



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – PPGEN
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO



ERIVAN SANTOS MARINHO

O ESTUDO DOS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS COM OS *APPLETS*
DO GEOGEBRA EM UMA TURMA DA EJA

VITÓRIA DA CONQUISTA

17 de março de 2025

ERIVAN SANTOS MARINHO

**O ESTUDO DOS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS COM OS *APPLETS*
DO GEOGEBRA EM UMA TURMA DA EJA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino, na área de concentração de Ensino na Educação Básica.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Maria Deusa Ferreira da Silva

VITÓRIA DA CONQUISTA

17 de março de 2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – PPGEN
MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO

O ESTUDO DOS CONCEITOS TRIGONOMÉTRICOS COM OS *APPLETS*
DO GEOGEBRA EM UMA TURMA DA EJA


AUTOR: Erivan Santos Marinho

Data de Aprovação: 17 de março de 2025


Este exemplar corresponde à versão final da dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ensino da Universidade Estadual da Bahia para a obtenção do título de mestre.

Área: Ensino da Educação Básica.


BANCA JULGADORA:

Documento assinado digitalmente
 MARIA DEUSA FERREIRA DA SILVA
Data: 26/01/2026 14:28:18-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Maria Deusa Ferreira da Silva – orientadora

Documento assinado digitalmente
 JONSON NEY DIAS DA SILVA
Data: 15/01/2026 19:05:43-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Jonson Ney Dias da Silva (UESB)

Documento assinado digitalmente
 ROZIMEIRE SOARES DE OLIVEIRA PORTO
Data: 21/01/2026 09:08:52-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Rozimeire Soares de Oliveira Porto (UNEB)

M29e

Marinho, Erivan Santos.

O estudo dos conceitos trigonométricos com os *applets* do Geogebra em uma turma da EJA / Erivan Santos Marinho, 2025.

100f. : il., color.

Orientador (a): Dr.^a Maria Deusa Ferreira da Silva.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2025.

Inclui referências. F 76 – 82

1. Educação de Jovens e Adultos. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3. GeoGebra. 4. Trigonometria. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Acadêmico em Ensino – PPGEn. III. T.

CDD: 374

Catálogo na fonte: Karolyne Alcântara Profeta – CRB 5/2134

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha mãe, Egmar de Sousa Santos, e ao meu pai, Abenilson Ferreira Marinho, por serem pilares fundamentais em minha formação. À minha esposa, Lavinia, pela parceria constante e apoio incondicional. Ao meu irmão, Adênio Marinho, pela presença e incentivo contínuos. Estendo esta dedicatória a todos os professores do Brasil que, mesmo diante de desafios e da desvalorização da profissão, continuam dedicando-se à pesquisa e, conseqüentemente à educação, contribuindo significativamente para o desenvolvimento do conhecimento e da sociedade contemporânea.

AGRADECIMENTOS

Ao longo desta pesquisa, muitos foram os desafios que surgiram, superados graças ao apoio inestimável de algumas pessoas. Por isso, expresso minha satisfação pela conclusão deste trabalho de mestrado, que reflete uma jornada árdua de estudo e pesquisa. Agradeço, primeiramente a Deus, por me conceder sabedoria ao longo desses dois anos de pesquisa, permitindo que eu cumprisse meus compromissos de forma honrada e responsável.

Agradeço também à gestão da instituição de ensino que, ao reconhecer o valor deste estudo, proporcionou o espaço adequado para sua realização e sempre me tratou com respeito e cordialidade. Minha gratidão à minha esposa, Lavínia, pelo incansável apoio e disposição para me ajudar a enfrentar as demandas do mestrado; e aos meus pais, que foram a base desse processo, oferecendo suporte moral, conselhos e apoio financeiro que mantiveram viva minha aspiração de ser mestre em Ensino de Matemática.

Agradeço profundamente à minha orientadora, Prof^a. Dr^a. Maria Deusa Ferreira da Silva, por sua orientação atenciosa, paciência, dedicação e constante incentivo. Reconheço, ainda, a influência inestimável dos docentes Ana Paula Perovano e Jonson Ney, da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), cujas lições e exemplos marcaram minhas experiências acadêmicas na graduação.

Por fim, expresso meu apreço ao amigo e irmão Hudson Gonçalves, pela parceria incondicional tanto dentro quanto fora da UESB.

RESUMO

Esta pesquisa refere-se ao ensino de Trigonometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA), com a mediação das Tecnologias Digitais (TD), por meio do uso do software GeoGebra. Foi desenvolvida com educandos da Rede Estadual de Ensino, no Município de Anagé - Bahia. A questão norteadora da pesquisa foi: De que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a formação de conceitos trigonométricos por educandos da EJA? Teve, ainda, como objetivo: investigar de que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a formação de conceitos de trigonometria. Os sujeitos da pesquisa foram educandos da Etapa VII da EJA. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo pesquisa intervenção. Para a produção dos dados, elaboramos uma sequência de atividades, e, no transcorrer dessas atividades, elaboramos diário de bordo, realizamos entrevistas com grupo focal, além de acompanhar e avaliar as atividades realizadas pelos sujeitos. A análise dos dados foi realizada sob a perspectiva da Análise Temática de Braun e Clarke (2006) com a divisão em duas categorias de análise, baseada na sequência de atividades. A sequência proposta foi composta por atividades matemáticas de caráter investigativo que propuseram ao educando a formação dos conceitos trigonométricos com o apoio do GeoGebra por meio de *applets*. Por fim, os resultados apontam que o uso de uma sequência de atividades, com essa TD, contribuiu, efetivamente, com a formação destes conceitos trigonométricos, além de permitir a inserção de educandos da EJA no uso das TD.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Tecnologias Digitais, GeoGebra, Trigonometria, EJA.

ABSTRACT

This research concerns the teaching of Trigonometry in Youth and Adult Education (EJA), mediated by Digital Technologies (TD), through the use of the GeoGebra software. It was carried out with students from the State Education Network in the municipality of Anagé, Bahia. The guiding question of the research was: How does the use of GeoGebra Applets contribute to the formation of trigonometric concepts among EJA students? The main objective was to investigate how the use of GeoGebra Applets contributes to the development of trigonometric concepts. The participants of the study were students from Stage VII of EJA. This is a qualitative research study, characterized as an intervention-type research. For data production, we designed a sequence of activities and, throughout its implementation, we created a field journal, conducted a focus group interview, and monitored and evaluated the activities carried out by the participants. The data analysis was conducted following the Thematic Analysis approach proposed by Braun and Clarke (2006), divided into two categories based on the sequence of activities. The proposed activity sequence was grounded in mathematically investigative tasks, aiming to support the formation of trigonometric concepts by the students with the assistance of GeoGebra through its Applets. Finally, the results indicate that using a structured sequence of activities supported by TD effectively contributed to the development of these trigonometric concepts and also promoted the inclusion of EJA students in the use of TD.

Keywords: Mathematics Education, Digital Technologies, GeoGebra, Trigonometry, EJA.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Primeiros passos da pesquisa	33
Figura 2: Produção dos dados da pesquisa.	34
Figura 3: Produção dos Dados da Pesquisa	34
Figura 4: Representação do acesso aos <i>applets</i> pelos links.	44
Figura 5: Sala de Aula Virtual do GeoGebra.....	45
Figura 6: Sala de Vídeo da Escola e <i>Chromebooks</i>	46
Figura 7: Momento da Realização da Pesquisa.	46
Figura 8: Esquema de Ações Entre os Recursos.....	47
Figura 9: Triângulo da Atividade 1.	49
Figura 10: Resposta do Estudante A5 à atividade.	51
Figura 11: Resposta do Educando A5 ao Quadro da Atividade.	52
Figura 12: Triângulo Apresentado na Atividade 3.	54
Figura 13: Resposta do Educando A19 à atividade.	55
Figura 14: Resposta do Educando A19 à Atividade.....	56
Figura 15: Atividade 4.	57
Figura 16: Resposta do Educando A14 à Atividade.....	57
Figura 17: Resposta do Educando A10 à Atividade.....	58
Figura 18: Atividade 5.	60
Figura 19: Resposta do Educando A14 à Atividade.....	60
Figura 20: Atividade 6.	61
Figura 21: Resposta do Educando A15 à atividade.	62
Figura 22: Conjunto de Atividades em Relação aos Ângulos de 30°, 45° e 60°...65	65
Figura 23: Proposta da Atividade 7.	68

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Dissertações	22
Quadro 2: Dados da atividade diagnóstica.	41
Quadro 3: Tabela dos Valores Trigonométricos.....	65
Quadro 4: Tabela de Valores Trigonométricos Conhecidos.....	66
Quadro 5: Comparação entre o desempenho dos grupos por blocos.	69

LISTA DE SIGLAS E ABREVIACÕES

UESB - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

TCC - Trabalho de Conclusão de Curso

SEMAT - Semana de Matemática da UESB

LaboMat - Laboratório de Matemática

EJA - Educação de Jovens e Adultos

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

TD - Tecnologias Digitais

PCEJA - Proposta Curricular da Educação de Jovens e Adultos

PROFMAT - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

AT - Análise Temática

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	13
1 - REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA	18
1.1 O Ensino de Trigonometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA).....	18
1.2 A utilização das Tecnologias Digitais na EJA.....	21
1.3 O GeoGebra no Ensino de Trigonometria	23
2 - O ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM OS <i>APPLETS</i>	29
3 – METODOLOGIA.....	32
3.1 Ambientação	32
3.2 Procedimentos metodológicos e seus aspectos.....	33
3.3 Método de Análise dos Dados	39
4 - DISCUSSÃO DE RESULTADOS.....	41
4.1 Categoria 1 – Aspectos Preliminares sobre Conceitos de Matemática e a Tecnologia	41
4.2 Categoria 2 – A Formação de Conceitos Trigonométricos pela Sequência de Atividades Mediada Pelos <i>Applets</i> do GeoGebra.....	48
CONCLUSÃO	73
REFERÊNCIAS.....	76
APÊNDICE.....	83

INTRODUÇÃO

Iniciei meus estudos na área de ensino e aprendizagem da matemática durante a graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB). Nesse período, atuei como bolsista no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) vinculado à mesma instituição, desenvolvendo atividades na Escola Municipal Ridalva Corrêa de Melo Figueiredo. Nesse contexto, dediquei-me a diversos projetos e oficinas voltados ao ensino da matemática, os quais introduziram na escola práticas distintas daquelas habitualmente aplicadas pelo professor regente. Assim, as atividades implementadas abriram novos caminhos metodológicos, enriquecendo o processo educacional por meio de abordagens inovadoras.

As reuniões semanais realizadas e organizadas pelo PIBID eram momentos de diálogos sobre a construção de novas atividades, estratégias e métodos de ensino para as aulas de matemática, a fim de torná-las mais dinâmicas e motivadoras, permitindo que os educandos tivessem uma participação ativa durante o desenvolvimento das atividades no ambiente escolar. A elaboração de projetos inovadores, com o objetivo de proporcionar aos educandos experiências inéditas no ensino e aprendizagem da matemática, permitiu-me vivenciar práticas pedagógicas enriquecedoras, fundamentais para minha formação. Assim, tais discussões com o coordenador do programa, em conjunto com os professores supervisores, trouxeram-nos valiosas ideias de atividades e formas de engajamento nas turmas. Essa ação colaborativa consolidou-se como uma ponte entre teoria e prática, envolvendo coordenador, professor supervisor e bolsistas em um processo formativo mútuo.

Assim, a experiência adquirida como bolsista do PIBID revelou-me a possibilidade de transformar o ensino e a aprendizagem da matemática em um espaço de investigação, capaz de converter aulas, muitas vezes enfadonhas, em processos mais naturais. Ademais, essa experiência no PIBID inspirou-me a desenvolver meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), requisito para a obtenção do título de Licenciado em Matemática, intitulado *Como as Sequências de Figuras Geométricas se Comportam*, no qual busquei compreender como os educandos formalizam e generalizam os padrões presentes nas disposições sequenciais de cada figura apresentada nas atividades.

Ainda no processo de formação na graduação, participei da Semana de Matemática da UESB (SEMAT), na qual ministrei a oficina GeoGebra e Cata-ventos. Esse evento comemora o Dia da Matemática com apresentação de jogos e atividades diversificadas que envolvem a

matemática. Além disso, os seminários no Laboratório de Matemática (LaboMat), dos quais tive a oportunidade de participar, contribuíram de forma relevante para minha formação, oferecendo um novo olhar sobre o uso de jogos nas aulas de matemática. Fui ouvinte do curso de GeoGebra no ano de 2014, no qual compreendi o funcionamento do software e as possibilidades de desenvolver trabalhos com essa ferramenta de ensino.

Em 2018, concluí a graduação e, no ano seguinte, iniciei minha carreira docente em um colégio da rede pública estadual, no município de Anagé-BA, assumindo com dedicação e compromisso com as diretrizes centrais de minha atuação. Nesse período, tive meu primeiro contato com educandos da Educação de Jovens e Adultos (EJA), o que me permitiu refletir sobre as especificidades envolvidas no ensino de matemática para essa modalidade. Aprendi, então, a importância de respeitar o grupo em sua diversidade de costumes, modos de vida, práticas sociais, experiências e expectativas. Esses elementos tornaram-se fundamentais na formulação dos planos de aula e no trato diário com esse público.

Já no período da pandemia da COVID-19, em que as aulas deixaram de ser presenciais e passaram a ser on-line, foi necessário me adaptar, confrontar a nova realidade e agir, sem perder de vista meus ideais como professor. Em meio a esse cenário, surgiram novas ideias para o ensino de matemática que envolvesse o uso das TD (Tecnologias Digitais) e de como poderia utilizá-las nas aulas on-line. Assim, em conjunto com outros colegas, buscamos mecanismos de como utilizar tais tecnologias. Sob esse propósito, tomamos conhecimento dos *applets*¹ do GeoGebra, sobre as quais trataremos em detalhes na sequência deste trabalho. Diante das inúmeras experiências com este *software* nas aulas remotas, despertei o desejo de continuar minha formação na área do ensino e aprendizagem da matemática, especialmente utilizando as TD, por meio do GeoGebra, como linha de pesquisa — em especial com o público da EJA.

Nesse processo, passei a obter diferentes perspectivas sobre a docência. Por exemplo, no livro *O Pequeno Príncipe*, de Saint-Exupéry (2016), é narrada a encantadora jornada de um menino solitário que habita um pequeno asteroide, registrando suas descobertas e reflexões ao longo de sua viagem entre estrelas. Em sua trajetória, o Pequeno Príncipe encontra uma curiosa raposa, que, ao recusar seu convite para brincar, explica-lhe que é necessário “cativar” para formar laços genuínos de amizade. Esse trecho ilustra uma analogia inspiradora para o processo de ensino e aprendizagem em matemática, no qual professor e educando, ao cultivarem uma

¹ “Uma *applet* é uma pequena aplicação executada em uma janela de uma aplicação (*browser/appletviewer*). Tem por finalidade estender as funcionalidades de browsers, adicionando som, animação, etc., provenientes de fontes (URLs) locais ou remotas, sendo que cada página *web* (arquivo .html) pode conter uma ou mais *applets*”. (Pucrs, 1948)

relação de confiança e cooperação mútua, podem transcender o tradicional papel de transmissor e receptor.

Entretanto, muitos professores, em especial os de matemática, ainda se utilizam de práticas tradicionais, nas quais se colocam como protagonistas, baseando-se em aulas expositivas e exercícios padronizados, o que leva apenas à memorização de fórmulas e regras de resolução dos chamados exercícios padrão. Dessa forma, acredito que, à medida que novos recursos e artefatos de ensino surgem com o desenvolvimento social e cultural, essas aulas tradicionais podem ser moldadas, desde que esses recursos passem a integrar as atividades de sala de aula.

Entre os diversos recursos pedagógicos, o *software* GeoGebra se destaca pela sua contribuição para as aulas de matemática. É notória a sua importância no ensino dessa disciplina, pois permite que o professor apresente os conteúdos de forma dinâmica e interativa, promovendo a participação ativa dos educandos no processo de ensino e aprendizagem, e não apenas como meros espectadores. Trata-se de um artefato tecnológico com múltiplos recursos gratuitos, com uma interface intuitiva e fácil de manusear. Seu caráter dinâmico na construção de figuras e sua apresentação fluida da Geometria foram os fatores que motivaram sua escolha como recurso didático nesta pesquisa.

O GeoGebra, lançado em 2003 por Markus Hohenwarter, rapidamente se consolidou como objeto de estudo em diversas pesquisas voltadas ao ensino. Todavia, apesar da vasta produção acadêmica existente, ainda se observam lacunas, especialmente no que diz respeito ao uso do GeoGebra em atividades direcionadas ao público da EJA. Nesta pesquisa, buscamos, portanto, enriquecer as discussões sobre o ensino de matemática, explorando as possibilidades de integração do GeoGebra, tendo como foco de análise e reflexão os sujeitos da EJA.

É importante salientar que, nas competências gerais da educação básica, disponíveis na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) — documento que trata de questões normativas e define um conjunto de habilidades e competências vinculadas a saberes orgânicos de aprendizagem — compreende-se que é necessário englobar as Tecnologias Digitais (TD) de forma “(...) crítica, significativa, reflexiva (...)” de modo a “(...) comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo” (Brasil, 2017, p. 11). É sob esse aspecto inovador do ensino de matemática que as TD, em especial o GeoGebra, têm contribuído para o ensino e a pesquisa, como uma alternativa ancorada em estudos acadêmicos relevantes que dão suporte à educação no Brasil.

Dessa forma, as ideias que compõem esta dissertação brotaram das nossas inquietações e indagações, muitas vezes inspiradas tanto pela prática docente quanto pela vivência enquanto graduandos. Nesse percurso da minha vida, após a graduação, despertou em mim o desejo de estudar sobre conceitos trigonométricos, pelo fato de eu não ter tido contato com esse conteúdo durante a minha educação básica. Com essa ideia em mente, fui aprovado, em 2021, no Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da UESB.

Já como educando do PPGEN, tanto na disciplina de Metodologia da Pesquisa e Ensino, quanto nos diálogos com a orientadora, reelaboramos e construímos nosso problema de pesquisa, o qual se propôs a responder à seguinte pergunta: “De que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a formação de conceitos trigonométricos por educandos da EJA?”

Com o intuito de responder a tal questão, apresentamos os seguintes objetivos:

Objetivo Geral:

Investigar de que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a formação de conceitos trigonométricos por educandos da EJA.

Objetivos Específicos:

- Verificar de que forma os educandos da EJA utilizam os *applets* do *software* GeoGebra;
- Analisar padrões matemáticos percebidos pelos educandos no desenvolvimento da sequência de atividades;
- Examinar como as relações trigonométricas são utilizadas na resolução das atividades propostas.

Diante dos objetivos propostos, serão definidos os aspectos teóricos e metodológicos, a fim de enriquecer e dar prosseguimento ao desenvolvimento da pesquisa, ao passo que as técnicas e os procedimentos de pesquisa para a análise e o estudo dos dados coletados foram detalhados. Nesse contexto, o presente trabalho examina o ensino de matemática na EJA, destacando a aplicação do GeoGebra no ensino de Trigonometria, com foco no triângulo retângulo e no círculo trigonométrico. No percurso investigativo, empregamos os *applets* do GeoGebra como recurso pedagógico para favorecer a construção dos conceitos trigonométricos.

Na sequência deste trabalho, além desta introdução, o presente texto apresenta em primeiro lugar uma Revisão Sistemática da Literatura sobre o ensino de trigonometria em uma turma da EJA. Nessa revisão, nossas reflexões foram pautadas em algumas pesquisas que foram realizadas com essas temáticas, organizadas em três tópicos de discussão: o primeiro aborda o ensino de trigonometria na EJA, com base nas ideias de Costa (2003), na Base Nacional Comum Curricular e nas Leis Diretrizes e Bases da Educação; o segundo tópico trata-se da utilização das Tecnologias Digitais na EJA fundamentado nas reflexões de Kenksi (2008), Magalhães e Silva (2020) e Moran (1994) e o terceiro apresenta o software GeoGebra no ensino de trigonometria. Nesse sentido, trouxemos algumas pesquisas que discutem o uso dessa tecnologia no ensino de geometria, dentre elas estão a de Rezende (2015), Delfino (2015), Pereira (2015), Costa (2017), Santiago (2015), Topanott (2016), Oliveira (2018), Berlanda (2017) e Medeiros (2018).

Em seguida, apresentamos como a sequência de atividades desenvolvida nesta pesquisa fundamentou-se em uma investigação matemática, utilizando os *applets* do GeoGebra como recurso didático de apoio ao ensino de trigonometria. Analisamos também o dinamismo das figuras planas no software GeoGebra, amplamente explorado pelas *Applets*.

A terceira parte expõe a metodologia utilizada nesta pesquisa, incluindo o tipo de estudo e o contexto dos educandos. Para a produção de dados, seguimos as orientações de Bogdan e Biklen (1994), e, para a análise, adotamos a Análise Temática de Braun e Clarke (2006). Além disso, abordamos o contexto dos educandos, descrevendo a faixa etária da turma e o ambiente físico da escola.

1 - REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

1.1 O Ensino de Trigonometria na Educação de Jovens e Adultos (EJA)

Para Costa (2003), parte dos conceitos trigonométricos surgiu dos registros de muitos estudiosos, como o astrônomo grego Hiparco de Nicéia, que baseou seus estudos na geometria aplicada à observação dos astros. Observa-se, portanto, que para Costa (2003) a geometria sempre foi uma aliada nesses estudos, um apoio indissociável para as descobertas da trigonometria.

Nesse sentido, os estudos que deram o pontapé inicial para a formação do conceito trigonométrico aconteceram em uma época em que as tecnologias eram outras. Por exemplo, alguns registros dos babilônios registrados em “tábuas de eclipses lunares” (Costa, 2003, p. 3), foram determinantes para a astronomia compreender e aplicar a trigonometria. Hoje, a trigonometria pode ser compreendida por meio de muitas tecnologias mais avançadas como as TDs. Dessa forma, os avanços tecnológicos são capazes de apresentar a trigonometria de uma maneira diferente do que era possível antigamente, principalmente em relação a aspectos geométricos. Ademais, por meio das TDs, é possível analisar processos geométricos com uma maior riqueza visual, como por exemplo a geometria dinâmica das explorada pelo programa GeoGebra.

A trigonometria, como parte do currículo escolar, está inserida nas orientações da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para o Ensino Fundamental II, ela tem como fundamento a habilidade de “Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos” (Brasil, 2017, p. 536). Além disso, a BNCC destaca a necessidade de “Utilizar a noção de semelhança para compreender as razões trigonométricas no triângulo retângulo, suas relações em triângulos quaisquer e aplicá-las em situações como o cálculo de medidas inacessíveis, entre outras” (Brasil, 2017, p. 564).

Nesse sentido, baseando-nos na história das descobertas trigonométricas e na BNCC, é fundamental que o ensino de trigonometria seja acompanhado das representações geométricas. Para isso, faz-se necessário o uso de ferramentas das TDs, como o GeoGebra. Este funciona como uma ferramenta de suporte que possibilita uma abordagem pedagógica apoiada nas figuras geométricas planas. Sabemos que esse *software* torna o estudo da geometria muito mais interessante para os estudantes, tendo em vista que estes estudantes são os nativos digitais.

Segundo Pescador (2010) os nativos digitais são a geração de pessoas que estão habituadas a receber e dar informações por meio das, como, por exemplo, o uso do *WhatsApp*. Considerando que esta pesquisa envolve uma turma da EJA, vamos nos ater aos procedimentos mais acessíveis; por isso, dentre as tecnologias digitais, escolhemos os *applets* do GeoGebra.

