



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO- REDE NORDESTE DE ENSINO
DOUTORADO ACADÊMICO EM ENSINO

DANIELE DOS SANTOS SILVA

**LIMITE DE FUNÇÕES REAIS DE UMA VARIÁVEL REAL: UM FOCO NO
DESENHO DE TAREFAS**

VITÓRIA DA CONQUISTA

2025

DANIELE DOS SANTOS SILVA

**LIMITE DE FUNÇÕES REAIS DE UMA VARIÁVEL REAL: UM FOCO NO
DESENHO DE TAREFAS**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Ensino.

Orientador: Profa. Dra. Tania Cristina Rocha Silva Gusmão

Coorientadora: Profa. Dra. Galvina Maria de Souza

VITÓRIA DA CONQUISTA

2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO- REDE NORDESTE DE
ENSINO
DOUTORADO ACADÊMICO EM ENSINO

TESE DE DOUTORADO

**Limites de Funções Reais de uma Variável Real: um foco no
desenho de tarefas**

Autor: Daniele dos Santos Silva

Orientadora Prof.^a Dr.^a Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por
Daniele dos Santos Silva e aprovada pela Comissão Avaliadora.

Data: 10/11/2025

COMISSÃO AVALIADORA

Documento assinado digitalmente
 **TANIA CRISTINA ROCHA SILVA GUSMAO**
Data: 14/11/2025 14:42:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão (UESB)

Presidente da Banca Examinadora/Orientadora

Documento assinado digitalmente
 **GALVINA MARIA DE SOUZA**
Data: 18/11/2025 14:49:25-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Galvina Maria de Souza (UESB)

Examinadora interna

Documento assinado digitalmente
 **JANICE CASSIA LANDO**
Data: 18/11/2025 08:16:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Janice Cassia Lando (UESB)

Examinadora externa

Documento assinado digitalmente
 **ELIAS SANTIAGO DE ASSIS**
Data: 18/11/2025 10:49:47-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Elias Santiago de Assis (UFBA)

Examinador externo

Documento assinado digitalmente
 JOSE FERNANDES DA SILVA
Data: 19/11/2025 14:06:40-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

 Prof. Dr. José Fernandes da Silva (IFMG/UFOP)
Documento assinado digitalmente
GABRIEL LOUREIRO DE LIMA
Data: 17/11/2025 17:29:03-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br> Examinador externo

Prof. Dr. Gabriel Loureiro de Lima (PUC-SP)
Examinador externo

S579l

Silva, Daniele dos Santos.

Limite de funções reais de uma variável real: um foco no desenho de tarefas / Daniele dos Santos Silva, 2025.

228f.

Orientador (a): Dr.^a Tania Cristina Rocha Silva Gusmão.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Ensino, Rede Nordeste de Ensino - (RENOEN), Vitória da Conquista, 2025.

Inclui referências

1. Ensino de limites. 2. Tarefas matemáticas. 3. Cálculo. 4. Enfoque Ontosemiótico. 5. Idoneidade didática. I. Gusmão, Tania Cristina Rocha Silva. II. Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Programa de Pós-Graduação em Ensino, Rede Nordeste de Ensino (RENOEN). III. T.

CDD 510.07

Catálogo na fonte: Karolyne Alcântara Profeta – CRB 5/2134

UESB – Campus Vitória da Conquista – BA

Dedico este trabalho à menina que fui apesar de odiar ter que ir à escola, e muitas vezes querer desistir. A esta menina sou grata por não ter largado a mão dos próprios sonhos, mesmo quando pareciam impossíveis. Hoje nós alcançamos o título de doutoras – o que somente foi possível porque você, com toda a sua fragilidade e coragem, decidiu continuar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, em primeiro lugar, à minha orientadora, que, mesmo sendo extremamente ocupada, esteve sempre presente em cada etapa desta caminhada. Sua dedicação, cuidado e apoio ultrapassaram o papel de professora, tornando-se para mim como uma mãe.

À minha coorientadora, pelo compromisso e pela valiosa participação durante a execução desta pesquisa, a qual muito contribuiu para a consolidação do presente trabalho.

Aos meus pais, que sempre foram o alicerce da minha vida. Em especial ao meu pai, que partiu durante o processo, mas que não me abandonou um só dia, permanecendo presente em cada conquista com sua força e amor incondicionais.

Aos meus amigos do doutorado - Kleber, Jucy, Tina, Felipe, Sintia e William - que estiveram mais próximos e compartilharam comigo alegrias, desafios e aprendizados ao longo da trajetória.

Aos amigos de orientação, especialmente Adriana Sousa, pela parceria constante e pela amizade que se fortaleceu ao longo do percurso acadêmico.

Ao grupo GDICEM, por compartilhar conhecimento.

À banca examinadora, pela colaboração significativa no desenvolvimento desta tese e na construção dos artigos que a compõem, visto que suas contribuições foram fundamentais para o amadurecimento científico desta pesquisa.

Às professoras Adriana Breda e Daniela Araia, pela generosa colaboração nos artigos 5 e 4, respectivamente, favorecendo para a ampliação do seu alcance, assim como da qualidade alcançada neste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da UESB, tanto pelo acolhimento quanto pela formação sólida, os quais me proporcionaram um ambiente de crescimento acadêmico e humano.

Por fim, à FAPEMA, pelo apoio financeiro.

RESUMO

A presente tese, sob o tema central do ensino de limites de funções reais no Ensino Superior, com foco particular nos cursos de carreiras não matemáticas se justifica pela relevância do conceito de limite como base para o Cálculo Diferencial e Integral e pela constatação, a partir das fontes consultadas, de que os estudantes encontram dificuldades persistentes na aprendizagem desse conteúdo. Além disso, o ensino de limites frequentemente se reduz a abordagens procedimentais, com pouca atenção à construção conceitual e à dimensão didático-metodológica, reforçando a necessidade de investigações aprofundadas quanto à temática. Deste modo, o objetivo geral deste trabalho foi analisar o papel das tarefas no ensino de limites de funções reais, considerando os objetos matemáticos mobilizados e a gestão de seu planejamento, implementação e avaliação, com vistas a compreender os desafios enfrentados e as potencialidades para a aprendizagem no Ensino Superior. Para tanto, a pesquisa adotou uma abordagem qualitativa, estruturando-se em cinco estudos interdependentes, organizados em formato de tese *multipaper*. Sua realização partiu de uma revisão sistemática de literatura envolvendo pesquisas brasileiras a respeito de tarefas no ensino de Cálculo e de limites, seguida de uma análise crítica de dissertações e teses que versaram sobre tarefas no ensino de limites à luz dos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT). Por conseguinte, realizou-se uma análise documental de Projetos Políticos Pedagógicos (PPCs) de cursos de carreiras não matemáticas, seguida da análise epistêmica envolvendo as tarefas redesenhadas com base no Enfoque Ontosemiótico (EOS). Por fim, procedeu-se com uma análise envolvendo a gestão do planejamento, implementação e avaliação das tarefas, seguindo o referencial dos Critérios de Adequação Didática (CAD). Os principais resultados evidenciaram a existência de lacunas nas pesquisas e nos PPCs quanto ao tratamento didático e metodológico do conceito de limite; as dificuldades recorrentes dos estudantes, relacionadas à definição formal, ao uso de representações e à interpretação conceitual do limite; a predominância de tarefas fechadas e procedimentais, embora haja iniciativas de diversificação por meio de recursos digitais e propostas abertas; a potencialidade do uso do EOS para compreender os objetos matemáticos mobilizados e transformados nas tarefas; e a importância da gestão consciente das tarefas, articulando planejamento, implementação e avaliação para potencializar a aprendizagem. Deste modo, conclui-se que o ensino de limites de funções reais exige propostas as quais superem a fragmentação entre teoria e prática, incorporando múltiplos registros de representação, recursos tecnológicos e metodologias ativas. Assim, esta tese contribui ao oferecer evidências teóricas e práticas passíveis de orientar tanto a pesquisa em Educação Matemática quanto a formação de professores, indicando caminhos para um ensino mais significativo e fundamentado de limites no Ensino Superior.

Palavras-chave: Ensino de limites; Tarefas matemáticas; Cálculo; Enfoque Ontosemiótico; Idoneidade didática.

ABSTRACT

This thesis, which focuses on the central theme of teaching limits of real functions in higher education, with a particular focus on non-mathematical courses, is justified by the relevance of the concept of limits as a foundation for Differential and Integral Calculus and by the observation, based on the sources consulted, that students encounter persistent difficulties in learning this content. Furthermore, the teaching of limits is often reduced to procedural approaches, with little attention to conceptual construction and the didactic-methodological dimension, reinforcing the need for in-depth investigations on the subject. Thus, the general objective of this work was to analyze the role of tasks in teaching limits of real functions, considering the mathematical objects mobilized and the management of their planning, implementation, and evaluation, with a view to understanding the challenges faced and the potential for learning in higher education. To this end, the research adopted a qualitative approach, structured into five interdependent studies, organized in a multi-paper thesis format. The study was based on a systematic literature review of Brazilian studies on tasks in teaching calculus and limits, followed by a critical analysis of dissertations and theses on tasks in teaching limits in light of the Task Design Criteria (TDC). Subsequently, a documentary analysis of Pedagogical Policy Projects (PPCs) for non-mathematical career courses was conducted, followed by an epistemic analysis of the redesigned tasks based on the Ontosemiotic Approach (OSE). Finally, an analysis of the management of task planning, implementation, and evaluation was conducted, following the Didactic Adequacy Criteria (DAC). The main results highlighted gaps in research and PPCs regarding the didactic and methodological treatment of the concept of limits; recurring student difficulties related to the formal definition, use of representations, and conceptual interpretation of limits; the predominance of closed and procedural tasks, although there are initiatives for diversification through digital resources and open proposals; the potential of using EOS to understand the mathematical objects mobilized and transformed in the tasks; and the importance of conscious task management, articulating planning, implementation, and evaluation to enhance learning. Thus, it is concluded that teaching limits of real functions requires proposals that overcome the fragmentation between theory and practice, incorporating multiple registers of representation, technological resources, and active methodologies. Thus, this thesis contributes by offering theoretical and practical evidence that can guide both research in Mathematics Education and teacher training, indicating paths for more meaningful and informed teaching of limits in Higher Education.

Keywords: Teaching of limits; Mathematical tasks; Calculus; Onto-semiotic Approach; Didactic suitability.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - CDT apontados em cada artigo estudado	97
--	----

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática	32
Figura 2 - Estrutura em que se organizará o desenvolvimento da Tese	43
Figura 3 - Levantamento Bibliográfico	59
Figura 4 - Nuvem de Palavras (Palavras-Chave)	65
Figura 5 - Protocolo para Revisão Sistemática de Literatura	83
Figura 6 - Levantamento Bibliográfico	84
Figura 7 - Tarefa de natureza fechada contida na pesquisa	99
Figura 8 - Tarefa de natureza fechada do tipo problema	100
Figura 9 - Mapa conceitual construído por participante.....	101
Figura 10 - Ementa Matemática Básica do Curso de Bacharelado em Estatística- UNIR	125
Figura 11 - Ementa Cálculo I do Curso de Bacharelado em Estatística- UNIR.....	126
Figura 12 - Ementa de Física Teórica 1 e Física Teórica 2 do curso de Computação	129
Figura 13 - Tipologia dos objetos matemáticos primários	145
Figura 14 - Critérios de Adequação Didática (CAD).....	171

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Critérios de Idoneidade	33
Quadro 2 - anejamento das Tarefas e Conteúdos	41
Quadro 3 - Referências que formam o <i>corpus</i> de análise	59
Quadro 4 - Registro de unidades de relevância coletados nos trabalhos investigados	66
Quadro 5 - Conteúdos e Objetivos abordados nas pesquisas estudadas	67
Quadro 6 - Elenco de Trabalhos selecionados para o estudo	85
Quadro 7 - Relação Critérios de desenho de tarefa e os indicadores	88
Quadro 8 - Relação entre os obstáculos epistemológicos e as pesquisas estudadas	90
Quadro 9 - Dificuldades listadas nas pesquisas internacionais e nacionais	94
Quadro 10 - Relação das dificuldades apresentadas pelos estudantes listadas nas pesquisas estudadas	96
Quadro 11 - Diretrizes Curriculares e Cargas Horárias Mínimas para Cursos de Graduação	119
Quadro 12 - Cursos selecionados de cada região	121
Quadro 13 - Informações gerais sobre os cursos selecionados credenciados pelo MEC	122
Quadro 14 - Carga Horária das Disciplinas de Matemática e de Disciplinas que dependem da Matemática	123
Quadro 15 - Distribuição das Disciplinas por Curso: Ementa, Período e Carga horária	124
Quadro 16 - Disciplinas que Precisam de Cálculo de cada curso analisado	127
Quadro 17 - Perfil do Egresso de cada Curso	130
Quadro 18 - Metodologias indicadas nos PPP de cada curso	131
Quadro 19 - Práticas avaliativas indicadas nos PPP de cada curso	133
Quadro 20 - Ficha 1: Tarefa 1	146
Quadro 21 - Ficha 2: Tarefa 2	147
Quadro 22 - Ficha 3: Tarefa 3	148
Quadro 23 - Objetos Primários da Tarefa 1	152
Quadro 24 - Objetos Primários da Tarefa 2	155
Quadro 25 - Objetos primeiros da Tarefa 3	157
Quadro 26 - Critérios de análise de desenho de tarefas	173

Quadro 27 - Gestão do Planejamento do Estudo	175
Quadro 28 - Gestão do Planejamento da Seleção das Tarefas	176
Quadro 29 - Tarefas propostas	177
Quadro 30 - Gestão da Implementação	181
Quadro 31 - Gestão da Avaliação	184
Quadro 32 - Análise da Gestão da Avaliação das Tarefas segundo as Adequações	184

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

A	Aberta;
a.C.	Antes de Cristo
A/F	Aberta e Fechada,
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
AD	Abordagem Didática
ADD	Abordagem Documental do Didático
AP	Abertura de Pensamento;
BDTD	Banco Digital de Teses e Dissertações
BICT	Bacharelado Interdisciplinar em Ciências e Tecnologia
CAD	Critérios de Adequação Didática
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CDI I	Cálculo Diferencial e Integral I
CDI	Cálculo Diferencial e Integral
CDT	Critérios de Desenho de Tarefas
CE	Configurações Epistêmicas
CEDT	Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas
CES	Câmera de Educação Superior
CNE	Conselho Nacional de Educação
CNPQ	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CPF	Cadastro de Pessoas Físicas
Crt	Criatividade;
D	Dissertações
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
Des	Desafios;
DOI	Digital Object Identifier
DSC	Didactical Suitability Criteria
EC	Exigência Cognitiva;
EOS	Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática
ETEMA	Escola Técnica Estadual do Maranhão
Ex	Exercícios;
F	Fechada;
FAPEMA	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Maranhão

GDICEM	Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática
ID	Idoneidades Didáticas
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais
Int	Interatividade;
MEC	Ministério da Educação
PARFOR	Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica
PBL	Problem-Based Learning
PMA	Pensamento Matemático Avançado
PPP	Projetos Políticos Pedagógicos
Prb	Problemas;
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
RME	Realistic Mathematics Education
RSL	Revisão Sistemática de Literatura
SD	Sequência Didática.
T	Teses
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TDC	Task Design Criteria
TEM	Teoria de la Educación Matemática
TFC	Teorema Fundamental do Cálculo
TRSS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
UEFS	Universidade Estadual de Feira de Santana
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFMA	Universidade Federal do Maranhão
UFN	Universidade Franciscana
UFOP	Universidade Federal de Ouro Preto
UFPA	Universidade Federal do Pará
UNB	Universidade de Brasília
UNESC	Universidade do Extremo Sul Catarinense
UNIAN	Universidade Anhanguera de São Paulo
USP	Universidade de São Paulo
VA	Vídeo aula

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	19
1.1 APRESENTAÇÃO	19
1.1.1 Trajetória profissional e a influência à área de educação em ciências e matemática	19
1.2 INTRODUÇÃO	21
1.3 OBJETIVOS	23
1.3.1 Objetivo Geral	23
1.3.2 Objetivos Específicos	23
1.4 REFERENCIAL TEÓRICO	24
1.4.1 Ensino de matemática com ênfase no cálculo diferencial e integral.....	24
1.4.2 Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas	27
1.4.3 Critérios de Idoneidade Didática e do Desenho De Tarefas	30
1.4.4 Objetos Matemáticos Primários	34
1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	36
1.5.1 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 1	44
1.5.2 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 2	45
1.5.3 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 3	46
1.5.4 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 4	46
1.5.5 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 5	47
REFERÊNCIAS.....	48
CAPÍTULO 2 - ARTIGO 1: Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura	55
2.1 REFERÊNCIA	55
2.2 RESUMO.....	55
2.3 ABSTRACT	56
2.4 INTRODUÇÃO	56
2.5 METODOLOGIA.....	57
2.6 RESULTADOS	59
2.7 DISCUSSÕES.....	70
2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	72
REFERÊNCIAS.....	73

CAPÍTULO 3 - ARTIGO 2: Ensino de Limite de Funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas.....	78
3.1 REFERÊNCIA	78
3.2 RESUMO.....	79
3.3 ABSTRACT	79
3.4 INTRODUÇÃO	79
3.5 PERCURSO METODOLÓGICO	82
3.5.1 Dificuldades Impulsionadoras do Estudo do Limite de uma função real...	88
3.5.2 Obstáculos de aprendizagem.....	89
3.5.3 Dificuldades citadas por autores nas pesquisas analisadas	93
3.5.4 Dificuldades oriundas das pesquisas analisadas	96
3.6 DISCUSSÕES DOS RESULTADOS	104
3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	107
Referências	108
CAPÍTULO 4 - ARTIGO 3 : O Conceito de Limite em PPP de Cursos não Matemáticos: Análise Documental.....	112
4.1 REFERÊNCIA	112
4.2 RESUMO.....	113
4.3 ABSTRACT	113
4.4 INTRODUÇÃO	114
4.5 REFENCIAL TEÓRICO	117
4.5.1 Conceito de Limite, sua importância e aplicabilidade em Currículos de Cursos Não Matemáticos no Ensino Superior	117
4.5.2 O Papel das Diretrizes Curriculares e dos PPP na Estruturação do Ensino de Limites	118
4.6 METODOLOGIA.....	120
4.7 ANÁLISE E RESULTADOS.....	123
4.7.1 Tratamento Matemático	123
4.7.2 Tratamento Didático.....	130
4.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	135
REFERÊNCIAS.....	136
CAPÍTULO 5 - ARTIGO 4: Uma Análise Epistêmica de Desenho de Tarefas focada nos Limites de Funções Reais.....	139

5.1 REFERÊNCIA	139
5.2 RESUMO.....	139
5.3 ABSTRACT	140
5.4 INTRODUÇÃO	140
5.5 DESENHO E (RE)DESENHO DE TAREFAS.....	142
5.6 OBJETOS MATEMÁTICOS E A SUA TIPOLOGIA	144
5.7 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS.....	146
5.8 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	151
5.8.1 Os objetos matemáticos primários.....	151
<i>5.8.1.1 Descrição e objetos matemáticos da Tarefa 1</i>	<i>151</i>
5.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	158
REFERÊNCIAS.....	159
CAPÍTULO 6 - ARTIGO 5.....	161
6.1 REFERÊNCIA	161
6.2 RESUMO.....	162
6.3 ABSTRACT	162
6.4 INTRODUÇÃO	163
6.5 LIMITES E SEU ENSINO	165
6.6 PLANEJAMENTO E GESTÃO DE TAREFAS.....	167
6.7 METODOLOGIA.....	171
6.8 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	174
6.8.1 Gestão do Planejamento.....	175
<i>6.8.1.1 As idoneidades didáticas nas tarefas</i>	<i>178</i>
6.8.2 Gestão da Implementação	181
6.8.3 Gestão da Avaliação	183
6.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	188
REFERÊNCIAS.....	189
CAPÍTULO 7.....	192
7.1 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 1.....	192
7.2 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 2.....	193
7.3 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 3.....	194
7.4 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 4.....	196
7.5 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 5.....	197

7.6 IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE LIMITES DE FUNÇÕES REAIS NO ENSINO SUPERIOR	198
7.7 IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE LIMITES DE FUNÇÕES REAIS NO ENSINO SUPERIOR	199
7.8 DIFUSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA	
7.8.1 Publicações em revistas indexadas	---
7.8.2 Publicações em anais de congressos nacionais e internacionais	200
REFERÊNCIAS DA TESE	202
ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCL.....	215
APÊNDICE A – FICHA RESUMO DAS TAREFAS CONTENDO DESCRIÇÕES DA TAREFA, TIPO DE TAREFA E IDONEIDADES TRABALHADAS E COMENTÁRIOS DA ATIVIDADE.....	219

CAPÍTULO 1

1.1 APRESENTAÇÃO

Nesta breve apresentação tem-se como objetivo o de descrever minhas trajetórias pessoal e acadêmica, assim como destacar os aspectos influenciadores da escolha profissional, complementando com minha trajetória na área da educação matemática. Para sua elaboração considerei as condições, situações e contingências envolvidas no desenvolvimento dos meus trabalhos, assim como do percurso transcorrido até a definição temática da futura tese de doutorado.

1.1.1 Trajetória profissional e a influência à área de educação em ciências e matemática

Meu interesse pela Matemática surgiu ainda no ensino médio, quando fiz parte do corpo discente do curso técnico em Eletrotécnica na Escola Técnica Estadual do Maranhão (ETEMA). Destacava-me nas disciplinas de Matemática e Física e sabia que minha atuação profissional estaria relacionada a essas áreas. No entanto, não havia, naquele momento, um desejo explícito de seguir a carreira de professora, visto que essa possibilidade me gerava receios. A aprovação simultânea em Arquitetura e Matemática acabou me conduzindo para a licenciatura, na qual descobri potencialidades e desenvolvi afinidade crescente com a docência.

Graduei-me em Matemática pela Universidade Federal do Maranhão (2007) e, ainda antes da colação de grau, iniciei a trajetória como professora substituta na própria instituição. Essa experiência foi determinante para que compreendesse meu interesse em atuar no ensino superior e na formação de futuros professores. Nos anos seguintes, lecionei em diferentes instituições de ensino assim como de seus cursos, como Matemática, Engenharia, Ciências Contábeis e Biologia, e em componentes que iam da Matemática Básica ao Cálculo Diferencial e Integral. Esse percurso, inicialmente marcado por uma formação voltada à matemática “pura”, reforçou minha inquietação quanto às práticas de ensino e às dificuldades dos alunos em compreender conteúdos abstratos.

Em 2010, ingressei no mestrado em Matemática pela Universidade Federal do Maranhão (UFMA), desenvolvendo pesquisa em Geometria Diferencial. Dois anos depois, fui aprovada em concurso para professora efetiva da mesma instituição e atuei por certo tempo no campus de Codó. A mudança para o campus de Pinheiro, em 2014, representou uma virada em minha identidade docente, ao assumir disciplinas de Matemática no curso de Ciências Naturais. Esse contexto interdisciplinar exigiu aprofundamento nos estudos acerca de ensino, didática e currículo, buscando alternativas para tornar a docência que envolve a Matemática, mais significativa e conectada à realidade dos estudantes.

A atuação em programas de formação de professores, como o Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica (PARFOR), foi igualmente marcante. Em tais experiências, percebi a distância existente entre a formação inicial e as necessidades reais da prática docente, o que me levou a orientar trabalhos de conclusão de curso voltados para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Essa aproximação com a Educação Matemática fortaleceu meu desejo de investigar práticas pedagógicas mais eficazes.

A pandemia de Covid-19 trouxe novos desafios e oportunidades. A necessidade de reinventar práticas de ensino impulsionou a criação de tarefas que utilizavam *softwares* como Excel e *GeoGebra*, principalmente explorando limites, derivadas e aplicações práticas de conceitos matemáticos. Essa experiência evidenciou potencialidades associadas às tarefas no processo de ensino-aprendizagem, demonstrando o caminho que poderia ser seguido para a proposta desta tese.

Com base nas reflexões oriundas da prática docente, dos programas de formação e da revisão sistemática¹ realizada no doutorado, defini como objeto de pesquisa o estudo do papel das tarefas no processo de ensino e aprendizagem de Limites de uma Função Real. A investigação buscou compreender os tipos de tarefas mobilizadas, seus desafios e o tratamento didático-metodológico recebido, visando ampliar a compreensão do referido conteúdo além de contribuir para uma formação mais consistente de professores e estudantes.

¹ Que consta no capítulo dois da presente tese.

1.2 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática enfrenta barreiras de aceitação por boa parte dos alunos de outras áreas do conhecimento devido, principalmente, ao preconceito de muitos dos educandos sobre os conhecimentos da área, considerando-os enfadonhos e difíceis, além do desafio constante do professor em engajar os alunos no processo, pois, muitas vezes, não atribuímos sentido às atividades propostas de modo a relacionar a matemática com sua realidade em questão (Furlani, 2016).

Existem variadas aplicações da matemática em áreas não-matemáticas, como nos casos das Engenharias, Ciências Naturais, Licenciaturas em Física, Química, Biologia, Ciências Contábeis etc., por meio de ações que envolvem a análise de dados de pesquisas (Estatística), a modelagem por funções (crescimento exponencial como acontece na transmissão da Covid-19), as taxas de crescimento e decrescimento de populações, Máximos e Mínimos, entre outras possibilidades de aplicação.

A concepção do Cálculo Diferencial e Integral figura como um dos desenvolvimentos grande importância na história, pois desempenhou papel fundamental na resolução de ampla variedade de problemas em áreas como mecânica, economia, biologia e geometria, ao longo da história da humanidade. Como o único meio de solucionar tais questões, o estudo do Cálculo é fundamental para a formação de profissionais como engenheiros, biólogos, físicos, químicos, economistas, arquitetos, e professores de matemática (Bobadilla; Labarca, 2010).

As bases do Cálculo estão na noção de limite, sendo este conceito crucial para a compreensão de temas como continuidade, derivada, integral e série (Elia *et al.*, 2009; Parameswaran, 2007), e por este fato, nos últimos anos, destaca-se a realização de pesquisas conduzidas no intuito de aprofundar sobre o conceito de limite.

Os limites desempenham um papel fundamental nos currículos de Engenharia, Tecnologias, certas Licenciaturas e campos das Ciências da Natureza. De acordo com Silva (2019), sua relevância reside no fato de que essa *expertise* se reflete na execução de tarefas complexas e na facilitação da compreensão de outros conteúdos.

Contudo, pesquisas que envolvem a temática do ensino de Cálculo destacam a preocupação com a elevação nos índices de reprovações, buscando identificar as razões para as dificuldades dos alunos além de propor alternativas para a superação

das mesmas (Da Costa, 2013; Ladeira, 2014; Rocha, 2016). Como justificativa, os alunos apontam o alto grau de abstração, a metodologia do professor, assim como as tarefas do tipo “calcule” e sem contextualização. O professor por sua vez atribui o baixo rendimento à falta de motivação, dificuldade de raciocínio, ausência de autonomia e precária formação básica (Barbosa, 2004; Carvalho *et al.*, 2021; Silva *et al.*, 2017).

Em estudos sobre Limites de uma função real, ressalta-se a necessidade de melhoria na forma como o conteúdo é abordado, e assim, novos olhares para o processo de ensino-aprendizagem desse objeto matemático podem ser considerados a partir de diferentes modelos teóricos metodológicos, a exemplo, da aplicação dos Critérios de Idoneidade Didática do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e Instrução Matemática-EOS (Godino, 2011, 2012; Kaiber *et al.*, 2017; Ninow; Kaiber, 2017) e o Desenho de Tarefas (Breda *et al.*, 2015; Godino *et al.*, 2009; Godino; Contreras, 2017; Gusmão, 2006; Gusmão, 2019; Pochulu *et al.*, 2013).

