



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
DOUTORADO ACADÊMICO EM ENSINO- REDE
NORDESTE DE ENSINO (RENOEN)**



ROZIMEIRE SOARES DE OLIVEIRA PORTO

**Fracionando com os professores do 5º ano do Ensino
Fundamental: Reconstruindo conceitos**

VITÓRIA DA CONQUISTA/BA, 2024

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO- REDE NORDESTE DE
ENSINO
DOUTORADO ACADÊMICO EM ENSINO

TESE DE DOUTORADO

Fracionando com os professores do 5º ano do Ensino Fundamental: Reconstruindo conceitos

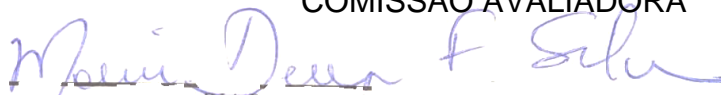
Autora: Rozimeire Soares de Oliveira Porto

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Maria Deusa Ferreira da Silva

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por **Rozimeire Soares de Oliveira Porto** e aprovada pela Comissão Avaliadora.

Data: 21/11/2024

COMISSÃO AVALIADORA



Prof.^a Dr.^a Maria Deusa Ferreira da Silva (UESB)

Presidente da Banca Examinadora/Orientadora



Profa. Dr.^a Galvina Maria de Souza (UESB)



Prof. Dr. José Valdir Jesus de Santana (UESB)



Prof.^a Dr.^a Sandra Maria Pinto Magina (UESC)



Prof.^a Dr.^a Ivonete Barreto de Amorim (UNEB)

P881f

Porto, Rozimeire Soares de Oliveira.

“Fracionando” com os professores do 5º ano do Ensino Fundamental:
reconstruindo conceitos. / Rozimeire Soares de Oliveira Porto, 2024.

199f.; il. color.

Orientador (a): Dr.^a Maria Deusa Ferreira da Silva.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de
Pós-Graduação em Ensino – PPGEn, Vitória da Conquista, 2024.

Inclui referência F. 161 – 169

1. Frações. 2. Conhecimento dos professores. 3. Anos iniciais. 4. Ensino
Fundamental. I. Silva, Maria Deusa Ferreira da. II. Universidade Estadual do
Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Ensino. III. T.

CDD: 510.7

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura

Rozimeire Soares de O. Brito

Local: Vitória da Conquista

Data: 18/12/24

*Para minha família, meu alicerce e
minha fortaleza.*

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço a Deus pela concessão da vida e pela sabedoria durante toda trajetória acadêmica.

Aos meus pais por terem me apresentado os caminhos da instrução escolar.

Ao meu esposo, Adalberto pelo apoio incondicional durante todo o doutoramento.

Aos meus filhos, Diogo, Matheus e Giovanna por acreditarem no meu potencial mais que eu mesma.

A minha querida orientadora Dra. Deusa Maria Ferreira Silva por sua competência, dedicação, incentivo na condução do estudo desta tese e pela amizade construída durante o percurso.

Aos amigos do grupo de pesquisa Taiane, Railane e Mateus pelas trocas, parcerias e reflexões compartilhadas.

As professoras participantes da pesquisa pela colaboração, compartilhamento dos conhecimentos e amizade, sem as quais o estudo não teria se concretizado.

Aos membros da banca de avaliação, Dra. Ivonete Barreto de Amorim (UNEB), Dra. Sandra Maria P. Magina (UESC), Dra. Galvina Maria de Souza e Dr. José Valdir J. de Santana (UESB) por participarem do processo de validação desta tese de doutoramento.

A diretora do Departamento de Ciências e Tecnologias, DCHT, campus XVII, profa. Cynara Adriana pelo apoio e compreensão durante o processo de doutoramento

Aos amigos unebianos que se fizeram presente nas reflexões e me ajudaram a superar os momentos difíceis durante esta trajetória de qualificação.

Aos colegas da turma que souberam transformar o distante em perto, o difícil em menos difícil, o estresse em risadas e desconhecido em conhecido.

Ao Programa de Pós Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia pela

parceria com a Rede Nordeste de Ensino que possibilitou a oferta do curso de doutorado na região.

A todos os meus amigos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste estudo.

A todos, gratidão.

A autora

RESUMO

A presente tese investigou os conhecimentos matemático sobre a estrutura conceitual das frações que os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental apresentam. Como proposição central, procuramos responder o seguinte questionamento: Como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental, (re)constroem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações? Entretanto, para dar conta desse questionamento, se fez necessário investigar primeiro, a dimensão e a natureza do conhecimento. O objetivo Geral da tese, foi analisar como os professores do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental, (re)constroem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações. Neste contexto procuramos: i- Identificar a dimensão epistemológica e a natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange a estrutura básica das frações; ii- Investigar os conhecimentos que residem nas práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no ensinar das frações e, iii- analisar as influências conceituais nas práticas didático-pedagógica dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange ao ensino das frações a partir de ações formativas. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, e, para atender aos objetivos propostos utilizamos dois tipos, em três etapas: pesquisa exploratória com abordagem diagnóstica na primeira etapa e nas etapas seguintes a pesquisa-formação. A orientação teórica que referendou a tese foi a Teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e Conceitos de Galperin e suas implicações cognitivas no processo de construção e assimilação da aprendizagem de um conceito científico. Para alinhar as discussões aos pressupostos teóricos, buscamos também referências na área da Educação Matemática e nas pesquisas que tratam do conhecimento do professor que ensina Matemática na Educação Básica. Os participantes da pesquisa foram oito professoras, que ministravam aula no 5º ano do Ensino Fundamental. Para dar conta das três etapas investigativas, foram necessários oito encontros, totalizando uma carga horária de 20 horas de investigação. Os dados foram gerados a partir do protocolo de resposta do teste, de áudios, vídeos, relatórios apresentados individualmente e por observações sistemáticas ocorridas de forma particular nas etapas. Os dados passaram por uma análise triangular numa apreciação inferencial (subjéctiva). Os resultados encontrados apontam que as professoras participantes da pesquisa apresentam um conhecimento incipiente; comum e prático; limitado conceitualmente e desprovido dos nexos conceituais teórico/científico no tocante as frações. Em suas narrativas e comportamentos sinalizam a possibilidade de mudança, no entanto, para que ocorra esta (re)construção conceitual das frações se faz necessário um conjunto de atividades formativas que compreenda suas limitações e promova um caráter de generalização, um elevado grau de consciência e uma transferência da aprendizagem local para geral.

Palavras-chave: Frações; conhecimento dos professores; anos iniciais; Ensino Fundamental

ABSTRAT

This thesis investigated the mathematical knowledge about the conceptual structure of fractions that teachers in the initial years of Elementary School present. As a central proposition, we seek to answer the following question: How do teachers in the 5th year of Elementary School (re)construct their knowledge and teaching practices from formative moments regarding theoretical-scientific knowledge of fractions? However, to address this question, it was necessary to first investigate the dimension and nature of knowledge. The general objective of the thesis was to analyze how 5th year teachers in the initial years of Elementary School, (re)construct their knowledge and teaching practices from formative moments regarding theoretical-scientific knowledge of fractions. In this context we seek to: i- identify the epistemological dimension and the nature of the knowledge of teachers in the 5th year of Elementary School regarding the basic structure of fractions; ii- Investigate the knowledge that resides in the didactic-pedagogical practices of teachers in the 5th year of Elementary School when teaching fractions and, iii- analyze the conceptual influences in the didactic-pedagogical practices of teachers in the 5th year of Elementary School with regard to teaching of fractions from training actions. This is a qualitative research, and, to meet the proposed objectives, we used two types, in three stages: exploratory research with a diagnostic approach in the first stage and in the following stages, research-training. The theoretical orientation that endorsed the thesis was Galperin's Theory of Staged Assimilation of Mental Actions and Concepts and its cognitive implications in the process of construction and assimilation of learning a scientific concept. To align discussions with theoretical assumptions, we also sought references in the area of Mathematics Education and in research that deals with the knowledge of teachers who teach Mathematics in Basic Education. The research participants were eight teachers, who taught classes in the 5th year of Elementary School. To complete the three investigative stages, eight meetings were necessary, totaling 20 hours of investigation. The data were generated from the test response protocol, audios, videos, reports presented individually and from systematic observations that occurred particularly in the stages. The data underwent a triangular analysis in an inferential (subjective) assessment. The results found indicate that the teachers participating in the research have incipient knowledge; common and practical; conceptually limited and devoid of theoretical/scientific conceptual links regarding fractions. Their narratives and behaviors signal the possibility of change, however, for this conceptual (re)construction of fractions to occur, a set of training activities is necessary that understands their limitations and promotes a generalization character, a high degree of awareness and a transfer from local to general learning.

Keywords: Fractions; teachers' knowledge; early years; Elementary Education

Lista de Quadros

Quadro 1.1: Proposta curricular para o ensino de Matemática nas Universidades do Estado da Bahia- (UEBA) no curso de licenciatura em Pedagogia.....	40
Quadro 2.1: Relação entre o registro das frações na escrita egípcia e no sistema de representação numérico	50
Quadro 2.2: Estrutura Curricular do estudo das frações no 4º e 5ª anos do Ensino Fundamental.....	57
Quadro 2.3: <i>Corpus</i> da Revisão Sistemática de Literatura.....	63
Quadro 2.4: Protocolo de Sistematização dos dados gerados na RSL.....	66
Quadro 2.5: Análise intra estudo dos dados gerados na RSL	67
Quadro 3.2. Roteiro direcional para a roda de conversa anterior a Etapa 02: Ação Formativa.....	105
Quadro 3.3: Cronograma das Atividades da Ação Formativa.....	106
Quadro 5.1: Significado das frações e habilidades esperadas segundo a BNCC.....	122
Quadro 5.2: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q01.....	123
Quadro 5.3: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q02.....	124
Quadro 5.4: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q03.....	125
Quadro 5.5: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q04.....	125
Quadro 5.6: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q05.....	126
Quadro 4.7: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q06.....	126
Quadro 5.8: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q07.....	127
Quadro 5.9: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q08.....	128
Quadro 5.10: Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q09.....	128
Quadro 5.11 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q09.....	129
Quadro 5.12 Exemplos de protocolos de respostas.....	130
Quadro 5.13 Exemplos de protocolos de respostas com manutenção de estratégias comuns e incoerentes.....	149

Quadro 5.14 Exemplos de protocolos de respostas com estratégias de ação similares	150
Quadro 6.1: Protocolo utilizado para busca e refinamento do <i>corpus</i> utilizado na RSL.....	170
Quadro 6.2: Compilação dos dados gerados na RSL.....	172

Lista de Figuras

Figura 1.1: Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, PCK, no ensino de Matemática do Ensino Fundamental.....	31
Figura 1.2: Relação entre os conhecimentos de domínio do professor	33
Figura 2.1: Sistematização da 1ª questão da análise inter estudos da RSL.....	72
Figura 2.2: Sistematização da 2ª questão da análise inter estudos da RSL.....	74
Figura 3.1: Estrutura didática da habilidade geral.....	79
Figura 3.2: Esquema de formação dos conceitos na perspectiva de Galperin (1989)	81
Figura 3.3: Características da Ação Mental.....	87
Figura 3.4: Esquema Processo operacional de uma adição de frações na TAEAMC.....	90
Figura 4.1: Etapas Investigativas da Pesquisa.....	94
Figura 4.2: PDE- <i>Fractionando</i>	112
Figura 4.3: Modelo de relação de equivalência via PDE.....	113
Figura 4.4: Adição de frações mediante estratégias via PDE.....	114
Figura 4.5: Subtração de frações mediante estratégias via PDE.....	114
Figura 4.6: Multiplicação de frações via PDE.....	115
Figura 4.7: Divisão de frações via PDE.....	115
Figura 5.1: Processo de triangulação dos dados gerados na pesquisa.....	121
Figura 5.2: Comparando frações.....	135
Figura 5.3: Estabelecendo a relação de equivalência de $\frac{1}{2}$ com $\frac{3}{6}$	136
Figura 5.4: Adição de $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$ no PDE.....	137
Figura 5.5: Sistematização do registro numérico das estratégias operatórias construídas no PDE.....	139
Figura 5.6: Estratégias de construção do algoritmo operatório da multiplicação no PDE.....	140

Figura 5.7: Estratégias de construção do algoritmo operatório da multiplicação no PDE.....	141
Figura 6.1: Produto Didático Educativo: <i>Fracionando</i>	190
Figura 6.2: Objetivos do PDE <i>Fracionando</i>	191
Figura 6.3: Relação de equivalência a partir da observação visual e tátil do PDE.....	193
Figura 6.4: Lógica operacional da operação de adição de frações no PDE....	193
Figura 6.5: Lógica operacional da operação de subtração de frações no PDE.	194
Figura 6.6: Lógica operacional da operação de multiplicação de frações no PDE.....	195
Figura 6.7: Lógica operacional da operação de divisão de frações no PDE...	196

Sumário

Apresentação	19
Capítulo I	29
A Formação do Professor	29
1.1 Ser, estar e continuar professor: Atributos necessários à docência	29
1.2 A formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	34
1.3 O meio Social e o conhecimento: Objeto transformador e objeto transformado pelo professor.....	46
Capítulo II	52
As Frações.....	52
2.1 Frações: Objeto de conhecimento matemático	52
2.2 Frações enquanto objeto de conhecimento curricular.....	57
2.3 Frações enquanto objeto de conhecimento do professor que ensina Matemática: Revisitando as Literaturas produzidas.....	63
2.3.1 Contexto do estudo e objeto pesquisado na RSL.....	65
2.3.2 Metodologia adotada na RSL.....	65
2.3.3 Análise dos dados gerados na RSL.....	68
2.3.4 Análise intra estudo na RSL.....	69
2.3.5 Análise inter estudo na RSL.....	74
Capítulo III	79
Pressupostos teóricos	79
3.1 A teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos conceitos de Galperin (1989)	79
3.2 A Teoria de Galperin (1989) na formação do conceito da fração.....	88

Capítulo IV	92
Caminhos Metodológicos.....	92
4.1 Opção teórico/metodológica da tese.....	92
4.2 Instrumentos investigativos do estudo.....	95
4.3 Etapa de investigação 01: Ação Conceitual- AC.....	96
4.3.1 Análise <i>a priori</i> do instrumento investigativo/teste.....	97
4.4 Etapa de investigação 02: Ação Formativa- AF.....	108
4.5 Etapa de investigação 03: Ação Prática- AP.....	117
Capítulo V	119
Análise dos dados gerados.....	119
5.1 O processo analítico de análise dos dados gerados nas etapas de investigação	119
5.2 Análise dos protocolos de respostas gerados na etapa da Ação Conceitual.....	120
5.3 Análise dos dados gerados na etapa da Ação Formativa.....	129
5.4. Análise dos dados gerados na etapa da Ação Prática.....	141
5.5 Triangulação dos dados gerados nas três etapas investigativas.....	147
5.6. Respondendo as questões da pesquisa.....	152
Considerações Finais	158
Referências	161
Apêndices	170

Apêndice I Protocolo utilizado para busca e refinamento do <i>corpus</i> utilizado na revisão sistemática de literatura: Números racionais enquanto objeto de pesquisa.....	170
Apêndice II Escrita auxiliar utilizado como mecanismo de filtragem e sistematização dos dados gerados na Revisão Sistemática de Literaturas.....	172
Apêndice III Compilação dos dados gerados no instrumento de investigação/teste da etapa Ação Conceitual- AC.....	183
Apêndice IV Integra de investigação/teste da etapa Ação Conceitual- AC.....	184
Apêndice V Produto Didático Educativo – Fracionando.....	190
Apêndice VI Roteiro das atividades desenvolvidas na etapa da Ação Formativa- AF.....	196
Apêndice VII Roteiro das atividades desenvolvidas na etapa de Ação Prática.....	197

Apresentação

Este trabalho de pesquisa surgiu das inquietações e reflexões em dois momentos da minha trajetória profissional¹: professor de Matemática na Educação Básica e pesquisador na área da Educação Matemática. Como professora de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, percebia nos colegas professores dos anos iniciais uma insegurança conceitual e metodológica com relação ao ensino de Matemática. Mostravam-se temerosos em relação aos processos de formação dos conceitos matemáticos e das metodologias para o ensino em suas turmas. Dentre essas dificuldades, me lembro que as noções básicas para o ensino das frações era a de maior frequência.

Enquanto colega de trabalho, auxiliava na compreensão dos conceitos e dos algoritmos operatórios das frações e sempre que possível buscava dirimir as dúvidas existentes. No entanto, minha contribuição era muito pequena diante da problemática e a falta de uma base conceitual dos colegas dos anos iniciais. Era um misto de incômodo e preocupação com a forma de ensinar desses professores, pois o reflexo das deficiências do processo de ensino era visível nas primeiras séries dos anos finais do antigo Ensino Fundamental (turmas que atuava). Com o passar dos tempos, fui percebendo que a dificuldade, que parecia superficial, era um problema estrutural e complexo. Em sua maioria localizado na trajetória formativa, enquanto, estudante da Educação Básica (pré-formação), da Universidade (formação inicial) e do exercício da docência (formação continuada).

Quando adentrei no universo da Educação Superior, cursos de licenciatura, o incômodo deu lugar ao senso de responsabilidade, despertando, em mim, o educador matemático. Durante o processo de qualificação docente, mestrado em Educação Matemática na Universidade Estadual de Santa Cruz-

¹ Professora de matemática da 5ª série por dois anos, depois da 6ª, 7ª e 8ª séries do antigo Ensino Fundamental II, onde permaneci por mais dois anos, pois minha formação inicial era de licenciatura curta em ciências. Depois licenciada em Matemática, licenciatura plena, passei a lecionar no Ensino Médio e na sequência com uma especialização fui para o Ensino Superior. Sempre na área de Matemática.

UESC/Bahia, com a ajuda de minha orientadora² me encontrei como pesquisadora na área da Educação Matemática³, de forma particular na área da psicologia cognitivista. Me encantei com os caminhos da pesquisa, o que possibilitou de forma científica compreender, ou tentar entender os processos cognitivos que habitam os conhecimentos subjacentes dos aprendizes, nossos estudantes. Mergulhar nos processos de formação do conhecimento trouxeram à tona lembranças dos meus primeiros anos como professora da Educação Básica. Erros, acertos, inseguranças e dúvidas comprimidas por falta de conhecimento na área de Matemática.

Agora, enquanto doutoranda em Ensino, da Rede Nordeste de Ensino-RENOEN em parceria com a Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia-UESB, troquei a preocupação por atitude, e juntamente com minha orientadora⁴, estou tendo a oportunidade de visitar o cenário da formação docente dos anos iniciais do Ensino Fundamental enquanto pesquisadora. Tenho nesse doutoramento, condições de ampliar os horizontes de pesquisador e conforme já mencionado, investigar os conhecimentos dos professores que ensinam matemática, especialmente aqueles que lecionam no Ensino Fundamental⁵. Em conversa com minha orientadora veio a proposta de que esse estudo tomasse por base o conjunto de conhecimentos dos professores na perspectiva do ensino das frações no 5º ano do Ensino Fundamental.

Uma das inquietações que reforçou essa proposta de pesquisa, tem relação com os estudos sobre os conhecimentos necessários ao exercício da docência em Matemática no Ensino Fundamental (Nacarato, 2010, 2014). Muito tem-se discutido sobre o fundamento epistemológico dos professores que atuam na Educação básica e, de forma particular nos anos iniciais do Ensino

² Professora Dra. Sandra Magina, professora do Programa de pós-Graduação em Educação Matemática- PPGEM/UESC

³ Esse primeiro contato com a pesquisa ocorreu nos domínios da álgebra como continuidade da aritmética nos anos iniciais do Ensino Fundamental. O objeto de estudo da dissertação foi a *Early Algebra*.

⁴ Professora Dra Maria Deusa Ferreira da Silva, Profa. aposentada da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia- UESB, campus Vitória da Conquista Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte- UFRN, Pós-Doutorado em Educação Matemática – UNESP.

⁵ Ensino Fundamental de nove anos, instituído pela Lei nº 11.274 que regulamenta o ensino fundamental de 9 anos.

Fundamental. E, assim como Shulman (2014), Tardif (2000, 2013, 2014) e outros, convém questionarmos sobre a base constitutiva dos conhecimentos apresentados pelos professores durante toda sua trajetória formativa docente (pré-formação, formação inicial e formação continuada). E de forma particular, investigar os processos utilizados no entendimento dos conhecimentos matemáticos⁶, as ações pedagógicas adotadas em sala de aula e a origem dos conhecimentos apresentados pelos professores que ensinam Matemática nos 5º anos do Ensino Fundamental.

Como forma de justificar a escolha do objeto de estudo, conhecimento dos professores que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no tocante as frações, além das inquietações apresentadas anteriormente, descreverei um fato ocorrido no período em que estive como professora no curso da PARFOR, licenciatura em pedagogia numa aula de Matemática. O conteúdo da aula era a operação de adição de frações ordinárias ancorado nas relações de equivalência como suporte operacional da adição. Essa aula tinha como objetivo identificar e compreender a relação de equivalência implícita na lógica operacional da adição de frações. Para isso foi utilizado um recurso didático, material manipulativo, composto por cartelas fracionárias na perspectiva de possibilitar a compreensão do porquê da redução dos denominadores como base da operação de adição de frações de denominadores diferentes.

A ideia era possibilitar a partir da observação visual e manipulativa das fichas/termos fracionários, ocorresse um processo de construção da relação de equivalência entre as frações que possibilitasse a compreensão e assimilação dos procedimentos adotados (regra comum). Todavia, um dos professores, cursista, insistia que não precisava dessas cartelas, pois bastava retirar o *mê mê ce*⁷ (MMC), multiplicar os termos de cima e na sequência somá-los, simples assim. Insisti por alguns minutos na minha proposta, entretanto não obtive sucesso. Alguns dos professores presentes até tentaram caminhar na minha

⁶ Nesse estudo no tocante aos números racionais nos Registro de Representação Numérica.

⁷ Forma verbal utilizada na região nordeste do país para indicar o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) entre dois ou mais denominadores.

proposta, mas desistiram e se juntaram ao colega, a tentativa metodológica parou por aí.

Naquela época este fato pareceu irrelevante, pois se tratava de uma estratégia de ação muito comum entre os professores cursistas, “normal”. Mas hoje, revisitando a situação, o diálogo ocorrido, a formação dos professores na época e o contexto local, percebo que o fato ocorrido representa mais que uma mera automatização técnica da professora. Reavaliando a resistência e a forma de resolução seguida pela mesma, na nossa leitura, hoje, a estratégia operatória utilizada pode ser resultado de uma acomodação experiencial (trajetória escolar/Educação Básica) reproduzida de forma automática no exercício de sua docência. O que não seria um fato incomum no universo matemático de forma particular no tocante aos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Refletindo sobre essa situação podemos nos perguntar sobre o que a professora cursista sabia? Ou não sabia? O porquê da escolha de uma estratégia axiomática e a não aderência a uma nova proposta metodológica? Teria sido a falta de um conhecimento teórico-científico do conteúdo ou um conhecimento adotado sem questionamento durante sua trajetória formativa? Ao questionar esses conhecimentos podemos encontrar vestígios que possibilitem compreender a postura de muitos estudantes dos cursos de licenciatura em pedagogia, que durante as aulas do componente de Matemática⁸ manifestam desinteresse, desconhecimento e/ou aversão aos conhecimentos da matemática curricular (Porto e Silva, 2018). Muitas dessas atitudes se materializam quando esses estudantes vão para as atividades práticas da docência, seja no período de estágio supervisionado de matemática ou quando formados no exercício de sua docência. Essa carga negativa, poderá impactar e implicar em adoção de metodologias prontas, inquestionadas nos roteiros dos manuais didáticos e ainda, em conhecimentos matemáticos mecanizados, desprovidos de significados gerando processos de ensino insipientes e insuficientes para a aprendizagem de seus alunos.

⁸ Como professora do componente curricular de Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática no curso de pedagogia da Universidade do Estado da Bahia por vários semestres.

Eu, enquanto professora de Matemática no curso de pedagogia por diversas vezes estive diante de situações dicotômicas tais como: seguir a ementa planejada sem dar muita atenção as reclamações, desistir e seguir o fluxo da turma ou ainda parar tudo e reconstruir a base conceitual dos estudantes. No entanto, a carga horária da disciplina e necessidade de integração curricular dos estudantes impediam movimentos maiores. Sentia vontade, quase uma obrigação, de avançar nos conhecimentos teórico/científicos, mas esbarrava na falta de base dos estudantes ou no desinteresse destes pela área. Uma resistência fundamentada ou proposital. Na tentativa de despertar a curiosidade dos estudantes para a compreensão dos porquês do raciocínio logico-matemático das premissas conceituais e dos teoremas convencionais da Matemática utilizava de estratégias metodológicas diversas, algumas com sucesso outras nem tanto. E assim fui construindo gradativamente minha identidade enquanto professora e Educadora Matemática na perspectiva da Educação Básica, do Ensino Superior e da pesquisa.

Agora consciente de minha história e, revistando a situação ocorrida durante a aula na PARFOR, juntamente com minha orientadora⁹, percebemos a importância do fato ocorrido na época para os estudos na área da Educação Matemática. Concordamos que o processo formativo dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa ser pesquisado no que concerne ao ensino das frações. Para isso será necessário revisitar a base constitutiva dos conhecimentos matemáticos: da pré- formação (enquanto estudantes da Educação Básica), passando pela formação inicial (ensino superior) até a formação continuada (no exercício da docência). Sendo imprescindível investigar se os conhecimentos adquiridos/acumulados nesta trajetória são suficientes para possibilitar uma mediação de qualidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especialmente no ensino das frações? E ainda, se as práticas didático-pedagógicas que são utilizadas pelos professores que ensinam Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental são produtos construídos teoricamente ou reproduzidos de forma mecânica?

⁹ Também discute e pesquisa a formação dos professores que ensinam Matemática na Educação Básica.

Estudiosos como Novóia (1992, 2019), Tardif (2000, 2013, 2014), Nacarato, Mengali e Passos (2011), Libâneo (2015), Schulman (2014) Fernandez (2014), dentre outros, discutem a importância de compreender a base constitutiva dos conhecimentos pedagógicos dos professores como elemento basilar da formação desse profissional. Estudos nessa direção sinalizam que, a maioria das práticas didático-pedagógica adotadas pelos docentes originam-se nas orientações dos manuais didáticos e/ou programas de formação continuada, de forma particular, dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Então, considerando a possibilidade das práticas de ensino adotadas em sala de aula pelos professores dos anos iniciais da Educação Básica terem raízes nos períodos da pré-formação, serem reorganizadas durante a formação acadêmica e formação continuada (Tardif, 2014), a sua manutenção pode implicar em um ensino reprodutivo, automatizado e descontextualizado.

A partir dessas discussões, conjecturamos que a base dos conhecimentos da profissão/professor é singular e plural, individual e coletiva, se estabelece numa relação subjetiva/objetiva (Leontiev, 1978) durante sua trajetória formativa. Refletindo nesse sentido, é provável que encontremos por detrás de uma prática de ensino um conjunto de conhecimentos constituídos (ou em fase de constituição) que necessita ser compreendido. Isso, nos permite considerar que, ao analisar o conhecimento implícito sobre as frações, presente na prática pedagógica do professor de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é bem provável que possamos identificar sua base formativa, a natureza do conhecimento, teórico-científico e/ou prático¹⁰ e o conhecimento didático/pedagógico do professor.

Volvendo nossa discussão, para as pesquisas mais recentes da área da Educação Matemática e do ensino da Matemática curricular (frações), percebemos que a maioria concentra sua investigação no plano epistemológico dos professores. Poucas se debruçam sobre a natureza, a origem dos conhecimentos dos números racionais e seus constructos durante a formação inicial da docência. Vislumbrando essa lacuna, a pesquisa aqui apresentada,

¹⁰ Consideramos conhecimentos práticos aqueles conhecimentos não formais, advindos de sua experiência enquanto estudante e/ou docente e muitas vezes sem relação com os teoremas convencionais da Matemática

“Fracionando¹¹” com os professores do 5º ano do Ensino Fundamental: Reconstruindo conceitos, teve como proposta um estudo científico que possibilitou investigar a natureza e a origem formativa dos conhecimentos docentes acerca da estrutura básica das frações e as Ações Mentais que corroboram na sua formação.

Esse estudo, teve como suporte ações pedagógicas que analisaram os conhecimentos dos números racionais implícitos nas práticas didático-pedagógicas¹² dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental e seus conhecimentos subjacentes. Para tanto, tivemos como proposição central responder a seguinte questão orientadora do estudo: *Como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental, (re)constroem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações?*

Todavia, para dar conta deste questionamento central, fez-se necessário responder anteriormente as seguintes questões:

- a) Qual a dimensão do conhecimento conceitual dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no tocante a estrutura básica das frações?
- b) A natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no tocante as frações emergem de bases teóricas ou práticas?
- c) Uma ação pedagógica formativa pode influenciar as práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental? Como?

Na tentativa de responder a esses questionamentos procuramos atender aos seguintes objetivos:

¹¹ O termo “Fracionando” reporta-se ao movimento de fazer-refazer frações ocorrido nas etapas de investigação das Ações Formativas (AF) e Ações Práticas (AP) que serão descritas na metodologia da pesquisa no capítulo IV

¹² Atividades intencionais do professor, desde a produção do material didático assim como as ações metodológicas (pedagógicas) escolhidas para o desenvolvimento, execução e avaliação das aulas.

Objetivo Geral

Analisar como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental (re)constroem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações.

Objetivos Específicos:

- Identificar a dimensão epistemológica e a natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange a estrutura básica das frações;
- Investigar os conhecimentos que residem nas práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no ensinar das frações;
- Analisar as influências conceituais nas práticas didático-pedagógica dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange ao ensino das frações a partir de ações formativas.

Estes objetivos se orientaram numa base teórico-científico do professor que inclui o conhecimento do conteúdo, do fazer pedagógico, dos currículos, do contexto educacional, das características intelectuais dos estudantes, dos fins e propósitos da educação (Schulman, 2014) como premissa para o exercício docente. Em paralelo, trouxemos uma proposta de ensino metodológica que possibilitou aos professores participantes da pesquisa compreender o raciocínio matemático no tocante as frações, desarticular crenças acomodadas e ainda refletir acerca dos algoritmos operatórios que habitam as frações. Essa proposta foi fundamentada e construída a partir dos procedimentos de uma Base Orientada da Ação pedagógica orientada por Galperin (2001a) e ampliada pelos seus seguidores. A escolha dessa base ponderou que esses mecanismos didáticos possibilitam envolver os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental na construção dos conceitos e na intencionalidade didática possibilitando uma maior segurança no seu fazer didático-pedagógico para ensinar o que nem sempre aprendeu. Nossa proposta se justifica por acreditarmos que, para ser professor habilitado para o ensino e construção de

um conceito, é imprescindível o domínio conceitual e procedimental do que deve ser apreendido e como deve ser ensinado (Schulman, 2014).

Esse estudo, teve por base, a tese de que os professores formados no curso de licenciatura em pedagogia não dispõem em sua base formativa dos conhecimentos científicos, estrutura básica das frações¹³ necessários ao ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Por isso, buscamos identificar e compreender as lacunas conceituais e metodológicas do conhecimento acumulado durante sua trajetória formativa em relação a formação epistemológica das frações. Concomitante a isso buscamos levantar, assentar e testar possibilidades teórica-metodológicas que permitem influenciar a qualidade do processo de ensino durante o ser-fazer-continuar professor de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Como preâmbulo da trajetória do estudo, trazemos no primeiro capítulo o ser professor nas dimensões pessoais e sociais, os conhecimentos necessários à docência, a formação inicial nos cursos de pedagogia, e ainda esse, como elemento transformado e transformador de seus conhecimentos. O segundo capítulo, traz as frações, enquanto objeto de conhecimento histórico da Matemática, do conjunto dos números racionais e também como fonte de pesquisa da área da Educação Matemática. No terceiro capítulo, apresentamos o arcabouço teórico que fundamentou nosso estudo, a Teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e Conceitos de Galperin e seus sucessores científicos. Esse capítulo teve como proposta apresentar os requisitos teóricos da assimilação/aprendizagem nos processos de construção de um conceito científico, enquanto objeto abstrato e as possibilidades de acesso a partir de etapas mentais e procedimentos sistemáticos e diretivos.

No capítulo quatro, apresentamos a opção metodológica e o percurso do estudo, os sujeitos participantes, as etapas e os instrumentos investigativos que orientaram o desenvolvimento da hipótese e a formulação da tese. No último capítulo, o quinto, apresentamos as análises dos dados gerados num processo de triangulação desses com a base teórica considerando as várias

¹³ Saber disciplinar (Tardif, 2014)

circunstancias ambientais de geração e os referenciais científicos que referendam o estudo e possibilitaram a interpretação dos mesmos no campo científico. E por fim, trazemos as considerações parciais acerca das inferências científicas que o estudo proporcionou, a resposta aos questionamentos (central e secundários) bem como o levantamento de novas perspectivas científicas quanto ao objeto de estudo, conhecimento do professor do 5º ano do Ensino Fundamental e do objeto matemático, as frações enquanto elemento curricular. E para fechar o escopo do estudo, as referências que balizaram e fundamentaram as discussões do estudo, bem como os apêndices¹⁴ complementares da pesquisa se encontram ordenados nas páginas finais do texto.

¹⁴ Apêndice I- Protocolo utilizado para busca e refinamento do *corpus* utilizado na revisão sistemática de literatura- RSL;
Apêndice II- Escrita auxiliar utilizada na RSL como mecanismo para filtrar as informações essenciais geradas durante o estudo;
Apêndice III- Apresentação tabular dos dados gerados a partir do instrumento investigativo/teste utilizado na primeira etapa da pesquisa- AC;
Apêndice IV- Íntegra do instrumento investigativo/teste utilizado na etapa AC;
Apêndice V- Produto Didático Educativo utilizado nas etapas subsequentes;
Apêndice VI- Roteiro das atividades desenvolvidas na etapa denominada Ação Formativa- AF;
Apêndice VII- Atividade de conclusão da etapa investigativa AP

CAPITULO I

A FORMAÇÃO DO PROFESSOR

Nessa seção, discutiremos a formação do professor, destacando o ser-estar-continuar professor, a importância dos processos formativos intrínsecos ao exercício da docência, os conhecimentos necessários à docência, a formação do professor que ensina matemática, da graduação até as implicações conceitual no ensino da matemática. Na sequência, tomando como referência a Teoria Histórico Cultural, apresentamos o conhecimento do professor como elemento transformador e transformado culturalmente.

1.1 Ser, estar e continuar professor: Atributos necessários à docência

Buscando em Heidegger (2005) que o homem é um ser-no-mundo, ou ainda um ser-em-situação, consideramos que o professor não se encontra preso numa realidade imutável, ele está sujeito a tornar-se novo a cada momento e a cada vivência durante toda sua trajetória formativa. Ao adentrarmos no traço existencial do ser professor, podemos desocultar o ente¹⁵ que habita o ser¹⁶ professor, pois, ao evidenciar que não existe um ente sem ser, podemos deixar ver o que se mostra, tal como se mostra a partir de si mesmo (Heidegger,1993). Então numa perspectiva metafísica, o “ente professor” e o “ser professor”, coabitam no mesmo espaço, e ele o professor, é o que se permite mostrar/acessar¹⁷. Numa releitura objetiva de Heidegger (2005), não existe um professor, sem considerar o seu ser e, portanto, para compreender o ente professor (ou tentar) se faz necessário compreender as implicações do processo formativo e suas particularidades pedagógicas.

E nessa direção, compreender a ligação entre o ser, o estar e o continuar professor, requer um (re)visitar dos percursos formativos, da formação de sua

¹⁵ Numa base heideggeriana, não se pode separar o ser do ente. O ente é o que é, porém, a cada momento temporal o ser se mostra naquele ente.

¹⁶ Verbo conjugado do é, no infinitivo. Na perspectiva heideggeriana, o ser é alguma coisa em si mesmo, se apresenta no ente, naquilo que ainda não foi tocado, porém, cada vez que temos um acontecimento, temos a manifestação do ser.

¹⁷ Resultante de seu processo formativo

identidade (pessoa) e também na sua identidade profissional (individual e coletiva) (Tardif, 2014), visto que “o professor é uma pessoa. E uma parte importante da pessoa é o professor” (Novóa,1992, p.13). O professor enquanto profissional, é o trabalhador que mais tempo convive em seu ambiente de trabalho. Seja na Educação Básica, como estudante (pré-formação), na graduação (formação inicial), como universitário ou ainda no exercício da docência (formação continuada).

O desenvolvimento do conjunto de conhecimentos indispensável à docência precisa ir além dos procedimentos conceituais e metodológicos. Se faz necessário considerar também a história de vida do professor (Tardif, 2014), haja vista que, seu processo formativo apresenta implicações idiossincráticas impregnadas de elementos sociais e culturais (Vygostky, 1998). Resultado de um conjunto de elementos formantes implícitos, distintos e análogos ao mesmo tempo, numa composição entre o ser e o ente professor. Por isso, numa base dialética, para compreender o processo de formação docente, é preciso submergir na variabilidade dos conhecimentos e reconhecê-los como resultante de um processo histórico-cultural, dinâmico e moldável (Porto, Silva, 2018). Considerar a existência de uma relação simbiótica entre o professor, o tempo e o trabalho, pois “o trabalho modifica o trabalhador, modifica também sua identidade, sempre com o passar do tempo, o seu saber trabalhar” (Tardif, 2000, p.2).

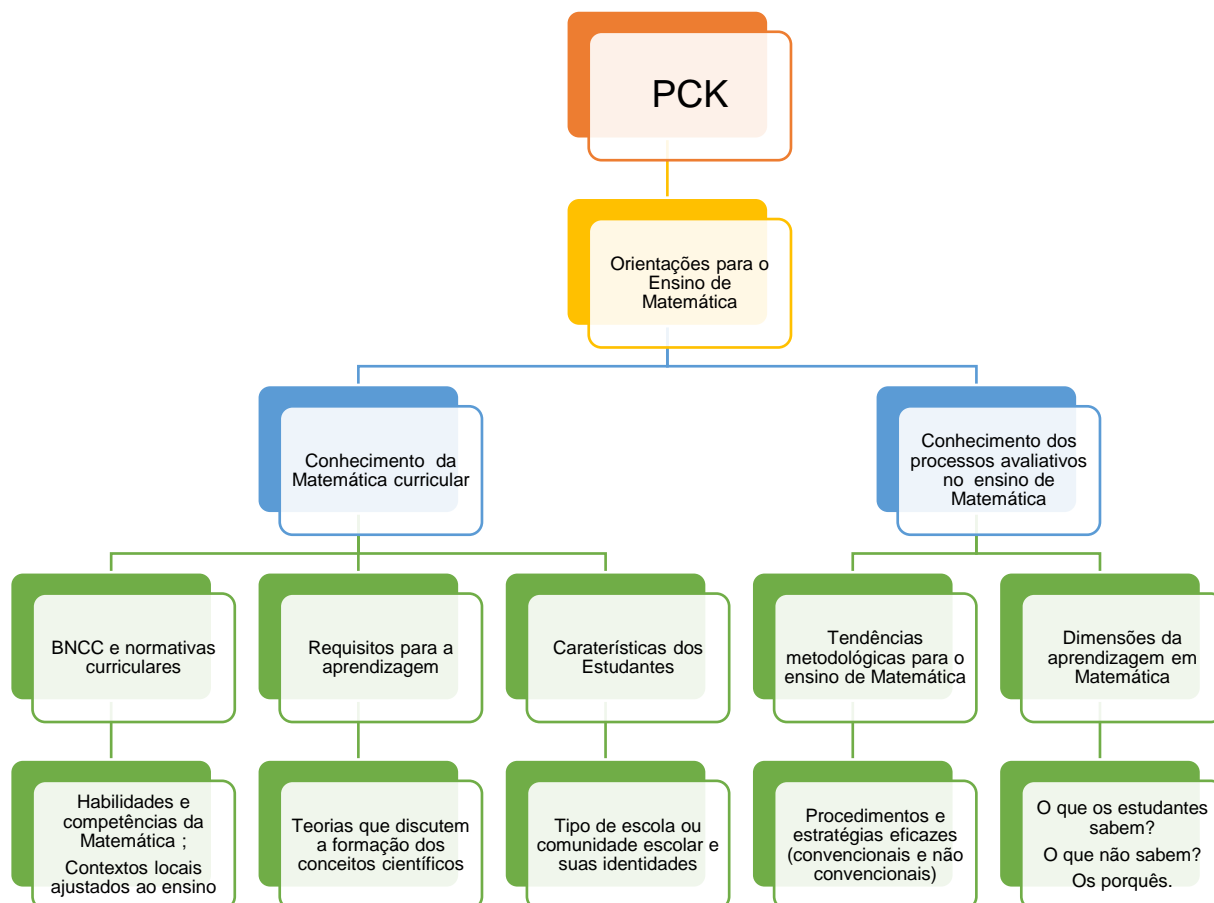
Ampliando as discussões, Tardif (2000) e Novóa (1992) ressaltam que o processo formativo docente não acontece por acumulação, mas através de posturas e práticas reflexivas que permite a (trans)formação permanente de uma identidade pessoal, a (re)construção do ser professor que valoriza as experiências e o construto histórico do ser-estar-continuar professor (Tardif, 2000; Nacarato, 2010; Nacarato, Mengali e Passos, 2011). Numa base que articule a formação continuada, pois, segundo o art. 6º, inciso IV, da Resolução CNE/CP 01/2020, essa articulação promove o “desenvolvimento permanente tanto do conhecimento dos conceitos, premissas e conteúdo de sua área de ensino, quanto do conhecimento sobre a lógica curricular da área do conhecimento em que atua e das questões didático-pedagógicas” (Brasil, 2020).

Corroborando nessa direção, Shulman (1987), propõe uma discussão sobre uma base de conhecimentos necessário à docência. Uma estrutura fundante que desenvolva e potencialize as competências conceituais e procedimentais no que tange o ser, e se fazer professor. Sugere então, de forma particular, a formação de um conjunto de conhecimentos básicos, denominado de Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, o *Pedagogical Content Knowledge* - PCK. Para o autor, o PCK, deve refletir a capacidade e a habilidade que um professor dispõe para transformar o conhecimento do conteúdo que ele possui em formas pedagogicamente poderosas e adaptáveis ao conhecimento dos estudantes. Dentre esses, podemos destacar como básicos e essenciais para o processo de ensino os seguintes conhecimentos: específico do conteúdo e do conceito; das características dos estudantes; do fazer pedagógico do conteúdo específico e geral; do currículo e diretrizes curriculares; do contexto, dos sistemas e das políticas educacionais, dentre outros (Shulman, 2014).

Bezerra, Rizek e Souza (2017), Miola e Lima (2020) corroboram com a discussão de Shulman (2014), e propõe que o processo de ensino requer subdomínios da disciplina, tais como: i) conhecimento comum; ii) conhecimento especializado; iii) conhecimento do conteúdo e dos estudantes; (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; v) conhecimento do conteúdo e do currículo e vi) conhecimento do conteúdo no horizonte.

Como nosso objeto de estudo reside no conhecimento matemático do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, do conhecimento pedagógico do conteúdo ao conhecimento pedagógico geral, do estudante a escola como contexto local, do processo de ensino aos procedimentos avaliativos e metodológicos inerente ao ensino de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental podemos situa-lo numa base singular de ensino. Considerando a importância dos princípios de Shulman (2014) para o contexto da área de Matemática e nosso estudo, apresentamos um esquema (Figura 1.1) que nos permitiu visualizar uma possibilidade de descrever e ampliar os princípios do PCK no ensino de Matemática.

Figura 1.1 Conhecimento Pedagógico do Conteúdo, PCK, no ensino de Matemática do Ensino Fundamental



Fonte: Elaborado pela autora

Posicionando o PCK, segundo nossa compreensão, o conhecimento para o ensino de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa ir além de domínios conceituais locais, precisa compreender a tecitude do processo de ensino em suas implicações pedagógicas e teóricas. Compreender o processo de aprendizagem dos estudantes como resultado social, cultural e local, e ainda posicionar o processo formativo (inicial e continuado) dos professores como primordial para um ensino coeso, consistente e coerente com a disciplina e também com os sujeitos envolvidos. O professor enquanto agente mediador do ensino, de forma particular de Matemática, necessita de uma base conceitual adequada que lhe proporcione condições segura e garanta o tramite entre o seu conhecimento e a apropriação desse para seus estudantes.