Os *applets* do GeoGebra são pequenas aplicações desenvolvidas pelo programa GeoGebra. Essas aplicações são acessadas nos materiais construídos e publicados dentro do *software*. Dessa forma é possível acessar esses materiais por meio dos *links* gerados, os quais direcionarão o educando às atividades e aos materiais desta pesquisa. “Além disso, não há necessidade de que o GeoGebra esteja instalado no computador, bastando para isso que seja instalado um plugin Java” (Ferreira; Becker; Carvalho, 2011, p. 3); permitindo que o educando manipule estas atividades prontas em aparelhos mais simples, como celulares e *Chromebooks*.

Direcionando nossa discussão para a disciplina de matemática, é sabido que existe uma resistência de muitos educandos em sala de aula, pois a “[...] Matemática é geralmente tida como uma disciplina extremamente difícil, que lida com objetos e teorias fortemente abstratas, mais ou menos incompreensíveis” (Ponte, 1992, p. 1), como, por exemplo, a trigonometria. Diante disso, observa-se o abuso de fórmulas e regras que causam desconforto no processo de ensino e conseqüentemente na aprendizagem em todas as modalidades de ensino. Esse desconforto pode ser sentido com mais intensidade na EJA e, de forma particular, nos idosos que frequentam esse tipo de ensino. Considerando as implicações pedagógicas inerentes a este público de educandos – jovens, adultos e idosos –, que é o nosso público-alvo na pesquisa, o processo de ensino da trigonometria encontra entraves para além das modalidades de ensino regulares.

A EJA é a modalidade de ensino que oferece o Ensino Fundamental e o Ensino Médio ao jovem, ao adulto e ao idoso que não concluiu seus estudos no período normal de escolarização. Nesse sentido, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional sinaliza que “A educação de jovens e adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria” (Brasil, LDB 9,394/96). É um grupo de educandos que, por motivos diversos, abriu mão do seu direito universal de estudar em tempo normal. Esses educandos têm como característica a heterogenia etária e social. É, portanto, fundamental compreender as características do público que frequenta essa modalidade, conhecer seus anseios, suas vivências e o motivo que os fizeram desistir de estudar.

[...] [os educandos da EJA são os] jovens, adultos e idosos de classes populares com suas especificidades constituídas pela diversidade e pelas diferenças entre eles. Um público formado por trabalhadores proletariados, desempregados, donas de casa, pessoas com necessidades especiais, privados de liberdades, indígenas, afrodescendentes, imigrantes, entre outros, de diferentes culturas, etnias, religiões, crenças, que constituem abrangentes formas de ser, de viver, de pensar e de agir (Silva, 2020, p. 24)

Muitas dessas vivências definem as características, saberes, necessidades e interesses particulares do sujeito sobre o mundo. Cada indivíduo possui enredos de vida diferentes implicando em motivações diferentes que os levaram a retomar seus estudos e o professor, frente a tais fatores, deve refletir sobre o contexto social que este educando está inserido e formar relações da sua realidade e os conteúdos escolares. Portanto, “[...] acreditamos na contextualização do ensino, reconhecendo que o conhecimento só adquire significado, se vinculado à necessidade real do educando e suas vivências, de modo que aprender só se torna possível a partir do que se sabe” (Lima et al., 2014, p. 17)

Para Fonseca (2005), a vivência é fundamental no processo de aprendizagem. São essas vivências que se tornam indissociáveis durante a aprendizagem, sendo, portanto, marcadas por suas lembranças e levadas ao longo da vida. Assim, os educandos da EJA estão em retomada dos estudos, e a escola tem o dever e a responsabilidade de conhecer o perfil do seu educando para incluí-lo efetivamente nas aulas.

O educando da EJA carrega consigo um pensamento negativo sobre sua capacidade diante do ensino de matemática, Fonseca (2005), diante desse fato, afirma, que em muitos casos, o educando desconsidera as situações em que vive, e como sua permanência na escola dependia de sua realidade. Para esse autor, no momento de dificuldade no processo de ensino, o educando culpa sua própria capacidade, ignorando quaisquer outras circunstâncias, como por exemplo os seus afazeres diários.

Reafirmamos que, nas aulas de matemática, o educando da EJA trata essa disciplina como a “matéria a ser batida” ou como uma “pedra no seu caminho”. Esse medo é genuíno, mas sabemos que, segundo Fonseca (2005), a matemática não é a responsável pela grande exclusão desses educandos na educação. Esse problema vai muito além dos muros da escola, pois trata-se, principalmente, de fatores de ordem social e econômica. Além disso, para Silva (2020, p. 26), “o ensino de matemática na EJA não pode ser meramente a exclusão de alguns conteúdos sofisticados, o que pode dar a sensação de que o educando dessa modalidade teria acesso a menos do que os educandos do chamado curso regular.”

Diante desse cenário que se encontra o jovem e o adulto da EJA, a Proposta Curricular da Educação de Jovens e Adultos (PCEJA) de 2002, propõe que o currículo para a EJA deva ser: “[...] flexíveis, diversificados e participativos, que sejam também definidos a partir das necessidades e dos interesses do grupo, de modo a levar em consideração sua realidade sociocultural, científica e tecnológica e reconhecer seu saber [...]” (Brasil, 2002, p.11). Desse modo, a PCEJA orienta que o professor deve “incorporar a geometria aos cursos de jovens e adultos, não como um estudo estático de figuras e suas respectivas nomenclaturas, mas como um estudo dinâmico do espaço em que se vive” (Brasil, 2002, p. 23).

Portanto, definir como os conteúdos matemáticos devem ser trabalhados é uma tarefa que requer bastante envolvimento do professor com a turma. Assim, a responsabilidade de se mediar o conhecimento nesta modalidade de ensino precisa que o professor seja cuidadoso com os conteúdos e com a dinâmica com que os apresentará. Para isso, é importante que o professor seja criterioso ao escolher o conteúdo, buscando elementos da matemática que se encaixem com o perfil da turma, pois sabemos da grande diversidade de grupos

Com respeito ao planejamento, o docente deve, portanto, conhecer o perfil da turma, observar as potencialidades do conteúdo matemático e adaptá-lo de forma que esteja representado na realidade desse educando e o educando encontre significado nele. Nessa perspectiva, segundo Fonseca (2005), a apresentação dos assuntos deve ser adaptada conforme o contexto em que se vive. Portanto, no processo de ensino de matemática nas turmas da EJA, o professor deve demonstrar a importância dos conteúdos na realidade do educando, respeitando os saberes formados em outras instâncias fora da escola.

1.2 A utilização das Tecnologias Digitais na EJA

Em relação às transformações tecnológicas que percorrem o mundo, Moran (1994) afirma que elas se destacam principalmente na comunicação humana por diversas tecnologias multimídia. Sobre isso, Kenski (2022) nos traz que a linguagem digital é uma nova linguagem surge na ascensão dessas tecnologias. Ela é a mais jovem linguagem da comunicação e informação e isso implica em novas formas de se relacionar entre o professor e o educando. Diante dessas novas interações propostas pela linguagem, as relações entre o professor e o educando têm impactos positivos sobre o uso das TDs na educação. Nesse cenário, evidenciamos que as ferramentas tecnológicas no ensino e aprendizagem são aliadas do professor na formação do conhecimento do educando nativo digital.

O GeoGebra é uma das TDs conhecidas na área da educação Matemática. Nesse sentido, é plausível analisar as potencialidades desse *software* que propõe um estudo geométrico, de modo geral, Magalhães e Silva (2020), apontam a inclusão das TDs, nos tempos de hoje, é uma grande oportunidade de debater as inovações no ensino e aprendizagem. Para esses autores as TDs aumentam a possibilidade metodológica no ensino com sua abundante variedade de recursos encontrados nas TD. Assim, é importante salientar que o GeoGebra é rico em recursos geométricos que contribuem para a formação dos conceitos matemáticos, em especial os trigonométricos.

Não obstante o fato de que as ferramentas tecnológicas sejam pouco acessíveis na educação pelo baixo investimento nelas para o ensino, Brasil (2002) propõe que as escolas brasileiras reflitam sobre a importância das tecnologias no mundo atual, pois o mundo não se comunica mais da mesma maneira. A inclusão da TDs na educação seria, desse modo, acompanhar os avanços sociais. Portanto, o acesso às TDs “precisa ser garantido pela escola a todos os educandos, e, em particular, aos educandos da EJA” (Brasil, p. 86, 2002).

É necessário que o sistema educacional rompa com as velhas perspectivas tradicionais no ensino para que permita inovar e investir no novo, tornando as TDs mais acessíveis para o educando da EJA. A sociedade já vive em um novo paradigma com nova maneira de se comunicar por meio do acesso às tecnologias. Portanto, é dever das diversas instâncias do sistema de ensino compreender esse cenário e buscar a inclusão digital, pois é nela que a sociedade atual está inserida.

Kenksi (2008) sinaliza que os softwares diferenciados trazem novas perspectivas para as aulas em que se predominava o caráter tradicional, e a comunicação, por sua vez, não será a mesma. Mais adiante, esse autor percebe que a mediação no processo de ensino e aprendizagem se transforma diante da apresentação audiovisual das TDs, pois o conhecimento será entregue ao educando da EJA, de maneira muito mais dinâmica e atraente.

No entanto, Kenksi (2008) diz que “nem tudo são maravilhas no uso das tecnologias na educação” (Kenksi, 2008, p. 53), pois, as tecnologias embora seja uma grande aliada no processo de ensino e aprendizagem de matemática, temos que lembrar que ela tem seus riscos, como problemas técnicos em computadores, tablets, TVs, retroprojetores, entre outros aparelhos utilizados no campo educacional. Além dos problemas técnicos, os educadores devem estar atentos ao uso correto dessas ferramentas. Assim, mesmo diante do sucesso das tecnologias no ensino na comunidade acadêmica, é necessário ter senso crítico para encarar os desafios que surgiram nesses novos avanços. Nessa percepção, esses desafios concedem oportunidades dos

educadores estarem cientes dos problemas, prevendo soluções e alternativas referentes ao uso das tecnologias.

1.3 O GeoGebra no Ensino de Trigonometria

Com a finalidade de organizar todos os trabalhos encontrados de acordo com o nosso critério de busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, abaixo, foi construído um quadro com as 9 dissertações encontradas por meio dos seguintes descritores: “Ensino” AND “GeoGebra”, "Matemática" e “Trigonometria”.

Quadro 1: Dissertações

Título	Autor	Ano
Utilizando materiais manipulativos e o GeoGebra para o ensino de Trigonometria.	REZENDE, R. L.	2015
O ensino de trigonometria via GeoGebra e Aplicações.	DELFINO, M. R. S.	2015
A utilização de applets no Geogebra para a aprendizagem da trigonometria para o ensino médio.	PEREIRA, E.	2015
A utilização do GeoGebra como ferramenta para o ensino de trigonometria.	COSTA, A. S. M.	2017
O ensino da trigonometria usando o software GeoGebra como ferramenta de ensino – aprendizagem.	SANTIAGO, E.	2015
Trigonometria, relação entre movimentos circulares e gráficos com a ajuda do GeoGebra.	TOPANOTTI, D. R.	2016
Trigonometria no triângulo retângulo: um experimento didático-formativo fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental	OLIVEIRA, K. H.	2018
Mobilizações de registros de representações semióticas no estudo de trigonometria no triângulo como o auxílio do software GeoGebra.	BERLANDA, J.C.	2017

O ensino dos conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo com o uso do software educacional GeoGebra'	MEDEIROS, Z. R.	2018
--	-----------------	------

FONTE: Produção nossa (2023)

Portanto, selecionamos apenas dissertações que em nossos critérios, se alinhavam ao nosso intuito de estudar pesquisas voltadas para o ensino de trigonometria na EJA. Optamos por pesquisas a partir de 2015 devido às orientações da Base Nacional Comum Curricular a BNCC (2015), que, a partir dessa data, começou a apresentar a importância do ensino de geometria com a utilização das TDs.

Diante de nossas buscas e leituras dessas dissertações de mestrado, identificamos no trabalho de Rezende (2015) o seguinte problema de pesquisa: “Como uma proposta metodológica complementar de ensino, que emprega a utilização de régua, esquadros, compasso, alternados com o uso do *software* GeoGebra, pode contribuir para o aprendizado da trigonometria?” (Rezende, 2015, p. 14). Esse autor apresenta, em sua pesquisa, a dificuldade de compreender a trigonometria. Portanto, em suas reflexões, notamos que ele buscou compreender as diversas maneiras de se apresentar a trigonometria, e como a sua abordagem, auxiliada pelo uso do GeoGebra, pode contribuir para o ensino e aprendizagem desse tema. Mais adiante, observamos que os sujeitos dessa pesquisa são educandos de Cálculo e Integral do curso de Área Básica em Computação (ABI). Rezende constata que sua pesquisa menciona a dificuldade de compreensão desse tema tanto na sua experiência quanto nas leituras de outras pesquisas. Sua pesquisa foi desenvolvida na perspectiva da Teoria da Aprendizagem de David Ausubel, com uma sequência de atividades que o possibilitou verificar os níveis de defasagem na compreensão da trigonometria. Em meio às dificuldades citadas, ele constatou que o auxílio do GeoGebra nesse processo foi favorável para o significado dos conceitos trigonométricos.

Ademais, no processo dos estudos envolvendo tais dissertações, apontamos que o trabalho de Delfino (2015) faz alusão aos principais conceitos trigonométricos ensinados no ensino médio. Ele traça reflexões sobre o ensino de trigonometria que vigente na legislação brasileira, juntamente com as sugestões deste ensino com o software GeoGebra. Com o objetivo de “contribuir com a educação por meio da apresentação de um material de apoio para o professor de matemática” (Delfino, 2015, p. 2), ele apresentou sugestões de como resolver situações-problema trigonométricas. Segundo o autor, o auxílio das ferramentas digitais do

GeoGebra, da lousa digital e da sala de informática, contribui para o aproveitamento do conteúdo.

No trabalho de Pereira (2015), foi possível notar que o ensino e aprendizagem da trigonometria foram desenvolvidos no Ensino Médio e suas análises foram realizadas com base em uma sequência de atividades. Essas atividades tinham características investigativas e foram acompanhadas dos *applets* do programa do GeoGebra. Nesse cenário, o autor buscou responder o seguinte problema dessa pesquisa: “Como o software GeoGebra pode propiciar a aprendizagem dos conceitos fundamentais da trigonometria no ensino médio?” (Pereira, 2015, p. 13). Sua pesquisa se baseou na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e na Teoria de Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Suas análises, desse modo, chegaram à conclusão de que os *applets* do GeoGebra proporcionam uma interação didática entre a tecnologia e o educando, pois é característica dessa tecnologia apresentar a geometria de uma maneira mais dinâmica e fiel às figuras do que tradicionalmente é mostrado em sala de aula, fomentando a formação dos conceitos trigonométricos.

Na pesquisa de Costa (2017), observamos que o *software* GeoGebra é apresentado como um recurso para a geometria dinâmica. Nessa ótica, o autor conclui que a abordagem da geometria por esse *software* é uma ferramenta que auxilia o pensamento lógico-intuitivo do educando. Para Costa (2017), o GeoGebra auxiliou na construção dos triângulos retângulos, isósceles e equilátero e reitera a importância desse software pelo fato de possuir recursos como o “botão deslizante”, que tem a função de movimentar as figuras dentro do GeoGebra.

Na dissertação de Santiago (2015), encontramos os seguintes problemas: “Quais contribuições o uso do GeoGebra pode agregar para o ensino- aprendizagem das Funções Seno e Cosseno? E como podemos utilizar tais ferramentas para melhorar o aprendizado destas Funções?” (Santiago, 2015, p. 16). Essa dissertação desenvolvida no Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, apresentou o GeoGebra como uma alternativa para o ensino de Funções Trigonômicas. Para Santiago (2015), esse programa proporciona uma visualização gráfica das funções trigonométricas ricas em detalhes, promovendo o entendimento e o interesse dos educandos pela aula de matemática. Ele compreendeu que o uso das tecnologias foi uma motivação para as aulas de matemática, pois os alunos estavam sempre dispostos a participar de todas as etapas da pesquisa.

Estudando o trabalho de Tapanott (2016), foi possível perceber que o ensino de trigonometria foi realizado na turma do Ensino Médio utilizando o GeoGebra para a manipulação de figuras geométricas como o círculo trigonométrico. Esse autor realizou sua

pesquisa em um laboratório de informática com duas turmas de educandos do Colégio Israelita Brasileiro, em Porto Alegre. Com o objetivo de contribuir para a formação do significado das funções trigonométricas, Tapannot, concluiu que os resultados da pesquisa foram satisfatórios, pois os educandos haviam compreendido o círculo trigonométrico para resolver problemas do cotidiano.

A pesquisa de Oliveira (2018), no âmbito de resolver o problema: “Como organizar um experimento didático-formativo de ensino-aprendizagem de trigonometria no triângulo retângulo, fundamentando-se na teoria do ensino desenvolvimental?” (Oliveira, 2018, p. 29), fundamentou-se na Teoria do Ensino Desenvolvimental, e foi realizada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano –de Rio Verde, nos cursos Técnicos em Administração e Edificações do Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos – PROEJA. Nessa pesquisa, foram criadas atividades para que as ações alcançassem o desenvolvimento proximal. Desse modo, esse autor concluiu que a teoria histórico-cultural de Vygotsky (2007) contribuiu de forma positivamente para a formação dos conceitos trigonométricos.

Berlanda (2017) teve como problema a seguinte pergunta, “Como os registros de representação semiótica são mobilizados na abordagem de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do *software* GeoGebra, a partir de uma sequência de atividades com educandos do 1º ano do ensino médio?” (Berlanda, 2017, p. 35). Com base nessa pergunta, o autor buscou verificar os registros de representação semiótica que seriam realizados por educandos do 1º ano do ensino médio de uma escola da rede pública de ensino. A partir de uma sequência de atividades investigativas, com o auxílio do *software* GeoGebra, esse autor percebeu, ao final dessa dissertação, que essa sequência de atividades atrelada ao GeoGebra contribuiu para a visualização e a interpretação dos elementos geométricos explorados, favorecendo o processo de assimilação dos conceitos de seno, cosseno e tangente.

No trabalho de Medeiros (2018), o problema de pesquisa era “a aplicação de uma sequência didática com o auxílio do *software* GeoGebra favorece ao educando do 9º ano do ensino fundamental a transposição de conhecimento para a construção dos conceitos básicos da trigonometria no triângulo retângulo?” (Medeiros, 2018, p. 14). Os participantes da pesquisa foram educandos do 9º ano do ensino fundamental. Assim buscou-se responder a esta pergunta com base na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau (1986). Para Medeiros, a sequência de atividades aplicada nesta pesquisa permitiu que esses educandos investigassem as razões trigonométricas e descobrissem padrões entre elas.

Entre todas essas dissertações encontradas em nossas revisões, identificamos que apenas as pesquisas de Pereira (2015) e Medeiros (2018), utilizaram os *applets* no desenvolvimento da pesquisa. Vimos que esses *applets* foram facilitadores para a formação do conhecimento. Notamos, portanto, que esses *applets* se tornam práticos no momento em que, com o link da atividade, é possível acessá-los mesmo sem ter o *software* GeoGebra instalado. Assim, facilitam o acesso em tablets ou celulares mais simples que não possuem a capacidade de instalar o programa.

Entre todas estas dissertações apresentadas até aqui, não identificamos nenhuma que tivesse como participantes das pesquisas educandos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) do Ensino Fundamental ou do Ensino Médio, apenas do ensino profissionalizante. Questionarmos sobre a ausência de pesquisas que envolvem a modalidade da EJA no ensino de trigonometria, é uma reflexão que se faz necessária, pois quase todos relataram a dificuldade de aprenderem a disciplina de matemática e as deficiências no ensino de trigonometria pela falta de recursos. Assim, não podemos deixar de considerar que esse seja um dos motivos pelos quais muitos pesquisadores evitam os educandos da EJA do ensino médio, o receio de que esse público não cumpra o esperado pelo professor.

Entretanto, ao navegar nas leituras dos textos desses trabalhos selecionados, observamos como o GeoGebra proporciona novas experiências e potencializa a aprendizagem dos conhecimentos trigonométricos. Assim, os objetos geométricos nesse programa, por ser possível manipulá-los de maneira dinâmica e fluida, são acompanhados de recursos audiovisuais que permitem a construção de figuras geométricas planas sobretudo com as relações trigonométricas evidenciadas nos triângulos e nas circunferências. Desse modo, parto da compreensão que o professor Dr. Jonson Nery apresenta em sua “Primeira carta: Uma trajetória na/com/pela educação de jovens e adultos” em sua pesquisa, de que:

[...] é preciso pensar em um trabalho com as TD na escola não como práticas mecânicas e instrumentais, mas sim, como argumenta a Professora Vani Kenski, com a função de orientar os educandos no caminho para o domínio e apropriação crítica desse meio. Segundo a professora, é uma chance que o educando tem para acompanhar o movimento dinâmico do mundo moderno, adaptando-se aos avanços tecnológicos. (Silva, 2020, p. 27)

Portanto, é essencial refletir sobre a melhor forma de integrar a trigonometria ao GeoGebra, evitando uma abordagem mecânica no uso dessa ferramenta para o ensino. É importante que o educando da EJA compreenda a lógica por trás dos conceitos trigonométricos

por meio de representações visuais e interativas proporcionadas pelo software. Dessa forma, a tecnologia não se limita a uma simples exposição de conteúdo, mas torna-se um recurso dinâmico para explorar relações geométricas e consolidar o aprendizado de maneira significativa.

2 - O ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM OS *APPLETS*

Para enriquecer nossas reflexões sobre os *applets* do GeoGebra, trouxemos as ideias de Sá e Machado (2017, p. 5), pois eles observam que "a utilização da tecnologia é muito significativa no ambiente escolar." As TDs tornam-se ainda mais relevantes no ensino da matemática, dada a diversidade de *softwares* que facilitam ao estudante a compreensão e visualização dos conteúdos, além de oferecerem múltiplas formas de resolução de problemas.

Assim, concordamos com Sá e Machado (2017) quanto à importância da tecnologia em sala de aula, bem como com as diretrizes da BNCC (2017), que recomendam o uso de tecnologias digitais para a formação do conhecimento matemático. Entretanto, em uma breve análise do tráfego² de sites, observamos que o acesso ao GeoGebra no Brasil permanece baixo, de modo que o país não figura entre os dez principais em número de acessos ao site oficial do GeoGebra³.

Apesar desse cenário, é fundamental ressaltar que o GeoGebra “[...]é um software de matemática dinâmica, que reúne Álgebra e Geometria.” (Pacheco, 2019, p. 199) e conta com ampla aplicação por professores em suas aulas, assim que possível. Seu uso, portanto, precisa ser incentivado pelos sistemas de ensino, e o investimento em TDs deve ser reforçado, permitindo que o Brasil se aproxime dos países com maior número de acessos ao GeoGebra, pois:

Com o uso do GeoGebra, é possível dinamizar e enriquecer as atividades no processo de ensino e aprendizagem da matemática, pois é um software de Geometria Dinâmica, onde são contempladas as construções de pontos, vetores, segmentos, retas e secções cônicas. Através do GeoGebra é possível analisar equações, relacionar variáveis com números, encontrar raízes de equações. Permite ainda associar uma expressão algébrica à representação de um objeto da Geometria. (Pacheco, 2019, p. 199)

A partir desse princípio, os *applets* do GeoGebra também são “[...] um software educativo que tem como objetivo trabalhar conceitos matemáticos e facilitar a compreensão desses conceitos por educandos e professores de todos os níveis de ensino.” (Mota et al. 2013, p. 11). Para tanto, utilizamos os *applets* como um recurso didático, pois, os *applets* têm a capacidade de explorar todos os recursos do GeoGebra. Por isso, esta pesquisa agregou ao seu

² Para nossa análise, acessamos o site da Ubersuggest, que foi uma solução de pesquisa completa e de baixo custo.

