em circunferências. Ainda em 2022 na seção "Por toda Parte" (Figura 51) com um exemplo que explora a aplicação de arcos de circunferência em estruturas da arquitetura.

Figura 51 – Arcos Arquitetônicos (2022)



POR TODA PARTE

ARCOS ARQUITETÔNICOS

Os arcos arquitetônicos são um exemplo da aplicação de arcos de circunferência. Muitas dessas estruturas, presentes em diversas construções pelo mundo, têm grande importância histórica e devem ser preservadas pelo patrimônio cultural que representam. Leia o texto a seguir.

O termo arco que vem do latim arcus [...] designa um elemento construtivo em curva, geralmente em alvenaria, que emoldura a parte superior de um vão (abertura, passagem) [...].

[...]

Os construtores da (A)ntiguidade dispunham de limitados materiais para fazer suas construções. [...] As pedras, apesar de difíceis de serem removidas e trabalhadas, apresentavam grande resistência [...].

Foram desenvolvidas, então, técnicas para melhor se aproveitar essas características da pedra. Os etruscos iniciaram e depois os romanos aperfeiçoaram a construção de arcos. Conseguem-se vãos muito maiores com arcos do que com vigas retas, por isso eles são muito usados na construção de pontes e viadutos. [...]

Responda às questões no caderno.

1. Você conhece alguma construção que apresente arcos arquitetônicos? Em caso afirmativo, descreva-a para os colegas. Resposta pessoal.
2. Pesquise alguns tipos de arco arquitetônico e cite construções nas quais é possível identificá-los.

Arcos da Lapa, na cidade do Rio de Janeiro (RJ), 2018. Neles, é possível identificar arcos romanos.

ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Por toda parte

Nessa seção, explora-se um exemplo de aplicação de arcos de circunferência em estruturas da arquitetura. Explorar a seção com os estudantes de modo a desenvolver as competências específicas 1 e 2 da área de Matemática. É importante que eles reconheçam a Matemática como ciência viva, fruto das necessidades e preocupações de diversas culturas em diferentes momentos históricos, e desenvolvam o raciocínio lógico, conforme orientam as competências.

Caso julgue interessante, solicitar-lhes uma pesquisa sobre o uso de arcos em obras arquitetônicas no Brasil e em outros países. Em seguida, verificar a possibilidade de cada estudante ou grupo (caso opte em trabalhar com equipes) compartilhe a pesquisa com a comunidade escolar.

223

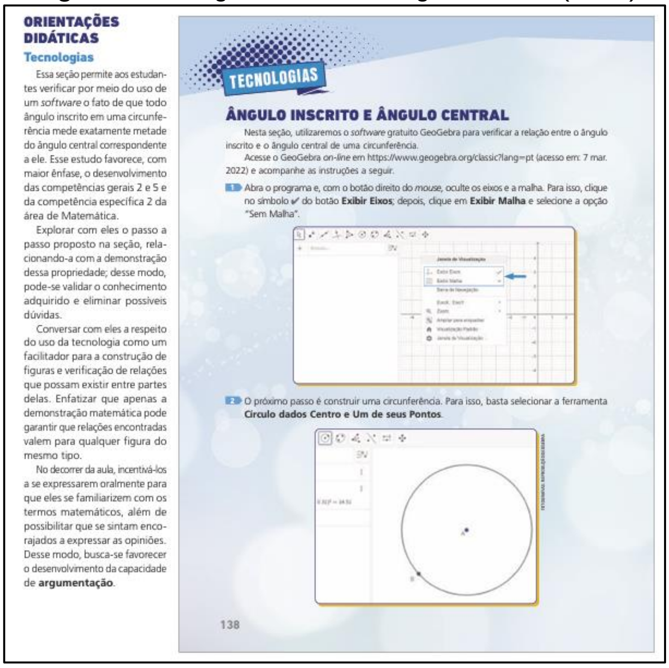
Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 223)

A proposta é que o estudante reconheça a Matemática como ciência viva, fruto das necessidades e preocupações de diversas culturas em diferentes momentos históricos e desenvolvam o raciocínio lógico.

O estudo da circunferência, começa com uma revisão do vocabulário essencial relacionado ao tema, abrangendo conceitos como raio, diâmetro, corda, circunferência e círculo, para reforçar a compreensão básica. Na sequência, o conteúdo é aprofundado com a introdução de novos tópicos, incluindo ângulos inscritos, ângulos centrais e arcos de circunferência, ampliando o entendimento sobre as propriedades dessa figura geométrica.

Além dos exemplos e atividades, há uma seção de tecnologias que é apresentada (Figura 52), oferecendo uma sugestão de uso de software, o GeoGebra online, para explorar e verificar a relação entre o ângulo inscrito e o ângulo central em uma circunferência.

Figura 52 – Ângulo inscrito e ângulo central (2022)



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Tecnologias

Essa seção permite aos estudantes verificar por meio do uso de um *software* o fato de que todo ângulo inscrito em uma circunferência mede exatamente metade do ângulo central correspondente a ele. Esse estudo favorece, com maior ênfase, o desenvolvimento das competências gerais 2 e 5 e da competência específica 2 da área de Matemática.

Explorar com eles o passo a passo proposto na seção, relacionando-a com a demonstração dessa propriedade; desse modo, pode-se validar o conhecimento adquirido e eliminar possíveis dúvidas.

Conversar com eles a respeito do uso da tecnologia como um facilitador para a construção de figuras e verificação de relações que possam existir entre partes delas. Enfatizar que apenas a demonstração matemática pode garantir que relações encontradas valem para qualquer figura do mesmo tipo.

No decorrer da aula, incentivá-los a se expressarem oralmente para que eles se familiarizem com os termos matemáticos, além de possibilitar que se sintam encorajados a expressar as opiniões. Desse modo, busca-se favorecer o desenvolvimento da capacidade de **argumentação**.

TECNOLOGIAS

ÂNGULO INSCRITO E ÂNGULO CENTRAL

Nesta seção, utilizaremos o *software* gratuito GeoGebra para verificar a relação entre o ângulo inscrito e o ângulo central de uma circunferência.

Acesse o GeoGebra *on-line* em https://www.geogebra.org/classic?lang=pt (acesso em: 7 mar. 2022) e acompanhe as instruções a seguir.

1 Abra o programa e, com o botão direito do *mouse*, oculte os eixos e a malha. Para isso, clique no símbolo ✔ do botão **Exibir Eixos**; depois, clique em **Exibir Malha** e selecione a opção "Sem Malha".

2 O próximo passo é construir uma circunferência. Para isso, basta selecionar a ferramenta **Círculo dados Centro e Um de seus Pontos**.