Todavia, convém lembrar que não adianta conhecer a estrutura basilar do ensino e a epistemologia de um conceito se o professor não compreender as implicações conceituais e metodológicas contidas nele, ou ainda não tiver

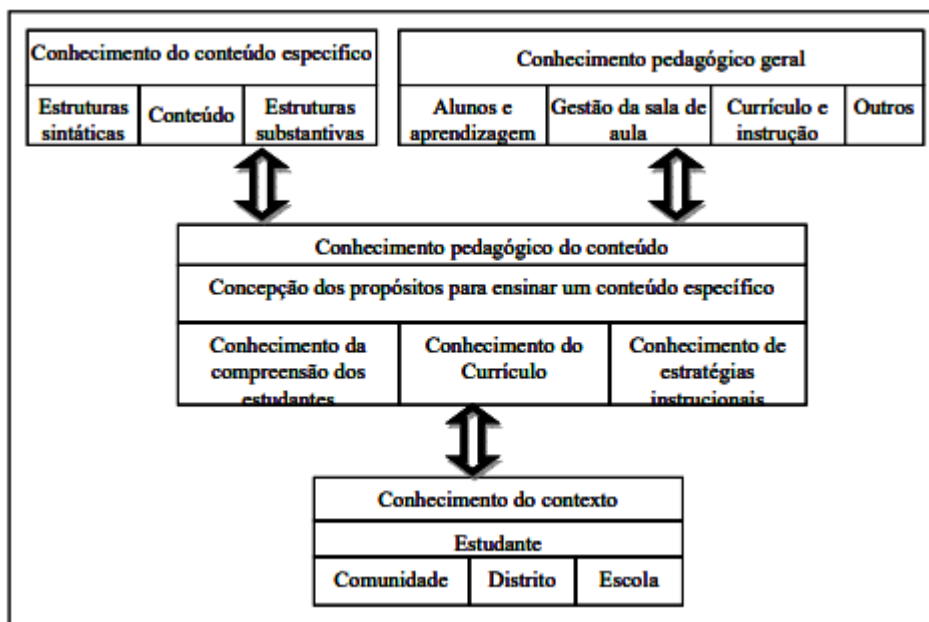
conhecimento do currículo e do contexto escolar de seus estudantes. A mesma relação é válida para os procedimentos metodológicos do ensino da Matemática, não basta saber o conteúdo é preciso conhecer e adotar os métodos específicos que garanta a eficiência e o alcance da aprendizagem esperada. Por isso, convém lembrar que, o professor enquanto aprendiz em movimento, aprende um conceito, mas esse saber não garante o processo de ensino e a aprendizagem do estudante. Ou seja, o processo de aprendizagem difere do processo de ensino, não basta ter a intenção de ensinar precisa saber como, por que e para que e quem ensinar. Nesses processos coexiste uma correlação conceitual e metodológica que carece de estratégias de apoio e, essas não são estanques, ao contrário, são dinâmicas, interativas e singulares.

Situando nosso objeto de estudo, o conhecimento do professor sobre as noções básicas das frações, ainda que seus conhecimentos sejam incipientes ou remontam de seu tempo de estudante da Educação Básica, uma vez formado, esse professor terá que ensinar esses mesmos conceitos a seus alunos. Esse professor, que devido as particularidades epistemológicas do curso não teve em seu currículo formativo uma base conceitual necessária carece de um conjunto de conhecimentos matemáticos teórico/científicos e metodológicos para seu labor. E este conhecimento, muitas vezes não se encontra acessível no momento, sugerindo a necessidade de uma complementação técnica/teórica via formação continuada para seu processo de ensino. Um conjunto de atividades que possibilite em seu contexto local, arcabouços básicos para a docência tais como: as estruturas específicas do conteúdo a ser ensinado assim como as tendências metodológicas para tal ação, a gestão de sala de aula, a compreensão do contexto local de seus estudantes e da escola, dentre outros. Uma formação que possibilite a (re)construção e/ou a (re)composição da aprendizagem pretendida que potencialize o ensino das frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental como um dos requisitos básicos para a continuidade de sua formação conceitual e identitária.

Volvemos nossa atenção para o fato que esse professor, licenciado em pedagogia, terá como atividade pedagógica, em sua sala de aula, mediar, desenvolver e construir os conceitos básicos do conteúdo curricular das frações numa abordagem curricular para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Como

por exemplo no que concerne à compreensão das frações e seus significados, as relações de equivalência existentes entre duas ou mais frações, a sistematização dos algoritmos operatórios das operações de adição, subtração, multiplicação e da divisão de frações. Como forma de contribuir com nossa discussão no estudo, buscamos em Shulman (2014) e Grossman (1990) um conjunto de conhecimentos que segundo os autores são necessários à docência e o domínio conceitual para um ensino ativo e de qualidade. Uma relação simbiótica entre os vários domínios do conhecimento, uma interação intra e inter conhecimentos, que possibilite uma articulação e uma mediação pedagógica eficiente entre as várias ambiências encontradas, específicas e gerais.

Figura 1.2. Relação entre os conhecimentos de domínio do professor



Fonte: Modelo da relação entre os domínios do conhecimento do professor, proposto por Grossman (1990)

Segundo nessa perspectiva, Bolívar amplia a discussão de Grossman (1990), e complementa que “en el modelo de Shulman, además del conocimiento de la materia y del conocimiento general pedagógico, los profesores deben desarrollar un conocimiento específico: cómo enseñar su materia específica”

(1993, p.115)¹⁸. De acordo com o autor, para desenvolver essas estratégias de ensino, o professor necessita de um conjunto de conhecimentos que estabeleça uma relação entre o objeto de conhecimento e as opções metodológicas locais. Mas um questionamento provém, como ensinar o que nem sempre aprendeu? Então nesse sentido, é imperativo pensar e discutir uma (re)formulação dos currículos (formação inicial), uma continuidade formativa conceitual e procedimental dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ancorada numa base teórica/científica. Uma formação re(trans)formada constantemente que considere os professores em formação, os currículos estabelecidos e a dimensão do conhecimento pretendido. Pois, “o ensino necessariamente começa com o professor entendendo o que deve ser apreendido e como deve ser ensinado” (Schulman, 2014, p.205).

Direcionando nossa discussão para a formação inicial dos professores da Educação Básica, pesquisadores sugerem, como forma de possibilitar melhorias estruturais a necessidade de se rever o processo formativo posto. Por exemplo Gatti, (2009), Libâneo, (2015), Fernandez (2014) e Novóa (2019), sugerem a reorganização dos currículos como forma de minimizar a frágil articulação entre teoria e a prática, entre conhecimento específico e conhecimento pedagógico, entre universidades e escolas (Gatti *et al*, 2019). Shulman (2014), Grossman (1990), Rollnick *et al.* (2008) e Acevedo (2009) corroboram com essa discussão e destacam a importância da formação de um pensamento teórico-científico adaptado as necessidades dos educadores, de seus educandos e de seus contextos locais. Esses pesquisadores chamam a atenção para a necessidade de adoção de políticas públicas ajustadas e alinhadas para a formação docente, bem como, a estruturação de uma base formativa que vise a apropriação de um conjunto de conhecimentos específicos necessários ao exercício da docência. Uma formação não apenas técnica ou aplicada, mas que compreenda a complexidade do ser professor em várias dimensões, como por exemplo, teórica, experiencial, cultural, política, ideológica, simbólica, etc. (Novóa, 2019).

¹⁸ No modelo de Schulman, além do conhecimento da matéria e do conhecimento pedagógico geral, os professores devem desenvolver um conhecimento específico: como ensinar sua matéria específica.

Pensando nos sujeitos participantes de nossa pesquisa, o pedagogo que ensina a Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, concordamos com Nacarato (2006) quanto a existência de marcas negativas que muitos deles apresentam em relação a disciplina de Matemática. Marcas que tendem a influenciar o processo de ensino, suas atividades didático/pedagógica nas suas práticas de sala de aula e, algumas arraigadas e facilmente rastreadas durante sua trajetória formativa (Porto, Silva, 2018). Essas marcas construídas e reconstruídas tendem a manter e perpetuar crenças não questionadas, que por vezes comprometem o processo de ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. E acabam por se constituírem numa relação dicotômica e complexa entre o romper com a cultura impregnada na sua formação e o conhecimento construído ao longo de toda trajetória estudantil (Nacarato, 2010, 2014). Desconstruir essas marcas é um grande desafio que requer mudanças coletivas de posicionamento curricular e de políticas públicas de formação docente (Gatti, 2009; Libâneo, 2015). Oliveira (2000) segue nessa direção ao considerar que a memória e as aprendizagens situadas em tempos e espaços atravessam a vida do professor que, na singularidade de sua história projeta-se no modo de agir, reagir e interagir com seus contextos educacionais.

Posto isso, compreender o ser professor requer considerar as implicações que o formaram (Heidegger, 2005) e o formam constantemente. Logo, como possibilidade de minimizar as idiosincrasias negativas e as práticas engessadas dos modelos tradicionais para o ensino de Matemática, adotados mecanicamente ao longo do tempo, o processo formativo do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa ser compreendido e problematizado em sua trajetória formativa e de forma particular, a graduação. Pois, avaliar o ente e o ser professor, sem compreender seu processo formativo pode ser imaturo, injusto e precipitado. Para isso, compreender a base epistemológica do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental requer examinar seu processo formativo, seu saber curricular e disciplinar (Tardif, 2014). E ao desvelar o seu saber-ser professor tecido durante a formação de sua identidade profissional poderemos analisar sua base conceitual, teórica, epistemológica, e ainda suas limitações e probabilidades cognitivas no tocante ao ensino de Matemática, particularmente nesse estudo as frações.

1.2. A formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

Consideramos para nosso estudo, professor de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, apenas professor da Educação Básica licenciado no curso de pedagogia¹⁹, no entanto reconhecemos a existência de licenciaturas outras presente nas salas de aula no atual sistema escolar brasileiro. Para desenvolver nossas discussões antes de adentrar no universo dos conhecimentos matemáticos vamos apresentar uma curta discussão sobre o processo formativo presente no curso de pedagogia.

Esse professor, pedagogo de formação, apresenta seu processo formativo acostado em normativas regimentais, formação inicial referendada pelas diretrizes curriculares dos cursos de licenciaturas, amparado por Leis e diretrizes curriculares oficiais. Em nosso estudo, ao revistar as reformas e leis que organizaram o ensino no Brasil nos últimos 50 anos tomamos por base a Lei 4024/61, Lei de Diretrizes e Base, a LDB/61²⁰. As diretrizes da LDB/61, estabelecia que os profissionais da educação escolar básica/ensino primário²¹ deveriam ter formação em curso especial e terem diplomas em escolas normais de grau colegial, com no mínimo três anos no magistério primário (Art.64). A partir dessa surgem reformas no sistema educacional como a Escola Normal que se configurava como uma Habilitação do 2º grau (Lei 5692/71). Em meados de 1977, a Escola Normal passou a ser considerada uma Habilitação específica do 2º grau para o Magistério, cuja formação em nível médio lhes permitia uma certificação para atuar na educação infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental. O que equivale dizer que segundo a legislação vigente na época o professor de Matemática, nesse período, tinha sua formação inicial nas bases curriculares da Escola Normal e/ou do Magistério.

¹⁹ Segundo o Conselho Nacional de Educação, CNE, o curso de pedagogia deve ser a única graduação habilitada a atuar na Educação Infantil e nos primeiros anos do Ensino Fundamental (BRASIL, 2006, art.4º).

²⁰ A LDB em vigor resulta de versões instituídas de 1961 a 2024,

²¹ Composto por quatro séries anuais os primeiros anos do Ensino Fundamental atualmente.

Na década de 1990, juntamente com as reformas curriculares encontramos a Lei de Diretrizes e Base 9394/96²², a LDB/96 (Brasil,1996), ampliou a condição de uma certificação específica para docência ao mesmo tempo determina uma obrigatoriedade da formação em nível superior para os docentes da Educação Básica (curso de licenciatura plena). Nesse contexto o processo formativo inicial da docência passou a ser ofertado exclusivamente por Universidades e Institutos Superiores de Educação devidamente regulamentados pelo Ministério da Educação para essa formação que com sua autonomia instituíram seus currículos formativos.

Segundo o § 8º do art. 62, da LDB/96 os currículos dos cursos da formação de docente devem ter por referência o conjunto de conhecimentos científicos apresentados na Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica, a BNCC (Brasil, 2017) ou seja, a grade curricular, o saber disciplinar (Tardif, 2014) para a formação docente das Instituições de Ensino Superior pautar-se-á nos documentos oficiais da BNCC. Seguindo na perspectiva de uma base referencial, encontramos na Resolução 02/2015 que essa formação far-se-á de forma articulada com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial e Continuada, em Nível Superior, e ainda com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Básica. Tendo como princípios norteadores do processo formativo docente da inicial à continuada, a saber:

a) sólida formação teórica e interdisciplinar; b) unidade teoria-prática; c) trabalho coletivo e interdisciplinar; d) compromisso social e valorização do profissional da educação; e) gestão democrática; f) avaliação e regulação dos cursos de formação (Brasil, 2015, p.2).

E que essa formação traga o currículo como o “conjunto de valores propício à produção e à socialização de significados no espaço social e que contribui para a construção da identidade sociocultural do educando” (Brasil,

²² A Lei em vigor a LDB/24 resulta de versões instituídas de 1961 a 2024, num conjunto gradativo de modificações significativas na legislação educacional brasileira. No entanto, considerando as particularidades acrescidas a cada uma de suas versões, a base de nosso estudo encontra-se acostada a LDB 9394/96 que incluiu a Educação Infantil como obrigatória para crianças a partir de quatro anos, o ensino fundamental e o ensino médio para jovens até os 17 anos. Além de ampliar os direitos educacionais, a autonomia das redes públicas, das escolas e dos professores, e deixou mais claras as atribuições do trabalho docente ([https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm#:~:text=LEI%20N%C2%BA%209.394%2C%20DE%2020%20DE%20DEZEMBRO%20DE%201996.&text=\(Vide%20Decreto%20n%C2%BA%203.860%2C%20de%202001\)%20\(Vide,2005\)%20\(Vide%20Lei%20n%C2%BA%2012.061%2C%20de%202009\)](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9394.htm#:~:text=LEI%20N%C2%BA%209.394%2C%20DE%2020%20DE%20DEZEMBRO%20DE%201996.&text=(Vide%20Decreto%20n%C2%BA%203.860%2C%20de%202001)%20(Vide,2005)%20(Vide%20Lei%20n%C2%BA%2012.061%2C%20de%202009)))

2015, p.2). Um currículo voltado para praticas educativas formais e não formais, uma sólida formação teórica e interdisciplinar que contribua para a formação do docente enquanto profissional em construção, reflexivo e atento às suas necessidades cognitivas e a de seus estudantes. E ainda que esse docente possa “dominar os conteúdos específicos e pedagógicos e as abordagens teórico-metodológicas do seu ensino, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano” (Brasil, 2015, Art. 8º, IV).

Assim como a Resolução 02/2015 outros documentos oficiais preveem a relação intrínseca entre os currículos formativos (ou grade curriculares) da docência e a Base Nacional Comum Curricular da Educação Básica tais como, a Resolução 02/2019²³ e a Resolução 01/2020. Ambas Resoluções preveem a relação entre esses currículos e as diretrizes curriculares da BNCC para Educação Básica (Brasil, 2017) como forma de potencializar, contribuir para a articulação e a coordenação das políticas e ações no desenvolvimento de PPC dos cursos de licenciaturas no cenário brasileiro. Essas disposições devem possibilitar uma articulação e uma na elaboração dos currículos considerando o desenvolvimento de um conjunto de competências gerais e específicas, pois:

A formação docente pressupõe o desenvolvimento, pelo licenciando, das competências gerais previstas na BNCC-Educação Básica²⁴, bem como das aprendizagens essenciais a serem garantidas aos estudantes, quanto aos aspectos intelectual, físico, cultural, social e emocional de sua formação, tendo como perspectiva o desenvolvimento pleno das pessoas, visando à Educação Integral (Brasil,2019).

Nesse sentido a Resolução 01/2020 corrobora com a 01/2019, uma vez que no contexto formativo dos professores o desenvolvimento das competências gerais se torna essencial para a promoção de situações favoráveis à promoção de aprendizagens significativas dos estudantes e o desenvolvimento de competências complexas que promoverão a formação de profissionais autônomos, éticos e competentes. Haja visto que:

²³ Resolução que trata da Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNCFormação), instituída pela Resolução CNE/CP nº 2, de 20 de dezembro de 2019. Existe uma frente de discussões que propõe a revogação desta Resolução, a 01/2020, todavia não poderíamos omitir a existência desse documento no nosso estudo

²⁴ Como compreender, investigar, refletir sobre os processos formativos do ensino e aprendizagem, utilizar de tecnologias de ensino adequadas, usar da criatividade no ensinar, desenvolver-se enquanto profissional ético, consciente e crítico, dentre outras (Resolução 02/2019, Art. 2º, p.13)

As competências profissionais indicadas na BNCC-Formação Continuada, considerando que é exigido do professor sólido conhecimento dos saberes constituídos, das metodologias de ensino, dos processos de aprendizagem e da produção cultural local e global, objetivando propiciar o pleno desenvolvimento dos educandos, têm três dimensões que são fundamentais e, de modo interdependente, se integram e se complementam na ação docente no âmbito da Educação Básica:

I - Conhecimento profissional;

II - Prática profissional; e

III - Engajamento profissional (Resolução 01/2020, Art.3º).

Como mencionado anteriormente, neste estudo, nos interessou identificar o conhecimento do professor, licenciado em pedagogia que ensina Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental, de forma particular o ensino das frações nos anos iniciais²⁵. É sabido que os professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental em sua maioria são pedagogos e considerados por muitos pesquisadores, professores polivalentes (Nacarato, 2014) ou ainda generalista (Ponte, 2013) cuja formação centra-se em processos metodológicos em detrimento dos fundamentos de conhecimentos específicos. Profissional cuja formação se sustenta numa base teórica da Educação, mas desconhecem os conhecimentos matemáticos necessários aos processos de ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os professores formados nesta perspectiva têm sua estrutura epistemológica permeada por lacunas conceituais consideráveis no tocante aos conhecimentos científicos de forma particular aos teoremas convencionais da matemática. Não tendo acesso ao conjunto de conhecimento pelas vias formativas institucionais precisam buscar apoio externo para organizar, planejar e executar suas atividades laborais de forma a mediar um conhecimento que propicie a aprendizagem de seus estudantes.

Neste contexto, o professor generalista cuja formação centra-se numa formação polivalente torna-se refém de uma organização curricular que perpetua e endossa uma relação de obrigatoriedade laboral de que o professor precisa se ajustar as necessidades do sistema educacional vigente. Esta obrigação de domínio conceitual e pluralidade de conhecimentos teóricos e práticos exigidos nos anos iniciais, origina-se na condição de que o egresso do curso de pedagogia deverá estar apto a “ensinar Língua Portuguesa, Matemática,

²⁵ Nosso estudo centrar-se-á apenas na formação do pedagogo enquanto professor que ministra aulas no 5º ano do Ensino Fundamental.

Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano” (Resolução 01/2006, art. 5º, inciso VI). Então este professor, pedagogo de formação, deve trabalhar com todos os conhecimentos curriculares da turma e, ensinar o que nem sempre aprendeu (Nacarato, 2014, 2019).

Posto isso, Tardif (2000) ressalta que é comum encontrarmos professores que, por não terem tido uma base epistemológica adequada na Universidade, exibam conhecimentos amparados em experiências formativas enquanto estudante da Educação Básica²⁶ (Tardif, 2000). E, esses utilizam dessas experiências para ministrarem os conteúdos específicos, como a matemática, a ciência, a geográfica, etc. Devido a essa particularidade na formação inicial, o conhecimento nestas áreas acontece por uma socialização histórico-cultural, e ainda, por justaposição de processos simultâneos de reprodução, pois “sua identidade carrega as marcas de sua própria atividade” (Tardif, 2000 p. 210). Esse recurso subjetivo tende a fortalecer uma contiguidade pragmática que por vezes propicia uma imprecisão conceitual-procedimental por parte dos professores no processo de ensino, de forma particular o de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Percebemos que, na ausência de bases conceituais robustas, eles, os professores, tendem a reproduzir o que aprenderam com seus professores e vão moldando sua prática profissional a partir de situações pretéritas advindas de sua pré-formação (Nacarato, Mengali e Passos, 2011) em paralelo com situações presentes. Convém lembrar que, os professores desses professores, também reproduziram o que aprenderam de outros professores, que também reproduziram de outros professores, ... e assim sucessivamente num processo cíclico e muitas vezes inquestionado. Para os autores, Nacarato, Mengali e Passos (2011), essa lógica reprodutiva, favorece a continuidade de metodologias automatizadas, crenças construídas historicamente sobre a formação de conceitos (objeto de conhecimento), e ainda, sobre os mecanismos tecnológicos utilizados nos processos de ensino e aprendizagem matemática. Este ciclo formativo/reprodutivo se estende para metodologias de natureza

²⁶ Vamos considerar essa etapa como uma pré-formação do professor.

empírica que foram adquiridas na pré- formação, acomodadas na formação inicial e adotadas na formação continuada.

Não podemos analisar o conhecimento destes professores licenciados sem envolver a organização curricular das universidades formadoras. Universidades cujas matrizes curriculares encontram-se acostados em diretrizes curriculares instituídas pelo Ministério da Educação (MEC) e Secretárias de Educação, municipal e estadual, que utilizam projetos comuns ou similares na sua constituição. Situando o cenário formativo dos professores dos anos iniciais que atuam no ensino de Matemática em nosso entorno, os pedagogos, direcionaremos nossas discussões para algumas universidades públicas do estado da Bahia, as UEBA²⁷ a saber: a UNEB, a UESB, a UESC e a UEFS²⁸. Como forma de referendar tecnicamente as discussões, buscamos acessar as ementas de Matemática disponibilizadas nos sites (público), considerando-as como objeto de conhecimento proposto na organização curricular do ensino de Matemática dessas universidades e devidamente regimentadas no projeto Político Pedagógico dos Cursos (PPC)

Devido a multicampia e a amplitude geográfica com potencial quantitativo de pedagogos formados no estado, começamos pela Universidade do Estado da Bahia, UNEB. A ementa apresentada no PPC do curso de Pedagogia do campus de Bom Jesus da Lapa²⁹, o ensino de Matemática se assenta na disciplina de Fundamentos teóricos e Metodológicos para o Ensino de Matemática com uma carga horária de 60 horas; na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, campus de Vitória da Conquista- UESB³⁰ – o ensino situa-se na disciplina de Conteúdo e Metodologia do Ensino Fundamental de Matemática com uma carga horária 60 h; na Universidade Estadual de Santa Cruz, campus de Ilhéus- UESC³¹- a disciplina de Ensino de Matemática esta ofertada como: conteúdos e metodologias com carga horária 75 horas e por fim na Universidade Estadual de

²⁷ Nos interessa analisar a formação de nossos professores participantes da pesquisa

²⁸ A escolha dessas quatro universidades ocorreu devido nossa proximidade com as mesmas.

²⁹ <https://dcht17.uneb.br/licenciatura-em-pedagogia/>, acessado dia 22/08/23

³⁰ http://catalogo.uesb.br/cursos/pedagogia-lic-vc/20121_mat_pedagogia, acessado dia 22/08/23

³¹ http://www.uesc.br/cursos/graduacao/licenciatura/pedagogia/fluxograma_pac_novo.pdf, acessado dia 22/08/23

Feira de Santana-UEFS³², o ensino curricular de Matemática acontece mediado pelo componente de Fundamentos Teórico-Práticos do Ensino de Matemática para a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental com uma carga horária de 60 horas. Para melhor compreensão da organização curricular do ensino de Matemática nas Universidades do estado da Bahia, compilamos os dados observados (pleiteados) nas ementas dos respectivos componentes curriculares e os sintetizamos no quadro 1.1

Quadro 1.1 Proposta curricular para o ensino de Matemática nas Universidades do Estado da Bahia- (UEBA) no curso de licenciatura em Pedagogia

Universidade	Componente Curricular/Disciplina	Ementa
UNEB	Fundamentos teóricos e Metodológicos para o Ensino de Matemática	Estuda os fundamentos conceituais e as tendências metodológicas para o processo de ensino da Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental; Educação Matemática: concepção, princípios teórico-metodológicos; Tendências atuais da Educação Matemática nos eixos estruturantes da BNCC: números, geometria, medidas, álgebra e tratamento estatístico.
UESB	Conteúdo e Metodologia do Ensino Fundamental de Matemática	Análise das teorias do conhecimento, racionalismo, empirismo e dialética, como instrumento de desenvolvimento do conhecimento matemático. Características da Geometria e da Aritmética: construção do conceito de número, construção de sistema de numeração, quantificação e relação das quantidades, formas e medidas geométricas e suas possíveis combinações. Planejamento e sistematização de uma proposta de ensino.
UESC	Ensino de Matemática: conteúdos e metodologias	Apresenta e analisa metodologias, conceitos e o desenvolvimento de habilidades para o ensino de matemática na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental. Avalia propostas de documentos oficiais para tal área de conhecimento. Elabora, pratica e reflete propostas didáticas para o ensino de matemática na educação infantil e nos anos iniciais. Analisa livros e materiais didáticos de matemática para a educação

³² <http://www.pedagogia.uefs.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=26>, acessado dia 11/09/23

		infantil e anos iniciais do ensino fundamental.
UEFS	Fundamentos Teórico-Práticos do Ensino de Matemática para a Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental	Pressupostos epistemológicos do pensamento lógico-matemático. Conteúdos matemáticos da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental: aritmética, álgebra, geometria e tratamento da informação. Diretrizes Curriculares para o ensino de Matemática. Planejamento de ensino para Matemática. Avaliação da aprendizagem em Matemática.

Fonte: PPCs dos cursos

Convém observar que as ementas dos componentes/disciplinas apresentadas pelas quatro Universidades do Estado da Bahia pressupõem uma dialética entre os objetos de conhecimento matemático/conteúdos e os pressupostos metodológicos do ensino. No que concerne a qualidade do ensino, com apenas um componente curricular e uma carga horária pequena não podemos avaliar a qualidade da formação oferecida observando apenas as ementas, haja vista, que cumprem apenas um papel burocrático nas instituições.

Se levarmos em consideração a carga horária total do curso³³ em relação a carga horária disponibilizada para os componentes específicos observamos uma desproporção entre as horas para formação específica e outros núcleos formativos (1/4 do mínimo estabelecido por Lei). Devido a pluralidade do quantitativo de conhecimentos específicos, sobra pouca carga horária para o aprofundamento conceitual e metodológico nos componentes específicos para o ensino dos anos iniciais da Educação Básica, como por exemplo, a área da Matemática. Para Gatti, Barreto e André (2009, p. 114) essa organização “é realmente importante para o trabalho consciente do (a) professor(a), mas não suficiente para o desempenho de suas atividades de ensino”. Essa formatação compromete a formação inicial e tende a ocasionar uma fragilidade para o exercício da docência futura com implicações nos processos de ensino, pois não

³³ Segundo as diretrizes curriculares do MEC, o curso de licenciatura em pedagogia deve contar com uma carga horária mínima de 3200 horas distribuídas em quatro núcleos de formação básica, formação específica, estágio supervisionado e extensão.

se deve ensinar o que não se aprendeu (Nacarato, 2014; Schulman, 2014). Haja visto que, “não formamos professores para a educação básica, mas para as atividades, as áreas de conhecimento e as disciplinas que são ensinadas em seu interior” (Silva Júnior, 2010, p. 12).

No contexto dos PPCs das quatro Universidades, apesar de carga horária, nomenclatura e ementa diferente (ver nos PPC), as diretrizes curriculares dos cursos de pedagogia apresentam em seu escopo uma grade curricular generalizada para a formação dos conceitos matemáticos, e um período muito pequeno destinado a prática do estágio supervisionado. Nesse tipo de sistema de formação, o conjunto dos conhecimentos de Matemática, fica restrito e espremido entre os componentes metodológicos, sendo ofertado segundo a subjetividade do Projeto Pedagógico do Curso de cada Universidade. O que representa um percentual muito pequeno diante da quantidade de conhecimentos necessário à sua atuação como professor de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, professor polivalente (Nacarato, 2014). A escassez de conceitos científicos acessados e o tempo necessário para as práticas de estágio durante a formação, tende a comprometer a segurança conceitual e metodológica, a atuação e a organização dos processos de ensino desse professor no exercício de sua docência. Para Nacarato *et al* (2019) os modelos de formação posto precisam se problematizados e refletidos para que não tragam implicações negativas durante a toda trajetória do professor alimentando crenças, e uma cultura de ensino rotineira, muito distantes das discussões atuais da Educação Matemática.

Entretanto, a formação inicial docente não acontece apenas dentro dos ambientes universitários, ela perpassa os sistemas educacionais organizados e curriculares da academia, se habilita nas experiências idiossincráticas de cada professor que se transformam constantemente, um ser-no-mundo, ou ainda um ser-em-situação (Heidegger, 2005). A identidade do ser professor, apresenta traços formativos de uma temporalidade que se mostra e reflete em todos os contextos educativos, da Universidade a regência de uma sala de aula. Pois, o professor enquanto ser em (trans)formação recebe influências e é influenciado pelo meio em que vive durante toda sua trajetória profissional. Então, os processos formativos da docência deve ser “mais do que um lugar de aquisição

de técnicas e de conhecimentos, a formação de professores é o momento-chave da socialização e da configuração profissional” (NÓVOA, 1992, p. 18), um local onde ele possa construir sua identidade, sua formação conceitual e metodológica para o pleno exercício de sua docência. Por isso, antes de qualquer juízo de valor se faz necessário compreender a relação do conhecimento e do ser, o professor, também como resultado do meio histórico-cultural em que se encontra inserido.

1.3. O meio social e o conhecimento: objeto transformador e objeto transformado pelo professor

O professor enquanto ser social, socializável, plural e singular recebe influências do meio social em que convive (Charlot, 2005) e a partir dessa relação molda-se e adapta-se ao seu labor. As informações que emergem dessa relação (trans)formam-se em conhecimentos que são acomodados tornando-se parte considerável da sua identidade profissional. Embora os mecanismos de captação e processamento dessas informações sejam individuais, é no coletivo, nas relações intercambiadas que os conhecimentos se transformam e são transformados de acordo com as necessidades. O meio social, histórico-cultural exerce forte influência na formação do (s) saber (es), dos fazer (es) e do (s) ser (es) dos professores.

O conjunto de informações adquiridas e intercambiadas no meio, resultam em habilidades, conhecimentos, e estes em objeto transformador e transformado e são compatibilizados no seu fazer pessoal e profissional. Esses, segundo Vygostky (1998) são responsáveis pela formação ou adequação das funções psicológicas superiores³⁴ e nos diferenciam uns dos outros. Essas funções superiores, são elementos de suma importância no desenvolvimento dos conhecimentos e de forma particular na formação de um conceito científico (Leontiev, 1978), objeto de trabalho do professor.

³⁴ Segundo Vygostky as Funções Superiores constituem-se na memória, na consciência, na fala, no pensamento, na vontade, na emoção, na formação de conceitos, dentre outras e são conectadas em rede por um sistema psicológico superior.

Em seus estudos sobre a formação dos conceitos científicos, Vygostky (1998) e Leontiev (1978), identificaram a existência de vínculos desses para com os meios sociais, responsáveis pela operação de construção sobre os processos envolvidos na mediação entre o objeto a ser conhecido e o aprendiz, entre o sujeito cognoscente e objeto cognoscível. Consideram uma relação implícita entre o ser pensante e o objeto, pois o objeto transforma o indivíduo, assim como ele, objeto, é transformado pelo indivíduo. Para Vygostky (1998), Leontiev (1978), Libâneo (2004), Tardif (2014), dentre outros, esse processo forma os conhecimentos originários da aprendizagem conceitual.

Nesse sentido, os elementos que compõem a Teoria Histórico-cultural permitem situar a formação da aprendizagem como uma articulação de processos externos e internos, que ao serem internalizados geram e regulam as ações e comportamentos dos professores (Libâneo, 2004). Essa base teórica possibilita alinhar as discussões buscando a (re)conceitualização dos conhecimentos em relação ao arcabouço teórico/científico dos professores. Nas discussões Vygostkyana, e, de forma particular para Leontiev (1978) e Galperin (2001a), encontramos condições adequadas que possibilitam discussões e o desenvolvimento dos conhecimentos/conceitos dos professores enquanto aprendizes.

Para Leontiev (1978) existe uma estreita ligação entre a relação do aprendiz e o objeto a ser conhecido, um elo em que o objeto o transforma assim como ele, transforma o objeto. Nesse contexto é possível compreender o conhecimento do professor em função da história construtiva do conhecimento/conceito e vice-versa. Para tanto, se faz necessário estruturas processuais que leve em consideração um conjunto de ações formativas, alinhados a atividades intencionais, ajustadas, conscienciosas e generalizantes no sentido de promover uma reconceitualização consistente e transferível para outros domínios.

Nessa direção, Leontiev (1978) propõem a existência de uma relação subjetiva/objetiva, entre o aprendiz e o mundo, como potencial de apropriação das objetivações construídas no processo formativo histórico, tendo essa relação fundamentada no desenvolvimento de ações mentais que desencadeiam as aprendizagens. Considerando-as como parte essencial no processo de

construção intelectual em que, “a atividade como unidade superior traz inerente o motivo, a ação e o objetivo. A relação entre o motivo da atividade e o objetivo da ação confere à atividade seu sentido” (Nuñez, 2009, p. 87), sendo que “é na atividade que se produz a transição do objeto à sua forma subjetiva, à sua imagem” (Leontiev, 1978, p.66).

Nesse contexto Leontiev (1978) categoriza as atividades sob duas formas: a primeira como motivo-gerador de sentido (ou realmente eficaz) e a segunda como motivo-estímulo (ou apenas compreensível). Para ele, esses processos possibilitam a internalização conceitual a partir de um sistema operacional de estruturas determinadas que, em parceria com as funções psicológicas superiores se internalizam, convertem e formam os conceitos pleiteados (Leontiev, 2014). Por conseguinte, Galperin (2001a) reforça a importância da orientação das ações mentais externas (material) no sentido de que essas possibilitam a construção dos conhecimentos e por consequência uma aprendizagem eficaz e de qualidade. Haja vista que, na passagem do plano da experiência social para a individual ocorre a internalização dos conceitos (NUÑES, 2009) e esse movimento contribui metodologicamente para a (trans)formação do ser, estar e continuar professor.

Ponderando que os conceitos, científicos ou não, são moveis, ativos e construtos das funções superiores, faz-se necessário um sistema de ações mentais estruturado em etapas sistêmicas para que possam ser internalizados, transformados e possibilite a assimilação/internalização³⁵ de um conhecimento novo (ou não) (Nuñez, 2009). E, tendo o processo de formação do conhecimento do professor, base contínua de sua aprendizagem (Tardif, 2014), aprimorar os processos formativos refletirá no conhecimento subjacente e nas ações pedagógicas diárias, no fortalecimento da base do conhecimento do conteúdo (conceitos) e do conhecimento pedagógico desse conteúdo (Fernandez, 2014; Shulman, 2014). Para os autores, esses dois conhecimentos se complementam, pois, o processo de ensino não se limita a uma instrução direta desprovida de finalidade metodológica, assim como o conhecimento pedagógico não pode vir

³⁵ A Assimilação significa apropriar-se do conhecimento e a internalização constituem na passagem das ações mentais externas para ações mentais internas mediadas por um processo colaborativo, denominado de mecanismo de interiorização das ações externas em internas por Galperin (NUÑES, 2009)

desprovido de uma intencionalidade conceitual. Para Bolívar (2005, p. 5) esses conhecimentos contribuem para o fortalecimento e a segurança do profissional da educação, pois,

reconstruir la competencia docente, uno de cuyas dimensiones es el conocimiento profesional, lo que conduce a sacar implicaciones normativas sobre qué deben conocer y hacer los profesores y qué categorías de conocimiento se requieren para ser competente³⁶.

Então, conforme sugerido por Tardif (2014), o professor como um ser sociocultural que tem sua formação ancorada em sua história de vida, e ainda pelos estudos de Vygostky (1998), Leontiev (1978) e Galperin (1989), Nuñez (2009), Bolívar (2005) dentre outros, podemos considerar o meio social um elemento importante no processo de (trans)formação do conhecimento. Pois, além de possibilitar a compreensão, a (re)construção do conhecimento necessário à docência, coexiste um (re)aprender, um(re)configurar e (auto)trans(formação) de sua aprendizagem laboral. Elementos esses, que possibilitam a conversão de ações mentais externas (material e materializada) em ações mentais internas (assimilação conceitual) e ainda, uma reorganização conceitual dos conhecimentos existentes com vistas em atividades formativas de qualificação primária e secundária.

Relacionar o construto dessas atividades na perspectiva do aprendiz/professor assim como, do objeto a ser conhecido possibilita um (re)aprender contínuo. Nesse sentido, Becker (2012) ressalta que o processo de construção do conhecimento docente não é simples, muito menos imediato, é uma constante, exige um esforço subjetivo, metódico e intencional, em que: “a ação do sujeito constitui o próprio sujeito, a ação do sujeito, sobre o objeto ou o meio, constitui o objeto ou o meio e conclui que a ação é, simultaneamente, estruturada e estruturante” (p.70). Sendo necessário “uma permanente mobilização dos saberes adquiridos em situações de trabalho, que se constituirão em subsídios para situações de formação, e dessas para novas situações de trabalho” (Silva Júnior, 2010, p. 7). Freire (1977) amplia essa

³⁶ Reconstruir a competência docente, uma das dimensões do conhecimento profissional, leva a extrair implicações normativas sobre o devem conhecer os professores e que categoria de conhecimento são necessárias para serem competentes (trad. nossa)

discussão quando ressalta que nas estruturas da assimilação do conhecimento persiste o esforço particular e crítico, no sentido de que sua ação precisa desvelar o ser professor, pois “conhecer é tarefa de sujeitos e não de objetos. E é como sujeito e somente enquanto sujeito, que o homem pode realmente conhecer” (p.27).

De forma particular, o professor de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, pedagogo, marcado por sua trajetória enquanto ser (trans)formado e (trans)formador de sua identidade profissional, carrega consigo lacunas no tocante aos conhecimentos matemáticos em especial (nesse estudo) as frações. Essas lacunas, muitas vezes, impedem uma mudança identitária e perpetuam uma cultura de ensino voltada para procedimentos automatizados e sem significado, os quais se não forem re(trans)formados serão reproduzidos indefinidamente pelos sujeitos.

Dentre os conhecimentos do conteúdo a que um professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve ter domínio, o ensino das frações, enquanto número racional, é apontado por muitos pesquisadores como uma das lacunas conceituais que precisam ser completadas na formação continuada (Damico, 2007; Fonseca, 2008; Nacarato, 2010; Bezerra *et al*, 2017; Sousa, 2022). Conforme verificamos nas ementas das quatro Universidades públicas da Bahia, durante a formação inicial, os professores têm poucas oportunidades de adentrarem nos domínios epistemológicos da base das frações, o que pode trazer implicações na formação desse conceito e, conseqüentemente no processo de ensino do mesmo. Nesse estudo interessamos o processo de (re)construção dos conceitos científicos das frações na perspectiva dos pedagogos.

Uma das possibilidades para minimizar esse impacto no processo de ensino pode assentar-se na compreensão da construção histórica das frações, como uma composição humana, um conhecimento matemático cujo propósito provém da necessidade de adaptação e sobrevivência da sociedade da época. Compreender e situar os mecanismos originários das frações e identificar sua funcionalidade para o progresso das ciências é de suma importância para os processos de ensino, de aprendizagem e de forma particular para a área da

Educação Matemática enquanto objeto de pesquisa. Estabelecer um paralelo entre a formação histórica-social e a constituição dos lastros conceituais que subjaz um conhecimento científico possibilita sua humanização enquanto conhecimento construído, compatibilizado e compartilhado no sistema escolar. Como um conhecimento racional de estruturas generalizáveis e representativas numa classe de objetos singulares num contexto coletivo.

CAPITULO II

As Frações

Neste capítulo discutiremos as frações como conhecimento matemático construído, as habilidades desenvolvidas na formação dos conceitos e a magnitude relativa entre seus termos, situando-as enquanto objeto de conhecimento curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental e um elemento do conjunto dos números racionais. Para ampliar e demarcar nosso estudo na área de Educação Matemática apresentaremos ainda, uma Revisão Sistemática de Literaturas publicadas (2006-2022) que trazem as frações enquanto objeto de conhecimento do professor que ensina matemática e objeto de conhecimento matemático curricular na Educação Básica.

2.1 Frações: objeto de conhecimento matemático

Registros históricos datam que o surgimento das frações ocorreu por volta de 3000 anos A.C, no antigo Egito, as margens do Rio Nilo devido a inundações periódicas que carregava parte das terras que margeava o rio. Passado a inundação muitas dessas terras ficavam submersas sendo necessário remarcar os lotes de terra para o cultivo e posterior cálculo e arrecadação dos impostos que cada agricultor devia ao faraó Sesósttris (Costa, 2010). Ao remarcar as glebas de terra, os agrimensores, ou estivadores de corda, observaram que a medida encontrada ultrapassava ou era diferente de um número inteiro. E como não conhecia na época um número que representasse essa nova medida, se deparam com um desafio, encontrar uma representação quantitativa que abarcasse esse novo valor. Para Eves (2011) e Boyer (2012), os procedimentos que possibilitaram a medição das áreas juntamente com as partes que ultrapassavam a quantidade dos inteiros, motivaram o surgimento das frações. Dentre os procedimentos utilizados, os agrimensores ou estivadores de corda, utilizam-se de cordas com medidas determinadas por nós, contudo, essas terras restantes dificilmente

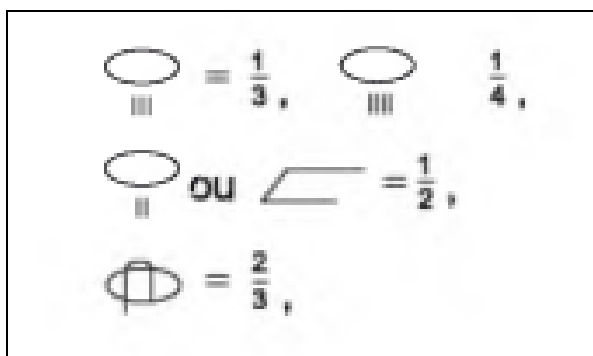
correspondiam a medidas inteiras. Nesse sentido Costa (2010), ressalta que esse seria motivador do surgimento das frações.

Os mencionados agrimensores faziam a medição para determinar a redução do lote através de cordas que continham uma unidade de medida. No entanto, por mais adequada que fosse tal unidade, dificilmente cabia um número inteiro, ou exato de vezes nos limites do lote. (p. 6).

O autor, também menciona que, Heródoto também teria contribuído com o desenvolvimento da ideia dos números racionais no contexto fracionário. Ao conceder a cada egípcio uma porção igual de terras e condicionado um imposto anual sobre essa, o faraó Sesóstris, precisava ter conhecimento da gleba de terra pós inundações para efetuar a cobrança. Então para resolver essa questão, os egípcios desenvolveram o conceito de fração, como parte de um inteiro, “a palavra fração, tem como raiz, as palavras, fratura e fragmento” (Costa, 2010, p.9). Como o uso das frações se restringiam a assuntos de ordem prática, os egípcios admitiam apenas as frações unitárias (numerador um) pois,

O conceito das frações unitárias atendia as necessidades contábeis envolvidas na repartição de recursos e na coleta de impostos. Representavam o recíproco de um número sobrescrevendo o símbolo de uma oval alongada ao símbolo do número correspondente. Possuíam ainda símbolos particulares para as frações $1/2$, $2/3$ e $3/4$. Tinham interesse em frações da forma $2/n$, que eram decompostas em frações unitárias. (MOL, 2013, p.24).

Quadro 2.1. Relação entre o registro das frações na escrita egípcia e no sistema de representação numérico



Fonte: Eves (2011, p.73)

Para Roque e Pitombeira (2013, p.26) o símbolo oval acima do número, não pode ser interpretado como numerador, como conhecemos, pois, no registro

egípcio, “o símbolo oval, exprime a palavra parte e não possui um sentido de cardinal, mas de ordinal”. Para os autores, indica uma distribuição em n partes iguais, tomando a n -ésima parte, numa subdivisão, como se estivéssemos distribuindo algo por n pessoas, sendo um excesso de linguagem dizer que nos registros das frações, no antigo Egito, as frações apresentavam numerador unitário.

Embora a fragmentação e escassez dos registros históricos, temos que os primeiros apontamentos das frações (unitárias) nos levam ao papiro de Ahmes ou Rhind (aproximadamente 1650 a.C. Nesse documento a ideia de fração aparece em situações-problemas envolvendo a aritmética e os métodos de divisão egípcia envolvendo frações unitárias. Segundo Boyer (2012), os registros no papiro de Ahmes, apresenta uma forma de reduzir frações mistas a frações unitárias. Por exemplo: tomando por base $2/n$, n variando de 5 a 101, podemos decompor $2/5$ em $1/3 + 1/15$ ou ainda $2/11$ em $1/6 + 1/66$. As frações eram manipuladas livremente, a ideia era chegar a frações unitária. Para Roque e Pitombeira (2013) os antigos egípcios. Mesmo a adição sendo a operação favorita dos egípcios, as operações de multiplicação e divisão de frações também fazia partes da aritmética egípcia, sempre na proposta de fração unitária. Talvez, esse fato não seja relevante para o contexto atual, mas para o desenvolvimento da Matemática essa forma de operar e decompor frações não unitárias pode ter originado a base de muitos algoritmos operatórios dos números racionais.

Segundo Boyer (2012), na Grécia a fração não era considerada como um ente único, um número³⁷, mas como uma razão ou uma relação entre números inteiros. Na área da construção de um conhecimento matemático, os gregos foram os que mais se aproximaram da matemática moderna de hoje, em especial a aritmética enquanto disciplina intelectual. E nesse domínio aritmético, a noção de fração surgiu relativamente tarde e não estava relacionada com o sistema de numeração dos números inteiros, muito menos com os números racionais.