³ <https://www.geogebra.org/>.

uso a sequência de atividades inspiradas na metodologia da investigação matemática. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p. 13), “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades”. Para o desenvolvimento de uma investigação matemática, precisamos nos atentar a 4 momentos:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2015, p. 20).

Ponte, Brocardo e Oliveira (2015) ainda nos afirmam que é interessante que haja interações durante o processo, pois, ao final da investigação, iremos divulgar e analisar os resultados das investigações matemáticas. Portanto, trataremos desses aspectos que envolvem uma investigação matemática nos resultados desta pesquisa, especificamente nas categorias 1 e 2.

Conduzidos pelas ideias de Ponte, Brocardo e Oliveira (2015), incluímos estes quatro momentos em nossa sequência de atividades, que está anexada no APÊNDICE C desta pesquisa. Inicialmente, na categoria 1, apresentamos a pesquisa aos educandos para poder identificar as ações propostas e ter seu primeiro contato com os *applets*, levantando questões sobre nomenclaturas e termos matemáticos.

No segundo momento, na categoria 2, os educandos desta pesquisa iniciam o ato de deduzir respostas a respeito de suas próprias questões. Assim, suas ações durante o uso dos *applets* os incentivarão a formular novas hipóteses necessárias para as associações de conceitos fundamentais para a trigonometria. Ainda nesta fase, conceitos de reta, ponto, segmento de reta e razão começarão a ser notados e associados pelo educando.

No terceiro momento, ainda no capítulo 2, o educando, ao organizar suas ideias e hipóteses, estará em condição de verificar a coerência de suas conjecturas, ou seja, poderá submeter suas suposições a testes ou refiná-las conforme necessário. Dessa forma, os educandos terão a oportunidade de preencher os quadros trigonométricos relativos aos ângulos (APÊNDICE C) e realizar seus testes de maneira mais clara e precisa.

No quarto momento, o educando terá a oportunidade de demonstrar que formalizou as associações entre os ângulos internos dos triângulos retângulos estudados e os valores de seno,

coosseno e tangente. Assim, será capaz de evidenciar que, para triângulos semelhantes de quaisquer dimensões, as razões que conduzem aos valores de seno, coosseno e tangente do ângulo em questão permanecem invariáveis, ou seja, o valor dessas razões será sempre o mesmo.

3 – METODOLOGIA

Nesta seção será apresentada a metodologia. Nesse intuito, abordaremos as motivações que contribuíram com a escolha da turma e da instituição, sobre os aspectos do colégio e sobre os procedimentos metodológicos e técnicas para a obtenção dos dados. Neste percurso, evidenciaremos o tipo de pesquisa explorada nesse trabalho e a Análise Temática de Braun e Clarke (2006) versada pelas alusões de Minayo (2014), alinhada com as técnicas de análise dos dados.

3.1 Ambientação

Os educandos da nossa pesquisa foram educandos da Educação de Jovens e Adultos de um colégio público, ou seja, os estudantes da Etapa VII (3ª série do ensino médio) da EJA- Tempo formativo II: Terceiro segmento. Segundo os dados obtidos junto à instituição, o colégio possui cerca de 770 educandos matriculados durante o ano letivo de 2023, e uma média de 73% desses educandos matriculados são educandos da zona rural da cidade-sede da instituição de ensino. Esse colégio, portanto, foi escolhido em razão da sua estrutura física, sua concepção de trabalho e seu olhar cuidadoso para os educandos da EJA. Além disso, para a realização desta pesquisa, esses educandos assinaram o Termo de Consentimento Livre e o Termo (APÊNDICE D) de uso de imagens como uma forma de atestar seu livre direito de participar ou não desta pesquisa.

Uma das características dessa turma, da Etapa VII, foi a frequência, pois dos 30 matriculados nesta turma, apenas 25 educandos tinham registros no caderno de frequência. A análise da frequência revelou-se fundamental nesse processo, pois permitiu presumir que os estudantes demonstravam compromisso com a escola e, conseqüentemente, poderiam assumir responsabilidades com a pesquisa - o que, de fato, se confirmou. Contudo, esta pesquisa durou 9 semanas, totalizando 18 encontros, sendo 2 horas de aula para cada encontro. Esses encontros se estenderam muito mais que o esperado por conta da ausência de alguns educandos das zonas rurais da cidade, pois eles dependiam do transporte, que nem sempre estava disponível. Assim foi necessário estender nossas intervenções.

Nesse panorama, a pesquisa foi desenvolvida junto com esses educandos no recém-criado Laboratório de Informática do colégio, o qual possuía estandes de livros e mesas para serem postas os 35 *Chromebooks* que eram guardados em uma prateleira móvel. Assim,

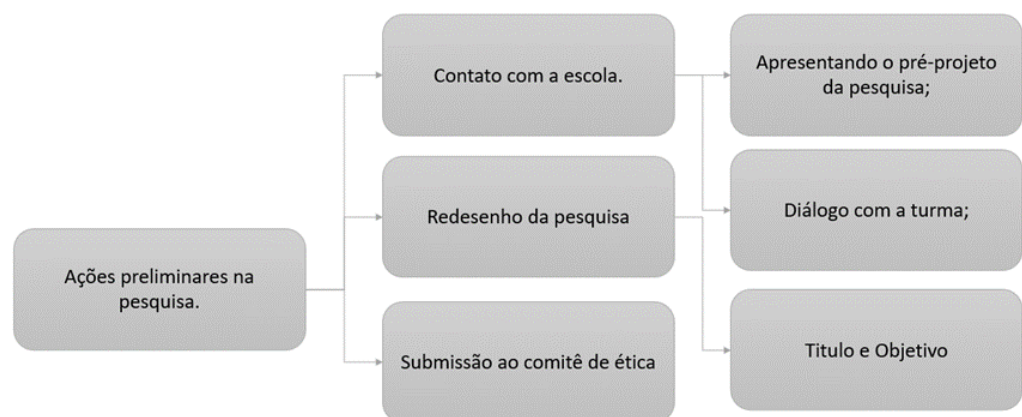
pensando em prevenir problemas técnicos nesses *Chromebooks* deixamos mais 4 *Notebooks* de reserva para qualquer imprevisto durante este processo.

3.2 Procedimentos metodológicos e seus aspectos

O passo inicial para o procedimento metodológico foi o “[...] planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam [...]” (Damiani, et al., 2013, p. 58). Nesse sentido, com o intuito de desenvolver um desempenho significativo para o ensino de trigonometria por meio dos *applets*, foi necessário a presença e participação efetiva dos educandos da pesquisa nos processos de aprendizagem, seguida da “posterior avaliação dos efeitos dessas interferências” (Damiani, et al., 2013, p. 57). Para tanto, como já mencionado, a pesquisa se baseou em atividades que exploraram o caráter da investigação matemática e contribuiu para a reelaboração das atividades e nos conduziram para a análise dos dados.

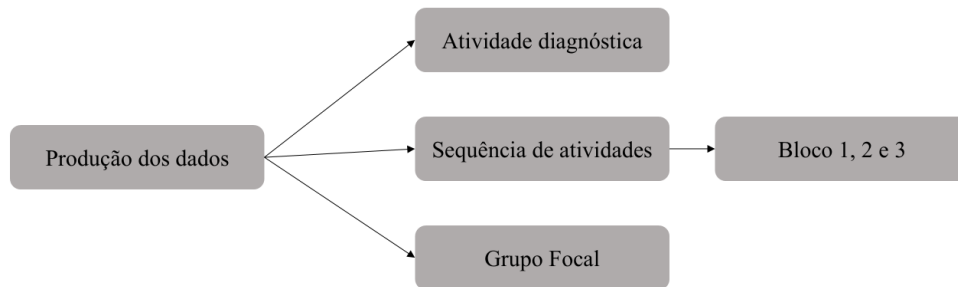
Para este tópico, apresentaremos a abordagem metodológica desta pesquisa, as técnicas de investigação e o procedimento dos dados e o método de análise dos dados. Nas figuras abaixo estão os esquemas com os aspectos metodológicos.

Figura 1: Primeiros passos da pesquisa



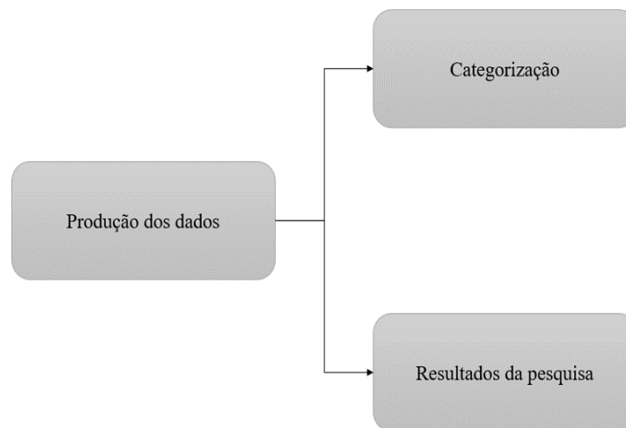
Fonte: Produção nossa (2023).

Figura 2: Produção dos dados da pesquisa.



Fonte: Produção nossa (2023).

Figura 3: Produção dos Dados da Pesquisa



Fonte: Produção nossa (2023).

3.2.1 Abordagem Metodológica

A presente pesquisa insere-se no campo da abordagem qualitativa, sendo configurada como uma pesquisa-intervenção, com o objetivo de investigar de que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a formação de conceitos trigonométricos por educandos da EJA. Dessa forma, buscamos, por meio das atividades, compreender como os educandos da EJA conseguem aprender a trigonometria envolvidos com os *applets* do *Software* GeoGebra. Para isso, utilizamos algumas das técnicas de produção de dados, como o diário de bordo, a observação sistematizada, a atividade diagnóstica e a sequência de atividades de matemática a serem realizadas com os *applets* do software GeoGebra, em grupo focal.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 47) “a investigação qualitativa possui cinco características”. Para Bogdan e Biklen (1994), a primeira característica é o primeiro contato que o pesquisador tem com o ambiente em que se realiza a pesquisa. Nesse sentido, reforçamos que nosso ambiente de pesquisa é em um colégio público. Sob essa ótica, esses autores afirmam que jamais esse ambiente deve estar separado do seu contexto. Assim, consideramos que a escola vivencia uma era tecnológica na qual a comunicação evoluiu com o avanço das tecnologias digitais (TDs).

A segunda característica é que a pesquisa é descritiva, pois “Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados para ilustrar e substanciar a apresentação” (Bogdan; Biklen, 1994, p. 48) Nos dados da pesquisa estão as transcrições dos diários de bordos, vídeos, fotos e áudios.

Bogdan e Biklen (1994) afirmam que a terceira é que o processo de produção dos dados é mais importante que os resultados. Assim, os meios são mais importantes que o fim nessa etapa. Portanto, de modo que a sequência de atividades seja o meio pelo qual os educandos compreendam os novos conceitos e produza dados relevantes para nossas análises.

A quarta característica, segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 50), é que “as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando”. Assim, ela ocorre de maneira indutiva e os dados relacionados serão afinados e categorizados.

A quinta característica, para Bogdan e Biklen (1994), é o significado dado pelos educandos da pesquisa aos conteúdos, por exemplo, a forma geométrica do triângulo no contexto social dos educandos, ou seja, essa forma geométrica muitas vezes é evidenciada no seu dia a dia. Em resumo, os dados extraídos durante o processo de formação dos conceitos trigonométricos deverão levar em conta toda uma vivência na perspectiva do educando.

3.2.2 Técnicas de Investigação e Procedimentos para a Produção dos Dados

Para a produção de dados, realizamos a aplicação da sequência de atividades. Esses momentos foram intervenções realizadas com os educandos da Etapa VII de um colégio público. Organizamos, assim, a sala de vídeo em grupos, e como eram 35 *Chromebooks*, cada educando ficava com um *Chromebook*. Para o desenvolvimento da pesquisa, foi fundamental que cada educando estivesse acompanhado do seu *smartphone*. Para o registro de cada etapa desta pesquisa, utilizamos o diário de bordo, que se trata de um caderno para anotar diariamente

o desenrolar desta pesquisa. Registramos, portanto, comentários importantes dos educandos, nos quais se destacaram suas reflexões acerca de cada fase neste trabalho, ou seja, dados que pudessem contribuir para uma análise mais detalhada da pesquisa.

A princípio aplicamos uma atividade diagnóstica (APÊNDICE A), que era composta por uma sequência de questões abertas e fechadas sobre algumas questões de cálculo simples de divisão entre segmentos de reta e sobre triângulos. Além disso, as questões abordaram aspectos pessoais, como o uso de celulares para o aprendizado em matemática. Esta atividade diagnóstica buscou compreender os conhecimentos prévios que cada educando possuía, tanto sobre a matemática quanto sobre o uso da tecnologia. Para isso, coletamos dados relacionados a diferentes aspectos da vida dos educandos participantes da pesquisa, tanto no contexto escolar quanto no extraescolar, incluindo saberes escolares próprios de cada educandos, dos quais eles já possuíam e que pudessem ajudar no desenvolvimento da pesquisa.

Com esta atividade diagnóstica, foi possível coletar informações e servir de base para mapear e traçar perfis da turma para esta pesquisa. Ela nos ajuda a entender as concepções que envolvem o seu dia a dia, as dificuldades enfrentadas, os desafios e barreiras com a disciplina de matemática, permitindo-nos ter uma compreensão sobre o conhecimento acerca das questões que envolvem o conteúdo de trigonometria. Assim, temos o intuito de coletar dados referentes aos seus hábitos com a tecnologia, por exemplo, sua experiência com *WhatsApp*, *GeoGebra*, entre outros potenciais aplicativos úteis para esta pesquisa. Portanto, aplicamos uma atividade que visou compreender o cenário em que se encontrava a realidade da turma. Por outro lado, nessa mesma atividade, buscamos compreender como essa turma da EJA pensava sobre o conceito de razão e conceitos de geometria básica. O objetivo, portanto, se resume no desejo de encontrar aspectos que nos permitissem conhecer os conhecimentos prévios dos educandos.

O segundo passo foi apresentar o *software* *GeoGebra* (APÊNDICE B) e sua contribuição para o ensino de matemática na educação básica. Nesse momento, apresentamos as ferramentas disponíveis e as potencialidades do programa em estudar figuras geométricas por meio dos *applets*. Aproveitamos este momento para mostrar como os seus *smartphones* seriam importantes para a pesquisa, pois criaríamos, na sequência, um grupo no *WhatsApp* para postar os *links* de cada *applet*.

Na etapa final da pesquisa, apresentamos a sequência de atividades (APÊNDICE C), dividida em três blocos, articulada ao campo de estudo e norteada pelos objetivos deste trabalho. Essa sequência foi elaborada com o objetivo de favorecer a compreensão das relações trigonométricas. Nesse contexto, desenvolvemos os *applets* com a intenção de tornar mais

acessível a representação geométrica da trigonometria, possibilitando que as atividades fossem realizadas sob uma perspectiva dinâmica dos triângulos retângulos. Todo esse processo foi orientado pelos objetivos previamente definidos no plano da pesquisa, com foco na promoção da aprendizagem dos educandos.

O primeiro bloco da sequência de atividades tem o objetivo de compreender como os educandos observam as relações entre as razões dos segmentos de cada triângulo retângulo. O segundo bloco, envolve os educandos na construção dos conceitos de seno, cosseno e tangente por meio das razões entre os lados dos diversos triângulos construídos com os *applets* do GeoGebra. No terceiro bloco, apresentamos a trigonometria por meio do triângulo retângulo inscrito em um círculo.

Para o estudo e análise dos dados desta pesquisa, utilizamos a observação dos estudantes durante as atividades como técnica, além dos questionários, dos registros escritos dos educandos durante as aplicações das atividades, dos relatórios das falas dos educandos no momento da socialização e da institucionalização dos conhecimentos e dos relatórios sobre a gravação de tela dos educandos.

Para Chizzotti (2006), a observação deve ocorrer em aspectos delimitados em sua inteira totalidade ao observar um fenômeno. Para tanto, entendemos que para o fenômeno de estudo que norteará esta pesquisa, as condições e os meios a partir do objeto de estudo serão observados. Contudo, no intuito de contribuir com a pesquisa, realizamos uma observação sistematizada, pois Gil (2022) afirma que o pesquisador conhece os aspectos organizacionais necessariamente significativos para alcançar os objetivos pretendidos.

Dessa forma, a pesquisa adotou como critério a observação sistemática dos educandos, considerando que foi realizada no contexto do laboratório de informática. As sequências de atividades foram analisadas de maneira estruturada, divididas por blocos temáticos. Inicialmente, observamos o bloco 1, que abordava a introdução à noção de razão; em seguida, o bloco 2, voltado à formalização dos conceitos de catetos adjacente e oposto; e, por fim, o bloco 3, que tratava da formalização de conceitos trigonométricos na circunferência. Posteriormente, analisamos as relações estabelecidas pelos educandos durante a resolução de um problema envolvendo o cálculo da altura de uma igreja de sua comunidade.

Para agregarmos fidedignidade à pesquisa, assumimos que seguiremos o princípio de que: “Tal pesquisa observa, registra, analisa e ordena dados, sem manipulá-los, isto é, sem interferência do pesquisador. Procura descobrir a frequência com que um fato ocorre, sua natureza, suas características, causas e relações com outros fatos” (Prodanov; Freitas, 2013, p.

52). Dessa forma, fortalece-se a autenticidade dos resultados desta pesquisa no campo das ciências sociais, e a veracidade dos fatos será fundamental para que seja genuína e legítima. Contudo, para a produção desta pesquisa será necessário que, segundo Prodanov e Freitas (2013), o autor classifique, explique e interprete os fatos que ocorrem no momento da pesquisa, por meio dos quais os dados serão obtidos por meio de suas observações.

Para tanto, dentre os instrumentos e técnicas desta pesquisa, selecionamos a filmagem de tela do computador para que termos detalhes sobre as ações do educando durante o processo dinâmico apresentado no GeoGebra, pois observar esse processo contribuirá para o estudo dos dados obtidos. Além disso, foram feitas algumas sessões de fotos na intenção de registrar cada momento específico durante a formação dos conceitos de trigonometria. Dessa maneira, essas fotos foram tiradas pelo nosso próprio celular.

Para tal propósito, a turma foi organizada em quatro grandes grupos, pois entendemos que para este trabalho será oportuna a reflexão entre os educandos da pesquisa, determinamos, portanto, que a obtenção dos dados será por meio de grupo focal. Powell e Single (1996) definem grupo focal como um grupo de educandos selecionados pelo pesquisador com o objetivo de discutir e comentar o objeto central da pesquisa com base na experiência particular de cada indivíduo. Rodrigues (1988) afirma que o grupo focal é uma maneira elementar e mais adaptável de envolver-se com o público de sua pesquisa. Para Gomes e Barbosa (1999), o grupo focal é um grupo de discussão informal a fim de obter profundidade na pesquisa. Por isso, registramos as ações dos educandos no *Chromebook* por meio da gravação da tela e do áudio. Portanto, foi necessário que cada momento fosse realizado com todos da turma na mesma etapa de ensino. Visto que Krueger (1996) afirma que o grupo focal consiste em “pessoas reunidas em uma série de grupos que possuem determinadas características e que produzem dados qualitativos sobre uma discussão focalizada.”

É importante destacar que a formação dos quatro grupos (G) ocorreu com base na afinidade e na aproximação entre os próprios educandos (Aluno – A). A distribuição dos participantes ficou da seguinte forma: G1 (A7, A25, A22, A5, A4, A11, A17, A8); G2 (A7, A12, A18, A20, A26); G3 (A1, A6, A15, A14, A13, A23); e G4 (A24, A19, A16, A4, A10). No entanto, por questões particulares, os educandos A2, A3 e A9 não participaram da pesquisa por falta de frequência, com exceção do educando A21, que se ausentou por motivos de saúde.

3.3 Método de Análise dos Dados

Para Braun e Clarke (2006), a Análise Temática (AT) é a análise da pesquisa que possibilita a identificação dos padrões ou temas, que estão presentes nos dados obtidos na pesquisa. Nessa perspectiva, faremos uma breve reflexão do conceito de tema de alguns pesquisadores no intuito de alcançar uma boa compreensão dessa AT. Por exemplo, a noção de tema, para Minayo (2014), se refere a determinado assunto que envolve diversos feixes de relações e significados. Já na ótica de Bardin (2011), tema é uma unidade de significação que é retirada de um texto com base em uma teoria. Assim, para o estudo e análise dos dados coletados sob a dimensão metódica desta pesquisa, utilizamos a Análise Temática, proposta por Braun e Clarke em (2006), essa análise possibilitou-nos condições suficientes para o estudo das entrevistas por grupo focal no desenvolvimento desta pesquisa e da sequência de atividades para obtermos considerações e constatações nesse tipo de análise.

Para Minayo (2014), a análise temática se desdobra operacionalmente em três fases: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento/interpretação dos resultados obtidos. Na pré-análise serão retomados os objetivos iniciais e assim e, assim, serão identificados os documentos a serem analisados, por exemplo a sequência de atividades. Na busca de orientar a compreensão e interpretação desse material, são definidas três tarefas: a primeira tarefa é a leitura flutuante, que se trata do contato inicial com o material disponível para este estudo. Serão observadas, também, as hipóteses iniciais e as hipóteses emergentes que surgirão com o desenvolvimento da análise documental, bem como as teorias relacionadas ao assunto. Na segunda tarefa será feita a constituição dos corpos da pesquisa; para tal, o pesquisador deverá levar em conta a utilidade do material no desenvolvimento da pesquisa, que ele obedeça aos critérios de seleção que estejam de acordo com os temas, as técnicas e ao perfil do sujeito, que ele siga as características do que se deseja pesquisar e seja pertinente. E a terceira tarefa é a retomada da etapa exploratória para a formulação e reformulação de objetivos por meio da leitura exaustiva do material. (Minayo, 2014)

Para Minayo (2014), a segunda fase é definida como a exploração do material da pesquisa, buscando um núcleo de compreensão do texto. Assim, as palavras que estão associadas ao conteúdo da pesquisa extraídas dentro da análise dos textos serão determinantes para a categorização.

A terceira fase é marcada pelo tratamento dos resultados obtidos em nossa interpretação acerca destes resultados. Para tanto, os dados resultantes da extração filtrada e classificada com

destaque, serão analisados estatisticamente para identificarmos uma regularidade. (Minayo, 2014)

Considerando todas as técnicas de pesquisa e procedimentos na obtenção dos dados neste trabalho de pesquisa, como a Avaliação Diagnóstica, a sequência de atividades e as gravações de áudio e vídeo, destacamos que esses dados estudados até aqui foram analisados e tratados, resultando nas seguintes categorias de análise:

Categoria 1 - Concepções dos Educandos da EJA sobre Conceitos Matemáticos e a Tecnologia.