138

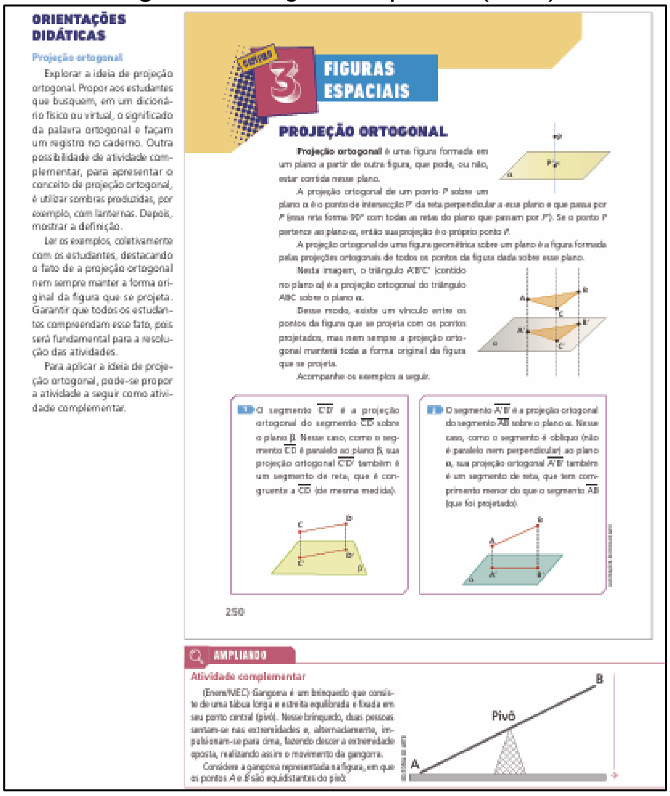
Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 138)

3.8 Vistas Ortogonais e Figuras Espaciais

De acordo com o exemplar de 2022, este conteúdo aborda o objeto de conhecimento "Vistas Ortogonais e Figuras Espaciais" (Brasil, 2018, p. 318) e a habilidade (EF09MA17). Sua finalidade é desenvolver as Competências Gerais 1, 2, 3, 7, 9 e 10, bem como as Competências Específicas 2, 5, 6 e 8.

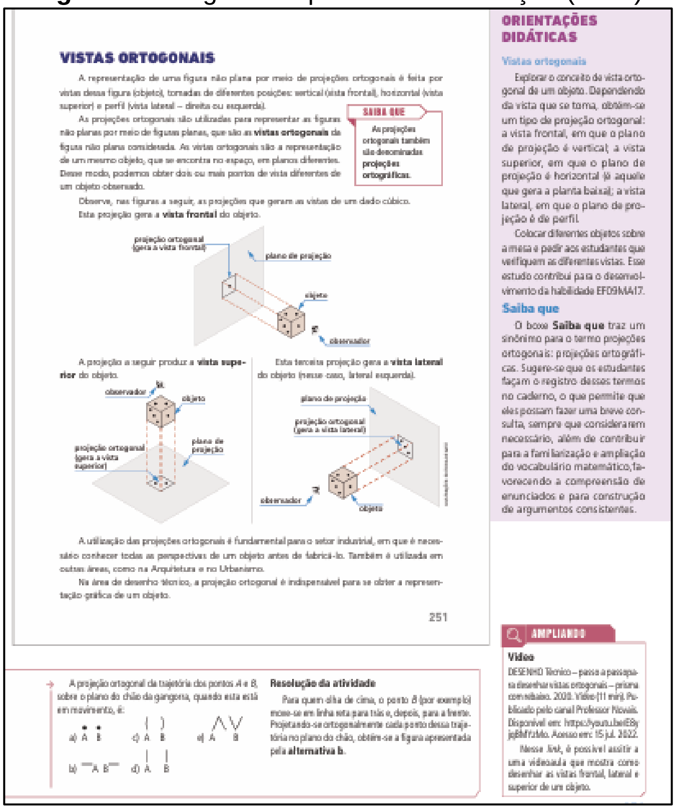
O capítulo de Figuras Espaciais, que inclui os conteúdos Projeção Ortogonal e Vistas Ortogonais, presente exclusivamente na versão de 2022, representa uma ampliação significativa no estudo da geometria. Essa adição reflete uma atualização pedagógica, oferecendo um aprendizado mais acessível proporcionando uma compreensão mais aprofundada das representações de figuras tridimensionais, atendendo às novas diretrizes curriculares desenvolvendo as competências ligadas à visualização espacial e ao raciocínio geométrico (Figuras 53, 54 e 55).

Figura 53 – Figuras Espaciais (2022)



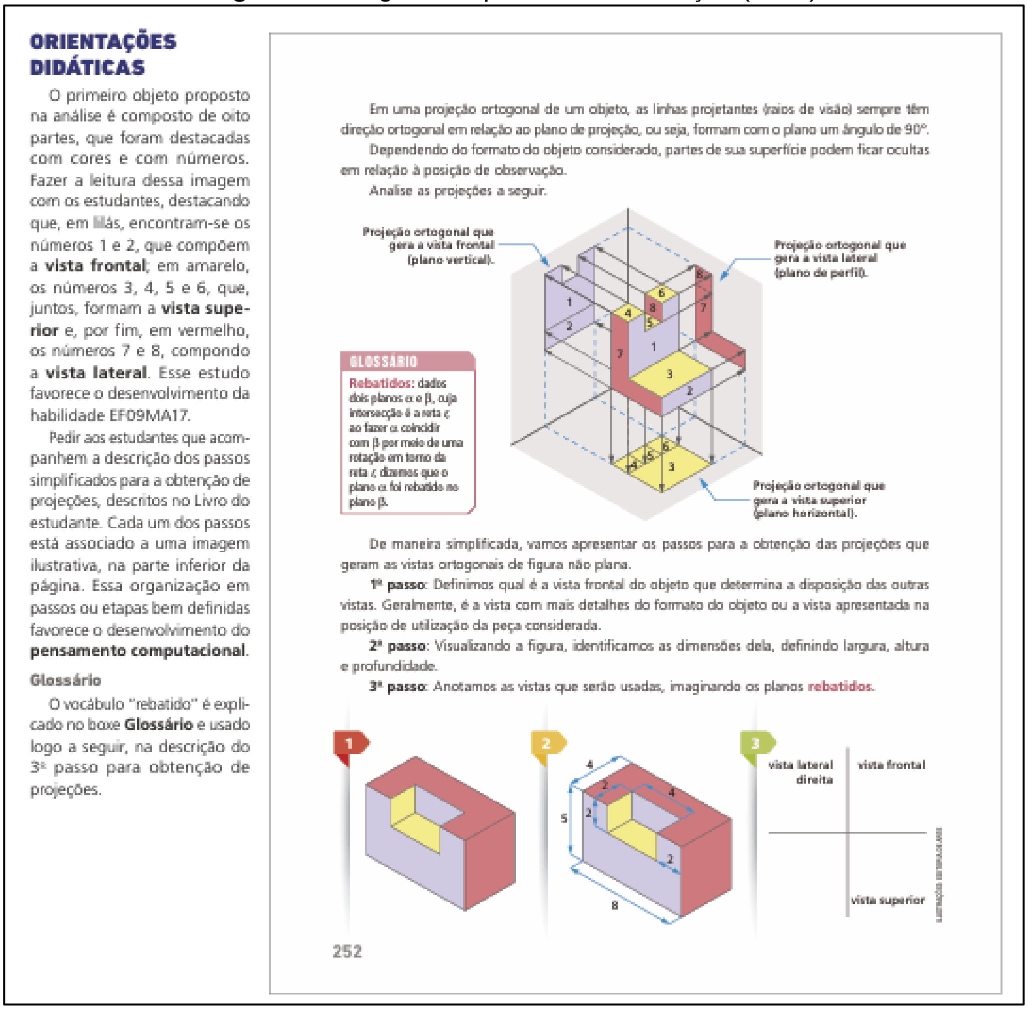
Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 250)