O EOS proporciona ferramentas que permitem distinguir cinco sub-competências² dentro da competência geral de análise, além da intervenção didática própria do professor de matemática. Entretanto neste estudo a atenção se voltará apenas à sub-competência de Análise das Idoneidades Didáticas que é uma ferramenta de apoio, e voltada para a reflexão global sobre a prática didática, valorização e melhoria gradual da mesma (Godino; Batanero, 2008).

As tarefas são o conjunto de propostas, sejam elas matemáticas ou didáticas, que o professor leva para a sala de aula (Gusmão; Font, 2020), com base em alguns critérios, pois as tarefas devem ultrapassar problemas simples e meros exercícios de reprodução e memorização, possibilitando a exploração dos conhecimentos adquiridos em problemas contextualizados, desafiadores e até com mais de uma possibilidade de resolução (Sousa *et al.*, 2020).

Para além de revisar o que a literatura elenca à respeito desse objeto de estudo, pretendeu-se com esta pesquisa realizar uma formação com professores que ministram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) em cursos de carreiras não matemáticas, envolvendo ainda alunos do curso de Bacharelado Interdisciplinar em Ciências e Tecnologia (BICT). Para tal, a formação proposta foi pautada em tarefas

² Para mais detalhes ver Godino e Batanero (2008).

sobre diferentes significados institucionais que o objeto limite das funções em uma variável possui, seguida de análise dos efeitos da referida formação na construção e ampliação de significados pessoais. As tarefas seguiram critérios validados pela comunidade científica, como é o caso dos critérios do Desenho de Tarefas (Gusmão, 2019) e os Critérios de Idoneidade Didática (Godino; Contreras, 2017), os quais consideram aspectos relacionados com a matemática e sua didática.

Cabe considerar que o desenvolvimento desta pesquisa adotou uma estrutura *multipaper* e que incorpora a Pesquisa Bibliográfica, a Pesquisa Documental e a Pesquisa-Formação em sua consecução.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

- a) Analisar o papel das tarefas no ensino de limites de funções reais, considerando os objetos matemáticos e a gestão de seu planejamento, implementação e avaliação, com vistas a compreender seus desafios e potencialidades para a aprendizagem no Ensino Superior.

1.3.2 Objetivos Específicos

- a) Identificar e analisar as contribuições das pesquisas, com foco na origem, palavras-chave, objetivos e conteúdos abordados, além de identificar lacunas para estudos futuros;
- b) Analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando dificuldades, desafios e avaliando a implementação das tarefas aos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT);
- c) Analisar o tratamento matemático e didático do conceito de limites de uma função real nos Projetos Políticos Pedagógicos de cursos de carreiras não matemáticas no Ensino Superior;
- d) Analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas matemáticas voltadas ao ensino de limites de funções reais, com base na dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico;

- e) Analisar a gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação de tais tarefas impactam a aprendizagem.

1.4 REFERENCIAL TEÓRICO

1.4.1 Ensino de matemática com ênfase no cálculo diferencial e integral

Ensinar e aprender matemática foi e continua sendo um desafio para professores e alunos, pois “o ensino dessa disciplina sempre foi rodeado por muitas dificuldades e obstáculos quase intransponíveis” (Berti, 2005, p. 98). No Brasil, o ensino formal da matemática chegou através dos Jesuítas assumindo o caráter de repetição e memorização, e ainda sendo estimulado à competição por meio de prêmios e castigos, conforme ressalta Gadotti (2003).

Lima e Sauer (2003) destacam que a matemática possui uma fundamentação lógica a qual demanda formalização dos conceitos construídos em cada etapa e adaptada ao nível de desenvolvimento do aluno, de modo que tratar os conhecimentos matemáticos como simples regras e fórmulas em situações padrão de aplicação é considerado um contrassenso, pois, reconhecer a aplicação adequada de uma regra é mais significativo do que aplicá-la corretamente.

Sendo o conhecimento matemático um processo encadeado e cumulativo, o que reflete a evolução das ideias, respeitar que os conhecimentos matemáticos se correlacionam ao longo do processo de aprendizagem, é uma lógica fundamental na introdução de novos conceitos, auxiliando os alunos na re(construção) dos seu próprio referencial, pois a verdadeira essência reside na compreensão do significado, não apenas no nível de informação (Lima e Sauer, 2003).

Em se tratando do Cálculo, esta se constitui como uma das disciplinas mais tradicionais do ensino superior, mantendo, em grande medida, sua estrutura original ao longo do tempo, de modo que, mesmo diante dos avanços tecnológicos, com o surgimento de calculadoras e computadores, sua essência permaneceu praticamente inalterada desde o século XVII, quando Newton e Leibniz, de forma independente, formularam suas ideias fundamentais. No Brasil, entretanto, como analisa Lima (2012), o ensino de Cálculo herdou inicialmente uma orientação fortemente marcada

pelo rigor e formalismo do modelo europeu implantado na Universidade de São Paulo (USP) nos anos 1930, o que contribuiu para práticas pedagógicas centradas em exposições formais e em um nível elevado de abstração. Essa tradição, ainda que tenha passado por adaptações ao longo do tempo, por vezes dificultou a construção de significados pelos estudantes, visto que desconsiderava a maturidade matemática do público-alvo e as especificidades dos diferentes cursos de formação.

Ao longo dos anos e com contribuições de vários cientistas de representatividade, o Cálculo foi formalizado. Kepler e Galileu desempenharam papéis cruciais, mas Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz, como dito anteriormente, ficaram historicamente conhecidos como precursores do Cálculo Infinitesimal. Contudo, o desenvolvimento histórico do Cálculo se iniciou a partir de conceitos relacionados ao Cálculo Integral, surgindo as bases do Cálculo Diferencial muito depois. A ideia de limite surgiu por volta de 450 a.C., mas foi Isaac Newton quem primeiro reconheceu, em certo sentido, a necessidade desse conceito, lançando as bases para a definição moderna, por sua vez, a abordagem do Cálculo, incluindo conceitos como limite e continuidade, deve muito a Cauchy, conforme destaca Fulini (2016).

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI), a partir do século XIX, foi dominado por técnicas que perduram até a atualidade, tornando o seu ensino, por vezes, dissociado de sentido, principalmente porque existem máquinas e aplicativos que efetuam toda a técnica, aplicando mais rapidez e precisão. Ou seja, faz-se fundamental que a atualização nas formas de ensino do cálculo também seja considerada, tornando a temática mais atrativa ao aluno. O Cálculo, portanto, é uma disciplina extremamente importante, corroborando para que a construção da base do conhecimento ocorra desde o início dos estudos formais, enfatizando a parte conceitual, visto que este aspecto conceitual, é a parte que as máquinas não podem substituir (Bertolazi, 2017; D'ambrosio, 2003).

A necessidade de revisão e discussão desse modelo é evidente, considerando que desde o ano de 2017, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP, 2017) identificou problemas significativos no ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Deste modo, a área de Engenharia apresentou uma lacuna preocupante na formação dos estudantes, indicada pelo baixo desempenho em uma questão discursiva, com poucas respostas consideradas medianas ou boas e uma alta

incidência de notas zero. Este cenário reflete a existência de um conhecimento insuficiente acerca dos conteúdos essenciais de CDI, fundamentais para qualquer curso de Engenharia.

A formação inicial deve contribuir para a construção da identidade profissional do professor, desenvolvendo habilidades, competências e oferecendo subsídios para enfrentar problemas e desafios com criatividade e originalidade (Nuñez; Ramalho, 2005). Por sua vez, a formação continuada deve ser cuidadosamente planejada para que não se limite a uma exigência burocrática das instituições escolares e universitárias, mas represente, de fato, um espaço de motivação e crescimento para o professor.

No campo da Educação Matemática, apesar dos avanços e contribuições de Brousseau (2008), Santos (2010), Godino (2013), Lorenzato (2008), Moreira (2014), Muniz (2017) e Ponte (2003), ainda se observa uma carência significativa na formação de professores, sobretudo no que se refere à incorporação de novas metodologias de ensino. Partindo da premissa de uma formação inicial deficitária, a formação continuada torna-se essencial e deve considerar as necessidades reais dos profissionais, constituindo-se como um espaço para a superação de lacunas e para a valorização de práticas inovadoras (Moreira; Manrique, 2014).

A formação docente em Matemática, nesse sentido, deve priorizar abordagens pedagógicas que favoreçam a construção e a apropriação de significados dos conteúdos trabalhados. Todavia, em muitos cursos de graduação, as disciplinas matemáticas se fazem desconectadas dos objetivos formativos, o que reforça a necessidade de propostas didáticas que ampliem as discussões conceituais, em especial no ensino de Cálculo Diferencial e Integral (Bertolazi, 2017). Assim, sem uma formação teórico-prática em Educação Matemática, é comum que os profissionais atuantes na formação de professores restrinjam-se a uma abordagem técnico-formal, sem explorar dimensões histórico-filosóficas, epistemológicas, axiológicas e didático-pedagógicas, que são fundamentais à prática docente (Fiorentini *et al.*, 2002).

Esse quadro de fragilidades formativas reflete-se diretamente no ensino e aprendizagem do Cálculo, de modo que a maior parte das dificuldades dos alunos está relacionada à ausência de conhecimentos básicos de Matemática, essenciais para a compreensão dos novos conceitos (Cavasotto; Viali, 2011; Cury, 2004; Fernandes; Conceição, 2013; Frescki; Pigatto, 2009; Keene; Hall; Duca, 2014; Moro;

Siple, 2010; Müller; Azambuja; Müller, 2010; Nasser, 2004; Nasser; Sousa; Torraca, 2017).

Diante deste aspecto, Nasser *et al.* (2012) e Rezende (2003) defendem a introdução gradual de ideias fundamentais do Cálculo ainda no Ensino Médio e Fundamental, de modo a reduzir a sobrecarga atribuída ao curso inicial no Ensino Superior. Nesse mesmo sentido, algumas universidades têm buscado alternativas, como a oferta de cursos de pré-Cálculo, no intuito de suprir lacunas e preparar melhor os estudantes para enfrentar os desafios associados à disciplina.

Uma alternativa que pode ser adotada está nas tarefas produzidas pelo professor, pois, como afirma Ponte (2003), é importante simplesmente substituir os exercícios que enfatizam a repetição, normalmente do tipo calcule, pela resolução de problemas de investigação, ou seja, “O ensino da matemática necessita variar as tarefas, diversificar os seus tipos e dar oportunidades para o estudante conhecer outras formas de aprendê-la” (Gusmão, 2019, p. 04).

1.4.2 Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas

Ao prospectar melhorias para o ensino de matemática, pesquisas e estudos têm buscado caminhos para uma educação mais efetiva e de qualidade, ao que se destaca as tarefas como práticas relevantes para a construção de conhecimentos (Rodrigues; Gusmão, 2020).

Segundo Gusmão (2020), os estudos sobre desenho de tarefas voltam suas atenções para as respostas, estratégias e modo de resolução dos alunos e mais ainda para o professor que analisa, concebe e avalia as tarefas. No Desenho de tarefas, as situações ou recursos de aprendizagens são originais, já no (re)desenho de tarefas é preciso criatividade para a adaptação, porém não seguem o critério de originalidade (Ferreira; De Buriasco, 2015; Gusmão; Font, 2020).

O Desenho e o (re)desenho de tarefas posicionam-se como estratégias para a articulação de conhecimentos e ainda para seu desenvolvimento em situações que envolvam contextos extra matemáticos, ou seja, que relacionem a matemática com as outras áreas do saber e com o entorno social (Font; Ramos; Gusmão, 2017). Assim, desenvolver estudos de matemática nesses contextos extra matemáticos é promissor para o ensino superior, principalmente se forem aplicados por professores de

matemática que precisam atuar em outros cursos como Ciências Naturais, Administração, Farmácia etc.

No que se refere a uma classificação, as tarefas podem ser rotineiras ou não rotineiras, flexível ou inflexível, abertas ou fechadas (Ferreira; De Buriasco, 2015; Gusmão; Font, 2020). Assim, uma tarefa é dita rotineira se o foco está na mera reprodução técnica, e é não-rotineira se apresenta certo nível de complexidade, tal como: resolução de problemas, tarefas de investigação, realização de projetos e jogos (Goi; Santos, 2019). Uma tarefa é flexível quando permite resolução em diferentes níveis de complexidade e/ou diferentes estratégias. E é uma tarefa inflexível quando admite uma única resolução, por vezes padronizada (Ferreira; De Buriasco, 2015). As tarefas fechadas admitem um número finito de resposta, sendo as de maior aplicabilidade nas salas de aulas. E, por sua vez, as tarefas abertas caracterizam-se como aquelas que admitem múltiplas e infinitas respostas (Gusmão; Font, 2020).

A RME (*Realistic Mathematics Education*), também denominada de Educação Matemática Realística, considera o contexto em que os estudantes possam pensar sobre os seus problemas, tornando-os reais, conforme abordagem realística proposta por Hans Freudenthal (Freudenthal, 1983). O contexto de uma tarefa pode apresentar situações realísticas (tratando de uma simulação da realidade ou parte dela), fantasiosas (sendo fruto da imaginação sem fundamento da realidade) e puramente matemáticas (refere-se exclusivamente a objetos matemáticos: números, relações, operações aritméticas, figuras geométricas etc.) (Díaz; Poblete, 2005; Ferreira; De Buriasco, 2015; Van Den Heuvel-Panhuizen, 2001).

O desenho de tarefas possui algumas características que definem o que seja uma boa tarefa, como a criatividade que quando se entrelaça a tarefa gera boas tarefas, tarefas bem desenhadas e criativas (Rodrigues; Gusmão, 2020). A criatividade exige do professor, ao propor tarefas bem pensadas, uma reflexão ampla sobre o que é importante ensinar e as diferentes formas de aprender, reconhecendo que o aluno precisa “pensar fora da caixa” para respondê-las.

No intuito de estudar e pesquisar as tarefas, Gusmão (2021) propõe o Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT) como um método de investigação voltado ao desenho de tarefas próprias, originais ou modificadas, com o objetivo de melhorias no ensino aprendizagem de Matemática. Seu processo é desenvolvido em ciclos formativos, nos quais se coloca em prática um conjunto de processos organizados por

fases que envolvem diagnóstico, estudo, análise, planejamento e seleção, desenho/concepção, implementação, avaliação e redesenho de tarefas.

O CEDT ganha vida no trabalho de formação proposto por Gusmão (2020), desenvolvido de forma colaborativa pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM), no qual os componentes são gestores e professores das esferas municipais, estaduais, federais e privadas. Assim, CEDT segue as seguintes fases (Gusmão, 2020)³:

- a) **Fase de diagnóstico:** etapa de realizar levantamentos, pensar em qual assunto é interessante trabalhar e o seu porquê;
- b) **Fase de Estudo:** etapa em que há um aprofundamento pois se estuda os conteúdos escolhidos com riqueza de detalhes, buscando entender quais as maiores dificuldades dos alunos e dos professores;
- c) **Fase de análise:** etapa primeiramente individual e posteriormente coletiva, na qual são discutidos os caminhos e possíveis soluções;
- d) **Fase de planejamento e seleção:** etapa em que as tarefas são planejadas, de modo que o professor necessita organizar o tempo, o espaço e os recursos que utilizará;
- e) **Fase de Desenho/Concepção:** etapa de construção da tarefa, necessitando atenção para o fato da tarefa ser estimulante ou não ao aluno, se é flexível, se possui problemas no enunciado, além de manter atenção aos objetivos assim como se estão sendo atingidos;
- f) **Fase de implementação:** etapa em que as tarefas serão testadas, ou seja, aplicadas na sala de aula;
- g) **Fase de avaliação:** ocorre em todas as etapas do ciclo, de modo que ao final de cada fase é aberto um espaço para que os participantes expliquem suas ideias, narrando as experiências positivas ou negativas e ainda o que pode ser mudado;
- h) **Fase de redesenho:** etapa de revisão das ações, o que incorpora a correção de inconsistências, de modo que, efetivado o redesenho, se possível, deve-se implementar novamente em sala de aula.

³ Grifo nosso.

Tais etapas não são de fácil execução, visto que, conforme relatos, os professores do grupo possuem normalmente uma carga-horária elevada e sobrecarregada, além de um currículo extenso a ser cumprido e que por vezes não consegue ser totalizado. No entanto, é alimentada uma profunda gratidão por participar das formações e assim poder aplicar o desenho e o (re)desenho de tarefas no planejamento e execução das aulas (Gusmão, 2020).

Gusmão (2019, p.12) ainda pontua que:

- Professores sentem muitas dificuldades no processo de desenho de tarefas;
- Professores sentem menos dificuldades quando se trata de fazer pequenas modificações nos elementos das tarefas, ou seja, de redesenhar.
- Professores passam a reconhecer o papel das tarefas para a aprendizagem matemática;
- Professores reconhecem a necessidade de mais estudos e domínio de conteúdo matemático;
- Professores tem refletido sobre a aprendizagem na formação matemática de professores;
- Professores apontam o tempo como o grande vilão para o estudo de conteúdo, para o planejamento e o desenho de tarefas.

Gusmão (2020, p.27) ressalta que, para os professores, o CEDT é um desafio que os leva a romper com “o velho paradigma de ensinar matemática apenas com tarefas tipo exercícios”. Neste pensamento, acredita-se que esse ciclo de estudos auxiliará e fomentará mudanças na prática docente da disciplina de Cálculo, pois os professores normalmente usam tarefas de natureza fechada, desconectadas dos outros níveis de ensino e até mesmo sem conexão com o próprio curso em que a disciplina é ministrada, ou seja, seguem o mesmo padrão de aulas independentemente do curso (Silva *et al.*, 2025b).

Considera-se, portanto, relevante construir e analisar as tarefas produzidas para essa disciplina a partir de uma perspectiva dos Critérios de Idoneidade Didática, sobretudo do critério emocional, em que motivaria a refletir a aplicabilidade destas tarefas bem como estruturar tarefas atrativas aos alunos de forma que associem prazer em participar do processo de ensino e aprendizagem.

1.4.3 Critérios de Idoneidade Didática e do Desenho De Tarefas

Os estudos entorno do Enfoque Ontosemiótico (EOS) tiveram início na década de 90 pelo grupo de investigação *Teoría de la Educación Matemática* (TEM) da Universidade de Granada. A teoria emergiu da necessidade de articular os princípios

que existiam além de superar limitações, de modo que o grupo alcançou o desenvolvimento um modelo teórico inclusivo e baseado em pressupostos antropológicos e semióticos relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática (Kaiber *et al.*, 2017).

Ao longo dos anos foram adaptando a teoria tornando seus aspectos mais aprofundados e compreensíveis, de modo que, os estudos relacionados a uma perspectiva ontológica e semiótica associaram informações pertinentes e suficientes para as descrições de atividades matemáticas bem como dos processos de comunicação envolvidos neste percurso, além de modelos teóricos como referência para a instrução Matemática (Kaiber *et al.*, 2017).

De acordo com Soares e Kaiber (2017), o EOS pode ser considerado uma ferramenta de análise, reflexão, orientação e elaboração para a prática estabelecida em um contexto educativo, podendo ser abordada na atuação docente pelo professor.

O conjunto de noções teóricas que compõem o EOS inclui cinco níveis de análise do processo de ensino e aprendizagem, aplicáveis à ação que envolve o estudo matemático planejado ou implementado, caracterizado por: sistema de práticas, configuração de objetos e processos matemáticos, trajetórias didáticas, dimensão normativa e idoneidade didática (Font; Planas; Godino, 2010, p. 92).

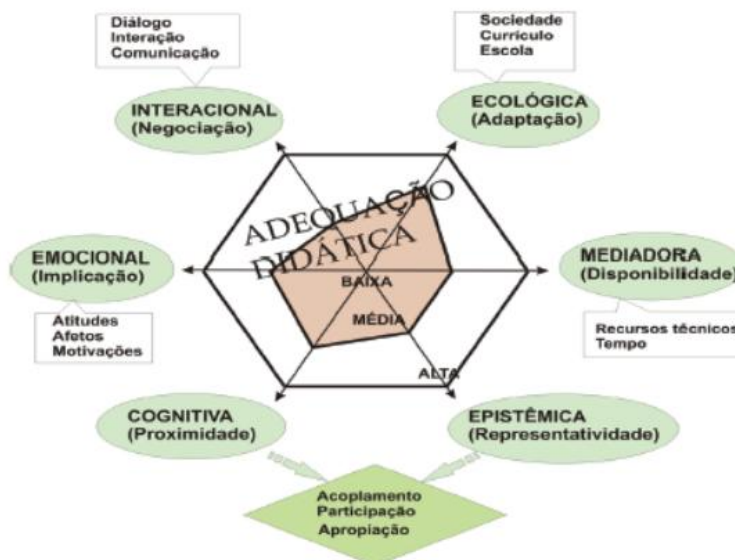
Nesse trabalho o foco se manteve nas Idoneidades Didáticas (ID), sendo estas introduzidas como uma ferramenta de apoio, voltada à reflexão global sobre a prática didática, sua valorização e melhora progressiva. Assim, o professor necessita da aquisição de competências para seu uso e posterior avaliação da efetividade. Os componentes das Idoneidades Didáticas, conforme Breda *et al.* (2015, p.9), são Interacional, Ecológica, De Meios, Epistêmica, Cognitiva e Afetiva, e seguem descritas:

- Epistêmica: refere-se a que a Matemática ensinada seja “boa matemática”. Para isso, além de tomar como referência o currículo prescrito, se trata de tomar como referência à Matemática institucional que se transposta no currículo;
- Cognitiva: expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade das aprendizagens adquiridas às que foram pretendidas ou implementadas;
- Emocional: distribuição temporal dos estados afetivos (atitudes, emoções, afetos, motivações) de cada aluno em relação com os objetos matemáticos e com o processo de estudo seguido;

- Interacional: grau em que os modos de interação permitem identificar e resolver conflitos de significado e favorecem a autonomia da aprendizagem;
- Mediacional: grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem;
- Ecológica: grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo do centro, as diretrizes curriculares, às condições do entorno social. [Clique ou toque aqui para inserir o texto.](#)

Para representar a avaliação global das práticas dos professores aplica-se, frequentemente, um esquema na forma de hexágono, o qual segue descrito através da Figura 1.

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática



Fonte: Godino e Batanero (2008)

Neste esquema, o hexágono regular está relacionado à idoneidade ideal de um processo de estudo, e o hexágono irregular corresponde às idoneidades reais, as quais foram alcançadas no seu processo de implementação (Godino; Batanero, 2008; Gusmão; Font, 2020).

Para uma boa prática cabe observar todas as idoneidades, com foco principalmente na faceta Emocional, a qual inclui conhecimentos sobre os aspectos afetivos, emocionais, atitudinais e crenças dos estudantes com relação aos objetos matemáticos e o processo de estudo seguido. Essa faceta, que também é denominada de Afetiva, refere-se ao grau de implicação (interesse, motivação...) dos estudantes no processo de estudo. A adequação emocional está relacionada com

fatores que dependem tanto da instrução quanto do aluno e de sua história escolar prévia (Godino; Batanero, 2008).

Gusmão (2021), atuando na linha de pesquisa de desenho de tarefas e recursos didáticos para o Ensino de Matemática, investigou em seus estudos sobre a integração dos critérios de desenho de tarefas com os de idoneidade didática. Essa abordagem não apenas enriquece, mas também confere robustez aos critérios de desenho de tarefas, proporcionando elementos relevantes para a condução eficaz das tarefas.

De maneira específica, todas as fases do CEDT citadas anteriormente foram examinadas à luz dos critérios de idoneidade, cujos indicadores, por meio de adaptação, passaram a orientar o desenho de tarefas, como descrito no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 - Critérios de Idoneidade

Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Epistêmica
- O enunciado se apresenta com linguagem clara, correta e adequada ao nível de ensino? - Utilizam diferentes linguagens e formas de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica, pictórica etc.)? - A seleção de tarefas é representativa e variada, contempla tarefas de naturezas fechada e aberta? - As tarefas são de diferentes tipos? - Promovem o levantamento de hipóteses, a ampliação de pensamento (pensamento reversível, flexível, descentrado) e incentivam o uso de processos de argumentação e justificativas?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Cognitiva
- Partem dos conhecimentos prévios dos alunos? - Ampliam, reforçam e sistematizam conhecimentos? - Respeitam o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos? - Incentivam o uso de estratégias de resolução diferentes, criativas e originais? - Atendem a variados objetivos de aprendizagem e levam o resolvidor a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Interacional
- Prevê momentos de diálogo e de argumentação entre os alunos ou entre professor e alunos? - Incentivam a resolução individual, em dupla ou em grupo? - Permitem gerar o conflito cognitivo (no sentido piagetiano) e a negociação de significados? - Incentivam a responsabilidade pelo estudo (exploração, formulação e validação)?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Mediacional
- Fornecem ou indicam o uso de materiais manipuláveis e/ou tecnológicos para auxiliar na realização? - Preveem tempo suficiente para a sua realização e a manutenção da concentração e interesse? - Os tempos são adequados aos tipos de tarefas (reprodução, conexão, reflexão etc.)? - Preveem espaços adequados para a sua realização? - Preveem momentos de experimentação prática para auxiliar na compreensão de conceitos e sua aplicabilidade?
Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Emocional
- Promovem a interatividade, atração, diversão e inclusão, elevando a autoestima, o sentimento de inclusão, a abertura da subjetividade e o gosto pela Matemática? - Valorizam os diferentes tipos de raciocínio e respostas? - Incentivam a participação e interesse? - Promovem a percepção da utilidade da Matemática na vida e no trabalho?

- Promovem a implicação do aluno na resolução das tarefas (devolução da aprendizagem no sentido de Brousseau)?
- Apresentam desafios possíveis de serem alcançados, desencadeando níveis de pensamento cada vez mais complexos?
- Apresentam a aplicação e beleza da Matemática?

Indicadores do Desenho de Tarefas /Idoneidade Ecológica

- Contemplam os documentos curriculares oficiais (nacional e local)?
- Buscam articulação entre diferentes conteúdos da Matemática e entre áreas de conhecimento?
- As tarefas estão contextualizadas com o entorno social e cultural?
- Os conteúdos das tarefas são úteis para a vida social e laboral?

Fonte: Gusmão e Font (2021)

O CEDT tem desempenhado um papel crucial no fortalecimento e ampliação do conhecimento didático-matemático de professores (Moreira, *et al.*, 2016; Moreira, *et al.*, 2018; Pereira; Gusmão, 2020; Sousa, *et al.*, 2020). Assim, de acordo com Gusmão (2021), nas fases de estudo e análise, a interação e discussão entre os participantes conduz a um aprofundamento progressivo de suas compreensões, evidenciado pelo aumento da segurança e domínio dos conteúdos.

Durante as fases subsequentes, os professores partem para a aplicação desses aprendizados, de modo que, na fase de planejamento e seleção, incorporam critérios como contextualização e interdisciplinaridade, enquanto na fase de concepção/desenho, enfrentam desafios na criação de tarefas originais, muitas vezes dependendo de modelos de referência. A implementação das tarefas também provoca mudanças na dinâmica da sala de aula, estimulando o diálogo e a conjectura entre os alunos, de modo que, na fase de avaliação, os professores refletem sobre suas práticas, identificando avanços e áreas para melhoria. A etapa de redesenho evidencia adaptações e modificações ricas, demonstrando a aplicação prática das aprendizagens adquiridas, o que contribui significativamente para o conhecimento didático dos professores (Gusmão, 2021).

1.4.4 Objetos Matemáticos Primários

Compreender a complexidade do objeto matemático em estudo é uma condição fundamental para analisar seu envolvimento no ensino e na aprendizagem. No caso dos limites de funções reais, por exemplo, não basta considerar apenas a definição formal ou o procedimento algébrico de cálculo, sendo necessário reconhecer a multiplicidade de significados que emergem das diferentes práticas em que esse objeto se manifesta.