Esta categoria faz alusão aos conhecimentos prévios que esta turma da EJA possui. Nesta camada de estudos da pesquisa, identificamos alguns conceitos de matemática que poderiam vir a contribuir com o andamento do estudo e ajudar com o planejamento dele. Neste primeiro contato extraímos algumas informações a respeito dos hábitos desses educandos em relação às tecnologias, estes dados extraídos nos levou a tomar decisões importantes, como por exemplo, o uso do *WhatsApp*.

Categoria 2 – A Formação de Conceitos Trigonométricos pela Sequência de Atividades Mediada Pelos *applets* do GeoGebra.

A categoria 2 busca responder os demais objetivos específicos para esta dissertação: “Verificar as formas como os educandos da EJA utilizam os *applets* do *software* GeoGebra; analisar padrões percebidos pelos educandos no desenvolvimento da sequência de atividades; analisar a forma como as relações trigonométricas são utilizadas para a resolução das atividades propostas.”

4 - DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo exibiremos nossas reflexões sobre os resultados obtidos nesta pesquisa, para tanto, como foi dito anteriormente, dividimos esta seção em categorias 1 e 2, sendo que cada categoria foi dividida em algumas subcategorias. Essas categorias foram desenvolvidas e contextualizadas com base nos dados do diário de bordo, atividade diagnóstica, sequência de atividades de matemática e entrevista por grupo focal.

4.1 Categoria 1 – Aspectos Preliminares sobre Conceitos de Matemática e a Tecnologia

Nesta fase da pesquisa, apresentaremos uma análise sobre uma atividade diagnóstica desenvolvida na primeira fase do nosso estudo dos dados, ou seja, nosso primeiro contato com a turma da EJA. Assim, as alusões que envolvem esta categoria serão baseadas nas observações, na atividade diagnóstica e nas anotações feitas no diário de bordo.

4.1.1 Os Aspectos Diagnósticos dos Conteúdos e Socioeconômicos da Turma da EJA.

Com base nas profundas reflexões sobre a atividade diagnóstica, constatamos que ela pode ser utilizada para orientar o trabalho desta dissertação. Dessa maneira, foi possível testar, medir e avaliar os educandos da EJA. Também se observa que, pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei nº 9.394, de 20/12/1996, é importante que seja feita antes, durante ou após nossas intervenções. Com base nessas orientações, vimos que a atividade diagnóstica proporciona ao professor mudanças em seu plano de ensino e alterações no processo de ensino. (Ballester, 2003)

Essa atividade foi considerada diagnóstica porque sua aplicação ocorreu antes desta pesquisa, com o intuito de compreender o cenário e a turma em que seria aplicada a pesquisa. Dessa forma, ela tem a função de, segundo Lorencini (2013, p. 13), “identificar a presença ou a ausência, de conhecimentos, inclusive buscar detectar pré-requisitos [...]”. Sobre essa afirmação, concordamos que prever alguns conhecimentos possibilita ao professor compreender os conceitos que o educando domina ou ainda não domina para guiá-lo no processo de ensino.

Frisamos que apenas 16 dos 30 educandos matriculados estavam presentes nesse dia de aplicação da atividade diagnóstica. Sob esse panorama, os educandos que responderam à atividade diagnóstica foram os mais frequentes até o presente momento no ano letivo de 2023, segundo o registro de frequência da instituição. Vale ressaltar que, ao final desta pesquisa, chegamos a registrar a presença de 25 educandos

Para essa atividade diagnóstica, elaboramos 22 questões, sendo 8 delas abertas e as demais fechadas. Com relação às nossas análises, percebemos, antes de tudo, que se tratava de uma turma jovem, pois 75% dos educandos estavam em uma faixa etária de 18 a 25 anos, o que nos levou a entender que essa era uma turma mais jovem. No percurso dessas análises, selecionamos algumas informações mais relevantes aos nos olhos e constatamos que:

Quadro 2: Dados da atividade diagnóstica.

Contexto - Questões	Porcentagem aproximada (%)
Trabalham	100
Gostam de Matemática	50
Não tiveram aulas de Trigonometria	88
Baixo domínio no uso de Computadores	82
Não possui Computador	56
Possui Computador com internet	12
Possui e utiliza o aplicativo <i>whatsapp</i>	100
Já estudou matemática com algum <i>Software</i> .	0

Fonte: Produção nossa (2023).

Identificamos que, aproximadamente, 70% da turma apresentou dificuldades na divisão. Consequentemente, a grande maioria dos educandos relataram que não domina o conceito de razão entre dois segmentos. Segundo Pereira (2020, p. 11), os problemas que o educando apresenta na operação de divisão resultam em “uma educação que não alcança o seu principal objetivo, a aprendizagem, que é a garantia do desenvolvimento autônomo e crítico do estudante.” Observe na tabela que 100% desconhecem o que significa Semelhança de Triângulos em matemática. Diante desse fato, ficou evidente a necessidade de intervenção prévia para que os educandos obtivessem as noções básicas de divisão entre segmentos de um triângulo.

Após a análise desses dados apresentados no quadro, realizamos uma intervenção com o quadro branco da própria sala de aula dessa turma, pois nesse momento ainda não estávamos na sala de vídeo (sala de informática). No decorrer desta intervenção, citamos alguns exemplos sobre a divisão entre os lados de um triângulo e reforçamos o fato de que no desenvolvimento desta pesquisa seria permitido o uso de calculadora ou uso do celular (*smartphone*) para realizar cálculos da divisão.

Em um segundo momento, diante dos dados expostos no Quadro 2, identificamos que os educandos desta pesquisa não conheciam o programa GeoGebra. Dessa forma, foi necessário apresentarmos algumas ideias sobre as utilidades do GeoGebra para a pesquisa. Essa fase foi indispensável, visto que os educandos desconheciam o programa e suas funções. Portanto, mostramos os recursos desse programa para construir figuras geométricas planas para que esses educandos se apropriassem desses conhecimentos prévios que seriam abordados nas etapas da pesquisa.

4.1.3 A importância do *Whatsapp* para a nossa pesquisa

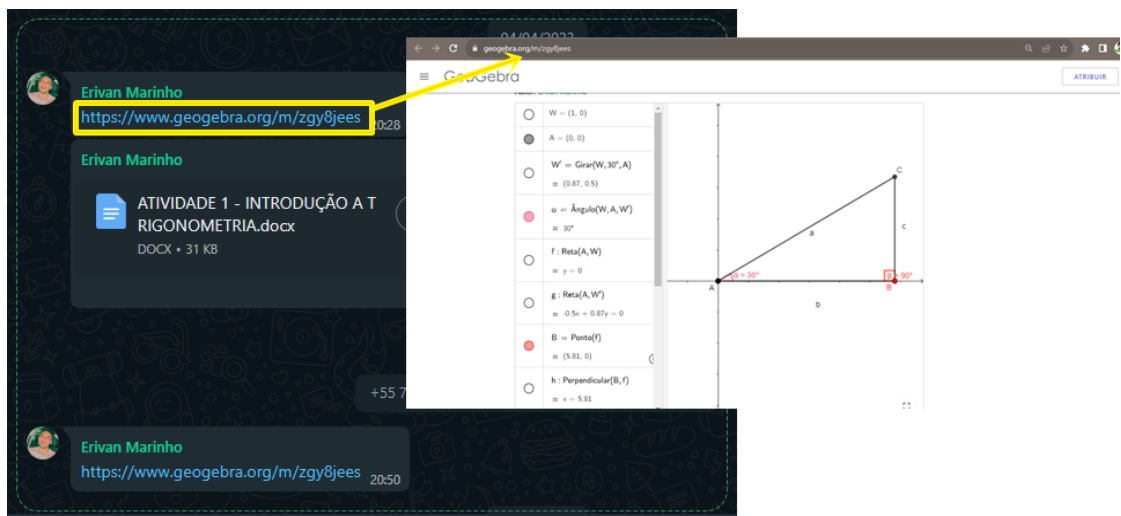
Novas perspectivas surgiram no ensino e muitas vezes foram provocadas pelos avanços das tecnologias digitais (TDs). Sob essa ótica, Cerigatto e Machado (2018) argumentam que o futuro da educação pode seguir tendências em seu desenvolvimento e ressignificações que indicam novas concepções. Desse modo, tais avanços representam uma oportunidade para a educação refletir sobre a escola e repensar sua temporalidade. Com base nisso, Sousa, Miota e Carvalho (2011) sinalizam que o professor deve se apropriar, portanto, da diversidade das possibilidades que surgem com a presença das TDs e das condições em que essas possibilidades podem ser apropriadas em sua prática docente, como por exemplo, o uso do *WhatsApp*.

Dado ao fato de que todos os educandos da pesquisa assumiram possuir uma conta no *WhatsApp* e serem ativos nesse aplicativo, criamos um grupo no *WhatsApp* com finalidade de se comunicar com os educandos durante a sequência de atividades. Borba, Souto e Junior (2022) afirmam que é provável uma “onlinização” na comunicação entre professor e educando. Dessa maneira, o uso dessa ferramenta não se distancia da realidade e das novas tendências no ensino de matemática. Com o uso do *WhatsApp*, a comunicação entre os educandos e o professor pesquisador é dinâmica e ocorre com fluidez. E por meio dessa ferramenta disponibilizamos os *links* do GeoGebra para cada atividade proposta. Contudo, sabemos que “Os smartphones,

enquanto tecnologia presente na vida dos educadores e educandos, possibilitam, em sala de aula, construir um ambiente propício à investigação” Silva (2020, p. 131)

A organização do ambiente em que a pesquisa é realizada é crucial para manter o controle do processo. É importante que cada ação dos educandos siga os passos determinados pelo plano do pesquisador. Além disso, criei um grupo no *WhatsApp* em que, a cada link compartilhado, os educandos acessam esses links pelo *Chromebook*.

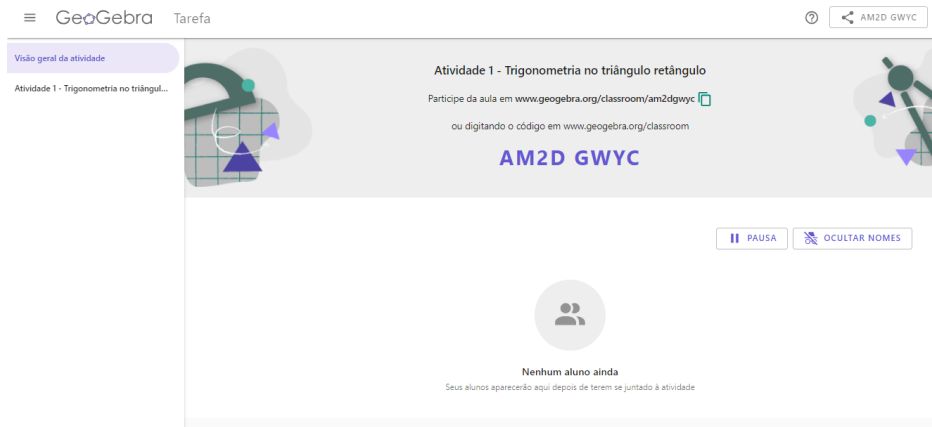
Figura 4: Representação do acesso aos *applets* pelos links.



Fonte: Produção nossa (2023).

Para um controle mais eficiente dessas atividades, reunimos todos os educandos na sala de vídeo (sala de informática), ambiente dedicado ao uso dos *Chromebooks*. Lá, acessamos as atividades nos *applets* do GeoGebra. Assim, conseguimos ter um controle parcial da manipulação desses *applets*, com todos os estudantes presentes e conectados simultaneamente no GeoGebra por meio do link. Esse recurso nos permitia visualizar suas ações ou até mesmo ver quem estava ou não conectado nas atividades. Portanto, a Figura 5, a seguir, apresenta o acesso a uma sala de aula virtual do GeoGebra, a qual estava sob meu controle enquanto os educandos acessavam as atividades.

Figura 5: Sala de Aula Virtual do GeoGebra.



Fonte: Produção nossa (2023).

Entretanto, esse controle na sala de aula mostrou-se menos necessário do que havíamos previsto, uma vez que o acompanhamento de cada grupo e educando ocorreu de forma presencial. Ainda assim, trata-se de um recurso valioso para o professor, especialmente no contexto do ensino a distância, onde pode auxiliar de maneira mais eficaz o educando enquanto ele manipula o *Software*.

4.1.4 As Condições Pelas Quais a Pesquisa Foi Realizada

Nota-se que o contexto no qual a ação se realizou no plano material foi baseada na realidade das condições que envolvem os recursos disponíveis na instituição de ensino. Por exemplo, a sala de vídeo, que foi o espaço dedicado para esta pesquisa (Figura 6), foi o local mais adequado pela abundância de recursos, como livros e ar-condicionado, que tornavam esse ambiente mais harmonioso, atrativo e confortável.

Figura 6: Sala de Vídeo da Escola e *Chromebooks*



Fonte: Produção nossa (2023).

Os *Chromebooks* foram sempre distribuídos a todos da sala, pois havia mais *Chromebooks* que educandos. Assim, não houve preocupação da nossa parte de algum educando ficar sem o equipamento. Outro fato que nos tranquilizou nesse processo foi saber que todos os educandos estavam portando seus *smartphones*. Isso tornou muito mais eficiente conduzir a pesquisa com eles, pois todos os *applets* foram compartilhados utilizando o grupo do *Whatsapp* para esta pesquisa. Dessa forma, eles precisavam estar sempre com o celular em mãos para acessar o *WhatsApp Web* remotamente pelo *Chromebook*.

Figura 7: Momento da Realização da Pesquisa.



Fonte: Produção nossa (2023).

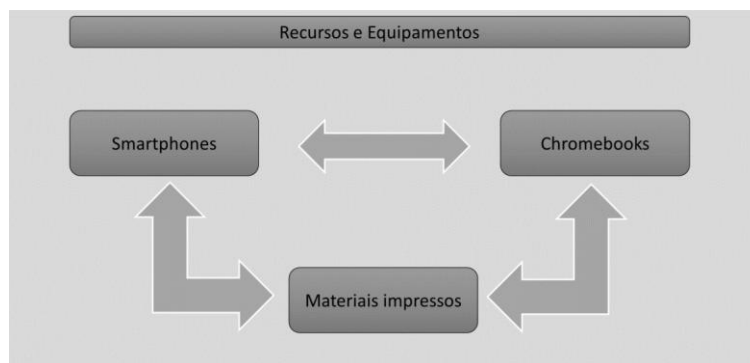
Essas relações, construídas com os educandos se estabeleceram por meio das manipulações do GeoGebra durante a sequência de atividades. A intenção delas é facilitar o processo do ensino de trigonometria com os *applets* do GeoGebra. Meu objetivo, nesse

momento da pesquisa, é esclarecer as ações que o educando precisará tomar para a realização das 7 atividades, pois

Essa fase, embora curta, é absolutamente crítica, dela depende todo o resto. O professor tem que garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade. O cuidado posto nesses momentos iniciais tem especial relevância quando os alunos têm pouca ou nenhuma experiência com as investigações. [...] no caso de alunos mais novos, a leitura conjunta do enunciado poderá ser imprescindível para a sua boa compreensão, nem que seja somente para esclarecer certos termos que não estão familiarizados (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2009, p. 26)

A seguir, apresento um esquema formado pelo uso dos equipamentos disponíveis nesta pesquisa.

Figura 8: Esquema de Ações Entre os Recursos.



Fonte: Produção nossa (2023).

Muitos dos recursos e equipamentos utilizados na pesquisa se relacionam entre si. Para acessarem a atividade, era necessário o uso do *smartphone* para se conectar ao grupo do *WhatsApp*, e assim, conseguirem manipular o *GeoGebra* com o auxílio da atividade que estava impressa. Essa relação entre as tecnologias me fez refletir como elas “[...] oportunizam novos modos de aprender e interagir, tanto nas escolas, quanto nas práticas sociais cotidianas. Essa inserção é verificada pela utilização cada vez maior de ferramentas e mídias digitais[...]” (Gomes; Gomes; Madeira, 2015, p. 4)

Além disso, durante a exposição dos *applets* que ilustravam figuras de triângulos retângulos e suas propriedades — incluindo vértices, segmentos de reta e ângulos, com suas respectivas classificações e particularidades —, os educandos, orientados por mim, foram gradualmente estabelecendo relações conceituais por meio das sequências didáticas propostas, manifestando tais compreensões tanto oralmente quanto por registros escritos.

Certos grupos demonstraram habilidade em assimilar conceitos mediados pelos *applets*. Em um momento, por exemplo, o estudante A15 do grupo 3 (G3), ao analisar as dimensões dos segmentos na figura geométrica, direcionou sua observação de modo preciso, explicitando relações matemáticas, conforme registrado em sua declaração:

Apontando com o dedo indicador, A15 afirma que – “O segmento é esse aqui.”

Ele afirmava para si mesmo, enquanto procurava na janela algébrica do GeoGebra as dimensões dos lados de cada triângulo construído na Atividade 1 (APÊNDICE C). Portanto, é perceptível que o GeoGebra facilitou o processo de análise dos educandos ao observar as características que se evidenciam em um triângulo, permitindo assimilações entre os conceitos geométricos importantes para a formalização dos conceitos trigonométricos.

4.2 Categoria 2 – A Formação de Conceitos Trigonométricos pela Sequência de Atividades Mediada Pelos *Applets* do GeoGebra

Nesta categoria, dividimos as análises por etapa. Nesse sentido, a primeira etapa aborda sobre o desenvolvimento da atividade, que foi organizada por blocos. A segunda é a etapa de apropriação dos conceitos trigonométricos pelos educandos, buscando compreender como os conceitos, de cateto oposto e adjacente se relacionam com os dados das razões entre os catetos e a hipotenusa, e com os ângulos. Por último, apresentamos uma comparação entre os resultados por grupos.

4.2.1 As Conjecturas dos Estudantes sobre a Sequência de Atividades por Blocos

Esta subcategoria foi dividida em três partes, para que nossas análises sigam a lógica do processo de formação dos conceitos ancoradas em cada bloco da atividade com os *applets*. Assim, determinamos que cada tópico esteja alinhado com os Blocos da sequência de atividades. (APÊNDICE C).

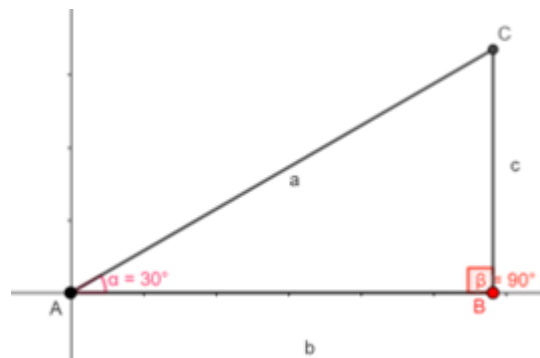
4.2.1.1 Bloco 1 – Conceitos de Razões Entre os Lados de um Triângulo Retângulo.

Para analisarmos os áudios e vídeos de cada educando desta pesquisa, seguimos a lógica da codificação de cada nome. Os educandos, numerados de A1 a A26, foram distribuídos pelos quatro grupos: G1, G2, G3 e G4, como vimos anteriormente no Capítulo 3.

A princípio, busquei atender o máximo de dúvidas dos educandos desde o início da aplicação da sequência de atividades em conjunto com os *applets*. Isso porque a orientação da para a manipulação dos *applets* do GeoGebra, na primeira atividade foi árdua, mas necessária. Tínhamos o objetivo de que os educandos alcançassem uma maturidade em suas ações com os *applets*, apropriando-se da forma de conduzir cada momento.

Sendo assim, quando o educando iniciou a Atividade 1, essas intervenções foram determinantes para o desenvolvimento. Eu sabia que o estudante poderia não compreender a sequência de atividades e tomar caminhos equivocados, por isso minhas intervenções foram direcionadas para filtrar as ações dos educandos, garantindo que ele percorresse corretamente cada etapa desta pesquisa.

Figura 9: Triângulo da Atividade 1.



Fonte: Produção nossa (2023).

Entre todos os educandos, menciono o A15, A23 e A14 do G3, A19 e A10 do G4, como os maiores destaques da pesquisa pelo seu desempenho e compromisso com as aulas. No desenrolar das atividades, eles se colocaram à disposição para dialogar em seus grupos e compartilhar suas ideias. Entre alguns diálogos gravados e registrados por cada *Chromebook* observamos que o A15 notou as janelas de informações dos *applets* no GeoGebra, chegando a algumas observações importantes sobre o que se pedia na Atividade 1 da Figura 9.

Durante um diálogo entre os educandos do grupo G3, o educando A15 comenta com A23 ao observar a janela algébrica:

A15 faz a seguinte sugestão: — Ah! Ele vai querer os pontos "a", "b" e "c", né?

Em seguida, A15 fica em silêncio e se corrige com um tom de surpresa:

A15: — Não... espera aí!

Logo após isso, A15 continua analisando a coluna algébrica e formula novas hipóteses sobre o que está vendo na tela:

A15: — O ponto C está aqui... mas ele é a interseção!

A15: — O ângulo, não.

A15: — Só que o ponto B está aqui.

A15: — Só que eu acho que tem que ser A, B e C.

Após todas as suas suposições equivocadas, A15 consegue identificar o que está sendo solicitado na atividade, e afirma a A23 que: “É segmento e não um ponto, entendeu?”

Dessa maneira, A15, juntamente com A23, chegaram a um consenso de que, observando a informação presente na coluna de dados do GeoGebra, deveriam registrar os valores dos segmentos e não dos ângulos ou pontos. Após compreenderem quais dados coletar, eles conseguiram anotar os lados dos 3 triângulos construídos.

Nesse sentido, durante a Atividade 1, na questão 1.2, o educando A15 do grupo 3 me perguntou:

— Professor, o que é razão?

Buscando uma explicação breve e direta, respondi: – Razão é uma forma de comparar dois valores por meio da divisão. No caso dessa atividade, será a divisão entre os lados do triângulo.

Estas perguntas surgiram devido a sequência de atividades sugerida que eles observassem as razões entre os lados e entre seus perímetros. De imediato, após a divisão dos lados, alguns educandos despertaram sua atenção nos resultados dessa divisão.

O educando A19, do grupo G4, expressou em voz alta e entusiasmado sobre sua descoberta das razões entre os segmentos desses triângulos:

— Professor, tem uma coisa que ninguém comentou: a resposta sempre vai ser a mesma.

Em seguida, complementou sobre os resultados parecidos que iam surgindo:

— Sempre vai dar o mesmo cálculo.

A19 ainda pontuou que:

— Mesmo que a posição do triângulo mude, o resultado continua o mesmo.

Sua resposta oral foi o resultado da percepção das regularidades dos valores das razões determinadas para a Atividade 1, ou seja, ele identificou os padrões que existentes nas razões entres os segmentos de cada triângulo que construiu. Ao perceber a razão de cada segmento de cada triângulo formado apenas arrastando um ponto, e por meio de sua linguagem externa oral (e, mais tarde, escrita), é notável que ele identificou resultados semelhantes, e que esse fato sempre se repetiria para os próximos triângulos formados.

Entretanto, nem todos conseguiram, durante suas percepções, formular hipóteses coerentes como as de A19, por exemplo, no grupo G1 o educando A5 conseguia articular suas ações corretamente com a sequência de atividades e os *applets* do GeoGebra, mas, por conta dos erros na divisão entre os lados do triângulo, seguiu caminhos que não os levaria a observar as regularidades nessas razões.

Figura 10: Resposta do Estudante A5 à atividade.