Figura 54 – Figuras Espaciais - continuação (2022)



Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 251)

Figura 55 – Figuras Espaciais - continuação (2022)


ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

O primeiro objeto proposto na análise é composto de oito partes, que foram destacadas com cores e com números. Fazer a leitura dessa imagem com os estudantes, destacando que, em lilás, encontram-se os números 1 e 2, que compõem a **vista frontal**; em amarelo, os números 3, 4, 5 e 6, que, juntos, formam a **vista superior** e, por fim, em vermelho, os números 7 e 8, compondo a **vista lateral**. Esse estudo favorece o desenvolvimento da habilidade EF09MA17.

Pedir aos estudantes que acompanhem a descrição dos passos simplificados para a obtenção de projeções, descritos no Livro do estudante. Cada um dos passos está associado a uma imagem ilustrativa, na parte inferior da página. Essa organização em passos ou etapas bem definidas favorece o desenvolvimento do **pensamento computacional**.

Glossário

O vocábulo "rebatido" é explicado no boxe **Glossário** e usado logo a seguir, na descrição do 3º passo para obtenção de projeções.

Em uma projeção ortogonal de um objeto, as linhas projetantes (raios de visão) sempre têm direção ortogonal em relação ao plano de projeção, ou seja, formam com o plano um ângulo de 90°.

Dependendo do formato do objeto considerado, partes de sua superfície podem ficar ocultas em relação à posição de observação.

Analise as projeções a seguir.

GLOSSÁRIO

Rebatidos: dados dois planos α e β, cuja intersecção é a reta ς, ao fazer α coincidir com β por meio de uma rotação em torno da reta ς, dizemos que o plano α foi rebatido no plano β.

De maneira simplificada, vamos apresentar os passos para a obtenção das projeções que geram as vistas ortogonais de figura não plana.

1º passo: Definimos qual é a vista frontal do objeto que determina a disposição das outras vistas. Geralmente, é a vista com mais detalhes do formato do objeto ou a vista apresentada na posição de utilização da peça considerada.

2º passo: Visualizando a figura, identificamos as dimensões dela, definindo largura, altura e profundidade.

3º passo: Anotamos as vistas que serão usadas, imaginando os planos rebatidos.

252

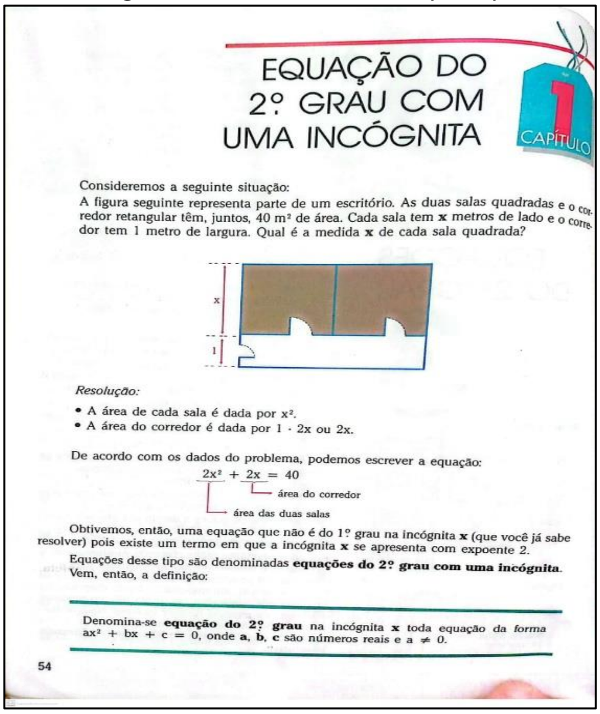
Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 252)

Esse tema é estruturado de forma mais direta e didática, com seções dedicadas a explicar o que são projeções ortogonais e como interpretar vistas ortogonais de figuras espaciais incluindo explicações detalhadas, exemplos passo a passo e atividades práticas conectando conceitos de geometria plana e espacial.

No entanto, nas edições anteriores, esse conteúdo aparecia de forma indireta (Figura 59), no qual ele estava inserido em alguns exemplos práticos envolvendo desenhos técnicos ou representações gráficas de objetos tridimensionais vistos de diferentes ângulos, mas sem um tratamento conceitual aprofundado.

Alguns exercícios incluíam ilustrações que sugerem vistas ortográficas de diferentes ângulos, mas sem explicar diretamente os conceitos de projeção ou vistas ortogonais. Como pode ser observado nas Figuras 56, 57 e 58 que respectivamente nos exemplares de 1992, 2002 e 2012 junto com o conteúdo equação de segundo grau com uma incógnita é cobrado a interpretação e cálculo da área de cômodos em uma planta baixa.

Figura 56 – Plantas baixas (1992)



EQUAÇÃO DO 2º GRAU COM UMA INCÓGNITA

1 CAPÍTULO

Consideremos a seguinte situação:

A figura seguinte representa parte de um escritório. As duas salas quadradas e o corredor retangular têm, juntos, 40 m² de área. Cada sala tem **x** metros de lado e o corredor tem 1 metro de largura. Qual é a medida **x** de cada sala quadrada?

Resolução:

- A área de cada sala é dada por x^2.
- A área do corredor é dada por $1 \cdot 2x$ ou $2x$.