As civilizações antigas não tinham necessidade do uso das frações, tendo em vista que por uma questão prática, o homem primitivo escolhia unidades suficientemente pequenas para questões quantitativas. Para o autor, a motivação

³⁷O número na Grécia era interpretado apenas como um número inteiro, no Egito compreendia os números naturais e as frações unitárias, para os babilônios, o corpo das frações racionais (Boyer, 2012).

para o desenvolvimento, conceito e notação das frações surge com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze.

Para Eves (2011) não é possível precisar o momento, ou uma civilização específica originária das frações e conseqüentemente do conjunto dos números racionais. Todavia, a ideia do conjunto dos números racionais, é posterior ao conceito de fração. O que podemos afirmar é, a importância das frações como elemento do conjunto dos números racionais³⁸, enquanto objeto de conhecimento matemático, e o seu papel no desenvolvimento das diversas áreas do conhecimento. Como por exemplo a importância do uso das frações nas áreas das finanças, da economia, da gastronomia, das engenharias, da ciência da computação, etc. Isso sem mencionar sua funcionalidade no contexto da Matemática enquanto ciência exata.

Os números racionais, enquanto conjunto numérico surgiu de forma natural na história da Matemática teórica dos gregos, que com argumentações e demonstrações abstratas apresenta-os como uma das possíveis explicações para representar a divisão de um número inteiro por outro inteiro, quando o outro não é múltiplo do segundo. Isso equivale conjecturar que, o conjunto dos números racionais surge mediante a impossibilidade do resultado de uma divisão de dois números inteiros, ser um número não inteiro (Eves, 2011; Boyer,2012; Mol,2013). Nessa premissa, podemos dizer que o conhecimento das frações precede a notação do conjunto dos números racionais, apesar da existência de uma hierarquia curricular nesse sentido. Nessa linha de raciocínio, a ideia da fração cogita uma ruptura com os números naturais, uma incapacidade desses em representar algumas situações do cotidiano, como por exemplo, em situações envolvendo a operação de divisão de uma pizza ou barra de chocolate em partes equivalentes ou não. Todavia, para Lima (1998) existe uma confusão entre a identificação de um número racional na notação fracionária. Muitos se perguntam: fração é um número racional? Número racional é uma fração?

O surgimento das frações coaduna com o conjunto dos números racionais, e foi sistematizada primeiramente por matemáticos gregos e indianos, como Euclides

³⁸ Número racional é fração e fração é uma das representações de número racional (LIMA, 1998)

e Sutra Sthananga³⁹. Esses incluindo-os na teoria dos números como parte de um estudo geral da Matemática. No contexto do ensino, a curricularização dos números racionais tem seus primeiros registros nas metodologias de ensino do *Trivium* e do *Quadrivium*⁴⁰ propostos pelas Artes Liberais⁴¹. O *Trivium* o conjunto de três matérias acadêmicas, base do percurso educacional da época, tinha por estrutura o ensino da lógica, da gramática e da retórica. O *Quadrivium* trazia as quatro disciplinas restantes da academia: a aritmética, música, geometria e astronomia.

Segundo Gomes (2013) os números racionais passaram a fazer parte dos manuais didáticos nas duas últimas décadas do século XIX, a partir da edição de livros de autoria de escritores brasileiros. Esses livros eram destinados exclusivamente aos cursos preparatórios, liceus e colégios e traziam uma grande quantidade de textos aritméticos. Os livros primeiros livros a fazerem menção aos números racionais foram dos autores, Coqueiro (1897), Reis e Reis (1892), Vianna (1929) e Roxo (1928). Os autores adjetivaram os números racionais como comensuráveis, relacionando-os a ideia de possíveis resultados da medição de grandezas.

No século XX, não se verifica o emprego mais termo de mensuráveis, sendo apresentados como números racionais. Esses aparecem de forma mais acentuada, nos manuais didáticos nos períodos de 1931 até início de 1960 e, de 1960-1970 com a difusão da Matemática Moderna. Para Gomes (2013) as ideias defendidas pelos modernistas foram incorporadas pelos livros didáticos trazendo o ensino da linguagem dos conjuntos, as estruturas algébricas e o estudo das relações como preâmbulo para a introdução dos números racionais como objeto de conhecimento curricular. Nesse cenário, “a abordagem dos números se modificou de maneira radical, passando a aritmética a ser concebida como o estudo dos campos numéricos” (Gomes, 2013, p. 43).

Com a criação do Grupo de Estudos do Ensino de Matemática (1961) ocorre uma renovação do ensino de Matemática no Brasil, com propostas de modificar e

³⁹ Os mais conhecidos deles são os Elementos de Euclides, que datam de aproximadamente 300 a.C. Dos textos indianos, o mais relevante é o Sutra Sthananga.

⁴⁰ Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Artes_liberais#O_Trivium, acessado dia 10/09/23

⁴¹ Conceito herdado da antiguidade clássica como metodologia de ensino organizada na idade média que tinha por base uma formação plena sem ser profissionalizante

aproximar a Matemática da escola secundária da Matemática ensinada nas Universidades. Nota-se então, os primeiros movimentos da abordagem do número racional enquanto objeto de conhecimento curricular do ensino de Matemática. Essa curricularização foi ampliada paulatinamente e incorporada as diretrizes curriculares nacionais para o ensino de Matemática até chegar aos documentos oficiais tais como, os Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática para o Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental PCN (1998) e a BNCC (2017) referencial para o currículo da Matemática de toda a Educação Básica. A curricularização dos números racionais referenda as frações como elemento importante no conjunto, seja na representação fracionária ou decimal. Considerando que, nosso estudo centra-se nas frações enquanto números fracionários, sempre que falarmos de frações entenda-as como número fracionário pertencente ao conjunto dos números racionais, conjunto Q ⁴².

2.2 Frações enquanto objeto de conhecimento curricular

Situando as frações como elemento do conjunto dos números racionais, conhecimento matemático presente no sistema educacional brasileiro, esse encontra-se nas diretrizes curriculares da Educação Básica. Tem as primeiras abordagens pedagógicas no Ensino Fundamental (anos iniciais) e evolui vertical até o Ensino Médio. Na etapa do Ensino Fundamental, anos iniciais, busca-se a formação e sistematização dos conceitos das frações e suas aplicações em situações-problema do cotidiano ou palpáveis (ideia conceitual). Nos anos finais do Ensino Fundamental, a fração adquire o status de número racional, apresentando um caráter de natureza de suporte ao desenvolvimento da estrutura operatória, funcional e geométrica das mesmas. E na etapa do Ensino Médio, as frações, agora efetivadas como números racionais recolhem-se num contexto abstrato como suporte conceitual a outros domínios do conhecimento matemático.

⁴² Em linguagem/notação matemática, o conjunto dos números racionais é representado pelo conjunto Q , assim definido: $Q = \left\{ \frac{x}{x} = \frac{a}{b}, \text{ com } a \in Z \text{ e } b \in Z^* \right\}$, representa todos os números obtidos pela divisão (razão) entre dois números inteiros, sendo o segundo diferente de zero.

Conforme mencionado anteriormente, nosso estudo centra-se nos processos educativos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por isso, vamos ater nossas discussões apenas no período a ser estudado. As primeiras abordagens pedagógicas das frações, surgem no Ensino Fundamental, anos iniciais, como ideias do conhecimento lógico-matemático que deverá ser construído paulatinamente até sua efetivação nos anos finais. Inicia-se no 2º ano com a construção da ideia das frações como partes de um todo: dobro, metade; triplo e terça parte; no 3º ano por conceitos de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte; no 4º os conceitos tomam a forma de uma configuração matemática na representação fracionária e evoluem para os algoritmos operatórios (Brasil, 2017) no 5º ano.

Compreende-se uma fração como: uma técnica operatória resultado de uma divisão ordenada (ou subdivisão) entre seus termos, uma linguagem, um pensamento matemático e ainda uma leitura de mundo (Lima,1998). Matematicamente, uma fração representa uma razão entre o numerador e denominador, a e b respectivamente, sendo $a \in \mathbb{N}$ e $b \in \mathbb{N}^*$, uma relação entre “duas ações executadas sobre um mesmo objeto (numerador e denominador) ou um conjunto de objetos da mesma espécie’ (Nacarato *et al*, 1990, p. 2, grifo nosso).

Para Nunes *et al* (2003) o conceito das frações precisa ser visto a partir de cinco significados, como: parte-todo, quociente, número, medida e operador multiplicativo. A ideia da fração como parte-todo é a que mais se apresenta no processo de ensino, e muitas vezes, a única. O procedimento consiste em utilizar a fração a partir da ideia da partição de um inteiro em partes iguais, $\frac{a}{n}, \forall n \neq 0$, em situações de dupla contagem, numerador e denominador (Campos, Magina e Nunes, 2006). Como por exemplo: Uma pizza (um todo) foi dividida em cinco partes iguais, Diogo comeu duas partes. Que fração representa a parte que Diogo comeu? No que concerne a fração como quociente, entendemos que essa implica numa situação que a solução remete a uma operação de divisão, por exemplo: dividir cinco balas entre quatro crianças. O significado da fração como número, emerge muitas vezes em situações sem um referencial específico, como uma determinada posição na reta numérica ou como forma de representação numérica, seja ordinária ou decimal. Como medida, a fração traz implícito o conceito de comparação entre duas variáveis podendo ocorrer em eventos probabilísticos ou de relação

proporcional, no formato de razão. E, como operador multiplicador, a fração atua com o papel transformador, representa uma ação a ser imprimida a um determinado número ou quantidade, cujo propósito consiste em transforma-lo. Como por exemplo, quando se deseja saber quanto equivale $\frac{2}{3}$ de um todo.

Todavia, a formação do conceito de fração depende do entendimento e internalização das estruturas relacionais estabelecidas entre o inteiro e suas partes e das ações mentais executadas no sentido de sua abstração numérica. Considerando os nexos conceituais internos e externos que a compõem, tais como: as grandezas discretas e contínuas, e as medidas (nexos internos) e as representações fracionárias (nexos externos) (Sousa,2022). Estudiosos da área da Educação Matemática como Nunes et al, 2003, Merlini, 2005; Campos, Magina e Nunes, 2006; Drechemer, 2011, Nacarato, 2019, dentre outros consideram a existência de dificuldades e imprecisão conceitual nos processos de ensino e aprendizagem como um dos entraves para a formação conceitual da fração. Haja visto que, uma incompletude conceitual, compromete a compreensão das estratégias utilizadas, de forma particular nas operações básicas, e que tendem a ser duradoras impactando os processos de ensino, do Ensino Fundamental ao Ensino Médio.

Volvendo a discussão para as diretrizes curriculares como a Base Nacional Comum Curricular (2017) e/ou outros documentos instituídos que abordam as frações, esses centram-se na compreensão dos números racionais nas representações figural e numérica como significados de parte/todo, quociente e razão. Nesse contexto, toma por base as frações unitárias, consideradas, mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$), no ordenamento numérico destas e ainda, na representação decimal dos vários tipos de frações identificados como elementos quantitativos legítimos (valores do sistema monetário brasileiro).

Temos que, as frações, enquanto objeto de conhecimento matemático curricular alocada no conjunto dos números racionais, encontra-se estruturada nas diretrizes normativas da BNCC, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, no eixo estruturante dos Números⁴³ (Brasil, 2017). Esse eixo, exhibe um conjunto de

⁴³ Segundo a BNCC o ensino curricular de matemática do Ensino Fundamental é composto por cinco eixos estruturantes: Números; Geometria; Álgebra; Grandezas e Medidas; Probabilidades e Estatística (BRASIL, 2017)

habilidades essenciais a serem desenvolvidas no tocante ao estudo das frações, tais como: a) o reconhecimento, o significado e a leitura das frações; b) a perspectiva da representação das frações numa reta numérica; c) o desenvolvimento das habilidades operatória com números racionais e d) a noção de equivalência entre as frações (Brasil, 2017). Como nosso interesse reside na formação conceitual dos números racionais na representação fracionária, vamos afixar nossas discussões apenas no 4º e 5º ano do Ensino Fundamental, cujas habilidades eletivas podem ser sintetizadas no quadro 2.1 a seguir.

Quadro 2.1 Estrutura curricular do estudo das frações no 4º e 5º anos do Ensino Fundamental

Ano	Eixo Estruturante	Objeto de conhecimento	Habilidades ⁴⁴
4ºano	Números	Números racionais: frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$)	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ e $\frac{1}{100}$) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso
		Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro	(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.
5ºano	Números	Números racionais expressos na forma decimal e sua representação na reta numérica	(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.
		Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento,	(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de

⁴⁴ Definida a partir de um código alfanumérico assim composto: O primeiro par de letras - EF, indica a etapa do ensino (Ensino Fundamental), o primeiro par de números indica o ano escolar que varia de 01 a 09 a que se refere a habilidade, o segundo par de letras indica o componente curricular -MA (matemática) e o segundo par de números a posição sequencial da habilidade do ano ou bloco de ano. Vale destacar que, a numeração sequencial não sugere uma ordem hierárquica entre os objetivos de aprendizagem e desenvolvimento e sim, uma organização sistêmica no documento.

		significados, leitura e representação na reta numérica	uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.
		Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência	(EF05MA04) Identificar frações equivalentes. (EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.
		Cálculo de porcentagens e representação fracionária	(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
		Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita	(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
		Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: Elaborado pela autora a partir da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2017)

Conforme o escopo das normativas diretivas elencados na BNCC (quadro 2.1), a formação conceitual das frações, enquanto elemento do conjunto dos números racionais supõe uma articulação vertical, ou seja, uma progressão conceitual a partir do 4º ano do Ensino Fundamental e que deverá se estender até a conclusão dos anos finais do Ensino Fundamental. Esse conjunto de habilidades

leva em consideração as competências específicas da área, que articulada a etapa escolar, o grau de instrução, o nível de escolaridade (formalizada) dos estudantes e a relação objeto/sujeito possibilita a formação dos conceitos e o letramento matemático no que tange ao conjunto numérico dos números racionais (Q) e posteriormente às estruturas fundantes das frações.

Dentro das habilidades dos números racionais a serem desenvolvidas durante a Educação Básica, o reconhecimento desse, enquanto objeto de conhecimento matemático curricular; a leitura e a compreensão entre suas partes e seus significados; a forma simbólica de representação (figural e numérica), a ordenação e a comparação numérica; a relação de equivalência intragrupo, dentre outras, devem garantir a aprendizagem e a conexão entre o objeto matemático, número racional e as suas representações (figural e numérico). Todavia, convém ressaltar que, a apropriação conceitual do objeto matemático, as frações, não existe de forma imediata e material, ela, necessita de ações mentais interna de assimilação, acomodação conceitual e de registros de representação (compreensíveis) que o solidifique enquanto pensamento matemático e unidade mental. Formando o que podemos chamar de paradoxo cognitivo do pensamento matemático. Esse pensar implica em disponibilizar elementos que conecte esse elemento imaterial, números racionais, com sua representação física, em outras palavras, necessita de elementos que possibilite uma equivalência relacional entre os mesmos, e conseqüentemente a abstração e a generalização de sua estrutura sistêmica para que ocorra a assimilação/ aprendizagem do objeto cognoscível, a fração.

Pesquisadores como Sousa (2022), Nacarato (1990, 2009, 2010, 2019), Oliveira Romeiro e Moretti (2016), Elias Risek (2018), Fiorentini e Oliveira (2013), Moreira e David (2004), Damico (2007), Campos, Magina e Nunes (2006), dentre outros discutem a necessidade de refletir sobre os processos de ensino e aprendizagem dos números racionais, de forma particular as frações no contexto do Ensino Fundamental. E uma destas possibilidades acosta-se nos processos formativos dos docentes em sala de aula, refletir sobre as matrizes curriculares dos cursos de licenciatura na tentativa de compreender como e quais conhecimentos os graduandos tiveram acesso durante a formação inicial. Posto isso, se faz necessário (re)visitar as literaturas produzidas na área buscando compreender a complexidade do ensino das frações, na perspectiva do conhecimento do professor

dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Identificar e analisar como a ciência do conhecimento produzido apresenta a relação conhecimento do professor, pedagogo de formação, e o conhecimento matemático específico das frações é essencial pois, além de referendar, direcionar o estudo desta tese de doutoramento propicia perspectivas de investigação futuras.

2.3 As frações enquanto objeto de conhecimento do professor que ensina Matemática: revisitando as literaturas produzidas

2.3.1 Contexto do estudo e objeto pesquisado

Durante os estudos e questionamentos originados nesta pesquisa surgiu a necessidade de situar e compreender o objeto matemático, frações, no campo científico e isto induziu a proposição de uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL). E ainda, cujo propósito estivesse ancorado de forma particular na natureza dos conhecimentos dos professores em relação às estruturas básicas frações no que sabem e como sabem.

Ponderamos que o fazer da ciência exige do pesquisador uma atitude de busca, de expansão teórica/científica que possibilite a compreensão e o desvelamento do objeto de estudo. No entanto, esse processo não parte do nada (sem deixar de ser autoral), é permeado por estudos de relevância científica (comprovadas) que contribuem para o entendimento, o aprimoramento e a ampliação do *lócus* pesquisado, desvelando achados importantes do campo do estudo pretendido. Então, a elaboração dessa RSL, que apresentaremos nesse tópico, contribuiu para avançar na temática, conhecer e compreender o que de fato se tem produzido nas ciências sobre os conhecimentos dos professores em relação as estruturas básicas das frações na Educação Básica, particularmente no Ensino Fundamental. Neste contexto, acessar os conhecimentos produzidos sobre o estudo das frações na área do ensino da Matemática reforçou a importância do tema para a área da Educação Matemática.

Situando nosso objeto matemático, as frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental na perspectiva do conhecimento docente e, tomando o Encontro

Educação Matemática (ENEM)⁴⁵ como evento referência para a área da Matemática, encontramos uma pequena parcela de estudos publicados nos seus anais (até 2019) (Dionizio *et al* 2019; Thiele, Klüber e Powell, 2023) o que sugere que as pesquisas na área ainda são incipientes diante da importância conceitual das frações nos currículos de Matemática. A temática fração, aparece a partir da sétima edição nas categorias de relato de experiência e comunicação científica⁴⁶. No decorrer das edições as publicações, apesar de brandas sinalizaram um crescimento quantitativo e qualitativo nas produções acadêmicas sobre o assunto para a Educação Matemática. Os resultados dessas pesquisas exibem relatos e discussões científicas importantes no sentido de compreender o construto, os subconstrutos da fração enquanto conhecimento curricular da Matemática e ainda sinalizam caminhos/estratégias para tornar o ensino da Matemática na Educação Básica mais significativo e menos mecânico.

O levantamento dos estudos para a RSL foi realizado no Portal da Capes de Teses e Dissertações/ catálogo de teses e dissertações (dados abertos) e em Periódicos nacionais⁴⁷. Tiveram com proposição identificar e analisar estudos que discutiram o conhecimento dos professores que ensinam Matemática, de forma particular, as frações, publicadas nos últimos dezesseis anos⁴⁸. E para isso assumimos a seguinte interrogação: O que retratam os estudos que discutem o conhecimento dos professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, de forma particular, as frações, publicadas no período de 2006 a 2022? Com o objetivo “identificar o que retratam os estudos que discutem as frações na perspectiva do conhecimento do professor do Ensino Fundamental de forma particular, as frações, publicadas no período de 2006 a 2022”, desenvolvemos um estudo qualitativo ancorado em metodologia e técnicas de análise de dados que primam pelo rigor técnico-científico.

⁴⁵ Importante evento de âmbito nacional organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, a primeira edição ocorreu em 1987.

⁴⁶ Nas VII, VIII e XIX Edição, apenas 02 trabalhos em cada encontro; X Edição, 05 trabalhos; XI Edição, 09 trabalhos; XII Edição, 18 trabalhos e XIII Edição, 20 trabalhos (Thiele, Klüber e Powell, 2023)

⁴⁷ Protocolo das buscas será apresentado no escopo dessa RSL

⁴⁸ A delimitação do intervalo do período considerou dois momentos: a temporalidade e a relevância científica dos achados

2.3.2 Metodologia adotada na RSL

Para responder à questão orientadora da pesquisa: O que retratam os estudos que discutem o conhecimento dos professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental, de forma particular, as frações, publicadas no período de 2006 a 2022, utilizamos uma metodologia qualitativa numa técnica de análise baseada na triangulação dos dados gerados durante as ilações subjetivas nos estudos selecionados.

Começamos por um levantamento dos estudos empíricos nacionais que discutem o conhecimento do professor que ensina as frações, como conteúdo curricular nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para esta busca, no primeiro momento, optamos por um mapeamento no banco de dados do portal da Capes de teses e dissertações⁴⁹ defendidas no período de 2006 a 2022, tendo como área de conhecimento e concentração os estudos voltados para a Educação. Na sequência fizemos um levantamento dos trabalhos publicados no portal da Capes de periódicos e no portal do Google Acadêmico⁵⁰. No que concerne a análise das discussões dos resultados, utilizamos como estratégia de validação da RSL, a análise temática ancorada na técnica de triangulação dos dados gerados, numa apreciação inferencial (subjetiva) dos contextos descritos nas pesquisas investigadas.

Como forma de melhor compreensão da trajetória percorrida nesta Revisão Sistemática de Literatura apresentamos no apêndice I o protocolo (adaptação Sampaio e Mancine, 2007) utilizado como diretriz do estudo (página xx). A intencionalidade desse protocolo foi estabelecer critérios de seleção x exclusão e sistematizar a recolha dos trabalhos empíricos selecionados bem como as normativas que balizaram o escopo desta revisão. A construção do *corpus* da pesquisa aconteceu a partir de um mapeamento dos estudos empíricos hospedados nos ambientes virtuais já mencionados, cujos critérios, a priori foram estabelecidos na base formativa da Revisão Sistemática da Literatura em questão.

⁴⁹ <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>, acessado dia 17/05/2023

⁵⁰ Pesquisa avançada mediante um refinamento do tema de estudo.

Seguindo no contexto do objeto de estudo, conhecimento dos professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no tocante as frações, no sistema do portal da Capes, refinamos o período 2006-2022; a área de conhecimento e área de concentração na perspectiva da educação. Nos periódicos e no Google acadêmico o filtro foi manual, tomando por base referencias identificadas em publicações da área de Matemática. A partir das estratégias de refinamento apresentadas, identificamos um montante de 98 estudos que trazia os conhecimentos dos professores no conjunto dos números racionais como foco de estudo. Considerando o foco epistemológico, as frações como elemento dos conjuntos dos números racionais, e, numa análise mais apurada, esse quantitativo reduziu para 40 estudos. No entanto, numa leitura flutuante (resumo, questão orientadora, ilações parciais), dentre os 40 estudos, elegemos 10 estudos convergentes que traziam as frações como objeto de estudo do conhecimento docente. Durante a leitura flutuante buscamos aferir a qualidade e a validade dos resultados desses 11 estudos bem como as discussões científicas estabelecidas (De-la-Torre-Ugarte-Guanilo et al, 2011) que ancorasse nosso estudo de forma concisa e científica.

Compreendendo a convergência das discussões objetivadas e cujo foco central foi o conhecimento docente em relação a formação conceitual das frações no Ensino Fundamental, organizamos o *corpus* da revisão sistemática (configuração tabular) que tem como propósito situar os estudos e ainda propiciar uma prévia dos textos que possibilitaram o desenvolvimento do tema dessa RSL. As análises desenvolvidas a partir dos dados gerados no *corpus* do trabalho serão apresentadas no escopo do trabalho, imediatamente após a apresentação do quadro 2.2

Quadro 2.3 *Corpus* da Revisão Sistemática de Literatura

Código alfa numérico	Categoria	Autor (ano)	Título	Palavras-chave
L01	Artigo	Tânia Maria Mendonça Campos Sandra Magina Terezinha Nunes (2006)	O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino	Conceito de fração; professor polivalente; estratégias de

				ensino; Ensino Fundamental
L02	Tese	Alécio Damico (2007)	Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental	Formação de professores de Matemática; números racionais; frações; pck; Educação Matemática
L03	Dissertação	Herika Nunes Torres Fonseca (2008)	Os números racionais nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando saberes docentes	Educação Matemática; Ensino dos números racionais; Saberes docentes; Desenvolvimento profissional dos professores dos anos iniciais.
L04	Artigo	Diana Maia de Lima Saddo Ag Almouloud (2012)	Números racionais: investigando a intradisciplinaridade em uma formação de professores polivalentes	Formação de professores polivalentes. Intradisciplinaridade. Números racionais.
L05	Artigo	Angélica da Fontoura Garcia Silva Ruy Cesar Pietropaolo Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro (2016)	Conhecimento matemático para o ensino das frações: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais	Formação de professores; Conhecimento matemático para o ensino; Números racionais na representação fracionária.
L06	Artigo	Francisco José Brabo Bezerra Henrique Rizek Elias Debora da Silva Souza (2017)	Conhecimento matemático para o ensino dos números racionais: discussão na/da formação de professores	Não apresenta
L07	Artigo	Luciane Ferreira Mocrosky Nelem Orlovski Simone Danielle Tychanowicz Salete Pereira Andrade Maria Lucia Panossian (2019)	Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade	Formação de Professores. Anos Iniciais. Frações. Fenomenologia.
L08	Artigo	Danusa de Lara Bonoto Isabel Gioveli (2019)	Os significados do número racional na formação continuada dos	Trabalho docente; formação continuada dos professores; números racionais

			professores de Matemática	
L09	Artigo	Adriana Fátima de Souza Miola Talita Emily de Aguiar Lima (2020)	Conhecimentos necessários para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental	Formação de professores. Conhecimento profissional docente. Números racionais.
L10	Artigo	Marli Terezinha Quartieri Ieda Maria Giongo Marcia Jussara Hepp Rehfeldt (2020)	Problematizando o ensino de frações com um grupo de professores do Ensino Fundamental	Frações; Estudo e Ensino; Professores-Formação; Matemática- Ensino Fundamental
L11	Artigo	Maria do Carmo de Sousa (2022)	A organização do ensino de fração na Educação Básica a partir do movimento lógico-histórico	Situações desencadeadoras de aprendizagem; Pensamento teórico; Teoria histórico-cultural

Fonte: Elaborado pela autora

2.3.3. Análise dos dados gerados na Revisão Sistemática das Literaturas.

Somos conscientes que o quantitativo dos estudos selecionados não é suficiente grande para fazermos generalizações robustas em relação ao objeto de estudo, entretanto, essas produções permitiram uma rica contribuição no status da pesquisa e nas discussões científicas sobre o conhecimento das frações por parte dos professores do Ensino Fundamental.

Para garantir o rigor metodológico-científico e a compreensão dos resultados do estudo, optamos por uma triangulação dos dados gerados por duas ou mais perspectivas empíricas identificada nos estudos. Essa técnica de triangulação teve como propósito evitar distorções subjetivas e particulares, nossa e dos pesquisadores dos estudos selecionados. No que concerne a organização dos dados gerados, adotamos os preceitos metodológicos que compõe uma análise temática numa pesquisa qualitativa e elegemos um conjunto de informações essenciais⁵¹ presente no Protocolo 2.2. Esse mecanismo foi modelado a partir do protocolo de sistematização dos dados gerados (quadro 2.3) permitiu compilar, filtrar elementos importantes e sistematizar as discussões de cada estudo que emergiram na análise dos dados gerados que será apresentado posteriormente.

⁵¹ Escrita auxiliar, apêndice II, página 171.

Quadro 2.4 Protocolo de Sistematização dos dados gerados na RSL

Estudo	Temática 01	Temática 02	Temática 03	Temática 04
Ln	1.1 Questão orientadora do Estudo; 1.2 Objetivos: Geral e Específico; 1.3 Tema Central das discussões.	2.1 Resposta a questão orientadora; 2.2 Atendimento aos objetivos propostos	3.1 Considerações locais a respeito do objeto de estudo; 3.2 Relevâncias científicas do estudo; 3.3 Perspectivas futuras.	4.1 Pontos de convergência com o objeto de estudo da Tese.

Fonte: Elaborado pela autora

A partir da segmentação e a sumarização dos dados (via protocolo 2.2.2) tivemos condições de reorganizar, categorizar e elencar os padrões que compõem nosso estudo, a RSL aqui apresentada. A análise dos dados gerados nos estudos ocorreu em dois momentos: o primeiro intra estudo e o segundo inter estudos. Como forma de facilitar a redação e a sistematização lógica operacional da RSL, durante as discussões, os estudos serão identificados pelo código alfanumérico apresentado no quadro 2.2.

2.3.4 Análise intra estudo na RSL

No primeiro momento da análise, numa leitura dinâmica, procuramos identificar nos estudos selecionados, as seguintes categorias: i) o foco central, sinalizado na(s) questão (ões) orientadora (Qn) (s), no (s) objetivo (s) pleiteado (On) e/ou nas discussões amiúde no desenvolvimento do texto (D); ii) os resultados encontrados pelos autores e iii) as considerações locais de cada pesquisador em relação ao objeto de estudo. Para facilitar o entendimento da proposta e organizar os dados que fundamentam o estudo da RSL, essas temáticas foram agrupadas analiticamente no quadro⁵² 2.4.

Quadro 2.5 Análise intra estudo dos dados gerados na RSL

Estudo	Foco central	Resultado	Considerações locais
---------------	---------------------	------------------	-----------------------------

⁵² A escolha por organizar os dados nesta configuração vai no sentido que essa exibe de forma rápida e precisa a visualização do todo e a sistematização de vários dados num curto espaço de tempo.

L01	Q1. Investigar os conceitos que professores polivalentes – professores dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental – têm sobre fração, por meio da análise de suas estratégias de ensino	- Uma parcela considerável de professores não especialistas em Matemática, que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresentam dificuldades conceituais entre representar numericamente situações de fração e de razão e não relacionam o conceito de razão com sua representação fracionária.	- Necessidade de instrumentalizar os professores com metodologias baseadas em sequências de ensino que contemplem os invariantes do conceito de fração; - Importância de apresentar estratégias diversas para organização do ensino de Matemática.
L02	Q1. Os alunos de licenciatura em matemática estão saindo das universidades com uma formação que capacite para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental?	- O conhecimento adquirido na formação acadêmica é insuficiente e ineficiente diante da complexidade exigida em sala de aula; - Existência de um descompasso com o que é ensinado nas universidades e os avanços científicos na área; -O modelo de ensino nas universidades exerce peso acentuado na construção das crenças dos professores.	- Importância do conhecimento do conteúdo para o exercício da docência; Revisão dos currículos da formação inicial da docência; - Possibilidade de utilização da Metacognição como ferramenta para minimizar o desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual no caso do ensino das frações; -O conhecimento dos das frações identificados a priori não passa de reminerações e reminiscências que lembram da época de estudantes da Educação Básica e -O conhecimento precário do conceito das frações inibe o trânsito das ideias intrínsecas de cada construto das frações.
L03	Q1. Como os saberes docentes sobre números racionais se manifestam na fala e na prática dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental? e, Q2. Qual a relação que os docentes demonstram ter com esses números?	- O processo formativo não é suficiente para garantir uma prática que traga total satisfação aos próprios professores (dificuldades preexistentes); necessário repensar a formação inicial e/ou continuada dos professores que ensinam números racionais nos primeiros anos do Ensino Fundamental, - Durante a formação inicial os números racionais foram ensinados totalmente	A prática da sala de aula traz, mais domínio dos conteúdos trabalhados, mais condições de resolver problemas cotidianos e mais coragem para experimentar diferentes metodologias. -Se tornam melhores professores à medida que os anos transcorrem e que adquirem mais experiência.

		desvinculado de situações reais, dando ênfase apenas à aplicação dos algoritmos; - Incompletude conceitual dos conhecimentos matemáticos abordados na formação inicial.	
L04 ⁵³ -	Q1. Como o contexto intradisciplinar influencia as concepções e modifica a prática de um grupo de professores polivalentes em relação ao ensino e aprendizagem dos números racionais?	-Consideram a existência de problemas de ordem conceitual, devido a visão do conhecimento em separado sem interação com outros conceitos; -Chama atenção para as matrizes curriculares dos cursos de licenciatura em Pedagogia e os temas desenvolvidos nas disciplinas da área de Matemática nos cursos em todo o país; - Faz observações sobre um ensino intradisciplinar e sobre as dificuldades apresentadas por alunos e professores acerca dos conteúdos matemáticos abordados em sala de aula.	- Para um ensino intradisciplinar ou intramatemático, é necessário repensar os processos formativos (formação inicial e continuada) e também na relação existente entre professor e saber matemático; - Defendem um ensino intradisciplinar ou intramatemático; -Necessidade de terem no corpo docente de professores/educadores da área de Matemática, durante a formação inicial, pois os professores formadores dos cursos de Pedagogia são egressos das Faculdades de Pedagogia.
L05	D1. Investigar os conhecimentos de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação as noções e o conceito de número racional na representação fracionária.	- As professoras participantes apresentaram conhecimento das noções básicas das frações, todavia esse conhecimento era muito incipiente se comparado com as necessidades epistemológicas nos anos iniciais do Ensino Fundamental; -Conhecimento não estabilizado para o ensino, o que compromete outros conhecimentos das frações.	- Necessidade de aprofundamento, em cursos de formação de professores para que em situação de ensino, ele seja capaz de identificar e analisar os erros dos alunos, propor estratégias metodológicas que contribuam na superação das dificuldades estabelecidas no processo de aprendizagem dos mesmos.
L06	D1. Discutir aspectos conceituais do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais na perspectiva de	- Os professores participantes não apresentaram conhecimento conceitual sobre os números racionais, cometem muitos erros epistemológicos que comprometem o processo de	- Os cursos de formação inicial de professores ignoram a possibilidade da falta de domínio conceitual dos formandos, de forma particular os números racionais;

⁵³ Pesquisa em andamento, mas foi mantida por apresentar uma discussão de grande relevância científica para a área de Educação Matemática e conseqüentemente para a conclusão do nosso estudo (tese)

	professores participantes de um curso de formação continuada	ensino (seja por falta de conhecimento ou conhecimento equivocado); -Apresentam apenas o conhecimento comum dos números racionais, que é insuficiente para o ensino;	- Repensar os cursos de licenciatura, pois não oferecem uma preparação suficiente para o ensino de números racionais, “com abrangência e o cuidado que o assunto requer”.
L07	D1.O conhecimento matemático sobre frações de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental numa formação continuada.	- O conteúdo sobre frações é um dos conhecimentos que geram maior dificuldade ao processo de ensino de matemática nos anos iniciais; - O estudo revelou a importância de um estilo de formação em que o professor é chamado pelas inquietações que aparecem no diálogo com seus pares, no modo de pensar, sentir e conceber o mundo, dada a incerteza de aprender a cada dia a ser professor.	- Repensar a formação do professor de Matemática dos anos iniciais para que não se limite a aquisição de técnicas didáticas -Emerção de questionamentos sobre o conteúdo escolar e seu ensino; - Modos de pensar o ensino de frações, objetivando expor e potencializar o movimento reflexivo acerca da temática das frações na formação continuada de professores dos Anos Iniciais; -Necessidade de reorientação conceitual, revisão de concepções, pois, as incertezas e angústias sistematizadas hoje, jamais são dadas em definitivo, o reaprender sempre.
L08	O1. Compreender como o professor de matemática reconfigura os diferentes significados que um número racional apresenta numa formação continuada.	- Os resultados sinalizam que os professores participantes da pesquisa reconfiguram seus conhecimentos em relação aos números racionais a partir das discussões e conflitos estabelecidos, ou seja, é possível uma formação continuada possibilitar a reconfiguração de um conceito mesmo que aja discordância local do conceito ou falta de conhecimento científico- Importância de uma formação continuada.	- A partir da formação continuada e dos conflitos estabelecidos na resolução dos problemas, os professores poderão reconfigurar os diferentes significados; - Reflexões para o agir em sala de aula (ensino) e possibilidades de novas formas de (re)organizar o trabalho docente.
L09	O1. Investigar os conhecimentos de	- Identificou lacunas e falta de conhecimentos	- Aponta a atenção à formação inicial

	professores que ensinam Matemática sobre os números racionais	matemáticos dos professores participantes; --Existência de problemas em relação à construção dos conhecimentos sobre números racionais, posto que muitos professores contornaram a situação por conta própria e por meio da prática em sala de aula; -Necessidade de investigações contínuas nas formações inicial e continuada de professores da Educação Básica seja, na formação específica ou pedagógica, como também de formações que propiciem aos professores oportunidades de refletir sobre as suas práticas cotidianas e examinar outras, para aprender mais sobre os seus alunos;	(licenciatura: pedagogia ou matemática) e continuada dos professores, pois, relataram que não tiveram acesso formativo ao conteúdo dos números racionais e também outros conhecimentos matemáticos em suas formações acadêmicas; -Toma por base teórica o Conhecimento Matemático para o Ensino (Mathematical Knowledge for Teaching — MKT): Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (CCK), Conhecimento do Conteúdo e Estudantes (KCS), Conhecimento Horizontal do Conteúdo - (HCK), Conhecimento do Conteúdo e Ensino (KCT), Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) e Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) -
L10	O1. Investigar as concepções de um grupo de professores do Ensino Fundamental sobre o ensino de frações com foco nos significados, importância para o currículo escolar e aplicabilidade no cotidiano	- Os professores apresentam pouco conhecimento dos construtos das frações; utilizam metodologias tradicionais e consideram que as frações existem para entender a operação de divisão; - Limitação conceitual; - Os professores ministram o conteúdo de frações por que faz parte do currículo, não questionam a relevância das frações no ensino; - Questionam a notação fracionária, uma vez que a notação decimal está mais presente no cotidiano das salas de aula.	- Necessidade de investimento na formação dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para que eles possam compreender os diversos conceitos e os procedimentos metodológicos para o ensino de frações; - Repensar o ensino das frações-Validade da notação fracionária e tempo dedicado a forma fracionária em relação a notação decimal -Repensar o currículo em relação as duas notações: fracionaria e decimal.
L11	Q1. É possível romper com o paradigma do exercício, de forma que tanto os	- Como resultado, a autora conclui que, sem o entendimento dos nexos conceituais presentes na	Apresenta necessidade de se discutir com os professores de matemática da Educação

	<p>professores de matemática como os estudantes da Educação Básica, possam se humanizar pela matemática segundo os pressupostos da Teoria Histórico-cultural?</p> <p>Q2. De que modo o movimento lógico-histórico (Kopnin, 1978) dos conceitos poderia contribuir com tal organização, considerando-se que, segundo Stamato (2003) a história da matemática foi implementada, enquanto disciplina nos cursos de matemática há quase 20 anos?</p>	<p>historiografia dos movimentos lógicos-históricos dos conceitos, de forma particular as frações, por parte dos professores da Educação Básica não haverá compreensão suficiente para defender o ensino das frações nos dias de hoje;</p> <p>-Que a representação fracionária a/b não deve assumir o lugar do conteúdo;</p> <p>-Que as frações não seja abordadas apenas como técnica operatória mecanizada, e que os aprendizes compreendem os nexos lógicos-históricos que decorrem de diferentes práticas ancestrais e de validade ainda nas situações de atuais.</p>	<p>Básica (nos cursos de licenciatura) as possibilidades de organizar o ensino de frações a partir de situações desencadeadoras da aprendizagem num movimento logico-histórico das frações como técnica operatória e linguagem, pensamento, criatividade e leitura de mundo</p>
--	--	--	---

Fonte: Elaborado pela autora a partir dos dados dos estudos analisados

Considerando que os dados registrados no quadro 2.4, apresentam no momento⁵⁴, nossa subjetividade em relação a cada um dos estudos selecionados, passaremos para o segundo momento da análise, a análise inter estudos. Tomando por referência o quadro 2.4, buscaremos identificar a interseção entre as categorias elencadas, fazendo emergir os pontos convergentes entre os estudos em relação ao conhecimento do professor de Matemática no que tange os números racionais.

2.3.5 Análise inter estudos dos dados gerados na RSL

Como estratégia para a redução dos dados gerados, descrição dos padrões presentes nos estudos e, definir o desenho final dessa RSL, optamos por filtrar as categorias mediante os seguintes questionamentos: i) Qual o status⁵⁵ do conhecimento do professor de Matemática dos anos iniciais do

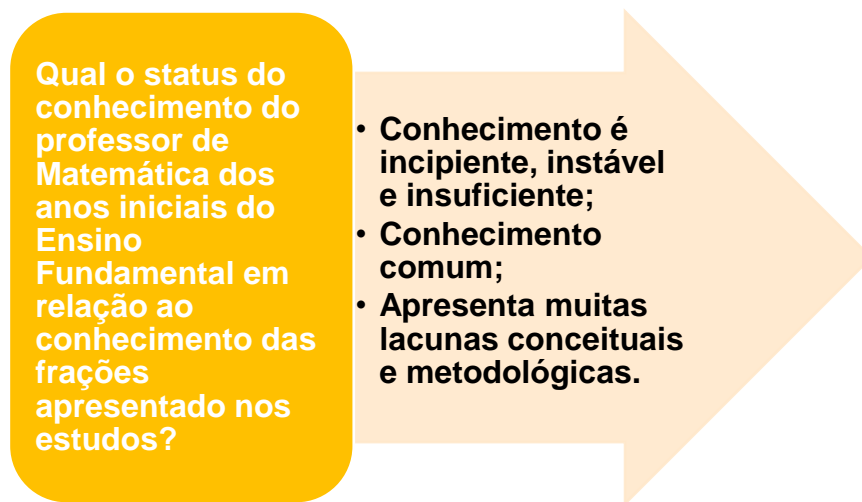
⁵⁴ A cada nova leitura, poderemos encontrar outros pontos importantes que mereçam atenção.

⁵⁵ Status enquanto situação, condição e/ou lugar que o conhecimento teórico do professor encontrado na pesquisa.

Ensino Fundamental em relação ao conhecimento das frações apresentado nos estudos? E, ii) Quais as contribuições dos estudos no tocante ao processo formativo docente?

Como estratégia de análise as respostas⁵⁶ das questões elencadas serão sistematizadas em separados e na sequência traremos uma discussão dos pontos convergentes identificados na relação entre os 11 estudos que compõem a RSL.

Figura 2.1 Sistematização da 1ª questão da análise inter estudos da RSL



Fonte: Elaborado pela autora

Segundo os autores dos estudos, o motivo da deficiência epistemológica dos conhecimentos dos professores do Ensino Fundamental em relação ao conceito das frações, resulta em primeira instância da formação inicial (L02, L03, L04, L06 e L09). Haja vista que, “uma formação teórica e prática inadequada pode conduzir os professores a uma docência que prima pelo pragmatismo do senso comum” (L02, p. 252). Para L06, os conceitos envolvendo as estruturas básicas das frações, quando ensinados na universidade, se apresentam totalmente desvinculado de situações reais, dando ênfase apenas à aplicação dos algoritmos. Existe uma falta de adequação das matrizes curriculares dos cursos de licenciatura a tendências metodológicas atuais, de forma particular o curso de Pedagogia (L02 e L04), a opção adotada tende a privilegiar apenas

⁵⁶ Escrita auxiliar que possibilitou as análises aqui apresentada que se encontra sistematizadas no corpo da Tese.

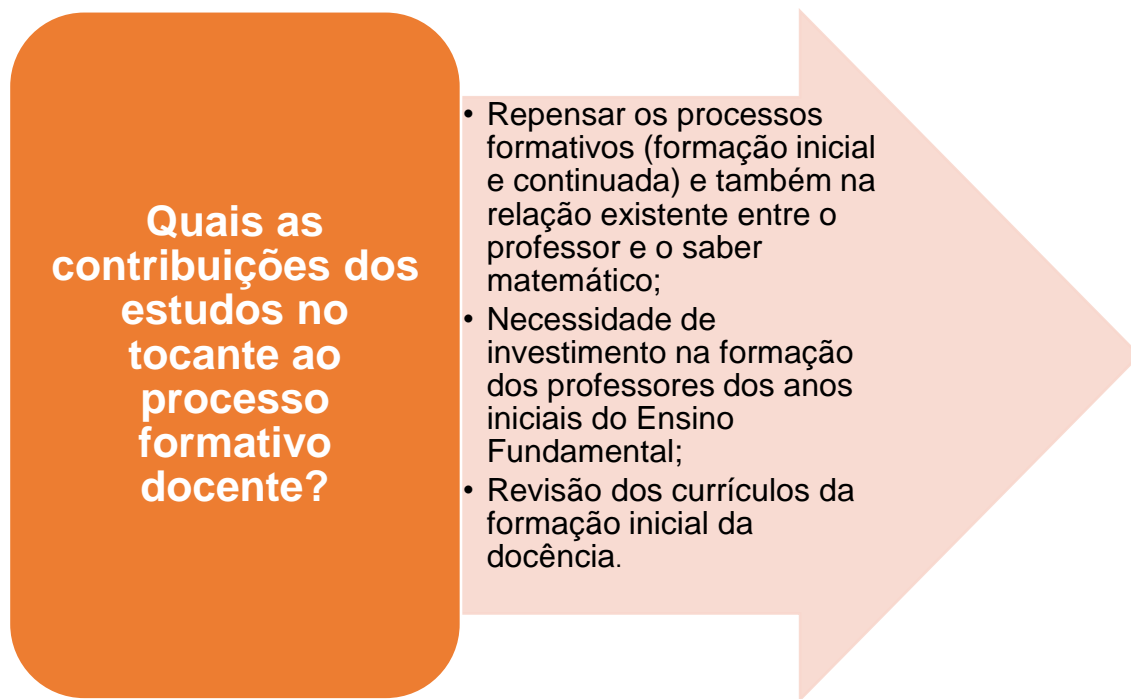
formação conceitual e não o conhecimento do professor enquanto aprendiz (L10) e multiplicador do conceito. Os autores dos estudos não desconsideram a existência dos conhecimentos dos professores participantes das pesquisas, mas revelam que esses, não são suficientes para garantir uma prática satisfatória de sala de aula no que concerne ao ensino de frações (L01 e L03)

Em segunda instância, os autores relacionam a origem da falta de conhecimento dos professores investigados, a problemas de ordem conceitual na formação das frações, pois o estudo das frações nos manuais didáticos ocorre sem interação com outros conceitos da Matemática curricular no Ensino Fundamental (L04). Ocorrendo uma descontinuidade lógica dos construtos e subconstrutos dos significados das frações, interferindo e comprometendo o ciclo cognoscitivo e conseqüentemente o fluxo do raciocínio matemático no tocante às estruturas básicas das frações. Para L01 e L06, os professores apresentam apenas o conhecimento comum e durante o processo de ensino não buscam auxílio e tentam contornar o problema por conta própria, durante a prática em sala de aula (L08). E neste contexto, segundo L03, o conhecimento sobre as frações não passa de lembranças e reminiscências que lembram da época de estudantes da Educação Básica, o que sugere um ciclo conceitual reprodutivo baseado numa idiosincrasia. E como resultado a falta ou a carência conceitual dos construtos das frações tende a ocasionar muitos erros epistemológicos, seja por falta de conhecimento teórico e/ou conhecimento equivocado (L06).