(I) $2,5 : 2,29 = 0,05$
 (II) $6,45 : 5,33 = 2,07$
 (III) $2,05 : 2,62 = 0,43$

1.3 Analisando as relações existentes entre os triângulos formados na Questão 1.2, o que se pode afirmar sobre:

a) a razão entre seus lados?
 A razão entre os lados dos triângulos é diretamente proporcional...

b) a razão entre seus perímetros?
 A razão entre os perímetros dos triângulos é igual a razão entre os lados...

c) a medida de seus ângulos?
 Os triângulos são semelhantes, então a medida dos ângulos é igual...

Fonte: Produção nossa (2023).

Na Figura 10, destacamos em vermelho os lados *a*, *b* e *c*, determinados pelo educando A5. O educando A5 pode não ter compreendido que ele deveria observar os resultados de cada razão, perímetro e ângulos entre os triângulos da Atividade 1 e, assim, apresentou como solução a definição desses conceitos que, possivelmente, foram copiados da internet. Posteriormente, o

educando A5 apresentou algumas frações determinadas na sequência de atividades e, mesmo sem executar a divisão, registrou sua observação sobre a fração: $\frac{c}{a}$.

Figura 11: Resposta do Educando A5 ao Quadro da Atividade.

	T-(I)	T-(II)	T-(III)
$\frac{a}{b}$	4,15	6,45	4,05
$\frac{b}{a}$	3,80	2,22	3,168
$\frac{c}{a}$	2,25	3,07	2,43
$\frac{a}{c}$	4,15	6,45	2,05
$\frac{b}{c}$	3,187	3,35	3,168
$\frac{c}{b}$	2,25	3,07	2,43

1.5 O que você observou em relação às razões $\frac{a}{c}$, $\frac{c}{a}$ e $\frac{b}{c}$, quando os lados a, b e c dos triângulos analisados assumem diferentes valores?

Em observação que os lados a, b e c são diferentes, a razão $\frac{a}{c}$ e $\frac{c}{a}$ são inversas, assim como $\frac{b}{c}$ e $\frac{c}{b}$ são inversas. Isso mostra que a razão entre os lados de um triângulo é inversa à razão entre os lados opostos.

Fonte: Produção nossa (2023).

O educando, mesmo seguindo corretamente a construção da razão entre os lados, não deu continuidade à atividade dividindo os valores de cada lado. Em vez disso, registrou a própria fração, e não o seu resultado. Essa divisão poderia ter sido feita utilizando o *smartphone* que ele portava, e, embora tenhamos estimulado essa ação, o educando não seguiu nossas orientações. O Grupo 3 foi então reorientado a seguir corretamente alguns passos determinados na sequência de atividades. Assim, aproveitando o momento de reflexão, reforçamos o uso do *smartphone* para os cálculos e chamamos a atenção dos educandos para a responsabilidade com a pesquisa em relação ao uso da internet.

Além disso, algumas das contribuições do Bloco 1 foram identificadas no Grupo 4, por meio de uma análise aprofundada da figura do triângulo por parte de cada educando. Para destacar isso, apresentamos a colocação do educando A19 sobre as frações obtidas:

A19 anotou em sua atividade que: “Não adianta a mudança de posições do triângulo, os resultados serão os mesmos. Não importa o tamanho do triângulo, o ângulo sempre será 30.”

Percebemos, no desenvolvimento da pesquisa, que as relações entre a razão dos lados, do perímetro ou da área de um triângulo foram determinantes para que os educandos

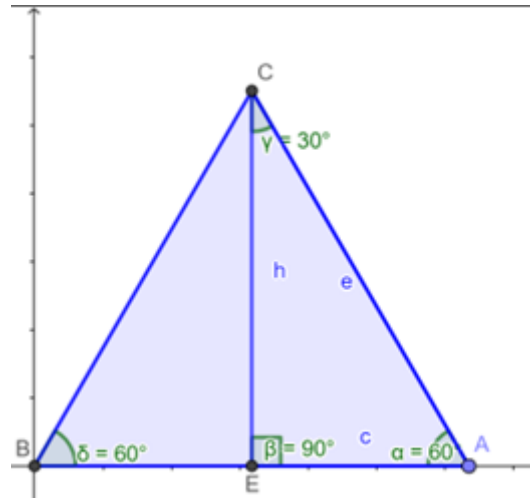
expressassem verbalmente as análises feitas por A19. Isso porque, em cada etapa, desde o início das ações orientadas até sua verbalização externa pela escrita, identificamos que o estudante percebeu um padrão tanto entre as razões quanto nos ângulos dos triângulos formados no *applet*.

Ao longo da pesquisa, a sequência de atividades ajudou esses educandos a fazer relações entre os dados. Contudo, nesse momento ele está sendo estimulado a observar e buscar relações por meio de sua própria constatação. Assim, o educando nessas atividades é estimulado “a justificar e provar as suas afirmações, explicitando matematicamente as suas argumentações perante seus colegas e o professor” (Ponte et. al., 1998, p. 10). No entanto, nem sempre suas argumentações são lógicas. Com isso, eles podem assumir qualquer tipo de relação desconectada do objetivo principal da pesquisa. Por exemplo, no G1, as relações do educando A5 na Figura 11 estão distantes do que se tentou averiguar com os cálculos das razões, pois ele se baseou em fatores perceptuais e não em fatos concretos, dificultando nossa compreensão sobre o que seus resultados realmente significavam.

4.2.1.2 Bloco 2 – Compreendendo o Conceito de Seno, Cosseno e Tangente

No Bloco 2, a Atividade 3 apresenta o triângulo equilátero ΔABC , desenhado na figura abaixo. Este triângulo, desenvolvido por meio do programa GeoGebra tem o objetivo de levar os educandos a identificarem os valores de seno (sen), cosseno (cos) e tangente (tan) dos ângulos de $\gamma = 30^\circ$ e $\alpha = 60^\circ$. Para tanto, seguiram as orientações da sequência de atividades, que, por sua vez permitiu aos educandos observar e analisar suas ações na manipulação do *applet* da Atividade 3.

Figura 12: Triângulo Apresentado na Atividade 3.



Fonte: Produção nossa (2023)

Note que, com as atividades do Bloco 1 argumentações com hipóteses e reflexões sobre os resultados produzidos pelas razões entre os lados de cada triângulo. Neste Bloco 2, apresentei “[...] um tipo de atividade que dá ênfase a processos matemáticos, tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar.” (Ponte et. al. 1998, p.12). Esse processo de generalização foi feito utilizando uma tabela com as informações de cada triângulo e suas características. Assim, o objeto de análise nesta atividade 3 será o triângulo ΔCEA . Neste processo de análise e coleta dos dados observados, o educando encontrou a razão entre os catetos e a hipotenusa do triângulo retângulo ΔCEA após anotar as medidas do quadro abaixo. Dessa maneira, apresentamos no quadro abaixo um recorte da atividade do educando A19 do G4 sobre as razões para o ângulo de 60° .

Figura 13: Resposta do Educando A19 à atividade.

Lado (e)	Medidas					Cateto oposto a 60°	Cateto Adjacente a 60°	Cateto oposto a 60°
	Altura	60°	AC	CE	EA	Hipotenusa	Hipotenusa	Cateto Adjacente a 60°
5	4.33	60.	5	4.33	2.5	0,866	0,5	0,577
6	5.2	60.	6	5.2	3	0,866	0,5	0,576
7	6.06	60.	7	6.06	3.5	0,865	0,5	0,577
...
n						0,865	0,5	0,57

Fonte: Produção nossa (2023).

O educando A19 completou a tabela dos dados orientados pela atividade. Nesses dados, o educando precisa dominar os conceitos de cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa. Se o educando encontrou corretamente esses dados, significa que ele soube onde observar para anotar as medidas dos segmentos de reta \overline{AC} , \overline{CE} e \overline{EA} . Assim, nossas intervenções estavam seguindo corretamente as orientações em cada grupo

Dessa maneira, na medida em que a atividade direcionava os passos na manipulação do *applet* do GeoGebra, o educando foi orientado a olhar para a janela algébrica do GeoGebra. O objetivo era observar o comportamento de cada triângulo desta pesquisa, ou seja, suas características em relação aos lados e aos ângulos na janela algébrica.

Tanto o educando A19 quanto o restante do G4, assim como todos os outros grupos, apresentou dificuldades em compreender o significado de n , proposto na atividade. Por isso, a intervenção realizada foi para todos, buscando que compreendessem que n pode ser qualquer medida do lado (e).

Portanto, com as indagações: “- Se você fizer este processo com o lado e medindo 8 de tamanho, “quais serão os resultados das razões? E com o lado e medindo 9? E 10?” Eles foram aos poucos percebendo que n , poderia ser qualquer medida e que os resultados das operações entre catetos e hipotenusa seriam os mesmos em cada coluna, chegando, dessa forma, ao significado de n , e ao seu pensamento generalizante.

Construindo triângulos com o lado e medindo 5, 6, 7 e n dentro do *applet*, o educando A19 percebeu que o ângulo de 60° nunca mudaria, notando que esses resultados estariam

associados a esse tipo de triângulo com esta característica própria de seus ângulos. Já para analisar, nessa mesma atividade, as razões entre os lados do triângulo ΔCEA sob a perspectiva do ângulo de 30° , notamos que A19 não aproximou corretamente os resultados das razões orientadas no quadro a seguir.

Figura 14: Resposta do Educando A19 à Atividade.

Medidas						$\frac{\text{Cateto oposto a } 30^\circ}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adjacente a } 30^\circ}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto oposto a } 30^\circ}{\text{Cateto Adjacente a } 30^\circ}$
Lado (e)	Altura	30°	AC	CE	EA			
5	4,33	30°	5	4,33	2,5	0,5	2,8	0,5
6	5,2	30°	6	5,2	3	0,5	0,8	0,5
7	6,06	30°	7	6,06	3,5	0,5	0,8	0,5
...
n						0,5	0,8	0,5

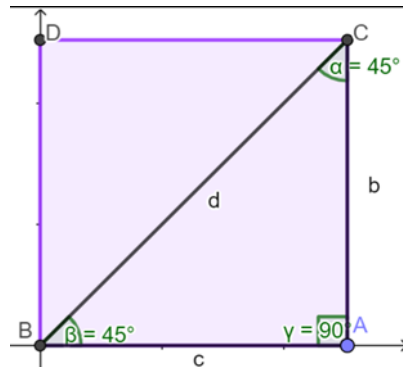
Fonte: Produção nossa (2023).

Um ponto a ser observado é que eu poderia ter iniciado a sequência de 1, 2, 3, ..., **n** para as medidas do lado (e), tanto no quadro da Figura 16 quanto nos demais quadros montados para os novos triângulos formados nas próximas atividades. No entanto, por escolha minha, apresentei esses valores para sair do convencional, iniciando a sequência com 5 e terminando em **n**.

Contudo, observe que o cateto oposto a 30° dividido pela sua hipotenusa resultaria em um valor próximo de 0,581, ignorando que 0,581... é diferente de 0,5, ou que 0,8 é uma aproximação errada de 0,866... Apresentar os erros dessa diferença decimal seria importante para que, durante as nossas intervenções e apresentações dos resultados dos quadros, esses números decimais não causassem confusões e equívocos.

Posteriormente, os educandos analisaram o comportamento dessas razões sobre a ótica do ângulo interno de 45° no triângulo ΔABC . Veja na figura abaixo:

Figura 15: Atividade 4.



Fonte: Produção nossa (2023)

Para esta análise trago um recorte da Atividade 4, é fundamental destacar que escolhi o quadro respondido pelo educando A14, pois notei que o educando A14 conseguiu preencher o quadro com valores decimais com três casas após a vírgula, assim como os outros educandos do G3. Desse modo, seu desempenho foi notado pela riqueza de detalhes de suas respostas e nas aproximações dos valores encontrados por meio da razão dos segmentos.

Figura 16: Resposta do Educando A14 à Atividade.

Medidas						Cateto oposto a 45° Hipotenusa	Cateto adjacente a 45° Hipotenusa	Cateto oposto a 45° Cateto adjacente a 45°
Lado (b)	Altura	45°	$\angle O$ AC	HP CB	AD BA			
5	5	45°	5	7,06	5	0,708	0,708	1,000
6	6	45°	6	8,49	6	0,706	0,706	1,0
7	7,1	45°	7,1	10,09	7,1	0,696	0,706	1,0
8	8	45°	8	11	8	0,727	0,75	1,0
$\frac{9}{n}$	9	45°	9	12	9	0,75	0,75	1,0

Fonte: Produção nossa (2023).

No entanto, é importante apontar que o educando A14 não escreveu os valores para o tamanho n dos lados. É notório que há diversos motivos pelos quais esse educando não preencheu esse espaço dos valores de n . Entre esses motivos, a dificuldade dos educandos em compreender o significado das letras na matemática foi o principal. Para Ponte et. al. (1998), muitos dos problemas de compreensão do conceito de generalização são causados pelas repetições massivas de atividades rotineiras do professor que não estimula a investigação e, com isso, não possibilita que o educando crie significado para os conceitos. Com base em minha experiência como professor de matemática, notei que o conceito de variável é, às vezes, “demonizado” pelos educandos por não compreenderem suas representações.

Ademais, o educando A10, além do seu compromisso com a pesquisa, sempre realizou análises precisas e corretas. Veja na figura:

Figura 17: Resposta do Educando A10 à Atividade.

Medidas						Cateto oposto a 45° Hipotenusa	Cateto adjacente a 45° Hipotenusa	Cateto oposto a 45° Cateto adjacente a 45°
Lado (b)	Altura	45°	AC	CB	BA			
5	5		5	7,06	5	$\frac{5}{7,06} = 0,70$	$\frac{5}{7,06} = 0,70$	$\frac{5}{5} = 1$
6	6		6	8,49	6	$\frac{6}{8,49} = 0,70$	$\frac{6}{8,49} = 0,70$	$\frac{6}{6} = 1$
7	7,03		7,03	9,92	7,03	$\frac{7,03}{9,92} = 0,70$	$\frac{7,03}{9,92} = 0,70$	$\frac{7,03}{7,03} = 1$
...
n						0,70	0,70	1

Fonte: Produção nossa (2023).

O educando A10 utilizou apenas duas casas decimais, mas preencheu corretamente seus dados. Nesses dados, que se repetiam nos resultados tanto para as razões que faziam referência ao seno, cosseno e tangente, ele conseguiu generalizar por meio dessas repetições, notando, nesse sentido, os padrões ali presentes.

A10 afirmou que os triângulos formados pelos valores da diagonal d na figura da Atividade 4 são do mesmo tamanho, com ângulos e formas semelhantes. Na sequência de atividades, a ação de variar a medida movendo o ponto A era orientada. Assim, ele afirmou ao analisar os ângulos dos novos triângulos formados nos *applets*:

— Acontece que o triângulo cresce, mas não altera o resultado.

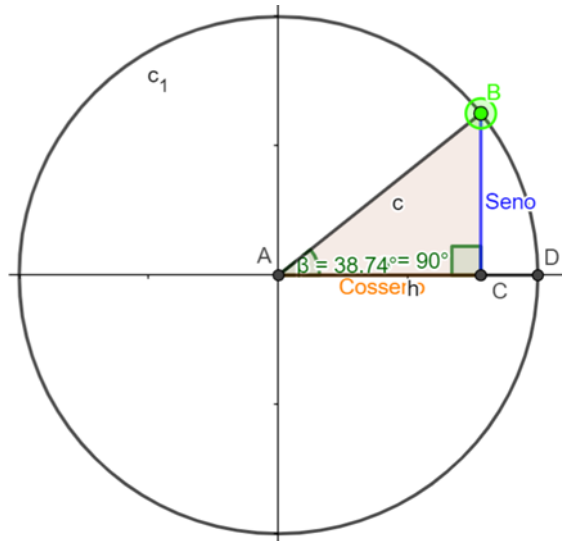
Logo, esse mesmo educando A10 também notou que, ao aumentar o tamanho do triângulo, os resultados da divisão sugerida pela atividade eram sempre os mesmos, e as características desses triângulos se mantêm mesmo mudando o tamanho do triângulo. Portanto, as ações orientadas pela sequência de atividades, atreladas aos *applets*, permitiram que o educando notasse o triângulo com essa característica em relação ao ângulo.

4.2.1.3 Bloco 3 – As Relações dos Conceitos Trigonométricos com o Triângulo Retângulo Inscrito na Circunferência.

O *software* GeoGebra permite que todos tenham um olhar diferente para a geometria, pois seu caráter dinâmico oferece condições para que a geometria seja manipulada em tempo real, ou seja, suas ações sobre uma figura podem ser visualizadas simultaneamente no processo de manipulação. A Geometria Dinâmica (GDs) é um tema conhecido e difundido pelos pesquisadores no ensino de matemática. Giraldo et al. (2012), por exemplo, considera que nas GDs as figuras são manipuladas. Desse modo, as interações que ocorrem no GeoGebra são estimuladas pela riqueza de detalhes durante esse processo.

Assim, a manipulação gráfica foi um instrumento fundamental na construção dos conhecimentos sobre os valores trigonométricos, nesta pesquisa, esse tipo de interação é visto de maneira muito mais evidente nessas Atividades 5 e 6 do Bloco 3, pois muitas das constatações expressas pelos educandos são fruto de uma ação reproduzida neste programa, observando o comportamento dos catetos dos triângulos retângulos inscritos em uma circunferência enquanto o educando movimenta a figura, sendo as generalizações construídas e formalizadas com base nas percepções desses movimentos.

Veja a seguir a figura da Atividade 5, acessada pelo link disponibilizado na atividade, na qual, c_1 é a circunferência e o triângulo ΔABC é o triângulo retângulo a ser observado, inscrito nessa circunferência. Os catetos \overline{AC} e \overline{BC} foram denominados de cosseno e seno respectivamente. O ângulo β mudará de valor à medida em que o ponto B (da cor verde) será arrastado sobre o contorno da circunferência.

Figura 18: Atividade 5.

Fonte: Produção nossa (2023).

Na Atividade 5, em que se buscou abordar sobre os valores de seno e cosseno, os educandos conseguiram encontrar valores diferentes do que teriam encontrado, como o seno e cosseno de 0° , 90° , 180° , 270° e 360° . Veja o registro do educando A14 sobre essa atividade.

Figura 19: Resposta do Educando A14 à Atividade.

Ângulo (BAC)	Seno	Cosseno
0°	0	1
10°	0,37	0,98
30°	0,5	0,87
45°	0,71	0,73
60°	0,87	0,5
90°	1	0
180°	0	-1
270°	-1	0
360°	0	1

Fonte: Produção nossa (2023).

O educando A14 ao observar que é possível arrastar o ponto em uma volta completa, afirma:

— Segundo meu ponto de vista o ângulo está variando de 0° a 360°

Isso acontece porque o ponto B em que a sequência de atividade orientou ser movido, dá uma volta de 360 graus sobre o círculo c_1 da respectiva Atividade 5.

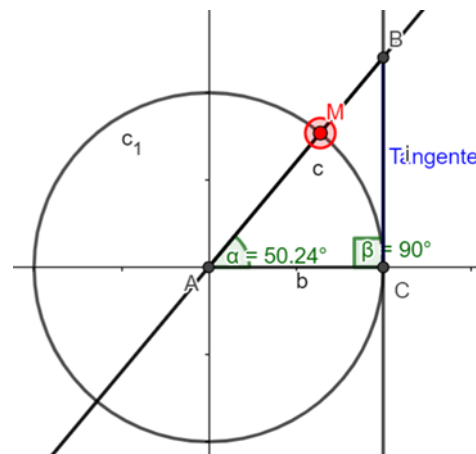
Em seguida, esse mesmo educando afirma que:

— O lado seno e cosseno se revezam quando o ângulo muda.

Por mais que não tenha ficado tão claro o seu comentário, compreendi que A14 tentou relacionar o movimento do ângulo com os valores de seno e cosseno. Assim, à medida que movia o ponto, além de o ângulo $\hat{B}AC$ se mover, o valor do seno aumentava e o do cosseno diminuía, e vice-versa.

A Atividade 6 apresentou o triângulo inscrito na circunferência, porém um de seus catetos estava tangenciando a circunferência. Veja na imagem a seguir como foi apresentada essa imagem no *applet*.

Figura 20: Atividade 6.



Fonte: Produção nossa (2023).

Nesta imagem temos, na circunferência c_1 , o triângulo ΔABC , tendo o cateto \overline{CB} como a tangente a ser observada pelos educandos, \overline{BA} é a hipotenusa e o cateto \overline{AC} é o outro cateto. O ponto M em vermelho será o ponto que o educando irá movimentar sobre a circunferência c_1 . Essa ação, portanto, mudará o ângulo α e, conseqüentemente, mudará a tangente.

Neste momento de formação das relações trigonométricas, os educandos também foram estimulados a observar os valores desconhecidos da tangente dos ângulos de 0° , 90° , 180° , 270° e 360° . As observações sobre o ângulo de 90° e 270° trouxeram curiosidades na ótica desses

educandos, no momento em que observaram tanto esses ângulos quanto a tangente do triângulo ΔABC .

Para análise desta atividade, apresentamos a seguir os registros do estudante A15

Figura 21: Resposta do Educando A15 à atividade.

Ângulo (BÂC)	Tangente
0°	0
10°	0,138
30°	0,58
45°	1
60°	1,73
90°	1632
180°	0
270°	1632
360°	0

Fonte: Produção nossa (2023).

Para esta atividade, buscamos que o educando encontrasse os resultados da tangente de cada ângulo tendo em vista as tendências às quais os valores das medidas se aproximavam enquanto moviam o ponto M em vermelho. A exemplo disso, sempre sugeri que eles pensassem no tamanho do segmento \overline{BC} enquanto eles estivessem movendo o ponto M para que o ângulo chegasse a 0°, assim ele conseguiria observar para quais valores esse lado poderia alcançar enquanto o ângulo fosse parar em zero graus.

Ao mover o ponto M e observar o ângulo α , o educando A15 comenta:

— O ângulo está mudando conforme o movimento do ponto.

Em seguida, ao observar simultaneamente o lado correspondente à tangente e o ângulo α , ele conclui:

— A tangente também varia conforme o movimento.

O curioso fato dos registros de A15 é que após a intervenção realizada para levar à reflexão sobre o lado ficar muito grande enquanto tentávamos deixar o ângulo α em 90° e 270° graus, pois eles ficariam tão grandes que deixariam de existir porque as retas f e j deixariam de

se tocar, ficando as duas paralelas entre si. Após essa reflexão, o educando A15 diz com um tom de dúvida que, para esses ângulos:

— A tangente deixa de existir!

No entanto, ele mesmo registra *1633...*, dando a entender que ou não conhece o símbolo que representa o “não existe” ou ele, de fato, não compreendeu o comportamento da tangente na situação que ocorreu quando o ângulo atinge 90° e 270° . Nesse momento, apresentei o símbolo de “não existe” e a definição de retas paralelas, pois os segmentos não se tocaram com essas aberturas de ângulos. Dessa maneira, no momento em que o educando é orientado a movimentar o ponto M, ele é levado pela atividade a observar o comportamento do ângulo, das retas e dos segmentos de retas, os quais possuem um comportamento lógico.

[..] Através da exploração sensorial de objetos, cedo a criança aprende a reconhecer formas e classificar figuras. Mais tarde aprende a comparar e medir comprimentos; descobre propriedades das figuras, idênticos paralelismos e perpendicularismos etc. Neste processo, desenvolve a sua percepção do espaço. (Rodrigues, 2016, p. 28, apud Lorenzato, 1995)

Por algum motivo, esses educandos não conseguiram perceber o paralelismo entre as duas retas, e por isso a apropriação da ideia de inexistência da tangente de 90° ficou comprometida. O interessante disso tudo é que mesmo diante da reflexão de Rodrigues (2016, apud Lorenzato, 1995), não podemos admitir que a má formação desses conceitos é culpa da má educação matemática dos anos iniciais, mas podemos constatar que faltou o domínio de muitos conceitos básicos, justificando, assim, minhas intervenções.