Segundo Contreras (2012), o Enfoque Ontosemiótico (EOS) oferece o marco teórico para compreender o conhecimento e a instrução matemática a partir de uma ontologia dos objetos matemáticos, concebendo a matemática como atividade de resolução de problemas socialmente compartilhada, como linguagem simbólica e como sistema conceitual logicamente organizado. Assim, partindo da noção primitiva de situação-problema, são definidos conceitos como prática, objeto institucional e significado, que permitem evidenciar a gênese institucional do conhecimento matemático. Nesse contexto, considera-se prática matemática toda ação ou expressão, quer seja verbal, gráfica ou de outra natureza, desenvolvida para resolver problemas, comunicar soluções, validá-las ou generalizá-las, sejam elas individuais ou coletivas. Assim, uma instituição é formada pelas pessoas envolvidas em um mesmo conjunto de situações-problema, cujas práticas sociais são condicionadas por instrumentos, regras e modos de funcionamento específicos. Desse modo, mais relevante do que analisar a prática isolada diante de um problema particular é compreender os sistemas de práticas, operativas e discursivas, as quais emergem da atuação de sujeitos em diferentes tipos de situações problemáticas.

Nessa direção, Palomeque (2023) aprofunda a discussão ao destacar que os objetos matemáticos primários correspondem a elementos fundamentais os quais intervêm na prática matemática, tais como situações-problema, linguagens, definições, proposições, procedimentos e argumentos. A análise desses objetos, articulados em configurações epistêmicas (institucionais) e cognitivas (pessoais), possibilita compreender como se organiza a solução de um problema e quais elementos são mobilizados na sua construção. Tal perspectiva amplia o alcance do EOS, uma vez que evidencia, em se tratando processo de ensino e aprendizagem de um objeto matemático, a sua não dependência apenas do domínio isolado de definições ou procedimentos, mas da articulação entre diferentes elementos os quais conferem sentido às práticas.

Assim, a identificação e a seleção de determinados objetos primários tornam-se as ações centrais da criação e do planejamento de tarefas com fins didáticos, pois permitem ao professor promover conexões conceituais mais ricas e variadas. Além de favorecer a aprendizagem, esse movimento possibilita ao estudante construir uma rede de significados bem conectados, condição necessária para o enfrentamento de problemáticas complexas, inclusive em contextos extra matemáticos. Esse

enquadramento teórico, portanto, constitui a base para as análises que foram desenvolvidas nesta tese, particularmente no estudo das tarefas e de sua gestão no ensino de limites de funções reais.

1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa se caracteriza com uma abordagem qualitativa, pois, segundo Dezin e Lincoln (2006) este tipo de estudo aborda diferentes práticas investigativas e interpretativas, com o objetivo de compreender os fenômenos em seu contexto natural, sem isolar variáveis, mas sim interconectar as diferentes formas de manifestação. Borba e Araújo (2010), Dezin e Lincoln (2006) e Flick (2009) pontuam que o interesse, neste tipo de investigação, foca no processo e não exclusivamente nos resultados ou produtos, buscando analisar os dados em toda sua riqueza e fidelidade. Assim sendo, pretendeu-se com esta pesquisa explorar o papel das tarefas no processo de ensino e aprendizagem de Limites de uma Função Real, abordando seus desafios, tipos e tratamento didático-metodológico.

A pesquisa qualitativa, devido à sua abordagem holística, emprega diferentes estratégias de produção e análise de dados, proporcionando rigor, amplitude, complexidade e profundidade à investigação, conforme destaca Santos (2017). Isso exige que o pesquisador reflita continuamente sobre seu papel, sendo honesto, aberto à investigação e reconhecendo a presença inevitável de subjetividade e valores, como salienta Creswell (2007). Nesta pesquisa, adotou-se como procedimentos:

- a) a análise bibliográfica, para investigar tendências, lacunas e contribuições das pesquisas sobre tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral;
- b) a revisão sistemática da literatura, para mapear a produção científica sobre tarefas no ensino de Limites de uma Função Real;
- c) a análise documental de propostas curriculares, visando identificar o tratamento dado ao conteúdo de Limites de uma Função Real;
- d) e a implementação e avaliação de uma formação voltada a professores de Matemática que lecionam Limites em carreiras não matemáticas.

Reconhece-se que o tratamento e a interpretação desses dados não estão isentos da subjetividade do investigador, razão pela qual buscou-se conduzir a análise de modo transparente e reflexivo ao longo de todo o processo investigativo.

No que se refere à abordagem metodológica, esta tese utilizou o formato estrutural em *multipaper*, integrando distintos estudos para a efetivação da Pesquisa Bibliográfica, seguida da Pesquisa Documental e finalizada por meio da Pesquisa-Formação.

A pesquisa bibliográfica é uma etapa fundamental da produção acadêmica, constituindo a base de qualquer investigação, seja em laboratório, em campo ou em estudos teóricos. Esta se faz presente desde a delimitação do tema até a fundamentação das análises e conclusões, sendo indispensável em seminários, debates, monografias e trabalhos científicos em geral (Andrade, 2010). No caso do presente estudo, foram realizadas duas revisões sistemáticas da literatura, sendo a primeira voltada para as pesquisas sobre tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral e a segunda dedicada às tarefas no ensino de Limites de uma Função Real. Tais revisões possibilitaram mapear tendências, lacunas e contribuições, fornecendo subsídios consistentes para o desenvolvimento das análises propostas.

A Pesquisa Documental, por sua vez, busca obter respostas específicas por meio da análise de documentos, conforme Baena (2017). Esse tipo de pesquisa envolve a extração de dados de documentos cujo conteúdo ainda não foi analisado ou sistematizado, visando obter novos conhecimentos e interpretações sobre o objeto de estudo (Kripka; Scheller; Bonotto, 2015). Em conformidade com Baena (2017), documento é qualquer registro da atividade humana que constitua uma unidade coerente de informação e possa ser consultado, estudado ou servir como prova, abrangendo escritos, relatórios, livros, periódicos, gravações em áudio e vídeo, fotografias, entre outros. Em se tratando do objeto de estudo desta Tese, no que se refere ao conceito de limite, as fontes foram Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos em carreiras não matemáticas, sendo a temática explorada em um dos *Papers* desenvolvidos.

Adotou-se também os princípios da pesquisa-formação, inserida no conjunto de abordagens qualitativas, especificamente como uma forma de pesquisa intervenção. Segundo Bragança (2012) a pesquisa-formação emerge como um paradigma metodológico que busca transcender a neutralidade e objetividade das práticas de pesquisa, promovendo a aproximação entre pesquisadores e participantes na dinâmica ativa do conhecimento.

A pesquisa-formação, caracteriza-se como um processo educacional com o propósito de formação em investigação, fundamentado na compreensão de que a formação é um processo intencional, reflexivo e investigativo. (Bragança, 2012). Conforme Macedo (2021) destaca, a formação nesse contexto implica em processos de aprendizagem concretos e valorizados, construídos e refletidos na pesquisa e a partir dela. Esse modelo de pesquisa, conforme a visão de Bragança (2012), busca-se superar a separação entre o pesquisador e os participantes, visando um envolvimento efetivo dos pesquisadores na transformação individual e coletiva dos sujeitos, entendendo que na pesquisa-formação, ambos são sujeitos do processo de conhecer, desempenhando papéis diferenciados em um movimento conjunto de pesquisa e formação. Nesse contexto, a pesquisa-formação realizada e tratada nesta Tese, conta com a participação de professores e seus respectivos estudantes do ensino superior, buscando em um primeiro momento alterar o “solo epistemológico” do pesquisador no sentido de o colocar em condições de igualdade para aprender junto com os participantes, tornando claros os objetivos da pesquisa e a intenção de diálogo sincero a fim de gerar aprendizagens individual e coletiva voltadas para a ampliação de conhecimentos didáticos e matemáticos entorno do objeto Limites de uma Função Real. Assim, a Pesquisa-Formação é tratada em dois dos *Papers* apresentados.

Esta pesquisa encontrando-se imersa no contexto específico da pesquisa-formação, contou com uma formação ministrada e voltada à abordagem do tema dos Limites de uma Função Real. Tal processo foi implementado no curso de Bacharelado Interdisciplinar em Ciências e Tecnologias (BICT) da UFMA, destinada a alunos e a professores responsáveis pela disciplina de Cálculo. O ambiente acadêmico do BICT na referida instituição ofereceu um terreno propício para explorar o impacto da formação baseada no Estudo de Tarefas no ensino e aprendizagem de Limites, considerando as particularidades multidisciplinares desse curso. A inserção dessa formação no contexto do BICT permitiu uma análise aprofundada das implicações e resultados no cenário específico de ensino de Cálculo no ambiente de ciências e tecnologias.

O grupo de participantes da pesquisa foi composto por 21 inscritos no curso de formação, sendo 18 alunos - dos quais 11 compareceram a pelo menos um encontro - e três professores: um responsável pela disciplina ministrada aos alunos e dois

professores convidados, ambos com experiência em Cálculo para cursos não relacionados à matemática.

Os instrumentos da pesquisa incluíram observação participante, com uso de diário de campo, onde, ao final de cada encontro, foram anotadas as observações, percepções e uma avaliação geral do processo desenvolvido. Além disso, a formação consistiu em aulas gravadas por meio da plataforma *Google Meet*, totalizando seis filmagens de aproximadamente 120 minutos cada. Ao final da formação, as gravações foram transcritas em episódios, mantendo-se a fidelidade das discussões. Além disso, todos os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE). Além das gravações, os materiais produzidos, como os *slides* da formação e fichas resumo das tarefas, também foram utilizados como fontes de informação para as análises. Esse conjunto abrangente de instrumentos complementares foi proposto com vistas a realizar a triangulação dos dados estudados, possibilitando o enriquecimento do material que foi analisado.

Nesta pesquisa, os dados foram coletados em diversos momentos os quais se interligaram. O primeiro momento envolveu os encontros entre a pesquisadora e suas orientadoras para a escolha do tema mais adequado. Também ocorrer reunião com os professores para explicar a formação e coletar tanto suas informações quanto dos alunos. O segundo momento refere-se a um estudo aprofundado a partir de duas revisões bibliográficas envolvendo as dificuldades e desafios relacionados ao tema assim como dos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos de carreiras não matemáticas, a fim de que fosse possível realizar o desenho de tarefas abordando aspectos específicos dos conhecimentos necessários. O terceiro momento envolveu o desenho das tarefas que compuseram o curso de formação, no qual foram selecionados os conteúdos e desenvolvidas as tarefas, além do planejamento destes encontros.

O quarto momento corresponde à implementação do curso de formação pela pesquisadora e execução das tarefas em grupo. A formação aconteceu *online*, com seis encontros, nos quais utilizou-se *slides* para as aulas expositivas dialogadas, sendo a primeira parte para explicação teórica e a segunda parte para desenvolvimento prático dos conhecimentos através de ferramentas como os *softwares GeoGebra* e *Excel*. Os encontros foram gravados, para posterior

transcrição, além do que, ao final foram anotadas observações e comentários gerais do encontro no diário de bordo.

Para o desenho das tarefas, utilizou-se o Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas (CEDT). Este método integra ferramentas dos Critérios de Idoneidade Didática e do Desenho de Tarefas para alcançar melhorias na aprendizagem. O CEDT é composto por oito fases, consideradas em um processo formativo:

- a) Diagnóstico;
- b) Estudo;
- c) Análise;
- d) Planejamento e Seleção;
- e) Desenho/Concepção;
- f) Implementação;
- g) Avaliação;
- h) Redesenho.

Na etapa a) de Diagnóstico, além da ocorrência de encontros voltados ao alinhamento entre a pesquisadora e suas orientadoras visando a escolha do assunto mais adequado, foi realizada uma Revisão Sistemática da Literatura sobre Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral, visando identificar contribuições, instituições de origem, conteúdos abordados, aspectos emocionais e possíveis novos problemas de pesquisa para aprofundamento. Como resultado, o assunto "Limite de uma função real de uma variável real" foi destacado, pois foi identificado como aquele tópico representativo de dificuldades significativas para os alunos.

Na etapa b) de Estudo, foi realizada uma pesquisa em Projetos Políticos Pedagógicos de cursos de carreiras não matemáticas que incluem a disciplina de Cálculo em sua matriz curricular, com o objetivo de identificar as ementas e bibliografias sugeridas. Também foi conduzida uma nova Revisão Sistemática da Literatura mais aprofundada, buscando analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de limites de funções reais. Esta análise explorou as dificuldades e desafios, bem como avaliou a implementação das tarefas de acordo com os Critérios de Desenho de Tarefas (CDT), proporcionando um panorama detalhado das dificuldades enfrentadas pelos alunos em relação ao tema.

Em seguida, após o estudo anterior, passou-se para a etapa d) de Planejamento e Seleção, momento no qual procedeu-se com o planejamento das

tarefas que seriam abordadas no curso de formação. Foram criadas fichas para cada tarefa⁴, detalhando o objetivo, os recursos necessários, o tempo estimado, e possíveis erros e dificuldades que os alunos poderiam enfrentar.

Na fase e) de Desenho/Concepção, verificou-se que as tarefas planejadas eram adequadas para a turma trabalhada. A fase de implementação ocorreu ao longo do curso de Formação composto de 6 encontros realizados através da plataforma *Google Meet*, de modo que cada encontro abordou tarefas específicas que seguem apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 - Planejamento das Tarefas e Conteúdos

Encontro	Intervenções	conteúdo	tempo	data
E1	T1- Completar o quadrado geometricamente e algebricamente	Fatoração, Equação do 2º grau	15 min	13/05/23
	T2- Completar o quadrado algebricamente		15 min	13/05/23
E2	T3- Funções e Composição de Funções usando o Excel	Funções	60 min	20/05/23
	T4- Tarefa (Qual o elemento diferente do conjunto)			
E3	T5- Aproximações	Noção Intuitiva de Limites	20 min	27/05/23
E4	T6- Limites Laterais e Definição de Limite usando <i>GeoGebra</i>	Limites Laterais e Definição de Limite	60min	03/06/23
	T7- Aplicações	Limites Laterais	20 min	
E5	T8- Limites Infinitos e no Infinito e Continuidade usando <i>GeoGebra</i>	Limites Infinitos e no Infinito e Continuidade	60 min	17/06/23
	T9- Qual o elemento diferente do conjunto	Limites Infinitos e no Infinito e Continuidade	10 min	
E6	T10- Sequência de Aplicações	Definição de Derivadas e Aplicações	60 min	24/06/23

Fonte: A autora

A fase g) de avaliação abrangeu todas as etapas, considerando por base os Critérios de Desenho de Tarefas e as Idoneidades Didáticas envolvendo as entrevistas dos professores que discorreram sobre a formação, de modo que tais ações serão detalhadas posteriormente.

As tarefas e os diálogos emergidos durante a formação serão analisados à luz do referencial teórico metodológico dos Objetos matemáticos primários e dos Critérios de idoneidade didática e do desenho de tarefas proposto por Godino e Batanero (2008).

Sobre o formato da pesquisa ser *multipaper*, observa-se que com a proliferação de programas de pós-graduação *stricto sensu* e *lato sensu*, houve um aumento

⁴ As referidas fichas se encontram dispostas no Apêndice A

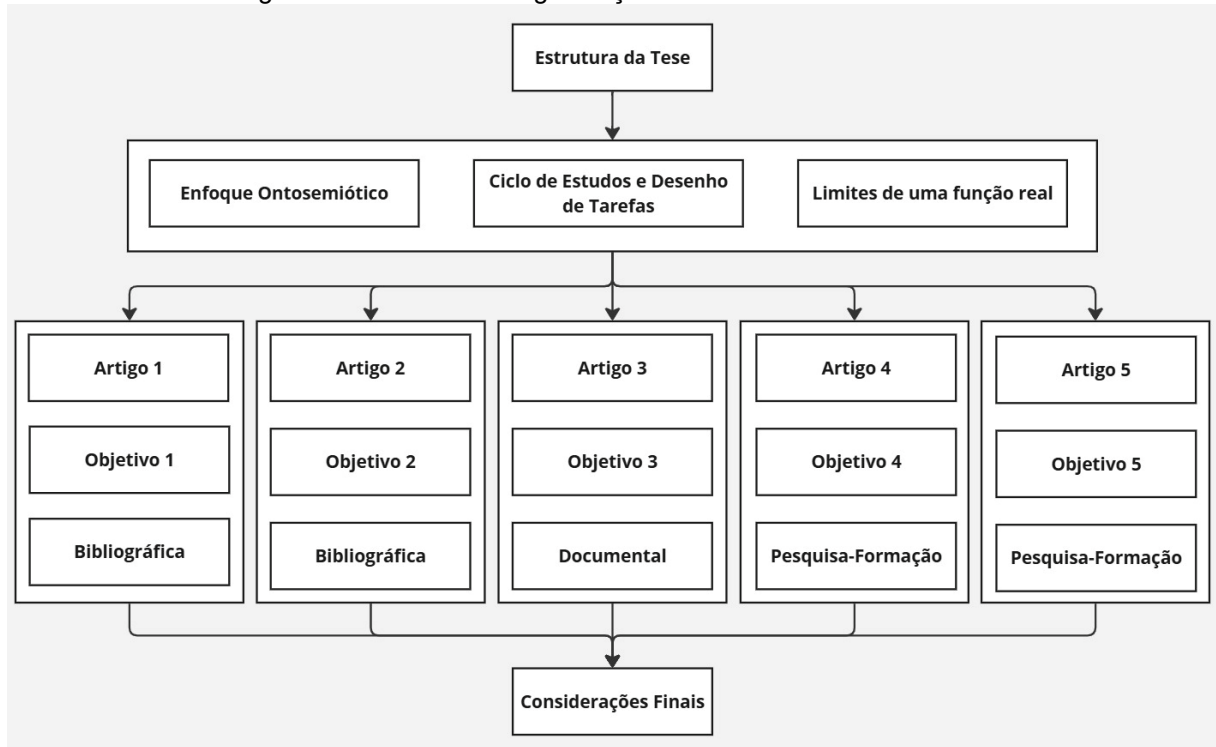
significativo na produção de teses e dissertações durante as últimas décadas, o que torna um desafio acompanhar todas as contribuições, tornando a leitura integral de um texto bastante impactante (Costa, 2014). Diante disso, os pesquisadores têm direcionado sua atenção não às teses e dissertações em si, mas aos seus resultados, frequentemente apresentados em artigos de revistas periódicas. Como resultado, a prática de organizar teses e dissertações no formato *multipaper* tem se popularizado no meio acadêmico, proporcionando uma forma de socialização e maior visibilidade da pesquisa.

Barbosa (2015) caracteriza a estrutura de coleção de artigos, conhecida como formato insubordinado, como uma concepção que se opõe ao padrão convencional de texto monográfico. Assim, ressalta que o modelo *multipaper* proporciona aos estudantes de mestrado ou doutorado uma socialização precoce com a prática do pesquisador, permitindo ainda o refinamento antecipado dos resultados através da submissão ao escrutínio de outros pesquisadores, possibilitando a identificação e correção de eventuais falhas no processo de pesquisa. Além disso, segundo Costa (2014) a adoção desse formato favorece a adaptação do estudante à comunidade científica, exigindo competências específicas, como a seleção de artigos, a elaboração de relatórios e a produção de sínteses. Barbosa (2015) destaca ainda que essa prática contribui para o desenvolvimento de disciplina, cumprimento de prazos, atenção às normas de escrita e o estabelecimento de hábitos de leitura, promovendo a erudição e autonomia intelectual.

Do ponto de vista estrutural, uma tese no formato *multipaper* inclui uma introdução que apresenta questões de pesquisa, objetivos e procedimentos metodológicos. Por conseguinte, sua composição é estruturada por vários artigos independentes criados para publicação, além das considerações finais, e quanto aos artigos, por serem destinados à publicação, devem ter uma identidade própria, com introdução, objetivo, revisão de literatura, métodos de pesquisa, resultados e conclusões individuais (Costa, 2014; Barbosa, 2015). Barbosa (2015) também sugere a possibilidade de as considerações finais serem elaboradas como um artigo, integrando os resultados dos artigos anteriores, de modo a oferecer novos *insights* sobre o objeto de estudo.

Desta forma, buscando responder às questões de pesquisa que compuseram este macroprojeto de investigação, a presente tese, organizada no formato *multipaper*, tem na Figura 2 a sua referida organização.

Figura 2 - Estrutura de organização e desenvolvimento da Tese



Fonte: A Autora

Assim, no Estudo 1, buscou-se identificar e analisar as contribuições das pesquisas sobre tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Limites de Funções Reais, com foco na origem, palavras-chave, objetivos e conteúdos abordados, além de identificar lacunas para investigações futuras. No Estudo 2, o objetivo foi analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de Limites de Funções Reais, explorando dificuldades, desafios e avaliando a implementação dessas tarefas à luz dos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT). No Estudo 3, investigou-se o tratamento matemático e didático do conceito de Limites de uma Função Real nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPC) de cursos de carreiras não matemáticas no Ensino Superior. O Estudo 4 teve como propósito analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas voltadas ao ensino de Limites de Funções Reais, com base na dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico. Por fim, no Estudo 5, o objetivo foi analisar a gestão de

tarefas no ensino de Limites de Funções Reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação impactam a aprendizagem.

Nas subseções que seguem tem-se a apresentação de breve resumo dos percursos metodológicos empreendidos na consecução de cada um dos estudos descritos anteriormente.

1.5.1 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 1

Este trabalho compreende as ações necessárias para atender ao Objetivo 1 o qual visa identificar e analisar as contribuições das pesquisas sobre tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Limites de Funções Reais, com foco na origem, palavras-chave, objetivos e conteúdos abordados, além de identificar lacunas para investigações futuras, sendo conduzido por meio de um estudo bibliográfico. Para tanto, foram selecionados 38 trabalhos nacionais, sendo 13 teses e 25 dissertações. A seleção foi realizada por meio das bases Banco Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

O estudo, como já afirmado, constituindo-se de uma revisão sistemática de literatura, além de buscar o seu objetivo, teve como enfoque em sua análise contemplar aspectos relacionados às instituições envolvidas (nome, localização, região, orientadores), à abordagem da afetividade no processo de aprendizagem (motivação interna/externa do aluno), aos assuntos mais prevalentes (derivada) e às áreas que necessitam de maior atenção na pesquisa educacional (lacunas de pesquisa). Assim, em sua condução, a investigação forneceu uma base sólida e enriquecedora para a discussão teórica que fundamentou a tese de doutorado, proporcionando *insights* valiosos para a compreensão das práticas educacionais em Cálculo.

Após a conclusão da referida revisão sistemática envolvendo tarefas para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, identificou-se a necessidade de uma segunda revisão mais específica e aprofundada (estudo 2), direcionada ao tema específico de limites. O interesse em realizar uma revisão mais focalizada neste conceito emergiu da percepção de que, ao delinear as tendências gerais em tarefas para o ensino de Cálculo, seria importante explorar de maneira mais detalhada as dificuldades

relacionadas aos limites e se as tarefas implementadas seguem os Critérios de Desenhos de Tarefas.

1.5.2 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 2

Para este estudo foram empregados 12 trabalhos os quais serviram de fonte para a coleta de dados, dos quais 8 eram teses e 4 dissertações, constituindo assim o *corpus* da investigação. Assim como no Estudo 1, optando-se por construir o conjunto de dados a partir de teses e dissertações, preferiu-se utilizar o *Google Acadêmico* como base de busca, visando encontrar trabalhos escritos em português, inglês ou espanhol e restritos ao período de 2013 a 2023. Tal escolha metodológica visou proporcionar uma abordagem abrangente e multilíngue para a análise das tendências e contribuições específicas relacionadas ao ensino de limites no contexto do Cálculo Diferencial e Integral.

A metodologia empregada nesse segundo estudo fundamentou-se na análise de conteúdo proposta por Bardin (2016). Assim, no processo de análise, identificou-se objetivos, pressupostos teórico-metodológicos e resultados predominantes nos 12 trabalhos selecionados, destacando as teorias que mais se se fizeram relatadas nas pesquisas, nomeadamente a Teoria do Registro de Representação Semiótica, a Teoria Antropológica do Didático e a Engenharia Didática.

As principais dificuldades identificadas, classificadas em quatro categorias, centraram-se em obstáculos epistemológicos com base referencial de autores como Artigue (1995), Cornu (1983), Sierpiriska (1985), Tall e Vinner (1981), focando especialmente nas dificuldades relacionadas à definição de limite e questões referentes à matemática básica.

Na análise das tarefas propostas, observou-se nos esforços efetivados por parte dos pesquisadores a identificação predominante de tarefas fechadas, como exercícios e problemas. Destaca-se, especialmente, a relevância das tarefas apresentadas na tese de Araya (2022), que se alinharam aos critérios de desenho de tarefas estabelecidos na pesquisa.

1.5.3 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 3

Este trabalho compreende as ações necessárias para atender ao Objetivo 3 que se volta a analisar o tratamento matemático e didático do conceito de limites de uma função real nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPC) de cursos de carreiras não matemáticas no Ensino Superior, sendo conduzido por meio de um estudo documental. Para tanto, foram selecionados PPC de diferentes regiões do Brasil, abrangendo cursos como Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia, Engenharia de Produção, Engenharia de Computação, Ciências Biológicas e Estatística.

A análise de conteúdo contemplou duas dimensões, incorporando o tratamento matemático, que se volta à presença e organização do Cálculo nos currículos, e o tratamento didático, relacionado às metodologias, perfis de egresso e formas de avaliação. Percebeu-se que, embora o conceito de limite esteja presente em todos os cursos analisados, a organização curricular e a abordagem metodológica variam significativamente, revelando avanços, mas também lacunas que podem comprometer a aprendizagem e a articulação com disciplinas dependentes do Cálculo.

1.5.4 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 4

O Estudo 4 corresponde ao Objetivo 4 desta tese e que tratou de analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas voltadas ao ensino de limites de funções reais, com base na dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico. A investigação foi conduzida no contexto de uma formação *online*, realizada em seis encontros síncronos via *Google Meet*, com foco nas três tarefas do encontro 4 o qual contou com a participação de estudantes de graduação do curso de Ciências e Tecnologia e de três professores que lecionam Cálculo Diferencial e Integral em cursos de carreiras não matemáticas.

Como instrumentos de trabalho, foram elaboradas e redesenhadas três tarefas matemáticas, planejadas para contemplar dificuldades recorrentes no ensino de limites e para integrar diferentes registros de representação – algébricos, gráficos e tecnológicos – com apoio de *applets* do *GeoGebra*.

A coleta de dados se efetivou através dos enunciados e produções das tarefas, das interações realizadas durante os encontros e das adaptações feitas pela pesquisadora. A análise fundamentou-se na tipologia dos objetos matemáticos primários do Enfoque Ontosemiótico, permitindo identificar a presença e a função de conceitos, definições, procedimentos, proposições, argumentos, situações-problema e elementos linguísticos mobilizados ao longo da experiência formativa.

Percebeu-se que o desenho intencional das tarefas, ao articular seus objetos de maneira coerente, favoreceu a construção de significados e robustos para o conceito de limite. Contudo, também evidenciaram a necessidade de compreender como esses processos se ampliam no momento da prática docente, especialmente no que se refere ao planejamento, implementação e avaliação das tarefas. Tal constatação apontou para o desenvolvimento do Estudo 5, voltado à análise da gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, a partir dos Critérios de Adequação Didática.

1.5.5 Resumo - Percurso Metodológico - Estudo 5

O Estudo 5 corresponde ao Objetivo 5 que trata de analisar a gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação dessas tarefas impactam a aprendizagem. Assim como no Estudo 4, o contexto foi uma formação *online*, organizada em seis encontros síncronos via *Google Meet*, com a participação de estudantes do curso de Ciências e Tecnologia e de professores de Cálculo Diferencial e Integral em cursos de carreiras não matemáticas.