Convém ressaltar que o conteúdo que abordam as frações é um dos conceitos que geram maior dificuldade ao processo de ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (L07). A autora do estudo L11, amplia essa discussão quando identifica nos documentos normativos que a organização curricular dos conteúdos que abordam as frações é desprovida de seus contextos lógico-histórico formativo. Essa dificuldade, por vezes, resulta de metodologias tradicionais na apresentação dos conceitos baseado em regras prontas, devido a crença na aprendizagem por memorização (L09) e ainda numa obrigatoriedade curricular no cumprimento dos conteúdos da turma. Persiste também um dogmatismo metodológico que desconsidera os nexos conceituais das frações e privilegia um pensamento empírico-discursivo, com a utilização de

um processo de ensino em quatro momentos: 1) mostra o conceito; 2) demonstrar o funcionamento do conceito; 3) treina o conceito e 4) avalia o conceito (L11).

Figura 2.2 Sistematização da 2ª questão da análise inter estudos da RSL



Fonte: Elaborado pela autora

Os estudos selecionados são unânimes em retratar uma necessidade de investimento no processo formativo (inicial e continuado) do docente dos anos iniciais e de forma particular para a área de Matemática. E ainda, repensar a formação acadêmica dos professores formadores nos cursos de licenciatura em pedagogia, pois a maioria são egressos do mesmo curso e trazem deficiências conceituais em relação ao ensino de Matemática e outras áreas específicas (L04). Chamam atenção para a necessidade do domínio dos conteúdos de Matemática, no caso números racionais, seja do estudante a professor quanto aos professores formadores (L05).

Os autores investigados apontam uma necessidade de mudança nas matrizes curriculares dos cursos de formação inicial como forma de oportunizar momentos de reaprendizagem conceitual e procedimental no ensino, pois “no dar-se conta de ser-com e ser-em formação o professor reorienta seu modo de pensar, sentir e conceber o mundo, dada a incerteza de aprender a cada dia a ser professor” (L07, p.18).

No tocante a formação continuada, os estudos analisados, recomendam como forma de minimizar essa situação a adoção de momentos formativos que atente para as carências conceituais, procedimentais dos professores e a formação dos conhecimentos específicos da área de Matemática para os anos iniciais do ensino Fundamental, possibilitando uma reorganização do trabalho docente (L02, L08). Como sugestão que tenha o aporte do Conhecimento Matemático para o Ensino (Mathematical Knowledge for Teaching — MKT) como: Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (CCK), Conhecimento do Conteúdo e Estudantes (KCS), Conhecimento Horizontal do Conteúdo (HCK), Conhecimento do Conteúdo e Ensino (KCT), Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) e Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK) (L02, L05 e L08). Haja vista que apenas o conhecimento matemático não é suficiente para ter eficiência no ensino é preciso ter conhecimento dos diversos fatores que interferem e permeiam o processo de aprendizagem dos estudantes (L09).

Investigar a base de sustentação do desenvolvimento de um conhecimento, o conjunto de conceitos teórico-científico existentes requer (re)pensar os processos precedentes, os repertórios cognitivos, as implicações histórico-cultural, as ações externas (subjetivas) de acesso, dentre outros que permeiam a emersão, a assimilação e a (re)construção desse conceito pelo sujeito cognoscente. Então, é relevante pontuar em nosso estudo/tese, a necessidade de uma contribuição teórica que possibilite compreender as estratégias formativas das ações mentais (Galperin, 2001a), os princípios metodológicos e os mecanismos que transformam o campo intersíquico em intrapsíquico ⁵⁷(Vygostky) dos aprendizes

⁵⁷ O campo intersíquico se refere ao nível de interação social entre os indivíduos, ou seja, a relação entre as pessoas e o meio e as influências ocasionadas durante o desenvolvimento de cada um. O intrapsíquico diz respeito aos processos mentais individuais, como percepção, memória, as Funções superiores e pensamento.

CAPITULO III

PRESSUPOSTO TEÓRICO DO ESTUDO

Neste capítulo apresentaremos um recorte da Teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin, os princípios metodológicos e técnicos de organização necessários aos processos de ensino que promovem a aprendizagem e a relação entre as etapas das ações mentais para com a formação dos conceitos científicos. Na sequência discutiremos as implicações científicas da Teoria de Galperin para os conhecimentos matemático, de forma particular as frações no contexto dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

3.1. Teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin

A Teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos (TAEAMC) foi desenvolvida por Piotr Yakavlevich Galperin⁵⁸ (1989) na década de 1950, influenciando muitos estudos no tocante aos processos de ensino e aprendizagem nos contextos escolares de vários países como Alemanha, Cuba, México e a própria ex-União Soviética. Segundo Nuñez e Ramalho (2017) Galperin (2001a) fora influenciado pelas ideias de Pavlov, Marx, Leontiev e da teoria Vygostky. (1902-1988). Este conjunto de contribuições possibilitou uma construção teórica-científica de grande relevância no tocante ao ensino como essencial e universal nos contextos escolares e na história da humanidade.

Convém pontuar que, Galperin integrou a escola de Psicologia Pedagógica Soviética, e juntamente com Vygostky (1896-1934), Leontiev (1903-1979) e Talizina (1923 - 2018) formaram um importante arcabouço teórico sobre o desenvolvimento da psique⁵⁹ no contexto da filosofia do materialismo dialético

⁵⁸ Médico, psicólogo e colaborador de A. N. Leontiev nasceu na Ucrânia, doutor em Ciências Psicológicas, dedicou seus estudos a investigar os processos psicológicos se empenhou em transformar a forma de educação no período da construção do socialismo soviético (NUÑES, 2013)

⁵⁹ Psique estuda os fenômenos que são formados na mente humana, como as percepções, sentimentos dentre outras Funções Superiores que possibilita a adaptação ao meio e os processos de aquisição dos conhecimentos.

e histórico (Nuñez e Ramalho, 2017; Nuñez e Oliveira, 2013). Em seus estudos, esses soviéticos, elencaram as possíveis estruturas processuais responsáveis pela assimilação de um conhecimento e os princípios metodológicos necessários a organização efetiva dos processos de ensino e aprendizagem, do interpéssico ao intrapéssico, ou seja, nas relações estabelecidas entre o indivíduo-meio social bem como os processos mentais individuais construídos e estabelecidos na psiquê.

A base teórica de Galperin apresenta como suporte, um conjunto de elementos a serem utilizados no desenvolvimento de princípios metodológicos para a internalização de ações mentais (diretivas) e dos conceitos que permeiam os processos de ensino e aprendizagem. Numa perspectiva de valorização da mediação da atividade orientadora como essencial nos processos de construção, internalização e assimilação de um conceito científico. Nesta teoria Galperin discute os mecanismos de interiorização das ações mentais que, em conjunto com um processo sistemático de assimilação dos conhecimentos permeiam, originam e transfere a aprendizagem. Neste estudo, Galperin se posicionou entre os estudos de Piaget e de Leontiev (1978). Todavia, convém ressaltar que Galperin (2001a) desconsidera a existência de uma predisposição ontológica para o desenvolvimento dos conhecimentos (contraria a ontogênese proposta por Piaget). Para ele, a formação de conceitos científicos ocorre de forma mediatizada por ações diretivas, intencionais e sistemáticas não dependendo da maturidade ontológica do aprendiz. Outro contraponto de sua teoria tem relação com a amplitude das atividades propostas por Leontiev (1978), pois, para ele, Galperin, nem toda atividade resulta em conhecimento. Pois, para se tornar conhecimento teórico-científico uma atividade carece da formação de habilidades específicas, sendo essas essenciais na formação dos conceitos escolares prescritos nos processos de aprendizagens, sendo o conhecimento um conceito relativo que não se separa das ações mentais.

Para Nuñez, Ramalho e Oliveira, “a habilidade é um tipo de atividade cognoscitiva, prática e valorativa que coloca o movimento teórico em ação” (2018, p.28), como um sistema de ações e operações integrados, de domínio do sujeito, que permite modificar, adequar e transformar a realidade como resposta a um objetivo. Tendo sentido para o aprendiz, o estudante, quando esse

consegue situar a habilidade e seu propósito na solução de uma situação-problema, ou seja, quando ele sabe o que fazer e como fazer (metacognição) na ação, para a ação e sobre a ação. Considerando a formação da habilidade como componente necessário ao contexto escolar e tendo o professor como agente essencial no processo de ensino, é de suma importância que este tenha conhecimento para além do comum. Pois, enquanto mediador das ações mentais responsáveis pela aprendizagem, precisa ter conhecimento teórico dos conceitos a serem desenvolvidos, a consciência do que ensinar, como ensinar e como transformar esse ensino em assimilação conceitual e posteriormente em aprendizagem. Neste interim, compete ao professor criar uma base pedagógica da ação mental para que os estudantes desenvolvam um conjunto de habilidades mais amplo. Uma habilidade geral, em que conceitos possam ser assimilados para além do conteúdo local, ou seja, que esses possam compreender, assimilar, internalizar, generalizar o sistema operacional da ação em questão (nosso estudo as frações) e oportunizar a transferência da aprendizagem para outros algoritmos matemáticos.

O processo de formação e o desenvolvimento de uma habilidade geral precisa passar por níveis diferentes, complexos e integrativos de etapas, num plano estratégico, didático e coerente com vistas a ampliação dos conhecimentos e transferência de aprendizagem para atingir o objetivo esperado. Por conseguinte, a estrutura didática necessária para a formação de uma habilidade geral, deverá ser planejada a partir de três momentos:

Figura 3. 1. Estrutura didática da habilidade geral



Fonte: Elaborado e adaptado a partir de Nuñez, Ramalho e Oliveira (2018) pela autora

O diagnóstico inicial tem como objetivo identificar o nível de desenvolvimento atual do conhecimento, o grau inicial da habilidade pretendida dentro da Zona de Desenvolvimento Proximal⁶⁰ do estudante. Na sequência a etapa da assimilação para a orientação da ação leva em consideração a unidade dialética afetivo-cognitivo, a motivação como uma necessidade de aprender, e as quatro etapas do ciclo cognoscitivo⁶¹: I) a elaboração da estrutura da ação (metodologia geral-invariante da habilidade); II) a materialização da ação (raciocínio teórico, interações intersubjetivas); III) o plano da linguagem externa (imersão do pensamento-operações intelectuais); IV) orientação do plano mental (redução da ação e a transformação em fala interna *sui generis*⁶². E por fim o controle final do processo que tem por propósito diagnosticar o grau da habilidade formada a partir de indicadores de qualidade estabelecidos (Nuñez, Ramalho e Oliveira, 2018) denominada por Galperin de parâmetros da ação.

Galperin em sua teoria, referenda essas ações e sugere que a formação e o desenvolvimento das habilidades cognitivas (geral ou particular), enquanto conhecimento teórico, ocorre por processos mediatizados e sistemático orientado por etapas de ações mentais (externas e internas) (Nuñez, 2013). Sendo imprescindível observar a existência neste processo de três etapas complementares: i) a etapa da orientação da ação e sua estrutura operacional necessária para a solução de situações-problema; ii) a etapa da aplicação da ação, das operações e dos conhecimentos habilitados e iii) a etapa de aperfeiçoamento da habilidade num processo de transferência de aprendizagem. Posicionando essa discussão na teoria, TAEAMC, a ideia fundamental, enquanto formação de conceitos, consiste na objetivação⁶³ das ações mentais (externas e internas). Ações que inicialmente necessitam de um apoio externo, mas que, à

⁶⁰Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um conceito elaborado por Vygotsky, e define a distância entre o *nível de desenvolvimento real*, determinado pela capacidade de resolver um problema sem ajuda e o *Nível de desenvolvimento potencial* determinado através de resolução de um problema sob a orientação de um adulto ou em colaboração com outro companheiro

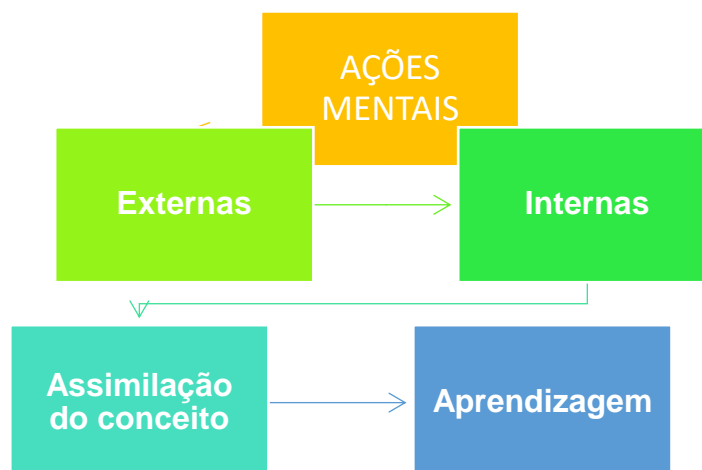
⁶¹ Etapas de formação de um conhecimento através dos quais um indivíduo apresenta aptidão para o desenvolvimento da habilidade do conhecer, do aprender, tendo como base o raciocínio, a linguagem e a memória, etc.

⁶²Termo em latim- “de seu próprio gênero” ou “de espécie única”, singularidade e particularidade de alguma coisa

⁶³ Momento da materialização da Ação, objetivar, tornar concreto o abstrato

medida que são manipuladas (etapas formativas) se transformam em processos assimilatórios de aprendizagem, numa “redução consecutiva” (Nuñez, 2009, p.113). Para Galperin, as ações realizadas no plano mental são objetos de transformação na psique, que com um desenvolvimento intelectual de qualidade se transforma em novas ações, novos pensamentos, interferem e influenciam a assimilação/aprendizagem conceitual. Essas ações, transitam do campo interpsicológico para o plano mental, intrapsicológico, possibilitando que durante o movimento, a execução as ações mentais se transformem em habilidades cognitivas, como por exemplo as Funções Superiores. No contexto escolar, anos iniciais do Ensino Fundamental, essas ações mentais, se bem manipuladas e orientadas podem se configurar como uma importante unidade dialética, numa atividade pedagógica diretiva se transformando em um veículo propulsor da aprendizagem. Generalizando essa perspectiva apresentamos o diagrama de formação conceitual no quadro 3.1 como um sistema orgânico e dialético das ações mentais.

Figura 3.2 Esquema de formação dos conceitos na perspectiva de Galperin (2001a)



Fonte: Elaborado pela autora

Vale ressaltar que esse esquema não deve ser visto como uma sequência rígida de ações, pois segundo Nuñez, Ramalho e Oliveira (2018) as etapas

formativas de um conceito tem um valor heurístico, cuja finalidade é contribuir com o trabalho do professor na organização dos processos da psique dos estudantes, na internalização das ações externas em internas e ainda na automatização e descoberta de uma ação mental adequada. Situando uma ação mental externa como unidade de análise de uma atividade, devemos considerar que essa perpassa por um conjunto de operações de internalização que obedecem a determinada lógica operacional dinâmica, que podemos chamar de etapas formativas da ação, durante a ação e para a ação.

Neste contexto é relevante pontuar que base teórica de Galperin (2001a) apresenta três condições necessárias para a interiorização das ações mentais: i) encontrar a forma adequada da ação; ii) encontrar a forma material de representação da ação e iii) a forma de transformar essa ação externa em interna. Na primeira condição, existe a necessidade de um planejamento que priorize de forma intencional, estrutural e direcionada as ações no sentido da formação de um conceito, além da consciência do conceito a ser formado. A segunda condição, exige que essa ação seja materializada em fatos reais, como por exemplo, como fazer, quais os mecanismos disponíveis e ainda qual o melhor caminho para transformar essa ação externa em interna, isso na perspectiva da construção de uma consciência do reflexo real, de “redução consecutiva” (Nuñez e Ramalho, 2017) A terceira condição, condiciona as ações em processos mediatizados que possibilitem a assimilação de um conceito e por consequência sua aprendizagem (Nuñez, 2009).

É pertinente mencionar que dentro destas condicionantes, reside a tríade: orientação-execução-controle, como uma base intencional, gradativa e sistemática das Ações Mentais. Na orientação temos o planejamento da ação como uma forma adequada, eficiente, da ação; na execução busca-se a materialização da ação, à forma concreta da ação e no tocante ao controle a regulação, a transformação e a garantia da assertividade da ação. Essa tríade encontra-se estruturada sistematicamente num subsistema inseparável de elementos balizadores das etapas das Ações Mentais e dos Conceitos. Em que,

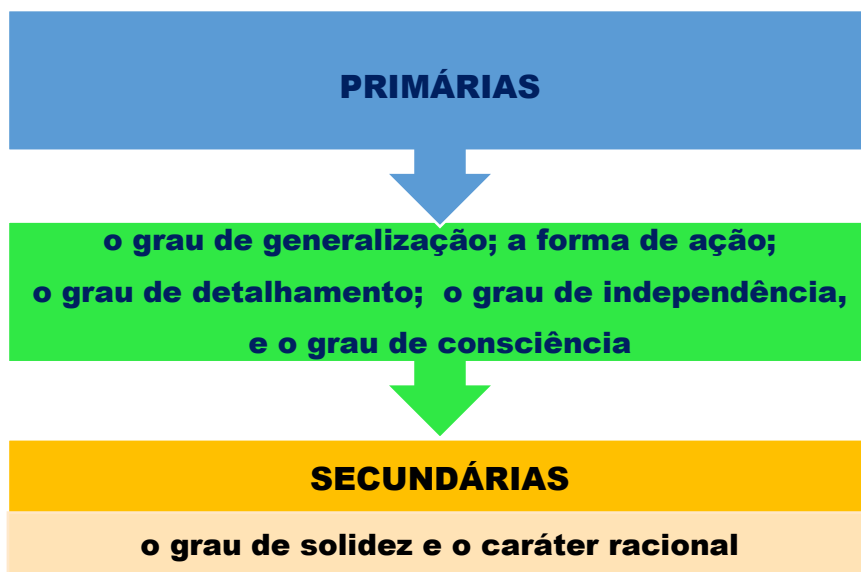
O processo de internalização das novas ações de orientação externa, ou seja, de ações materiais para mentais, implica em transformações de ações não generalizadas para generalizadas; de ações detalhadas para ações abreviadas; de ações

compartilhadas, no plano interpsicológico, para ações independentes, intrapsicológicas; e de ações conscientes para ações automatizadas (Nuñez, Ramalho e Oliveira, 2018, p.49)

Para Galperin, esse movimento se justifica, tendo em vista que, os conceitos são moveis e ativos e necessitam de um processo que garanta e possibilite o trânsito das ações mentais externas em ações mentais internas. Pois, “o objeto da direção do estudo consiste em selecionar a ação necessária e organizar sua execução de tal forma que se garanta a formação dos conhecimentos e habilidades com a qualidade requerida” (Galperin, 2013, p.85). Vale ressaltar que estes processos mentais são orientados por uma via de atividades planejadas passando uma série de etapas que posteriormente são realizadas/assimiladas no plano mental e se tornam propriedades da psique.

Para que uma ação mental (externa e interna) se torne propriedade da psique ou seja, para que ocorra a interiorização dos conceitos, Galperin, delimitou um conjunto de indicadores, parâmetros qualitativos, essenciais na formação e garantia das habilidades a serem formadas (Nuñez, 2009), os parâmetros da ação (Galperin, 2013). Sustenta que para uma melhor adequação dessas ações faz-se necessário observar nas atividades algumas características fundamentais, tais como: o grau de generalização, a forma de ação, o grau de detalhamento, o grau de independência, o grau de consciência, o grau de domínio, o grau de solidez (Galperin, 1989) e o caráter racional. Considerando esse processo como atividade direcionada, Talizina (2001), divide esses parâmetros em duas categorias, primárias e secundárias.

Figura 3.3. Características da Ação Mental



Fonte: Elaborado e adaptado pela autora

As cinco primeiras qualidades, as primárias, constituem o grupo das propriedades essenciais dos indicadores qualitativos da ação, permitem ajustar, avaliar de forma detalhada as potencialidades da ação no direcionamento da intencionalidade conceitual e procedimental da ação além de situar a Zona Proximal na e para a ação. As últimas, as secundárias, dependem das primárias para garantir a qualidade e a observância procedimental da redução consecutiva das ações e a transferência da aprendizagem. Cada um desses indicadores qualitativos da ação tem como objetivo possibilitar condições de validação e garantia da assimilação conceitual pretendida. Convém ressaltar que, numa ação-orientada as ações externas são convertidas em ações mentais internas interferindo no grau de generalização, abreviação e assimilação das habilidades e por consequência ocasionado a aprendizagem pretendida (Galperin, 2011).

Para que essas ações gerem habilidades e se transformem em conhecimentos teóricos, essas precisam ser organizadas de forma intencional e sistemática numa estrutura metodológica diretiva, nos moldes da Base Orientadora da Ação – BOA⁶⁴ de Leontiev. Esse sistema operacional direciona

⁶⁴ Nesse estudo, essa base, orientou o desenvolvimento de um Produto Didático Educativo – PDE que será apresentado no apêndice I, página 169.

a construção e/ou reconstrução da aprendizagem mediado por ações que envolvam o professor enquanto ser (trans)formado e (trans)formador do seu meio, o estudante enquanto ser ativo, autônomo e autorregulador de sua aprendizagem. Essa base tem como propósito a orientação do estudante no processo formativo da habilidade, é subjetiva e somativa (resposta a uma ou várias situações-problema) dentro de um limite de generalizações. Segundo Nuñez, Ramalho e Oliveira (2018, p.44), essa base deve considerar:

- a) As particularidades dos estudantes;
- b) A base gnosiológica na qual se sustenta o sistema de ações que configuram a estrutura da habilidade e
- c) O sistema de motivos que mobiliza a personalidade do estudante em relação à habilidade, objeto de formação.

A BOA, enquanto instrumento de transformação, possibilita um suporte, uma orientação objetiva para a execução das atividades do aprendiz no sentido de transformar uma ação mental externa e interna respeitando suas especificidades, seus conhecimentos e os sistemas organizacionais intelectuais abrigados. Ampliando a estrutura da BOA, Galperin introduziu o Esquema da Base Orientadora Completa da Ação, EBOCA, que tem por finalidade a organização racional e invariante do sistema de operações da ação mental, chamado de invariante operacional (IO). “Um esquema externo que ajuda a reconfigurar a base orientadora de cada estudante para se constituir numa referência de reflexão em relação ao conteúdo das disciplinas” (Nuñez, Ramalho e Oliveira, 2018, p.44). Esse esquema, o EBOCA, tem como suporte possibilitar a estrutura adequada para a orientação, execução e controle da ação desejada.

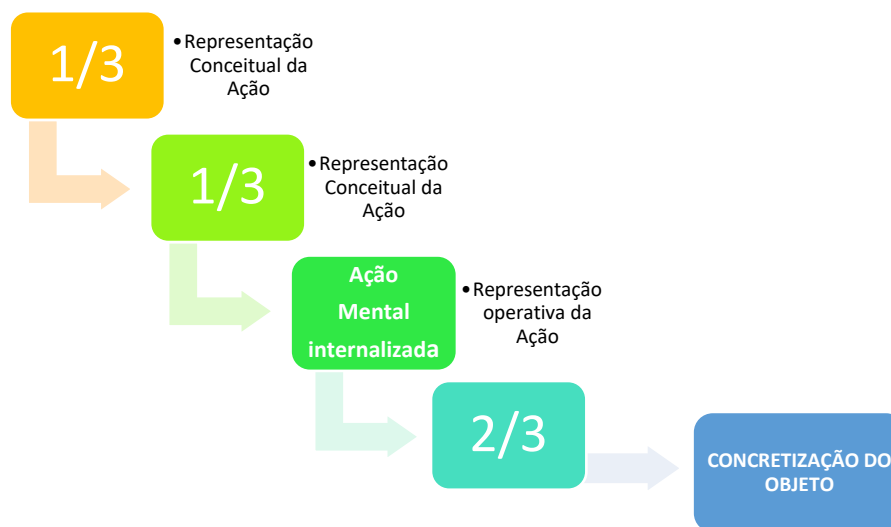
Tanto a BOA como o EBOCA são instrumentos que possibilitam contrastar, explicitar e evidenciar a existência dos esquemas mentais dos estudantes em suas bases diretivas como modelo estratégico que revelam as habilidades formadas ou em formação dos conhecimentos científicos disciplinares. No caso dos conhecimentos da matemática curricular esses devem assegurar a execução correta da ação, considerando suas características primárias e secundárias, tais como: a forma, a generalização, a razoabilidade, a consciência, a abstração, a solidez dentre outras. No caso do nosso objeto de estudo, o conhecimento do professor do 5º ano do Ensino Fundamental e o objeto matemático, as frações, a BOA e o EBOCA coadunam para assegurar que as

etapas de ações mentais possibilitem o acesso aos conhecimentos teóricos básicos que estruturam o conceito de frações (anos iniciais) e seu sistema operacional. E como consequência ocorra a internalização das ações mentais do conceito em questão, se transformando em conhecimento teórico possibilitando a transferência das habilidades particulares para a progressão das aprendizagens essenciais da Educação Básica (anos finais, Ensino Fundamental e Ensino Médio).

3.2 As implicações da Teoria de Galperin (1989) na formação do conceito de fração

Dando seguimento a discussão do nosso objeto de estudo, o conhecimento matemático das frações por professores do 5º ano do Ensino Fundamental, a teoria sinaliza a observância da formação de quem media as etapas das ações mentais como veículo efetivo no trânsito das ações mentais externas para as ações mentais internas (assimilação do conceito), ou seja, a relevância do papel do professor mediador nesse interim. Tomando emprestado as ideias de Galperin, a relação dos problemas ocorridos entre o desenvolvimento de um conceito e o ensino está diretamente ligado com a definição do método de ensino, só é ensino se promover um potencial desenvolvimento um “ciclo cognoscitivo” (Galperin, 1989), uma relação com a Zona de Desenvolvimento Proximal (Vygostky, 1984) e seu potencial didático (Nuñez, 2009). Posto isso, o professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental ao adotar uma determinada metodologia de ensino precisa ter consciência das ações mentais sublimadas, da orientação, a execução e do controle do resultado (significado). Por exemplo: Se perguntarmos a um estudante do 5º ano do Ensino Fundamental, qual o valor da soma de $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, e a resposta de $\frac{2}{3}$ for imediata e automática, significa que já ocorreu o desenvolvimento da ação mental interna. Ou seja, o estudante compreende a representação conceitual da ação (a que se refere essa operação), a representação operativa da ação (como adicionar frações de mesmo denominador) e a representação materializada da ação (concretização do objeto $\frac{2}{3}$).

Figura 3.4 Esquema do processo operacional de uma adição de frações na TAEAMC



Fonte: Elaborado e adaptado pela autora

Porém, vale lembrar que, a resposta automática, $2/3$, traz consigo um conhecimento subjacente que passou por um processo formativo, anterior, para se estabelecer, como por exemplo, a internalização do significado da fração como parte/todo e do sistema operacional aditivo, deixando claro a internalização do algoritmo operatório das frações. Pois, em algum momento, o que o estudante sabe hoje, não sabia antes, o que hoje se encontra materializado em uma ação interna era desconhecido até a pouco tempo. O conhecimento teórico identificado na ação, resposta imediata, não é ontogênico, foi construído e precisou ser internalizado por Etapas de Ações Mentais para ser consolidado, assimilado, formar os conceitos e possibilitar sua aprendizagem. Quando o estudante apresenta uma habilidade geral referente a um conceito/conteúdo matemático subentende-se que ocorreu a objetivação desse conceito no seu intelecto.

Para Galperin (2013) as ações mentais são reflexos derivados dessas ações materiais que objetivadas se transformam em aprendizagem. No caso do exemplo descrito, a ação mental internalizada se estabeleceu como uma

habilidade, pois foi realizada mentalmente, ocorrendo uma transformação no objeto ($1/3 + 1/3$), constituindo-se como portas de entrada para o estudo das operações com frações⁶⁵. Nuñez (2009) corrobora nesse sentido ao ressaltar que a compreensão dos conceitos e habilidades que possibilitam a assimilação conceitual da representação operatória (frações do estudo) ocorre no âmbito do psiquismo, daí a importância da escolha da base orientadora da ação.

Por outro lado, se o estudante precisar pensar no resultado da operação ($1/3 + 1/3$), significa que a ação externa ainda não se internalizou. Nesse caso, para que a assimilação do conceito ocorra é necessária uma ação mediatizada (atividade-orientada) que viabilize o trânsito das ações mentais e propicie condições concretas para garantir o êxito na realização dessa atividade. Para lograr sucesso nessa ação, Galperin (2013) propõe que esse mecanismo considere quatro etapas fundamentais: I) a formação da base orientadora da ação, BOA; II) a formação do aspecto material da ação; III) a formação do seu aspecto linguístico e IV) a formação dessa ação como um ato mental e a EBOCA. Uma atividade-orientada que apresente o objeto da aprendizagem, seu caráter invariante e leve em consideração o modelo do objeto, o conhecimento conceitual do objeto (fenômeno a ser assimilado); o modelo da ação, o conhecimento operativo do conhecimento a ser assimilado (conjunto de operações eficientes) e o modelo do controle, a regulação do processo (Galperin, 2013). Para a verificação das condições necessárias há de se considerar a averiguação dos acertos e erros em função da orientação-execução-controle das ações mentais potencializadoras das aprendizagens (Nuñez, 2009).

A Teoria da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos, reforça a necessidade de refletir sobre o processo formativo dos professores que ensinam matemática no Ensino Fundamental, considerando a importância do papel das ações mentais no processo de assimilação dos conceitos. Numa formação que possibilite aos professores condições favoráveis para o desenvolvimento de uma didática potencializadora de aprendizagens, que tenha

⁶⁵ Situação semelhante aconteceria se a operação fosse $1/2 + 1/3$. Se o estudante tem consciência da equivalência relacional entre $1/2$ e $3/6$ e entre $1/3$ e $2/6$ o processo mental seria mediatizado pelo grau de generalização do algoritmo operatório, que exibiria a formação conceitual das operações de adição de frações.

por suporte as transformações das ações mentais externas em internas como objeto de instrução. Que compreendem o processo de ensino (em particular o estudo das frações) como resultado de operações mentais e contribua positivamente para o processo de assimilação/aprendizagem do conceito de fração nos domínios dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Num direcionamento cujos benefícios caminham no sentido da independência cognitiva e formativa do professor enquanto agente responsável pelo processo de ensino e propicie a tomada de consciência do que ensinar e qual a melhor estratégia metodológica e teórica para esse ensino, fator em discussão no nosso estudo.

CAPITULO IV

CAMINHOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo apresentamos nossa proposta de pesquisa que teve como objetivo geral: *analisar como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental modificam seus conhecimentos e/ou práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos dos números racionais*. E objetivos específicos: i) identificar a natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange aos números racionais; ii) analisar as influências conceituais nas práticas didático-pedagógica dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange aos números racionais a partir de ações formativas e iii) investigar os conhecimentos que residem nas práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no ensinar dos números racionais.

Com a finalidade de alcançar os objetivos propostos, elaboramos um estudo científico que foi delineado por quatro etapas processuais e sistemáticas. Inicialmente faremos uma discussão a partir da opção teórico-metodológico, o universo e participantes do estudo. Na sequência, os instrumentos investigativos utilizados em cada etapa e como esses, segundo nosso entendimento, contribuem na formação do conceito de fração enquanto objeto de conhecimento da Matemática elementar apresentado nas diretrizes curriculares para o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.1 Opção teórico/metodológica da Tese

Para responder ao questionamento sobre como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental modificam seus conhecimentos e/ou práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos dos números racionais, utilizaremos como apoio, uma metodologia ancorada em dois momentos: o primeiro numa pesquisa exploratória de abordagem diagnóstica e o segundo numa abordagem de pesquisa-formação.

A escolha da metodologia exploratória com abordagem diagnóstica considerou que numa modalidade de estudo o pesquisador busca obter informações mais precisas ou dados mais esclarecedores a seu respeito de um determinado fenômeno (inquietante ou ainda pouco explorado), como no nosso caso, o conhecimento dos professores em relação às frações. A escolha deste tipo de pesquisa considerou a possibilidade de construir um banco de dados inicial que fosse independente, prático e apresentasse informações técnicas do conhecimento dos professores participantes da pesquisa logo na primeira etapa investigativa. Outro fator preponderante para essa escolha, foi que ao explicitar (explorar) um problema, o pesquisador adquire uma maior familiaridade com a questão investigada enquanto possibilita o levantamento, o teste de hipóteses ou até mesmo a refutação das hipóteses a princípio levantadas (GIL, 2002). Avaliamos também que, numa pesquisa exploratória existe a possibilidade de uma sondagem para verificar se uma determinada ideia de investigação é viável ou não (Fiorentini e Lorenzato, 2012).

A outra opção metodológica para a pesquisa, a abordagem da pesquisa-formação, considerou a possibilidade de construir uma relação mais orgânica com seus participantes, que não apenas diagnosticasse o problema, mas agisse sobre ele. Pois, de que adianta identificar o problema se não propomos solução? Uma interação didático-pedagógica com vistas a transformar as realidades a partir de momentos de reflexão, (re)significação e (re)construção dos conhecimentos vigentes (Ximenes e Corrêa, 2022). Nesse contexto, conjecturamos que a pesquisa-formação tem como premissa envolver os participantes num processo formativo que assegure mudanças e/ou readaptação procedimental do fazer pedagógico, pois o pesquisador enquanto sujeito intermediador de conhecimentos científicos precisa contribuir para que essas mudanças se efetivem e tenham continuidade.

Considerando nosso objeto de estudo, o conhecimento matemático do professor do 5º ano do Ensino Fundamental, os momentos metodológicos propostos possibilitaram uma investigação e uma reflexão sobre a problematização das dificuldades pedagógicas conceituais dos professores no que concerne as estruturas básicas das frações no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com relação aos participantes da pesquisa foram oito professoras⁶⁶ do 5º ano do Ensino Fundamental da rede pública de ensino de uma cidade do interior da Bahia⁶⁷. Todas se encontravam em atividade laboral durante a proposta investigativa e aceitaram participar da pesquisa de livre e espontânea vontade. Essas professoras, eram todas graduadas em pedagogia, com mais 10 anos de formação. Dentre essas, seis são egressas da UNEB e duas da rede privada de Ensino Superior. Das egressas da UNEB, apenas uma graduou-se na Rede UNEB, curso de duração de dois anos, as outras foram formadas no regime regular, cursos com quatro anos de duração. As duas professoras graduadas na rede privada não informaram o tempo de duração do curso ou o número de semestre integralizado da graduação.

Por uma questão ética, foi sugerida a essas professoras que escolhessem um nome fictício para serem identificadas na pesquisa. Esses nomes tiveram por base nome de flores e, assim foram identificadas, como: Rosa, Camélia, Girassol, jasmim, Orquídea, Açucena, Bromélia e Margarida. Os critérios utilizados para a seleção dessas professoras, além da autorização da Secretária de Educação, levaram em consideração a formação inicial ou continuada das mesmas, pois, os participantes da pesquisa não poderiam serem graduados em matemática ou especialistas na área e ainda estarem ou terem passado por algum tipo de formação em matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A escolha do 5º ano como referência para o estudo aconteceu primeiro devido a Lei 9394/96 que considera que o professor regente nas salas de aula deste ano deverá ser graduado em pedagogia e não necessariamente um professor-especialista em Matemática. E depois, devido a localização curricular

⁶⁶ Foram convidados 10 professores, independente do gênero. Na primeira etapa todas as 10 professoras participaram da investigação, no entanto no primeiro encontro da etapa 02 apenas nove professoras compareceram. E nas etapas subsequentes apenas oito professoras se fizeram presentes e participaram ativamente da pesquisa, por isso consideramos como participantes da pesquisa apenas estas oito professoras, sendo excluídas as observações das professoras que desistiram no início do estudo.

⁶⁷ A escolha do município ocorreu por termos facilidade no acesso a Secretária de Educação e a autorização para a geração dos dados da pesquisa (a autorização consta como documentos da plataforma Brasil, enviados para o comitê de ética da Universidade). A seleção e adesão das professoras participantes da pesquisa, vieram a partir do convite da coordenação dos anos iniciais da SEC desse município a todas os professores da rede que atuavam no 5º ano do Ensino Fundamental.

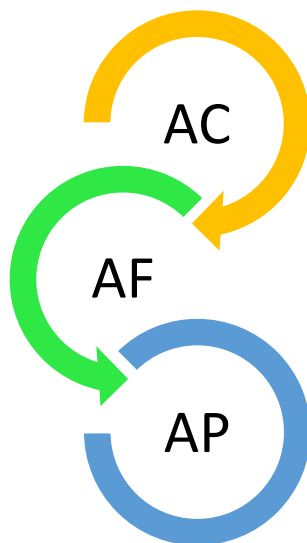
das frações, haja visto que estas nas diretrizes curriculares da BNCC pertencem ao conjunto dos números racionais, cuja introdução inicia-se a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. E em terceiro lugar, por considerarmos que no 5º ano do Ensino Fundamental ocorre o encerramento de um ciclo de aprendizagem (anos iniciais) cujo o processo de ensino requer a formalização de conceitos básicos que serão ampliados nos anos finais do Ensino Fundamental. Período marcado por modificações, exigindo do professor uma competência maior para identificar e resolver possíveis falhas conceituais, particulares e complexas, ocorridas durante os anos anteriores, entre o final dos anos iniciais e o início dos anos finais do Ensino Fundamental.

4.2 Instrumentos investigativos

Considerando os princípios teórico-metodológicos que direcionam o estudo aqui apresentado, a pesquisa exploratória e a pesquisa-formação, a geração do banco de dados aconteceu em três fases investigativas: a primeira etapa, denominada Ação Conceitual - AC; a segunda, Ação Formativa- AF e a terceira etapa, Ação Prática – AP. A primeira, AC, de natureza exploratória com abordagem diagnóstica permitiu uma investigação dos conhecimentos conceituais dos professores participantes da pesquisa a respeito das noções básicas das frações. A segunda etapa, AF, de natureza formativa, teve como propósito averiguar a natureza dos conhecimentos dos professores, desenvolver ações de ensino e por consequência uma recomposição da aprendizagem na perspectiva da Assimilação por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos de Galperin (1989). Essa etapa teve como suporte didático-pedagógico um modelo técnico/metodológico que permitisse a (re)construção das aprendizagens em relação as frações enquanto objeto de conhecimento curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental. E por fim, não menos importante, a terceira etapa, AP, teve como proposta a experimentação, a observação das práticas didático-pedagógica dos participantes e os vestígios das ações emergidas durante as atividades ocorridas durante a etapa anterior.

Convém ressaltar que antes de iniciarmos a geração dos dados, os participantes da pesquisa, juntamente com o pesquisador, participaram de uma roda de conversa para esclarecimento sobre o objeto de estudo, o objeto matemático e a dinâmica proposta durante a investigação. Nesse interim, foi apresentado aos participantes o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) que, após uma leitura foi assinado por todos os participantes e devolvido ao pesquisador conforme orientações do Comitê de Ética em Pesquisa (Parecer nº 2.212.369, CEP/UESB). Foi também acertado um cronograma contendo as informações necessárias a cada etapa, tais como: dia, turno e duração, bem como a base conceitual (objeto matemático) de cada encontro. Esse cronograma foi encaminhado como ofício a Secretaria de educação do município para aprovação, autorização e divulgação nas escolas cujos participantes da pesquisa estivesse lotado.

Figura 4.1 ETAPAS INVESTIGATIVAS DA PESQUISA



Fonte: Dados da pesquisa

4.3 Etapa de investigação 01: Ação Conceitual – AC

Esta etapa investigativa teve como propósito atender ao primeiro objetivo específico proposto no estudo de “identificar a dimensão epistemológica e a natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental

no que tange a estrutura básica das frações”. Neste contexto as professoras participantes da pesquisa foram submetidas a um instrumento diagnóstico, no formato de um teste contendo um total de nove situações-problema. Essas situações-problema tiveram por base os conceitos teóricos das frações abordados no 5º ano do Ensino Fundamental, segundo a Base Nacional Comum Curricular⁶⁸, BNCC (Brasil, 2017) e semelhantes a modelos utilizados pelos manuais didáticos para o ano escolar em questão.

A aplicação desse instrumento/teste ocorreu sem nenhum tipo de consulta a material externo. As participantes da pesquisa responderam individualmente as nove situações-problema num mesmo dia, ambiente e horário (dia 26/04/23, sala de aula e entre 16:30h – 17:30h, respectivamente)⁶⁹. O tempo disponibilizado (e utilizado) para resolução (ou tentativa) das situações-problema do teste foi de aproximadamente de 60 minutos. É relevante pontuar que, as participantes da pesquisa não souberam antecipadamente da existência desse teste e do conteúdo curricular abordado tanto no teste como no estudo como um todo. Em outras palavras, eles não tiveram acesso a nenhum tipo de informação sobre qual era o objeto de estudo(conhecimento) e/ou objeto matemático (frações) a ser analisado na pesquisa.

Amiúde, esse instrumento investigativo/teste, teve como aporte conceitual os números racionais e suas representações fracionárias no tocante a sua compreensão conceitual; o significado dessas frações (parte/todo, divisão, medida, quociente e operador multiplicativo); a noção de equivalência; as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Neste instrumento interessava-nos, *a priori*, as estratégias de ação (VERGNAUD, 1996) apresentadas nos protocolos de respostas que as participantes da pesquisa apresentariam na resolução e/ou tentativa de resolução das situações-problema do teste. Essas mesmas estratégias de ação foram analisadas *a posteriori* para compor juntamente com as outras duas etapas, AF e AP, a base analítica do estudo⁷⁰. Esse interesse pautou-se na perspectiva de identificar e

⁶⁸ Considerando também a necessidade de trazer a BNCC como base na construção do instrumento de investigação, pois, conforme reza o § 8º do art. 62 da LDB, os currículos dos cursos de Formação Docente para a Educação Básica devem ter como referência a BNCC.

⁶⁹ O dia, o local e o horário foram acordados previamente com as coordenações das escolas e anuência de todos os participantes da pesquisa

⁷⁰ Capítulo IV

analisar as estratégias de ação apresentadas, os conhecimentos subjacentes, os indícios da forma de pensar e raciocinar das professoras em relação aos conceitos basilares das frações. E, ainda se os conhecimentos apresentados nessas estratégias (operatórias ou não) resultavam de operações cognitivas científicas ou práticas, ou seja, qual a natureza dos conhecimentos das professoras participantes da pesquisa. Em síntese interessava-nos além de identificar, buscar os lastros construtores do conceito de fração, o que sabem e qual a dimensão desse conhecimento, no entanto essa busca teria que aguardar as próximas etapas da pesquisa para ser respondida.

Essas estratégias de ação apresentadas nos protocolos de respostas também conhecidas como teoremas-em-ação (Vergnaud, 1996) são considerados elementos importantes na busca por entendimentos do processo de formação de um conceito matemático (Porto, 2018), e uma vez identificados nos protocolos de respostas das professoras forneceram subsídios para que pudessemos adentrar nas etapas seguintes da pesquisa. Esses teoremas-em-ação foram analisados cuidadosamente durante o processo analítico dos dados gerados e apresentados no capítulo IV, análise dos dados gerados, página 102.

O instrumento investigativo/teste⁷¹ dessa etapa, AC, foi elaborado tomando por base o reconhecimento das frações, enquanto elemento do conjunto dos números racionais, os seus significados, a leitura desse num contexto matemático, a sua representação reta numérica, a noção de equivalência que envolve dois números fracionários, e as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Para melhor compreensão, apresentaremos o instrumento investigativo/teste⁷², a partir das questões que o compõem e concomitante a essas uma análise *a priori* segundo as o contexto das habilidades (geral ou particular) necessárias ao seu desenvolvimento curricular das frações (5º ano do Ensino Fundamental) sustentadas pela teoria de Galperin (1989). Para efeito de validação convém ressaltar que essas

⁷¹ Um teste piloto foi previamente testado com os participantes do grupo de pesquisa.