De acordo com os dados do problema, podemos escrever a equação:

$$\underbrace{2x^2}_{\text{área das duas salas}} + \underbrace{2x}_{\text{área do corredor}} = 40$$

Obtivemos, então, uma equação que não é do 1º grau na incógnita **x** (que você já sabe resolver) pois existe um termo em que a incógnita **x** se apresenta com expoente 2.

Equações desse tipo são denominadas **equações do 2º grau com uma incógnita**.

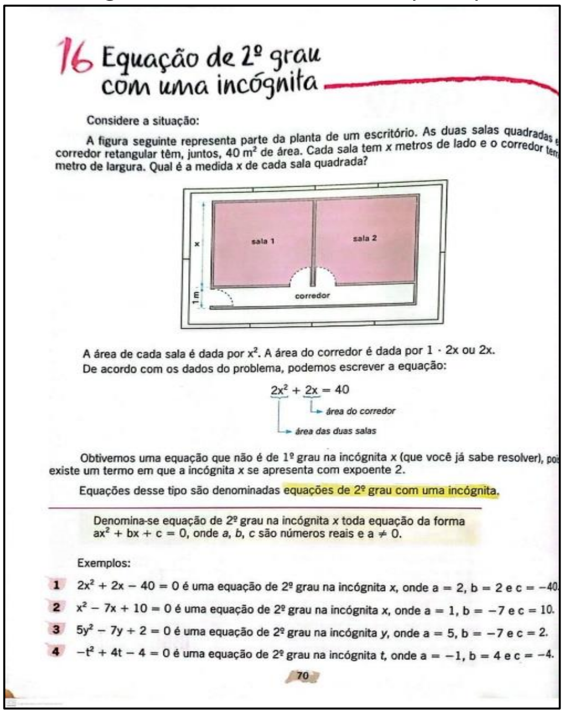
Vem, então, a definição:

Denomina-se **equação do 2º grau** na incógnita **x** toda equação da *forma* $ax^2 + bx + c = 0$, onde **a**, **b**, **c** são números reais e $a \neq 0$.

54

Fonte: A Conquista da Matemática (1992, p. 54)

Figura 57 – Plantas baixas (2002)



16 Equação de 2º grau com uma incógnita

Considere a situação:

A figura seguinte representa parte da planta de um escritório. As duas salas quadradas e corredor retangular têm, juntos, 40 m² de área. Cada sala tem *x* metros de lado e o corredor tem metro de largura. Qual é a medida *x* de cada sala quadrada?

sala 1

sala 2

corredor

A área de cada sala é dada por x^2. A área do corredor é dada por $1 \cdot 2x$ ou $2x$.

De acordo com os dados do problema, podemos escrever a equação:

$$\underbrace{2x^2}_{\text{área das duas salas}} + \underbrace{2x}_{\text{área do corredor}} = 40$$

Obtivemos uma equação que não é de 1º grau na incógnita *x* (que você já sabe resolver), pois existe um termo em que a incógnita *x* se apresenta com expoente 2.

Equações desse tipo são denominadas equações de 2º grau com uma incógnita.

Denomina-se equação de 2º grau na incógnita *x* toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, onde *a*, *b*, *c* são números reais e $a \neq 0$.

Exemplos:

1. $2x^2 + 2x - 40 = 0$ é uma equação de 2º grau na incógnita *x*, onde $a = 2$, $b = 2$ e $c = -40$.
2. $x^2 - 7x + 10 = 0$ é uma equação de 2º grau na incógnita *x*, onde $a = 1$, $b = -7$ e $c = 10$.
3. $5y^2 - 7y + 2 = 0$ é uma equação de 2º grau na incógnita *y*, onde $a = 5$, $b = -7$ e $c = 2$.
4. $-t^2 + 4t - 4 = 0$ é uma equação de 2º grau na incógnita *t*, onde $a = -1$, $b = 4$ e $c = -4$.

70

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, p. 70)

Figura 58 – Plantas baixas (2012)

Conhecendo a equação do 2º grau com uma incógnita

Observe a planta parcial de um escritório.

As duas salas quadradas e o corredor retangular têm, juntos, 40 m² de área. Cada sala tem *x* metros de lado, e o corredor tem 1 metro de largura. Qual é a medida *x* do lado de cada sala quadrada?

sala 1

sala 2

corredor

De acordo com a figura e os dados do problema, podemos concluir que:

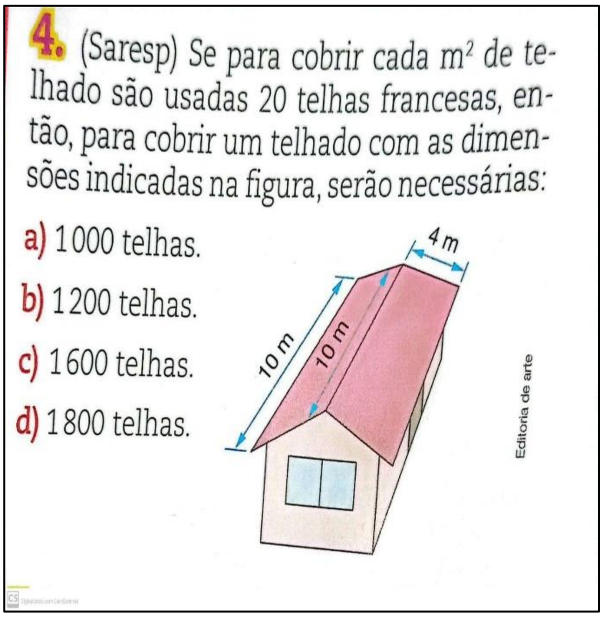
- a área de cada sala é x^2.
- a área do corredor é dada por $1 \cdot 2x$ ou $2x$.
- a equação que representa o problema é: $\underbrace{2x^2}_{\text{área das duas salas}} + \underbrace{2x}_{\text{área do corredor}} = 40$

Obtivemos uma equação que não é do 1º grau na incógnita *x* (que você já sabe resolver), pois existe um termo em que a incógnita *x* se apresenta com expoente 2.

99

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 99)

Figura 59 – Perspectiva de objetos (2012)



4. (Saresp) Se para cobrir cada m² de telhado são usadas 20 telhas francesas, então, para cobrir um telhado com as dimensões indicadas na figura, serão necessárias:

a) 1 000 telhas.

b) 1 200 telhas.

c) 1 600 telhas.

d) 1 800 telhas.

Fonte: A Conquista da Matemática (2012, p. 317)

Desde o exemplar de 1992 é verificado uma preocupação em inserir nos livros didáticos situações concretas que conectam os conteúdos escolares à realidade dos estudantes. Sendo essas mudanças ainda mais impulsionadas com a BNCC, como verificado no exemplar de 2022, que objetiva tornar o aprendizado mais relevante e motivador para o aluno, motivando-os aplicar seus conhecimentos adquiridos em problemas no cotidiano.