O foco recaiu sobre as três tarefas previamente elaboradas e redesenhadas (as quais se fizeram descritas no Estudo 4), mas, neste caso, o interesse não se manteve nos objetos matemáticos mobilizados, e sim nos processos de gestão docente que envolveram sua utilização. Para tal, foram observados e analisados elementos relacionados ao planejamento (tempo, recursos, organização das atividades), à implementação (interações entre professor, estudantes e tarefas; encaminhamentos didáticos; mediação do uso de tecnologias como o *GeoGebra*) e à avaliação (estratégias de acompanhamento e análise das produções dos alunos).

O referencial adotado foram os Critérios de Adequação Didática (CAD), que permitiram examinar em que medida a gestão das tarefas favoreceu ou limitou o alcance dos objetivos de ensino e aprendizagem. Neste contexto, destaca-se a importância da gestão consciente e reflexiva das tarefas, evidenciando que a qualidade da experiência formativa não depende apenas do desenho epistêmico das propostas, mas também das decisões e estratégias adotadas pelo professor em sua condução.

REFERÊNCIAS

ARAYA, D. A. **Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable**. 2022. Tese (Doutorado) - Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile, 2022.

ARAYA, D. A.; PINO-FAN, L. R. Componentes e indicadores para el diseño y reflexión de procesos de instrucción sobre límites de funciones en una variable. **Paradigma**, v. XLIV, p. 409-426, 31 maio 2023.

ARTIGUE, M. **Ingeniería Didáctica En Educación Matemática**. 1. ed. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

BAENA, P. G. **Metodología de la investigación**. 3. ed. [s. l.]: Retrieved, 2017.

BARBOSA, J. C. **Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, [s. l.], n. 4, p. 73-80, 2004.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2016.

BERTI, N. M. O ensino de matemática no Brasil. In: JORNADA DO HISTEDBR - HISTÓRIA, SOCIEDADE E EDUCAÇÃO NO BRASIL, 6., Paraná. **Anais [...]**, Ponta Grossa: UEPG, 2005.

BERTOLAZI, K. S. **Proposta Didático-Pedagógica para a Formação Docente em Matemática**: Investigações de Noções Conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com Adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

BOBADILLA, G.; LABARCA, R. **Cálculo Tomo II**. Santiago, Chile: USACH, 2010.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BOYER, C.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRAGANÇA, I. F. S. **Histórias de vida e formação de professores: diálogos entre Brasil e Portugal**. [s.l. : s.n.], 2012.

BREDA, A. *et al.* A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **JIEEM-Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática IJSME-International Journal for Studies in Mathematics Education** 1-v, [s.l.], v. 8, n. 2, 2015.

BREDA, A.; BOLONDI, G.; DE ABREU SILVA, R. Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, [s.l.], v. 3, p. e202117, 26 jul. 2021.

BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s.l.], v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BRUNO, L. M. J. **Modelos e simulações voltados para a relação entre o Cálculo Diferencial e Integral e a Dinâmica em cursos superiores**. 2019. 100 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

CARVALHO, J. P. A.; MACÊDO, J. A.; LOPES, L. R. P. Algumas aplicações do cálculo diferencial e integral. **Research, Society and Development**, [s.l.], v. 10, n. 8, p. e22410817220, 5 jul. 2021.

CORNU, B. **Apprentissage de la notion de Limite**: Conceptions et Obstacles. 1983. Tese (Doutorado) - L'universite Scientifique et Medicale de Grenoble, [s.l.], 1983.

COSTA, W. N. G. C. Dissertações e Teses Multipaper: Uma Breve Revisão Bibliográfica. In: SEMINÁRIO SUL-MATOGROSSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. Mato Grosso. **Anais [...]**. n. 1999, 2014, p. 1–10.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: da teoria à prática. 10. ed. Campinas: Papirus Editora, 2003.

DA COSTA, P. K. **Avaliação da aprendizagem na licenciatura em matemática a distância**. [s.l. : s.n.], 2013.

DE LIMA, I. G.; SAUER, L. **Uma proposta metodológica e sua contribuição para a aprendizagem de matemática na formação de engenheiros**. [s.l. : s.n.], 2003.

DEZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DÍAZ, V.; POBLETE, A. Competencias en Matemáticas y Tipos de problemas. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 5. [s. l.], 2005. **Anais [...]**. [s. l.]: CIBEM, 2005.

DOS SANTOS, M. B. **Um olhar para o conceito de limite**: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado. 2013. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

ELIA, I. *et al.* Geometric and algebraic approaches in the concept of “limit” and the impact of the “didactic contract”. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 7, n. 4, p. 765-790, 20 ago. 2009.

ETEVAL, F. *et al.* Uma sequência didática para o ensino de limite e continuidade. **Ridema**, [s. l.], v. 7. n. 1, p. 2594-4673, 2023.

EVES, H. **An Introduction to the History of Mathematics**. [s. l.]: Cengage Learning, 2004.

FERREIRA, P. E. A.; DE BURIASCO, R. L. C. Math tasks instructions based on the realistic mathematics education perspective. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, [s. l.], v. 29, n. 52, p. 452-472, 1 ago. 2015.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed: Bookmann, 2009.

FLORCZAK, S. M.; UHMANN, R. I. M. Revisão bibliográfica sobre concepções curriculares em projetos pedagógicos das licenciaturas em ciências. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [s. l.], v. 13, p. e25005, 25 abr. 2025.

FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. **Infancia y Aprendizaje**, [s. l.], v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010.

FONT, V.; RAMOS, J. R.; GUSMÃO, T. C. R. S. (Re)desenho de tarefas para articular conhecimentos intra e extramatemáticos do professor. In: COLÓQUIO NACIONAL E COLÓQUIO INTERNACIONAL DO MUSEU PEDAGÓGICO, 12., Vitória da Conquista, 2017. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2017. p. 2175-5493.

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. v. 1. New York: New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 1983.

FULINI, M. A. **História do cálculo diferencial e integral**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de São João Del-Rei, Minas Gerais, 2016.

FURLANI, C. **O uso de Conceitos Vetoriais em Geometria Analítica no Ensino Médio com o Auxílio do GeoGebra**. 2016. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

GADOTTI, M. **Boniteza de um sonho**: Ensinar-e-aprender com sentido. São Paulo: Grubhas, 2003.

GALINDO ILLANES, M. K.; BREDÁ, A. Proceso de instrucción de la derivada aplicado a estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. **Uniciencia**, [s. l.], v. 38, n. 1, p. 303-323, 2024.

GAUTHIER, C. **Por uma teoria da pedagogia**: pesquisas sobre o saber docente. 3 ed. Ijuí: Unijuí, 2013.

GODINO, J. D. *et al.* Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque Ontosemiótico. **Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**, [s. l.], v. 27, n. 1, p. 59-76, 9 jun. 2009.

GODINO, J. D. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., [s. l.], 2011. **Anais [...]**. [s. l.], IACME, 2011.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**, [s. l.], v. 39, v. 1-2, p. 127–135, 2007.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 10, n. 2, p. 7-37, 2008.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, J. M. Uso de recursos virtuales en la difusión y construcción de conocimiento científico: el caso del congreso CIVEOS. **CIVEOS**, [s. l.], 2017.

GODINO, J. D. Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29. [s. l.]. **Acta [...]**. [s. l.]: ANPED, 2006. p. 1-24.

GODINO, J. D. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. **Investigación en Educación Matemática XVI**, [s. l.], p. 49-68, 2012.

GOI, M. E. J.; SANTOS, F. M. T. Aspectos metodológicos da resolução de problemas na formação de professores de ciências da natureza. **# Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia**, Canoas, v. 8, 2019.

GUSMÃO, T. C. **Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos**: una perspectiva ontosemiótica. Santiago de Compostela: Universidade de Santiago de Compostela, 2006.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In : ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18., Ilhéus, Bahia, 2019. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, n. 3, p. 666-697, 9 jan. 2021.

ILLANES, M. G.; BREDÁ, A.; ALVARADO MARTINEZ, H. Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada para estudiantes de ingeniería comercial en Chile. **Paradigma**, [s. l.], v. 44, p. 321-350, 31 maio 2023.

KAIBER, T. C. *et al.* Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina. **Perspectiva da educação matemática**, [s. l.], v. 10, p. 2359-2842, 2017.

LADEIRA, A. R. **Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de matemática básica preparatórios para o estudo de Cálculo universitário**. 2014. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

MACEDO, R. S. **Pesquisa-Formação/Formação-Pesquisa**: Criação de saberes e heurística formacional. 1. ed. Campinas, SP: Pontes Editores, 2021.

NUNES, M. M.; GUSMÃO, T. C. R. S.; CAMPOS, M. A.; BREDÁ, A. Competências desenvolvidas por professores quando analisam tarefas matemáticas. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v. 10, n. 1, p. 64-81, 2025.

NINOW, V.; KAIBER, C. T. Análise do conceito de função sob a perspectiva da idoneidade epistêmica do enfoque Ontosemiótico. In: CONGRESO URUGUAYO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., [s. l.], 2017. **Actas [...]**. n. 1688-9886, p. 339-347, 2017.

PARAMESWARAN, R. On Understanding the Notion of Limits and Infinitesimal Quantities. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 5, n. 2, p. 193-216, 27 mar. 2007.

PEREIRA, L.; GUSMÃO, T. A gestão do planejamento de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais. **Revista Binacional Brasil Argentina**, [s. l.], p. 143-161, 2020.

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRÍGUEZ, M. Criterios de diseño de tareas para favorecer el análisis didáctico en la formación de profesores. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., [s. l.], 2013. **Actas [...]**. n. 2301-0797, p. 4988-4998, 2013.

PONTE, J. P. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RAMOS, A. M.; FÁRIA, P.; FÁRIA, Á. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, [s. l.], v. 14, n. 41, p. 17, 2014.

ROCHA, M. M. **Releitura do Processo de Aprendizagem de Estudantes Repetentes de Cálculo I**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

RODRIGUES, G. S. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. Desenho de tarefas matemáticas na perspectiva da criatividade. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v. 5, n. 2, p. 343-363, 18 set. 2020.

SIERPIRISKA, A. Obstacles epistemologiques relatifs à la notion de limite. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, [s. l.], v. 6, n. 1983, p. 5-67, 1985.

SILVA, A. **Noção de limite de funções reais e GeoGebra**: um estudo em epistemologia genética. 2017. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2017.

SILVA, A. P. C.; NASCIMENTO, E.; VIEIRA, L. Cálculo diferencial e integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem. [s. n.], [s. l.], n. 2, 2017.

SILVA, D. S. Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Paradigma**, [s. l.], p. e2025029, 20 jan. 2025.

SILVA, D. S., GUSMÃO, T. C. R. S., SOUZA, G. M.; ASSIS, E. S. Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 18, n. 1982–5153, p. 1-36, 20 fev. 2025.

SILVA, R. T. **Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

SILVA, S. R. S. **RevYou - ferramenta de apoio à execução de revisões e mapeamentos sistemáticos de modo colaborativo e distribuído**: módulo apresentação dos dados. SILVA, L. E. Educação matemática e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): um desafio para a educação básica. **Revista Humanidades e Inovação**, [s. l.], v.6, n.6, p. 51-61, 2019.

SOUZA, A. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. (Re)Desenho de tarefas matemáticas à luz dos critérios de idoneidade didática e criatividade. **Zetetike**, [s. l.], v. 31, p. e023014, 19 dez. 2023.

SOUZA, J. R. *et al.* Task (Re)design to enhance the didactic-mathematical knowledge of teachers. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 22, n. 4, p. 98-120, 1 set. 2020.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 12, n. 2, p. 151-169, 1981.

TEIXEIRA, P. M. M.; MEGID NETO, J. Uma proposta de tipologia para pesquisas de natureza interventiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 23, n. 4, p. 1055-1076, dez. 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA. **Projeto Pedagógico do Curso de Bacharelado em Estatística**. Ji-Paraná, 2017.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia de Computação**. Curitiba, 2022.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. Realistic Mathematics Educationaswork in progress. In: THE NETHERLANDS AND TAIWAN CONFERENCE ON MATHEMATICS, Taipei, Taiwan, 2001. **Proceedings** [...], Taipei, Taiwan, 2001. p. 1-43.

VASCONCELLOS, C. S. **Planejamento**: projeto de ensino-aprendizagem e projeto político pedagógico. v. 1. 10. ed. São Paulo: Libertad, 2002.

VASCONCELOS, P. F.; GUSMÃO, T. C. R. S.; DUARTE, A. C. S. Critérios de idoneidade didática como instrumento de avaliação dos cursos de medicina. **Práxis Educacional**, [s. l.], v. 21, n. 52, p. e12664, 1 mar. 2025.

WEINSTEIN, C. S.; NOVODVORSKY, I. **Gestão da sala de aula**: lições da pesquisa e da prática para trabalhar com adolescentes. Porto Alegre: AMGH, 2015.

CAPÍTULO 2 - ARTIGO 1: TAREFAS PARA O ENSINO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

Este capítulo tem como objetivo apresentar os resultados de uma revisão sistemática de literatura realizada com o intuito de identificar e analisar as contribuições das pesquisas sobre tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral e de Limites de Funções Reais, atendendo ao objetivo específico 1 (O1) desta investigação. Essa revisão surgiu no contexto da disciplina de Metodologia do Doutorado, na qual foi solicitado que os doutorandos realizassem um estudo sistemático da produção acadêmica, de modo a compreender como o tema vem sendo abordado e, assim, trazer clareza para os passos seguintes da pesquisa.

Para tanto, foram selecionadas dissertações e teses disponíveis em bases nacionais de dados, especialmente na BDTD (Banco Digital de Teses e Dissertações) e no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). O processo de análise buscou compreender a origem das pesquisas, as palavras-chave mobilizadas, os objetivos explicitados e os conteúdos abordados, além de mapear as lacunas que permanecem abertas para futuras investigações.

2.1 REFERÊNCIA

SILVA, D. S. *et al.* Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Paradigma**, Maracay, v. 46, n. 1, p. e2025029, 2025. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025029.id1637. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1637>. Acesso em: 12 sep. 2025.

2.2 RESUMO

Este artigo apresenta uma revisão sistemática das teses e dissertações brasileiras que usam tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). O objetivo é identificar e analisar as contribuições dessas pesquisas, com foco na origem, palavras-chave, objetivos e conteúdos abordados, além de identificar lacunas para estudos futuros. O mapeamento foi feito nas bases BDTD e Catálogo de teses e Dissertações da CAPES. O *corpus* de análise totalizou 38 trabalhos. Os dados foram analisados usando a Análise de Conteúdo de Bardin. A análise revelou que a maioria dos estudos é realizada em instituições das regiões Sul e Sudeste; lacunas significativas na dimensão emocional e na formação de professores no ensino de

Cálculo e; que as derivadas foram o tema mais estudado, enquanto os limites surgiram como uma preocupação devido às dificuldades dos alunos. As sugestões de pesquisa apontam direções promissoras para futuras investigações.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral; Tarefas matemáticas; Dimensão Emocional; Formação de Professores.

2.3 ABSTRACT

This article presents a systematic review of Brazilian theses and dissertations that use tasks in teaching Differential and Integral Calculus (CDI). The objective is to identify and analyze the contributions of this research, focusing on the origin, keywords, objectives and content covered, in addition to identifying gaps for future studies. The mapping was done in the BDTD databases and CAPES Theses and Dissertations Catalog. The *corpus* of analysis totaled 38 works. Data were analyzed using Bardin's Content Analysis. The analysis revealed that the majority of studies are carried out in institutions in the South and Southeast regions. Significant gaps in the emotional dimension and teacher training in Calculus teaching. Derivatives were the most studied topic, while limits emerged as a concern due to students' difficulties. The research suggestions point to promising directions for future investigations.

Keywords: Differential and integral calculus, Mathematical tasks, Emotional, Teacher training.

2.4 INTRODUÇÃO

O Cálculo Diferencial e Integral (CDI), é fundamental para diversas áreas do conhecimento, como engenharias, ciências naturais, física e química, oferecendo ferramentas analíticas essenciais para compreender e modelar fenômenos complexos e dinâmicos, facilita a execução de tarefas com diversos níveis de complexidade e a assimilação de outros conteúdos (Silva, 2019).

Ao permitir a análise de taxas de mudança, acumulação de quantidades e comportamento de sistemas dinâmicos, o Cálculo se torna uma linguagem universal que transcende fronteiras disciplinares, aplicando-se em projetos de engenharia, pesquisas científicas e formulação de leis fundamentais, essencial para o avanço tecnológico (Furlani, 2016).

No contexto do ensino de CDI, a realização de tarefas matemáticas se revela como uma prática essencial para aprendizagem e assimilação de conceitos

complexos e o desenvolvimento de habilidades analíticas nos estudantes, assim como suas respostas e estratégias (Gusmão, 2021).

As tarefas no ensino de Matemática são compreendidas como um conjunto diversificado de propostas pedagógicas que incluem problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, investigações, entre outros. Essas tarefas são elaboradas e levadas pelo professor para a sala de aula com o objetivo de promover a aprendizagem matemática dos alunos. A variedade e a natureza dessas propostas permitem abordar diferentes aspectos do conhecimento matemático, incentivando o desenvolvimento de habilidades, o pensamento crítico e a resolução de problemas (Souza, 2016).

Gusmão (2021) propõe, que as tarefas sejam variadas e que cumpram critérios norteadores da prática dos professores; a presente pesquisa de doutorado em andamento situa-se exatamente neste contexto, investigando a efetividade e a diversidade de tarefas matemáticas utilizadas no ensino de CDI. Esta pesquisa pretende servir como uma base para identificar áreas que necessitam de maior enfoque, promovendo uma abordagem mais efetiva no ensino dessa disciplina.

Portanto, objetivo desta revisão sistemática é investigar as contribuições das pesquisas brasileiras (dissertações e teses) sobre o uso, desenvolvimento e aplicação das tarefas no ensino de Cálculo, com foco específico em: a origem dessas pesquisas, as palavras-chave utilizadas, os objetivos e conteúdos abordados. Também se buscou identificar e analisar as principais tendências e carências na literatura existente, como parte preliminar da pesquisa de doutorado.

2.5 METODOLOGIA

Foi utilizada a abordagem qualitativa, realizando uma revisão sistemática da literatura, que conforme Donato e Donato (2019) é reconhecida pela sua abrangência metodológica, transparência e replicabilidade. Oliveira *et al.* (2018) afirmam que a Revisão Sistemática de Literatura (RSL) oferece uma estrutura robusta para mapear as contribuições acadêmicas em um domínio específico, que nesse caso foram as tarefas no ensino de CDI. O protocolo da RSL seguiu as diretrizes de Kitchenham (2004) para estabelecer questões norteadoras específicas, identificar literatura relevante e aplicar critérios de inclusão e exclusão em estudos primários.

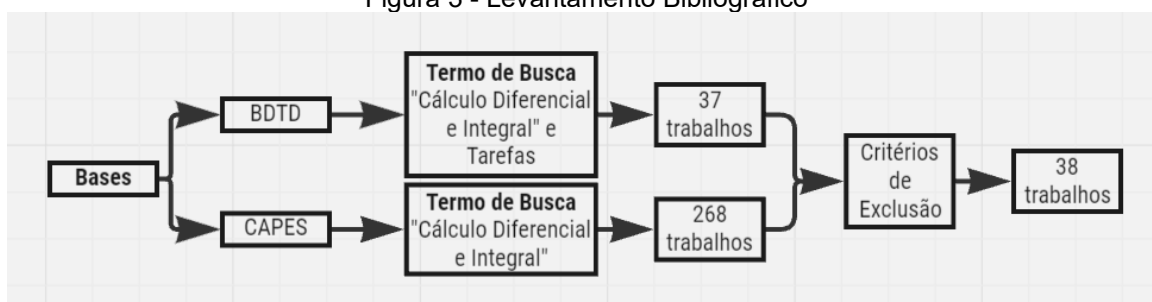
Assim, estabeleceu-se as seguintes questões de pesquisa. O que revelam as pesquisas brasileiras (dissertações e teses) sobre tarefas no ensino de Cálculo? Especificamente, questiona-se: onde tais pesquisas são realizadas? O que suas palavras-chave revelam? Quais são os seus objetivos e conteúdos abordados?

Para responder a essas perguntas, selecionou-se teses e dissertações disponíveis na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Foram utilizados os descritores "Cálculo Diferencial e Integral" e "Tarefas", sem restrição de período, devido à escassez de trabalhos que investigam simultaneamente esses temas. Tal abordagem permitiu explorar a diversidade de perspectivas ao longo do tempo. Foram definidos critérios de inclusão, que abrangessem o Cálculo Diferencial e Integral de funções de uma variável, juntamente com pesquisas que propõem tarefas, excluindo trabalhos não relacionados a Ensino ou Educação, revisões da literatura, trabalhos incompletos ou indisponíveis na íntegra.

Do processo de seleção conduzido na BDTD, com os termos "Cálculo Diferencial e Integral", obteve-se 350 trabalhos. Para refinar a busca, o mesmo termo foi utilizado entre aspas, reduzindo para 256 trabalhos. Posteriormente, **foram realizados testes com termos adicionais, como "Educação Matemática" (93 trabalhos), "Ensino de Matemática" (53 trabalhos) e "Tarefas" (37 trabalhos).**

Diante da necessidade de explorar uma segunda base, consultou-se o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Inicialmente, foi realizada uma busca refinada a partir dos termos os termos "Cálculo Diferencial e Integral" *AND* "tarefas", mas percebeu-se, que vários trabalhos de interesse ficaram de fora. Por isso, optou-se por utilizar apenas o termo "Cálculo Diferencial e Integral", entre aspas, o que retornou 268 trabalhos e, a partir disso, os resumos foram analisados para identificar aqueles que abordavam o tema de tarefas, conforme detalhado na Figura 3. Essa abordagem permitiu ampliar a inclusão de trabalhos relevantes para a RSL.

Figura 3 - Levantamento Bibliográfico



Fonte: As Autoras

Seguindo estes procedimentos chegou-se a 25 (vinte e cinco) dissertações e 13 (treze) teses, sobre as quais os esforços foram dedicados na fase de investigação à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 2016). Realizou-se a pré-análise dos trabalhos selecionados, a partir das etapas que compõem a RSL para elaboração do *corpus* de análise, a leitura flutuante dos textos e a preparação do material. Em seguida, com todos os materiais separados e organizados foi efetivada a exploração do material, a inferência e a interpretação dos resultados.

2.6 RESULTADOS

Os trabalhos analisados estão dispostos no Quadro 3, organizado primeiro pelas dissertações (D) e em seguida pelas teses (T).

Quadro 3 - Referências que formam o *corpus* de análise

Cód.	Base	Instituição	Autor(a)	Tipo	Título	Orientador(a)	Ano
D1	BDTD	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP	Antonio Fernando Silveira Alves	D	Um Estudo das Atividades Propostas em um Curso de Licenciatura em Matemática, na Disciplina de Introdução ao Cálculo Diferencial e Integral, na Modalidade a Distância	Armando Traldi Junior	2011
D2	BDTD	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Nélvia Santana Ramos	D	Sequências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência: episódios de resolução de tarefas	André Luis Trevisan	2017
D3	BDTD	Universidade Tecnológica	William José Gonçalves	D	Raciocínio covariacional em aulas de cálculo	André Luis Trevisan	2018

		Federal do Paraná			diferencial e integral: possibilidades de desenvolvimento a partir do uso de tarefas		
D4	BDTD	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Maycon Odailson dos Santos da Fonseca	D	Proposta de tarefas para um estudo inicial de derivadas	André Luis Trevisan	2017
D5	BDTD	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Roberta Marcelino de Almeida Alves	D	Análise de um processo avaliativo alinhado a um ambiente de ensino e de aprendizagem de cálculo pautado em episódios de resolução de tarefas	André Luis Trevisan	2021
D6	BDTD	Universidade do Extremo Sul Catarinense UNESC	Manuel Chimbungo Tiago	D	O conhecimento matemático de angolanos ingressantes nos cursos de engenharia: intervenção pedagógica com base na teoria histórico-cultural	Aldemir Damazio	2014
D7	BDTD	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Rodrigo Tavares da Silva	D	Atividades para estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido	Adriana Helena Borssoi	2019
D8	BDTD	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Carine Rodrigues de Souza	D	Uma abordagem do ensino de cálculo, incentivando o desenvolvimento de estilos de aprendizagem e proporcionando o entendimento das técnicas de integração	Dimas Felipe de Miranda	2013
D9	BDTD	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Lais Couy	D	Pensamento visual no estudo da variação de funções	Maria Clara Rezende Frota	2008
D10	Capes	Universidade Federal do Vale do São Francisco	Frédson Valois Coutinho da Rocha	D	A utilização do <i>GeoGebra</i> no estudo dos conceitos de limite, derivada e integral definida.	Alexandre Ramalho Silva	2019
D11	Capes	Fundação Universidade Federal de Rondônia	Hailton César Alves dos Reis	D	O emprego do <i>software maple</i> como ferramenta educacional de ensino-aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio do	Liliane da Silva Coelho Jacon	2022

					ensino híbrido, formato flex		
D12	Capes	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo	Débora Vieira de Souza	D	O ensino de noções de cálculo diferencial e integral por meio da aprendizagem baseada em problemas	Rogério Ferreira da Fonseca	2016
D13	Capes	Universidade Estadual da Paraíba Campus Campina Grande	Matheus Marques de Araújo	D	A construção do conceito de limite através da resolução de problemas	Roger Ruben Huaman Huanca	2020
D14	Capes	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Renaldo Sodré	D	Resolução de problemas contextualizados de cálculo diferencial e integral em engenharia civil	João Bosco Laudares	2021
D15	Capes	Universidade Federal de Ouro Preto UFOP	Daniela Cotta Bicalho	D	O contexto digital como ambiente de aprendizagem de cálculo diferencial e integral	Frederico da Silva Reis	2021
D16	Capes	Universidade Estadual do Oeste do Paraná	Diovanna Bortoletto	D	Análise da produção escrita em provas de cálculo diferencial e integral I	Andréia Büttner Ciani	2021
D17	Capes	Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro	Diego Monteiro Gomes	D	Resolução de problemas como metodologia no ensino de cálculo diferencial e integral nos cursos de graduação em engenharia	Nilson Sergio Peres Stahl	2019
D18	Capes	Universidade do Estado do Rio de Janeiro	Luigi Mickle de Jesus Bruno	D	Modelos e simulações voltados para a relação entre o Cálculo Diferencial e Integral e a Dinâmica em cursos superiores	Aline de Lima Guedes Machado	2019
D19	Capes	Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais	Alexander Rodrigues Ladeira	D	Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de matemática básica preparatórios para o estudo de cálculo universitário	Dimas Felipe de Miranda	2014
D20	Capes	Universidade Federal do Mato Grosso do Sul	Vanessa Rodrigues Lopes	D	Aprendizagem em um ambiente construcionista: explorando conhecimentos de Cálculo I em espaços virtuais	Suely Scherer	2015