⁷² O instrumento investigativo/teste aplicado aos professores participantes da pesquisa foi formatado contendo espaços para a apresentação das estratégias de resolução, aqui apresentamos apenas um esboço visual contendo as situações-problema (integra no apêndice III, página 182).

questões se encontram ancoradas nas competências e habilidades propostas na BNCC para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

4.3.1 Análise *a priori* do instrumento investigativo/teste

<p>Questão 01</p> <p>Considerando os números racionais a seguir, preencha as lacunas com o sinal de > (maior) ou < (menor) ou = (igual) e justifique sua resposta utilizando-se de estratégias geométricas.</p>
a) $\frac{1}{3}$ édo que $\frac{1}{5}$?
b) $\frac{7}{2}$ édo que $\frac{5}{2}$?
c) $\frac{5}{6}$ édo que $\frac{5}{4}$?
d) $\frac{3}{2}$ édo que $\frac{6}{4}$?
e) $\frac{3}{8}$ édo que $\frac{6}{7}$?

Na primeira questão, Q01, as frações apresentadas tem o significado de número, sendo o objeto de conhecimento a comparação e a ordenação entre duas frações. Tendo como base a noção de equivalência e como resultado/justificativa uma conversão entre a forma numérica e a geométrica da fração, ou seja, a fração enquanto figura e número. Para tanto, buscou propiciar a identificação das habilidades:

- (EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias como unidades de medida menores do que uma unidade;
- (EF05MA03) Identificar e representar frações (menores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo;
- (EF05MA04) Identificar frações equivalentes;
- EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representação fracionária) (BRASIL, 2017, p.291 e 295).

No contexto do trânsito das Ações Mentais externa-interna (Galperin,1989), pressupomos, primeiramente ao estabelecer uma comparação num mesmo registro numérico teremos condições de verificar a existência de um conhecimento basilar e na sequência ao converter essa fração para um registro figural (geométrico) identificaremos a formalização conceitual da fração

enquanto número, sendo possível analisar a ocorrência da assimilação do conceito e a internalização das ações mentais que comprovam o domínio conceitual.

Questão 02

Diogo, Matheus e Giovanna receberam uma herança de seus avós que deverá ser repartida da seguinte maneira:

Diogo $\frac{2}{5}$ do total, Matheus $\frac{2}{8}$ do total e Giovanna $\frac{2}{7}$ do total. O restante será doado a uma instituição de caridade.

Quanto coube da herança a cada neto?

Justifique sua resposta, apresentando as estratégias utilizadas no quadro abaixo.

Nessa segunda questão, Q02, as frações apresentadas trazem o significado de parte-todo, sendo o objeto de conhecimento pleiteado o reconhecimento de uma fração enquanto parte de um todo, no caso uma herança. No estabelecimento de comparação e ordenação das mesmas, buscou-se identificar as características e a representação parte/todo das frações que apresentam numeradores iguais e denominadores diferentes. Coexiste ainda, nessa questão, vestígios das operações de adição, subtração e divisão de frações. Teve como referência as habilidades:

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo;

EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representação fracionária) (BRASIL, p. 295, 2017)

A intencionalidade conceitual desta questão assenta na possibilidade de verificar a competência quanto aos algoritmos operatórios da adição e a subtração de frações e nos mecanismos adotados pelo participante da pesquisa.

Questão 03

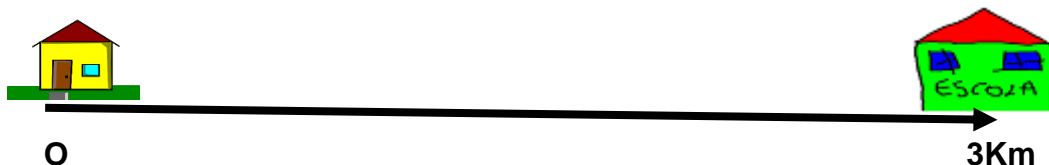
Diogo precisa caminhar 3 km de sua casa até a escola.



Ele costuma fazer o percurso parando em locais estratégicos, como: a casa dos seus amigos Zeca e Fernando, a lojinha da dona Maria, a oficina do tio Pedro, sem falar, a venda de seu Antônio para comprar balas.

A venda de seu Antônio fica a $\frac{1}{5}$ do percurso; a casa dos amigos Zeca e Fernando nos pontos $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{6}$, respectivamente do percurso, a lojinha da dona Maria no ponto $\frac{3}{4}$, a oficina do tio Pedro, que corresponde a $\frac{1}{3}$ do percurso total e por fim os três chegam juntos ao portão de entrada da escola.

Considerando os pontos como números racionais coloque na reta numérica abaixo os pontos nos quais Diogo para, da porta de sua casa até o portão da escola.



A terceira questão, Q 03, apresenta as frações enquanto medidas, pois compara as distancias geográficas entre duas variáveis: casa-escola; casa-venda; casa-lojinha; casa x casa. O objeto de conhecimento consiste em explorar a capacidade de localizar e ordenar essas medidas, representadas pelas frações, numa reta numérica. Segundo a BNCC, as habilidades presentes na questão são:

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso;

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes e

(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica. (BRASIL, p.295,2017).

Questão 04

O lanche de final de semana foi pizza. Diogo comeu $\frac{1}{3}$ da pizza e seu irmão Matheus comeu $\frac{4}{6}$ da mesma pizza.

a) Que fração os dois comeram juntos?

- b) Quanto da pizza sobrou?
- c) Represente geometricamente cada item acima

A quarta questão, Q04, traz implícita o significado das frações como parte-todo ao trazer essas como pedaços de uma pizza inteira. O objeto de conhecimento a ser investigado consiste na capacidade de comparar e ordenar frações, a partir da representação fracionária evoluindo para a representação geométrica. Ambos permeados pela noção de equivalência existente entre esses. Coexiste ainda, as operações de subtração e adição das frações, o reconhecimento e representação do número inteiro como número racional. As habilidades observadas no escopo conceitual da questão tomam por base as habilidades:

EF05MA04) Identificar frações equivalentes e
(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (BRASIL, p. 291 e 295,2017).

Questão 05

No final de semana no campinho do bairro teve um jogo de futebol entre os times de Diogo e Matheus. Durante o primeiro tempo do jogo, o time de Matheus chutou a bola 16 vezes, sendo que dessas, 7 foram na direção do gol e 2 convertidas em gol. Por outro lado, o time de Diogo chutou a bola 12 vezes sendo 5 na direção do gol e 3 convertidas em gol.

Determine, utilizando números racionais, no Registro de Representação Numérica, a expressão fracionária que representa o desempenho dos dois times em relação ao número de:

- a) Chutes na bola em direção ao gol;
- b) Chutes convertidos em gol;
- c) O percentual relativo ao número de chutes em cada uma das situações acima.

A questão, Q05, difere das outras situações ao apresentar as frações numa linguagem corrente e de forma implícita as frações imersas na questão

têm o significado de parte-todo. Traz a questão relacional (proporção) como uma variante epistemológica da fração (equivalência conceitual), exigindo uma conversão do objeto de conhecimento, a fração, da linguagem corrente para a representação numérica e posteriormente uma transformação. Tendo também a necessidade de compreender e transformar a forma fracionária para a percentual (alternativa c), como elementos essenciais na sua resolução (ou tentativa). Apresenta uma variação conceitual e representativa de uma mesma fração, enquanto fortalece os vínculos de equivalência conceitual dentro do conjunto dos números racionais. Uma das habilidades subjetivas a serem desenvolvidas na aprendizagem é:

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros (BRASIL, p.295, 2017).

Questão 06

Numa prova de Matemática, Diogo acertou seis oitavos das questões, deixou dois dezesseis avos em branco e errou o restante das questões. Considerando que em toda a prova as únicas possibilidades de Diogo são: errar, acertar ou deixar em branco as questões, determine:

- a) Qual a fração que representa as questões erradas?
- b) Diogo teve mais acertos ou erros? Por que?

A sexta questão, Q 06, assim como a Q 05, traz as frações (implícitas) como parte-todo (total de questões e acertos-erros). Apresenta o objeto de conhecimento, as frações na Língua Materna, obrigando ao participante converter o registro de linguagem materna em registro de representação numérica. Conjecturamos que esse processo de conversão provocara a sistemática das Ações Mentais (externa-interna), a orientação e a execução da ação objetivada (Galperin, 1989) ao estabelecer a relação de equivalência entre os diferentes registros, a habilidade operatória da subtração e adição de frações. No leque das habilidades propostas na BNCC, podemos considerar:

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes;

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 291 e 295, 2017).

Questão 07

Certifique-se de que os resultados atribuídos a cada item estão corretos. No caso de encontrar algum resultado incorreto, refaça-o.

a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

c) $\frac{5}{4} + \frac{1}{8} + \frac{2}{16} = \frac{3}{2}$

b) $\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$

d) $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{20}{32}$

A questão, Q07, apresenta as frações enquanto números, pois não estabelece relações das mesmas com nenhum contexto real ou fictício. O propósito foi despertar os conhecimentos das professoras participantes no momento em que questiona a veracidade das respostas das operações postas (adição e subtração). Buscamos nessa questão, identificar a competência de reconhecimento, as habilidades de estratégias operativas (convencionais ou não) e a capacidade de avaliação quanto aos erros inseridos intencionalmente (e correção dos mesmos). Propõe de forma intencional, erros conceituais comuns na perspectiva de verificar a segurança cognitiva e operatória dos participantes da pesquisa. Visto que, as Ações Mentais internas, nem sempre existiram, primeiramente foram externas, materiais, o que podemos ver hoje são reflexos derivados das Ações externas (Galperin, 1989). Numa relação competência-habilidade na BNCC:

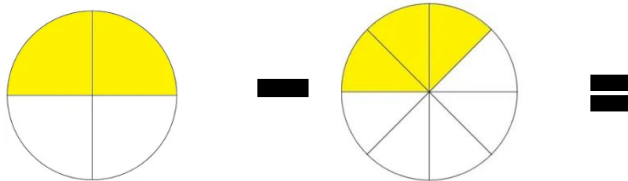
(EF05MA04) Identificar frações equivalentes;

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 291 e 295, 2017).

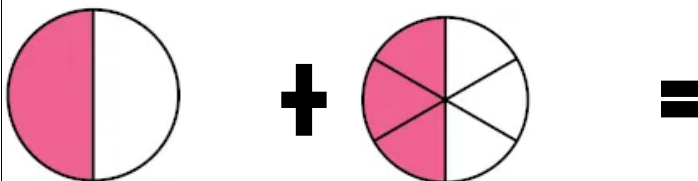
Questão 08

Considerando as frações apresentadas na forma geométrica a seguir, resolva as operações propostas (partes coloridas) e, apresente o resultado em representação numérica e geométrica (se possível).

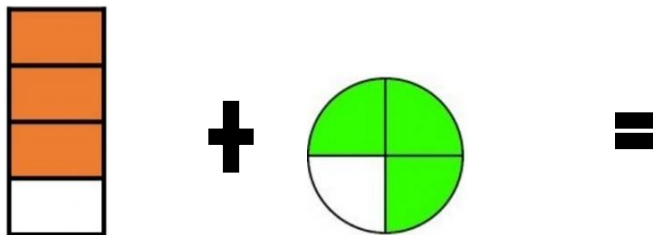
a)



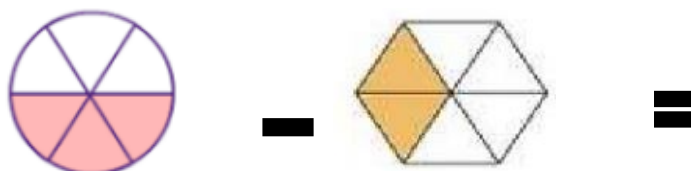
b)



c)



d)



A oitava questão, Q 08, apresenta as frações como parte-todo numa representação figural. Na tentativa de resolução, o participante terá que fazer a conversão da fração enquanto figura para o numérico, e na sequência efetuar propositiva operacional em questão. A conversão destas representações consiste no trânsito entre as ações mentais externas, materializa-se na área geométrica do todo (a figura) e internalizada se transforma na representação da fração que é objeto questionado. O mesmo ocorre com as operações pretendidas exequível ou não (alternativas c e d). A questão possibilita identificar

essa transição e traz de forma explícita (externalizada) ou implícita (interna) a Ação Mental responsável pela ação. Contempla a habilidade de:

(EF05MA26)⁷³ Estabelecer a relação de área no contexto dos números racionais;

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos

Questão 09

Analise as seguintes situações-problemas:

a) Diogo tem uma caixa de bolinhas de gude com 360 gudes. Na escola ele distribui $\frac{4}{9}$ dessas bolinhas com seus colegas. Quantas bolinhas de gude ele distribuiu? Quantas bolinhas de gude restaram?

b) Num determinado sorteio da loteria Matheus ganhou $\frac{3}{5}$ do valor do prêmio. Porém, como ele fez o jogo junto com dois amigos, ele ficará apenas com $\frac{1}{3}$ do valor ganho. Qual a fração do prêmio realmente Matheus receberá?

c) Uma barra de chocolate foi dividida entre os irmãos, Diogo, Matheus e Giovanna. Diogo recebeu $\frac{2}{5}$, Matheus $\frac{1}{4}$ e Giovanna ficou com 70 gramas. Quantas gramas tinha a barra inteira de Chocolate?

d) Do valor arrecado numa rifa, $\frac{6}{8}$ será doado a duas instituições de

caridade da cidade. Sabendo que uma delas ficará com $\frac{3}{5}$ desse valor, qual a fração que caberá a segunda instituição de caridade?

Determine:

1-Quantas e quais as operações serão necessárias para resolver cada uma das situações-problema acima?

2- Apresente as estratégias de resolução utilizadas em cada uma das situações-problema acima.

⁷³ Considerando a ausência da relação entre áreas e frações nas habilidades exibidas na BNCC cunhamos a habilidade EF05MA26 que será agregada a essa tese.

A última e não menos importante questão, Q 09, foi dividida em quatro alternativas, a; b; c; e d. A alternativa a, apresenta a fração, $\frac{4}{9}$, como operador multiplicativo, pois, para se encontrar o resultado desejado (bolinhas de gude) se faz necessário efetuar a operação de multiplicação entre $\frac{4}{9} \times 70$. A alternativa b, assim com a alternativa a as frações emergem como operador multiplicativo ($\frac{3}{5}$ do valor do prêmio) e parte-todo (parte-todo, $\frac{1}{3}$ após a distribuição entre os amigos). Na alternativa c, as frações (explícita ou implícita) apresenta o significado como parte-todo ao estabelecer a parte que cada um receberá e operador multiplicativo ao trazer as 70 gramas como $\frac{7}{20}$ de um inteiro. Por fim a alternativa d, traz as frações como parte-todo, $\frac{6}{8}$ e operador multiplicativo ao buscar $\frac{3}{5}$ dos valores para uma instituição de caridade.

As alternativas da questão apresentam como base a possibilidade de investigar as habilidades operatórias (adição, subtração, multiplicação e divisão), a representação conceitual e a operativa da Ação Mental (Galperin, 1989) em relação as frações. Traz em seu escopo situações-problema padronizadas nos manuais didáticos, para investigar os conhecimentos subjacentes na questão se faz necessário compreender o nexos conceitual de um número racional com um número inteiro e sua consonância semântica, bem como a relação de um número racional como resultado de uma divisão. Dentre as habilidades podemos citar:

(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias como unidades de medida menores do que uma unidade;

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo;

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos;

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos (BRASIL, 291 e 295, 2017).

Em síntese, essa etapa investigativa AC juntamente com o instrumento investigativo/teste teve propósito provocar a imersão dos conceitos relacionados à fração, a compreensão de seus significados, a equivalência relacional e a capacidade de resolver operações básicas com frações. Nesse interim compreender a representação conceitual e a operativa da Ação Mental (Galperin, 1989) envolvida nas questões, bem como os processos mentais que as professoras participantes da pesquisa utilizam quando questionadas sobre atividades de aplicação envolvendo conceitos básicos de frações.

4.4 Etapa de investigação 02: Ação Formativa-AF

Essa etapa do estudo, buscou atender ao segundo objetivo específico do estudo de “investigar os conhecimentos que residem nas práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no ensinar das frações”. Então, a partir de uma metodologia de pesquisa-formação procuramos criar condições favoráveis para a formação e/ou a recomposição das aprendizagens no tange as frações como objeto de conhecimento matemático curricular para o 5º ano do Ensino Fundamental e ao mesmo tempo identificar os conhecimentos subjacentes identificados nas discussões ocorridas durante a etapa investigativa. A metodologia utilizada nesta etapa assentou-se na proposição de encontros formativos. Ocorreram ao todo cinco encontros presenciais, na sala 08 do Departamento de Ciências e Tecnologias, campus XVII da Universidade do Estado da Bahia- UNEB. Estes encontros foram assim distribuídos: o primeiro, com apenas duas horas de duração, mediado por uma roda de conversa coletiva e os outros quatro encontros (três horas de duração cada) com atividades de formação e (re)construção dos conhecimentos amparados por um recurso didático denominado de *fracionando* (PDE construído exclusivamente para o estudo).

No primeiro encontro (dia 13/06/23) as discussões circularam em torno da experiência vivenciada na etapa anterior, AC. Um dos objetivos desse encontro foi identificar nas narrativas dos participantes indícios da natureza dos conhecimentos matemáticos, a compreensão e dimensão conceitual das estruturas básicas das frações, abordados no instrumento investigativo/teste. Esta discussão girou em torno do entendimento das professoras participantes da pesquisa em relação a seu conhecimento conceitual das frações, numa perspectiva de autoavaliação; o reconhecimento das frações no contexto curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental; o processo de ensino adotado na regência no tocante ao conteúdo das frações; a pertinência conceitual das questões/teste como instrumento diagnóstico inicial; o reflexo da experiência de serem testados sem conhecimento prévio, dentre outros.

Os encontros subsequentes foram alinhados e ajustados como forma de garantir o caráter conceitual e metodológico do estudo, possibilitar continuidade das discussões e assegurar a participação efetiva das oito professoras

participantes da pesquisa na etapa de formação, AF. Os diálogos foram direcionados na perspectiva de gerar um banco de dados, segundo os questionamentos apresentados no quadro 3.2.2.1.

Quadro 3.2 Roteiro direcional para a roda de conversa anterior a Etapa 02: Ação Formativa

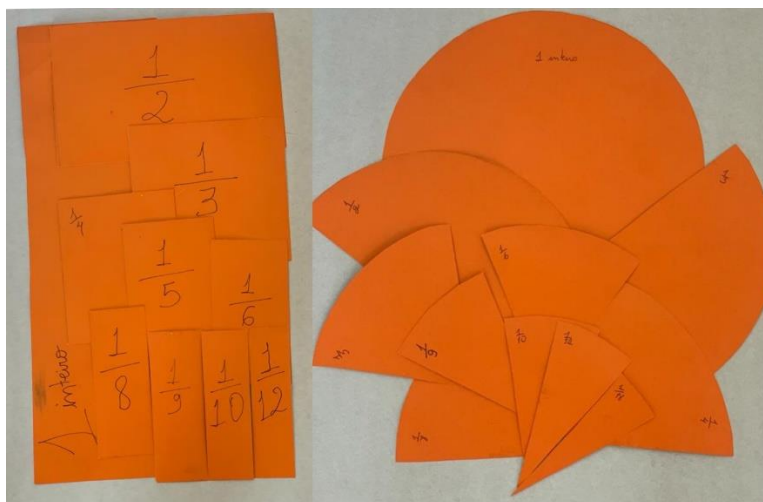
- 1- Qual a sua avaliação em relação ao instrumento investigativo/teste e as questões apresentadas?
- 2- Qual seu grau de domínio em relação aos conceitos matemáticos investigados nas situações-problemas do teste?
- 3- Os conhecimentos investigados no teste compõem a base curricular de matemática para os anos iniciais para que ano do Ensino Fundamental?
- 4- As estratégias resolutivas identificadas (narrativas) nas discussões do grupo emergem de um grupo de conhecimentos adquiridos durante qual processo formativo?
() Prático; () Universidade ou () Ambos
- 5- Os participantes da pesquisa demonstram abertura a novos processos de ensino? Como?
- 6- O que ocorrer.

Fonte: Elaborado pela autora

Com base nos questionamentos, as professoras participantes tiveram a oportunidade de verbalizar e socializar com o grupo os sentimentos que surgiram durante a realização das situações-problema do instrumento investigativo, puderam ouvir e serem ouvidas. Esses relatos foram gravados em áudios com autorização das professoras para serem analisados no decorrer da análise do estudo.

Para os quatro encontros subsequentes da etapa AF, a opção teórico-metodológico esteve aportada nos direcionamentos da Base de Orientação da Ação, BOA, (Leontiev 2014; Galperin, 1989). Esses encontros por escolha do grupo aconteceram em dias consecutivos e nos turnos matutino e vespertino com uma carga horária de três horas cada, totalizando 12 horas de Ação Formativa.

Com o propósito de natureza diretiva, construtiva e participativa utilizou-se nessa etapa como recurso didático um Produto Didático Educativo, PDE, cunhado com *fracionando*, figura 4.2. A estrutura operacional metodológica do *fracionado* será apresentada posteriormente nos apêndices II do texto em curso.

Figura 4.2 PDE- *Fracionando*

Fonte: Elaborado pelas autoras

As atividades desenvolvidas nessa etapa foram distribuídas de acordo com a organização conceitual apresentada nos manuais didáticos e nas diretrizes curriculares da BNCC (Brasil, 2017), em conformidade com cronograma (quadro 3.3) apresentado.

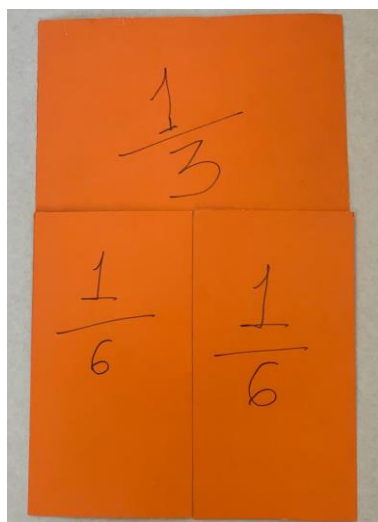
Quadro 3.3 Cronograma das Atividades da Ação Formativa

Encontro	Data - turno	Base conceitual	Habilidades (BNCC)
01	05/07/23- Matutino	Comparação de frações; Relação de equivalência entre frações	EF05MA04 EF05MA05
02	05/07/23- Vespertino	Operações de Adição e Subtração de frações;	EF05MA05
03	06/07/23- Matutino	Operações de multiplicação de frações;	EF05MA07

04	06/07/23- Vespertino	Operações de divisão de frações.	EF05MA08
----	----------------------	----------------------------------	----------

A dinâmica de trabalho nessa etapa foi o desenvolvimento de atividades orientadas em grupos (duplas ou trios) que possibilitasse a materialização das ações mentais externas e a conversão das mesmas em internas. A intencionalidade investigativa foi possibilitar discussões e questionamentos intra e inter grupos buscando por respostas das atividades propostas, em tempo real. Para isso, direcionamos nossas estratégias de ação no manuseio do PDE como recurso metodológico analítico com enfoque nas frações equivalentes. Situamos a equivalência relacional entre as frações (figura 3.4) como elemento mediador das operações básicas de adição e subtração que envolvem o estudo das frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental e seu algoritmo operatório.

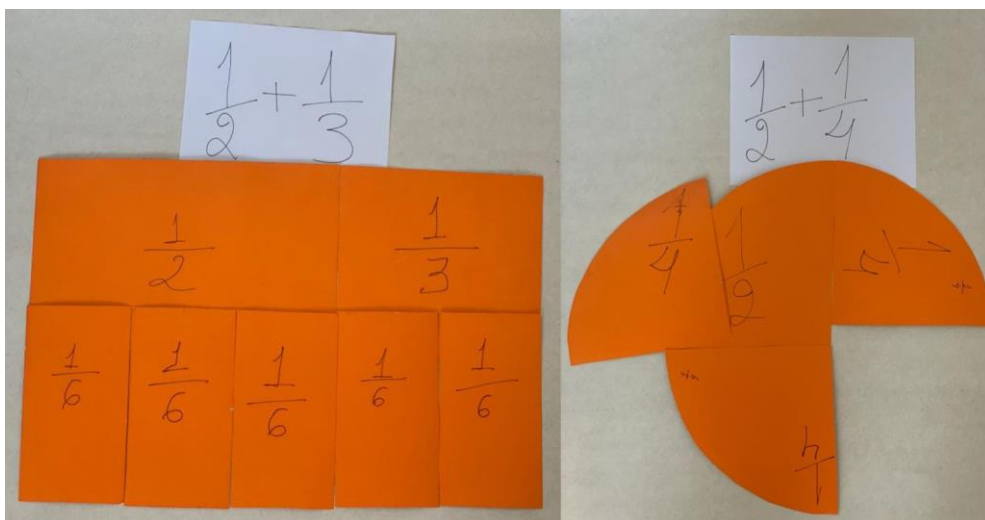
Figura 4.3 Modelo de relação de equivalência via PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

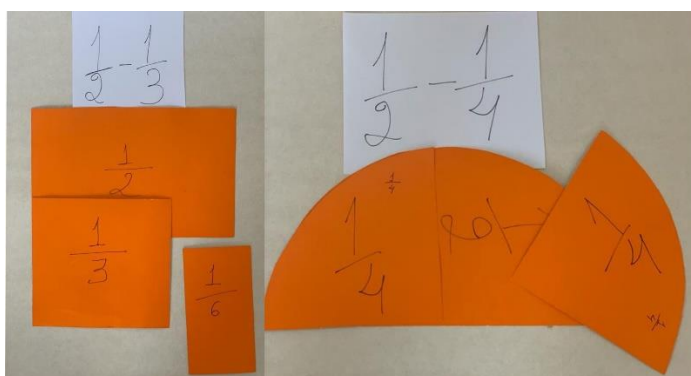
A utilização do PDE, *fracionando* como recurso didático educativo, possibilitou as professoras participantes estabelecerem um nexos relativo às frações equivalentes como fator preponderante nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Um recurso metodológico eficiente e imprescindível para compreensão da adição e subtração de frações a partir da equivalência relacional (figura 3.5).

Figura 4.4 Adição de frações mediante estratégias via PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

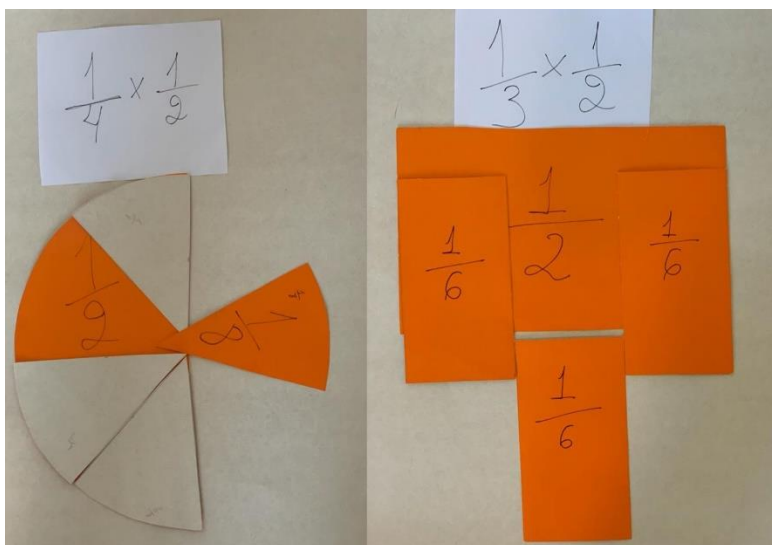
Figura 4.5 Subtração de frações mediante estratégias via PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

As atividades-orientada no tocante a multiplicação possibilitou refletir sobre a estrutura de uma multiplicação, o que de fato significa multiplicar dois fatores e ainda situar uma fração como operador multiplicativo. É relevante observar que no contexto operacional da multiplicação de fração coexiste uma relação em que a lógica operacional deve interpretar o fator como um referente a parte de um inteiro, cuja ideia reside em encontrar suas partes, por exemplo: $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$, a ideia central é encontrar a quarta parte de $\frac{1}{2}$, ou terça parte de $\frac{1}{2}$, conforme figura 3.7.

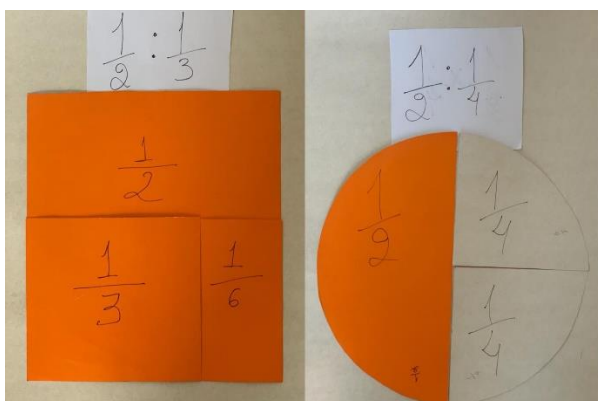
Figura 4.6 Multiplicação de frações via PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

No tocante à divisão de frações, o *fracionando* possibilitou a construção da ideia de uma estrutura operatória análoga ao processo de divisão com números inteiros, ou seja, para compreender a divisão de frações com o auxílio do PDE precisamos seguir a linha de raciocínio de distribuição e medição presente na operação com números inteiros. A estratégia de ação consisti em encontrar quantos termos (iguais) existem dentro daquele inteiro. Para melhor compreensão da ideia subjacente da divisão de frações veja por exemplo na figura 4.7.

Figura 4.7 Divisão de frações via PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

De acordo com o cronograma 3.2.2.2, os conceitos, bem como a sua formação, foram abordados de forma gradual e progressiva visando a possibilidade de compreensão ou a (re)construção construtiva da lógica operacional existente nos procedimentos técnicos padronizados no tocante aos números fracionários. Como por exemplo o porquê da necessidade de retirar o mínimo múltiplo comum (MMC) dos denominadores das frações nas operações de adição e subtração. O mesmo é válido para as regras operatórias da multiplicação e divisão de frações. A proposta da utilização do PDE, como suporte das ações da segunda etapa de investigação, AF, esteve assentada no modelo teórico da atividade de Leontiev (2014), a BOA, como suporte de atividades diretivas. Um conjunto de ações organizada de forma sistemática e intencional que possibilitasse condições de (re)construção da lógica operacional do construto das estruturas científicas dos conceitos, as frações. E por conseguinte a promoção das habilidades que levariam a internalização das ações mentais, a assimilação conceitual e a aprendizagem.

Esta base conceitual das ações (BOA), desenvolvidas para essa etapa teve como premissa a compreensão e apropriação da relação de equivalência entre as frações como fator preponderante e basilar das estruturas básicas e dos algoritmos operatórios que compõem os conhecimentos necessários aos processos de ensino e aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A proposta de promover a assimilação e internalização das ações mentais ligada às operações com frações, ocorreu por etapas diretivas, reflexivas e racionais visando a auto-observação, a generalização e abreviação das ações executada como parte integrante das técnicas usuais operatórias.

Em todos os quatro encontros, as professoras operam com as frações utilizando apenas o PDE como recurso metodológico. Todavia, como forma de assegurar a cientificidade das ações, as generalizações, garantir as abreviações conceituais e a lógica operacional que reside no conceito, foram feitos também registros numéricos, de forma particular, a representação numérica das situações vivenciadas no PDE.

Esse PDE foi aplicado ao grupo dos participantes da pesquisa, sendo essas professoras participantes (no momento) do 5º ano do Ensino Fundamental e cujo o valor pedagógico-didático foi atuar como mecanismo facilitador e promotor da compreensão da equivalência relacional e da lógica do algoritmo

operatório das frações. A proposição foi permitir a materialização das ações mentais externas e a conversão dessas em internas, pois segundo Galperin (1989) elas fazem parte de um mesmo contexto. E em tempo, desenvolver as condições necessárias para o desenvolvimento das habilidades e em consequência uma aprendizagem de qualidade. Pois, a partir da manipulação, justaposição das fichas e observação do movimento das frações e seus algoritmos tornou-se possível a generalização e abreviação da estrutura que subjaz a lógica operacional das frações e ainda, compreender o porquê das regras adotadas e técnicas apresentadas nos manuais didáticos. As professoras participantes da pesquisa tiveram a oportunidade de questionar conhecimentos prontos (meramente observáveis), mecanizados e automatizados como os métodos instituídos no tocante às operações básicas das frações.

4.5 Etapa de investigação 03: Ação Prática- AP

A última etapa da pesquisa, AP, cujo objetivo específico consistia em “analisar as influências conceituais nas práticas didático-pedagógica dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no que tange ao ensino das frações a partir de ações formativas”. Teve como ideia central possibilitar as professoras participantes da pesquisa refletir sobre as etapas anteriores da pesquisa, AC e AF, identificar os conhecimentos (re)construídos sobre as frações, rever suas práticas didático-pedagógica a partir das vivências ocorridas até então⁷⁴. Para tanto, foi adotado uma metodologia construtiva baseada na autonomia e gestão da aprendizagem individual. A proposta consistiu na criação um ambiente de aprendizagem dinâmico, autônomo, autogerenciável e que liberasse a (auto)(trans)formação, a reconstrução dos conceitos/conhecimentos por parte dos participantes. Foram necessários dois encontros no dia 23/08/24 (turnos matutino e vespertino) de duas horas cada e mais uma hora para que as professoras participantes da pesquisa elaborassem um relatório sobre final sobre as atividades propostas no estudo.

No primeiro encontro, cada professora teve a oportunidade de (re)visitar a lógica operatória do produto didático educativo utilizado na etapa anterior e na sequência construir seu próprio recurso (auxiliado pelo pesquisador), nas mesmas bases do PDE. Numa perspectiva mais autônoma que nas etapas anteriores, a proposta consistiu em subsidiar a materialização da ação mental, a compreensão das estratégias operatória subjacentes no PDE e, por conseguinte oportunizar o processo de generalização das regras convencionais das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Ou seja, este primeiro encontro teve por foco a compreensão, a generalização estrutural e a abreviação das regras adotadas indiscriminadamente no tocante às operações básicas das frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O segundo encontro, teve como escopo analisar as implicações e contribuições pedagógicas do encontro anterior conjuntamente com a etapa anterior, AF, os conhecimentos das professoras participantes da pesquisa sobre o conceito das frações no âmbito dos anos iniciais do Ensino Fundamental agora

⁷⁴ Proposta de Relatório descrita no apêndice VII

numa metodologia de formação, acomodação e assimilação conceitual. Para isso, trouxemos para a discussão o instrumento investigativo/teste da primeira etapa da pesquisa, Ação Conceitual, AC, a avaliação pela qual foram submetidas sem conhecimento prévio. A linha de constituição da discussão foi do particular para o coletivo, do intersíquico para o intrapsíquico, pois nosso objetivo foi identificar nas narrativas das professoras participantes da pesquisa a existência (ou não) de uma mudança nos conhecimentos e situá-la dentro do contexto do estudo.

Essa etapa pautou-se na observação das estratégias, nas narrativas individuais e coletivas, acostadas nas práticas didático-pedagógica dos participantes, com o intuito de descobrir e analisar vestígios de ações mentais (externas ou internas) que emergiram durante as atividades ocorridas nas etapas anteriores. Estratégias que pudessem validar nossa hipótese e tese levantadas no início do estudo.

No final desta última etapa de investigação, como atividade adicional da investigação foi sugerida as professoras participantes da pesquisa que reproduzissem as atividades desenvolvidas nas etapas de formação, AF e AP, dentro dos seus contextos escolares, mais precisamente para suas turmas. O objetivo foi propiciar ou ainda sugerir uma atividade de revisão construída a partir das experiências, singulares e plurais, vivenciadas durante a Assimilação por Etapas das Ações Mentais (externas e internas) e dos Conceitos que justificasse a orientação-execução-controle da metodologia adotada na garantia da assertividade das ações desenvolvidas na pesquisa. Uma atividade potencializadora da aprendizagem do conceito de frações como conhecimento científico, tendo em vista que as experiências e os momentos vivenciados nas etapas do estudo, AC, AF e AP foram construídas a partir de uma base epistemológica e metodológica de acordo com fundamentos dos conhecimentos científicos e teóricos. Esta proposta, extra, teve como propósito a garantia da internalização dos conhecimentos disponibilizados e contribuir *in lócus* com o processo de ensino das frações enquanto objeto de conhecimento curricular do 5º ano, possibilitando a construção de um ambiente favorável à aprendizagem para os estudantes destas professoras.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DOS DADOS GERADOS

Esse capítulo será destinado a análise dos dados gerados nas três etapas da pesquisa, num processo dialógico com os estudos e a teoria que referendou o estudo. *A posteriori* num movimento intra e inter instrumentos investigativos. Apresentaremos a análise de cada instrumento em separados, as discussões e observações ocorridas em cada etapa de investigação. E, na sequência traremos uma síntese analítica baseada na triangulação dos dados gerados de forma subjetiva e inferencial em relação aos estudos correlatos da área de Educação Matemática, os pressupostos e a Teoria de Gaperin (1989). Este capítulo versa sobre as implicações científicas que permearam as discussões ocorridas no decorrer das etapas de investigação deste estudo bem como o resultado encontrado durante toda trajetória do estudo.

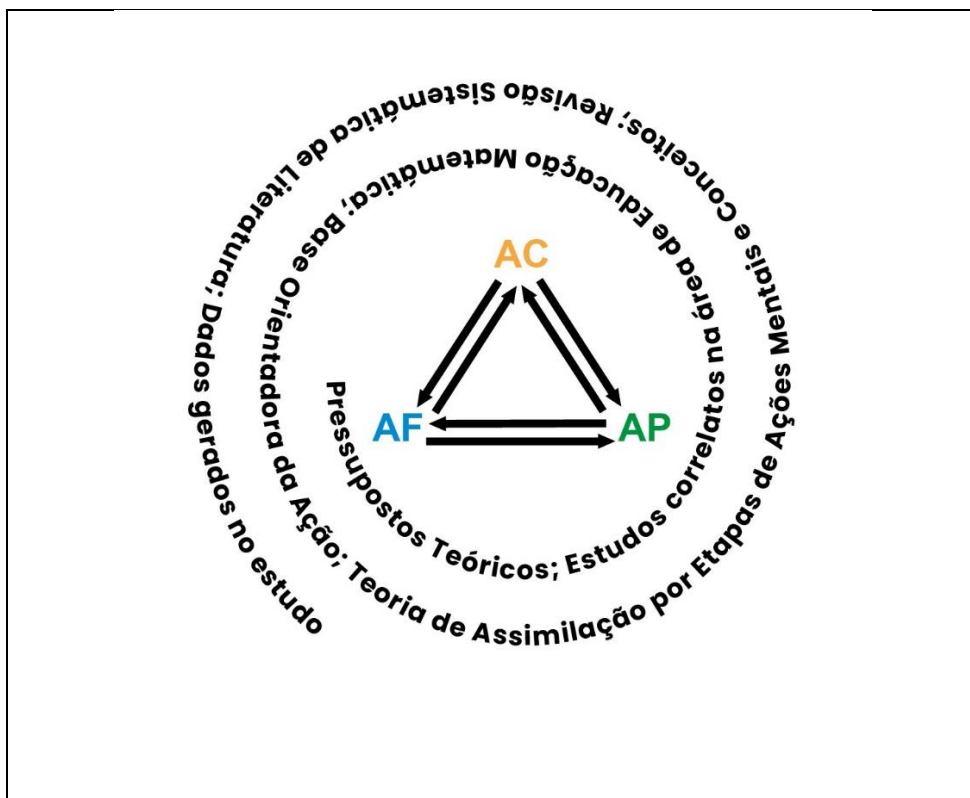
5.1. O processo analítico de análise

Durante as três etapas da pesquisa, paulatinamente, buscamos criar condições que permitisse analisar e compreender o conhecimento das professoras participantes no tocante a formação do conceito de fração nas seguintes configurações: parte-todo, número, medida, quociente e operador multiplicativo presentes no conjunto das habilidades propostas na BNCC como conhecimento matemático curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em tempo, numa proposição que possibilitasse identificar o saber-ser, o saber-fazer das professoras participantes e as habilitasse com um conjunto de conhecimentos (conceituais e metodológicos) que fosse além da essencialidade do exercício da docência (conhecimentos científico/teórico e prático).

Neste contexto, a análise dos resultados encontrados, derivou da triangulação entre os dados gerados nas etapas investigativas e os estudos desenvolvidos na elaboração da hipótese e da tese da pesquisa. Esses dados, resultaram dos protocolos de respostas da etapa AC; das informações que

compõem o banco de dados gerados na etapa AF e ainda, das averiguações identificadas na etapa das atividades práticas, AP. Para facilitar o entendimento do processo utilizado, apresentamos um esquema funcional do movimento ocorrido, figura 5.1.

Figura 5.1. Processo de triangulação dos dados gerados na pesquisa



Fonte: dados da pesquisa

Apresentaremos num primeiro momento, o processo sistemático da análise qualitativa dos dados gerados em cada instrumento (intra) e posteriormente uma análise inter instrumentos de investigação (AC, AF e AP) simultaneamente com a triangulação destes no contexto da tese.

5.2. Análise dos protocolos de respostas gerados na etapa da Ação Conceitual

A análise foi feita numa perspectiva subjetiva/qualitativa, por isso não quantificamos o desempenho das professoras participantes, seja com nota ou percentual de desempenho (acertos ou erros). Nos interessou, apenas identificar e analisar as estratégias de ação mental externalizadas, a natureza do

conhecimento apresentado nos protocolos de respostas do instrumento de investigação/teste e as possíveis dificuldades conceituais das professoras participantes no tocante as frações.

Para possibilitar uma visão coletiva dos protocolos de respostas, os dados gerados foram organizados numa configuração tabular de 10 linhas x 9 colunas (linha as questões, Q01...Q09 e coluna as professoras, P01...P08)⁷⁵ para que pudéssemos ter uma primeira ideia sobre o desempenho local e geral das professoras participantes da pesquisa. Essa formatação possibilitou identificar vestígios dos conhecimentos e as estratégias adotadas a partir de mesmas exigências conceituais, significado das frações (Nunes *et al*, 2003) e habilidades (BNCC, Brasil 2017). Para que pudéssemos estabelecer um paralelo entre as habilidades evocadas e/ou apresentadas nos protocolos de respostas e as questões propostas no teste, exibiremos anteriormente o significado das frações presentes, em cada questão avaliada e as habilidades esperadas segundo a BNCC (quadro 5.1). Na sequência traremos alguns exemplos de protocolos de respostas que foram analisados de forma isolada (e anônimo) considerando a abordagem conceitual proposta e os referenciais adotados no estudo.

Quadro 5.1 Significado das frações e habilidades esperadas segundo a BNCC

	Significado	Habilidades
Q01	Número	EF04MA09 EF05MA03 EF05MA04 EF05MA05
Q02	Quociente e Parte-todo	EF05MA03 EF05MA05 EF05MA06
Q03	Medidas	EF05MA03 EF05MA04 EF05MA05
Q04	Parte-todo	EF05MA04 EF05MA07
Q05	Parte-todo	EF05MA06
Q06	Parte-todo	EF05MA04 EF05MA07
Q07	Número	EF05MA04 EF05MA07
Q08	Parte-todo	EF05MA07

⁷⁵ Apresentado na íntegra no Apêndice III, página 182

		EF05MA26*
Q09	Parte-todo e Operador Multiplicativo	EF04MA09 EF05MA03 EF05MA07 EF05MA08

Fonte: Elaborado e adaptado pela autora, * Habilidade cunhada nessa pesquisa

A partir de uma análise geral os resultados encontrados na questão 01, sinalizam que a maioria das professoras apresentam um conhecimento elementar, não compreendem as frações enquanto número, apresentam deficiência nas habilidades esperadas (quadro 5.1), agem no intuitivo sem um direcionamento conceitual teórico. Apresentam ações aleatórias, fazem uso dos procedimentos necessários a ação, mas não têm consciência das propriedades que subjaz tais procedimentos. Apresentam muita dificuldade nas comparações entre frações de numeradores iguais e/ou denominadores diferentes e, não identificam a equivalência relacional entre duas frações. As estratégias utilizadas não corroboram com as respostas oferecidas seja na representação numérica ou figural (geométrica).

Quadro 5.2 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q01

b) $\frac{7}{2}$ édo que $\frac{5}{2}$?

c) $\frac{5}{6}$ édo que $\frac{5}{4}$?

d) $\frac{3}{2}$ édo que $\frac{6}{4}$?

Fonte: Dados da pesquisa

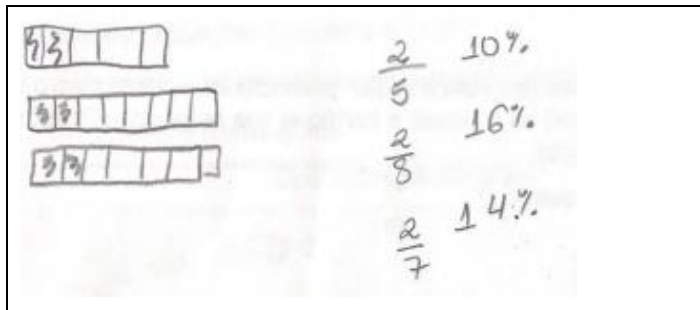
Observamos que a participante apresenta dificuldades em relacionar os números que compõem a fração com seu significado na fração. Não compreende a fração (numerador e denominador) enquanto um único número. Considera que se o numerador 7 é maior que o numerador 5 (quantidade) então $\frac{7}{2}$ é maior que

5/2. Mantém essa mesma estratégia entre $5/6 = 5/4$ e também $3/2 < 6/4$ e neste não identifica a relação de equivalência presentes ($3/2=6/4$).