4 ANÁLISE DOS EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO: QUANTIDADE E ATUALIZAÇÃO

A organização desta análise está alinhada às competências gerais da Educação Básica, às competências específicas da matemática e às habilidades prescritas na BNCC. Mantendo estas diretrizes este capítulo foi dedicado a uma análise quantitativa, considerando a permanência ou atualização dos exercícios de fixação, respectivos as unidades e capítulos diretamente relacionados ao conteúdo de geometria.

Em todos os exemplares aparecem de forma diversificada nas unidades e capítulos, seções com propostas de exercícios como: Resoluções comentadas, Retomando o que aprendeu, Fórum, Pense e responda, Ampliando o conhecimento, Avaliações oficiais em foco, entre outros. Esses títulos possuem variações na cronologia dos exemplares analisados.

> (...) na seção Pense e responda, os estudantes são chamados a usar estratégias próprias e investigativas para as soluções; no boxe Fórum, os estudantes podem expressar entendimentos e exercitar a capacidade argumentativa ao defender ideias nos debates propostos; na seção Retomando o que aprendeu, há a oportunidade de solicitar a eles que expliquem as estratégias de resolução das questões. (Giovani Júnior, 2022, p. XXIV)

Todas as seções, boxes e encartes nos quatro exemplares apresentam exercícios, organizados com diferentes níveis de dificuldade, a serem respondidos pelos alunos conforme a condução do professor. Desta forma, o planejamento do professor deve também contemplar uma diversificação dos tipos de tarefa, necessária para atender a objetivos específicos de forma linear e coerente (Ponte, 2005).

Respeitando a classificação das tarefas apresentadas em cada exemplar, com base em sua estrutura e seu grau de desafio. A análise dos exercícios neste trabalho foi estruturada por meio da conjunção de sua natureza (Ponte, 2005) e de suas representações (Duval, 2012).

O Quadro 05 resume quantitativamente as atividades propostas para resolução dos alunos agrupadas por conteúdo analisado. Desse modo, foram excluídas os exemplos e atividades explicativas por apresentarem as respostas aos alunos. Esse quantitativo se refere exclusivamente aos exercícios dos capítulos e seções diretamente relacionados ao conteúdo de Geometria.

Quadro 5 – Síntese quantitativa de exercícios propostos aos alunos

CONTEÚDO	A Conquista da Matemática			
	1992	**2002**	**2012**	**2022**
Segmentos Proporcionais e Semelhança de triângulos	105	116	110	69
Relações Métricas no Triângulo Retângulo	122	70	70	27
Plano Cartesiano	17	22	19	3
Figuras Planas	91	108	78	40
Relações métricas na circunferência	68	72	97	30
Vistas Ortogonais e Figuras Espaciais	-	-	-	21
Total	**403**	**388**	**374**	**190**

Fonte: Elaborado pela autora com base em consulta realizada a coleção A Conquista da Matemática (1992, 2002, 2012, 2022)

Comparando o exemplar mais recente de 2022, com os antigos, há uma redução significativa de exercícios em 2022, mesmo com o acréscimo de novos conteúdos. O que pode refletir uma abordagem mais especifica e qualificada do tema. Ao invés de focar na quantidade, o objetivo pode ser proporcionar um estudo mais detalhado e reflexivo, em que cada atividade exige maior atenção e compreensão por parte dos alunos.

Essa redução quantitativa também pode sugerir que o conteúdo em questão demanda mais tempo de análise e resolução, incentivando os estudantes a desenvolverem o raciocínio crítico e a explorarem as nuances dos conceitos apresentados. O estímulo as atividades em grupo ou individuais como sugerem as seções Fórum e Desafio, demandam tempo e planejamento diferenciados. Em contextos assim, a qualidade e a complexidade das atividades se tornam mais relevantes do que a quantidade, favorecendo uma aprendizagem mais sólida e significativa.

As tarefas ou atividades são importantes para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos, uma vez que este raciocínio se baseia numa relação estreita e rigorosa entre dados e resultados (Ponte, 2005). A didática do professor em sala de aula possui a liberdade para acrescentar outros exercícios e dosar o nível de dificuldade, buscando o equilíbrio, entre o desestímulo dos estudantes pelo excesso de atividades, mas também para que as tarefas não se resumam a exercícios simples ou mecânicos, de modo que isto leve à estagnação, sem que seja desenvolvida nenhuma competência nova.

Por uma série de circunstâncias, muitas vezes não é possível explorar e aplicar todas as tarefas propostas no material didático, além de ser recorrentemente sugerido aos professores, na seção de Orientações Didáticas, que selecionem cautelosamente os exercícios a serem aplicados. O objetivo é exercitar um dado conceito, sem que isto se torne uma atividade cansativa, repetitiva e desmotivadora. É necessária atenção na hora de recomendar determinados problemas aos alunos, dado que se forem demasiadamente difíceis também podem despertar frustração e desinteresse repentinos (Ponte, 2005).

As questões que se mantiveram no exemplar de 2022 estão presentes nos exemplares anteriores, sendo aperfeiçoadas e atualizadas algumas ilustrações que acompanham os exercícios. As questões que foram acrescidas são respectivas aos novos conteúdos principalmente relacionados às vistas ortográficas, projeções ortogonais e ângulos. A atualização das questões está diretamente relacionada às questões de tecnologias e uso de softwares.

Além da organização das questões em seções e boxes com diferentes propósitos, é possível identificar a presença consistente das habilidades previstas pela (BNCC), como (EF09MA07), (EF09M A08), (EF09MA10) e (EF09MA12) em todas as edições. Apoiado na permanência de muitas questões nos quatro exemplares, afirma-se que as competências já estavam sendo abordadas nos materiais didáticos, mesmo antes da implementação oficial da BNCC, indicando uma preocupação prévia dos autores em alinhar os conteúdos às práticas educativas mais modernas e relevantes.

As orientações didáticas presentes no exemplar de 2002, estão dispostas no final do livro e já apresentam aos professores objetivos específicos a serem alcançados no processo de aprendizagem dos alunos, como pode ser verificado na Figura 60. Similar às habilidades e competências definidas pela BNCC, em 2002, essas foram denominadas “objetivos específicos”.