D21	Capes	Universidade do Estado de Santa Catarina UDESC	Dienifer Tainara Cardoso	D	Resolução de problemas e o <i>software GeoGebra</i> no ensino e aprendizagem de otimização de funções	Ivanete Zuchi Siple	2018
D22	Capes	Universidade Anhanguera de São Paulo	Douglas Paes Mação	D	Uma proposta de ensino para o conceito de derivada	Vera Helena Giusti de Souza	2014
D23	BDTD	Universidade Tecnológica Federal do Paraná	Mariana Vasconcelos Negrini	D	Processos de raciocínio matemático mobilizados por Estudantes de Cálculo Diferencial e Integral em Tarefas Exploratórias	André Luis Trevisan	2022
D24	BDTD	Universidade Federal de Juiz de Fora	Leíse Santos Vieira	D	Uma Proposta de Ensino de Continuidade de Funções em Cálculo Diferencial e Integral a partir da noção de Complementaridade	Willian José da Cruz	2022
D25	BDTD	Universidade Estadual Paulista	João Victor Gonçalves do Carmo	D	Práticas Experimentais de Cálculo com Calculadoras	Sueli Liberatti Javaroni	2024
T1	BDTD	Universidade Estadual de Londrina	Kátia Socorro Bertolazi	T	Proposta didático-pedagógica para a formação docente em matemática: investigações de noções conceituais de cálculo diferencial e integral com adoção do vê epistemológico de Gowin	Irinéa de Lourdes Batista	2017
T2	BDTD	Universidade Federal do Espírito Santo	Messenas Miranda Rocha	T	Releitura do processo de aprendizagem de estudantes repetentes de cálculo I	Vânia Maria Pereira dos Santos Wagner	2016
T3	BDTD	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Maria Bethânia Sardeiro dos Santos	T	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado.	Saddo Ag Almouloud	2013
T4	BDTD	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	André Lúcio Grande	T	Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do	Benedito Antonio da Silva	2013

					Cálculo voltado ao seu ensino		
T5	BDTD	Universidade Federal da Bahia Universidade Estadual de Feira de Santana	Celso Eduardo Brito	T	Estudo do centro de massa em cálculo diferencial e integral: Uma abordagem Didática envolvendo recursos tecnológicos	Luiz Márcio Santos Farias	2019
T6	BDTD	Universidade Estadual Paulista	Marília Rios de Paula	T	O diálogo entre o cálculo e a energia: um modelo de ensino para o professor	Rubens Alves Dias	2020
T7	Capes	Universidade Franciscana	Vânia Bolzan Denardi	T	Contribuições das representações semióticas para compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em matemática	Eleni Bisognin	2019
T8	Capes	Universidade de Brasília UNB	Líviam Santana Fontes	T	As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral	Cleyton Hércules Gontijo	2021
T9	Capes	Pontifícia Universidade Católica do Paraná	Otto Henrique Martins da Silva	T	Uma contribuição pedagógica da visualização dinâmica no ensino e na aprendizagem de cálculo diferencial e integral	Patrícia Lupion Torres	2021
T10	Capes	Universidade Federal de Mato Grosso	Pablo Roberto de Sousa Neto	T	O treino da aplicação de regras do cálculo diferencial e integral para estudantes de ciências biológicas: Um enfoque na filosofia de Wittgenstein	Marisa Rosâni Abreu da Silveira	2019
T11	Capes	Universidade Federal de Uberlândia	Giselle Moraes Resende Pereira	T	Cálculo diferencial e integral no curso de agronomia: uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação	Arlindo José de Souza Junior	2019

T12	Capes	Universidade Federal de Mato Grosso	Nilra Jane Filgueira Bezerra	T	A organização do ensino de cálculo diferencial e integral na perspectiva da teoria da formação por etapas das ações mentais de Galperin	Marta Maria Pontin Darsie	2016
T13	BDTD	Universidade Estadual do Norte fluminense Darcy Ribeiro	Ronaldo Barbosa Alvim	T	Ensino do Cálculo: História, Experimentação, Geometria, Neurociência e Modelagem.	Carlos Eduardo Batista de Sousa.	2023

Legenda: Cód. Base Instituição Autor Tipo Título Orientador Ano

Fonte: As autoras

Do recorte de 38 trabalhos analisados, a maioria está nas regiões Sudeste e Sul do Brasil, totalizando 29 trabalhos, 76% das pesquisas. A região Sudeste se destaca com 17 trabalhos, incluindo quatro da PUC de Minas Gerais (D8, D9, D14, D19) e três da PUC de São Paulo (D1, T3, T4). A região Sul contribuiu com 12 trabalhos, sendo a UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná responsável por cinco pesquisas (D2, D3, D4, D5, D7, D23). Outras regiões apresentam números mais modestos, com 4 trabalhos na região Centro-Oeste (D20, D18, T10, T12), 3 no Nordeste (D10, D13, T5), 1 no Distrito Federal (T8) e 1 na região Norte (D11). A maioria das pesquisas foi realizada por instituições públicas, porém 10 delas foram feitas em instituições privadas, destacando-se a PUC com oito trabalhos (D1, D8, D9, D14, D19, T3, T4, T9), além da UFN - Universidade Franciscana (T7) e da UNIAN - Universidade Anhanguera de São Paulo (D22). André Luis Trevisan orientou cinco dessas pesquisas (D2, D3, D4, D5, D23), enquanto Dimas Felipe de Miranda orientou duas (D8, D19).

Além do título e do resumo, outro elemento enfatizado na composição de textos acadêmicos são as palavras-chave, que servem como indicadores objetivos da temática, do campo de estudo, das teorias, entre outros aspectos relevantes no texto. Desse modo questionou-se: o que revelam as palavras-chave nos trabalhos pesquisados (Figura 4):

Figura 4 - Nuvem de Palavras (Palavras-Chave)



Fonte: As autoras

Observa-se que as palavras-chave predominantes incluem "Ensino de Cálculo" (D2, D3, D4, D5, D8, D9, D16, D17, T9, T12), "Educação Matemática" (D2, D3, D4, D5, D9, D10, D13, D19, T12) e "Ensino de Matemática" (D7, D9, D11, D14, D15, D16, T1, T2, T3, T6). Este fenômeno é reflexo dos critérios de inclusão adotados, que focam em trabalhos voltados para o Ensino de Cálculo, frequentemente desenvolvidos nos contextos de programas acadêmicos de Educação Matemática ou Ensino de Matemática. Além dessas, destacam-se "Ensino Superior" (T2, T3, T7, T11), "Tarefas Matemáticas" (D2, D3, D4), "*GeoGebra*" (D10, D21, T5) e "Derivadas" (D4, D10, D21, D22) como termos relevantes. Chama a atenção o fato de que "Matemática Emocional" (T2) aparece apenas uma vez e "Formação de Professores" (D1, T6) apenas duas vezes.

Inicialmente, não havia a intenção de abordar aspectos emocionais e a formação de professores neste artigo. No entanto, esses termos apareceram nas palavras-chave das pesquisas examinadas. Além disso, considerando que essa é uma das frentes dessa pesquisa de doutorado, decidiu-se por incluí-los na análise. Para isso, foram utilizadas unidades de registro, que, de acordo com Bardin (2016), são expressões, que surgem com maior ou menor frequência no texto, indicando sua importância.

Além dos termos "emocional" e "formação de professores", incluiu-se também o termo "tarefas" na presente análise. Embora "tarefas" tenha sido utilizado como descritor na seleção das pesquisas, sua frequência nas palavras-chave foi baixa. Isso nos motivou a investigar sua presença de forma mais aprofundada nos textos.

realizou-se a contagem dessas unidades de registro relevantes utilizando o *software Atlas.ti* (Quadro 4).

Quadro 4 - Registro de unidades de relevância coletados nos trabalhos investigados

Cod.	Recorrência da unidade de registro			Cod.	Recorrência da unidade de registro		
	Tarefa	Emocional	Formação de Professores		Tarefa	Emocional	Formação de Professores
D1	58	0	49	D20	10	0	1
D2	475	0	0	D21	5	0	10
D3	244	0	1	D22	16	0	0
D4	350	0	0	D23	116	0	1
D5	202	0	2	D24	2	0	5
D6	171	3	9	D25	12	0	0
D7	332	0	0	T1	52	15	14
D8	220	0	0	T2	98	13	0
D9	12	0	13	T3	250	0	8
D10	1	0	0	T4	254	0	0
D11	9	0	6	T5	1107	0	3
D12	19	0	0	T6	4	0	2
D13	11	0	8	T7	34	0	29
D14	3	1	0	T8	47	0	2
D15	29	0	3	T9	8	0	4
D16	138	0	0	T10	6	0	0
D17	4	0	2	T11	23	0	5
D18	3	0	0	T12	464	0	6
D19	4	0	0	T13	10	0	7

Fonte: As autoras

A análise do quadro revela que o termo "tarefa" apareceu inúmeras vezes na maioria das pesquisas, o que evidencia que esse é utilizado de forma recorrente no ensino de CDI, nas investigações analisadas. Isso sugere que as tarefas propostas aos alunos desempenham um papel fundamental na abordagem desse conteúdo, possivelmente influenciando diretamente na compreensão dos conceitos matemáticos abordados. Essa recorrência do termo "tarefa" destaca a importância de estratégias pedagógicas que incluam atividades práticas e desafiadoras para os estudantes, promovendo uma aprendizagem mais significativa e eficaz.

Já os termos "emocional" e "formação de professores" se confirmam praticamente inexistentes na maioria das pesquisas verificadas. O termo "emocional" aparece em apenas quatro trabalhos, com uma única ocorrência em D14. Já "formação de professores" é encontrada em 22 trabalhos, dos quais oito (D3, D5, D15, D17, D23, T5, T6, T8) apresentam no máximo três registros, muitas vezes mencionados apenas na linha de pesquisa em que o trabalho está situado. É digno de nota, que houve certa frequência do enunciado "formação de professores", porém,

a sua baixa ocorrência é mais perceptível e pode, talvez, sugerir uma carência no ensino de Cálculo, destacando um campo a ser explorado.

A análise dos objetivos também pode contribuir significativamente para a interpretação e síntese dos achados da revisão, fornecendo *insights* valiosos sobre as questões de pesquisa e as implicações práticas e teóricas dos resultados encontrados. No Quadro 5, traz objetivos separados pelos conteúdos abordados em cada pesquisa, o que permite uma visualização organizada e sistemática das metas estabelecidas pelos estudos incluídos na revisão.

Quadro 5 - Conteúdos e Objetivos abordados nas pesquisas estudadas

Conteúdos	Cod	Objetivo
Função	D6	Contribuir para a apropriação dos conceitos matemáticos pelos estudantes de Engenharia do Instituto Superior Politécnico da UJES, em Angola.
	D9	Investigar como o pensamento visual, por meio de estratégias gráficas e sua interação com as linguagens algébrica e textual, pode contribuir para o entendimento dos conceitos de variação de funções reais de uma variável no ensino de CDI.
	D16	Investigar como as produções escritas dos estudantes em provas de CDI I podem orientar a elaboração de tarefas.
	D19	Propor atividades de Matemática Básica (Pré-Cálculo) com uma ferramenta computacional, analisando sua viabilidade e contribuição para a aprendizagem de CDI.
	T7	Investigar como as representações semióticas contribuem para a compreensão dos conceitos necessários à aprendizagem de CDI I.
Limite	D1	Verificar se as atividades propostas permitem diferentes estratégias de ensino e identificar os questionamentos dos alunos e as respostas dadas pelo professor.
	D2	Propor tarefas que facilitem a compreensão intuitiva do conceito de limite e a convergência de sequências numéricas.
	D13	Identificar os erros cometidos pelos estudantes a partir de suas atividades e avaliações.
	T2	Compreender as dificuldades de aprendizagem de estudantes repetentes no cálculo de limites de funções reais de uma variável.
	T3	Refletir sobre o conceito de limite de uma função, investigando a origem das dificuldades de aprendizagem, a abordagem em livros e tarefas, as estratégias dos professores universitários, e os testemunhos dos alunos sobre seu aprendizado.
Continuidade	D24	Investigar uma proposta de ensino do tema continuidade na disciplina CDI, com base na noção de complementaridade, para uso do professor do Curso de Licenciatura em Matemática.
Limite Derivada	D14	Desenvolver uma proposta de nivelamento baseada na epistemologia didática da problematização para o ensino de CDI na Engenharia Civil, em diálogo interdisciplinar com esse campo de conhecimento.
	D18	Sustentar, por meio de revisão bibliográfica, a hipótese de que o desenvolvimento e a simulação de modelos em ambiente acadêmico são ferramentas pedagógicas eficientes, mas subutilizadas, cujo potencial de transformação, embora pesquisado, ainda não é completamente compreendido
	T1	Investigar e explicitar, por meio de uma Abordagem Didática (AD), as relações interdisciplinares e pedagógicas das ideias fundamentais do CDI para a formação docente em Matemática.

Limite Derivada Integral	D3	Desvelar ideias que foram mobilizadas durante as discussões coletivas desencadeadas pelo trabalho com tarefas matemáticas.
	D5	Analisar um processo avaliativo alinhado à proposta de trabalho com resolução de tarefas em aulas de CDI, articulando uma avaliação formativa e somativa.
	D10	Propor uma análise dos conceitos e propriedades do CDI, como Limite, Derivada e Integral Definida, através de exemplos e resolução de atividades.
	D11	Analisar as contribuições do emprego do <i>software Maple</i> no ensino-aprendizagem do CDI por meio do Ensino Híbrido formato Flex em um curso de extensão universitária.
	D12	Explorar teoricamente as potencialidades do PBL (Problem-Based Learning) no ensino e aprendizagem de noções de CDI sob uma perspectiva transdisciplinar.
	D17	Verificar como o ensino de CDI utilizando a Metodologia de Resolução de Problemas de Polya e contextualizando com os cursos de Engenharia pode impactar o envolvimento e o aproveitamento dos alunos, segundo a percepção dos mesmos.
	T8	Avaliar uma proposta de ensino de CDI na perspectiva da Engenharia Didática, com metodologias ativas na fase experimental, investigando as percepções dos participantes.
	T12	Investigar se a organização do ensino de Cálculo baseada na Teoria da Formação por Etapas de Galperin promove a aprendizagem dos conceitos de Limite, Derivada e Integral em estudantes da Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Roraima.
	D23	Compreender processos de raciocínio matemático mobilizados por estudantes de CDI em discussões a partir de uma tarefa de natureza exploratória.
	T13	Compreender os processos de visualização e representação de conceitos matemáticos em CDI, dentro de um ambiente investigativo de modelagem matemática.
Derivada	D4	Propor tarefas exploratórias para auxiliar os estudantes na compreensão inicial do conceito de derivadas, especialmente em momentos que introduzem o estudo de derivadas de maneira formal.
	D15	Compreender como as tecnologias podem auxiliar no desenvolvimento de estilos de aprendizagem de alunos de Cálculo Diferencial e Integral
	D20	Analisar a aprendizagem de Derivadas de funções em um ambiente construcionista, em uma disciplina de CDI I, ofertada em formato de educação bimodal (parte presencial parte a distância).
	D21	Desenvolver sequências didáticas que colaborem com o ensino e aprendizagem de problemas de Otimização de Funções, mediadas pela resolução de problemas e recursos dinâmicos do <i>software GeoGebra</i> .
	D22	Analisar dois livros didáticos da disciplina Cálculo e entender o conceito de derivada para elaborar atividades que podem ser utilizadas em sala de aula da disciplina CDI em um Curso Superior, para introduzir o conceito de derivada.
	T6	Elaborar as características conceituais, pedagógicas e didáticas do Cálculo como curso de serviço para a Engenharia.
	D18	Sustentar, por meio de uma revisão bibliográfica, a hipótese de que o desenvolvimento de modelos acadêmicos seguido por atividades de simulação constitui uma ferramenta pedagógica eficiente, mas subutilizada, com potencial de transformação ainda não completamente explorado, especialmente dentro dos cursos superiores.
	T1	Investigar e elaborar uma Abordagem Didática interdisciplinar e pedagógica, com base nas ideias fundamentais do CDI, para a Formação Docente em Matemática.
	D25	Analisar como os estudantes exploram as aplicações de CDI de funções de uma variável real com calculadoras.

Integral	D7	Investigar os processos envolvidos na caracterização, na implementação e na avaliação de um ambiente educacional para a disciplina de Cálculo e suas consequências para a aprendizagem
	D8	Investigar as abordagens de ensino que podem contribuir para o estudo com entendimento das Técnicas de Integração,
	T4	Realizar um estudo didático e epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), apresentando uma intervenção de ensino para explorar a relação entre as operações de integração e derivação, e sob quais condições essa relação se estabelece.
	T5	Investigar, através de mudanças na organização didática e o uso de tecnologias, o aprendizado do objeto matemático Centro de Massa no curso de Engenharia Civil do IFBA, campus Eunápolis, em CDI, e analisar as contribuições resultantes do processo de reflexão das práticas dos estudantes.

Fonte: As Autoras

Ao averiguar os objetivos das pesquisas sobre funções, notou-se a ênfase na preparação para Cálculo. Os autores destacam a importância dos "conceitos matemáticos necessários aos estudantes ingressantes nos cursos de Engenharia" (D6) e a "viabilidade destas atividades e suas possíveis contribuições para o desenvolvimento de competências e habilidades para a aprendizagem de CDI" (D19). Além disso, investigam "contribuições das representações semióticas para a compreensão de conceitos matemáticos necessários para a aprendizagem do CDI I" (T7). Essas pesquisas evidenciam a importância de uma base matemática sólida para o sucesso acadêmico, especialmente em disciplinas fundamentais nos cursos de Engenharia, como Cálculo.

As pesquisas sobre limites e continuidade mostram um aprofundamento no tema com diferentes enfoques. O estudo D2 foca na "formulação do conceito de convergência de uma sequência numérica" (D2), enquanto outros, como D1 e D13, abordam as dificuldades dos alunos, investigando "questionamentos/dúvidas propostas pelos alunos" (D1) e "erros cometidos pelos estudantes em atividades e avaliações" (D13). Também há pesquisas sobre dificuldades de aprendizagem de alunos repetentes no cálculo de limites (T2) e a origem dessas dificuldades (T3). Esses estudos refletem a preocupação dos pesquisadores em minimizar as dificuldades dos alunos durante o ensino e a aprendizagem.

Os trabalhos que abordam simultaneamente limites e derivadas, assim como aqueles, que tratam desses temas junto com integrais, tendem a não falar de maneira mais aprofundada sobre a temática. O estudo D14 apresenta uma proposta de nivelamento para o ensino de Cálculo na Engenharia Civil, enquanto D18 sustenta que o desenvolvimento de modelos em ambiente acadêmico é uma ferramenta

pedagógica eficiente. T1 investiga uma abordagem didática para explorar as relações entre o Cálculo e a Formação Docente em Matemática, D23 busca compreender processos de raciocínio matemático em discussões exploratórias, e T13 analisa os processos de visualização e representação de conceitos matemáticos. Outros estudos (D3, D5, D10, D11, D12, D17, T8 e T12) examinam diversas metodologias de ensino de Cálculo, como o uso de *softwares*, metodologias ativas e teorias específicas de aprendizagem, para promover uma compreensão mais profunda dos conceitos de Limite, derivada e Integral, refletindo uma preocupação em encontrar estratégias eficazes para o ensino desses conteúdos no contexto da formação em Engenharia e Matemática.

As pesquisas sobre derivadas, derivadas e integrais, e apenas integrais geralmente se concentram mais em suas aplicações. O estudo D4 propõe tarefas para explorar o conceito de derivadas, enquanto D15 analisa como tecnologias podem ajudar no desenvolvimento dos estilos de aprendizagem dos alunos de Cálculo. Estudos como D20 e D21 desenvolvem sequências didáticas e analisam a aprendizagem de derivadas em ambientes construcionistas e em problemas de otimização. Pesquisas como D22 elaboram atividades para introduzir o conceito de derivada usando diferentes abordagens, T6 elabora características pedagógicas do Cálculo para a Engenharia. D18 sustenta que modelos acadêmicos são ferramentas pedagógicas eficazes. Outros estudos, como D8 e T5, contribuem para a compreensão das técnicas de integração, e T4 analisa o aprendizado do Centro de Massa em Cálculo através de mudanças didáticas. Essas pesquisas evidenciam o interesse em explorar as aplicações e contribuições desses conceitos matemáticos em diversos contextos educacionais e profissionais.

2.7 DISCUSSÕES

Retomando os principais destaques dos resultados anteriormente apresentados no intuito de compreender em que contextos, em quais medidas e sentidos as dissertações e teses desse *corpus* conceberam tarefas para o ensino de Cálculo em suas pesquisas, é perceptível que esses estudos estão predominantemente centralizados nas regiões sul e sudeste do Brasil, representando 76% do total. Essa concentração geográfica levanta questões importantes sobre a

representatividade e abrangência das pesquisas na área de ensino de Matemática, indicando a necessidade de uma distribuição mais equitativa ao longo do território nacional.

Outro aspecto sensível é a falta de atenção das pesquisas à dimensão emocional nas tarefas de Cálculo. É essencial considerar os fatores afetivos dos estudantes e professores, pois emoções, atitudes e crenças influenciam a aprendizagem (Chacón, 2003; Ernest, 1989, 1991; Menduni, 2003; T2). O desenho de tarefas eficazes, como proposto por Gusmão (2021), deve incluir o critério afetivo, avaliando se promovem interatividade, diversão, inclusão, autoestima, e gosto pela Matemática. Gusmão (2021) também destaca a importância da formação de professores, um aspecto escasso na revisão, sugerindo que a criação de tarefas específicas pode melhorar o ensino de CDI.

A predominância das Derivadas nas pesquisas analisadas destaca-se como um assunto central e frequentemente abordado, devido à sua natureza e aplicabilidade em diversas áreas. No entanto, as pesquisas sobre limites demonstram uma preocupação especial com as dificuldades dos alunos nessa área específica do cálculo, sugerindo a necessidade de estratégias específicas para aprimorar o processo de aprendizagem. Essa preferência por abordar as derivadas pode estar relacionada ao desenvolvimento histórico dos conceitos do Cálculo, onde o Cálculo Integral surgiu inicialmente em contextos concretos, como o cálculo de comprimentos e áreas, enquanto a diferenciação veio posteriormente, com questões mais abstratas sobre tangentes e problemas de máximos e mínimos. A formalização rigorosa do conceito de limites veio em seguida, fundamentando os processos de diferenciação e integração, reconhecidos posteriormente como inversos um do outro (Boyer, 2012; Eves, 2004).

Ao apresentar os objetivos das pesquisas organizados por assuntos, obteve-se uma visão mais explícita de como cada tema foi abordado nos estudos. É interessante notar que muitas pesquisas exploraram múltiplos temas, o que possibilita uma compreensão mais abrangente do Cálculo como disciplina. No entanto, essa abordagem multifacetada também revela a necessidade de aprofundamento em cada tema específico. Eco (1985) e Neuman (2013) destacam a importância de delimitar claramente o objeto de estudo para garantir a precisão e viabilidade da pesquisa. Ao mirar em temas específicos, os pesquisadores podem realizar análises mais

detalhadas e fornecer insights mais profundos sobre cada aspecto do Cálculo, contribuindo assim para o avanço do conhecimento nessa área.

Essa análise também destacou sugestões de pesquisas futuras apontadas por esses estudos, que são bastante diversas e abrangentes. Muitas pesquisas sugerem a necessidade de mais investigações relacionadas ao uso de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem do Cálculo (D11, D15, D20, T11). Além disso, (D12) defende a realização de mais estudos que abordem problemas práticos, enquanto (T8) enfatiza a importância das metodologias ativas no processo de ensino. (T2) destaca a importância de investigar quais tipos de tarefas relacionadas ao conceito de limite podem favorecer uma compreensão mais profunda desse tópico. A proposta de Gusmão (2021) de variar os tipos de tarefas parece abranger essas diversas perspectivas, oferecendo um caminho promissor para futuras pesquisas.

2.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após análise das teses e dissertações sobre tarefas para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, foi identificada a predominância dos estudos realizados em instituições das regiões sul e sudeste, sendo aproximadamente 70% provenientes de instituições públicas. As palavras-chave aprofundadas com os registros de representação apresentam lacunas na dimensão emocional de formação de professores no ensino de Cálculo; enquanto os objetivos associados aos assuntos, as Derivadas emergiram como o tema mais estudado e limites como uma preocupação em relação às dificuldades dos alunos. As sugestões de pesquisa oferecem contribuições para o panorama acadêmico nessa área, apontando direções promissoras em investigações futuras. Dessa forma, atingiu-se o objetivo inicial deste estudo de identificar e analisar as principais tendências e carências na literatura existente, como parte preliminar da referida pesquisa de doutorado, proporcionando uma compreensão abrangente dos estudos nessa área. Este mapeamento é fundamental para direcionar futuras pesquisas e intervenções educacionais, visando aprimorar o ensino e a aprendizagem do Cálculo em diversos contextos acadêmicos. Destaca-se, como consequência desse estudo, que segue sendo realizada uma revisão mais aprofundada focada especificamente nas tarefas matemáticas para o ensino de limites de uma função real, visando entender as dificuldades dos alunos e

as estratégias adotadas para superá-las, o que contribuirá significativamente para o desenvolvimento de abordagens pedagógicas mais eficazes nesse conteúdo fundamental de Cálculo.

REFERÊNCIAS

- ALVES, A. F. S. **Um estudo das atividades propostas em um curso de licenciatura em matemática, na disciplina de introdução ao cálculo diferencial e integral, na modalidade a distância**. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.
- ANDRADE, A. A. **Os registros de representação semiótica na aprendizagem de limites de funções reais**. 2021. 239f. Tese (Doutorado) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.
- ARAÚJO, M. M. **A construção do conceito de limite através da resolução de problemas**. 2020. 146f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, [s. /], n. 4, p. 73-80, 2004.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2016.
- BERTOLAZI, K. S. **Proposta Didático-Pedagógica para a Formação Docente em Matemática**: Investigações de Noções Conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com Adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.
- BEZERRA, N. J. F. **A Organização do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Perspectiva da Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais De Galperin**. 2016. 262 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade do Estado do Amazonas, Cuiabá, 2016.
- BICALHO, D. C. **O contexto digital como ambiente de aprendizagem de cálculo diferencial e integral**. 2019. 168 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Construção Metálica) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.
- BORTOLETTO, D. **Análise da Produção Escrita em provas de Cálculo Diferencial e Integral I**. 2021. 77f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.
- BOYER, C.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRITO, C. **Estudo do centro de massa em cálculo diferencial e integral: uma abordagem didática envolvendo recursos tecnológicos**. 2019. 614 f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia; Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2019.

BRUNO, L. M. J. **Modelos e simulações voltados para a relação entre o Cálculo Diferencial e Integral e a Dinâmica em cursos superiores**. 2019. 100 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

CARDOSO, D. T. **Resolução de Problemas e o Software GeoGebra no Ensino e Aprendizagem de Otimização de Funções**. 2018. 155 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

CHACÓN, I. M. G. **Os afetos na aprendizagem matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

COUY, L. **Pensamento Visual no Estudo da Variação de Funções**. 2008. 162f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

DA ROCHA, F. V. C. **A Utilização do GeoGebra no Estudo dos Conceitos de Limite, Derivada e Integral Definida**. 2019. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2019.

DE PAULA, M. R. **O diálogo entre o cálculo e a energia: um modelo de ensino para o professor**. 2020. 91 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2020.

DE SOUZA, C. R. **Uma abordagem do ensino de cálculo, incentivando o desenvolvimento de estilos de aprendizagem e proporcionando o entendimento das técnicas de integração**. 2013. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2013.

DENARDI, V. B. **Contribuições das Representações Semióticas para Compreensão de Conceitos Fundamentais para o Cálculo**. 2019. 285 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, UFN, 2019.

ECO, U. **Como se faz uma tese**. Tradução Gilson Cesar Cardoso de Souza. 21. ed. São Paulo: Perspectiva, 2008.

EVES, H. **An Introduction to the History of Mathematics**. 5. ed. Filadélfia: Saunders College Pub, 2004.

FERREIRA, P. E. A.; DE BURIASCO, R. L. C. Math tasks instructions based on the realistic mathematics education perspective. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, [s./l.], v. 29, n. 52, p. 452-472, 1 ago. 2015.

FONSECA, M. O. S. Proposta de tarefas para um estudo inicial de derivadas. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

FONT, V. Problemas en un contexto cotidiano. **Cuadernos de Pedagogía**, [s./l.], v. 10, p. 59-91, 2006.