Neste item, $3/2 < 6/4$ é possível observar que a professora participante consegue explicitar a invariante e o objeto (representação figural) faz uso correto dos procedimentos, mas, não percebe a relação de equivalência entre as representações ou não tem consciência desta equivalência relacional. Para Campos, Magina e Nunes (2006) neste caso, as propriedades que se encontram implícitas são ordem e equivalência.

A questão 02, traz as frações como resultado da divisão de uma herança e cada uma como parte da herança. Observamos que as estratégias apresentadas sinalizam a existência de habilidades em formação, a maioria das professoras percebem a necessidade de estabelecer a relação percentual dessas frações no todo. Todavia, o avanço é pequeno, pois não conseguem desenvolver (registrar) assertivamente essa relação ou se equivocam nos cálculos.

Quadro 5.3 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q02

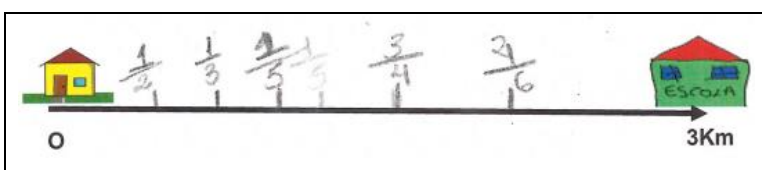


Fonte: dados da pesquisa

A questão 03, situa as frações enquanto uma medida de comprimento (km), estabelecido pela distância a casa de Diogo a pontos distintos, finalizando na escola (variáveis). Identificamos que as professoras participantes apresentam dificuldades em estabelecer essas medidas enquanto um único número racional. No exemplo do quadro 4.2.3, observamos que a professora identifica as frações como números naturais em separados, pois ordena-os segundo os numeradores e denominadores (ordem crescente), e não como um único número fracionário. Outro erro de grande relevância conceitual consiste na transição da fração para uma porcentagem, observamos que a professora ao tentar encontrar o registro

da fração na forma percentual multiplica os termos entre si (numerador e denominador) quando o correto seria dividi-los. O fato de não compreender a fração como uma medida expressa por um único número e se equivocar na estratégia de transformação fracionária para percentual, representa que esses conceitos não foram assimilados (não objetivados) e que sua permanência compromete todo o processo de ensino. A manutenção desses erros levará a um processo de reprodução equivocado e comprometedor de todo processo da aprendizagem de seus estudantes.

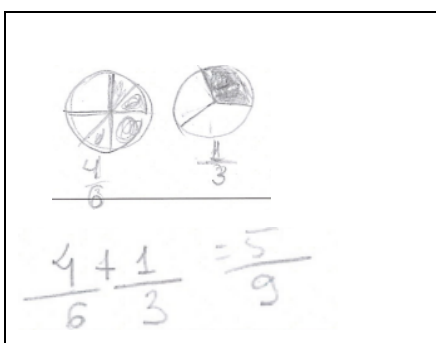
Quadro 5. 4 Exemplos de protocolo de resposta apresentado na Q03



Fonte: dados da pesquisa

As estratégias de resolução da questão 04, sinalizam que as professoras participantes tem conhecimento desse tipo de situação (exemplo comum) todas partem da representação geométrica (figural) e buscam efetuar a operação de adição das frações, porém seis das oito pesquisadas desconhecem o algoritmo da adição de frações. Esse resultado sugere que existe uma estrutura conceitual teórica básica, embora incipiente, mas que precisa ser reconstruída ou ressignificada ou ainda que o conhecimento utilizado para a resolução da questão situa-se como uma regra automatizada de forma inconsciente e imprecisa.

Quadro 5.5 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q04



Fonte: dados da pesquisa

Consideramos que a questão 05 por trazer uma complexidade maior, duas variáveis, parte-todo e parte-parte, apresentou uma dificuldade a mais. Essas relações, juntamente com a abordagem percentual pode ter comprometido o desempenho e a conclusão da questão. No geral, as professoras pesquisadas percebem a primeira relação, total de chutes de cada time em relação ao gol, mas não percebem a mudança no todo, chutes convertidos em gol. E, ainda não apresentam a relação percentual existente nas frações encontradas o que sugere que o ciclo cognoscitivo se encontra incompleto.

Quadro 5.6 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q05

Estratégias de resolução	
a)	$\text{Mathews} = \frac{4}{16}$ $\text{Quero} = \frac{5}{12}$
b)	$\text{Mathews} = \frac{2}{16}$ $\text{Quero} = \frac{3}{12}$
c)	

Fonte: dados da pesquisa

A questão 06 assim como a questão anterior apresenta o universo das frações permeado por variáveis (total de questões na prova, número questões certas e erradas e questões em branco) e esse enredamento relacional pode ter influenciado as respostas das professoras. Observamos que as professoras parecem perdidas, repetem as frações, buscam operações sem sucesso e justificam a ausência da resolução, seja por que não lembram do conteúdo ou por compreenderem o que se pede.

Quadro 5.7 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q06

a)	b)
<p>branco $\frac{1}{16} + \frac{6}{8} =$</p>	<p>não consigo achar o valor total para determinar os erros.</p>

Fonte: dados da pesquisa

A questão 07 apresenta um típico exercício de fixação do conteúdo, porém ao trazer a resposta das operações e questionar o resultado traz um contratempo da dúvida. Verificamos que a maioria das professoras investigadas nem tentam desenvolver a questão (6/8), questão em branco e/ou com a justificativa que não se lembram. Entretanto, um dos protocolos (exemplo quadro 4.2.8), de resposta assertiva, apresenta erros graves ao estabelecer a relação de equivalência e efetuar a operação. Ao efetuar a adição ou subtração das frações reduz ao mesmo denominador (MMC), porém não completa a ação nos numeradores e busca subterfúgios que atenda à questão. Esse erro nos parece um comportamento acomodado, podendo ser resultado de lembranças e reminiscências que trazem da época de estudantes da Educação Básica (Damico, 2007). Bezerra, Rizek e Souza (2017) vão além e ressaltam que estas professoras apresentam apenas o conhecimento comum, não o suficiente para o ensino.

Quadro 5.8 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q07

The image shows handwritten mathematical work for question Q07, divided into four parts (a, b, c, D). Each part shows a fraction addition or subtraction with a common denominator and a final result.

Part a) shows the addition of $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ with a common denominator of 15, resulting in $\frac{8}{15}$.

Part b) shows the subtraction of $\frac{7}{2} - \frac{1}{7}$ with a common denominator of 14, resulting in $\frac{5}{14}$.

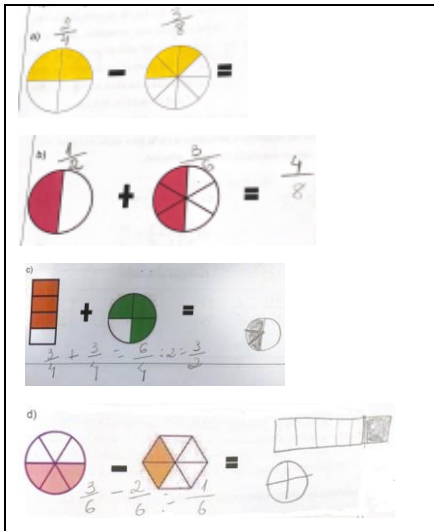
Part c) shows the addition of $\frac{4}{8} + \frac{16}{8} + \frac{1}{8}$ with a common denominator of 8, resulting in $\frac{21}{8}$.

Part D) shows the addition of $\frac{4}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ with a common denominator of 8, resulting in $\frac{1}{8}$.

Fonte: dados da pesquisa

A questão 08 por trazer as frações no registro de representação geométrica (figural) mais comum nos manuais didáticos foi a questão em que as professoras participantes da pesquisa mais se dedicaram. No tocante a transformação do registro geométrico para o fracionário o desempenho foi muito bom, todavia quanto as operações desconhecem a possibilidade da equivalência relacional e sua exequibilidade o desempenho ficou baixo.

Quadro 5.9 Exemplo de protocolo de resposta apresentado na Q08

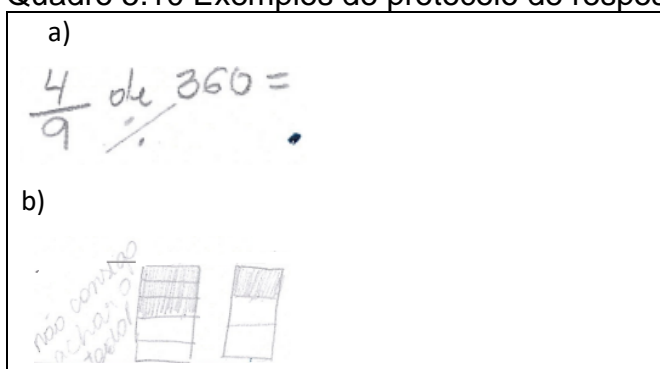


Fonte: dados da pesquisa

Nos parece perceptível que no contexto figural existe uma acomodação do conceito de fração, mas que esse conceito não pode ser levado para as operações, pois observamos a manutenção do erro na adição e na subtração (não estabelecem a equivalência relacional) efetuam como se fosse números naturais, numerador com numerador e denominador com denominador. Outro erro observado, consiste nas operações entre áreas distintas. As professoras não percebem que as figuras (item c e d) não apresentam áreas semelhantes, o que deveria ser um impeditivo operacional, mas por analogia apresentam o resultado numa das representações geométrica, círculo.

A última questão, Q09, apresenta um mix de significados e habilidades a serem desenvolvidas, talvez por esse motivo, ou pelo cansaço do tempo foi a questão com menor número de tentativas de resolução. Esse fato nos incomodou muito, entretanto sigamos.

Quadro 5.10 Exemplos de protocolo de resposta apresentado na Q09



c)

Fonte: dados da pesquisa

A resposta da alternativa a um dos protocolos de resposta sinaliza que compreende a fração como operador multiplicativo, mas não consegue desenvolver a sentença, existe um bloqueio no conceito e/ou uma estratégia automatizada. Nos parece também que não ocorreu a objetivação da fração, as ações mentais necessárias para a aprendizagem não foram internalizadas. Na tentativa de responder a alternativa b, a professora tenta comparar as frações (registro geométrico), porém não avança na questão. Esta limitação nos parece ocorrer devido à ausência de um conhecimento conceitual, local, do que essa fração representa na situação-problema. Demonstra desconhecer o significado da fração enquanto operador multiplicativo, ou ainda que esse conceito ainda não fora compreendido, internalizado, como fração, conforme podemos observar no protocolo a seguir, Quadro 5.11

Quadro 5.11 Exemplos de protocolo de resposta apresentado na Q09

Fonte: Dados da pesquisa

Seguindo na Q09, na alternativa c, a professora demonstra compreender parte da situação-problema, porém persiste o erro no algoritmo da soma, sugerindo que o ciclo cognoscitivo não foi completado. A resposta da alternativa nos parece uma compreensão inicial das frações dentro da situação-problema, inconclusiva e com o erro operatória persistente. A estratégia de ação

apresentada pela professora participante deixa dúvidas quanto o nível e a natureza de seu conhecimento teórico durante sua formação, inicial e continuada e ainda segundo seu relato, este tipo de abordagem não é trabalhada (Quadro 5.12)

Quadro 5.12 Exemplos de protocolo de resposta apresentado na Q09

<p>Não lembra. Ultimamente não conseguimos aplicar as partes mais avançadas dos estudos em frações</p>	$\frac{4}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$
$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{3}{9}$	$\frac{6}{8} - \frac{3}{5} = \frac{3}{3}$

Fonte: Dados da Pesquisa

Fazendo uma pequena compilação dos resultados encontrados nas estratégias apresentadas nos protocolos de respostas das professoras participantes da pesquisa, podemos inferir a existência de um conhecimento prático, muitas vezes, desprovidos de nexos conceituais teórico/científico, que impede a conclusão do raciocínio assertivo operatório das frações. Esse conhecimento nos apresenta, primeiramente, como resultado das experiências enquanto estudantes da Educação Básica (reprodução de erros) e depois de uma aprendizagem pautada por deficiências ou lacunas conceituais nos processos formativos (formação inicial ou continuada).

Dias depois da aplicação do instrumento diagnóstico/teste investigativo, vencidas as ações da primeira etapa investigativa combinamos um momento informal com as professoras participantes da pesquisa para uma roda de conversa e dar início a segunda etapa da investigação.

5.3 Análise dos dados gerados na etapa da Ação Formativa

Esta etapa foi desenvolvida de forma interativa, participante-pesquisador e participante-participante. Esta dinâmica permitiu criação de um banco de

dados robusto a partir de narrativas, áudios, vídeos, registros de observações em tempo real e ainda de um relatório parcial referente a base conceitual dos conhecimentos das professoras participantes da pesquisa no que concerne ao conteúdo das frações

Conforme mencionado anteriormente, a primeira atividade dessa etapa teve como proposição reunir as professoras participantes da pesquisa para uma roda de conversa num ambiente natural e descontraído para uma escuta direcionada sobre a primeira etapa da investigação/teste diagnóstico. O propósito dessa ação foi criar um clima holístico para que pudéssemos identificar a visão individual e coletiva das professoras. O objetivo desse encontro⁷⁶ foi delinear a percepção delas em relação aos conceitos abordados, tais como: conhecimento, o nível de dificuldade, o local curricular das questões abordadas e ainda a relação desses conceitos com seus processos de ensino no 5^o ano.

Quando questionadas sobre o teste, as professoras classificaram-no como: angustiante, frustrante, desafiador e horrível.

O teste foi angustiante pois eu sabia que tinha estudado aquele assunto, mas não lembrava o passo a passo. Eu achava que era uma boa aluna de matemática na Educação Básica. (profa. Rosa);
 O teste me acordou, foi desafiador, porque a gente trabalha matemática, mas eu me senti naquele momento, poxa eu já trabalhei esse assunto, eu sabia fazer. Mas não conseguia pensar por causa do tempo que não usava meus neurônios e habilidades matemáticas. Sabia o resultado, mas, não sabia calcular (profa. Bromélia);
 O teste foi horrível, parecia uma prova de vestibular, quanto mais eu lia mais complicado ficava (profa. Camélia).

No decorrer da conversa, foi possível perceber nas falas das professoras participantes da pesquisa, o quanto os conhecimentos matemáticos são negligenciados, estigmatizado, sofrido e muitas vezes ignorado (devido sua percepção de complexibilidade). Segundo Fontoura *et al* (2016) e Ferreira *et al* (2019) os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental tendem a apresentar um conhecimento incipiente se comparado com as necessidades epistemológicas que o exercício da docência exige. A polivalência exigida compromete a formação em áreas específicas (Nacarato, 2009, 2010, 2019). De forma particular no tocante as frações as professoras sinalizaram falhas nos

⁷⁶ Dia 13/06/23, numa sala de aula da universidade, com duas horas de duração (15:00-17:00 h) essa roda de conversa foi gravada em áudio mediante autorização das professoras participantes.

processos de formação dos conceitos das frações, enquanto estudantes da Educação Básica. Essa incompletude teórica persiste durante a formação em nível superior (formação inicial) ocasionado uma total ausência desse conceito nas disciplinas de matemática da grade curricular das universidades cursadas (Quartieri *et al*, 2020).

Para Novóia (1992), e Tardif (2014) é preciso rever os modelos de ensino nas universidades pois esses trazem implicações direta na crença dos professores em relação aos conhecimentos científicos, e de forma particular os conhecimentos matemáticos (Damico, 2007; Lima e Almouloud, 2012). Em suas narrativas, as professoras assumem que aprenderam o conteúdo das frações apenas como estudantes da Educação Básica e por isso tendem a reproduzir o que aprenderam, repertório conceitual (Oliveira, 2000), e ainda apresentam um conhecimento comum (Bezerra *et al*, 2017) desprovido de significados. Reportam ainda que durante o processo de ensino aprendem para poder ministrar a aula segundo as orientações dos livros didáticos.

O que eu sei sobre frações aprendi no Ensino Fundamental I e II, na faculdade aprendi as metodologias, como ensinar matemática, mas não o conteúdo. Zero de conteúdo. Quando na sala de aula, estudo naquele momento apenas para ensinar, porém apenas as noções básicas das frações. (profa. Açucena);

Na faculdade a preocupação foi em aprender as estratégias para o ensino de matemática, mas nunca foi ensinado o conteúdo de frações (profa. Camélia);

Não tive acesso ao conteúdo na formação e nem agora, nas aulas não me é possibilitado tempo para aprender. Fração é muito complicado, somente num curso de enfermagem aprendi o que era um para 100. Só aí entendi a bendita fração (profa. Bromélia);

Eu não sei o conteúdo de frações, mas posso aprender (profa. Girassol);

Achei que ia aprender na faculdade. A matemática é frustrante desde que era estudante do Ensino Médio. Foram podadas minhas condições de aprendizagem mesmo antes da faculdade (profa. Orquídea);

Ficava sempre de recuperação, fazia o mínimo. Sei que não tenho o conhecimento de frações agora, mas sou capaz, consigo reaprender (profa. Jasmim).

Quanto a percepção conceitual das frações ou seus significados/construtos foi possível observar que as professoras investigadas reportam implicações que perpassam seus processos formativos e esbarram nas orientações curriculares, uma dificuldade estrutural. Em contrapartida sabem da importância do ensino das frações e que podem melhor com o tempo, pois:

As frações dormem e acordam com a gente, mas a gente não usa. É como uma receita de bolo se você não treinar não acerta. O livro didático traz apenas muito pouco em relação a necessidade do aluno

e, isso acaba impedindo o avanço. Conteúdo enxugado e sem tempo (final da unidade). Sem conhecimento completo. Sem condições para pensar direito, o que impede ir além do conhecimento do livro (profa. Bromélia);

O conteúdo de fração aparece no final do livro e de forma muito reduzida, coisa muito rápida. Nem tem tempo de reaprender ou aprender de fato. Aborda apenas as noções básicas das frações (profa. Açucena);

A fração é um conhecimento que utiliza no dia a dia, mas não foi construído nelas e por isso tem essa consciência também não passa para seus alunos. Não sabe o conteúdo, mas pode aprender (profa. Girassol);

Fração é só uma divisão, falo para meus alunos a fração é uma divisão de forma diferente. Por exemplo, numa divisão de um bolo, o maior é o todo e o menor é as partes do bolo, logo é uma fração (profa. Jasmim).

Segundo Ferreira *et al* (2019) que o conteúdo sobre frações é um dos conhecimentos matemáticos de maior dificuldade no processo de ensino e por isso os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental carecem de processo de formação continuada eficiente (Nacarato, Miola *et al* 2020).

Mesmo com todas essas adversidades, um fato nos chama atenção nas narrativas ocorridas. As professoras investigadas, mesmo tendo consciência de suas limitações conceituais no tocante as frações, não se vitimizaram, ao contrário, a maioria assume o protagonismo de sua aprendizagem, a responsabilidade da reconstrução desse conceito e seu desenvolvimento conceitual matemático para uma melhora nos seus processos de ensino. Demonstraram compreender a importância integral das experiências que moldaram e moldam seu conhecimento sobre as frações e não se limitam a uma análise isolada dos seus constituintes.

No dia 05/07/23 retornamos com as atividades propostas no estudo da tese⁷⁷, agora com as ações formativas propostas para a etapa investigativa que aconteceram apoiadas pelo PDE, fracionando⁷⁸, ancorado nas bases teórica da BOA (Galperin, 1989). Essa etapa investigativa de certa forma apresentou uma dificuldade maior para a análise pois a recolha dos dados foi muito complexa, pois a formação aconteceu de forma coletiva. O quantitativo de professoras participantes dificultou a recolha dos dados e a observação dos detalhes das estratégias utilizadas por cada professora na condução das ações mentais. A

⁷⁷ Cronograma das Atividades das Ações Formativa, Quadro 3.2.2.2

⁷⁸ Apêndice II, pag. 171

tentativa de identificar o trânsito entre ações mentais externas e internas nos obrigou um esforço exaustivo, um ir e vir nos vídeos e fotos acumulados durante o processo formativo da etapa AF. Porém, para o processo de formação individual dos conceitos, as discussões coletivas foram beneficiadas pela interação entre as diferentes concepções das frações, o que de certa forma contempla os objetivos propostos nessa etapa. Nesse interim, corroboramos com Ferreira *et al* (2019) sobre a importância de uma formação em que o professor é chamado pelas inquietações e diálogo entre seus pares, numa mudança no pensar, sentir dada a incerteza de aprender a cada a ser professor.

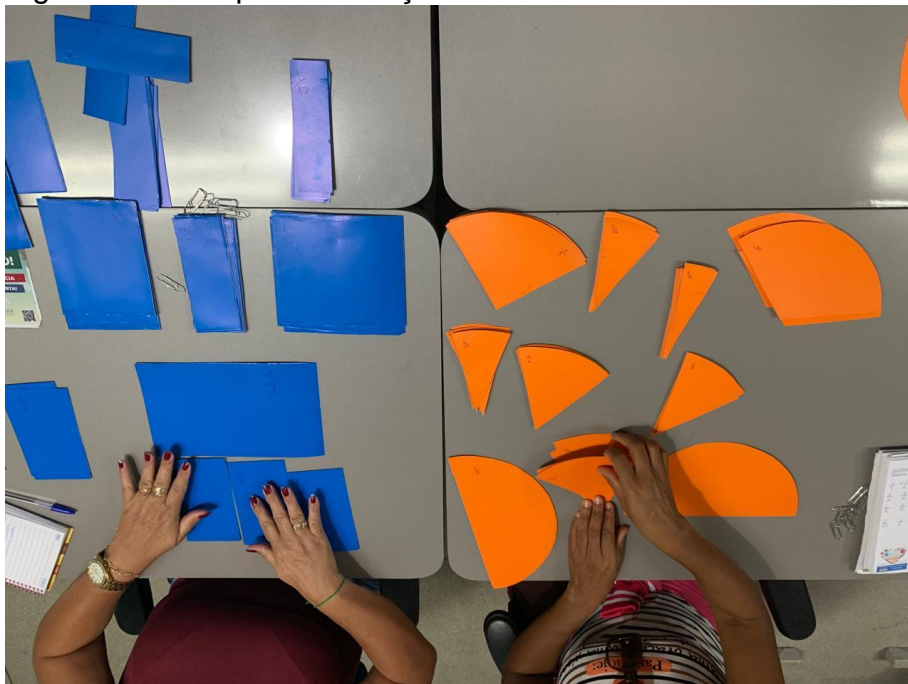
No primeiro encontro, antes de adentrarmos na base conceitual proposta⁷⁹, fizemos uma pequena averiguação sobre os conhecimentos básicos que as professoras participantes da pesquisa apresentavam sobre as frações. Tipo: definição, termos, significado, aplicação dentre outros. Na sequência apresentamos o PDE, instrumento suporte da etapa e permitimos que elas o manuseassem sem um direcionamento conceitual. Todas as atividades desta etapa investigativa (apêndice IV, página 197) foram acompanhadas simultaneamente por discussões coletivas e posteriormente registradas na lousa para a acomodação e internalização das ações mentais que emergiram durante o procedimento, bem como as estratégias adotadas.

A partir do cronograma apresentado anteriormente, começamos a explorar as relações de comparação de frações. A princípio, as professoras demonstraram muita tranquilidade e imediatismo na devolutiva ao estabelecer a comparação de frações de mesmo denominador (mesmo inteiro). Foi muito natural até que apresentamos as frações com denominadores diferentes, o que causou uma insegurança e ações duvidosas no movimento de comparação das frações. Durante a atividade percebemos nas falas das professoras a existência de equívocos epistemológicos e inconsistência semântica que se não forem corrigidos tendem a possibilitar uma incoerência conceitual e a manutenção de erros primários. Como por exemplo que uma fração será sempre uma divisão não exata, “anteriormente a fração era entendida por uma parte de algo. Hoje entendo que toda fração é uma divisão” (Bromélia). A fala da professora retrata a não percepção da fração em outros construtos, como número, medida ou operador multiplicativo.

⁷⁹ Cronograma dos encontros da Ação Formativa, quadro 3.2.2., pag. 83

Bezerra *et al* (2017) reforça essa observação quando ressalta que os professores em formação cometem muitos erros epistemológicos, seja por falta de conhecimento ou conhecimento equivocado, e esses erros tendem a comprometer os processos de ensino e aprendizagens.

Figura 5.2. Comparando frações



Fonte: Dados da pesquisa

Para a maioria das professoras participantes o significado de uma fração, parece ser sempre a representação da parte de um todo, pois elas sempre buscam estabelecer essa relação ao definir ou conceituar uma fração. No entanto, esse significado é observado apenas a partir do registro figural, quando no registro numérico essa percepção não é frequente, como por exemplo ao comparar $\frac{2}{3}$ com $\frac{4}{6}$, não conseguiram de imediato identificar a equivalência relacional. Essa situação poderá ter implicações na formação conceitual, pois o conhecimento precário do conceito das frações inibe o trânsito das ideias intrínsecas de cada construto das frações (Damico, 2007).

No que concerne à equivalência entre frações, as professoras apresentam um conhecimento incipiente e bastante mecânico, consideram que:

Frações equivalentes são aquelas que representam a mesma parte do inteiro, para encontrarmos é preciso encontrar um número para multiplicar (Camélia).

Frações equivalentes são aquelas diferentes, mas que possuem o mesmo resultado (Jasmim)

Para achar a equivalência multiplica ou divide o denominador pelo mesmo número, e isso norteia a resolução da questão (Açucena)

Fração equivalente é aquela que corresponde a uma parte do todo em questão, tornando-se um fator comum, para isso é necessário realizar o processo de multiplicação ou divisão (Bromélia)

Essas ideias foram sendo revisitadas, recompostas e reconfiguradas à medida que manuseavam e sobrepunham as fichas para a validação da equivalência relacional das frações representadas no PDE. As estratégias apresentadas pelas professoras durante as atividades (exemplo foto 4.2.2) demonstram que ocorreu internalização das ações mentais externas e a objetivação do conceito verificado a partir da verbalização dos conceitos durante as atividades propostas.

Figura 5.3 Estabelecendo a relação de equivalência de $1/2$ com $3/6$



Fonte: Dados da Pesquisa

Após sobrepor e comparar as frações ($1/2 = 3/6$; $3/4 = 6/8$; etc.) as professoras participantes perceberam o porquê de uma relação operatória (multiplicação ou divisão) entre os termos da fração. Segundo a professora Bromélia, “ao manipular o material concreto estamos experimentando possibilidades, construindo caminhos e quebrando paradigmas, novo olhar sobre

o que já sabia”. Para Jasmim “o conhecimento ficou mais amplo, pois conhecer somente as regras é ótimo, mas concretiza-las no material é melhor ainda”.

Esse movimento possibilitou nas professoras, um novo olhar para o que estava posto até então, pois conforme discute Souza (2022), as frações não devem ser abordadas apenas como técnica operatória mecanizada, e ainda que os professores precisam compreender os nexos lógicos-históricos que as compõem para terem condições efetivas nos processos de ensino.

No segundo encontro (dia 06/07/23), as atividades foram exploradas no PDE em paralelo com registros de representação numérica. Convém ressaltar que a atividade do dia trouxe consigo a necessidade de fortalecer a formação conceitual sobre as frações equivalentes pois, no teste diagnóstico ficou visível a falta de conhecimento e a adoção de conhecimentos mecânicos das professoras no tocante as questões que envolveram as operações de adição e subtração de frações. Começamos com as operações cujas frações representam um mesmo inteiro, num impulso elas cometeram os mesmos erros identificados nos protocolos de respostas, todavia ao passar para as fichas do PDE os erros foram se dissipando e elas puderam inferir de forma assertiva a resposta além de estabelecer as relações de soma e subtração de frações com mesmo denominador. Açucena assim definiu, “na adição e subtração de frações de denominadores iguais, basta efetuar os numeradores e repetir o denominador, pois se trata de efetuar num mesmo inteiro”. Quando as frações não apresentavam o mesmo denominador, fomos instigando as professoras para que elas pensassem no encontro sobre as frações equivalentes.

Figura 5.4 Adição de $3/5 + 1/2$



Fonte: dados da pesquisa

Quando orientadas a buscar estratégias para efetuar $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$, na perspectiva da equivalência relacional as professoras Bromélia e Camélia não apenas conseguiram somar as frações $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$, como também identificaram que o resultado obtido, $\frac{11}{10}$, representava mais que um inteiro, 1 inteiro e $\frac{1}{10}$ (*sui generis*⁸⁰). As estratégias utilizadas pelas professoras, quadro 4.2.3, sinalizaram a substituição das frações por frações equivalentes de forma intencional, seja na soma ou na transformação de uma fração imprópria. Essa averiguação sinalizou que as duas professoras, internalizaram as ações mentais externas, acessaram o conhecimento via BOA (Galperin,1989) e compreenderam o algoritmo operatório da adição de frações, seja na soma ou na decomposição de $\frac{11}{10}$ em um inteiro mais $\frac{1}{10}$. O trânsito dessas ações externa-interna possibilitou a imersão do pensamento teórico e que o ciclo cognoscitivo (elaboração, materialização, interação intersubjetiva e linguagem externa) da aprendizagem havia se completado para a situação proposta. Para a Girassol, “para entender de forma satisfatória, é necessário encontrar sempre o fator de equivalência”. Como o objetivo da etapa foi a formação dos conceitos vamos nos ater apenas aos procedimentos formativos e não a critérios avaliativos das estratégias apresentadas, pois nos interessa o raciocínio evocado durante as ações mentais e a forma como esse se transformaram em ações mentais internas objetivadas.

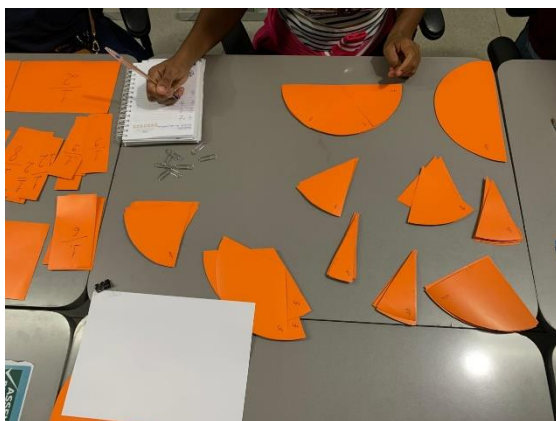
Quanto a base conceitual da subtração de frações, algumas professoras manifestaram dificuldade em efetuar operações do tipo: $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$. Seja por problemas de ordem conceitual ou por desconhecimento da relação de equivalência das frações, o que se verificou foi que algumas professoras participantes disseram não ser possível tirar $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, pois o número 4 é menor que 2. Essas falas evidenciaram que, para algumas professoras a relação de equivalência ainda não havia sido compreendida. Todavia, quando lhes foi proposto que utilizasse as fichas do PDE para representar a operação foi possível identificar na fala da professora Açucena o seguinte argumento: “ $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{2}{4}$, então fica $\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$ que será igual a $\frac{1}{4}$ ”.

No entanto nem todas as professoras conseguiram transitar facilmente pela subtração de frações, mas mesmo assim as atividades prosseguiram e no

⁸⁰ Redução da Ação e a transformação da fala interna.

final do encontro do dia, havíamos disponibilizado um conjunto de situações didáticas que possibilitariam a (re)construção e/ou compreensão da importância da equivalência relacional e o porquê da necessidade de redução dos denominadores nas operações de adição e subtração de frações com denominadores diferentes. Convém ressaltar que os procedimentos experimentados no PDE foram acompanhados e transportados/traduzidos para registros numéricos (foto 4.2.4) para que o algoritmo operatório da adição algébrica das frações deixasse de ser meramente mecânico e tivesse um significado.

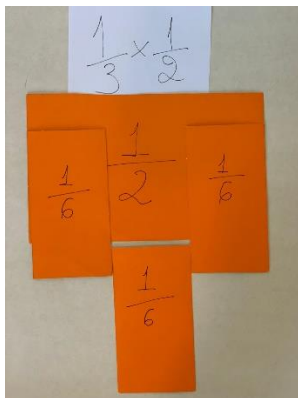
Figura 5.5. Sistematização do registro numérico das estratégias operatórias construídas no PDE



Fonte: Dados da pesquisa

Para o terceiro e quarto encontro da etapa (07/07/23) o planejamento se consistiu em trabalhar as operações de multiplicação e divisão de frações. As atividades da multiplicação tiveram por propósito desenvolver e/ou fortalecer habilidades de resolução de situações empregando o uso de estratégias a partir do significado de operador multiplicativo das frações, por exemplo, na operação de $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$, o questionamento se baseava descobrir quanto vale $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ ou seja em encontrar a terça parte de $\frac{1}{2}$. Então, num processo de sobreposição das peças dividir $\frac{1}{2}$ em três partes iguais e verificar quanto representa apenas uma dessas partes e encontrar o resultado de $\frac{1}{6}$.

Figura 5.6. Estratégia de construção do algoritmo da multiplicação de frações no PDE



Fonte: Dados da pesquisa

Íamos aumentando a dificuldade para as próprias professoras concluísse o algoritmo operatório da multiplicação de frações, segundo a professora Açucena “uma multiplicação é mais simples que as operações de adição e subtração pois não é preciso encontrar as frações equivalentes, basta multiplicar os numeradores entre si e depois os denominadores entre si”. Observamos na fala da professora um recorte importante no trato da multiplicação de fração e na relação dessa operação com a adição de frações e nas frações equivalentes.

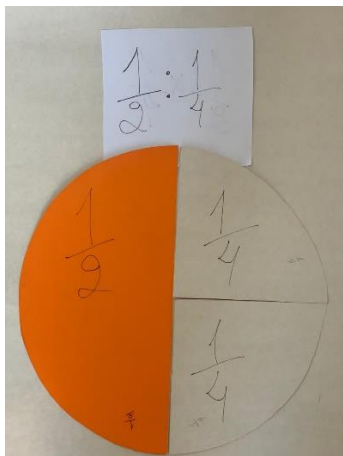
Foi relevante pontuar a multiplicação das frações como operador multiplicativo pois a partir disso as professoras puderam compreender o construto das frações e também internalizar o algoritmo operatório, conforme relata a professora Açucena. Para Galperin (1989) quando as ações mentais resultam de procedimentos de uma BOA a internalização dos conceitos ocorre de forma significativa, sendo imprescindível o professor ter segurança no seu fazer didático-pedagógico, ter domínio do que deve ser aprendido e como se processa seu processo de ensino (Schulman, 2014).

No último encontro dessa etapa a base conceitual proposta foi a divisão de frações. A construção ou a reconstrução dessa operação foi a de maior complexidade. A operação de divisão de frações perpassa por um processo de abstração e insistir na reconstrução de um conceito complexo é um desafio, e de forma particular num grupo de professoras que passaram a vida toda utilizando-se de processos mecânicos de ensino. Pois, o conhecimento precário do conceito das frações inibe o trânsito das ideias intrínsecas de cada construto das

frações (Damico, 2007) o que compromete outros conhecimentos das frações (Silva, Piertropaolo e Pinheiro, 2016), por exemplo a ideia de variável presente na operação de divisão (variável-quantidades quantificáveis e dependentes).

Considerando que a compreensão conceitual da fração, muitas vezes é ignorada pela maioria dos estudantes da Educação Básica, quiçá pelos professores licenciados em pedagogia, o desenvolvimento das ações no tocante à divisão de fração demandou um esforço maior que nas outras operações. Para isso buscamos evidenciar as frações como medidas em seus nexos conceituais internos (grandezas discretas e contínuas) e externos (as representações) (Sousa,2022). A abordagem utilizada foi tentar reconstruir o algoritmo operatório a partir de questionamentos que buscasse trazer à tona a ideia de medidas, ou seja, quanto uma determinada fração cabia na outra fração, por exemplo: na divisão de $1/2:1/4$, a ação mental consistia em descobrir quantos $1/4$ cabem em um meio, dois inteiros (figura 5.7). Convém ressaltar a implicação desta ação mental no campo geométrico, por isso reforçamos a utilização do PDE como elemento externo, manipulável e materialização da ação mental (externa - interna) enquanto elemento propulsor da assimilação conceitual.

Figura 5.7 Estratégias de construção do algoritmo da divisão de frações no PDE



Fonte: Dados da Pesquisa

Ao situar as frações enquanto medidas pudemos recompor o seu significado enquanto medida e também (re)construir, explicitar e esclarecer o processo utilizado na construção do algoritmo operatório da divisão de frações. Todavia, diante das dificuldades apresentadas na operação de divisão de

frações ficou visível que as professoras participantes desconhecem totalmente os mecanismos (o algoritmo) necessário a operação e muito menos ainda o porquê de sua utilização. Reportando a observação da professora ao mencionar que, “normalmente este tema não é trabalhado, ficamos apenas na adição de frações com mesmo denominador” (Açucena), podemos inferir que no tocante as operações das frações o processo de ensino se encontra abaixo do necessário para a aprendizagem essencial nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Ao concluir a segunda etapa da pesquisa, Ação Formativa, ficou evidente dois pontos fundamentais: a necessidade de recomposição das aprendizagens sobre as estruturas básicas das frações e os processos formativos das professoras participantes da pesquisa, 5º ano do Ensino Fundamental, para um efetivo processo de ensino. Posto isso, concordamos com Orlovski *et al* (2019), sobre a necessidade de reorientação conceitual das frações, a revisão de concepções, pois, as incertezas e angústias sistematizadas hoje, jamais são dadas em definitivo, pois, na prática docente é imperativo reaprender sempre. E na necessidade de investimento na formação dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental para que eles possam compreender os diversos conceitos e os procedimentos metodológicos para o ensino de frações (Quartieri, Giongo e Rehfeldt, 2020) para que esse processo não se limite a aquisição de técnicas didáticas (Orlovski *et al* (2019). E ainda, repensar as matrizes curriculares dos cursos de licenciatura, para que eles possam oferecer uma formação de qualidade para o ensino de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental com abrangência e o cuidado que o assunto requer (Bezerra, Risek e Souza,2017).

5.4 Análise dos dados gerados na etapa da Ação Prática

Essa etapa aconteceu a partir de 2 encontros de 4 horas cada, nos dias 23 e 24 durante o mês de agosto de 2023, turnos matutino e vespertino respectivamente. As atividades dos encontros foram distribuídas sob duas perspectivas: na primeira, dia 23, as professoras participantes da pesquisa se dedicaram a compreensão e construção de seu próprio *fracionando*, PDE

utilizado na etapa AF e no segundo momento, dia 24, foi proposto um retorno as situações-problema apresentadas no instrumento investigativo da AC, o teste. Em ambos os encontros as atividades foram desenvolvidas de forma coletiva. Essa dinâmica possibilitou uma participação ativa e uma interatividade maior entre as professoras participantes da pesquisa e nós pesquisadores. Por isso durante esta última etapa da pesquisa foi possível gerar e acumular um conjunto de dados consideráveis, aproximando pesquisa-participante-pesquisador. Neste contexto foi possível conhecer melhor as concepções das professoras no tocante ao ensino de matemática e de forma particular ao conhecimento das frações enquanto objeto de conhecimento dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Conforme reportado no capítulo de metodologia, página 88, a proposta dessa etapa de aplicação prática foi a reconstrução dos conceitos sobre as noções básicas das frações, a recomposição das aprendizagens e a ressignificação de suas práticas didático-pedagógica a partir das vivências ocorridas nas etapas anteriores, AC e AF. Uma reconstrução conceitual das noções básicas das frações no tocante aos cinco significados propostos por Nunes et al (2013), parte-todo, quociente, número, medida e operador multiplicativo de forma prática e significativa.

Para tanto, foi adotado uma metodologia construtiva baseada na autonomia e gestão da aprendizagem individual. A proposta consistiu na criação um ambiente de aprendizagem dinâmico, autônomo, autogerenciável e que possibilitasse a (auto)(trans)formação, a reconstrução dos conceitos/conhecimentos por parte das professoras participantes da pesquisa. Sendo necessários dois encontros de duas horas cada no mês de agosto de 2023.

No primeiro encontro dessa última etapa da pesquisa, AP, as professoras participantes, de posse do material necessário para a construção do Produto Didático Educativo: papel cartão, régua, tesoura, canetinhas coloridas e caderno para registros ou cálculos necessários, se acomodaram em círculos. A partir uma discussão coletiva definiram que o tamanho das fichas seria de 30 x 6 cm, comprimento x largura, respectivamente. Segundo as mesmas a escolha dessa medida levou em consideração as possibilidades de facilitar a divisão do inteiro em 6 partes iguais, 2; 3; 5; 6; 10 e 15. Algumas delas optaram por medidas

diferentes, por exemplo 36x6 cm; 40x5 cm; 42x6 cm dentre outras, mas foram convencidas pelas colegas que iria dar muito trabalho para dividir em partes iguais. Durante esta discussão foi possível identificar nas falas o quanto era implícito a ideia/significado da fração enquanto divisão. Em alguns rascunhos observamos a representação fracionária de $30/6 = 5$ e $36/5$ sem resposta, sugerindo que na compreensão da professora não era possível escrever o resultado por não ser um número exato. Começaram pela construção do inteiro e na sequência as fichas que representaram $1/2$; $1/3$; $1/5$; $1/6$; $1/10$ e $1/15$ do inteiro de 30 cm.

A professora orquídea propôs as colegas de tentar fazer também para $1/12$ pois para ela era uma divisão legal, cada ficha teria 2,5cm. Seguindo nessa linha as professoras, Bromélia e Açucena levantaram a possibilidade de encontrar $1/4$ tendo 7,5 cm; $1/20$ com 2 cm cada ficha, a proposta que foi aceita sem objeção pelas demais. Assim as atividades seguiram, com trocas de opiniões, questionamentos, definições conceituais compartilhadas, acomodadas e muitas vezes assimiladas por exaustão. Essa dinâmica interativa possibilitou um revistar ao contexto básico das frações, pois segundo Fonseca (2008), pois é através das falas, das narrativas dos professores que se tem acesso ao conjunto de conhecimentos implícitos sobre as frações e suas incompletudes. Haja visto que segundo o autor, os professores se tornam melhores à medida que adquirem mais experiência e segurança conceitual e este movimento implicará conseqüentemente na aprendizagem dos seus estudantes. Neste sentido encontramos também em Silva, Pietropaolo e Pinheiro (2017) dentre outros, a necessidade de aprofundamento conceitual a partir de cursos de formação que contribua com uma base formativa, que possibilite aos professores a capacidade de analisar e propor estratégias metodológicas de superação durante o processo de ensino.

A construção do PDE ocorreu sem muitas dificuldades pois conforme narrativas das professoras, a partir da compreensão da lógica matemática das frações representadas nas fichas, o trabalho é apenas manual e não requer conhecimento mais abrangente das frações, suas operações e ou aplicações.

No último encontro da etapa e da pesquisa, as professoras foram convidadas a visitarem o primeiro instrumento investigativo, o teste. A proposta

se concentrou na possibilidade de um novo olhar para as questões desenvolvidas no teste. Houve um certo rebuliço diante dos protocolos de repostas, estranhamentos, dúvidas, risos e descontentamento com os erros. Esta autoavaliação foi impactante. Diante das observações das respostas dadas às questões as professoras manifestaram reações diversas, algumas buscaram entender o porquê de seus erros, outras foram indiferentes e conformadas (não sabia mesmo), e teve algumas indignadas com seu resultado pois tinham a ideia de uma maior assertividade nas questões propostas no teste. Estas observações foram de extrema importância para a etapa e a conclusão investigativa do nosso estudo.

Como o objetivo deste encontro consistia em observações do particular para o coletivo, buscamos identificar nas narrativas, nas discussões coletivas e nas reações das professoras um posicionamento crítico e reflexivo que vislumbrasse uma provável mudança comportamental diante dos protocolos de repostas do teste. E ainda a existência (ou não) de uma alteração nos conhecimentos sobre as frações ocorrida durante a etapa anterior, AF que possibilitasse situá-la dentro do contexto do nosso estudo. Segundo as professoras participantes da pesquisa, no tocante ao instrumento PDE e as possibilidades de aprimoramento conceitual ofertadas durante a investigação verificamos que:

O material concreto facilitou a compreensão do assunto abordado. Vejo uma nova perspectiva de aprendizagem e de reconstrução do conhecimento, uma nova visão tanto para minha formação, como também para minha prática em sala de aula. Estou reconstruindo meus conhecimentos acerca do conteúdo de forma dinâmica e de fácil compreensão (Camélia).

Através do material concreto podemos ir muito mais além do que já sabemos. Uma referência, atividades diferenciadas do tradicionalismo. Posso dizer após esse dia de formação o conhecimento sobre fração ficou mais amplo, pois conhecer somente as regras generalizadas é ótimo, mas concretiza-la no material é melhor ainda. (Jasmim).

Posso afirmar que iniciei aqui o meu processo de aprendizagem sobre fração, ao passo que antes seguia regras de forma mecânica, sem compreensão do todo. O conhecimento prévio antes da formação era raso e inconsistente, pós formação posso afirmar que deu início a uma nova forma, um novo conceito de fração tomou forma na minha aprendizagem de fração (Orquídea).