4.2.2 Formalizando Conceitos

Concluo que a análise do conteúdo da trigonometria nos ângulos (30° , 45° , 60° e 90°) no triângulo retângulo e em outro momento com o triângulo retângulo inscrito na circunferência, foi feita com base nas expressões externas, de maneira oral ou escrita pelos educandos. Neste momento, destaco alguns dos conceitos necessários até a obtenção dos resultados de seno, cosseno e tangente, como, por exemplo, o conceito de cateto e hipotenusa.

Ao ser questionado sobre as medidas dos ângulos de 30° e 60° , o educando A19 comentou:

— O cateto adjacente muda para cateto oposto.

Percebendo uma possível confusão, fiz uma pergunta para verificar sua compreensão sobre os catetos:

— Se o cateto \overline{CE} está oposto ao ângulo de 60° , qual será o cateto oposto ao ângulo de 30° ?

Repeti a pergunta para reforçar o raciocínio, e então ele respondeu, ainda com dúvida:

— É o cateto \overline{EA} ?

Confirmei:

— Isso mesmo!

Esse tipo de dúvida foi frequente entre os grupos e, para o esclarecimento dessas indagações, foram necessárias algumas intervenções como as mencionadas acima. Assim, os momentos de diálogo com os educandos ajudaram a lançar luz sobre muitos conceitos essenciais para o desenvolvimento da pesquisa. Além disso, identifiquei muitos erros no processo de reflexão e observações sobre os dados obtidos por parte dos grupos. Por exemplo, nas observações feitas pelo G1 foi dito que “não foi possível observar nada” pois após analisarmos as razões nos quadros da Atividades 3 e 4 vimos que as razões estavam erradas pois eles não seguiram a lógica pedida em cada coluna, assim, ao invés de, na mesma coluna, por exemplo, dividirem hipotenusa por cateto oposto, eles seguiram dividindo tanto o cateto oposto pela hipotenusa, quanto o cateto adjacente pela hipotenusa, e isso fez com que não conseguissem observar as regularidades dos valores presentes em cada coluna.

Infelizmente, os educandos desse grupo não estavam estimulados a corrigir o erro, mesmo após as nossas intervenções, assim, decidiram seguir a sequência de atividades mesmo com os erros apontados nas suas observações. Esses erros nos fizeram questionar o grupo a respeito do conceito de cateto e hipotenusa, e percebemos que eles definiam equivocadamente o cateto oposto ou o cateto adjacente de cada triângulo.

Por outro lado, os grupos G3 e G4 atingiram resultados interessantes no Bloco 2 da sequência de atividades, por exemplo, o A9 do G4 disse que para $\text{sen } 30^\circ$ “Sempre será 0,5, professor.” Assim conseguiram entender que existe um significado por trás de cada valor na tabela trigonométrica dos ângulos de 30° , 40° e 60° .

Além disso, observei que na atividade 3 e 4 do Bloco 2 os educandos ao mudar o tamanho do lado (e), ampliando gradativamente o tamanho do triângulo retângulo, eles iriam perceber que na sequência de atividades, em cada coluna do quadro, sempre seria o mesmo

valor. Portanto, nesta sequência de atividades sempre questioneei ao educando sobre o lado n , e foi a partir daí que os educandos começaram a pensar na generalização desses valores. Ou seja, o n seria o valor resultante da repetição de todos os resultados das razões para cada lado (e), e para formalizar essa breve compreensão, dediquei um tempo para apresentar seus próprios resultados, na intenção de validá-los. Veja a seguir como apresentei à turma um resumo de tudo que produzimos ao longo das suas investigações matemáticas.

Figura 22: Conjunto de Atividades em Relação aos Ângulos de 30°, 45° e 60°.

Medidas						Cateto oposto a 45° Hipotenusa	Cateto Adjacente a 45° Hipotenusa	Cateto oposto a 45° Cateto Adjacente a 45°
Lado (b)	Altura	45°	AC	CB	BA			
5	5	5	7,06	5		$\frac{5}{7,06} = 0,70$	$\frac{5}{7,06} = 0,70$	$\frac{5}{5} = 1$
6	6	6	8,49	6		$\frac{6}{8,49} = 0,70$	$\frac{6}{8,49} = 0,70$	$\frac{6}{6} = 1$
7	7,05	7,05	9,92	7,05		$\frac{7,05}{9,92} = 0,70$	$\frac{7,05}{9,92} = 0,70$	$\frac{7,05}{7,05} = 1$
...
n						0,70	0,70	1

Medidas						Cateto oposto a 30° Hipotenusa	Cateto Adjacente a 30° Hipotenusa	Cateto oposto a 30° Cateto Adjacente a 30°
Lado (e)	Altura	30°	AC	CE	EA			
5	4,33	30°	5	8,3	2,5	0,5	2,8	0,5
6	5,2	30°	6	9,2	3	0,5	0,8	0,5
7	6,06	30°	7	10,5	3,5	0,5	0,8	0,5
...
n						0,5	0,8	0,5

Medidas						Cateto oposto a 60° Hipotenusa	Cateto Adjacente a 60° Hipotenusa	Cateto oposto a 60° Cateto Adjacente a 60°
Lado (e)	Altura	60°	AC	CE	EA			
5	4,33	60°	5	2,5	8,66	0,5	0,577	
6	5,2	60°	6	3	8,66	0,5	0,576	
7	6,06	60°	7	3,5	8,65	0,5	0,577	
...
n						0,565	0,5	0,577

Fonte: Produção nossa (2023).

Para associar as palavras seno, cosseno e tangente às razões presentes nos Blocos 1 e 2 foram apresentadas as seguintes definições:

Seno = sen.: Cosseno = cos.: Tangente = tan

$$\text{sen} = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Hipotenusa}}; \quad \text{cos} = \frac{\text{Cateto Adjacente}}{\text{Hipotenusa}}; \quad \text{tan} = \frac{\text{Cateto Oposto}}{\text{Cateto Adjacente}}$$

Apresentando suas próprias atividades e associando as fórmulas de seno, cosseno e tangente chegou-se à seguinte organização dos dados.

Quadro 3: Tabela dos Valores Trigonométricos.

TABELA TRIGONOMÉTRICA			
	30°	45°	60°
SEN	0,5	0,701	0,866
COS	0,866	0,701	0,5
TAN	0,577	1	1,73

Fonte: Produção nossa, baseada nos dados da pesquisa (2023).

No momento da apresentação e validação dos resultados iniciei um diálogo a respeito dos resultados de sen de 60° .

Durante a análise da Figura 22, procurei instigar os educandos com a seguinte pergunta:

— Considerando os lados com medidas 5, 6 e 7, e obtendo um resultado próximo de 0,866, vocês acham que, mesmo variando os valores, a chance de obter esse mesmo resultado continua alta?

O educando A19 prontamente respondeu:

— Sim! E não importa o tamanho dos lados, o valor se mantém.

Em outro momento da aula, o foco da discussão foi o seno de 30° . Conversamos sobre as pequenas variações nos resultados e o educando A1 questionou:

— Se der 0,4999, ainda está certo?

Sorrindo e concordando com a cabeça, respondi animado:

— Sim, porque 0,4999 está muito próximo de 0,5!

Portanto, a apresentação desta tabela formada pelos dados das atividades dos educandos permitiu abordar uma visão geral da ideia do n presente em cada quadro das Atividades 3 e 4. Permitiu também a aproximação correta dos dados para perceberem os padrões por trás dos seus próprios resultados e associassem a definição de seno, cosseno e tangente às razões entre os catetos e a hipotenusa. Nesse mesmo instante, apresentei um outro quadro de valores com seno, cosseno e tangente associados a valores na forma de fração. Neste momento cada fração da tabela abaixo foi calculada, para tanto, utilizamos a calculadora no projetor de tela para evidenciar a importância da tecnologia nos momentos de reflexão sobre os resultados.

Veja a seguir a tabela que apresentei sobre os valores conhecidos os quais utilizamos com frequência nesta pesquisa e que são comumente empregados no campo acadêmico.

Quadro 4: Tabela de Valores Trigonômétricos Conhecidos.

TABELA TRIGONOMÉTRICA DE VALORES CONHECIDOS			
	30°	45°	60°
SEN	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
COS	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
TAN	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Fonte: Produção nossa (2023).

Ao dividir alguns valores dessa tabela eles começaram a notar a semelhança entre os resultados das frações do Quadro 3 com os valores obtidos no Quadro 4, e ao final viram que se tratava dos mesmos valores. Ressaltei, de imediato, que essa tabela do Quadro 4 apresenta valores que são mais utilizados no mundo acadêmico. Foi necessário chamar a atenção dos educandos para a importância de aproximar corretamente os números decimais para esses conceitos e evitar erros em suas percepções.

Logo após essa apresentação geral sobre os resultados do Bloco 1 e 2, apresentei no Bloco 3 a maneira como seria abordada nossa próxima atividade. Para tanto, as atividades do Bloco 3 se apresentaram com o triângulo inscrito na circunferência, e de uma forma ágil, os G1, G3 e G4 conseguiram compreender a lógica por trás dos valores que apareciam na janela algébrica do *applet*. Isso porque, além dos valores anotados no quadro, os educandos repetiam a frase “enquanto o lado cosseno aumenta, o lado seno diminui”, demonstrando que observaram uma regularidade ao movimentarem o ponto sobre a circunferência.

Os principais erros cometidos pelos educandos nesse bloco foram percebidos na Atividade 6, no momento de registrar os valores de tangente de 90°. Os educandos sempre registravam os valores altíssimos para a tangente enquanto o ângulo α aproximava de 90°. Assim, no momento da nossa intervenção, questionamos o sobre o que aconteceria com o ponto B, que é o ponto de intersecção das duas retas, quando o ângulo α estava se aproximando de 90°. Os educandos só conseguiam enxergar que ficaria extremamente grande. Isso dava a entender que o maior problema na construção desse valor era a ausência de alguns conceitos prévios, como o conceito de retas paralelas. Essa situação me permitiu apresentar a definição

dos conceitos de retas paralelas, pois percebi uma dificuldade adicional para compreender essa definição apenas usando o quadro.

Ao final da sequência dessas 6 atividades, iniciei a Atividade 7, o educando A19 foi o primeiro a encontrar a resolução do desafio da Atividade 7 (APÊNDICE C). A Atividade 7 propôs que o educando obtivesse a medida da altura da Igreja conforme está ilustrado na figura a seguir:

Figura 23: Proposta da Atividade 7.



Fonte: Produção nossa (2023)

Quando o educando recebe a Atividade 7, ele questionou como faria para resolver o problema e prontamente propôs que utilizasse os conhecimentos compreendidos sobre trigonometria. Aconselhei-o a voltar nos *applets* e buscar relações. Após muitos questionamentos, pedi que fossem observadas as características do triângulo formado nesta figura e comparasse com as características com dos triângulos dos *applets*. Ao indagar sobre quais *applets* poderiam servir para ele resolver o problema, respondi que seria uma tarefa dele. Em seguida, ele disse que o *applet* da Atividade 4 daria para resolver. E eu questionei se a situação da Atividade 7 era a mesma, e após alguns minutos ele trouxe a medida exata do lado *a* do triângulo, que seria a altura aproximada da igreja.

Com isso eu questionei o A19 sobre o início da Atividade 7:

— Qual *applet* você usou?

A19 disse, olhando para a tela do *Chromebook*:

— Usei a Atividade 3, por ter o ângulo de 60° .

Assim, respondi para este educando sobre sua decisão de usar a Atividade 3:

— Muito bem. Também daria para usar a Atividade 1.

A19 olhou para as figuras e argumentou:

— Mas o ângulo é 30° .

Mas eu respondi a eles que:

— Esse ângulo é 30° , esse é 90° e esse é 60° , pois a soma de todos os ângulos internos de um triângulo é 180° .

O educando A19 trouxe em suas respostas o valor numérico de a , mas sem a unidade de medida. Após meus questionamentos, A19 percebeu que se tratava de metros. Assim, acredito que ele notou que não poderia comparar triângulos que não possuíam as mesmas características, ou seja, que não possuía critério de semelhança.

Ao concluir essa pesquisa, percebi que a Atividade 2 poderia ter sido omitida sem prejuízo à compreensão das regularidades subjacentes às razões trigonométricas, uma vez que as Atividades 1, 3 e 4 já forneciam uma base sólida para a construção de um quadro abrangente dos valores trigonométricos mais usuais. Além disso, reconheço que, após a Atividade 4, minha intervenção poderia ter sido enriquecida com exemplos práticos do cotidiano, demonstrando a aplicação das razões seno, cosseno e tangente na resolução de problemas, o que teria estimulado o raciocínio lógico necessário para a Atividade 7. Por fim, destaco que as Atividades 5 e 6 foram fundamentais para a observação do comportamento da tangente dos ângulos de 90° e 270° , nos quais essas razões se tornam indefinidas.

4.2.3 Comparação entre Grupos

No desenvolvimento dessa pesquisa, foi possível perceber que os educandos A5, A10, A14, A15, A19 e A23 se envolveram muito mais que os outros e se tornaram os principais articuladores das ideias que iam surgindo em seus respectivos grupos. Com esse envolvimento no processo de ensino e aprendizagem, eles se tornaram peças fundamentais na síntese das hipóteses de cada grupo. Esse comportamento mais ativo nas relações desses educandos com seus grupos, teve reflexos em nossas análises e, por isso, houve a necessidade de estudarmos as movimentações dos 4 grupos no processo de assimilação dos conceitos.

Desse modo, observamos que, no Bloco 1 da sequência de atividades foi a fase em que houve interação excessiva entre os educandos de cada grupo, pois foi durante essa etapa inicial da pesquisa que ocorreram as primeiras orientações para que os educandos se envolvessem com

os *applets* do GeoGebra. Os grupos estavam motivados a encontrar as primeiras relações entre os dados e suas experimentações; assim, se empenharam e, mesmo com algumas dificuldades, a maioria conseguiu extrair relações, com exceção do G2, que apresentou diversas dificuldades, como, por exemplo, as formas incorretas de manipular a tecnologia.

Assim, como foi notado, o G2 não tinha educandos que impulsionavam as ideias, mas, a todo instante, reiterava a grande dificuldade que tinham com a tecnologia. Essa dificuldade, conseqüentemente, acarretou uma demora excessiva na compreensão da dinâmica da pesquisa. Se, por um lado, o G2 apresentou resultados tímidos e insuficientes para que notassem as relações trigonométricas, os outros grupos foram precisos nas colocações.

Ficou notório que alinhar as ações do G2 com o desenvolvimento das atividades junto aos *applets*, foi um grande desafio nesta pesquisa. Ou seja, buscar a sintonia da manipulação do GeoGebra com as demandas das atividades foi uma tarefa árdua. Desde o princípio, os educandos desse grupo declararam muita dificuldade em matemática, e declararam explicitamente que não gostavam da disciplina; mesmo após a pesquisa, o grupo se mostrou desinteressado por ela.

Outra dificuldade dos grupos para a realização dessa pesquisa se apresentava no uso dos *Chromebooks*, pois, em alguns momentos esses equipamentos se encontravam descarregados, prejudicando o andamento dos grupos em suas análises. Eles eram usados anteriormente e não eram recarregados; assim, não tínhamos todos eles disponíveis para os educandos, e isso fazia com que tivéssemos que encontrar os *chromebooks* mais carregados, perdendo muito tempo. Evidentemente, procuramos a gestão da escola para informar sobre a necessidade de alertar os colegas a respeito do recarregamento dos aparelhos e, ao longo da pesquisa, essas questões foram sendo ajustadas.

No quadro a seguir, fizemos uma comparação do desempenho dos educandos e dos grupos em cada bloco percorrido no processo de estudo da sequência de atividades (APÊNDICE C).

Quadro 5: Comparação entre o Desempenho dos Grupos por Blocos.

	Bloco 1	Bloco 2	Bloco 3
Interesse em participar das atividades	Neste primeiro momento todos os grupos estavam motivados a participar;	Neste Bloco os grupos, mesmo com um grau de dificuldade	A maioria dos estudantes mantiveram interesse, exceto o G2;

		maior, participaram ativamente;	
Trabalho em grupo	Nesta etapa todos buscaram se ajudar;	O G2 não conseguiu articular suas ideias;	G2 já não se comunicava tanto quanto no Bloco 1;
Conversas paralelas	Houve pouca conversa paralela;	Houve pouca conversa paralela;	Neste momento buscamos um controle de ruído por conta das conversas paralelas;
Conhecimento prévio	O G2 apresentou dificuldades no domínio das TDs e nos cálculos de divisão. Por outro lado, os outros estudantes já tinham tais conhecimentos do seu dia a dia, inclusive da figura do triângulo;	G2 não conseguiu compreender a proposta por não ter domínio da TD;	Todos os grupos sabiam que a atividade 7, era sobre a igreja da sua cidade;
Atenção do professor pesquisador em relação aos grupos	Buscamos atender o máximo de estudantes possíveis;	Buscamos atender o máximo de estudantes possíveis;	Nesta etapa atendemos com menos frequência pois alguns já haviam construído autonomia no desenvolvimento da pesquisa;
Gravação das aulas	Gravação da tela do computador e do áudio por grupo;	Gravação da tela do computador e do áudio por grupo;	Gravação da tela do computador e do áudio por grupo;
Formação dos conceitos trigonométricos	Muitos as encontraram irregularidades nas razões entre segmentos, exceto os educandos de G1 e G2;	Alguns educandos compreenderam os valores de sen, cos e tag para os diversos valores de cada ângulo, já G1 e G2 apresentaram extrema dificuldade.	Os grupos G2 e G3 que estavam familiarizados com o Bloco 2, encontraram facilmente os valores correspondentes. O G1 fez relações importantes.
sequência de atividades mediada pelo professor	As intervenções maiores foram para auxiliar o olhar dos	Nesta etapa as intervenções foram voltadas para o	As maiores intervenções foram encontrar os valores de

pesquisador e pelos <i>applets</i> do GeoGebra	educandos, pois precisavam saber encontrar corretamente os dados na janela algébrica da <i>applet</i> ;	preenchimento dos valores das razões em cada quadro nas atividades;	sen, cos e tan na janela algébrica da <i>applet</i> ;
--	---	---	---

Fonte: Produção nossa (2023).

Algumas observações sobre os educandos que compuseram o G2, apontadas até aqui nos fizeram refletir sobre alguns fatos observados nos dados analisados na atividade diagnóstica. Nessa sondagem, relembramos o fato de que a maior parte dos educandos admitiu não ter habilidades com computadores. Minha grande inquietação foi que a pouca familiaridade com computadores poderia ou não prejudicar o desenvolvimento das ações que envolviam a sequência de atividades e os *applets*. No entanto, diante dos resultados analisados, o G2 não avançou na mesma velocidade que os outros grupos.

Minha principal preocupação em relação ao uso das TD no ensino de matemática para a EJA era a possibilidade de os educandos não se familiarizarem com essas ferramentas de maneira natural. No entanto, ao refletir sobre as considerações do professor Silva (2020, p. 28) em sua carta, percebo que é possível integrar as TD de forma significativa, respeitando o ritmo e as experiências prévias dos estudantes, o que pode facilitar sua adaptação e engajamento no processo de aprendizagem.

As TD estão incorporadas nas práticas desenvolvidas no trabalho, na feira livre, nas relações cotidianas e nas práticas de fazer matemática dentro e fora de sala de aula de uma parte dos professores e educandos da EJA, por meio do acesso e uso de smartphones, aplicativos, calculadoras, notebook etc. Entretanto, ainda existe uma parcela dos professores, de todos os níveis e modalidades, que sente dificuldades para realizar um trabalho com essas tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Silva (2020, p. 28)

Percebo, sobre essas ideias de Silva (2020), que há uma dificuldade no corpo docente como um todo sobre atividades que envolvam o educando da EJA com as tecnologias, pois faço indagações a respeito, como, por exemplo: será que o educando da EJA conseguirá utilizar as TD disponíveis para o ensino de trigonometria? Foi dessa maneira que notei a importância de compreender quem são os educandos da EJA, pois, como diz Silva (2020, p. 28), “é possível definir as relações entre o conhecimento a ser ensinado, a mediação do professor e a maneira de exploração das TD disponíveis, proporcionando uma melhora da aprendizagem desses

educandos”. Para tanto, observando que o G2 já havia mencionado dificuldades com computadores pela pouca experiência com essa máquina, me propus a tentar incorporar essas tecnologias de maneira leve, evitando códigos e usando palavras mais claras.

CONCLUSÃO

Ao explorar o campo da pesquisa acadêmica em ensino, especialmente por meio de revisões sistemáticas da literatura (Capítulo 1), pude sintetizar de forma criteriosa as práticas pedagógicas, como o uso de objetos de aprendizagem e metodologias de ensino-aprendizagem-avaliação que fazem alusões ao ensino de trigonometria. Desse modo, compreendi que o tradicionalismo no ensino da matemática está gradualmente sendo superado por uma onda de inovações e novas tendências desenvolvidas ao longo do tempo. Muitos pesquisadores demonstram entusiasmo pelo novo, o que é compreensível. No entanto, apesar dessas abordagens emergentes, a matemática ainda é percebida por muitos como um obstáculo, uma "pedra no caminho". Isso se deve, em parte, à persistência de práticas pedagógicas arcaicas, centradas na memorização de conceitos e definições, sem proporcionar aos educandos uma compreensão significativa. Conseqüentemente, a matemática é frequentemente apresentada como uma disciplina de fórmulas desprovidas de sentido conceitual e desconectadas da realidade cotidiana dos estudantes.

Sabemos que vencer o tradicionalismo na matemática não é fácil, pois muitas vezes o professor é desafiado a trabalhar uma estrutura insuficiente para colocar os planos de aula em prática, do mesmo modo que também falta capacitação docente para que, diante da estrutura, ele conduza uma aula. A verdade é que, com ou sem estrutura, precisamos mudar esse cenário brasileiro de que a matemática é uma disciplina complexa e chata de lidar. Na maior parte das vezes, o seu ensino é negligenciado, de algum modo, por não entregar os estímulos necessários para que o educando abstraia os conceitos da matemática com a profundidade que lhe é devida, com a profundidade suficiente para que os educandos enxerguem a beleza dessa ciência.

É como Freire afirma em seu livro *Pedagogia da Autonomia*, “ensinar exige risco” (Freire, 1996, p. 19). E, assim permitir-se manter aberto ao novo, atualizar-se e experimentar novas concepções e ideias. Nessa perspectiva, estudar sobre a maneira como a trigonometria vem sendo abordada no ensino de matemática nos faz refletir sobre a crença de que a matemática é um “bicho papão”, pois ainda percebi, na revisão sistemática da literatura desta

dissertação quão poucos são os trabalhos envolvendo o ensino de trigonometria e as TD. A abordagem desse assunto é muitas vezes negligenciada devido à complexidade de seu ensino.

Assim, às vezes o professor traz os conceitos trigonométricos com fórmulas prontas e desconectadas do seu verdadeiro significado. Portanto, enfatizo que, para a compreensão do que significa seno, cosseno e tangente, é importante que seja abordada a lógica que envolve os catetos e hipotenusa dos triângulos retângulos. Assim, foi possível notar que os *applets* GeoGebra são uma das ferramentas que exploram de maneira dinâmica as figuras geométricas planas e conseguem apresentar essas relações trigonométricas com a fluidez necessária entre os triângulos retângulos, suficiente para que os conceitos fossem construídos.