FONT, V.; RAMOS, J. R.; GUSMÃO, T. C. R. S. (Re)desenho de tarefas para articular conhecimentos intra e extramatemáticos do professor. In: COLÓQUIO NACIONAL E COLÓQUIO INTERNACIONAL DO MUSEU PEDAGÓGICO, 12., Vitória da Conquista, 2017. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2017. p. 2175-5493.

FONTES, L. S. As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. 2021. 172 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2021.

FURLANI, C. **O uso de Conceitos Vetoriais em Geometria Analítica no Ensino Médio com o Auxílio do GeoGebra**. 2016. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 10, n. 2, p. 7-37, 2008.

GONÇALVES, W. J. **Raciocínio covariacional em aulas de cálculo diferencial e integral: possibilidades de desenvolvimento a partir do uso de tarefas**. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

GRANDE, A. L. **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino**. 2013. 324 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, n. 3, p. 666-697, 9 jan. 2021.

KITCHENHAM, B. **Procedures for Performing Systematic Reviews**. Keele University, Keele, 2004.

LADEIRA, A. R. **Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de matemática básica preparatórios para o estudo de Cálculo universitário**. 2014. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

LOPES, V. R. **Aprendizagem em um ambiente construcionista: explorando conhecimentos de Cálculo I em espaços virtuais**. 2015. 152 f. Dissertação (Mestrado

em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

MAÇÃO, D. P. **Uma proposta de ensino para o conceito de derivada**. 2014. 166F. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

NEUMAN, W. L. **Social research methods**: Qualitative and quantitative approaches. Boston: Pearson, 2013.

OLIVEIRA, T. A. L. *et al.* Formação continuada de professores de química para o uso das tecnologias: uma revisão sistemática de literatura. **Revista Valore**, Volta Redonda, v. 3, edição Especial, p. 1-13, 2018.

PEREIRA, G. M. R. **Cálculo diferencial e integral no curso de Agronomia**: uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação. 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.

RAMOS, N. S. **Sequências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência**: episódios de resolução de tarefas. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

ROCHA, M. M. **Releitura do Processo de Aprendizagem de Estudantes Repetentes de Cálculo I**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

REIS, H. C. A. **O emprego do software Maple como ferramenta educacional de ensino-aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio do ensino híbrido, formato flex**. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná, 2022.

SANTOS, M. B. S. **Um olhar para o conceito de limite**: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado. 2013. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SILVA, O. H. M. A contribuição pedagógica do uso da visualização gráfica no ensino e na aprendizagem do cálculo diferencial e integral. In: CONGRESSO HUMANITAS: EDUCAÇÃO, 1., Curitiba, 2018. **Anais [...]**. Curitiba: PUCPR, 2018.

SILVA, L. E. Educação matemática e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): um desafio para a educação básica. **Revista Humanidades e Inovação**, [s. l.], v.6, n.6, p. 51-61, 2019.

SILVA, R. T. **Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

SODRÉ, R.; LAUDARES, J. B.; FURLETTI, S. Resolução de problemas de cálculo diferencial e integral contextualizados na engenharia civil. **Abakós**, [s. l.], v. 11, n. 2, p. 67-90, 13 nov. 2023.

SOUSA NETO, F. M. E. **Aplicação de regras na aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral**: um enfoque na filosofia de Wittgenstein. 2019. Tese (Doutorado em Filosofia) – Escola de Filosofia, Letras e Humanas, Universidade Federal de São Paulo, Belém, 2019.

SOUZA, D. V. **O Ensino de Noções de Cálculo Diferencial e Integral por Meio da Aprendizagem Baseada em Problemas**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.

TIAGO, M. C. **O Conhecimento Matemático de Angolanos Ingressantes nos Cursos de Engenharia**: Intervenção Pedagógica com Base na Teoria Histórico-Cultural. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2015.

CAPÍTULO 3 - ARTIGO 2: ENSINO DE LIMITE DE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL REAL: UMA REVISÃO SISTEMÁTICA DE LITERATURA EXPLORANDO DIFICULDADES, DESAFIOS E A IMPLEMENTAÇÃO DE TAREFAS

Este capítulo tem como objetivo apresentar o segundo estudo desenvolvido nesta tese, cujo propósito central foi analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de Limites de Funções Reais, explorando as dificuldades, os desafios e avaliando a implementação dessas tarefas à luz dos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT).

A partir dos resultados do primeiro artigo, que permitiram mapear e compreender como as pesquisas nacionais em teses e dissertações têm abordado o ensino de Cálculo Diferencial e Integral e, em especial, de limites, tornou-se evidente a necessidade de aprofundar o olhar sobre esse conteúdo. Identificar as dificuldades e desafios enfrentados pelos alunos e entender as tarefas que vêm sendo propostas na literatura acadêmica nos possibilitou refletir sobre limitações recorrentes e, ao mesmo tempo, reconhecer potenciais caminhos para a aprendizagem desse tema.

Esse diagnóstico foi fundamental para que se pudesse redesenhar as próprias tarefas, de modo a torná-las mais consistentes e alinhadas com os Critérios de Desenho de Tarefas (CDT). O estudo buscou, assim, problematizar as propostas encontradas, evidenciando como elas contribuem ou não para o avanço na compreensão dos limites, e em que medida favorecem a superação das barreiras conceituais e didáticas enfrentadas pelos estudantes.

Dessa forma, este capítulo não apenas amplia a compreensão crítica sobre como o ensino de limites tem sido tratado, mas também fundamenta a construção de novas propostas de tarefas para esta tese, fortalecendo o vínculo entre a análise teórica e a prática investigativa no ensino e aprendizagem de Limites de Funções Reais.

3.1 REFERÊNCIA

SILVA, D. S. *et al.* Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 18, n. 1982–5153, p. 1–36, 20 fev. 2025. DOI: [10.5007/1982-5153.2025.e100777](https://doi.org/10.5007/1982-5153.2025.e100777). Disponível em:

<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/100777>. Acesso em 12 set. 2025.

3.2 RESUMO

O ensino do limite de funções reais de uma variável real, em algumas licenciaturas e outros cursos das áreas de Ciências Exatas e Naturais, requer tarefas progressivamente complexas, para que os alunos consolidem o conhecimento e o apliquem em novos contextos matemáticos ou na sua área de atuação. Isso posto, traz-se neste estudo, parte de uma tese de doutorado, uma Revisão Sistemática da Literatura, que teve como objetivo analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando dificuldades, desafios e avaliando a implementação das tarefas aos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT). Por meio de uma abordagem qualitativa, com base na análise de documentos (teses e dissertações), identificou-se entre outros obstáculos, dificuldades na compreensão da definição formal de limite e desafios relacionados aos conhecimentos prévios dos estudantes. Na análise das tarefas propostas, verificou-se se os CDT foram cumpridos e observou-se os esforços dos pesquisadores em produzir diferentes tipos de tarefas. O predomínio de tarefas fechadas, como exercícios e problemas, de notável exigência cognitiva, que estimulam a interação e a abertura do pensamento.

Palavras-chave: Desenho de Tarefas; Limite de funções; Dificuldades e desafios de aprendizagem.

3.3 ABSTRACT

Teaching the limits of real functions of one real variable in some undergraduate and other courses in the Exact and Natural Sciences requires progressively complex tasks for students to consolidate their knowledge and apply it to new mathematical contexts or in their field. Therefore, this study, part of a doctoral dissertation, presents a Systematic Literature Review. The objective was to critically analyze the existing knowledge on tasks for teaching the limits of real functions, exploring difficulties and challenges, and evaluating the implementation of the tasks according to the Task Design Criteria (TDC). Through a qualitative approach, based on document analysis (theses and dissertations), we identified, among other obstacles, difficulties in understanding the formal definition of limits and challenges related to students' prior knowledge. In analyzing the proposed tasks, we verified whether the TDCs were met and observed the researchers' efforts in producing different types of tasks. The predominance of closed tasks, such as exercises and problems, with notable cognitive demands, which stimulate interaction and open thinking.

Keywords: Task design; Limit of functions; Earning difficulties and challenges.

3.4 INTRODUÇÃO

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é um componente curricular presente nos cursos de graduação em Engenharia, Tecnologias e algumas Licenciaturas da área de Ciências da Natureza, que permite aos estudantes construir conhecimento a partir da realização de diferentes tarefas com certo grau de abstração, que variam de tarefas mais simples às tarefas mais complexas. Além disso, esse conhecimento contribui para a assimilação de conteúdos de outras disciplinas (Silva, 2019).

Lima (2012), a partir de uma pesquisa sobre o histórico do componente curricular Cálculo, percebeu-se a necessidade de que essa disciplina tivesse uma mudança de caráter didático, “levando em conta a maturidade matemática dos estudantes, o curso no qual a disciplina estava inserida e o perfil do profissional que se desejava formar” (Lima, p.7). Tal fato, culminou na criação da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, mas que ainda seguia um caráter analítico, com uma alteração gradual na proposta didática-pedagógica.

O modelo em vigor no Brasil relativo à disciplina de CDI, nesses cursos de graduação, tem influência europeia. Ele foi implementado inicialmente na Universidade de São Paulo (USP) em 1934, destinando-se à formação em Matemática Pura. Nele os conteúdos e conceitos dessa disciplina eram abordados com níveis de sistematização elevados e alto rigor de práticas algorítmicas e algébricas mais específicas e avaliações baseadas em tais abordagens (Bertolazi, 2017; Lima, 2012).

É sabido que o desempenho dos estudantes está frequentemente relacionado aos conhecimentos prévios destes sujeitos. No entanto, muitos ingressam na universidade sem uma compreensão dos fundamentos matemáticos, o que se torna evidente ao enfrentarem a necessidade de interpretar a linguagem matemática.

Por exemplo, ao tentar entender o conceito de limite, alguns alunos apresentam

dificuldade ao calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, quando não compreendem os conceitos básicos de trigonometria e limites. Essa dificuldade pode se refletir na incapacidade de discernir, se um determinado procedimento está correto ou não, comprometendo a resolução desse limite e de outros problemas, que envolvam limites com maior grau de dificuldade, o que exemplifica a importância de uma base matemática sólida para o desenvolvimento acadêmico desse conteúdo (Lochhead, 1995).

Uma alternativa, que foi encontrada para minimizar fatos como este, é pensar nas tarefas produzidas pelo professor, neste sentido, problemas dessa natureza podem ser minimizados a partir das tarefas produzidas ou selecionadas pelo professor. As primeiras poderão centrar-se nos conhecimentos básicos, que constituem os pilares para a compreensão do tema principal da aula.

Já as tarefas seguintes poderão ser dedicadas ao conteúdo propriamente dito. Contudo, enfatiza Gusmão (2019), não basta simplesmente substituímos os exercícios, que enfatizam a repetição de tarefas, normalmente do tipo “calcule”, pela resolução de problemas de investigação: “O ensino da matemática necessita variar as tarefas, diversificar os seus tipos e dar oportunidades para o estudante conhecer outras formas de aprendê-la” (Gusmão, 2019, p. 4).

Os estudos sobre tarefas matemáticas, com foco nas respostas dos alunos e no trabalho dos professores, destacam a importância central destas, nos processos de ensino e de aprendizagem. Hiebert e Wearne (1997) ressaltam que a aprendizagem dos estudantes é amplamente moldada pelas tarefas oferecidas pelos professores.

De acordo com Gusmão e Font (2021) as tarefas matemáticas desempenham papel fundamental no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, na avaliação de conhecimentos, na aproximação com a matemática, no estímulo aos pensamentos convergente e divergente, na aprendizagem de conceitos e representações matemáticas, na ampliação do conhecimento matemático dos alunos, no fomento de processos criativos, e no aprimoramento das competências didático-matemáticas dos professores.

Dentre os conteúdos abordados em Cálculo, o estudo dos limites de funções reais é frequentemente considerado complexo devido à sua natureza abstrata e à necessidade de compreender conceitos fundamentais, como a proximidade de valores e o comportamento assintótico de funções. Neste sentido, tanto os alunos, quanto os professores enfrentam desafios ao abordar esse tópico, pois ele demanda uma compreensão sólida dos princípios básicos do Cálculo e uma capacidade de pensar de maneira abstrata.

Neste sentido, entende-se, que a concepção de tarefas diferenciadas, exemplos concretos, aplicações práticas e uma abordagem gradual dos conceitos e propriedades de limites, podem favorecer para que a complexidade seja gradualmente

distribuída, se constituindo em um meio, que possa vir a minimizar as dificuldades apresentadas pelos alunos. Assim, este trabalho tem como objetivo realizar uma revisão sistemática de dissertações e teses produzidas nos últimos dez anos (isto é, de 2013 a 2023), que abordam estudos sobre a utilização de tarefas no processo de ensino e aprendizagem de limites de funções reais, e conhecer as dificuldades, desafios e em que medida, as características das tarefas propostas no material analisado cumprem os CDT.

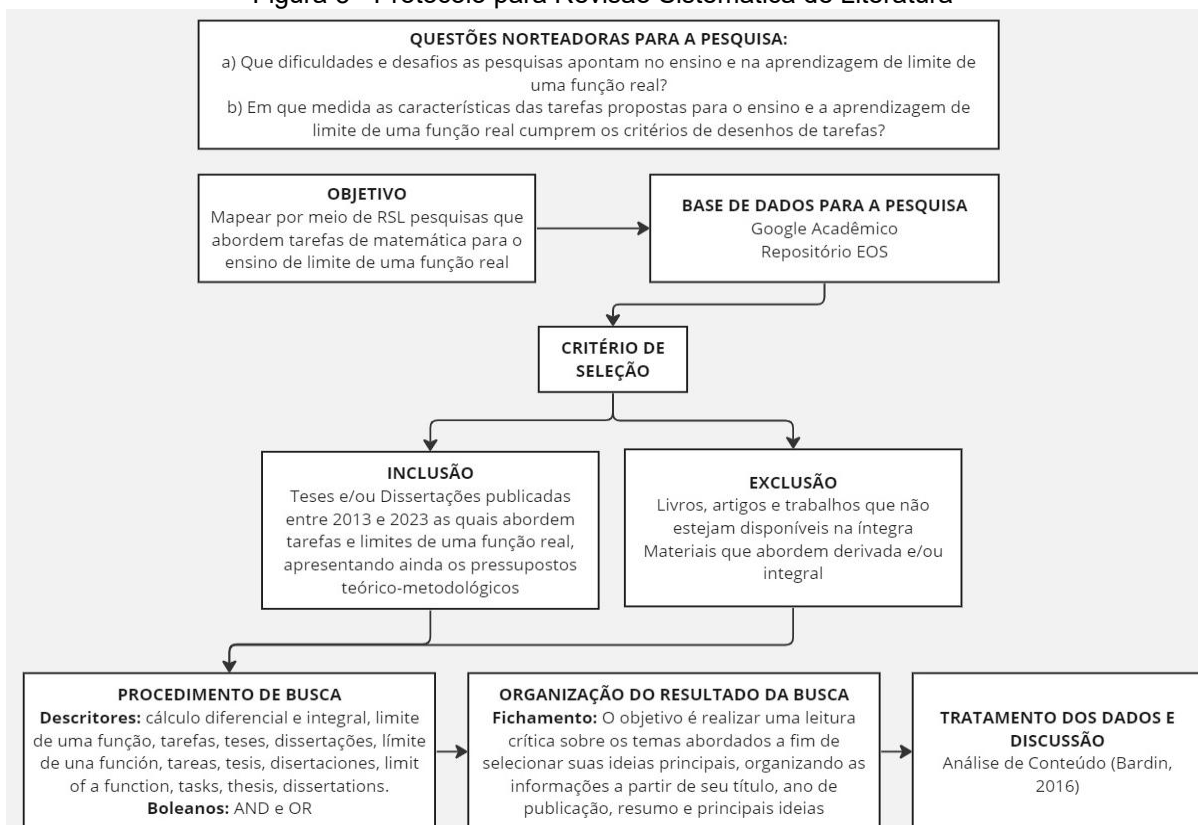
3.5 PERCURSO METODOLÓGICO

A presente pesquisa é do tipo bibliográfica, mais especificamente, uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL). Segundo Ramos, Faria e Faria (2014) uma revisão sistemática é aplicada no intuito de identificar pesquisas sobre um assunto específico, por meio de critérios, métodos e seleção de fontes bibliográficas, com rigor, a fim de gerar confiabilidade no trabalho desenvolvido.

Conforme Costa e Zoltowski (2014, p.57), o problema de pesquisa de revisão pode ser decomposto em algumas partes, que visam facilitar a busca e a organização dos resultados encontrado. Nesse sentido, elaborou-se as seguintes questões como elementos norteadores para o processo de investigação:

- a) Que dificuldades e desafios as pesquisas apontam no ensino e na aprendizagem de limite de uma função real?
- b) Em que medida as características das tarefas propostas para o ensino e a aprendizagem de limite de uma função real cumprem os critérios de desenhos de tarefas?

Segundo Ramos e Faria (2014), há um protocolo a ser seguidos em qualquer RSL, o qual pode ser visualizado na figura 5.

Figura 5 - Protocolo para Revisão Sistemática de Literatura⁵

Nota: Diagrama de fluxo com fundo branco e texto preto, detalhando etapas de uma pesquisa sistemática de literatura (RSL) sobre tarefas no ensino de limite de uma função real. No topo, em um retângulo, há as questões norteadoras para a pesquisa: a) Que dificuldades e desafios as pesquisas apontam no ensino e na aprendizagem de limite de uma função real? b) Em que medida as características das tarefas propostas para o ensino e a aprendizagem de limite de uma função real cumprem os critérios de desenhos de tarefas? Abaixo, há o objetivo, destacado em outro retângulo: Mapear por meio de RSL pesquisas que abordem tarefas de matemática para o ensino de limite de uma função real. Esse objetivo é ligado por setas a duas caixas: À direita: Base de dados para a pesquisa – Google Acadêmico e Repositório EOS. Abaixo: Critério de seleção, conectado a dois blocos: Inclusão: Teses e/ou dissertações publicadas entre 2013 e 2023 que abordem tarefas e limites de uma função real, apresentando ainda os pressupostos teórico-metodológicos. Exclusão: Livros, artigos e trabalhos que não estejam disponíveis na íntegra; materiais que abordem derivada e/ou integral. Na sequência, há mais duas etapas: Procedimento de busca: descritores em português, inglês e espanhol; booleanos: AND e OR. Organização do resultado da busca: Fichamento com leitura crítica e resumo das ideias principais. Por fim, a última etapa é o tratamento dos dados e discussão, fundamentado na análise de conteúdo de Bardin (2016).

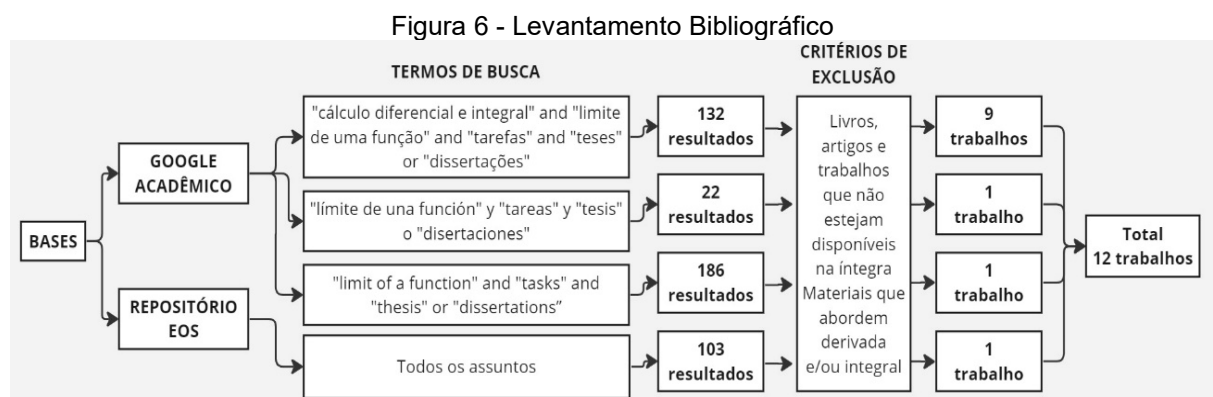
Fonte: As autoras

A figura 5 ilustra o delineamento do Protocolo da Revisão Sistemática, destacando os elementos essenciais do processo. Explicita-se o objetivo da revisão, seguido das bases de seleção dos trabalhos.

Optou-se por utilizar a base de dados *Google Acadêmico*, por ser uma plataforma de pesquisa *online* de origem acadêmica que disponibiliza acesso a estudos, e o Repositório do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução

(EOS)⁶ sendo este a base de maior fundamentação para este trabalho. O Repositório EOS compila diversos trabalhos, que articulam abordagens e modelos teóricos diversos sobre pesquisas, que envolvam pressupostos antropológicos e semióticos sobre a matemática e seu ensino, nas investigações em Educação Matemática (EOS, 2023).

Os critérios de seleção, descritores e operadores booleanos empregados nas buscas foram também especificados, fornecendo transparência ao método, de modo, que se seguiu para uma organização planejada dos resultados da busca, sendo possível delinear as estratégias para o tratamento dos dados, proporcionando uma visão do processo metodológico adotado, conforme nos mostra a figura 6.



Nota: Imagem de fundo branco com um mapa conceitual construído por um participante. O mapa apresenta os seguintes elementos: a palavra "Intuição" está centralizada e conectada a dois conceitos, "Exemplos simples" e "Formalismo". "Formalismo", por sua vez, está ligado a outros três conceitos: "Definição em termos de *delta* e *épsilon*", "Exemplos sofisticados" e "Curiosidade". Todas as palavras estão organizadas em forma de diagrama com linhas que conectam os conceitos relacionados.

Fonte: As autoras

A seleção no Repositório de Teses do EOS abarcou todos os assuntos dentro da temática Cálculo Diferencial Integral, uma vez que, a base de dados permite que sejam incluídos diferentes termos matemáticos em suas especificidades. A pesquisa iniciou com 103 teses, sendo duas delas abordando limite de funções reais, mas apenas uma, se encaixava quanto ao critério de período (2013 a 2023) pois, um dos trabalhos era datado de 2008.

Ao realizar a primeira busca no Google Acadêmico, utilizou-se os termos e operadores booleanos "cálculo diferencial e integral" *and* "limite de uma função" *and* "tarefas" *and* "teses" *or* "dissertações", resultando em 132 resultados. Contudo, a maioria desses trabalhos consistia em artigos ou livros. Após aplicar critérios de

⁶ Base teórica da pesquisa em andamento da primeira autora.

inclusão e exclusão, identificou-se 9 trabalhos específicos sobre o tema do limite de uma função real. Vale ressaltar, que a inclusão dos termos “tese” e “dissertação” teve como objetivo filtrar, uma vez que, a maioria dos resultados no *Google Acadêmico*, inicialmente, apresentava artigos e livros.

No *Google Acadêmico*, a segunda seleção se efetivou pelos termos e associações com operadores booleanos “*límite de una función*” y “*tarefas*” y “*tesis*” o “*disertaciones*”, obtendo-se 22 resultados. No entanto, apenas um trabalho satisfaz aos critérios de inclusão e exclusão.

A terceira seleção efetuada por meio do *Google Acadêmico* foi realizada a partir de termos e associações com operadores booleanos “*limit of a function*” and “*tasks*” and “*thesis*” or “*dissertations*”, a partir do qual alcançou-se 186 resultados, com apenas um trabalho satisfazendo os critérios de inclusão e exclusão.

Ao seguir esses procedimentos, alcançou-se um conjunto de 8 teses e 4 dissertações, que foram objeto de dedicação durante a fase de análise. A lista desses trabalhos é apresentada na Quadro 6 e organizada pela ordem em que foram identificados nas bases de dados.

Quadro 6 - Elenco de Trabalhos selecionados para o estudo

Cód	Título	Autor	Ano	Tipo	Instituição	Pressuposto Teórico
T01	Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable	Daniela Andrea Araya Bastias	2022	T	Universidad de Los Lagos	Idoneidade Didática que propõe o Enfoque Ontosemiótico (EOS) assim como critérios de design de tarefas.
T02	As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral	Líviam Santana Fontes	2021	T	Universidade de Brasília - UnB	método fenomenológico, Engenharia Didática
T03	Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado.	Maria Bethânia Sardeiro dos Santos	2013	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Teoria Antropológica do Didático, Registros de Representação Semiótica, teoria de Bakhtin
D01	Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes	Maria Alice de Vasconcelos Feio Messias	2013	D	UFPA	Teoria de Tall e Vinner (1981) e Vinner (1991)

	universitários acerca do conceito de limite de função					
T04	A noção de limite: um estudo da organização didática de um percurso formativo digital	Osnildo Andrade Carvalho	2022	T	Universidade Federal da Bahia Universidade Estadual de Feira de Santana	Teoria Antropológica do Didático, Engenharia Didática
T05	Os Registros de Representação Semiótica na Aprendizagem de Limites de Funções Reais	Aécio Alves Andrade	2021	T	Universidade Cruzeiro do Sul	Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, Engenharia Didática
T06	Documentação de professores para o ensino remoto de limite em cursos de exatas	Danilo dos Santos Christo	2022	T	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – SP	Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e a teoria da Abordagem Documental do Didático (ADD)
T07	Teaching and Learning limits at the Secondary Level in Lebanon	Najwa Riad Thabet	2015	T	Lebanese American University	Teorias cognitivas da aprendizagem de Piaget; Teoria APOS
D02	A construção do conceito de limite através da resolução de problemas	Matheus Marques de Araujo	2020	D	Universidade Estadual da Paraíba	Modelo Metodológico de Romberg-Onuchic
D03	Compreensão do conceito de limite por alunos de Cursos de ciências exatas	Ronaldo Dias Ferreira	2021	D	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo	Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRSS) e Teoria do Pensamento Matemático Avançado (PMA), Engenharia Didática
T08	Três Estudos Sobre o Discurso de Limite: uma abordagem comunicacional	José Alves de Oliveira Neto	2021	T	Universidade Federal da Bahia Universidade Estadual de Feira de Santana	Teoria Commognitive de Sfard (2008)
D04	O Ensino de Limites de Funções por Atividades	Weber da Silva Mota	2017	D	Universidade do Estado do Pará	Engenharia Didática

Fonte: As autoras

A partir das análises, concluímos que a maioria das pesquisas foi defendida no Brasil (D01, D02, D03, D04, T02, T03, T04, T05, T06), com três universidades apresentando mais de um trabalho concluído - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC-SP (D03, T03, T06), Universidade Federal do Pará - UFPA (D01, D04), e

uma parceria entre Universidade Federal da Bahia-UFBA e Universidade Estadual de Feira de Santana- UEFS (T04 e T08). Além disso, a pesquisa T01 foi defendida no Chile e T07 no Líbano. Os principais pressupostos teóricos abordados nas pesquisas incluem a Teoria do Registro de Representação Semiótica (D03, T03, T05), Teoria Antropológica do Didático (T03, T04) e a Engenharia Didática (D03, D04, T04, T05). Destaca-se também o EOS- Enfoque Ontossemiotico T01 como base da pesquisa de doutorado em andamento da primeira autora.

A partir desse percurso, que conduziu o protocolo de revisão, foi possível ter uma visão do rigor metodológico de seleção e análise dos trabalhos relativos à temática em questão, além de compreender todas as abordagens adotadas no uso de tarefas para o ensino de Cálculo. Essa contextualização permite uma visão holística das pesquisas realizadas, evidenciando nuances metodológicas e enfoques teóricos empregados. A compreensão do caminho percorrido foi fundamental para situar as contribuições no contexto acadêmico e identificar lacunas ou tendências emergentes.

A revisão também foi examinada à luz da Análise de Conteúdo (Bardin, 2016). Na qual realizou-se a pré-avaliação dos trabalhos selecionados, a partir das etapas que compõem a RSL para elaboração do *corpus* de análise, a leitura flutuante dos textos e a preparação do material a ser interpretado. Em seguida realizou-se, com todos os materiais separados e organizados, conforme quadro 7, a exploração do material, estabelecendo categorias a priori de análise.