Figura 60 – Orientação ao professor: relações métricas no triângulo retângulo (2002)

Estudando as relações métricas no triângulo retângulo

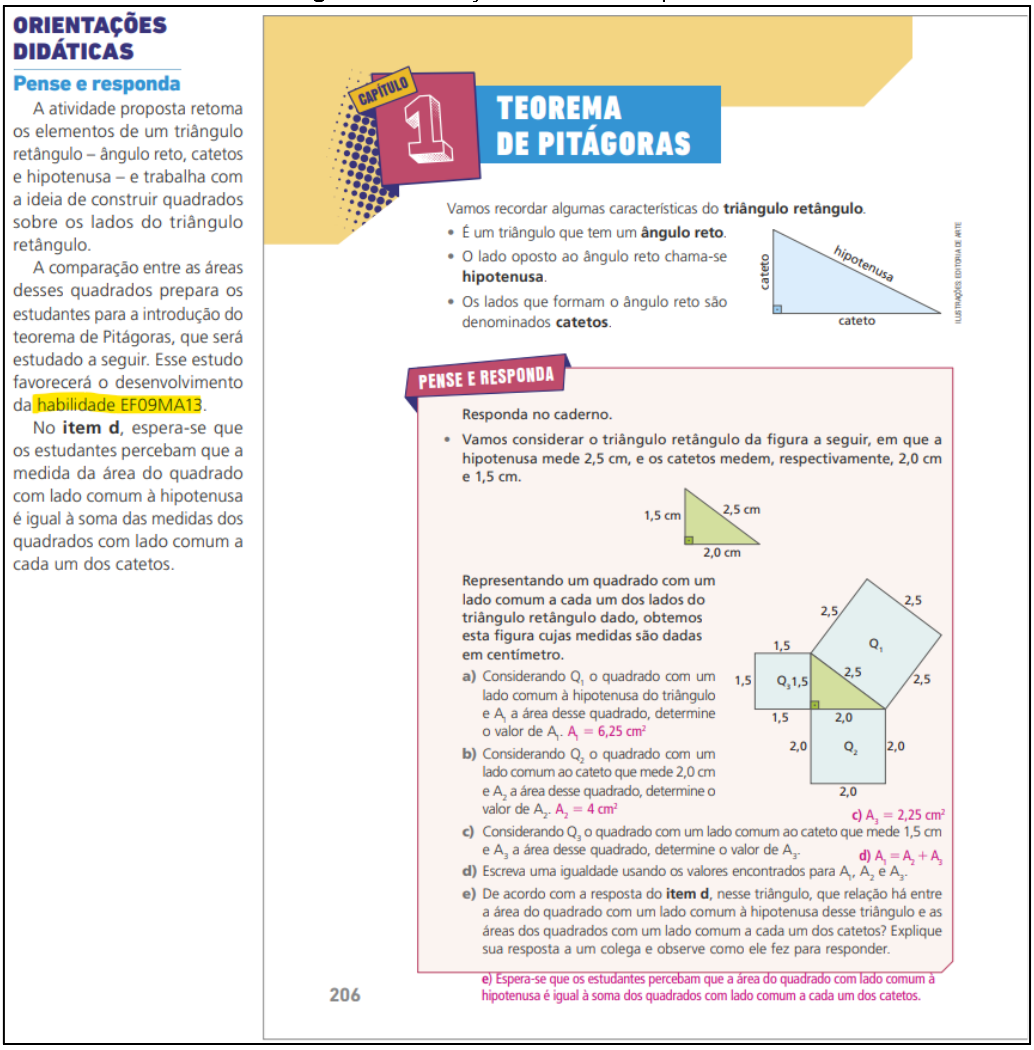
CONTEÚDO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS
O teorema de Pitágoras	✓ Reconhecer a hipotenusa e os catetos em um triângulo retângulo. ✓ Deduzir e aplicar o teorema de Pitágoras no cálculo de medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo. ✓ Aplicar o teorema de Pitágoras no cálculo da medida da diagonal de um quadrado e no cálculo da medida da altura de um triângulo eqüilátero.
As relações métricas no triângulo retângulo	✓ Identificar os elementos de um triângulo retângulo e associar a cada um a sua medida. ✓ Deduzir e aplicar as relações métricas no triângulo retângulo.

Fonte: A Conquista da Matemática (2002, seção orientações para o professor p. 51)

Na versão de 2022, após a obrigatoriedade da BNCC, foi observado a correlação da habilidade aos exercícios, exposto ao professor na seção Orientações Didáticas (Figura 61), que nesta versão estão inseridas em uma caixa de diálogo, ao lado de cada capítulo, seção e box de atividades. Nesse formato de organização das orientações didáticas, o professor encontra o detalhamento das situações e atividades propostas no livro do estudante, acompanhado de sugestões que podem tornar o processo de ensino-aprendizagem mais eficaz e enriquecedor.

Com a seção "Um Novo Olhar", (Figura 62) o livro de 2022 apresenta questionamentos para uma breve revisão dos conteúdos abordados e incentiva reflexões sobre as aprendizagens individuais. Sendo fundamental que os estudantes respondam a cada questão de forma individual, permitindo assim uma melhor compreensão de sua obtenção de conhecimento e identificação de possíveis dúvidas sobre os temas estudados.

Figura 61 – Seção Pense e responda



ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS

Pense e responda

A atividade proposta retoma os elementos de um triângulo retângulo – ângulo reto, catetos e hipotenusa – e trabalha com a ideia de construir quadrados sobre os lados do triângulo retângulo.

A comparação entre as áreas desses quadrados prepara os estudantes para a introdução do teorema de Pitágoras, que será estudado a seguir. Esse estudo favorecerá o desenvolvimento da habilidade EF09MA13.

No **item d**, espera-se que os estudantes percebam que a medida da área do quadrado com lado comum à hipotenusa é igual à soma das medidas dos quadrados com lado comum a cada um dos catetos.

CAPÍTULO 1

TEOREMA DE PITÁGORAS

Vamos recordar algumas características do **triângulo retângulo**.

- É um triângulo que tem um **ângulo reto**.
- O lado oposto ao ângulo reto chama-se **hipotenusa**.
- Os lados que formam o ângulo reto são denominados **catetos**.

ILUSTRAÇÕES: EDITORIA DE ARTE

PENSE E RESPONDA

Responda no caderno.

- Vamos considerar o triângulo retângulo da figura a seguir, em que a hipotenusa mede 2,5 cm, e os catetos medem, respectivamente, 2,0 cm e 1,5 cm.