E com o dinamismo geométrico que o GeoGebra proporcionou nesse trabalho, o educando pode movimentar e criar triângulos retângulos. Desse modo, “o raciocínio visual é uma forma cognitiva capacitadora que implica a necessidade de dar aos educandos tempo, oportunidade e recursos para elaborar construções, investigações, conjecturas e modificações (Borba & Villarreal, 2005, p. 94, tradução nossa)⁴. Por sua vez, com a geometria dinâmica, percebi que o educando notou conceitos como a semelhança de triângulos de acordo com os ângulos internos estudados com mais naturalidade em suas análises.

Portanto, buscando investigar de que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a formação de conceitos de trigonometria, notei que com o auxílio dos *applets* do GeoGebra, os educandos da EJA conseguiram se apropriar de padrões presentes nas razões entre as medidas dos catetos e hipotenusas dos triângulos retângulos semelhantes entre si, permitindo a reflexão sobre esses resultados e a formação dos conceitos trigonométricos. Percebi que com a riqueza de detalhes nas representações de cada triângulo retângulo, apresentadas no programa GeoGebra, possibilitou observações mais detalhadas por parte dos educandos sobre suas ações.

Analisando todas as etapas percorridas pelos Blocos da sequência de atividades, pode-se afirmar que organizar o ensino de trigonometria no triângulo retângulo e no triângulo retângulo inscrito na circunferência, na perspectiva de uma atividade investigativa, não é elementar, pois requer intenso planejamento e mudança de atitudes. Evidenciei que a realização dessa pesquisa ajudou de maneira positiva com minha prática docente. Com isso, aprendi muito com a busca de investigar de que modo o uso dos *applets* do GeoGebra contribui para a

⁴ Texto original: “visual reasoning is an empowering form of cognition that implies the need to give the students time, opportunity and resources to elaborate constructions, investigations, conjectures and modifications”

formação de conceitos trigonométricos por educandos da EJA. Acredito que, apesar dos problemas enfrentados pela educação brasileira, preciso, como professor, analisar e colocar em prática metodologias que possam agregar os valores que almejo para a educação.

REFERÊNCIAS

BALLESTER, Margarita. et al. **Avaliação como apoio à aprendizagem**. Tradução Valério Campos. Porto Alegre, RS: Artmed, 2003

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BERLANDA, Juliana Carla. **Mobilizações de registros de representação semiótica no estudo de trigonometria no triângulo retângulo com o auxílio do software geogebra**. Dissertação (Mestrado) – Centro de Ciências Naturais e Exatas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

BRAUN, V.; Clarke, V. **Using thematic analysis in psychology**. *Qualitative Research in Psychology*, 3(2), 77-101, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC 2ª versão**. Brasília, DF, 2017.

_____. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Secretaria de Educação Básica. 135p. Vol 2, 2006.

_____. **Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos: segundo segmento do ensino fundamental - 5ª a 8ª série**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura (MEC) /Secretaria de Educação Fundamental (SEF), v.3, 2002.

_____. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB. 9394/1996**.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. Dados Qualitativos. In BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em educação - uma introdução às teorias e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994. P.147- 202.

BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO JUNIOR, N. da R. **Vídeos na Educação Matemática: Paulo Freire e a Quinta Fase das Tecnologias Digitais**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

BORBA, Marcelo de Carvalho; VILLARREAL, Monica Ester. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, v.39, 2005.

CERIGATTO, Mariana P.; MACHADO, Viviane G. **Tecnologias Digitais na Prática Pedagógica**. Porto Alegre: Grupo A, 2018.

CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis: Vozes. 2006.

COSTA, A.S.M. **A utilização do Geogebra como ferramenta para o ensino de Trigonometria**, (Dissertação de Mestrado) Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2017.

COSTA, N. **A História da Trigonometria. Educação Matemática em Revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. ano 10, n. 14, p. 60-69, 2003.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F. DE; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. S. **Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica**. Cadernos de Educação, n. 45, p. 57-67, 11.

DELFINO, Marcos Rodrigo da Silva. **O ensino da trigonometria via GeoGebra e Aplicações**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

FERREIRA, Inês Farias; BECKER, A. J.; CARVALHO, K. S.. **Elaboração de Applets Através do GeoGebra em Atividades do Ensino Fundamental**. In: II CNEM - Congresso Nacional de Educação Matemática e IX EREM - Encontro Regional de Educação Matemática,

Ijuí. Anais do II CNEM - Congresso Nacional de Educação Matemática e IX EREM - Encontro Regional de Educação Matemática, 2011.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos – Especificidades, desafios e contribuições.** 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

GIL, Antonio C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa.** Grupo GEN, 2022.

GIRALDO, V. **Integrando geometria e funções: gráficos dinâmicos.** Revista do Professor de Matemática, v. 79, n. 3, p. 39-46, 2012.

GOMES, E. S. e BARBOSA, E. F. **A Técnica de Grupos Focais para Obtenção de Dados Qualitativos.** Instituto de Pesquisa e Inovações Educacionais – Educativa, 1999.

GOMES, A. G. T. ; GOMES, G. T. ; MADEIRA, J.C. . **Tecnologias Digitais no Contexto Escolar: Caminhos e Possibilidades.** In: IX Seminário Nacional Diálogos em Paulo Freire: Utopia, Esperança e Humanização, 2015, Igrejinha. IX Seminário Nacional Diálogos em Paulo Freire: Utopia, Esperança e Humanização, 2015. p. 01-05.

LIMA, D. M. A.; OTSUKA, J. L.; MILL, D.; LIMA, D. M. A. **Formação docente para a modalidade a distância na UAB-UFSCar: um olhar sobre o professor-coordenador de disciplina na polidocência.** In: MILL, D.; RIBEIRO, L. R. C.; OLIVEIRA, M. R. G. Polidocência na educação a distância: múltiplos enfoques. 2^a ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014, p. 151- 173.

LORENCINI, Pricila Basilio Marçal. **Avaliação diagnóstica: um instrumento norteador para o trabalho docente no ensino da matemática para os educandos do 8º ano.** Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Medianeira, 2013. Disponível em < https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/20978/2/MD_EDUMTE_2014_2_73.pdf >. Acesso em: 30/06/2023.

KENSKI, Vani Moreira. **Sociedade tecnológica: Tecnologia digital da informação e do conhecimento.** ed. Unead, 2022.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias: O novo ritmo da informação.** Campinas: Papirus, 2008.

KRUEGER R. A. **Focus Groups: A Practical Guide for Applied Research.** London: Sage Publications, 1996.

MAGALHÃES, Fabio Nunes; SILVA, Maria Deusa Ferreira da. **A Metodologia Ativa de Aprendizagem do Ensino Híbrido - Sala de Aula Invertida e o Processo Avaliativo.** Revista Sergipana De Matemática E Educação Matemática, v. 5, p. 220-238, 2020.

MINAYO, M.C.S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde.** 14. ed. São Paulo (SP): Hucitec, 2014.

MEDEIROS, Zildomar Rodrigues de. **O ensino dos conceitos básicos de trigonometria no triângulo retângulo com o uso do software educacional GeoGebra.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) — Centro de Ciências Sociais e Educação. Universidade do Estado do Pará. Belém. 2018.

MORAN, J. M. **Interferências dos meios de comunicação no nosso conhecimento.** *Revista Brasileira de Comunicação do XVII Congresso da INTERCOM.* São Paulo, jul./dez., p. 38-49, 1994.

MOTA, Ermerson Ferreira Batista; MAIA, Fernanda Alves; ALMEIDA, Maria Tereza Carvalho; FRANÇA, Silvana Diamantino. **Geometria Dinâmica/PIBID/Unimontes: contribuições do Geogebra para a Matemática na educação básica.** Curitiba: Prismas, 2013.

OLIVEIRA, K. H. **Trigonometria no triângulo retângulo: um experimento didático-formativo fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental.** Dissertação (Mestrado Em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Instituto Federal de Goiás - Anápolis, 2018.

PACHECO, Erica Farias. **Utilizando o software GeoGebra no ensino da Matemática: uma ferramenta para construção de gráficos de parábolas e elipses no 3º ano do Ensino Médio.**

Debates em Educação, Maceió, v. 11, nº 24, Maio/ago. 2019.

PEREIRA, Edcarlos, **A Utilização de Applets no Geogebra para a Aprendizagem da Trigonometria no Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Federal de Alagoas. Maceió – AL, 2015.

PEREIRA, J. P. O. . **O Ensino e a Aprendizagem da Divisão: Revisão Bibliográfica. In: XIV Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade, 2020, São Cristóvão- SE. XIV Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade. São Cristóvão-SE: Veleida Anahi da Silva - Bernard Charlot, 2020.**

PESCADOR, C. M. . **Tecnologias digitais e aprendizagem dos nativos digitais.** In: V CINFE - Congresso Internacional de Filosofia e Educação, 2010, Caxias do Sul. Anais do V CINFE - Congresso Internacional de Filosofia e Educação. Caxias do Sul: Universidade de Caxias do Sul, 2010.

PONTE, João Pedro da. **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação,** 1992. Disponível em:[https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20\(Concep%C3%A7%C3%B5es\).pdf](https://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/2985/1/92-Ponte%20(Concep%C3%A7%C3%B5es).pdf). Acesso em: 28 fev. 2024.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigação matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica editora, 2009.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., & SEGURADO, I. **Histórias de investigações matemáticas.** Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1998. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/261178171_Historias_de_investigacoes_matemáticas> Acesso em 30/03/2025

PRODANOV, Cléber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo: Feevale, 2. Ed. 2013.

POWELL, R. A.; SINGLE, H. M. **Focus groups**. *International Journal for Quality in Health Care*, v. 8, n. 5, p. 499–504, 1996.

PUCRS. **Trabalhando com Applets**, 1948. Disponível em: <https://www.inf.pucrs.br/flash/lapro2/aula_applets.html> Acesso: 17 set 2024

REZENDE, R. L. **Utilizando materiais manipulativos e o Geogebra para o ensino da Trigonometria**. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC/MG, Belo Horizonte, 2015.

RODRIGUES, J. G. L. **Por que alunos do ensino médio apresentam baixo desempenho em Geometria Plana?** 2016. xvi, 138 f., il. **Dissertação** (Mestrado Profissional em Matemática)— Universidade de Brasília, Brasília, 2016. 154 p. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/22396>. Acesso em: 03 jan. 2025.

RODRIGUES A. R. **Pontuações Sobre a Investigação Mediante Grupos Focais**. Seminário COPEADI – Comissão Permanente de Avaliação e Desenvolvimento Institucional, 1988.

SÁ, Adriana Lourenço; MACHADO, Marília Costa. **O uso do software GeoGebra no estudo de funções**. XIV EVIDOSOL e XI CILTEC online, junho 2017. Disponível em: <https://eventos.textolivre.org/moodle/course/view.php?id=12>. Acesso em: 09 nov. 2020.

SAINT-EXUPÉRY, Antoine de; BARBOSA, Marcos (Trad.). **O pequeno príncipe**. 48. Rio de Janeiro: Agir, 2006, 93 p

SANTIAGO, E. **O ensino da trigonometria usando o software Geogebra como ferramenta de ensino** – aprendizagem. 95 f. **Dissertação** (Mestrado em ensino) - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2015.

SILVA, J. N. D. **Tecnologias Digitais na Educação Matemática com Jovens e Adultos: um olhar para o CIEJA/Campo Limpo**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2020.

SOUSA, Robson P.; MOITA, Filomena M. C. de S. C.; CARVALHO, Ana Beatriz G. **Tecnologias digitais na educação**. Campina Grande, PB: EDUEPB, 2011.

TOPANOTTI, Daniel Rodrigues. **Trigonometria, Relação Entre Movimentos Circulares E Gráficos Com A Ajuda Do Geogebra**. Dissertação. (Mestrado Ensino De Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre: RS, 2016.

APÊNDICE

APÊNDICE A – ATIVIDADE DIAGNÓSTICA.



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
 PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO - PPG
 PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO – PPGEN
 MESTRADO ACADÊMICO EM ENSINO
 PROFESSOR ERIVAN SANTOS MARINHO

PESQUISA: Atividade Diagnóstica

1) Qual seu nome e sua idade?

2) Você trabalha? () não () sim, meio período () sim, o dia inteiro

3) Qual o motivo de você estar estudando na EJA?

4) Você gosta de matemática? Por quê?

5) Como você percebe a utilidade da matemática no seu dia a dia?

6) Quando você estudou, antes de vir para a EJA, você teve aulas de Trigonometria?

7) O que você lembra dessas aulas?

8) Você sabe manusear computador? () não () pouco () domina

9) Possui computador em casa? () não () sim, sem internet () sim, com internet

10) Você participa de alguma rede social? () facebook () twitter () whatsapp () e-mail
 () instagram () outra _____

11) Você possui smartphone? () não () sim

12) Você já ouviu falar de algum software para estudar matemática? () não () sim Se sim qual? _____

13) Você já utilizou algum software para estudar matemática? () não () sim Se sim qual? _____

14) Você vê a tecnologia importante para o seu aprendizado? () não () sim

15) Já aprendeu algo que fosse importante para você por meio de uma tecnologia? não () sim ()

16) Você sabe o que são segmentos de reta? () não () sim

17) Tem uma noção básica sobre a razão entre dois números? () não () sim

18) E a razão entre dois segmentos? () não () sim

18) Consegue dividir um número qualquer por um outro número? () não () sim

19) Divida 60 cm por 30 cm. _____

20) Num teste de 20 questões, Carolina acertou 16. Nessas condições:

a) Qual a razão do número de acertos de Carolina para o número total de questões do teste?

b) Qual a razão do número de erros para o número total de questões do teste?

c) Qual a razão entre o número de acertos e o número de erros?

21) Você sabe o que são Triângulos Semelhantes? () não () sim

22) Para você, o que é a Semelhança entre Triângulos?

APÊNDICE B - ROTEIRO NO PROGRAMA GEOGEBRA:

APRESENTANDO O GEOGEBRA

Planejamento da aplicação do Tutorial do software Geogebra

Geogebra	
Data	06/ Fev/ 2023
Carga Horária	4 h
Conteúdo	Ponto, reta, semirreta, segmento de reta, retas perpendiculares, retas paralelas, retas coincidentes, retas concorrentes, classificação de ângulos e triângulos, trigonometria no triângulo retângulo.
Objetivo Geral	Reconhecer o nível de desenvolvimento real dos educandos em relação a <i>Software</i> .
Recursos	Computadores, <i>Software Geogebra</i> e Tutorial.
Procedimentos	Construir retas, ângulos e triângulos utilizando ferramentas do Geogebra e investigar as propriedades das figuras geométricas construídas
Avaliação	Análise do desenvolvimento dos educandos durante a realização da tarefa e das respostas das questões/monitoramento, observação, tarefa e registro em diário pessoal.

Elementos Básicos do GeoGebra

Poderosos aplicativos de matemática construídos através do geogebra são a Calculadora, Calculadora 3D, Calculadora CAS e Geometria, entretanto, o geogebra apresenta sua versão também online, com algumas ferramentas prontas para uso, como a Calculadora Gráfica, Calculadora Científica, GeoGebra Clássico e o GeoGebra *on Tests*.

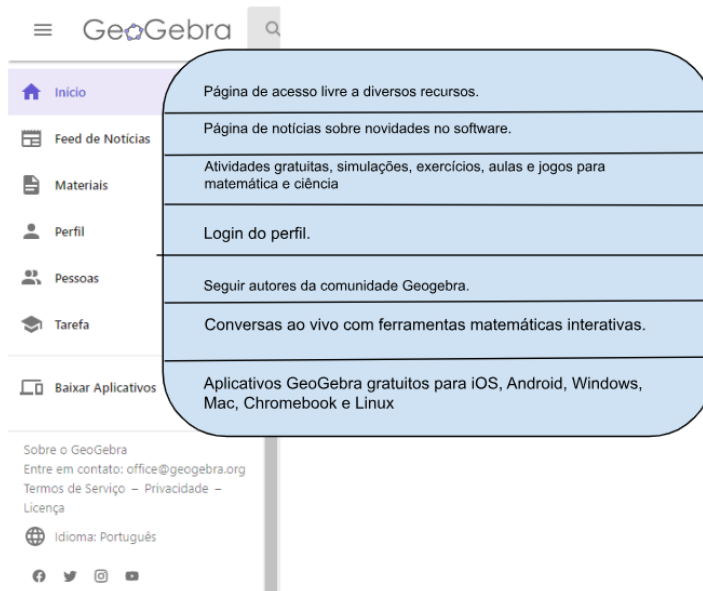
Apresentaremos o programa acessando tanto o site oficial do programa, “<https://www.geogebra.org/>”, quanto pelo seu software encontrado no mesmo site, assim, partiremos do princípio básico que o site e o programa contém elementos úteis para esta pesquisa.

Geogebra e o *Applets* do Geogebra

Achamos necessário apresentar as funções possíveis no site do Geogebra, dessa maneira será abordado os significados da “Barra de Menus e comandos”, “Janela de Visualização”, “Janela de Álgebra”, “Campo de entrada de Comandos” e o “Teclado”. Posteriormente

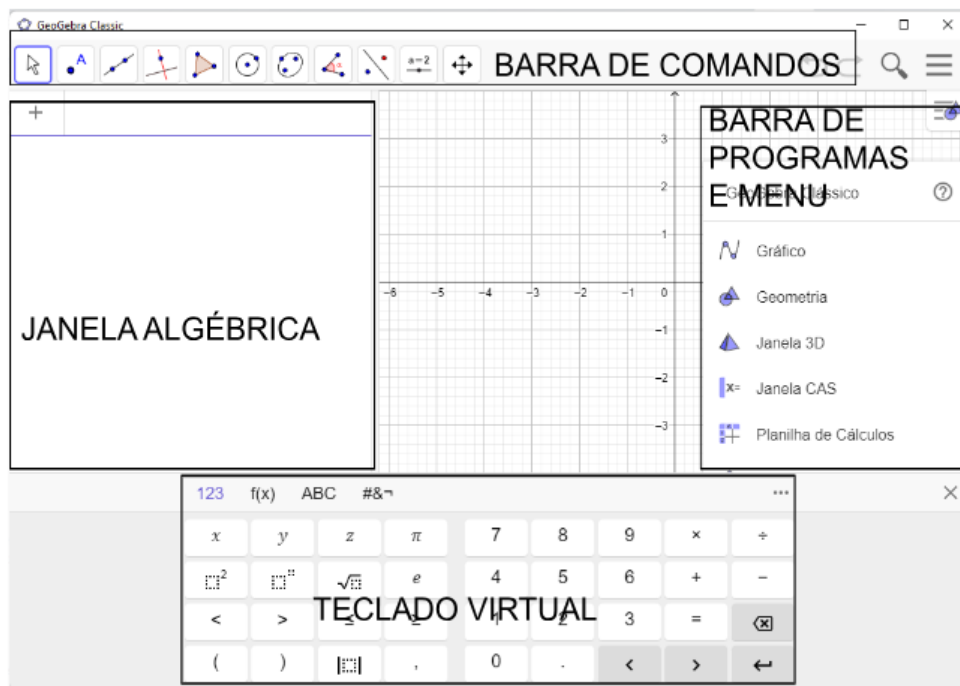
apresentamos os *Applets* que seriam as figuras a serem estudadas na pesquisa para o ensino de trigonometria.

Figura 1: Tela de início.



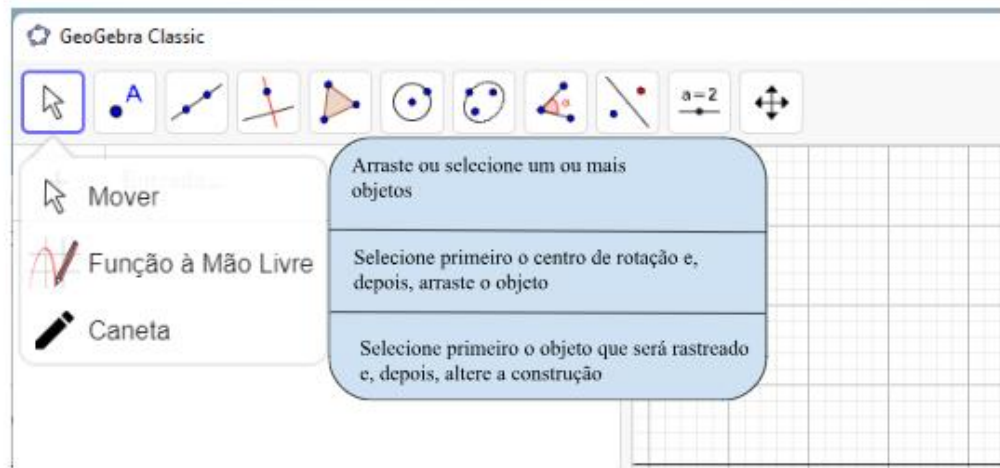
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 2: Explorando o Programa



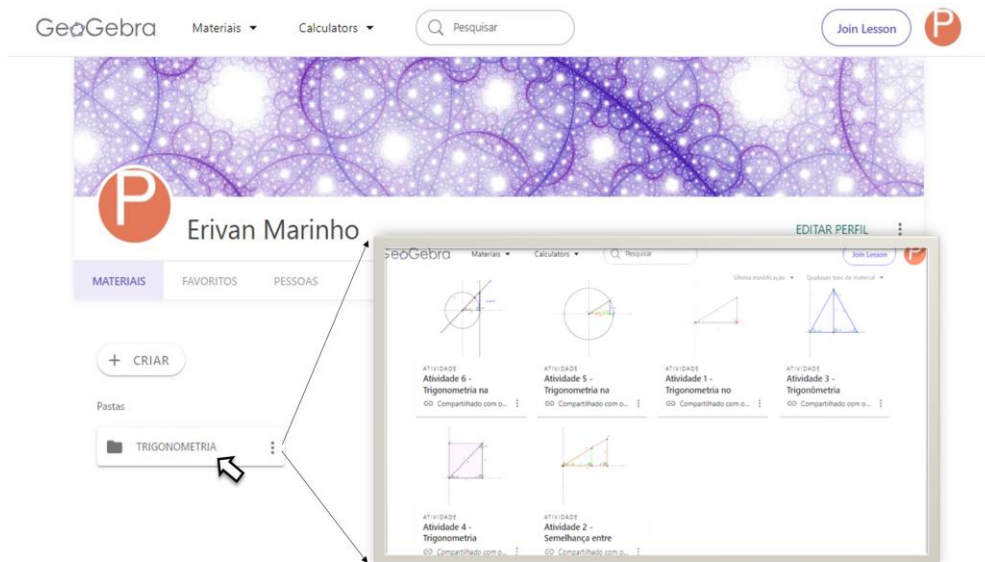
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 3: Exemplo de algumas funções do Geogebra.



Fonte: Produção nossa.

Figura 4: *Applets* para a sequência de atividades.



Fonte: Produção nossa.

APÊNDICE C – ROTEIRO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES:

Trigonometria no triângulo retângulo

BLOCO 1: Introdução à noção de razão

Atividade 1: Explore as medidas dos lados do triângulo retângulo representado nesta sala de aula virtual (Clique no link: <https://www.geogebra.org/m/zgy8jees>).