Segundo Bardin (2016), a categorização desempenha um papel fundamental na pesquisa, proporcionando uma estrutura organizada para a análise e interpretação dos dados. Os resultados foram distribuídos em duas categorias, visando compreender tanto as "Dificuldades Impulsionadoras do Estudo do Limite de uma função real" quanto as "Tarefas Propostas pelos Autores".

No intuito de analisar as características das tarefas propostas e o seu efetivo cumprimento, quanto aos Critérios de Desenhos de Tarefas (CDT), encontrou-se subsídios em Gusmão e Font (2020) e se apresenta no quadro 7 esses critérios e seus indicadores.

Quadro 7 - Relação Critérios de desenho de tarefa e os indicadores

Critério de Desenho de Tarefas	Indicadores
Natureza	Aberta (infinitas respostas, múltiplas respostas, nenhuma resposta, admite subjetividade etc.). Fechada (normalmente resposta única e com objetividade).
Exigência Cognitiva	As tarefas devem atender a diferentes objetivos de aprendizagem, levando os resolvedores a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas (domínio do conhecimento do conteúdo, reflexão mais ampla sobre a solução do problema etc.).
Interatividade, atração, diversão, inclusão	As tarefas devem envolver os resolvedores em um trabalho que lhes cause prazer, vontade de continuar resolvendo, que eleve sua autoestima e confiança para se sentirem incluídos e capazes de resolver.
Desafios	As tarefas devem permitir abertura na forma de abordagem, apresentando várias soluções ou representações; proporcionar formas de pensamento reversível, flexível, descentrado, em oposição ao pensamento inflexível e centrado em um único ponto de vista.
Criatividade, originalidade, autenticidade	As tarefas devem estimular o uso de alternativas diferentes, uma solução original, podendo ser uma aplicação em outros contextos, e demonstrar criatividade

Fonte: Gusmão e Font (2021)

No artigo "Ciclo de Estudo e Desenho de Tarefas" Gusmão e Font (2021), destacam-se a presença do quadro 7, que expõe os critérios de desenho de tarefas propostos por esses autores. Este quadro serviu como uma ferramenta essencial para analisar e compreender a estrutura e a abordagem das tarefas adotadas em cada pesquisa.

Nas próximas seções, detalha-se os resultados obtidos, abordando essas duas categorias, que proporcionaram a análise do panorama atual de pesquisas, que trabalham com tarefas para o ensino de Limite de uma função real.

3.5.1 Dificuldades Impulsionadoras do Estudo do Limite de uma função real

Ao analisar as teses e dissertações no *corpus*, enquanto se buscava compreender as dificuldades e desafios no ensino de limites de uma função real, identificou-se a necessidade de criar subcategorias a posteriori. Adotou-se o processo em que "o título conceitual de cada categoria é fornecido apenas no final da operação" (Bardin, 2016, p.15). Desta maneira, as subcategorias foram definidas da seguinte forma:

- a) obstáculos de aprendizagem - apontados pelos teóricos que sustentaram as pesquisas analisadas;
- b) dificuldades citadas por outros autores nas pesquisas analisadas;
- c) dificuldades oriundas das pesquisas analisadas.

3.5.2 Obstáculos de aprendizagem

Ao explorar as dificuldades e desafios em vários dos trabalhos analisados, a primeira categoria identificada refere-se aos obstáculos de aprendizagem. Dada a peculiaridade desses obstáculos, optou-se por realizar uma breve apresentação, fundamentada em Brousseau (1983), para elucidar o entendimento sobre sua natureza e impacto no contexto do ensino de limites de uma função real.

Em 1976, Guy Brousseau introduziu a ideia de obstáculo epistemológico na Didática da Matemática, fundamentando-se na noção de obstáculos proposta por Bachelard em 1938. Ao iniciar a revisão, surgiu uma confusão entre os termos "dificuldades", "desafios" e "obstáculos" que foi esclarecida ao perceber que, conforme Brousseau (1983), um obstáculo não é simplesmente uma falta de conhecimento, mas sim, de um conhecimento específico. Este conhecimento gera respostas apropriadas em um contexto determinado, porém, fora desse contexto, produz respostas equivocadas. Além disso, esse conhecimento é resistente a contradições e à assimilação de um conhecimento mais aprimorado. Brousseau (1983) destaca a importância de investigar os obstáculos epistemológicos relacionados a conceitos matemáticos, bem como, os métodos didáticos para auxiliar os alunos na superação dessas barreiras. Desde então, diversos pesquisadores têm realizado estudos abordando esses obstáculos.

Segundo Brousseau (1976), os obstáculos no processo de aprendizagem podem ser categorizados em três tipos distintos: de origem ontogenética⁷, de origem epistemológica e de origem didática⁸. No escopo desta revisão, se focalizará os obstáculos de origem epistemológica, uma vez que, este foi predominante nas análises das pesquisas examinadas.

Os obstáculos epistemológicos referem-se a conflitos conceituais ligados à trajetória histórica da Ciência. Eles podem surgir da falta de compreensão aprofundada do conteúdo ou até mesmo do desconhecimento de seu desenvolvimento ao longo da História, influenciando os processos de ensino e de

⁷ Os obstáculos de origem ontogenéticas incluem condições genéticas específicas nos alunos advindas de limitações neurofisiológicas, entre outras, que são próprias de cada indivíduo em um momento de seu desenvolvimento.

⁸ Os obstáculos de origem didática estão relacionados ao processo de ensino, principalmente em relação à comunicação do saber e à escolha de abordagens pedagógicas.

aprendizagem. Sierpiriska (1985) destaca que esses obstáculos envolvem conflitos e problemas na comunidade matemática em determinados períodos, refletindo diretamente nesses processos. Além disso, ele enfatiza que tais conflitos são essenciais para o desenvolvimento e compreensão de um conceito, defendendo a realização de estudos históricos, em paralelo com estudos experimentais. O Quadro 8 apresenta os obstáculos epistemológicos mais citados nas pesquisas analisadas.

Quadro 8 - Relação entre os obstáculos epistemológicos e as pesquisas estudadas

Obstáculos Epistemológicos	Autores Citados	Cód.
• "O erro de ligar a geometria aos números" • "A noção do infinitamente grande e do infinitamente pequeno" • "O aspecto metafísico da noção de limite" • "O limite foi atingido ou não?"	(Cornu, 1983)	T01 T03 T04 D04 T05 T06 D03 T08
• Os alunos não compreendem o limite como uma ferramenta para compreender o comportamento das funções • A noção formal de limite causa problemas ao aluno, pois considera dois processos distintos, um sobre a variável e outro sobre as imagens da função.	(Artigue, 1995)	T01 T06
• Horror ao infinito • Obstáculos relacionados à noção de função • Obstáculos geométricos • Obstáculos lógicos • Obstáculo do símbolo	(Sierpinski, 1985)	T01 D01 T04 T06 T08
• Obstáculos causados pelo uso de quantificadores tais como: "todo", "alguns" entre outros. • A utilização de expressões como "se aproxima", "chega perto", "tende a" levam a ideia de que $f(x) \neq L$	(Tall e Vinner, 1981)	D01 D03

Fonte: As Autoras

O obstáculo epistemológico "O erro de ligar a geometria aos números" (Cornu, 1991, p.159) é abordado em várias obras, incluindo T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08. Este obstáculo remete aos estudos gregos realizados entre 400 e 250 a.C., centrados na resolução de problemas geométricos⁹, utilizando o método de

⁹ Um equívoco é pensar que fatos geométricos dos Elementos de Euclides sejam expressos numericamente como o são para nós hoje. Para exemplificar, enquanto para nós a área de um triângulo é dada por uma fórmula exprimindo metade do produto da base pela altura, para Euclides a área de um triângulo é metade da área do paralelogramo que se obtém com a junção de dois triângulos iguais ao triângulo dado; a área do paralelogramo é igual à área de um retângulo de mesma base e mesma altura, e assim por diante. Para nós, hoje, a área de um círculo é πr^2 mas para Arquimedes, que viveu algumas décadas depois de Euclides, a área do círculo é igual à área de um triângulo de base igual ao comprimento da circunferência e altura igual ao raio do círculo. Para nós o volume da esfera é $\frac{4\pi r^3}{3}$, enquanto o que Arquimedes nos diz é que o volume da esfera está para o volume do cilindro circular reto a ela circunscrito assim como 2 está para 3; e isto é informação suficiente. Na Matemática grega, antes e durante o período helenístico, não havia fórmulas como é tão comum hoje em dia; tudo era dado em termos de proporções, como no caso do volume da esfera que foi mencionado. E isso perdurou no Ocidente por mais um milênio após o declínio da civilização helenística (Ávila, 2006).

exaustão. Cornu (1991) destaca a falta de conexão entre a noção de limite e números, resultando em um obstáculo epistemológico. O método de exaustão, sendo fundamentalmente geométrico, prova resultados sem lidar com o infinito, sem realizar uma transferência efetiva para o domínio numérico. Da mesma forma, o desafio "Obstáculos Geométricos" (Sierspinski, 1985, p.52), explorado em T01, D01, T04, T06 e T08, manifesta-se na projeção do círculo como limite de polígonos inscritos ou circunscritos. Este obstáculo também envolve a concepção da tangente como limite secante variável, introduzindo a complexidade da mudança de significado do termo "diferença" com a alteração da magnitude em questão. Ambos os obstáculos representam desafios substanciais na transição das abordagens geométricas para as numéricas.

Já o obstáculo epistemológico "A noção do infinitamente grande e do infinitamente pequeno" (Cornu, 1991, p.160) é abordado nas obras T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08. Este obstáculo destaca a controvérsia na matemática em relação à possibilidade de um número ser tão pequeno, quanto desejado, sem ser o número zero, contrastando as visões de D'Alembert, Cauchy, Newton e Euler. A complexidade dessas discussões é refletida no ensino da noção de limite, em que a representação simbólica do *épsilon* pode gerar equívocos sobre sua natureza. Quanto ao desafio "Horror ao infinito" de Sierpinski (1985), abordado em T01, D01, T04, T06 e T08, concentra-se na aversão ao procedimento de "passo até o limite". Este método envolve aproximações e, em alguns casos, uma "indução incompleta", na qual apenas um número finito de termos de uma sequência é considerado para obter o limite. Além disso, há obstáculos epistemológicos de origem algébrica, relacionados à transferência de métodos de álgebra de quantidades finitas para infinitas, e a concepção dinâmica do "passo até o limite" contrasta com a abordagem estática da noção formal de limite. Sierpinski (1985) destaca aspectos históricos, revelando a persistência desses obstáculos até o século XIX e a evolução na formalização da construção de números reais por Weierstrass, Méray, Cantor e Dedekind para corrigir equívocos lógicos e resolver o problema da existência do limite de sequências convergentes (Sierspinski, 1985).

Os obstáculos abordados nos trabalhos T01, D01, T04, T06 e T08, relacionados à noção de função conforme discutido por Sierspinski (1985), evidenciam a falta de precisão nas definições de limite de Cauchy e D'Alembert. A autora destaca

a importância da introdução do conceito geral de função no século XIX, enfatizando que isso foi crucial para estabelecer uma formulação clara do conceito de limite, desvinculando-o de intuições geométricas e físicas. No entanto, o obstáculo epistemológico, nomeado "O aspecto metafísico da noção de limite" (Cornu, 1991, p.161) citado nos trabalhos T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08, traz à tona problemas filosóficos e metafísicos associados à noção de infinito dos números reais. Cornu (1991) destaca que essa dificuldade é percebida pelos matemáticos, desde os tempos gregos até D'Alembert, que minimizou a importância da metafísica do infinito no Cálculo Diferencial. A complexidade em compreender a noção de infinitesimal e a cardinalidade infinita dos números reais, conforme apontado por Cornu (1991), se torna um obstáculo epistemológico para os estudantes de cálculo, dificultando a compreensão do conceito de limite, especialmente devido à impossibilidade de calcular limites, usando diretamente métodos familiares de álgebra e aritmética.

O obstáculo epistemológico discutido por Cornu (1991, p. 161), que se refere à confusão dos estudantes sobre "se o limite foi atingido ou não," é abordado em T01, T03, T04, D04, T05, T06, D03 e T08. Esse desafio é agravado pela divergência histórica na concepção do limite, destacada por Cornu, em que D'Alembert enfatizava a inatingibilidade do limite, enquanto Cauchy defendia que o limite poderia ser alcançado. Essa ambiguidade na percepção do limite é associada ao obstáculo epistemológico proposto por Cornu (1981) e reforçado por Tall e Vinner (1981) ao afirmarem que a utilização de expressões como "se aproxima", "chega perto", "tende a" levam a ideia de $f(x) \neq L$.

Artigue (1995) adiciona a perspectiva ao mencionar que os alunos enfrentam desafios ao compreender o limite, como uma ferramenta para entender o comportamento das funções, presente em T01 e T06. A autora concorda com alguns dos obstáculos epistemológicos apontados por Cornu (1991), notando que os alunos encaram o limite como uma barreira inatingível e interpretam o processo de convergência como estritamente monótono. Além disso, destaca a percepção equivocada de que o procedimento para calcular limites segue um processo algébrico semelhante a outros assuntos, sem reconhecer as particularidades do conjunto dos números reais. Artigue (1995, p.112) enfatiza a importância de compreender o processo limite como distinto das operações algébricas comuns, evitando assim

equívocos relacionados à continuidade¹⁰. Ambos os autores convergem ao abordar obstáculos relacionados à natureza do limite e à sua compreensão pelos estudantes.

Os "obstáculos lógicos" abordados nos trabalhos T01, D01, T04, T06 e T08 revelam desafios fundamentais na compreensão do conceito de limite. Sierspinka (1985) destaca a necessidade de considerar quantificadores para uma compreensão completa, ressaltando que a linguagem natural e intuitiva frequentemente carece de formalidade e símbolos, resultando em uma definição imprecisa do limite. Além disso, a falta de clareza na dependência entre a vizinhança do ponto em que se calcula o limite e, a do ponto que é o limite, como observado por Cauchy, contribui para essa complexidade. Paralelamente, a autora ressalta a importância da ordem dos quantificadores na definição de limite, associando-a ao estudo do limite por meio do gráfico da função. No entanto, o "obstáculo do símbolo" apresentado por Sierpinska (1985) destaca a ambiguidade e perda de significado decorrentes do uso da notação " $\lim$ ". Embora essa notação tenha facilitado operações algébricas, sua associação com a álgebra pode confundir os alunos, revelando um conflito histórico na busca por um algoritmo universal para resolver equações infinitas, no contexto do Cálculo Diferencial e Integral.

Cornu (1991) ressalta que a análise desses obstáculos epistemológicos oferece uma oportunidade de aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem. Ao reconhecer esses desafios, os professores podem melhorar suas práticas pedagógicas, auxiliando os alunos a superá-los e compreendê-los como componentes essenciais da noção de limite. Seguir-se-á na próxima seção discutindo sobre as Dificuldades citadas por autores nas pesquisas analisadas.

3.5.3 Dificuldades citadas por autores nas pesquisas analisadas

Nesta seção, aborda-se as dificuldades identificadas em estudos tanto internacionais quanto nacionais. O Quadro 9 apresenta uma síntese dessas dificuldades.

¹⁰ Quando Artigue (1995) menciona "continuidade", ela se refere à continuidade matemática, mas não no sentido específico de funções contínuas. Em vez disso, ela destaca como os alunos podem erroneamente tratar o processo de calcular limites como uma operação algébrica comum, sem considerar as particularidades e regras específicas associadas aos limites.

Quadro 9 - Dificuldades listadas nas pesquisas internacionais e nacionais

Dificuldades dos estudantes	Autores Citados	Cód.
- Solucionar tarefas não rotineiras; - Entender características específicas da noção de limite; - Calcular limites que contenham indeterminações; - Perceber o que é o limite de função e a função; - Estabelecer/entender o significado dos quantificadores envolvidos na definição de limite;	Juter (2006)	T03 D01
- Solucionar tarefas não rotineiras; - Entender características específicas da noção de limite; - Calcular limites que contenham indeterminações; - Perceber o que é o limite de função e a função; - Estabelecer/entender o significado dos quantificadores envolvidos na definição de limite.	Corica; Otero (2009)	T03
- Dominar manipulações algébricas; - Discernir limite de função e limite de sucessão;	Cottrill <i>et al.</i> (1996)	D01
- Compreensão do limite de uma função em um ponto como uma noção estática $f(x) = f(a)$; que não difere do valor da função no ponto, ou seja, - Apresentar uma noção superficial das inequações envolvidas na definição formal de limite de função.	Jordaan (2005)	D01
- Compreensão do limite de forma parcial: como sendo uma fronteira; como sendo inalcançável; como sendo uma aproximação; - Entender que a função nem sempre apresentará limite em determinado ponto; - Entender que a função nem sempre está definida em um ponto para que ela apresente limite naquele ponto.; - Compreender a continuidade e sua relação com a existência ou não de limite.	Zuchi (2005)	D01
- Compreender a relação entre, noção de infinito, abstração, matemática básica e aplicação prática de limites; - Compreender a linguagem matemática; - Compreender conceitos de funções e inequações.	Nair (2010)	D01
- Entender que a função nem sempre está definida em um ponto para que ela apresente limite em um determinado ponto; calcular limites infinitos e limites no infinito; - Compreender as condições de existência ou não de limites e sua relação com limites laterais;	Santos (2005)	T03
- Compreender a linguagem matemática específica dos limites; - entender o limite além de um procedimento algébrico que resulta em um número.	Nunes (2001)	T03
Aplicar conceitos de Matemática Básica: comparação de números negativos, operações com frações	Robert (1982)	T03
- Em sequências não consideram o caráter variável de n; - Fazer aparecer uma representação mental da convergência;	Celestino (2008)	T03
- Entender sequências - Discernir o significado dos termos “ser limitado” e “ter limite”; “a sequência é limitada” e “a sequência tem limite”	Abreu e Reis (2011)	T03
- Compreender a definição rigorosa limite e continuidade se revelou sem sentido para os alunos; - Associar a continuidade a existência dos limites.	Fernández e Mora (2019)	D02
- Usar, adequadamente, a notação matemática; - Usar, adequadamente, procedimentos e manipulação algébrica; - Compreender o conceito de limite.	Cabral e Baldino (2008)	D04
Compreender e aplicar limites devido a forma devido a forma como é abordado, ou seja, pela via da matemática pura.	Rezende (2003)	T04

• Aplicar ideias e problemas essenciais de cálculo matemático que deveriam ser consolidadas durante a Educação Básica. • Compreender a definição formal de limite	Burigato (2019)	T04
--	-----------------	------------

Fonte: As Autoras

Os trabalhos T03 e D01 abordaram a pesquisa de Juter (2006) a qual aponta como dificuldades apresentadas pelos estudantes: solucionar tarefas não rotineiras; entender características específicas da noção de limite, tais como decidir se a função pode alcançar o valor do limite e/ou determinar o que os componentes da definição

representam; calcular limites, como por exemplo, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; estabelecer/entender o significado dos quantificadores envolvidos na definição de limite; decorrentes de certa confusões entre limite de função e função; do fato das imagens conceituais dos indivíduos acerca do conceito de limite se mostraram incoerentes com sua definição.

A pesquisa T03 aborda diversas pesquisas sobre dificuldades enfrentadas pelos estudantes ao lidar com conceitos de limite de funções e sequências. Corica e Otero (2009) identificam dificuldades em calcular limites e manipular expressões algébricas, enquanto Santos (2005) destaca a confusão dos alunos em conceber o limite como número real e a busca excessiva por técnicas algorítmicas. Nunes (2001) observa problemas na comparação de números negativos e na compreensão de conjuntos infinitos. Robert (1982) aponta dificuldades na noção de convergência de sequências e na consideração do caráter variável de n . Celestino (2008) identifica confusões sobre os conceitos de limite e sequência limitada. Abreu e Reis (2011) constata que os alunos têm dificuldades com a notação rigorosa¹¹ de limites e continuidade, associando esses conceitos principalmente à intuições gráfico-geométricas.

A dissertação D01 aborda várias pesquisas, que identificam dificuldades enfrentadas pelos estudantes com o conceito de limite. Cottrill *et al.* (1996) relatam que muitos estudantes têm uma visão estática do limite, confundindo-o com o valor da função no ponto, e apresentam noções vagas das inequações envolvidas na definição formal. De acordo com Jordaan (2005) os alunos veem o limite como uma fronteira¹² inalcançável, um processo dinâmico, e acreditam que a função deve estar

¹¹ Termo utilizado pelo autor.

¹² Definição1: Sejam $a \in \mathbb{R}$ e $r > 0$ um número real positivo. A bola aberta de raio r e centro a é o conjunto $B(a; r) = \{x \in \mathbb{R} : |x - a| < r\}$.

definida no ponto para ter um limite. Zuchi (2005) destaca dificuldades na compreensão do limite devido à relação com a noção de infinito, linguagem matemática e a transição da intuição para a definição formal. Segundo Nair (2010), os estudantes frequentemente confundem os papéis de x e $f(x)$, acreditam, que o limite não existe se a função não estiver definida no ponto, e têm dificuldades com limites infinitos e indeterminações, focando apenas em processos de substituição direta e simplificação.

A tese T04 aborda pesquisas de Rezende (2003) e Burigato (2019), destacando dificuldades epistemológicas no ensino de Cálculo. Rezende aponta, que a principal fonte de dificuldades no ensino superior é a omissão das ideias e problemas fundamentais do Cálculo no ensino básico, sugerindo a importância de introduzir esses conceitos desde cedo. Burigato foca na definição (ϵ, δ) , destacando, que os estudantes encontram dificuldades com as noções implícitas nas expressões, devido à sua complexidade e diferença do ensino anterior, misturando módulos, inequações, funções e quantificadores, e reforça a necessidade de introduzir o conceito de limite no Ensino Médio.

Na próxima seção destaca-se as dificuldades oriundas das atividades decorrentes das pesquisas analisadas nesta revisão.

3.5.4 Dificuldades oriundas das pesquisas analisadas

A terceira subcategoria são as dificuldades encontradas pelos próprios autores dos estudos na aplicação das tarefas. Essas dificuldades foram sintetizadas na Quadro 10.

Quadro 10 - Relação das dificuldades apresentadas pelos estudantes listadas nas pesquisas estudadas

Dificuldades	Cód.
- Compreender o limite como uma ferramenta; - Compreender conteúdos e conceitos relacionados a funções matemáticas. - Compreender a definição de Limite;	T02

Definição 2: Seja $X \subseteq \mathbb{R}$. Diz-se que $a \in X$ é um ponto interior de X se existe $r > 0$ tal que $B(a; r) \subseteq X$. O conjunto de todos os pontos interiores de X é chamado interior de X e denotado por $\text{int}(X)$.

Definição 3: Seja $X \subseteq \mathbb{R}$. Diz-se que $a \in \mathbb{R}$ é um ponto exterior de X se existe $r > 0$ tal que $B(a; r) \cap X = \emptyset$. O conjunto de todos os pontos exteriores de X é chamado exterior de X e denotado por $\text{ext}(X)$.

Definição 4: Seja $X \subseteq \mathbb{R}$. Diz-se que $a \in \mathbb{R}$ é um ponto fronteira de X se a não é ponto interior nem ponto exterior de X . O conjunto de todos os pontos fronteira de X , denotado por $\text{Front}(X)$, é chamado fronteira de X .

• Reprodução de conceitos.	
• Decorrentes da visão negativa dos alunos em relação a disciplina de Cálculo	T05
• Decorrentes das lacunas de conteúdos matemáticos básicos não consolidados durante a Educação Básica., tais como fatoração; produtos notáveis; simplificação	D02

Fonte: As Autoras

Na tese T02 a autora traz os erros conceituais no estudo de limite, em que os estudantes apresentaram dificuldade na compreensão de conteúdos e conceitos relacionados a funções matemáticas, em compreender a definição de limite e na reprodução de conceitos. Já o autor da tese T05 concluiu que visões dos alunos sobre Cálculo, podem interferir também negativamente no aprendizado dos alunos e essa foi a principal dificuldade observada. Na D05, as dificuldades destacadas foram observadas pelo autor ao longo do curso que ministrou durante o período de realização de sua pesquisa. No que se refere à ausência de conhecimentos prévios de álgebra, a partir dos erros, foi possível evidenciar que existem lacunas em aberto na compreensão dos conceitos de: Fatoração; Produtos notáveis; Simplificação e operações com frações algébricas e; Expressões indeterminada que, provavelmente, foram os fatores que inflamaram as dificuldades apresentadas pelos estudantes.

Na próxima subseção aborda-se a segunda categoria de análise elaborada para esta RSL, as tarefas propostas nas pesquisas analisadas (Tabela 1).

Tabela 1 - CDT apontados em cada artigo estudado

Cód	Nº	Natureza			EC	Int	Des	Tipologia				AP	Crt
		A	A/F	F				Ex	Prb	VA	SD		
T1	1			x	x	x	x		x			x	x
	2			x	x	x	x		x			x	x
	3			x	x	x	x		x			x	
	4			x	x	x	x		x			x	
	5			x	x	x	x		x			x	
	6			x	x	x	x		x			x	
	7			x	x	x	x		x			x	
	8		x		x	x	x		x			x	
	9		x		x	x	x		x			x	
	10		x		x	x	x		x			x	
	11		x		x	x	x		x			x	
T2	1		x		x	x	x	x				x	x
	2		x		x	x	x	x				x	x
	3			x	x	x			x				
	4			x	x	x			x				
T3	1	x			x	x			x			x	x
	2	x			x	x			x			x	x
	3	x			x	x			x			x	x
D1	1			x	x			x					
T4	1		x		x	x	x		x				
T5	1			x	x			x		x			
T7	1			x	x			x					
	2			x	x			x					

	3		x		x				x			
	4		x		x				x			
D2	1			x	x			x				
D3	1			x	x						x	
	2			x	x						x	
	3			x	x						x	
	4			x	x						x	
	5			x	x						x	
	6			x	x						x	
D4	1			x	x						x	

Legenda: A = aberta; A/F = aberta e fechada, F = fechada; EC = Exigência Cognitiva; Int = Interatividade; Des = Desafios; AP = Abertura de Pensamento; Crt = Criatividade; Ex= Exercícios; Prb=Problemas; VA= vídeo aula; SD= Sequência Didática.

Fonte: As Autoras

Na pesquisa T01, Araya (2022) apresentou um capítulo com seis Configurações Epistêmicas (CE): Limite como aproximação na matemática grega; Limite na concepção de Indivisíveis; Noção Intuitiva de Limite de Newton; Ideia de Infinitesimais de Leibniz; Concepções de Limite Pré-formal; A noção de limite de Weierstrass. Em um outro capítulo, a autora apresentou os CDT. A proposta detalhada foi validada tanto pelos pesquisadores (doutorando e professor orientador) quanto pelo professor, que aplicou as tarefas a um grupo de 11 alunos pertencentes a um programa de formação de professores de matemática de uma Instituição de Ensino Superior. As tarefas foram implementadas no início da disciplina de Cálculo Diferencial.

As tarefas delineadas pelo estudo de T01 possuem natureza predominantemente fechada, com apenas algumas exceções de caráter aberto, e foram trabalhadas em grupos. Elas demandam uma boa exigência cognitiva, fomentam a interatividade e são desafiadoras, adotando a tipologia de problemas e incorporando diferentes formas de representação, tais como gráficos, figuras geométricas, tabelas e como recurso didático *software GeoGebra*. Embora as tarefas tenham sido elaboradas com formas de representação variada e objetivos claros. A maioria dos alunos encontrou dificuldades em respondê-las, sendo que em algumas, apenas, um grupo apresentou respostas parciais. Notavelmente, uma tarefa intuitiva registrou um desempenho satisfatório por parte dos alunos. Importante ressaltar, que a pesquisadora da tese T01 ofereceu soluções para todas as tarefas propostas, e após a implementação, especialistas analisaram as tarefas, e elas foram (re)desenhadas. Na Figura 7 apresenta-se uma tarefa de natureza fechada, presente em pesquisa.