Representando um quadrado com um lado comum a cada um dos lados do triângulo retângulo dado, obtemos esta figura cujas medidas são dadas em centímetro.

a) Considerando Q_1 o quadrado com um lado comum à hipotenusa do triângulo e A_1 a área desse quadrado, determine o valor de A_1. $A_1 = 6{,}25\ cm^2$

b) Considerando Q_2 o quadrado com um lado comum ao cateto que mede 2,0 cm e A_2 a área desse quadrado, determine o valor de A_2. $A_2 = 4\ cm^2$

c) Considerando Q_3 o quadrado com um lado comum ao cateto que mede 1,5 cm e A_3 a área desse quadrado, determine o valor de A_3. c) $A_3 = 2{,}25\ cm^2$

d) Escreva uma igualdade usando os valores encontrados para A_1, A_2 e A_3. d) $A_1 = A_2 + A_3$

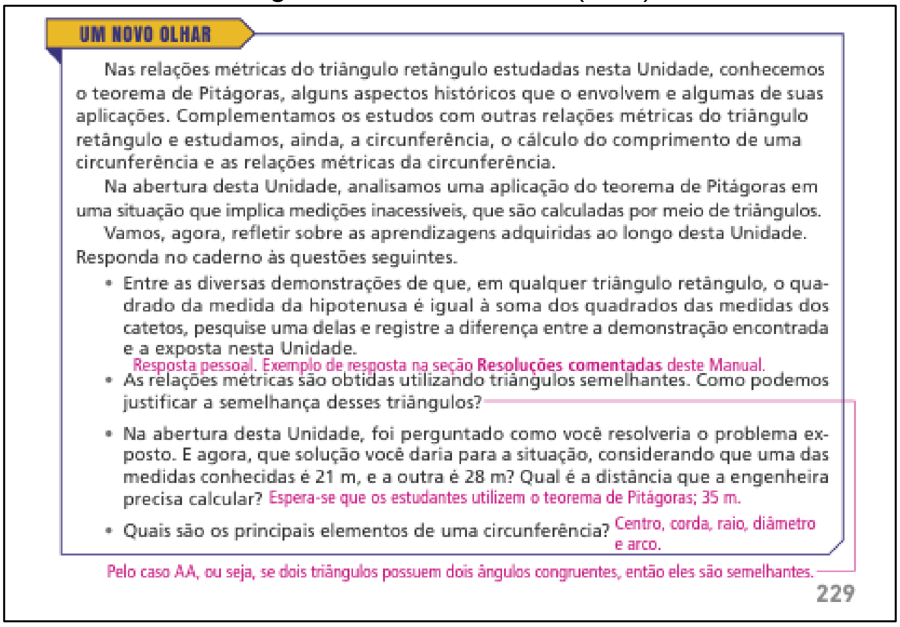
e) De acordo com a resposta do **item d**, nesse triângulo, que relação há entre a área do quadrado com um lado comum à hipotenusa desse triângulo e as áreas dos quadrados com um lado comum a cada um dos catetos? Explique sua resposta a um colega e observe como ele fez para responder.

e) Espera-se que os estudantes percebam que a área do quadrado com lado comum à hipotenusa é igual à soma dos quadrados com lado comum a cada um dos catetos.

206

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 206)

Figura 62 – Um novo olhar (2022)



UM NOVO OLHAR

Nas relações métricas do triângulo retângulo estudadas nesta Unidade, conhecemos o teorema de Pitágoras, alguns aspectos históricos que o envolvem e algumas de suas aplicações. Complementamos os estudos com outras relações métricas do triângulo retângulo e estudamos, ainda, a circunferência, o cálculo do comprimento de uma circunferência e as relações métricas da circunferência.

Na abertura desta Unidade, analisamos uma aplicação do teorema de Pitágoras em uma situação que implica medições inacessíveis, que são calculadas por meio de triângulos.

Vamos, agora, refletir sobre as aprendizagens adquiridas ao longo desta Unidade. Responda no caderno às questões seguintes.

- Entre as diversas demonstrações de que, em qualquer triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos, pesquise uma delas e registre a diferença entre a demonstração encontrada e a exposta nesta Unidade. Resposta pessoal. Exemplo de resposta na seção **Resoluções comentadas** deste Manual.
- As relações métricas são obtidas utilizando triângulos semelhantes. Como podemos justificar a semelhança desses triângulos?
- Na abertura desta Unidade, foi perguntado como você resolveria o problema exposto. E agora, que solução você daria para a situação, considerando que uma das medidas conhecidas é 21 m, e a outra é 28 m? Qual é a distância que a engenheira precisa calcular? Espera-se que os estudantes utilizem o teorema de Pitágoras; 35 m.
- Quais são os principais elementos de uma circunferência? Centro, corda, raio, diâmetro e arco.

Pelo caso AA, ou seja, se dois triângulos possuem dois ângulos congruentes, então eles são semelhantes.

229

Fonte: A Conquista da Matemática (2022, p. 229)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Antes da implementação de referenciais como os PCNs e a BNCC, o livro didático do 9° ano da coleção A Conquista da Matemática produzido em 1992, seguia abordagens mais tradicionais. Nessa época não havia um referencial unificado que orientasse o que deveria ser ensinado em cada etapa da educação básica. Com a LDB (1996) regulamentando uma Base Nacional Comum, o exemplar de 2002 já refletia à influência dos PCNs, implementados nos anos anteriores, aproximando o ensino as suas diretrizes que enfatizavam a formação integral do aluno em busca de um aprendizado mais significativo.

Influenciado pelas diretrizes DCNs e pelos PCNs o livro de 2012, os tinham como guias para organização dos conteúdos. Em relação aos materiais anteriores, nesse período já se percebia uma progressão com atenção maior ao desenvolvimento de competências e habilidades, além de uma preocupação com questões sociais, culturais e em contextualizar o aprendizado com o cotidiano do educando.

Com a BNCC, oficialmente homologada em 2018, o exemplar de 2022, estava alinhado a base com atenção voltada para o desenvolvimento de competências e habilidades, buscando estimular o pensamento crítico e a aplicação prática do conhecimento, não restringindo à memorização de fórmulas que desafiavam os estudantes a pensar de maneira lógica e criativa. Além disso, passou a incluir mais conteúdos voltados a Educação Digital, possibilitando um ensino mais inclusivo com aprendizagens mais dinâmicas, que integra teoria e prática, voltada para as necessidades atuais.

Em um material didático que não possui um exercício resolvido ou demonstrações, ressalta-se a importância da presença do aluno de forma contínua e ininterrupta na sequência das aulas ministradas, pois o material didático não disponibilizará sem a mediação do professor instruções de como realizar as atividades ou deduzir, por exemplo, como são calculadas as áreas das figuras planas e espaciais.

A reestruturação dos conteúdos realizada no exemplar de 2022 valoriza a unidade temática da geometria. Destacada principalmente em duas unidades, sendo elas: unidade 4 (relações entre ângulos) e a unidade 8 (figuras planas, figuras espaciais e vistas). Nessa reestruturação e acréscimos de conteúdos a contextualização dos conceitos geométricos e atividades é proposta aos alunos de forma mais dinâmica sendo estimulado o uso de tecnologias digitais e a resolução de exercícios de construção geométrica.