A metodologia aplicada possibilitou-me nesses encontros, desencontrar-me com as crenças que até então povoava meu entendimento sobre frações. O que aprendi hoje trouxeram um novo conceito referente aos números racionais, fração, para trabalhar nas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental. Levarei para a sala de aula um pouco mais que estratégias, recursos e procedimentos apreendidos. (Bromélia)

A metodologia usada para construção do conceito de fração foi fabuloso pois, possibilitou o aumento de conhecimento e como o processo se dá. Infelizmente não possuímos esse tipo de preparação adequada quando passamos a trabalhar com crianças do 5º ano, nessa formação percebi o tanto que somos falhos. (Açucena)

O conhecimento adquirido no curso, formação, me fez repensar que, entender o caminho é bem mais significativo do que simplesmente decorar e ou memorizar a regra. Dessa forma, manusear o material concreto, isto é, os fragmentos de frações, me fez perceber o quanto é importante o processo do conhecimento (Girassol).

Observamos que houve um consenso dentre as professoras sobre a importância das atividades desenvolvidas de forma particular na etapa de formação, AF, sobre as estruturas das frações no tocante ao processo de ensino e suas práticas de sala de aula. Percebemos em suas narrativas uma vontade e uma necessidade de recompor sua aprendizagem, todavia, fica implícito que esse tipo de atividade não é habitual em suas aulas e nem em seus processos de formação continuada. As falas das professoras participantes da pesquisa corroboram com Orlovski *et al* (2019) e Fonseca (2008) sobre a necessidade de reorientação e recomposição dos conceitos das frações como uma forma de revisar e reestruturar as concepções, um reaprender sempre pois as incertezas e angustias sistematizadas jamais são dadas em definitivo. Pois, segundo Tardif (2000), Novóia (1992) a formação docente acontece a partir de posturas e práticas reflexivas que possibilitam um reaprender permanente, num processo de conhecimento e valorização das experiências e o construto do ser-estar e continuar professor (Nacarato, 2010, 2014; Nacarato, Mengali e Passos, 2011).

Outro fator observado nas narrativas das professoras participantes da pesquisa parece ter uma relação direta com sua formação inicial, o não acesso ao conhecimento matemático (científico) enquanto pedagogas em formação. Fica subentendido a falta de conhecimento matemático no que concerne as estruturas básicas das frações pois admitem que em seus processos de ensino

adotam o planejamento sugerido pelo livro didático pois desconhecem outra metodologia de ensino. E ainda que esse planejamento muitas vezes é confuso e incompleto deixando para o professor fazer os ajustes necessário em sala de aula. Neste quesito, Damico (2007), Silva, Pietropaolo e Pinheiro (2008), Gatti, Barreto e André (2010), Bezerra, Rizek Elias e Souza (2017) e Orlovski *et al* (2019) dentre outros, ressaltam a importância de repensar os cursos de licenciatura, as instituições formadoras e seus currículos para que possam oferecer um ensino com abrangência e o cuidado que o conhecimento matemático requer sem ignorar as lacunas conceituais de seus formandos. Um conhecimento matemático que tenha por base teórica o Conhecimento Matemático para o Ensino (Mathematical Knowledge for Teaching) tais como: Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, Conhecimento do Conteúdo e Estudantes, Conhecimento Horizontal do Conteúdo (Miola e Lima, 2020).

Volvendo as discussões para o último encontro da pesquisa, foi sugerido às professoras participantes que buscassem construir em seus processos de ensino nas suas salas de aula uma metodologia de assimilação dos conceitos das frações a partir do PDE, semelhante a dinâmica utilizada na etapa de Ação Formativa, AF. Ou seja, que a identificação da equivalência relacional das frações, bem como a sistematização do algoritmo operatório da adição, subtração, multiplicação e divisão das frações fossem desenvolvidas partir do PDE construído por elas na última etapa da pesquisa, a AP. No entanto, essa sugestão não foi aceita por todas, duas das seis participantes relutaram com a proposta.

Nas narrativas daquelas que aceitaram a sugestão, identificamos uma vontade de voltar para sala e fazer diferente. Camélia e Bromélia, pretendem rever sua forma de ensino de frações, utilizar o PDE como forma de dinamizar a aprendizagem dos estudantes. Jasmim reforça essa postura e ressalta que deverá “multiplicar os procedimentos, pois irá ser uma experiência a mais para meus alunos, e através dessa experiência poderão aprender muito mais”. Orquídea pretende utilizar a metodologia adotada, sendo “multiplicada em sala de aula pois ela deverá direcionar de maneira mais ampla e acessível a compreensão de seus alunos sobre as frações”. Entretanto, para a professora Girassol, a metodologia, o processo de construção e compreensão das frações

experenciado na formação foi excelente, todavia ela disse, “vou continuar ensinando meus alunos as frações utilizando as regras prontas, desculpa professora, mas não tenho condições de mudar minha maneira de ensinar agora”. A professora Açucena não se manifestou a respeito de uma possível aplicação da estratégia de ação pautada no PDE na sua sala de aula.

O fato de a professora Girassol não ter segurança ou não querer mudar sua forma de ensino pode ser reflexo do modelo de ensino adotado nas universidades de forma particular no curso de pedagogia, pois, esses modelos exercem peso acentuado na construção das crenças dos professores (Damico, 2007). Ou ainda, esse conhecimento ser muito incipiente se comparado com as necessidades epistemológicas dos anos iniciais do Ensino Fundamental (Nacarato, 2010, 2014), um conhecimento instável e impreciso para o ensino, o que compromete outros conhecimentos das frações (Silva, Pietropaolo e Pinheiro, 2008) carregados de amarras conceituais acomodadas em experiências formativas enquanto estudante da Educação Básica (Tardif, 2000).

Mas por outro lado, as quatro professoras, Bromélia, Orquídea, Camélia e Jasmim demonstraram que se houver investimento, incentivo e uma formação continuada adequada é possível ressignificar suas estratégias de ensino e recompor suas aprendizagens no que concerne ao ensino das frações no 5º ano do Ensino Fundamental. Num sistema operacional, semelhante a Base Orientadora da Ação, BOA, proposta por Galperim (1992), que possibilite a construção e/ou reconstrução das estruturas básicas das frações mediado por ações mentais (externas e internas) que possibilite a conclusão do ciclo cognoscitivo dos conceitos fracionários, em que os professores de posse dos nexos conceituais das frações possam (trans)formar seus conhecimentos de forma objetiva e subjetiva (somativa).

5.5 Triangulação dos dados gerados nas três etapas investigativas

Ao concluir as análises das etapas AC, AF e AP observamos que os dados gerados sinalizaram que o conhecimento da maioria das professoras participantes da pesquisa no tocante as frações (anos iniciais do Ensino Fundamental) se encontra numa base muito elementar, conhecem apenas os

elementos básicos (numerador, denominador), a representação figural de forma limitada e no tocante às operações não compreendem a ideia operatória que subjaz uma sentença. Este conhecimento se manifesta de forma incompleta, sendo recortado por estratégias limitadas numa configuração aleatória baseado em concepções errôneas e desprovidos de lastros científicos o que impede (neste ponto) de avanços ou saltos epistemológicos. Para melhor ilustrar esta análise apresentamos o quadro 5.12 cujas estratégias demonstram a inabilidade ou a falta de um conhecimento científico para resolver a questão posta.

Quadro 5.13 Exemplos de protocolo de resposta

<p>$\frac{2}{5} + \frac{2}{8} + \frac{2}{7}$ 2 numerador 19 denominador 2 dois dezenas avós. Frações com numeradores iguais repete-se os numeradores, troca-se o denominador.</p>	
<p>$\frac{3}{2}$ édo que $\frac{6}{4}$? 3 2 6 4</p>	
<p>a) $\frac{2}{3} + \frac{1}{5} =$</p> <p>a)</p> <p>$\frac{3,5}{1,5} \frac{3}{5}$ $5-3 = \frac{8}{15}$</p>	<p>d) $\frac{5}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{20}{32}$</p> <p>D-</p> <p>$4,2,8 \mid 2 \rightarrow 4$ $2,1,4 \mid 2 \rightarrow 8$ $1,1,2 \mid 2 \rightarrow 8$ $2-4-1 = \frac{1}{8}$</p>

Fonte: Dados da Pesquisa

Outro fator que nos chama atenção se refere às estratégias de ação comum entre as professoras. Procedimentos adotados na resolução (ou

tentativa) das questões em sua maior parte imprecisos, limitados conceitualmente e repetitivos. Erros conceituais recorrentes. Por exemplo, ao somar ou subtrair frações com denominadores diferentes, as professoras em sua maioria efetuam os termos entre si (numerador com numerador e denominador com denominador) como se fossem números naturais (quadro 5.13). Não temos como avaliar o porquê desta estratégia incorreta, no entanto ponderamos a existência de um efeito consecutivo/prático, uma vez os denominadores são diferentes não tem como repeti-lo (lógica operatória com denominadores iguais), então se efetua a operação proposta. Mas por outro lado, estes procedimentos incorretos podem ser resultantes de um processo de ensino incoerente e uma aprendizagem limitada durante a trajetória como estudante na Educação Básica (ensino equivocado). Conjecturas a parte, o que fica visível é que, apesar da resolução do teste ser individual este erro é um comportamento comum nos protocolos de respostas das professoras participantes. Este erro gerou uma incoerência conceitual reprodutiva (adição e/ou subtração de frações com mesmo denominador), amarras conceituais acomodadas que tende a comprometer todo o processo de ensino e aprendizagem e trazer impactos negativos no tocante a transferência de aprendizagens.

Quadro 5.14 Exemplos de protocolo de resposta com manutenção de estratégias comuns e incoerentes

$\frac{4}{6} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$
$\frac{6}{8} - \frac{3}{5} = \frac{3}{3}$
$\frac{6}{8} - \frac{3}{5} = \frac{3}{3}$

Fonte: Dados da Pesquisa

No entanto é possível verificar estratégias assertivas, comuns, quando a fração assume o significado de operador multiplicativo como no quadro 5.14, diferente do observado no quadro 5.13 quando as estratégias comuns induziram as concepções e um algoritmo operatório incoerente.

Quadro 5.15 Exemplos de protocolo de resposta com estratégias de ação similares

$\frac{2}{5}$ de 542 = $542 : 5 \times 2 = 18 \times 2 = 36 -$
 $\frac{2}{8}$ de 542 = $542 : 8 \times 2 = 61 \times 2 = 122 -$
 $\frac{2}{7}$ de 542 = $542 : 7 \times 2 = 77 \times 2 = 154$

$\frac{2}{5} = 40\%$ $100 \frac{15}{20}$
 $\frac{2}{8} = 25\%$ $100 \frac{18}{20}$
 $\frac{2}{7} = 14,25\%$ $100 \frac{17}{30}$

40
 $+ 25$
 $14,25$
 \hline
 $79,25$

$20 \frac{15}{4}$
 $20 \frac{7}{7}$
 $20 \frac{8}{8}$

$\frac{2}{5} = 50$
 $\frac{2}{8} = 80$
 $\frac{2}{7} = 70$

Fonte: Dados da Pesquisa

Podemos observar que ambas as três respostas apresentam estratégias análoga na tentativa de encontrar $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{8}$ e $\frac{2}{7}$ (convém lembrar a questão geradora era parte do teste, sendo respondido individualmente na etapa AC). Quando questionadas durante a etapa AP, as professoras afirmaram que aprenderam assim e não sabiam como explicar. Ou seja, existe uma regra padronizada, adotada para encontrar o operador multiplicativo de um dado e este um conhecimento comum, prático e sem questionamento. Semelhante ao ocorrido no quadro 5.13, estratégias comuns, acomodados sem a noção

conceitual do significado da fração ou da sentença matemática apresentada na operação de adição ou subtração (denominadores diferentes).

Então podemos considerar que diante dos dados gerados nas etapas de investigação verificamos que as professoras participantes da pesquisa não dispõem de um conhecimento teórico-científico hábil sobre a estrutura elementar das frações, no entanto quando este conhecimento se manifesta coerente ele é permeado por incompletudes epistemológicas ou se apresenta como procedimentos mecânicos, automatizados e inquestionáveis.

Os áudios e relatórios gerados durante as etapas AF e AP validam o que os protocolos de respostas da etapa AC demonstram. Foi possível perceber nas narrativas das professoras participantes da pesquisa que elas tinham conhecimento das deficiências conceituais no tocante a estrutura básica das frações enquanto objeto matemático curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A professora Açucena afirmou que seu conhecimento na área é “zero” e quando em sala de aula estuda apenas para ensinar e segue as sugestões do manual didático. E que não teve acesso a estes conhecimentos durante na faculdade. Camélia segue nesta direção e diz que na faculdade aprendeu apenas a parte metodológica de matemática (e muito rasa). Girassol, Orquídea, Bromélia e Jasmim também nunca tiveram acesso a formação conceitual da matemática durante a formação inicial. Mas todos são unânimes em afirmar que não tem conhecimento sobre frações, mas são capazes de aprender.

Assim como tem conhecimento das deficiências conceituais sobre frações as professoras participantes manifestam vontade de aprender.

O conhecimento prévio antes adquirido antes da formação era raso e inconsistente, pós formação. Posso afirmar que deu início a uma nova forma, um novo conceito de fração tomou forma na aprendizagem de fração (Orquídea)

Posso dizer que após este dia de formação o conhecimento sobre fração ficou mais amplo, pois conhecer somente as regras generalizadas é ótimo, mas concretiza-las no material é melhor ainda (Jasmim)

Todo esse processo para mim, foi importante, pois me proporcionou uma maneira lúcida de como trabalhar fração com os alunos (Girassol)

Estou reconstruindo meus conhecimentos acerca do conteúdo de forma dinâmica e de fácil compreensão (Camélia).

É muito mais fácil quando se entende o caminho é bem mais significativo do que simplesmente decorar ou memorizar a regra (Rosa)

Vou reproduzir o que aprendi sobre frações aqui na minha sala de aula (Bromélia).

5.6. Respondendo as questões da pesquisa

Terminado as análises dos dados (temporariamente) voltamos ao objetivo geral proposto, cujo propósito consiste em buscar resposta para a questão central que fomentou o estudo, “como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental (re)constroem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações”? No entanto, conforme havíamos previsto na introdução, para responder à questão principal foi necessário responder anteriormente a três outros questionamentos⁸¹:

- 1- *Qual a dimensão do conhecimento conceitual dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no tocante a estrutura básica das frações?*
- 2- *A natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no tocante as frações emergem de bases teóricas ou práticas?*
- 3- *Uma ação pedagógica formativa pode influenciar as práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental? Como?*

Antes de adentrarmos nas análises finais é relevante pontuar que diante do quantitativo da amostra, apenas oito participantes, não podemos generalizar os resultados encontrados, no entanto, convém ressaltar que estes representam uma importante contribuição científica para o campo da Educação Matemática

⁸¹ Estes questionamentos se encontram ligados diretamente às três etapas de investigação do estudo, AC, AF e AP, respectivamente.

no tocante às investigações do conhecimento matemático dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental em relação às estruturas básicas das frações.

Volvendo a atenção para as conclusões finais, no intuito de atingir os objetivos propostos (geral e específicos) e responder à questão central trilhamos um percurso que apresentaremos de forma resumida nesta última parte da tese.

Com base nos resultados encontrados nas etapas de investigação da pesquisa, AC, AF e AP, apresentamos as respostas/inferências a cada uma das questões secundárias de forma individualizada.

1- Qual a dimensão do conhecimento conceitual dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no tocante a estrutura básica das frações?

Para analisar esta questão tivemos por apoio os resultados encontrados na primeira etapa da investigação, Etapa 01- Ação Conceitual, os protocolos de respostas apresentados pelas professoras participantes da pesquisa, mais precisamente na resolução (ou tentativa) das questões propostas no instrumento investigativo/teste. Vale ressaltar que este teste não permitia interação entre os participantes ou entre participante e pesquisador, então a análise foi fundamentada exclusivamente nas estratégias/teorema-em-ação identificados nos protocolos de respostas

Analisando as estratégias de ação de cada uma das professoras participantes da pesquisa (intra) identificamos em sua maioria a existência de um conhecimento incipiente, raso se comparado as necessidades epistemológicas que o processo de ensino no 5º ano do Ensino Fundamental requer para o ensino de frações. Um conhecimento limitado conceitualmente e desprovido dos nexos conceituais teórico/científico, com estratégias engessadas sem uma lógica matemática, imprecisas, que foram reproduzidas sem sucesso seja por desconhecimento epistemológico e/ou incompreensão do contexto da questão. Neste contexto, ponderamos que a limitação conceitual foi um dos fatores que afetaram o desenvolvimento de um raciocínio assertivo no que concerne à equivalência relacional e o algoritmo operatório da adição, subtração, multiplicação e divisão de frações necessário à resolução das questões propostas. E a inobservância dos nexos conceituais impediram a compreensão

das frações nos seus significados (parte-todo, quociente, número, medida e operador multiplicativo).

Observando a partir de uma similaridade interrelacional entre os teoremas-em-ação apresentados nos protocolos de resposta (forma coletiva) os erros ou lacunas conceituais apresentadas nestas estratégias (análise inter) nos parece que advêm de um conhecimento compartilhado e/ou compatibilizado sem questionamentos maiores, que poderíamos conjecturar serem corriqueiros em suas práticas.

Portanto, respondendo à primeira questão secundária, segundo dados gerados na etapa de Ação Conceitual, *a dimensão do conhecimento conceitual revelado pelos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental (amostra pesquisada) no tocante a estrutura básica das frações se encontra como um conhecimento incipiente, raso, limitado conceitualmente e desprovido dos nexos conceituais teórico/científico.*

2- A natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental no tocante as frações emergem de bases teóricas ou práticas?

Os dados gerados para responder esta questão foram oriundos da segunda etapa a investigação, 02 AF. Devido a interatividade desta etapa e a criação de um banco de dados robusto a partir de narrativas, áudios, vídeos, registros de observações em tempo real, foi possível perceber que o conhecimento das professoras participantes se encontra no status de conhecimento comum e/ou um conhecimento prático. Diante das observações e narrativas das professoras participantes da pesquisa estes conhecimentos emergem de um conjunto experiências enquanto estudantes da Educação Básica (reprodução de erros) e ainda da necessidade de superação das deficiências conceituais das frações enquanto professor regente de uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental. Ponderamos que estes conhecimentos resultam da trajetória singular, plural (Charlot, 2005) e formativa (formação inicial ou continuada) que foram acomodados, adotados e reproduzidos no exercício da docência como uma construção necessária para sanar a ausência de

conhecimentos científicos da matemática curricular. Uma saída didático-pedagógica para a concessão de um processo de ensino que contemple as competências habilidades das frações, enquanto conhecimento curricular dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Então, respondendo ao questionamento secundário *a natureza dos conhecimentos dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental (amostra pesquisada) no tocante as frações emergem de bases teóricas ou práticas*, os dados gerados na segunda etapa de investigação, Ação Formativa, abonam que este conhecimento se apresenta como um **conhecimento comum** e/ou um **conhecimento prático**.

- 3- Uma ação pedagógica formativa pode influenciar as práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental?
Como?

Para responder essa questão vamos revistar as narrativas de duas professoras participantes da pesquisa no tocante as ações desenvolvidas durante a etapa de investigação 03, Ação Prática.

Vejo uma nova perspectiva de aprendizagem e de reconstrução do conhecimento, uma nova visão tanto para minha formação, como também para minha prática em sala de aula. (Orquídea).

O que aprendi hoje trouxeram um novo conceito referente aos números racionais, fração, para trabalhar nas turmas do 5º ano do Ensino Fundamental. Levarei para a sala de aula um pouco mais que estratégias, recursos e procedimentos apreendidos. (Bromélia)

Diante das observações, narrativas, comportamentos e registros das professoras participantes da pesquisa, podemos responder que sim. Uma ação pedagógica formativa pode influenciar as práticas didático-pedagógica desde que essa ação seja compreendida pelos professores, que tenha em seu bojo uma metodologia dinâmica, com ações de intencionalidade conceitual organizadas numa Base de Orientação adequada. E, ainda que proporcione aos professores situações de atividade voltadas para as práticas de ensino que não fique apenas no discurso teórico. Que esteja direcionada para um processo de

motivador, que complete um ciclo cognoscitivo do conhecimento. Que possibilite uma estrutura de ação acessível, com vistas a materialização, a internalização da ação proposta, a imersão do pensamento operatório e a generalização dos conceitos pleiteados.

Portanto em resposta a última questão secundária, os dados gerados na terceira etapa investigativa, AF, **uma ação pedagógica formativa pode influenciar as práticas didático-pedagógicas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental, desde que esta seja organizada de forma dinâmica, com uma clara intencionalidade conceitual e metodológica. Uma ação mental externa-interna que possibilite a objetivação dos conceitos, a assimilação da ação proposta, a imersão do pensamento constitutivo e operatório das frações e a generalização dos conceitos pleiteados.**

Agora, diante das discussões que possibilitaram os apontamentos dos questionamentos secundários podemos nos dedicar a responder à questão central que direcionou nosso estudo, ou seja, *como os professores do 5º ano do Ensino Fundamental (re)constróem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações?*

Os dados gerados durante as três etapas de investigação foram permeados pelo encadeamento de elementos notáveis seguindo uma linha indutiva de entendimento do contexto pesquisado, o processo de (re)construção conceitual do conhecimento e práticas docente em relação às frações para os 5º do Ensino Fundamental, nesta configuração identificamos a priori quatro pontos de destaques:

1. Para se (re)construir o conceito e as estruturas básicas e operatórias das frações, os professores precisam **primeiro situar seu conhecimento sobre as frações: o que sabem, porque sabem e como sabem** (procedimento idiossincrático);
2. Uma vez sabedores de seus conhecimentos, limitações e possibilidades, os professores necessitam na sequência **de ações formativas permeadas por uma BOA que possibilitem a internalização de um conjunto de ações mentais (externa-interna)**

que (re)signifique, (re)construa e (auto) transforme o seu repertório cognitivo no que concerne a estrutura curricular básica das frações para os anos iniciais do Ensino Fundamental;

3. Possibilidade de experiências individuais e coletivas **num processo de formação continuada** que tenha como propósito o construto da compreensão lógica dos teoremas que fundamentam o conhecimento científico e a formação dos conceitos matemático, o desenvolvimento das competências científicas e as habilidades curriculares necessárias a aprendizagem das frações **em que as ações objetivas se iniciem com apoio externo (sugestão PDE, fracionando) e que a partir da observação e manipulação por etapas de assimilação conceitual se tornem propriedade da psique ou seja, se materialize enquanto conceito;**
4. E por fim, **que os professores possam acessar processos formativos com um amplo caráter de generalização dos teoremas convencionais da matemática** (por exemplo as regras operatórias das frações), **com um elevado grau consciência e de transferência da aprendizagem local para geral numa base colaborativa, dinâmica e atual.**

Em síntese, *os professores do 5º ano do Ensino Fundamental (re)constróem seus conhecimentos e práticas de ensino a partir de momentos formativos no que tange os conhecimentos teórico-científicos das frações se lhes forem possibilitados condições de situar seu conhecimento curricular sobre as estruturas das frações para os iniciais do Ensino Fundamental: o que sabem, porque sabem e como sabem; a partir de ações formativas permeadas por uma BOA que (re)signifique, (re)construa e (auto) transforme o seu repertório cognitivo; de um processo de formação continuada em que as ações objetivas se iniciem com apoio externo (manipulável) e por etapas de assimilação conceitual se tornem propriedade da psique, se materialize enquanto conceito. E ainda, que os professores possam acessar esses processos formativos com um amplo caráter de generalização, um elevado grau consciência e de transferência da aprendizagem local para geral numa base colaborativa, dinâmica e atual.*

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir a análise dos dados gerados na pesquisa e fazendo uma analogia ao silogismo podemos conjecturar como premissas desta tese: P1- as professoras do 5º ano do Ensino Fundamental, investigadas neste estudo, exibem um conhecimento incipiente sobre a estrutura básica das frações; P2- a ausência ou ineficiência deste conhecimento resulta de seu processo formativo (inicial ou continuado), e por dedução, P3 - não se encontram habilitadas para o processo de ensino curricular das frações no 5º ano do Ensino Fundamental nos moldes posto pelo sistema educacional. Pode parecer pretensão de nossa parte apresentar tais premissas, no entanto, os dados gerados neste estudo apontam para este cenário. Fica perceptível que os conhecimentos sobre a estrutura básica das frações apresentados pelas professoras participantes da pesquisa são inexistentes e/ou insuficientes para processo de ensino no 5º ano do Ensino Fundamental.

No entanto, conforme discutido anteriormente seria injusto culpar o professor pela deficiência e/ou ausência deste conhecimento científico, pois o sistema formativo que impera nas universidades (investigadas) não prioriza a formação conceitual dos conhecimentos matemáticos, em especial no que concerne a formação básica das frações para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Ensinar o que não se aprendeu não é tarefa fácil. Percebemos nas narrativas da maioria das professoras participantes da pesquisa a existência de uma vontade de aprender, de alterar a realidade posta pelos entraves formativos. No entanto, mudar procedimentos, métodos e regras engessadas/inquestionada, rever seus processos de ensino não nos parece um contexto favorável a curto prazo, nem todas apresentam condições favoráveis⁸² e/ou estão dispostos a executar. Vale lembrar o caso da professora Girassol, que admite que mesmo conhecendo as vantagens de um ensino menos mecânico irá continuar com a apresentação das frações a partir de regras automatizadas, decoradas e ainda

⁸² Econômicas, social, psicológica, oportunidades de qualificação e de investimento públicos na formação docente, dentre outras.

de acordo com o planejamento sugerido pelos manuais didáticos. Temos muitas Girassóis nas salas de aula que não pretendem mudar por fatores que não podemos mensurar nesta pesquisa.

Romper com este ciclo de formação (inicial e continuada) significa mudar os hábitos compatibilizados no decorrer da trajetória formativa, repensar os fatores organizacionais curriculares da carreira docente, (re)estruturando o processo de construção do ser e do ente professor enquanto ser histórico-cultural, dinâmico e moldável. Neste sentido podemos citar por exemplo, ajustes pedagógicos nas matrizes curriculares das Universidades investindo numa formação menos generalista; políticas de valorização da carreira docente com condições econômicas que possibilite um autogerenciamento formativo e uma qualificação pedagógica eficiente que promova a (re)construção dos conhecimentos científicos de forma significativa e políticas públicas que promova a qualidade dos processos de ensino e aprendizagem, dentre outros.

Portanto, ao término das etapas de investigação, da redação do texto, das discussões teóricas ocorridas, dos dados gerados e analisados, alguns questionamentos emergiram, como por exemplo: Quais são as implicações e contribuições científicas deste estudo nos processos formativos dos conceitos matemático dos professores licenciados em pedagogia? E ainda, é possível ajustar os processos formativo dos professores licenciados em pedagogia habilitando-os conceitualmente no tocante ao ensino das frações no 5º ano do Ensino Fundamental? Como? Estes e tantos outros questionamentos insistem em aparecer neste momento final da tese causando um certo incomodo. Então numa perspectiva de retorno a sociedade científica e educacional sugerimos que o objeto de estudo, conhecimento do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, seja mais fortemente discutido. Outras hipóteses e teses precisam ser levantadas, testadas e averiguadas no campo de pesquisa da Educação da Matemática para que a realidade aqui encontrada seja mitigada.

Por conseguinte, poderíamos concluir o processo de investigação aqui descrito como critério de elaboração, justificativa de hipóteses e da tese, no entanto, diante das observações, discussões e experiências que marcaram o processo convém sugerir que a hipótese aqui verificada seja objeto de outras pesquisas, como sugestão apresentamos três propostas de investigação futura.

A primeira sugestão de pesquisa é uma investigação analítica do processo formativo dos professores em outras Universidades, tanto pública como privada, nos cursos de licenciatura em Pedagogia, no tocante a formação dos conhecimentos matemáticos, do geral ao particular das frações. Um estudo das matrizes curriculares, ementas e os mecanismos orgânicos adotados e ofertados nestes institutos, uma pesquisa documental nos PPC dos cursos.

A segunda sugestão, complementar da primeira, um estudo de caso, com vistas a investigar o conjunto de conhecimentos matemáticos, a formação conceitual e metodológica que os licenciandos em pedagogia desta Universidade tem acesso no decorrer do curso. Uma pesquisa que permitisse ao pesquisador acompanhar as atividades didático-pedagógica adotada pelo professor formador e o cumprimento das diretrizes curriculares e documentos oficiais. Neste caso uma pesquisa na modalidade etnográfica, que analise a cultura do processo formativo vigente, a rotina, as relações estabelecidas na formação conceitual e o comportamento dos licenciandos durante a formação matemática.

E uma terceira sugestão de pesquisa baseada no desenvolvimento e acompanhamento de um processo formativo dos conhecimentos matemáticos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental *in lócus*. Um estudo com viés de metodologia pesquisa-colaborativa e pesquisa-formação, com foco na formação dos conceitos da fração como objeto de conhecimento curricular para a Educação Básica. Uma pesquisa com um número maior de encontros, que contribua conceitual e metodologicamente na formação dos conceitos científicos, instrumentalizando e potencializando o processo de ensino dos professores e que permita avaliar o processo de aprendizagem dos estudantes contemplados durante o estudo.

Por fim, que os resultados gerados no nosso estudo, possa ser visto como uma possibilidade de reflexão quanto a necessidade de modificações nos processos formativos do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e ainda, como uma probabilidade estratégica de (re)construção dos conhecimentos matemáticos que reside no ser e ente professor, licenciado em pedagogia nos modelos atuais.

REFERÊNCIAS

Becker, F. **Educação e construção do conhecimento**. Disponível em: Minha Biblioteca, (2nd edição). Grupo A, 2012.

BOLIVAR, A. B. Conocimiento didactico del contenido y formacion del profesorado: el programa de L. Shulman. Revista Interuniversitaria de Formación del profesorado, n.6, p.113-124, 1993

BRABO, F. J.; RIZEK, H.; SILVA, D. **Conhecimento matemático para o ensino dos números racionais: discussão na/da formação de professores**. En FESPM, Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (Ed.), VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (pp. 382-390). Madrid, España: FESPM,2017

BONOTO. D. L. GIOVELI. I. **Os significados do número racional na formação continuada de professores de Matemática**. Revista BOEM, Florianópolis, v. 7, n. 13, p. 39–59, 2019. Disponível em <https://revistas.udesc.br/index.php/boem/article/view/14256>. Acesso em: 7 out. 2023.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. Elza F. Gromide, tradução. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 3. Ed, 2012.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC / SEF, 2017.600 p.

BRASIL, Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno. Resolução CNE/CP nº 02 de 01 de julho de 2015. Define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior e para a formação continuada. Brasília: MEC/CNE/CP, 2015.

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Base Nacional, LDB 4024/61**. Brasil

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Base Nacional, LDB 5691/71**. Brasil

BRASIL, **Lei de Diretrizes e Base Nacional, LDB 9394/96**. Brasil

CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; NUNES, T. **O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino**. Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v. 8, n. 1, p. 125-136, 2006.

CARPES, P.P.G.; BISOGNIN, E. **Formação Continuada de professores: uma análise da adequação de recursos didáticos para o ensino de números racionais**. REVEMAT. V.15, n.1, 2020

COSTA, A. C. **Referenciais Históricos e Metodológicos para o Ensino de Frações**. Universidade Federal de São Carlos. São Carlos: 2010

Charlot, B. **Relação com o saber, formação dos professores e globalização**. Disponível em: Minha Biblioteca, Grupo A, 2005.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. 2007. 313 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11245>

DIONIZIO, F.A.Q. *et al.* **Abordagens de frações no Ensino Fundamental: um levantamento nos anais do ENEM e EPREM**. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, ISSN-e 2177-9309, Vol. 10, Nº. 3, 2019. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9137094>

DIENES, Z.P. **Conjuntos, números e potências**. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1977

EVES, H. **Introdução à história da matemática**; tradução Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011

FONSECA, H. N. **Os números racionais nos anos iniciais do ensino fundamental: investigando saberes docentes**. 2008. Dissertação (mestrado em Educação) -Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/ioms-7M2GZU>

FERNANDEZ, C. PCK - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo: perspectivas e possibilidades para a formação de professores. Conference: VIII ENPEC, v.1, Campinas, São Paulo, 2014

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012

FREIRE, P. **Extensão ou comunicação?** Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977

GALPERIN, P. Ya **Sobre la formación de los conceptos y de las acciones mentales**. In: ROJAS, L. Q. La formación de las funciones psicológicas durante el desarrollo del niño. Tlaxcala: Editora Universidad Autónoma de Tlaxcala, 2001a. p. 27-40

GATTI, B. A.; NUNES, M. R. (Org.). **Formação de Professores para o Ensino Fundamental: estudo de currículos das licenciaturas em pedagogia, língua portuguesa, matemática e ciências biológicas**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas/DPE, 2009.

GATTI, B. A.; BARRETTO, E. S. S.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Políticas Docentes no Brasil: um estado da arte**. Brasília: MEC/UNESCO, 2011. GATTI, Bernadete Angelina. Formação de Professores no Brasil: características e problemas. Educação e Sociedade, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1355-1379, out./ dez. 2010

GATTI, B. A. et al. **Professores do Brasil: novos cenários de formação**. Brasília, DF: Unesco. Acesso em: 15 jul. 2024.

GOMES, M.L. **História do ensino de Matemática**: uma introdução. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013

_____. **Os Números Racionais em Três Momentos da História da Matemática Escolar Brasileira**. Boletim de Educação Matemática, vol. 19, núm. 25, 2006 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Rio Claro, Brasil

GROSSMAN, P. L. **The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education**. New York: Teachers College Press, 1990.

HEIDEGGER, M. Ser e Tempo. Trad. Márcia de Sá Cavalcante. v.I, Petrópolis, Editora Vozes, 1993

_____. Ser y Tiempo. Trad. Jorge Eduardo Rivera. Santiago, Editora Universitária, 2005

LEONTIEV, A. N. **Activity and consciousness**. Revista Dialectus. ano 2, n.4. p.159-183, 2014.

LIBÂNEO, C. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davydov**. Revista Brasileira de Educação.2004

_____. **Formação de Professores e Didática para o desenvolvimento humano**. Educação e Realidade, v.40, n.2, 2015. Disponível em: seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/46132

LIMA, D. M.; ALMOULOU, S. Números racionais: investigando a intradisciplinaridade em uma formação de professores polivalentes. Encontro de Produção Discente. PUC. Universidade Cruzeiro do Sul. São Paulo.2012

MOCROSKY, L.F *et al.* **Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 33, p. 1444-1463, 2019. Acesso em: 7 out. 2023.

MIOLA, A. F. S., LIMA, T. E.A. **Conhecimentos necessários para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. Educação Matemática

Debate, vol. 4 Universidade Estadual de Montes Claros, 2020. Disponível em <https://www.redalyc.org/journal/6001/600162805057/600162805057.pdf>

MOCROSKY, L.F et al. **Frações na Formação Continuada de Professoras dos Anos Iniciais: fragmentos de uma complexidade**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 33, p. 1444-1463, 2019

MOL, R. S. **Introdução à história da matemática** / Rogério S. Mol. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013.

NACARATO, A. M. **A Formação Matemática das Professoras das Séries Iniciais: a escrita de si como prática de formação**. Bolema, Rio Claro, v. 23, nº 37, p. 905 a 930, 2010

NACARATO, A. M.; MIGUEL, A.; FUNCIA, M. A.; MIORIM, M. A. **Tópicos de Ensino de Matemática, O Conceito de Fração**, v.3, 1990. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/218453>

NACARATO, A. M. *et al.* **A matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Disponível em: Minha Biblioteca, 3ed. Grupo Autêntica, 2019.

NACARATO, A. M, MENGALI, B. L. S. e PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica Editora. 2009.

NÓVOA, A. (org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Publicações, Dom Quixote, 1992.

_____. **Os Professores e a sua formação num Tempo de Metamorfose da Escola**. Educação & Realidade, v.44, n.3, 2019. Disponível em: seer.ufrgs.br/index.php/educacaoerealidade/article/view/84910

NÚÑEZ, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin: formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber Livro, 2009.

NÚÑEZ, I. B, RAMALHO, L.B, OLIVEIRA, M. V. F. **A Formação de Habilidades gerais no contexto escolar: contribuições da Teoria de P. Ya. Galperin**. In: NÚÑEZ, I. B, Ramalho, L.B (org.) Galperin e a Teoria da Formação Planejada por Etapas das Ações Mentais e dos Conceitos:

Pesquisas e experiências para um ensino inovador. Mercado de Letras, Campinas, 2016

NÚÑEZ, I, B.; RAMALHO, B. L. **A teoria da formação planejada das ações mentais e dos conceitos de P. Ya. Galperin: contribuições para a didática desenvolvimental.** Obutchenie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, v. 1, n. 1, p. 1-29, jan./jul. 2017.

OLIVEIRA, V. F. **A formação de professores revisita os repertórios guardados na memória.** In: OLIVEIRA, V. F. (Org.). Imagens de professores: significações do trabalho docente. Ijuí: Unijuí, 2000. p. 11-2

PONTE, J. P. (Org.). **Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: Práticas profissionais dos professores de Matemática.** Lisboa: Universidade de Lisboa - Instituto de Educação, 2013

PORTO. R. S. O; SILVA. E. B.T. **A Experiência de articulação entre fundamentos da Matemática e Estágio supervisionado na formação em Pedagogia.** In: MAGALHÃES. T. C, GOMES. S.S, PRADO-NETO.A. (Org) Questões Educacionais sob a ótica dos professores. Goiânia: Ed Espaço Acadêmico, 2018

Resolução CNE/CP 0/2015. Diário oficial da União, Brasília, 07 de janeiro de 2015, seção 1

Resolução CNE/CP 02/2019. Diário oficial da União, Brasília, 20 de dezembro de 2019, seção 2

Resolução CNE/CP 01/2020. Diário oficial da União, Brasília, 29 de outubro de 2020, seção 1, pp.103-106

QUARTIERI, M. T.; GIONGO, I. M.; REHFELDT, M. J. H. **Problematizando o ensino de frações com um grupo de professores do Ensino Fundamental.** Revista Linhas. Florianópolis, v.21, n. 45, p. 381-403, jan./abr.2020

RANGEL, L.; GIRALDO, V.; MACULAN, N.F. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, 2015. jjeem.pgskroton.com.br

ROQUE, T.; PITOMBEIRA, J. B. C. **Tópicos de História da Matemática.** Rio de Janeiro: SBM, 2013. 269 p.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M. C. **Estudos de Revisão Sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica**. V. 11, n. 1. São Carlos-SP: Revista Brasileira de Fisioterapia, p. 83-89, 2007.

SILVA JÚNIOR, C. A. **Fortalecimento das políticas de valorização docente: proposição de novos formatos para cursos de licenciatura para o estado da Bahia**; relatório. Brasília: CAPES, UNESCO, 2010. (Documento interno).

SILVA. A.F.G.; PIETROPAOLO, R.C.; PINHEIRO. M.G.C. **Conhecimento matemático para o ensino das frações: um estudo desenvolvido com professores dos anos iniciais**. Boletim GEPEM. Dez.2016. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2017.010>

SHULMAN. L. S. **Knowledge and teaching: Foundations of the new reform**. Harvard Educational Review nº 1, vol. 57, febr.1987, p. 1-22.

_____. **Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma**.

Cadernos Cenpec. v.4, n.2, 2014. Disponível em:

<https://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293>

SOUSA, M. C. **A organização do ensino de fração na Educação Básica a partir do movimento lógico-histórico**. Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica, v.6, n.2, p. 358-383, 2022. Disponível em:

<https://doi.org/10.14393/OBv6n2.a2022-66639>

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis – RJ: Vozes, 2014.

_____. **A Profissionalização do ensino passados trinta anos: dois passos para a frente, três para trás**. Educ. Soc., Campinas, v. 34, n. 123, p. 551-571, abr.-jun. 2013 Disponível em www.cedes.unicamp.br

TARDIF, M., RAYMOND, D. **Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério**. Educação & Sociedade, ano XXI, nº 73, Campinas, 2000

TALÍZINA, N. F. **La formación de los conceptos matemáticos**. IN: TALÍZINA, Nina. F. (Org). La formación de las habilidades del pensamiento matemático. México: Editorial Universitaria Potosina, 2001. p. 21- 39.

THIELE, L., KIÜBER, T. E., & Powell, A. B. (2023). **Frações: uma meta-análise dos anais do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM)**. Revista Sergipana De Matemática E Educação Matemática, 8(3), 1–20. <https://doi.org/10.34179/revisem.v8i3.18260>

VERNIZZI. M.A.Z. **O ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária: formação continuada de professores**. Dissertação. Programa de Estudos Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2022

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: O desenvolvimento dos Processos Psicológicos Superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

Ximenes, P. A.S., Pedro, L.G., e Corrêa, A. C. A. **Pesquisa-formação sob diferentes perspectivas no campo do desenvolvimento profissional docente**. Ensino em Re-Vista, 29 (Contínua), e010. <https://doi.org/10.14393/ER-v29a2022-10>, acesso dia 25 de março de 2024

APÊNDICE I

Quadro 6.1 Protocolo utilizado para busca e refinamento do *corpus* utilizado na revisão sistemática de literatura: Números racionais enquanto objeto de pesquisa.

<p>1. Objetivos Identificar o que retratam os estudos que discutem as frações na perspectiva do conhecimento do professor do Ensino Fundamental de forma particular, as frações, publicadas no período de 2006 a 2022.</p>	
<p>2. Base de Pesquisa Portal da Capes de Teses e Dissertações/ catálogo de teses e dissertações (dados abertos); Periódicos Nacionais; Periódicos da Capes e Google Acadêmico.</p>	
<p>3. Critérios de Seleção</p>	
<p>Inclusão</p>	<p>Exclusão</p>
<p>1- Estudos empíricos que discutem a formação conceitual das frações no contexto do conjunto dos números racionais como componente curricular da Matemática do Ensino Fundamental; 2- Trabalhos defendidos nos últimos 16 anos; 3- Trabalhos que pertençam às áreas conhecimento e concentração da educação.</p>	<p>4- Trabalhos que não tragam as frações como foco central, as áreas de conhecimento e concentração da Educação; 5- Trabalhos em que os resultados não poderão ser verificáveis e/ou que apresente uma qualidade metodológica incipiente.</p>
<p>4. Procedimentos de Busca Descritores: Números Racionais, Frações, Ensino Fundamental (uso de aspas duplas); Filtro: -Período 2006-2022; - Área de Conhecimento: Educação; - Área de concentração: Educação.</p>	
<p>5. Apresentação dos resultados Leitura flutuante, análise a priori e escolha do <i>corpus</i>, filtragem, organização dos dados (software e/ou fluxograma) e análise a posteriori.</p>	
<p>6. Tratamento dos dados e discussão Análise temática; Triangulação dos dados; Escrita do texto base; Descrição analítica dos resultados;</p>	

Discussão e ilações consideradas a posteriori.