1.1 Arraste o ponto B, que está em vermelho no triângulo, de modo que sejam variadas as medidas dos lados a, b e c.

1.2 Observe que para cada movimento do ponto vermelho criamos novos triângulos com medidas de lados a, b e c distintas. Fixe as imagens dos triângulos, uma de cada vez, quando os seus lados assumirem medidas da sua escolha e anote as medidas dos lados de cada triângulo (T) abaixo:

(I) _____, _____ e _____

(II) _____, _____ e _____

(III) _____, _____ e _____

1.3 Analisando as relações existentes entre os triângulos formados na Questão 1.2, o que se pode afirmar sobre:

- a) a razão entre seus lados?
- b) a razão entre seus perímetros?
- c) a medida de seus ângulos?

1.4 Complete os campos das colunas da tabela abaixo, denominadas T-I, T-II e T-III, com os valores encontrados para as razões de cada um dos triângulos.

	- I	- II	- III
b			
a			
c			

1.5 O que você observou em relação às razões $\frac{ab}{ca}$ e $\frac{bc}{ca}$ Quando os lados a, b e c dos triângulos analisados assumem diferentes valores?

1.6 Observe as medidas atribuídas aos lados dos triângulos, bem como as razões obtidas por seus colegas de grupo. Em seguida, converse com eles e escreva as suas conclusões

Atividade 2: Explorar os critérios de semelhança no triângulo retângulo. (Clique no link: <https://www.geogebra.org/m/ckf487zz>).

2.1 Movimente os pontos C e D, na cor azul, que se encontra na base do triângulo, apresentado no GeoGebra.

2.2 Fixe uma medida para os triângulos BCE e BDF, de modo que a medida do segmento $BC = 2$ e $BD = 4$.

2.3 O que se pode concluir sobre estes dois lados BC e BD? Podemos dizer que o mesmo ocorre com os lados BE e BF ou com EC e FD?

2.4 Investigue o padrão que há por trás destas razões.

BDBC =

BFBE =

FDEC =

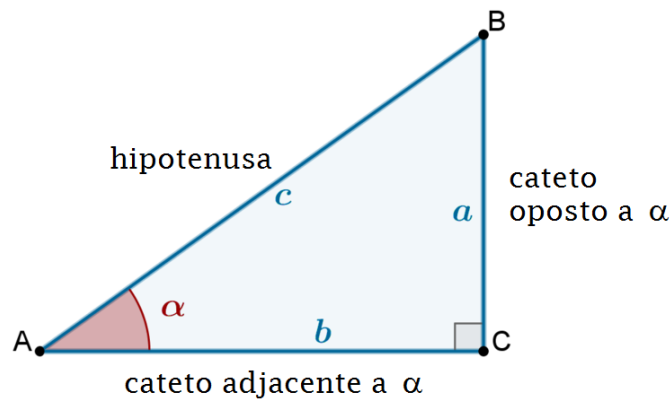
2.5 Movimente os pontos C e D fixando as imagens dos triângulos, uma de cada vez, quando os seus lados assumirem medidas da sua escolha. O que se pode afirmar entre os ângulos dos triângulos BCE e BDF?

2.6 O que se pode afirmar sobre os triângulos BCE e BDF?

BLOCO 2: Formalização do conceito de catetos adjacentes e opostos

Atividade 3: Investigando como se comporta a razão seno, cosseno e tangente em triângulos com ângulos distintos. (Clique no link: <https://www.geogebra.org/m/qpw8pvhf>). Observe.

Figura 1: Triângulo retângulo.

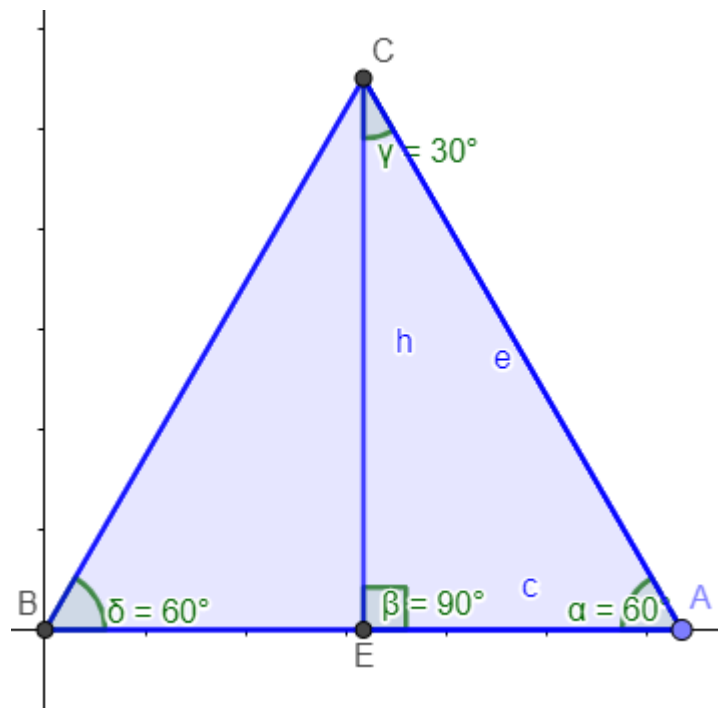


Fonte: <https://wikiciencias.casadasciencias.org/wiki/images/0/09/RelacTrig1.png>

3.1 Como informado na figura acima, o cateto “a” é oposto ao ângulo e o cateto adjacente “b” é aquele que fica ao lado de um determinado ângulo, mas não é a hipotenusa.

3.2 Nesta atividade 3, (Código da tarefa para ter acesso a figura) apresentaremos um triângulo equilátero, sendo assim podemos observar que as medidas dos ângulos $CAB = ACB = ABC = 60$

Figura 2 Triângulo equilátero.



Investigue

Se AE é a altura do triângulo ABC , o que se pode afirmar sobre as medidas dos ângulos internos em A , E e C ?

3.3 Com os dados obtidos no Quadros 1 e 2, investigue:

- O que é determinante nos valores das razões entre os lados do triângulo?
- Quais as conjecturas que podem ser extraídas das relações apresentadas nos Quadros 1 e 2?
- O que há de semelhança entre os Quadros 1 e 2?

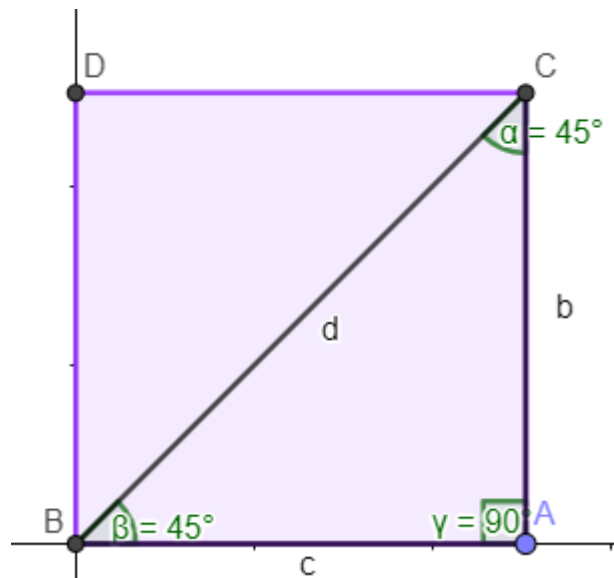
3.4 – Investigue, a partir dos dados obtidos nos Quadros 1 e 2, o que pode acontecer se variar a medida “e” do lado do triângulo ACE?

- Como ficam as relações entre os novos triângulos e os anteriores?
- O que ocorre com a medida dos ângulos 60° e 30° ?
- O que ocorre com a medida dos novos perímetros em relação aos anteriores?
- Quais as relações entre os novos lados de cada triângulo novo e os lados anteriores?

3.5 – Com base nos dados dos quadros 1 e 2, o que pode afirmar sobre a semelhança entre os triângulos formados com a variação do lado “e”. Justifique sua resposta.

Atividade 4: Investigando o quadrado ABCD, Figura 3, de diagonal $d = AC$. (Clique no link: <https://www.geogebra.org/m/weexsxfw>)

Figura 3 - Quadrado



4.1 O que se pode afirmar sobre os triângulos formados com a diagonal d ? Justifique sua resposta.

4.2 – Qual a medida do ângulo α do triângulo ABC?

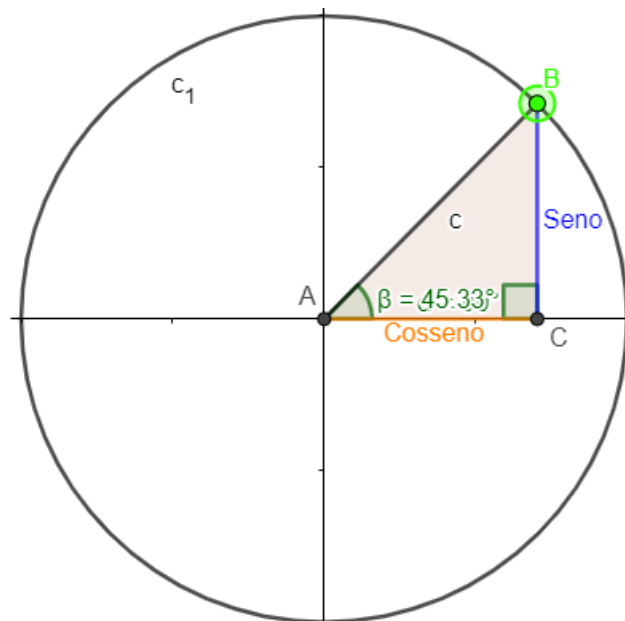
4.3 – Os triângulos formados no quadrado ABCD são semelhantes? Justifique sua resposta. 4.4 – O que acontece se variar a medida do lado do triângulo ABC? Investigue preenchendo o

Quadro 3 – Relações no triângulo ABC

Medidas						$\frac{\text{Cateto oposto a } 45^\circ}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto Adjacente a } 45^\circ}{\text{Hipotenusa}}$	$\frac{\text{Cateto oposto a } 45^\circ}{\text{Cateto Adjacente a } 45^\circ}$
Lado (b)	Altura	45°	AC	CE	EA			
5								
6								
7								
...
n								

BLOCO 3: Formalização dos conceitos trigonométricos na circunferência

Atividade 5: Investigar os valores do seno e cosseno enquanto aumenta e diminui o ângulo A. (Clique no link: <https://www.geogebra.org/m/jfjedckp>)



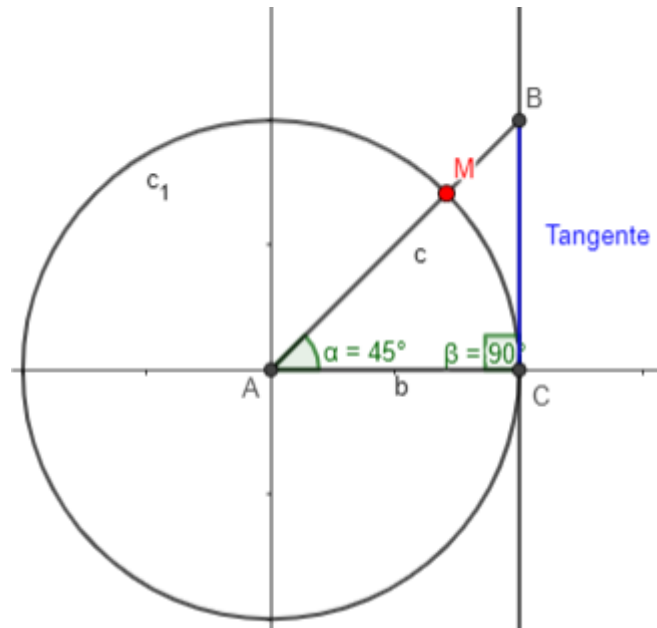
5.1 Mova o ponto B (verde), e descreva o que está acontecendo com o ângulo β .

5.2 Enquanto movia o ponto verde B o que aconteceu com o lado Seno? E com o Cosseno?

5.3 Complete os valores de cada lado Seno e Cosseno conforme cada ângulo dado respectivamente:

Ângulos	Seno	Cosseno
0°		
10°		
30°		
45°		
60°		
90°		
180°		
270°		
360°		

Atividade 6: Investigar os valores da Tangente enquanto aumenta e diminui o ângulo A. (Clique no link: <https://www.geogebra.org/m/jqjbffsd>)



5.1 Mova o ponto M (vermelho), e descreva o que está acontecendo com o ângulo “ α ”.

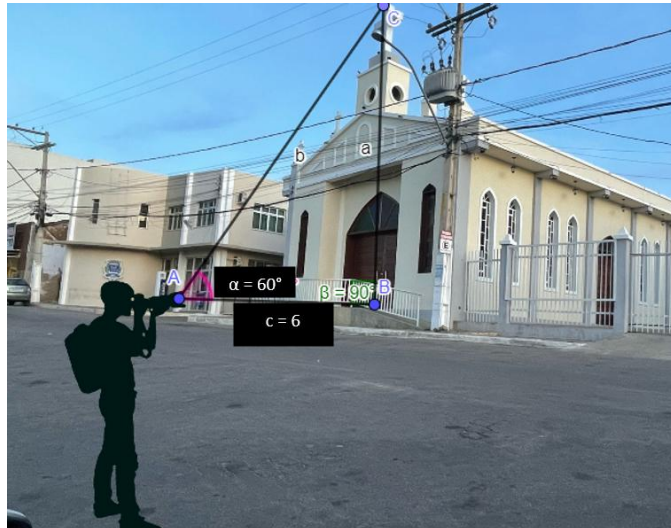
5.2 Enquanto movia o ponto M o que aconteceu com o lado Tangente?

5.3 Complete os valores de cada lado da Tangente conforme cada ângulo dado respectivamente.

Ângulos	Tangente
0°	
10°	
30°	
45°	
60°	
90°	
180°	
270°	

360°	
------	--

Atividade 7/ Problema - Pedro é um turista que está viajando pela Bahia, nesta viagem ele passa pela cidade de Anagé-BA. Durante seu passeio, Pedro avista a Igreja Matriz São João Batista e resolve tirar uma foto, para isso ele se afasta 6 metros da igreja, conforme a ilustração a seguir:



- Considerando que o triângulo formado nesta situação é um triângulo retângulo, qual a medida da altura da Igreja Matriz São João Batista?

Compreenda:

- . O que é pedido na atividade?
- . Considere o triângulo retângulo destacado na ilustração. A distância entre a câmara de Pedro e a igreja corresponde a um cateto ou à hipotenusa?
- . A altura da Igreja corresponde a um cateto ou a uma hipotenusa?
- . Quais são os ângulos identificados no triângulo?
- . Entre as relações construídas até aqui, de seno, cosseno e tangente, qual delas é possível encontrar a altura da igreja?
- . Você conseguiria encontrar a altura com as relações tangente? Justifique.
- . Qual o valor do cateto a ?
- . Quanto mede a altura da Igreja?

APÊNDICE D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)
TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Conforme Resoluções nº 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde – CNS

CARO(A) SENHOR(A),

CONVIDAMOS o(a) senhor(a) (ou à pessoa pela qual o(a) Sr.(a) é responsável) para participar de uma pesquisa científica.

Por favor, leia este documento com bastante atenção e, se você estiver de acordo, rubricue as primeiras páginas e assinhe na linha “Assinatura do educando”, no ponto 8.

1. QUEM SÃO AS PESSOAS RESPONSÁVEIS POR ESTA PESQUISA?

1.1. PESQUISADOR RESPONSÁVEL: *Erivan Santos Marinho.*

1.2. ORIENTADOR/ORIENTANDO: *Profª. Dr. Maria Deusa Ferreira da Silva*

2. QUAL O NOME DESTA PESQUISA, POR QUE E PARA QUE ELA ESTÁ SENDO FEITA?

2.1. TÍTULO DA PESQUISA

O estudo da trigonometria no Geogebra: Sob uma abordagem investigativa em uma turma de Jovens e Adultos

2.2. POR QUE ESTAMOS FAZENDO ESTA PESQUISA (Justificativa):

Estamos realizando esta pesquisa com o intuito de contribuirmos com o ensino de Matemática na modalidade de ensino da Educação de Jovens e Adultos.

2.3. PARA QUE ESTAMOS FAZENDO ESTA PESQUISA (Objetivos):

A presente pesquisa busca compreender como os educandos da Educação de Jovens e Adultos aprendem trigonometria por meio do Software Geogebra.

3. O QUE VOCÊ (OU O INDIVÍDUO SOB SUA RESPONSABILIDADE) TERÁ QUE FAZER? ONDE E QUANDO ISSO ACONTECERÁ? QUANTO TEMPO LEVARÁ? (Procedimentos Metodológicos)

3.1 O QUE SERÁ FEITO:

Você responderá, inicialmente, a um questionário de 20 questões sobre tecnologia e Matemática. Após o questionário será apresentado o software Geogebra com a apresentação de suas funções e como será utilizada para a pesquisa. Por fim, você responderá uma sequência de atividade com 7 questões sobre Trigonometria com o auxílio do software Geogebra.

3.2 ONDE E QUANDO FAREMOS ISSO:

Esses momentos serão realizados na sala de vídeo, nos dias de aula de matemática.

3.3 QUANTO TEMPO DURARÁ CADA SESSÃO:

O tempo necessário será de 70 min por cada sessão.

4. HÁ ALGUM RISCO EM PARTICIPAR DESSA PESQUISA?

Segundo as normas que tratam da ética em pesquisa com seres humanos no Brasil, sempre há riscos em participar de pesquisas científicas. No caso desta pesquisa, classificamos o risco como sendo

MÍNIMO MODERADO ALTO

4.1 NA VERDADE, O QUE PODE ACONTECER É: (detalhamento dos riscos)

1. Os riscos, desconfortos e constrangimentos apresentados pela pesquisa são mínimos, se isso ocorrer por meio da utilização de algum instrumento de produção de dados ou qualquer outro tipo de situação que possa emergir o(a) Senhor(a) poderá solicitar a retirada mesmo ou deixar de participar de qualquer etapa, pois, a sua participação nesta pesquisa não é obrigatória e o mesmo poderá retirar seu consentimento em qualquer momento da pesquisa, sem sofrer nenhum prejuízo.

4.2 MAS PARA EVITAR QUE ISSO ACONTEÇA, FAREMOS O SEGUINTE: (meios de evitar/minimizar os riscos):

Os questionários e atividades serão lacrados em envelopes ainda sob as vistas do educando, haverá transferência e retirada do arquivo de gravação da tela do computador e dos áudios coletados nesta gravação, serão utilizados os Chromebooks disponibilizados pela escola, terá auxílio e suporte durante a pesquisa, etc.

5. O QUE É QUE ESTA PESQUISA TRARÁ DE BOM? (Benefícios da pesquisa)

5.1 BENEFÍCIOS DIRETOS (aos educandos da pesquisa):

Você desenvolverá habilidades e competências importantes para a compreensão de conceitos matemática. Desenvolverá sua concentração e autorreflexão sobre sua intuição e constatação matemática.

5.2 BENEFÍCIOS INDIRETOS (à comunidade, sociedade, academia, ciência...):

As potencialidades desenvolvidas nesta pesquisa estimula o seu crescimento pessoal como estudante, de forma que o prepare melhor para o meio social em que você vive.

6. MAIS ALGUMAS COISAS QUE O(A) SENHOR(A) PODE QUERER SABER (Direitos dos educandos):

6.1. Recebe-se dinheiro ou é necessário pagar para participar da pesquisa?

R: Nenhum dos dois. A participação na pesquisa é voluntária.

6.2. Mas e se você acabar gastando dinheiro só para participar da pesquisa?

R: O pesquisador responsável precisará lhe ressarcir estes custos.

6.3. E se ocorrer algum problema durante ou depois da participação?

R: Você pode solicitar assistência imediata e integral e ainda indenização ao pesquisador e à universidade.

6.4. É obrigatório fazer tudo o que o pesquisador mandar? (Responder questionário, participar de entrevista, dinâmica, exame...)

R: Não. Você só precisa participar daquilo em que se sentir confortável a fazer.

6.5. Dá pra desistir de participar no meio da pesquisa?

R: Sim. Em qualquer momento. É só avisar ao pesquisador.

6.6. Há algum problema ou prejuízo em desistir?

R: Nenhum.

6.7. O que acontecerá com os dados que você fornecer nessa pesquisa?

R: Eles serão reunidos com os dados fornecidos por outras pessoas e analisados para gerar o resultado do estudo. Depois disso, poderão ser apresentados em eventos científicos ou constar em publicações, como Trabalhos de Conclusão de Curso, Dissertações, Teses, artigos em revistas, livros, reportagens, etc.

6.8. Os educandos não ficam expostos publicamente?

R: Em geral, não. O(A) pesquisador(a) tem a obrigação de garantir a sua privacidade e o sigilo dos seus dados. Porém, a depender do tipo de pesquisa, ele(a) pode pedir para te identificar e ligar os dados fornecidos por você ao seu nome, foto, ou até produzir um áudio ou vídeo com você. Nesse caso, a decisão é sua em aceitar ou não. Ele precisará te oferecer um documento chamado "Termo de Autorização para Uso de Imagens e Depoimentos". Se você não aceitar a exposição ou a divulgação das suas informações, não o assine.

6.9. Depois de apresentados ou publicados, o que acontecerá com os dados e com os materiais coletados?

R: Serão arquivadas por 5 anos com o pesquisador e depois destruídos.

6.10. Qual a "lei" que fala sobre os direitos do educando de uma pesquisa?

R.: São, principalmente, duas normas do Conselho Nacional de Saúde: a Resolução CNS 466/2012 e a 510/2016. Há, também uma cartilha específica para tratar sobre os direitos dos educandos. Todos esses documento podem ser encontrados no nosso site (www2.uesb.br/comitedeetica).

6.11. E se eu precisar tirar dúvidas ou falar com alguém sobre algo acerca da pesquisa?

R: Entre em contato com o(a) pesquisador(a) responsável ou com o Comitê de ética. Os meios de contato estão listados no ponto 7 deste documento.

7. CONTATOS IMPORTANTES:

Pesquisador(a) Responsável: Erivan Santos Marinho

Endereço: Praça da Saudade, Centro.

Fone: (77)999547451 / E-mail: eryvan@live.com

Comitê de Ética em Pesquisa da UESB (CEP/UESB)

Avenida José Moreira Sobrinho, s/n, 1º andar do Centro de Aperfeiçoamento Profissional Dalva de Oliveira Santos (CAP). Jequiezinho. Jequié-BA. CEP 45208-091.

Fone: (73) 3528-9727 / E-mail: cepjq@uesb.edu.br

Horário de funcionamento: Segunda à sexta-feira, das 08:00 às 17:00

8. CLÁUSULA DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (Concordância do educando ou do seu responsável)

Declaro, para os devidos fins, que estou ciente e concordo

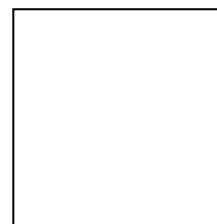
em participar do presente estudo;

com a participação da pessoa pela qual sou responsável.

Ademais, confirmo ter recebido uma via deste termo de consentimento e asseguro que me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer todas as minhas dúvidas.

Vitória da Conquista, 8 de maio de 2023

*Assinatura do(a) participante (ou da
pessoa por ele responsável)*



Impressão Digital
(Se for o caso)

9. CLÁUSULA DE COMPROMISSO DO PESQUISADOR

Declaro estar ciente de todos os deveres que me competem e de todos os direitos assegurados aos educandos e seus responsáveis, previstos nas Resoluções 466/2012 e 510/2016, bem como na Norma Operacional 001/2013 do Conselho Nacional de Saúde. Asseguro ter feito todos os esclarecimentos pertinentes aos voluntários de forma prévia à sua participação e ratifico que o início da coleta de dados dar-se-á apenas após prestadas as assinaturas no presente documento e aprovado o projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa, competente.

Vitória da Conquista, 8 de maio de 2023