O estudo realizado permitiu evidenciar que as quatro edições analisadas da coleção A Conquista da Matemática acompanharam as transformações ocorridas no ensino de Matemática no Brasil, especialmente, ao que se refere à unidade temática de Geometria. As mudanças identificadas nos exemplares acompanham as diretrizes estabelecidas pela BNCC, tanto na seleção dos conteúdos quanto na forma como eles são apresentados aos estudantes.

Constatou-se que, embora existam conteúdos que permaneceram constantes ao longo das três décadas, há diferenças significativas na estrutura dos capítulos, na linguagem utilizada, na contextualização dos conceitos geométricos e atividades, e na variedade e quantidade dos exercícios propostos. Tais alterações demonstram o esforço dos autores e da editora para manter os materiais alinhados às novas diretrizes educacionais às necessidades dos educadores e educandos.

O apoio e a importância do planejamento pedagógico fornecido ao professor, pautado nas diretrizes normativas, estão presentes em todos os exemplares. Essas orientações foram gradativamente atualizadas conforme as normas eram implementadas. Na cronologia analisada, destaca-se a ênfase conferida à eficácia das questões, ao estímulo à contextualização de situações que envolvam o cotidiano ou cenários reais, à cultura, ao incentivo ao uso de tecnologias digitais e à diversificação de atividades.

Referente à formação continuada dos professores há uma necessidade de refletir qual a didática, exercícios e a abordagem do conteúdo respeitando e considerando o conhecimento prévio que cada aluno traz consigo para a sala de aula. Neste aspecto a coleção analisada aponta diferentes alternativas e estratégias contextualizadas, para se alcançar as habilidades e competências propostas pela BNCC ao 9º ano.

O desenvolvimento deste estudo evidencia o papel essencial do livro didático no processo de ensino e aprendizagem, além de destacar como as políticas educacionais, especialmente a BNCC, exercem influência direta na elaboração e atualização desses materiais. Espera-se que a análise realizada possa servir de subsídio para reflexões sobre a escolha e o uso consciente dos livros didáticos, contribuindo para práticas pedagógicas alinhadas às competências e habilidades previstas para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

AMARAL, R. B., MAZZI, L. C., ANDRADE, L. V. & PEROVANO, A. P. **Livro didático de Matemática:** compreensões e reflexões no âmbito da Educação Matemática. Campinas, SP: Mercado de Letras. 2022

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil (1988)**. Brasília, 1988. Disponível em:<https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicaocompilado.htm>. Acesso em: novembro 2024.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases - Lei 9394/96:** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, 1996. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm>. Acesso em: novembro 2024

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em agosto 2024.

BRASIL, Casa Civil. **Plano Nacional de Educação-PNE (Lei nº 13.005)**. Brasília: Explanada dos Ministérios, v. 25, 2014.

BRASIL. **Plano Nacional de Educação - PNE - Lei nº 13.005, de 25 de junho de 2014:** Aprova o plano nacional de educação – pne e dá outras providências. Brasília, 2014. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato20112014/2014/lei/l13005.htm>. Acesso em novembro 2024.

BRASIL. **Lei n. 11.274, 6 de fevereiro de 2006.** Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 7 fev. 2006. Disponível em: < http://www.senado.gov.br htm >. Acesso em novembro 2024.

COELHO, Eveline Mercês de Aragão; LOPES, Rosângela da Silva**. A BNCC: PROPOSTA DE CONSTRUÇÃO DE CIDADANIA**. Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação, [S. l.], v. 8, n. 7, p. 1079–1090, 2022. DOI: 10.51891/rease.v8i7.6394. Disponível em: https://periodicorease.pro.br/rease/article/view/6394. Acesso em: 01 dez. 2024.

DUVAL, Raymond. (tradução: MORETTI, Méricles Thadeu). **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. Revemat: revista eletrônica de educação matemática, v. 7, n. 2, p. 266-297, dez. 2012.

FERREIRA, R. dos S.; PEREIRA DA COSTA, A. **Função Exponencial: uma análise de tarefas presentes em livros didáticos de matemática**. Revista Pedagógica, [S. l.], v. 26, n. 1, p. e7945, 2024. DOI: 10.22196/rp.v26i1.7945. Disponível em: https://pegasus.unochapeco.edu.br/revistas/index.php/pedagogica/article/view/7945. Acesso em: 01 dez. 2024.

GIOVANI, J. R., CASTRUCCI, B.; GIOVANI JUNIOR, J. R. **A conquista da Matemática**, teoria e aplicação, 8ª série. 4. Ed. Renovada. São Paulo: FTD, 1992.

GIOVANI, J. R., CASTRUCCI, B.; GIOVANI JUNIOR, J. R. **A conquista da Matemática.** A + nova, São Paulo: FTD, 2002, (Coleção a conquista da matemática)

GIOVANI, J. R., CASTRUCCI, B.; GIOVANI JUNIOR, J. R. **A conquista da Matemática**, 9º ano: ensino fundamental: anos finais. 4. Ed. São Paulo: FTD, 2012.
GIOVANI JÚNIOR, J. R. **A conquista da Matemática**, 9º ano: ensino fundamental: anos finais. 1. Ed. São Paulo: FTD, 2022.

GENTIL, L. A. **As funções da Geometria em outros campos da Matemática**: uma análise de livros didáticos. 2020. 106f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Rio Claro, 2020.

GUZZO, V. **As ações dos professores do ensino fundamental que possibilitam a formação do sujeito autônomo**: uma proposta da escola cidadã. 2002. 145f. Dissertação (mestrado) – Universidade do Vale do Rio dos Sinos, São Leopoldo – RS, 2002.

MARANGONI, Antônio C; CORRÊA, Taís A; MARANGONI, Rafael J; SILVA, Fábio R; BOMFIM, Camila C. **Aplicação do software fracionando no ensino de matemática do ensino fundamental II de uma escola pública de Franca/SP**. Anais CIET:Horizonte, São Carlos-SP, v. 5, n. 1, 2024. Disponível em: https://ciet.ufscar.br/submissao/index.php/ciet/article/view/490.. Acesso em: 09 jun. 2025.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. **O Professor e O Desenvolvimento Curricular**, Lisboa, v. , n. , p. 11-34, jan. 2005.

SOUSA. A. B. de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. 2005. Disponível em: <https://www.academia.edu/download/53624163/Ariana_Bezerra_de_Sousa.pdf>. Acesso em: novembro, 2024.~