Fonte: Elaborado pela autora

APÊNDICE II

Escrita auxiliar utilizada na RSL como mecanismo para filtrar as informações essenciais a partir do Protocolo 2.3.6 que permitiu compilar, filtrar elementos importantes e sistematizar as discussões de cada estudo que emergiram na análise dos dados gerados neste item do estudo

Quadro 6.2 Compilação dos dados gerados na Revisão Sistemática de Literatura

Estudo/categoria	Questão orientadora e/ou objetivos	Resposta	Considerações locais	Convergências/TESE
L01/pesquisa	Investigar os conceitos que professores polivalentes – professores dos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental – têm sobre fração, por meio da análise de suas estratégias de ensino	<p>- A pesquisa concluiu que a maioria dos professores não compreendem a diferença entre a representação de fração e razão. Em particular nas situações de razão, eles resolveram os problemas por meio de razão, sem fazer conexão entre a fração e a razão;</p> <p>-As estratégias de ensino apresentadas pelos professores resumiram-se ao uso de material concreto ou de desenho para facilitar comparações perceptuais sem conexão entre os conceitos de razão e fração.</p>	<p>-Verificou a presença de dificuldades conceituais entre representar numericamente situações de fração e de razão;</p> <p>Os professores pesquisados tiveram dificuldade em conectar o conceito de razão com a representação fracionária;</p> <p>- Apresentam estratégias limitadas no que tange às frações, concepções errôneas desse conceito, o que poderá comprometer o processo de ensino, podendo representar um contraponto na</p>	<p>- Apresenta indícios importantes sobre a necessidade de atividades planejadas no formato sequências de ensino que contemplem os invariantes do conceito da fração;</p> <p>- Ressalta a importância de explorar a divisão como uma relação inversa entre o denominador e o valor da fração;</p> <p>- A conexão entre conceito de razão e representação fracionária como alavanca para a</p>

			superação das dificuldades de seus alunos	utilização dos invariantes com vistas a promover a compreensão e o significado das frações nas crianças.
L02/pesquisa/tese	Os alunos de licenciatura em matemática estão saindo das universidades com uma formação que capacite para o ensino dos números racionais no Ensino Fundamental?	<ul style="list-style-type: none"> -Formação Ineficaz -A formação apresenta um descompasso com os avanços científicos -O modelo de ensino utilizado nas universidades exerce peso acentuado na construção das crenças quanto ao conhecimento matemático. 	<ul style="list-style-type: none"> -Importância do conhecimento do conteúdo; -Currículos da formação; -Importância da META-COGNIÇÃO -Conhecimento de frações não passa de rememorações e reminiscências que lembram da época de estudantes da Ed Básica -Desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual no caso do ensino das frações; -Conhecimento precário do conceito das frações que inibe o trânsito das ideias intrínsecas de cada construto das frações 	<ul style="list-style-type: none"> -PCK -Necessidades formativas do professor-sujeito ativo, articulador de sua própria prática docente.
L03/pesquisa dissertação Trabalho de campo- 8 prof; 3 professores	- Como os saberes docentes sobre números racionais se manifestam na fala e na prática dos professores que ensinam Matemática nos	- Esta pesquisa revelou que os saberes docentes não são suficientes para garantir uma prática que traga total satisfação aos próprios professores;	-- Melhora na condição com o passar do tempo, "melhor professor" à medida que os anos transcorrem e que	- Existência de carência de estudos nessa área, capaz de aprofundar a discussão sobre a

	<p>anos iniciais do Ensino Fundamental? e,</p> <p>-Qual a relação que os docentes demonstram ter com esses números?</p>	<p>-Algumas professoras relataram sobre a dificuldade que sempre tiveram com a matemática enquanto estudantes;</p> <p>- Como ponto importante, que essa disciplina lhes foi ensinada de forma totalmente desvinculada de situações reais, dando ênfase apenas à aplicação dos algoritmos;</p> <p>- Faz uma crítica à formação inicial dos professores, refere-se ao fato de algumas terem aprendido alguns conteúdos matemáticos somente quando se tornaram docentes, no momento em que passaram a se dedicar sozinhas à busca pelo aprendizado.</p>	<p>adquirem mais experiência. A prática da sala de aula traz, para elas, mais domínio dos conteúdos trabalhados, mais condições de resolver problemas cotidianos e mais coragem para experimentar diferentes metodologias.</p> <p>- Repensar da formação inicial e/ou continuada dos professores que ensinam números racionais nos primeiros anos do Ensino Fundamental;</p>	<p>aprendizagem e o ensino dos números racionais nos primeiros anos de escolaridade;</p> <p>- A relação dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental com os números racionais em prática docente; quais os saberes que orientam as práticas; como tais saberes foram construídos; e quais as dificuldades e as inseguranças enfrentadas no ensino desse conteúdo.</p>
L04/Pesquisa em andamento.	<p>- Como o contexto intradisciplinar influencia as concepções e modifica a prática de um grupo de professores polivalentes em relação ao ensino e aprendizagem dos números racionais?</p>	<p>-Apresenta um levantamento de estudo na área, apesar de uma pesquisa inconclusiva permite vislumbrar uma situação complexa para componentes específicos.</p>	<p>- Ressalta que os professores formadores do curso de pedagogia são em sua maioria egressos das Faculdades de Pedagogia;</p> <p>- A não existem educadores matemáticos trabalhando na área de Matemática dos cursos de Pedagogia, nem de</p>	<p>-Dificuldade de ordem conceitual, ensino fragmentado;</p> <p>-A qualificação docente como meio de minimizar as práticas deficitárias: os professores possam conhecer a psicogênese dos conceitos fracionários com todas as suas implicações didáticas,</p>

			<p>professores com algum tipo de formação em Matemática;</p> <p>- O componente de Matemática costuma ser trabalhado por um pedagogo.</p>	<p>a relação entre esquemas e conceitos, as estratégias práticas que aí estão implícitas. São conteúdos teóricos do mais alto alcance para uma necessária prática bem fundamentada. E essa não é a realidade do universo do professor, onde, de um modo geral, os processos de ensino e aprendizagem não se estruturam sob tais premissas. (CAMPOS, 2004, p. 132)</p>
L05/Pesquisa		<p>- Discutir aspectos do conhecimento matemático para o ensino dos números racionais, dando ênfase no cuidado que se deve ter ao assumir, em cursos de formação de professores, que há um domínio do conteúdo dos números racionais, seja por estudantes a professor ou por professores em atuação, que, muitas vezes, pode ocultar insuficiências no chamado <u>conhecimento comum do conteúdo</u>.</p>	<p>Apresenta produções escritas de três professores participantes de um curso de formação continuada na Universidade Federal do ABC – Brasil;</p> <p>-Traz o MKT-quadro de referência conhecimento Matemático para o ensino-origem no PCK : (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino é o conhecimento que</p>	<p>os conceitos associados aos números racionais estão entre as ideias mais complexas e importantes que os estudantes encontram ao longo dos primeiros anos de escolarização (BEHR; LESH; POST; SILVER, 1983)</p> <p>Aliar a complexidade conceitual das frações ao conhecimento necessário ao ensino</p>

			combina saber sobre o ensino e sobre matemática. Professores precisam estabelecer uma sequência específica do conteúdo para o ensino, escolher exemplos mais pertinentes para introduzir um conceito e que levem os alunos a se aprofundarem no conteúdo	no contexto formativo do professor polivalente é de suma importância para as pesquisas na área da Educação Matemática
L06/artigo Pesquisa		<p>“Entendemos que a formação do professor de Matemática dos Anos Iniciais não é somente uma maneira de adquirir uma nova técnica didática; é mudar o modo de pensar. Essa mudança, ao mesmo tempo em que abre novas possibilidades, implica também uma perda. No dar-se conta de ser-com e ser-em formação o professor reorienta seu modo de pensar, sentir e conceber o mundo, dada a incerteza de aprender a cada dia a ser professor” (p.18). no âmbito da Educação Matemática.</p> <p>- O estudo revelou a importância de um estilo de formação em que</p>	<p>- Emergência de questionamentos sobre o conteúdo escolar e seu ensino; modos de pensar o ensino de frações, objetivando expor o movimento reflexivo interpretativo realizado no Grupo de Estudos e Pesquisa em Formação de Professores (GEForProf) acerca da temática das frações na formação continuada de professores dos Anos Iniciais. Contribuição com a ação docente e a postura investigativa de</p>	<p>Dificuldade conceitual dos professores no que tange o conhecimento matemático; Reaprendizagem conceitual e procedimental no tocante as frações</p>

		o professor é chamado pelas inquietações que comparecem no diálogo com seus pares. Estilo, este, que considera a técnica didática, valendo-se de uma reorientação do modo de pensar, sentir e conceber o mundo, dada a incerteza de aprender a cada dia a ser professor.	professores e pesquisadores interessados no ensino da Matemática nos Anos Iniciais, bem como contribua com as pesquisas sobre a formação de professores da Educação Básica, no âmbito da Educação Matemática.	
L07/artigo	Objetivo: Compreender como o professor de matemática reconfigura os diferentes significados q um número racional apresenta numa formação continuada	As autoras sinalizam que os professores participantes da pesquisa reconfiguram seus conhecimentos em relação aos números racionais a partir das discussões e conflitos estabelecidos, ou seja, é possível uma formação continuada possibilitar a reconfiguração de um conceito mesmo que aja discordância local do conceito ou falta de conhecimento científico-Importância de uma formação continuada	A partir da formação os professores reconfiguram os diferentes significados nas discussões, nos conflitos estabelecidos na resolução dos problemas; Possibilitou reflexões no agir e novas formas de (re)organizar o trabalho docente;	
L08/artigo/pesquisa	Objetivo: investigar os conhecimentos de professores que ensinam Matemática sobre os números racionais	Toma por base teórica o Conhecimento Matemático para o Ensino (Mathematical Knowledge for Teaching — MKT): Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (CCK), Conhecimento do Conteúdo e Estudantes (KCS), Conhecimento Horizontal do	Conclusão: lacunas nos conhecimentos matemáticos dos professores participantes. Aponta necessidade de formação continuada	

		<p>Conteúdo (HCK), Conhecimento do Conteúdo e Ensino (KCT), Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK) e Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)</p>	<p>que contemple os números racionais Falta de conhecimento dos professores: matemáticos e pedagogos concluímos ser preciso voltar nosso olhar para a formação inicial nos cursos de Pedagogia e Licenciatura em Matemática, pois existem problemas em relação à construção desses conhecimentos, posto que muitos professores contornaram a situação por conta própria e por meio da prática em sala de aula. Se faz necessário, também, darmos atenção à formação pois, os professores participantes não tiveram o conteúdo dos números racionais ofertado em suas formações; Apontamos, assim, a necessidade de investigações contínuas</p>	
--	--	---	--	--

			nas formações inicial e continuada de professores da Educação Básica para a docência, de formação matemática e pedagógica, como também de formações que propiciem aos professores oportunidades de refletir sobre as suas práticas cotidianas e examinar outras, para aprender mais sobre os seus alunos.	
L09/pesquisa	Objetivo: discutir a pertinência e adequação dos Recursos didáticos desenvolvidos durante uma formação continuada com prof de matemática-assunto n°s racionais	Resultado de uma pesquisa anos finais do EF e a utilização adequada e pertinente dos recursos didáticos no ensino dos nos racionais. Resultado apontaram q os professores apresentam uma compreensão limitada em relação ao ensino.		Que apenas o conhecimento matemático não é suficiente p ter eficiência no ensino é preciso ter conhecimento dos diversos fatores q interferem na aprendizagem- Faceta mediacional
L10/artigo/ dissertação	Quais conhecimentos professores de matemática mobilizam a respeito do ensino de operações com números racionais em sua representação fracionária	Respondem que as dificuldades apresentadas no tratamento e na produção para o ensino baseado em regras prontas, localizadas em desenvolvimento históricos mais recentes, devem-se à	Apresenta quatro sequências didáticas, para o ensino de operações com números racionais em sua representação	porquê de tantas dificuldades dos alunos no entendimento de operações com números em sua

	durante a discussão de uma sequência de ensino para o sexto ano do Ensino Fundamental?	<p>crença na aprendizagem por memorização</p> <p>Importante: A dificuldade dos estudantes dos anos finais (6º ano) pode estar na ineficiência metodológica do ensino nos anos iniciais</p> <p>Diferença da pesquisa: busca compreender quais são as metodologias de ensino e não o conhecimento geral dos professores enquanto aprendizes</p>	fracionária, para ser discutida com docentes que trabalham com as séries iniciais do Ensino Fundamental II	<p>representação fracionária, não importando se fossem operações de multiplicação ou divisão, ou tão pouco de adição ou subtração. Sempre me vinha o questionamento de onde poderia estar a causa de tantas dificuldades. considerando a hipótese de que a maior parte das dificuldades apresentadas pelos alunos, são consequência de estratégias de ensino mal elaboradas ou aplicadas de maneira ineficiente. Usa a noção geométrica-semelhante ao PDE fracionando</p>
L11 Pesquisa/grupo	É possível romper com o paradigma do exercício, de forma que tanto os professores de matemática como os estudantes da Ed	Pensamento matemático Empírico-discursivo, elementos perceptíveis do conceito, utilização imediata- o ensino em 4 momentos:	Apresenta necessidade de se discutir com os professores de matemática da Ed Básica (nos cursos de	Traz pressuposto da teoria histórico-cultural como possibilidade para o

	<p>Básica, possam se humanizar pela matemática segundo os pressupostos da Teoria Histórico-cultural? E ainda, de que modo o movimento lógico-histórico (Kopnin, 1978) dos conceitos poderia contribuir com tal organização, considerando-se que, segundo Stamato (2003) a história da matemática foi implementada, enquanto disciplina nos cursos de matemática há quase 20 anos?</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1- mostra o conceito; 2- demonstrar o funcionamento do conceito; 3- treina o conceito; 4- avalia o conceito (Lima, 1988-trago na tese) <p>Desconsidera os nexos conceituais</p> <p>Pensar no dogmatismo metodológico</p> <p>Respondendo a questão orientadora: a autora conclui em sua pesquisa que, sem o entendimento dos nexos conceituais presentes na historiografia dos movimentos lógicos-históricos dos conceitos, de forma particular as frações, por parte dos professores da Ed Básica não haverá compreensão suficiente para defender o ensino das frações nos dias de hoje.</p> <p>Que a representação fracionária a/b não assume o lugar do conteúdo; e ainda que as frações não seja abordadas apenas como técnica operatória mecanizada, e que os aprendizes compreendem os nexos lógicos-históricos que</p>	<p>licenciatura) as possibilidades de organizar o ensino de frações a partir de situações desencadeadoras da aprendizagem num movimento logico-histórico das frações <u>Frações como técnica operatória e linguagem, pensamento, criatividade e leitura de mundo</u></p> <p>Apresenta a Teoria da atividade orientada do ensino- BOA - Leontiev como excelente proposição complementar da teoria de Galperim</p>	<p>desenvolvimento dos estudantes</p> <p>Para que ensinar o conceito de fração? Desnecessário se Ele se torna operacional- retirar dos currículos Traz os nexos conceituais (internos e externos)</p> <p><u>Nexos conceituais</u> internos-conceitos teóricos: grandezas discretas e contínuas e medidas</p> <p>Nexos Externos-são as representações fracionárias</p> <p>Apropriação do conceito como atividade mental</p> <p><u>IMPORTANTE NA ANÁLISE, TESE</u></p>
--	---	--	--	--

		decorrem de diferentes práticas ancestrais e de validade ainda nas situações de atuais.		
--	--	---	--	--

Fonte: Dados da Revisão Sistemática de Literatura

APÊNDICE III

Projeto: INVESTIGANDO OS CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL NO TOCANTE AOS NÚMEROS RACIONAIS- Doutorado RENOEN/UESB
 Apresentação tabular dos dados gerados na etapa Ação Conceitual – AC
 Origem dos dados: Instrumentos investigativo/teste – data 26/04/23

Prof	Q 01	Q 02	Q 03	Q 04	Q 05	Q 06	Q 07	Q 08	Q 09
P1			Escreva: 1/3 de 3 = 3/12 NÃO SOBREU NADA						
P2			Representação geométrica		Escreve: NÃO consegui lembrar da estratégia de resolução				
P3		Sem estratégia de resolução		Escreve: Não lembro	Escrevo: Não lembro	Escreve: Não lembro			
P4				a) 7/16; 8/12 b) 2/16 e 3/12 c) em branco Observação: normalmente usa terna 4	a) 8/8; 2/16 e 4/2 escreve: Não me lembro, faz 3 anos que não	Escreve: Não me lembro	a) 2/4 - 3/8 b) 1/2 + 3/8 c) 8/4 d) 3/6 + 2/6		
P5						Escreve as questões e deixada s em branco foi por falta de situação do conhecimento no assunto esse ano que voltou a trabalhar r no 5º ano		trabalho apenas nas frações simples e com denominador iguais	trabalhou no 5º ano
P6									Em branco
P7							a) 1/2 b) 5 c) em branco		Em branco
P8									a) 160 bolinhas, rotaram 200 Rotaram em Branco

APÊNDICE IV

Íntegra do instrumento investigativo/teste utilizado na etapa AC

Questão 01

Considerando os números racionais a seguir, preencha as lacunas com o sinal de > (maior) ou < (menor) ou = (igual) e justifique sua resposta utilizando-se de estratégias geométricas.

a) $\frac{1}{3}$ édo que $\frac{1}{5}$?

b) $\frac{7}{2}$ édo que $\frac{5}{2}$?

c) $\frac{5}{6}$ édo que $\frac{5}{4}$?

d) $\frac{3}{2}$ édo que $\frac{6}{4}$?

e) $\frac{3}{8}$ édo que $\frac{6}{7}$?

Questão 02

Diogo, Matheus e Giovanna receberam uma herança de seus avós que deverá ser repartida da seguinte maneira:

Diogo $\frac{2}{5}$ do total, Matheus $\frac{2}{8}$ do total e Giovanna $\frac{2}{7}$ do total. O restante será doado a uma instituição de caridade.

Quanto coube da herança a cada neto?

Justifique sua resposta, apresentando as estratégias utilizadas no quadro abaixo.

Estratégias de resolução

Questão 03

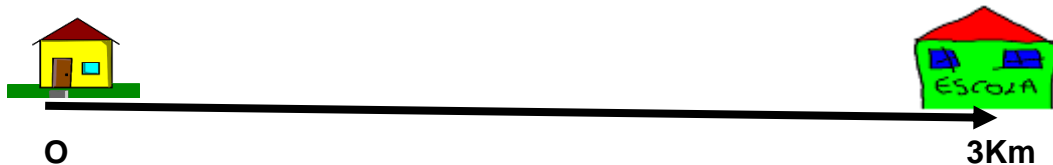
Diogo precisa caminhar 3 km de sua casa até a escola.



Ele costuma fazer o percurso parando em locais estratégicos, como: a casa dos seus amigos Zeca e Fernando, a lojinha da dona Maria, a oficina do tio Pedro, sem falar, a venda de seu Antônio para comprar balas.

A venda de seu Antônio fica a $\frac{1}{5}$ do percurso; a casa dos amigos Zeca e Fernando nos pontos $\frac{1}{2}$ e $\frac{4}{6}$, respectivamente do percurso, a lojinha da dona Maria no ponto $\frac{3}{4}$, a oficina do tio Pedro, que corresponde a $\frac{1}{3}$ do percurso total e por fim os três chegam juntos ao portão de entrada da escola.

Considerando os pontos como números racionais coloque na reta numérica abaixo os pontos nos quais Diogo para, da porta de sua casa até o portão da escola.



Estratégias de resolução

Questão 04

O lanche de final de semana foi pizza. Diogo comeu $\frac{1}{3}$ da pizza e seu irmão Matheus comeu $\frac{4}{6}$ da mesma pizza.

- Que fração os dois comeram juntos?
- Quanto da pizza sobrou?
- Represente geometricamente cada item acima

Estratégias de resolução

a)

b)

c) Representação geométrica

Questão 05

No final de semana no campinho do bairro teve um jogo de futebol entre os times de Diogo e Matheus. Durante o primeiro tempo do jogo, o time de Matheus chutou a bola 16 vezes, sendo que dessas, 7 foram na direção do gol e 2 convertidas em gol. Por outro lado, o time de Diogo chutou a bola 12 vezes sendo 5 na direção do gol e 3 convertidas em gol.

Determine, utilizando números racionais, no Registro de Representação Numérica, a expressão fracionária que representa o desempenho dos dois times em relação ao número de:

- d) Chutes na bola em direção ao gol;
- e) Chutes convertidos em gol;
- f) O percentual relativo ao número de chutes em cada uma das situações acima.

Estratégias de resolução

a)

b)

c)

Questão 06

Numa prova de Matemática, Diogo acertou seis oitavos das questões, deixou dois dezesseis avos em branco e errou o restante das questões. Considerando que em toda a prova as únicas possibilidades de Diogo são: errar, acertar ou deixar em branco as questões, determine:

- c) Qual a fração que representa as questões erradas?
- d) Diogo teve mais acertos ou erros? Por que?

Estratégias de resolução

a)	b)
----	----

Questão 07

Certifique-se de que os resultados atribuídos a cada item estão corretos. No caso de encontrar algum resultado incorreto, refaça-o.

$$c) \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$$

$$c) \frac{5}{4} + \frac{1}{8} + \frac{2}{16} = \frac{3}{2}$$

$$d) \frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}$$

$$d) \frac{5}{4} - \frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{20}{32}$$

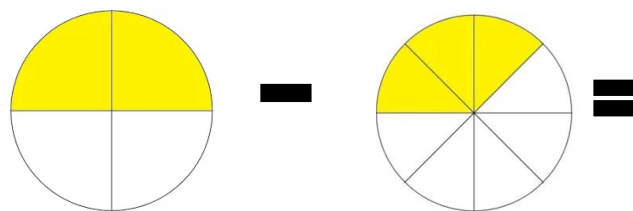
Estratégias de resolução

a)	c)
b)	d)

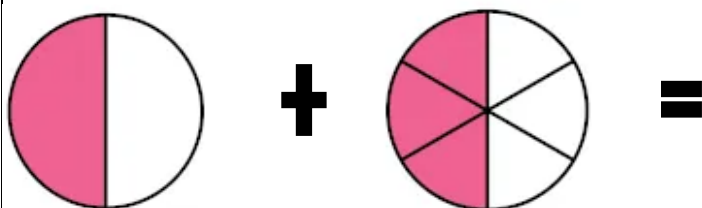
Questão 08

Considerando as frações apresentadas na forma geométrica a seguir, resolva as operações propostas (partes coloridas) e, apresente o resultado em representação numérica e geométrica (se possível).

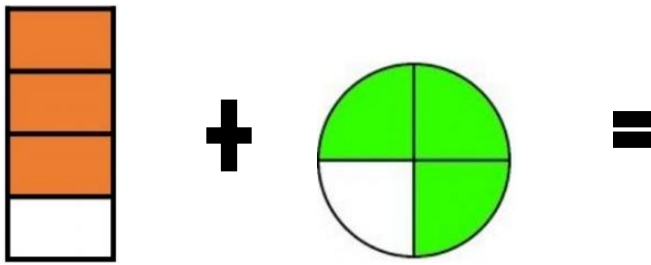
a)



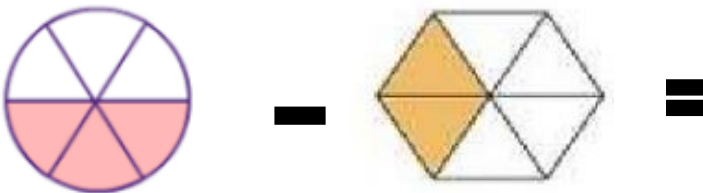
b)



c)



d)



Estratégias de Resolução

Representação Numérica	Representação Geométrica
a)	a)
b)	b)
c)	c)
d)	d)

Questão 09

Analise as seguintes situações-problemas:

- e) Diogo tem uma caixa de bolinhas de gude com 360 gudes. Na escola ele distribuiu $\frac{4}{9}$ dessas bolinhas com seus colegas. Quantas bolinhas de gude ele distribuiu? Quantas bolinhas de gude restaram?
- f) Num determinado sorteio da loteria Matheus ganhou $\frac{3}{5}$ do valor do prêmio. Porém, como ele fez o jogo junto com dois amigos, ele ficará apenas com $\frac{1}{3}$ do valor ganho. Qual a fração do prêmio realmente Matheus receberá?
- g) Uma barra de chocolate foi dividida entre os irmãos, Diogo, Matheus e Giovanna. Diogo recebeu $\frac{2}{5}$, Matheus $\frac{1}{4}$ e Giovanna ficou com 70 gramas. Quantas gramas tinha a barra inteira de Chocolate?

h) Do valor arrecado numa rifa, $\frac{6}{8}$ será doado a duas instituições de caridade da cidade. Sabendo que uma delas ficará com $\frac{3}{5}$ desse valor, qual a fração que caberá a segunda instituição de caridade?

Determine:

1-Quantas e quais as operações serão necessárias para resolver cada uma das situações-problema acima?

2- Apresente as estratégias de resolução utilizadas em cada uma das situações-problema acima.

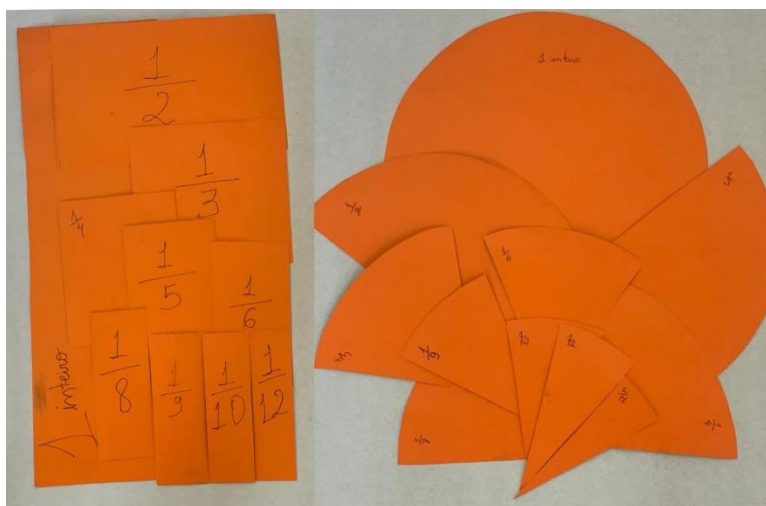
Operações necessárias	
a)	c)
b)	d)
Estratégias utilizadas	
a)	c)
b)	d)

Fonte: Elaborado pela autora

Apêndice V

O Produto Didático Educativo, PDE, batizado de *Fracionando* foi desenvolvido para ser utilizado como recurso didático durante a segunda etapa da pesquisa, AF⁸³. De natureza manipulativa o PDE, foi confeccionado em papel cartão colorido contendo fichas fracionárias nos formatos retangulares e circulares (também setores), conforme figura 01. Esse recurso foi utilizado como instrumento operacional cuja atividade-orientada possibilitou a (re)organização das ações cotidianas dos professores no tocante a estrutura dos números racionais figural e numérico das frações.

Figura 6.1. Produto Didático Educativo: *Fracionando*



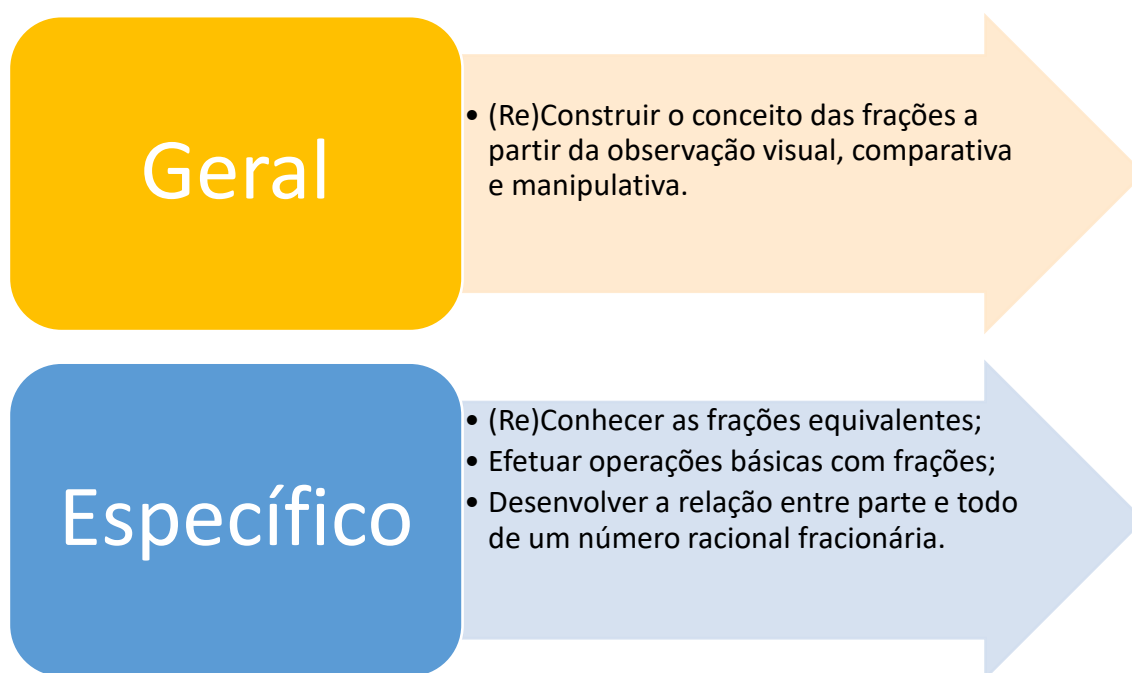
Fonte: Elaborado pelas autoras

Este produto teve como proposta epistemológica evidenciar a relação de equivalência como base fundante do algoritmo operatório presente nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações. Se apresenta como uma ação mental desencadeadora da aprendizagem, uma opção metodológica para o processo de ensino das frações, enquanto objeto de conhecimento curricular da Matemática. Podendo ser utilizado como recurso didático nas etapas de introdução, reforço ou avaliação conceitual das frações a partir do 4º ano do Ensino Fundamental. Possibilita em seu arcabouço teórico a

⁸³ Mesmo sendo um doutorado acadêmico a construção do produto pedagógico foi muito importante para o estudo pois possibilitou uma dialética entre o objeto de estudo e objeto matemático.

(re)construção, a exploração e a ampliação da formação dos conceitos basilares da relação de equivalência presente nas frações, a relação de um número racional com um número inteiro e sua consonância semântica, bem como a relação de um número racional como resultado de uma divisão. Segundo nossa proposta ao utilizar o PDE como opção metodológica o educador terá por princípio básico alcançar os seguintes objetivos:

Figura 6.2 Objetivos do PDE *Fracionando*



Fonte: Elaborado pela autora

1. Estrutura física do PDE

O PDE foi confeccionado por peças fracionárias no formato de figuras geométricas (círculo, retângulo, triângulo, dentre outras). Para esse PDE, *Fracionando*, em específico, utilizamos apenas o formato retangular e circular. As peças que o compõe representam as partes de um inteiro (círculo ou retângulo) e sua equivalência relacional. Foram confeccionadas em papel cartão colorido, formando kits, conforme figura 01.

As atividades propostas desenvolvidas utilizando esse recurso tomou por apoio o modelo teórico de Leontiev, a BOA, Base Orientadora da Ação (NUÑES, 2009) e os teoremas convencionais da Matemática. Teve como propósito apresentar um sistema operacional de ações mentais internas direcionadas ao

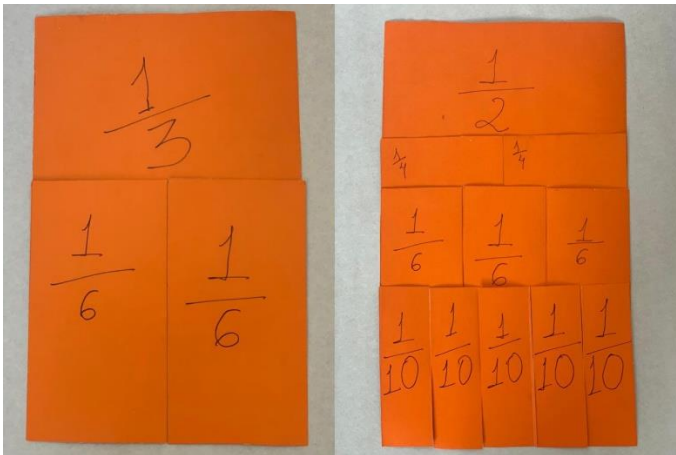
desenvolvimento da aprendizagem das frações a partir de seus nexos conceituais internos e externos. Pois, “a assimilação de um conceito abstrato não é o ponto final para a aquisição do conhecimento” (Nunñes, 2009, p. 92), e sim uma base para edificação de corolários matemáticos e sua aplicabilidade. É importante considerar que o desenvolvimento da aprendizagem, a equilibração e a assimilação de um conceito ou a sua materialização conceitual necessita da compreensão da trajetória construtiva implícita nos algoritmos operatórios do conceito. Pois, ao refazer o caminho percorrido pelos grandes cientistas, o aprendiz terá a possibilidade de compreender a lógica organizacional constitutiva por detrás de um conhecimento científico (Silva, Porto, 2022), internalizar ações mentais e assim acionar um sistema de operações propositiva, que direcionadas promoverá a aprendizagem.

2. O princípio teórico/metodológico do PDE

Como procedimento metodológico ancorado na base de Leontiev, utiliza-se o processo de comparação por meio da manipulação, da sobreposição e da observação visual com o propósito de identificar a equivalência relacional entre as frações que compõem o recurso e/ou atividades propostas pelo professor. No tocante as operações básicas, é possível efetuá-las sem a necessidade cálculos ou técnicas operatórias generalizadas⁸⁴, o alvo consiste na compreensão da lógica operatória por detrás de uma generalização. A resolução das atividades propostas consistirá no manuseio das fichas a partir de sua equivalência relacional e sua consonância semântica balizados por uma comparação e sobreposição de fichas. Para melhor compreensão apresentamos a figura 02 a seguir.

Figura 6.3. Relação de equivalência a partir da observação visual e tátil do PDE.

⁸⁴ Todavia, como garantia dos mecanismos que possibilitarão a aprendizagem sugerimos que seja feito registros para efeito de comparação e generalização posterior das técnicas operatórias.

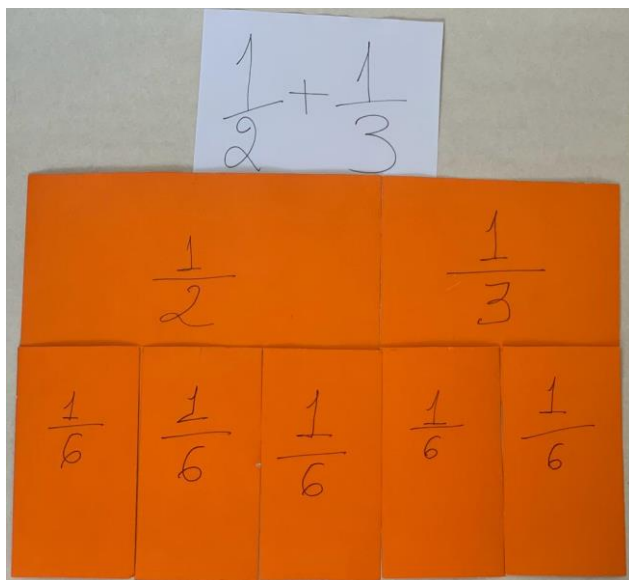


Fonte: Elaborado pelas autoras

No tocante as operações de adição e subtração a atividade-orientada segue na direção de acomodar as frações operatórias numa mesma relação equivalente. Por exemplo:

Na adição $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, busca-se (por tentativas) encontrar um fator de equivalência comum, no caso $\frac{1}{6}$ e na sequência por sobreposição verifica-se quantos $\frac{1}{6}$ cabem em $\frac{1}{2}$ e em $\frac{1}{3}$, por silogismo conclui-se que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$, figura 03.

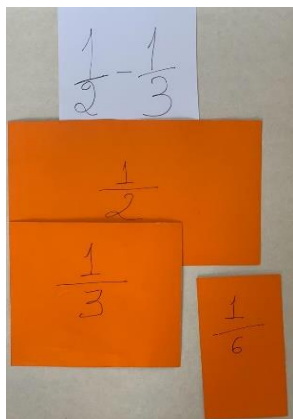
Figura 6.4. Lógica operacional da operação de adição de frações no PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

Na subtração $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$, usamos procedimentos semelhantes ao da adição (porém retirada), ou seja, a partir utilizando a equivalência relacional existente nos termos verificamos que ao retirar $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ teremos $\frac{1}{6}$, figura 04

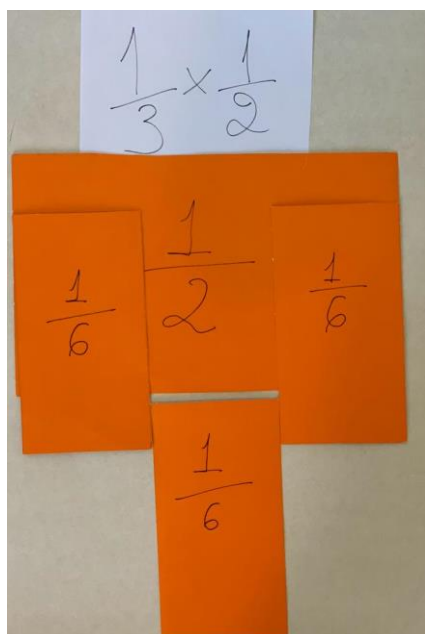
Figura 6.5. Lógica operacional da operação de subtração de frações no PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

Na compreensão da lógica operacional da multiplicação devemos interpretar o fator operacional como um referente a parte de um inteiro, por exemplo: Na multiplicação de $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$, a ideia é interpretar quanto vale $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$, nesse caso, toma-se $\frac{1}{2}$ e por sobreposição identifica qual fração completará a sua terça parte, que será $\frac{1}{6}$, conforme apresentado na figura 05.

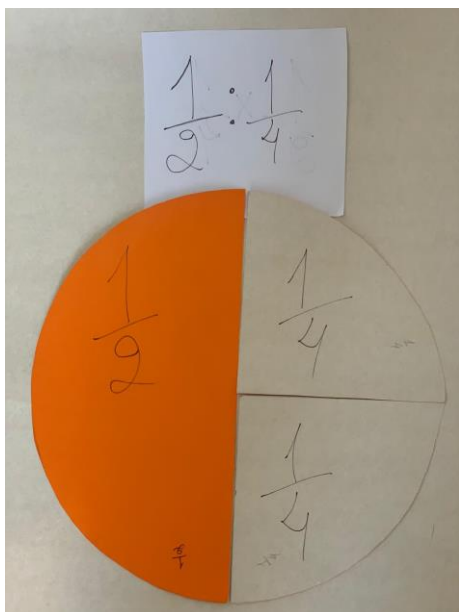
Figura 6.6. Lógica operacional da operação de multiplicação de frações no PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

No tocante a divisão de fração a estrutura operatória requer uma atenção a complexidade da ação, uma vez que uma divisão traz implícito as operações de adição, subtração e multiplicação. Dividir significa considerar a unidade fracionária (ou um número inteiro) como uma medida e também como um quociente. Por isso, para melhor compreensão e posterior assimilação do algoritmo operatório sugerimos trazer um recorte ao processo de divisão com números inteiros, ou seja, seguir uma linha de raciocínio de distribuição e medição, por exemplo: na divisão de $1/2 : 1/4$, teremos que interpretar quantos $1/4$ cabem em $1/2$. Então, por manipulação e sobreposição das fichas (figura 06) verificaremos que caberá duas fichas de $1/4$, o que equivale a dizer que o resultado da divisão de $1/2 : 1/4 = 2$.

Figura 6.7. Lógica operacional da operação de divisão de frações no PDE

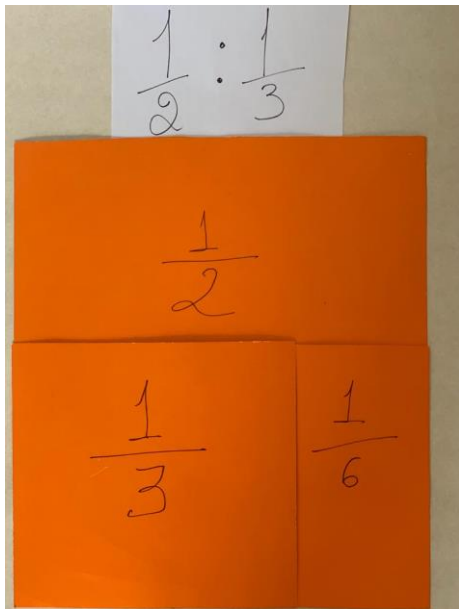


Fonte: Elaborado pelas autoras

No entanto, nem sempre o resultado da divisão será um número inteiro, como por exemplo, nas divisões de $1/2 : 1/3$; $2/3 : 5/3$; $1/5 : 1/4$ dentre outros, cujos resultados serão $3/2$; $2/5$ e $4/5$ respectivamente. Neste caso a lógica operatória a partir do PDE não fica tão evidente, pois sua interpretação apresenta uma complexidade maior aliada a utilização de estratégias operatórias das operações

básicas. Tomando como exemplo a divisão de $1/2 : 1/3$ podemos observar que em $1/2$ cabe mais de uma unidade de $1/3$ e ainda sobra $1/6$ ⁸⁵.

Figura 6.8. Lógica operacional da operação de divisão de frações no PDE



Fonte: Elaborado pelas autoras

No entanto nem sempre o resultado da divisão será um número inteiro, como por exemplo, na divisão de $1/2 : 1/3$. Ao buscar esta divisão devemos buscar quantos $1/3$ cabem em $1/2$. Usando a manipulação e a sobreposição das fichas verificaremos que caberá 1 ficha de $1/2$ mais $1/6$. Mas qual a relação de $1/6$ com $1/3$? Voltamos novamente a atenção para a sobreposição das fichas para verificar que $1/6$ é a metade de $1/3$, ou seja, verificamos que em $1/2$ cabe uma ficha de $1/3$ e mais outra ficha de $1/6$. $1 + 1/2$. Então, ao dividir $1/2$ por $1/3$ não encontramos um resultado inteiro (presença da adição) o que equivale dizer que em $1/2$ cabe $1/3 + 1/6$, logo $1/2 : 1/3 = 3/2$, conforme se verifica na figura 07. Neste contexto para efetuar a operação de divisão de $1/2 : 1/3$ se faz necessário ações mentais imersas nos algoritmos operatórios da adição e da subtração de frações.

Neste contexto a proposta de utilizar as fichas do PDE na divisão de frações apresenta-se como suporte epistemológico para explicitar, fundamentar e generalizar a lógica operatória implícita no algoritmo operatório da divisão de

⁸⁵ Considerando a manipulação tátil, sobreposição de fichas e verificação visual via PDE

frações. Este pensamento generalizante, uma das Funções Superiores do ser humano, permite um resgate dos mecanismos constitutivos da ação mental internalizada e sua construção justifica pela necessidade de estabelecer relação entre a habilidade e o conhecimento. Em outras palavras, explicar e referenda o porquê da automatização de multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, ou seja $1/2 : 1/3 = 1/2 \times 3/1 = 3/2$.

Convém ressaltar que este PDE, enquanto um sistema de ações mentais facilitadoras da compreensão da equivalência relacional implícita nas frações, as invariantes das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações e seus algoritmos operatórios deverá ser utilizado como opção metodológica direcionada, objetivada e mediada pelo professor durante o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes a partir do 4º ano do Ensino Fundamental.

APÊNDICE VI

Roteiro das atividades desenvolvidas na etapa denominada Ação Formativa-AF, período de 05/07 a 06/07/23 nos turnos matutino e vespertino.

- As atividades foram desenvolvidas mediante a utilização do PDE como instrumento de resolução das atividades e com possibilidade de registros gráficos para internalização dos algoritmos operatórios.

Encontro 01- Comparação de frações e Relação de equivalência entre frações

Atividade 01.

A partir de uma sobreposição e manipulação das fichas do PDE compare as seguintes frações:

- a) $\frac{1}{3}$ édo que $\frac{2}{3}$? b) $\frac{1}{2}$ édo que $\frac{5}{2}$?
 c) $\frac{5}{6}$ édo que $\frac{5}{4}$? d) $\frac{3}{2}$ édo que $\frac{6}{4}$?
 e) $\frac{3}{8}$ édo que $\frac{6}{7}$?

Atividade 02

Compare as seguintes frações:

- a) $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$; b) $\frac{2}{4}$ e $\frac{3}{12}$; c) $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{10}$; d) $\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{10}$ e) $\frac{10}{12}$ e $\frac{5}{6}$

Encontro 02 - Operações de Adição e Subtração de frações;

Atividade 01

Utilizando exclusivamente as fichas que compõem o PDE efetue as seguintes operações:

- a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} =$ d) $\frac{3}{5} + \frac{1}{2} =$ g) $\frac{4}{7} - \frac{1}{2} =$
 b) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2} =$ e) $\frac{2}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$ h) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$
 c) $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$ f) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} =$ i) $\frac{4}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} =$

Encontro 03 - Operações de multiplicação de frações

Atividade 01

O que significa encontrar $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$?

E $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$?

Qual a relação entre $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$?

Representam a mesma operação?

Por que?

E entre $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$?

Representam a mesma operação?

Por que?

Atividade 02

Utilizando exclusivamente as fichas que compõem o PDE efetue as seguintes operações:

$$\text{a) } \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \quad \text{c) } \frac{3}{5} \times \frac{1}{9} = \quad \text{e) } \frac{4}{7} \times \frac{14}{6} =$$

$$\text{b) } \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \quad \text{d) } \frac{2}{6} \times \frac{3}{2} = \quad \text{f) } \frac{3}{8} \times \frac{2}{6} =$$

Atividade 03

A partir da atividade anterior o que podemos inferir em relação ao algoritmo operatório normatizado nos manuais didáticos?

Encontro 04 - Operações de divisão de frações

Atividade 01

a) Explique o algoritmo operatório da divisão de números naturais: Quais são os elementos, qual o significado de cada uma e qual a função de cada um destes elementos?

b) No caso de uma divisão de frações o processo de divisão é semelhante a de números naturais? Por que?

c) O que significa efetuar a operação $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$? E $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$?

Atividade 02

Utilizando exclusivamente as fichas que compõem o PDE efetue as seguintes operações:

$$\text{a) } \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \quad \text{c) } \frac{3}{5} : \frac{9}{10} = \quad \text{e) } \frac{4}{7} \times \frac{6}{14} =$$

$$\text{b) } \frac{1}{3} : \frac{1}{6} = \quad \text{d) } \frac{2}{6} : \frac{3}{2} = \quad \text{f) } \frac{3}{8} : \frac{2}{6} =$$

Apêndice VII

Roteiro de atividade de conclusão da etapa investigativa AP

Considerando as atividades desenvolvidas na terceira etapa investigativa da pesquisa, faça um texto/relatório descrevendo sua percepção em relação aos processos efetuados e a sua opinião em relação as atividades desenvolvidas durante os quatros encontros finais da pesquisa.

Como sugestão para elaboração deste relatório considere os questionamentos a seguir.

- a) Qual a sua opinião em relação a metodologia aplicada para (re)construção dos conceitos no tocante às frações?
- b) Qual a importância para sua aprendizagem, enquanto professor, as atividades exploradas nos encontros da pesquisa para o processo de ensino da Matemática no tocante às frações como objeto de conhecimento curricular do 5º ano do Ensino Fundamental?
- c) As atividades desenvolvidas nos encontros contribuíram para a (re)construção conceitual das frações no que tange o 5º ano do Ensino Fundamental? Se sim, como?
- d) Você pretende multiplicar, ou seja, aplicar os procedimentos metodológicos utilizados nesta formação para sua sala de aula? Porque?
- e) Faça um paralelo entre seus conhecimentos sobre frações de antes e depois da formação?
- f) Descreva de forma resumida o conceito de frações, frações equivalentes, operações com frações e o algoritmo operatório presente na adição, subtração, multiplicação e divisão de frações explorados nos encontros formativos.
- g) Considerações finais.

Fonte: Elaborado pela autora