Figura 7 - Tarefa de natureza fechada contida na pesquisa

Tarea N°1: Triángulo de Sierspinka

Considere un triángulo equilátero, trace sus medianas y elimine el triángulo del centro, repite el proceso anterior con los tres triángulos restantes, y después con los nueve triángulos restantes, tal como se muestra en la siguiente figura.



Figura 4.1: Triángulo de Sierspinka (creación propia)

1. Si el triángulo tiene lado a , determine las áreas de la figura obtenida en la iteración 1, 2, 3 y 4.
2. Determine el área de la figura obtenida en la iteración n .
3. Según los datos obtenidos en (1) y (2) completa la siguiente tabla:

Tabla 4.1: Tabla de Áreas

N° de iteración	Cantidad de triángulos	Área de la figura
1		
2		
3		
4		
n		

Nota: Imagem de uma tarefa escrita em espanhol, com fundo branco. A tarefa apresenta a seguinte instrução: "Considere um triângulo equilátero, trace suas medianas e elabore o triângulo do centro. Repita o processo anterior com os 3 triângulos restantes e depois com os 9 triângulos restantes, tal como se mostra na seguinte figura." Abaixo, há três figuras sequenciais: 1. Um triângulo equilátero com bordas azuis e fundo branco. 2. O mesmo triângulo com um triângulo menor azul no centro. 3. O triângulo com mais três triângulos azuis adicionados ao redor do triângulo central. Logo após as figuras, são apresentadas três perguntas: 1. Se o triângulo tem lado a , determine as áreas da figura obtida nas iterações 1, 2, 3 e 4. 2. Determine a área da figura obtida na iteração n . 3. Utilize os dados obtidos em 1 e 2 para completar a seguinte tabela: A tabela contém três colunas: "Número de iterações", "Quantidade de triângulos" e "Área da figura".

Fonte: Bastias (2022)

A Figura 7 ilustra uma tarefa fechada, pois é solicitada a área da figura em cada interação e é obtida apenas uma solução. Destaca-se a busca por generalização ao ser requerida a área na n -ésima iteração, promovendo uma abordagem mais abrangente do processo.

Na tese T02, no estudo de Fontes (2021), antes de iniciar as aulas, com as metodologias ativas na turma investigada, os estudantes realizaram duas tarefas com o objetivo de familiarizarem-se com o *GeoGebra* e para trabalhar a mudança do registro algébrico para geométrico e vice-versa. As atividades foram realizadas no laboratório de informática, em duplas, devido à pouca quantidade de computadores disponíveis.

Na tese T02 foram trabalhadas 4 tarefas, as duas primeiras tratam de funções, em que ambas têm natureza aberta e fechada, boa exigência cognitiva, promovem iteratividade, são desafiadoras, apresentam tipologia de exercícios, e usam como recurso didático o *GeoGebra*. As duas últimas tarefas abordaram limite, fechadas do tipo problema. A Figura 8 mostra uma das tarefas da T02 de natureza fechada, do tipo problema.

Figura 8 - Tarefa de natureza fechada do tipo problema

Eduarda montou uma equipe para participar do Torneio de Robótica da Semana da Física na UEG. Ao realizar os testes, a equipe constatou que a velocidade média do carrinho foi de 2,5 m/s. Com os conhecimentos físicos e matemáticos, a equipe conseguiu obter uma fórmula para o espaço percorrido pelo carrinho: $s(t) = \left(\frac{t}{3}\right)^3$, sendo s o espaço percorrido e t o tempo.

1. Considerando essas informações:

a) represente o espaço percorrido pelo carrinho por tabela e graficamente.

b) qual será a velocidade do carrinho no instante 5 segundos após largada?

2. A equipe também obteve a fórmula para a velocidade (v) do carrinho

em função do tempo (t), que é $v(t) = \frac{t^2}{9}$,

a) represente graficamente a função.

b) essa fórmula obtida para a velocidade está correta?

Nota: Imagem de uma tarefa escrita em português, com fundo branco e texto centralizado. O enunciado apresenta o seguinte problema: Eduarda montou uma equipe para participar do Torneio de Robótica da Semana da Física na UEG. Ao realizar os testes, a equipe constatou que a velocidade média do carrinho foi de 2,5 metros por segundo. Com os conhecimentos físicos e matemáticos, a equipe conseguiu obter uma fórmula para o espaço percorrido pelo carrinho: $s(t) = (t/3)^3$, onde s representa o espaço percorrido e t o tempo. Segue-se a tarefa dividida em itens: 1. Considere essas informações. a. Represente o espaço percorrido pelo carrinho por tabela e graficamente. b. Qual será a velocidade do carrinho no instante 5 segundos após a largada? 2. A equipe também obteve a fórmula para a velocidade (v) do carrinho em função do tempo (t), que é $v(t) = t^2/2$. a. Represente graficamente a função. b. Essa fórmula obtida para a velocidade está correta? A imagem inclui elementos simples, com texto predominantemente em preto, e alguns detalhes matemáticos destacados em itálico e com notação matemática adequada.

Fonte: Fontes (2021)

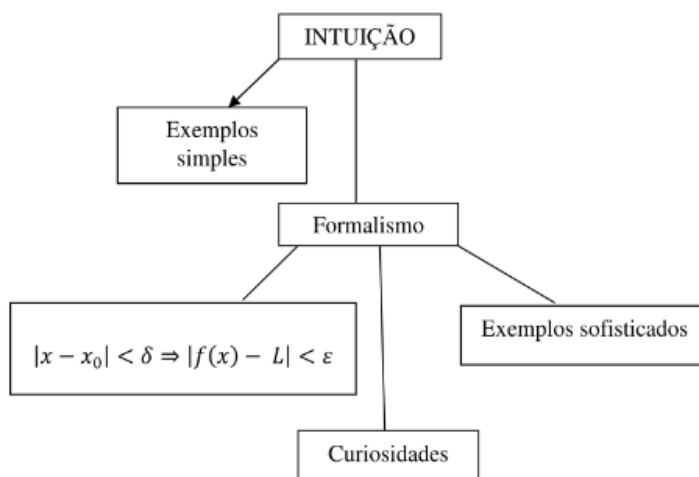
É uma tarefa simples, fechada do tipo problema, em que o limite aparece aplicado ao contexto de estudo de derivadas.

Na Tese T03, a pesquisadora Santos (2013), conduziu um estudo em três etapas. Inicialmente, aplicou questionários à professores de Cálculo Diferencial e Integral na Universidade Federal de Goiás, buscando construir uma visão geral de

como esses professores abordam o Cálculo durante o processo de ensino. Em seguida, aplicou questionários à alunos da Licenciatura em Matemática para avaliar a compreensão do conceito de limite. Na terceira etapa, após analisar os dados, desenvolveu uma atividade livre para os professores da licenciatura, visando confirmar os resultados anteriores e proporcionar espaço para uma abordagem mais aberta e dialogada. Este diálogo, durante a resposta à atividade, revelou elementos adicionais, que enriqueceram a compreensão dos professores em relação ao conceito de limite e outros aspectos relevantes da sala de aula.

As tarefas propostas em T03 são abertas, tem boa exigência cognitiva, promovem iteratividade, são do tipo problemas, promovem abertura de pensamento e criatividade. A Figura 9 mostra a resposta de um professor sobre a tarefa de construir um mapa conceitual sobre o assunto de limite.

Figura 9 - Mapa conceitual construído por participante



Nota: Imagem de fundo branco com um mapa conceitual construído por um participante. O mapa apresenta os seguintes elementos: a palavra "Intuição" está centralizada e conectada a dois conceitos, "Exemplos simples" e "Formalismo". "Formalismo", por sua vez, está ligado a outros três conceitos: "Definição em termos de *delta* e *epsilon*", "Exemplos sofisticados" e "Curiosidade". Todas as palavras estão organizadas em forma de diagrama com linhas que conectam os conceitos relacionados.

Fonte: Santos (2013)

Observa-se que essa é uma tarefa aberta, possibilitando que os professores construam seus mapas conceituais sobre limites de maneiras variadas. Essa abordagem flexível estimula a criatividade e diversidade no processo de ensino.

Na primeira etapa da pesquisa D01, foram investigados os conhecimentos sobre o conceito de limite de função, em que os sujeitos da pesquisa eram 25 estudantes universitários de Licenciatura em Matemática de duas universidades

públicas –localizadas no Pará, um estado brasileiro. Esses alunos já haviam cursado a disciplina Cálculo I. A coleta de dados ocorreu por meio de questionários respondidos, e os participantes levaram aproximadamente 60 minutos para completá-los. Foi uma tarefa de natureza fechada, do tipo exercício.

A análise dos resultados foi conduzida, classificando as respostas em diferentes categorias, visando compreender as imagens conceituais evocadas pelos estudantes ao lidarem com questões relacionadas ao limite de função. Essas categorias foram, então, utilizadas para iniciar uma discussão, apoiada nos referenciais teóricos apresentados no segundo capítulo da dissertação. Destaca-se que algumas questões apresentaram uma maior variedade de classes devido à diversidade de imagens conceituais evocadas pelos participantes.

Na tarefa presente em T04, o autor simulou uma turma fictícia, com um professor fictício com uma pergunta sobre a definição de limite, na primeira parte, com 19 itens (afirmações) de 19 estudantes também fictícios, simulou uma resposta para cada estudante de acordo com a pergunta do professor. As respostas foram manuscritas a caneta, scaneadas e projetadas (projeto multimídia – *Datashow*) a estudantes de uma turma de Cálculo II, para que eles pudessem julgar a veracidade das respostas, o que produziu os dados analisados. Esse cenário foi construído para que os estudantes se sentissem na posição de avaliadores das repostas, e não como avaliados, no momento da experimentação. Essa é uma tarefa aberta e fechada, com boa exigência cognitiva, estimula iteração, é desafiadora, promove abertura de pensamento e criatividade.

Na T05, os dados foram produzidos a partir da aplicação de 12 questões aos sujeitos pesquisados em 6 aulas, nas quais em sua maioria eram questões de natureza fechada do tipo exercício e poucas de natureza aberta, do tipo problema. As aulas foram gravadas e analisadas.

Na Tese T07 foram realizados dois Testes formativos, elaborados pelo professor da turma como instrumentos de avaliação formativa, durante o primeiro ano de estudo, e construídos para avaliar a capacidade dos alunos de resolver problemas relacionados com o conceito de limites. Os dois testes foram analisados com o objetivo de identificar os tipos de erros dos alunos, que refletem dificuldades e obstáculos específicos, que os alunos possam ter encontrado durante as sessões. Os testes também foram analisados como objetivo de evidenciar a evolução da compreensão

conceitual dos alunos entre o primeiro teste e o segundo. O primeiro teste foi aplicado imediatamente após o término da instrução sobre o conceito de limite, como objeto de instrução, enquanto o segundo foi aplicado algumas sessões após a introdução de outros dois conceitos relacionados (derivadas e diferenciais), em que o conceito de limite é usado como uma ferramenta matemática. Estes testes foram tarefas de natureza fechada do tipo exercício.

Em seguida, foram realizadas mais duas tarefas, um Pós-teste e Questionário, aplicados no segundo ano do estudo nas seções de Ciências Gerais e Ciências da Vida, a fim de analisar a retenção dos alunos, compreensão conceitual e capacidade de aplicação do conceito de “limite de uma função”, bem como, a percepção dos alunos sobre o conceito de limite e suas dificuldades, quase um ano após a instrução. O questionário inclui três questões subjetivas, que visavam investigar o significado que os alunos atribuem ao conceito de limite, bem como, os tipos de dificuldades que os alunos podem ter enfrentado ao aprender o conceito. O pós-teste incluiu diferentes tipos de questões matemáticas e itens de teste envolvendo limites. Inclui: “Verdadeiro ou Falso”, questões de múltipla escolha e questões de resolução de problemas. Os alunos foram convidados, em todos os itens do teste, a mostrar o seu trabalho e a explicar as suas escolhas. As questões foram desenvolvidas e categorizadas com base nos “obstáculos cognitivos” de Cornu (1991). Estas tarefas são de natureza aberta e fechadas e do tipo problema.

Em D02, primeiro foi dado um curso pelo professor pesquisador e os alunos foram questionados sobre o conteúdo. Foi apresentada uma proposta para o ensino e aprendizagem de Limite, composta de 22 problemas, sendo 11 geradores e os demais, complementares. Vale salientar que também abordaram nessa proposta o conceito de Continuidade e Derivada, já que se trata de uma extensão do conceito de Limite. A tarefa é de natureza fechada e do tipo exercício.

As atividades propostas em D03 foram desenvolvidas em seis encontros (todos *online*), com tempo estimado de 120 minutos cada, pela Plataforma Google Meet, por causa do novo coronavírus (COVID-19). Usou tabela de valores e *GeoGebra*. As tarefas têm, em sua maioria, natureza fechada, poucas abertas e fechadas, tipo sequência didática.

A sequência didática vista em D04 contém atividades, que foram divididas e 9 atividades sobre limite de funções, nestas atividades, e com base nas dificuldades

observadas na fase da análise a priori. As tarefas são, em sua maioria, fechadas do tipo exercício.

3.6 DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Ao revisitar os principais resultados referentes aos desafios, e dificuldades relacionados ao assunto limite de funções reais de variáveis reais, observou-se pontos comuns nas três subcategorias, que se delineia. É praticamente unânime as dificuldades em torno da definição formal de limite, incluindo o uso de termos, símbolos, percepções equivocadas/parciais por parte dos alunos e questões relacionadas aos conhecimentos prévios.

Cottrill *et al.* (1996) destacaram a percepção superficial dos alunos em relação às inequações envolvidas nessa definição. Abreu e Reis (2011) observaram dificuldades dos alunos tanto com a definição rigorosa¹³ de limite quanto de continuidade. Burigato (2019) abordou desafios relacionados aos quantificadores *épsilon*s e *deltas* na definição de limites. Esses aspectos convergem com os obstáculos lógicos e de símbolos apontados por Sierpiriska (1985), discutidos neste artigo. Se abordados adequadamente pelo professor, envolvendo os alunos na explicação do uso desses termos e símbolos, apresentando tarefas, que vão além da prova formal do limite, como a manipulação de gráficos para verificar se os quantificadores na definição são satisfeitos, os alunos podem compreender melhor a definição.

Chama a atenção nas pesquisas, a visão parcial dos alunos em relação ao conceito de limite. Diferentes perspectivas foram identificadas, como a visão trazida por Jordaan (2005), de que eles enxergam o limite como uma fronteira, inalcançável ou uma simples aproximação, e a abordagem trazida por Fontes (2021), de que eles o consideram uma ferramenta. O autor ainda destaca, que anteriormente o limite era visto como uma preparação para a Análise Matemática, erroneamente percebida como a disciplina fundamental, o que resultou em uma visão limitada do Cálculo, como um conjunto de procedimentos e técnicas para outras disciplinas. Com tarefas adequadas, acredita-se que os professores podem abordar essas visões parciais,

¹³ Termo usado pelo autor.

mostrando que o conceito de limite é multifacetado¹⁴ e, que vai além de uma fronteira, algo inalcançável, uma aproximação ou uma simples ferramenta. Essa compreensão limitada representa apenas uma faceta de um tema vasto e enriquecedor.

Os resultados revelaram diversas distorções e equívocos por parte dos alunos em relação ao conceito de limite. Algumas dessas confusões incluem a mistura entre limite de função e a função em si, a miscelânea entre limite de função e limite de sucessão, identificadas por Juter (2006). Alguns alunos percebem erroneamente o limite de uma função em um ponto, como uma noção estática, sem diferenciar do valor da função nesse ponto, conforme observado por Corica e Otero (2009). Outras confusões envolvem a ideia de que uma função deve estar definida em um ponto para apresentar limite nesse ponto, conforme apontado por Jordaan (2005) e Nair (2009). Além disso, há enganos sobre a continuidade, como a crença de que uma função é contínua, apenas, se seus limites laterais forem iguais, conforme percebido por Nair (2009). Acredita-se que abordagens metodológicas, como o desenho de tarefas proposto por Gusmão (2021), podem ser eficazes na redução dessas confusões, especialmente se direcionadas aos professores, para que eles possam desenhar tarefas de acordo com a necessidade de suas turmas.

Tem-se ainda, resultados que apontam para dificuldades específicas em tópicos relacionados a limites, como o cálculo de limites contendo indeterminações, limites infinitos e limites no infinito, bem como, dificuldades advindas de uma formação carente em relação a conteúdos e conceitos, que deveriam ser consolidados durante a Educação Básica, incluindo manipulação algébrica, funções, inequações, fatoração, produtos notáveis, simplificação e operações com frações algébricas, e expressões indeterminadas. Em casos desse tipo, acredita-se na importância de tarefas do tipo exercício, proporcionando aos alunos, prática para a fixação do conteúdo. Gusmão (2021) destaca a variedade nas tarefas como crucial, indicando que exercícios não são um problema, contanto que haja diversidade nas propostas. Resende (2003) sugere que as ideias e problemas essenciais do Cálculo, deveriam ser introduzidos no ensino básico de matemática, prática adotada em outros países. No entanto, enfatiza-se que a abordagem específica de como trabalhar o conteúdo é fundamental para superar essas dificuldades.

¹⁴ Pode ser visto por várias perspectivas.

Os resultados das tarefas, como evidenciados na tese T01, são promissores, apresentando tarefas bem elaboradas. Contudo, a autora afirma considerar que os resultados não alcançaram o objetivo central da pesquisa. Acredita-se que essa percepção pode estar relacionada com o público-alvo da pesquisa e as Tarefas específicas e alto grau de complexidade aplicada. O trabalho foi desenvolvido com turmas de formação inicial e nestas classes, é comum os alunos enfrentarem diversas dificuldades, quando as atividades são complexas e específicas, necessitando de uma bagagem teórica e prática maior sobre o tema. E as tarefas, embora profundas ao abordar o tema dos limites de várias maneiras, incluindo geometria, infinitésimos, sequências e limites de funções, podem ter causado resistência e dificuldades. Acredita-se que os resultados poderiam trazer dados e observações distintas, caso as mesmas tarefas tivessem sido direcionadas a outro público, como por exemplo, aplicadas em cursos de formação continuadas para professores, que já passaram por tais conhecimentos, ou cursos de formações complementares, no mesmo contexto ou, especificamente, para professores que lecionam a disciplina de Cálculo.

A tese T03 também merece destaque, pois teve como participantes da pesquisa professores, que lecionam disciplinas de Cálculo. As tarefas eram de natureza aberta e visavam compreender as práticas desses educadores, incluindo a utilização do mapa conceitual apresentado nos resultados. Embora, seja importante, aplicar trabalhos com os alunos das turmas específicas desse professor, pode-se inferir também, que tal abordagem pode indicar pontos positivos de construção de conhecimento, quando aplicado com os próprios educadores, uma vez que, ao incluir esse público também se ampliou o alcance dos resultados positivos aos alunos. Professores, que não sabem ou não se permitem trabalhar o tema a partir de atividade diversificadas com foco apenas no “calcule”, trazem como consequência alunos, que também passam a não compreender o tema, em sua especificidade, e nem saiba como aplicá-lo, em seu contexto de atuação.

Os demais trabalhos apresentaram tarefas diversificadas, com algumas incorporando recursos como o *GeoGebra*, mas a maioria seguia o formato tradicional de exercício ou problema. Os resultados indicam que há espaço para aprimorar esse cenário por meio de pesquisas, que adotem o desenho de tarefas associadas às

Idoneidades Didáticas¹⁵, como exemplificado na abordagem da tese (T01). Incorporar essa metodologia pode proporcionar uma diversificação mais promissora nas estratégias de ensino, promovendo uma compreensão mais profunda e engajadora do conceito de limites.

3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dessa revisão foi possível analisar e sintetizar criticamente o corpo de conhecimento existente sobre limite de uma variável real, a partir de teses e dissertações sobre tarefas para o ensino de limite de uma função real, no período considerado (2013-2023). Conseguiu-se compreender as principais dificuldades relacionadas aos limites de uma função real, categorizando-as em subcategorias: obstáculos de aprendizagem, desafios encontrados nos trabalhos citados pelas teses analisadas e dificuldades identificadas nas pesquisas examinadas.

Acerca da análise das tarefas propostas utilizando os indicadores do Desenho de Tarefas, evidenciou-se pontos comuns nas três subcategorias delineadas. Entre esses destaca-se a dificuldade em compreender a definição formal de limite, abrangendo questões como o uso de termos e símbolos, e percepções equivocadas ou parciais por parte dos alunos, além de desafios relacionados aos conhecimentos prévios. Esses elementos refletem obstáculos, que merecem atenção no processo de ensino desse conteúdo.

Quanto às tarefas, identificou-se uma variedade, algumas mais abrangentes e diversificadas que outras. No entanto, vale ressaltar as tarefas apresentadas na tese T01, que adota o desenho de tarefas como metodologia e o Enfoque Ontosemiótico como teoria. Essas tarefas se destacam por sua profundidade, explorando o conceito de limites ao longo da história, desde a Grécia antiga até as abordagens contemporâneas, o que proporcionou uma compreensão abrangente e contextualizada do tema, enriquecendo a experiência de aprendizagem.

De maneira geral, percebe-se que os pesquisadores têm se esforçado para produzir diferentes tipos de tarefas. A maioria das tarefas produzidas nas teses e dissertações vistas nessa RSL possui natureza fechada, com tarefas abertas e

¹⁵ Baseado em Godino (2008).

fechadas em menor quantidade e apenas três produziram tarefas abertas. Todas as tarefas apresentam boa exigência cognitiva, a maioria promove interação, a metade são desafiadoras, à tipologia varia em tipo exercício e problemas, mas tem uma, que é sequência didática e uma videoaula. Algumas promovem a abertura de pensamento e poucas estimulam a criatividade.

Este estudo apresentou limitações que merecem consideração. Em primeiro lugar, a pesquisa se concentrou principalmente em trabalhos acadêmicos publicados, do tipo tese e dissertações, o que pode resultar em uma visão parcial do campo, pois outros periódicos não foram inclusos. A delimitação da revisão ao período anterior à data de corte também pode influenciar a representatividade das descobertas, considerando o dinamismo da pesquisa. Ademais, a natureza complexa do ensino de limites de funções reais de uma variável real implica em múltiplos fatores. Essas limitações destacam a necessidade de futuras pesquisas, que incorporem abordagens mais diversificadas.

Pretende-se realizar ainda um estudo voltado para o currículo da Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, buscando Projetos Políticos Pedagógicos de cursos, que oferecem essa disciplina e uma formação sobre o assunto de limites trabalhando tarefas dentro de ciclo de estudos e desenho de tarefas, demonstrando assim, que esta pesquisa, em caráter inicial, respalda outras, que ainda serão desenvolvidas.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, A. A. **Os registros de representação semiótica na aprendizagem de limites de funções reais**. 2021. 239f. Tese (Doutorado) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.

ARAÚJO, M. M. **A construção do conceito de limite através da resolução de problemas**. 2020. 146f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

ARAYA, D. A. **Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable**. 2022. Tese (Doutorado) - Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile, 2022.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 5. ed. São Paulo: Edições 70, 2020.

BERTOLAZI, K. S. **Proposta Didático-Pedagógica para a Formação Docente em Matemática**: Investigações de Noções Conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com Adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em

Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARVALHO, O. A. **A noção de limite**: Um estudo da organização didática de um percurso formativo digital. 2022. Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2022.

CELESTINO, M. R. **Concepções sobre limite**: Imbricações entre obstáculos manifestos por alunos do ensino superior. 2008. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

CHRISTO, D. S. **Documentação de professores para o ensino remoto de limite em cursos de exatas**. 2022. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2022.

CORICA, A. R.; OTERO, M. R. Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de la evaluación. **Relime**, [s.l.], v. 12, n. 3, p. 305-331, 2009.

CORNU, B. **Apprentissage de la notion de Limite**: Conceptions et Obstacles. 1983. Tese (Doutorado) - L'universite Scientifique et Medicale de Grenoble, [s.l.], 1983.

COSTA, Â. B.; ZOLTOWSKI, A. P. C. Como escrever um artigo de revisão sistemática? In: KOLLER, S. H.; COUTO, M. C. P. P.; HOHENDORFF, V. (Orgs.). **Manual de produção científica**. [s.l.: s.n.], 2014. p. 53-67.

COTTRILL, J. B.; DUBINSKY, E.; NICHOLS, D.; SCHWINGENDORF, K.; THOMAS, K.; VIDAKOVIC, D. Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. **The Journal of Mathematical Behavior**, [s.l.], v. 15, p. 167-192, 1996.

FERREIRA, R. D. **Compreensão do conceito de limite por alunos de cursos de Ciências Exatas**. 2021. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

FONTES, L. S. As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. 2021. 172 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2021.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 10, n. 2, p. 7-37, 2008.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In : ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18., Ilhéus, Bahia, 2019. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, n. 3, p. 666-697, 9 jan. 2021.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic. **American Educational Research Journal**, [s. l.], v. 30, p. 393-425, 1997.

JORDAAN, T. **Misconceptions of the limit concept in a mathematics course for engineering students**. 2005. Dissertação (Mestrado) - University of South Africa, África do Sul, 2005.

JUTER, K. **Limits of functions**: University students' concept development, 2006. Tese (Doutorado) – [s. n.], [s. l.], 2006.

LIMA, G. L. **A disciplina de cálculo I do curso de matemática da Universidade de São Paulo**: Um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. 2012. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P.. Das palavras à álgebra: Corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual 1995. p. 5-67.

MESSIAS, M. A. V. F. **Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes universitários acerca do conceito de limite de função**. 2013. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

MOTA, W. S. **O ensino de limites de funções por atividades**. 2017. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Pará, Pará, 2017.

NAIR, G. S. **College students' concept images of asymptotes, limits, and continuity of rational functions**. 2010. Tese (Doutorado) - The Ohio State University, EUA, 2010.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Três estudos sobre o discurso de limite**: Uma abordagem comunicacional. 2021. Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021.

RAMOS, A. M.; FARIA, P.; FARIA, Á. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, [s. l.], v. 14, n. 41, p. 17, 2014.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo**: Dificuldades de natureza epistemológica. 2003. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

SANTOS, M. B. S. **Um olhar para o conceito de limite**: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado. 2013. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SANTOS, M. G. **Um estudo sobre a convergência de sequências numéricas com alunos que já tiveram contato com a noção de limite**. 2005. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SIERPIRISKA, A. Obstacles epistemologiques relatifs à la notion de limite. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, [s. l.], v. 6, n. 1983, p. 5-67, 1985.

SILVA, R. T. **Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

THABET, N. R. **Teaching and learning limits at the secondary level in Lebanon**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Lebanese American University, Líbano, 2015.

ZUCHI, I. **A abordagem do conceito de limite via sequência didática: do ambiente lápis papel ao ambiente computacional**. 2005. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

CAPÍTULO 4 - ARTIGO 3: O CONCEITO DE LIMITE EM PPP DE CURSOS NÃO MATEMÁTICOS: ANÁLISE DOCUMENTAL

Este capítulo tem como objetivo apresentar o terceiro estudo desenvolvido nesta tese, cujo propósito central foi analisar o tratamento matemático e didático do conceito de Limites de uma Função Real nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos de carreiras não matemáticas no Ensino Superior.

A realização deste estudo decorre da necessidade de compreender como o conteúdo de limites, é abordado oficialmente nos documentos institucionais que orientam a formação em diferentes áreas. Enquanto os estudos anteriores revelaram as dificuldades e desafios enfrentados pelos alunos, bem como a necessidade de redesenhar tarefas a partir do que foi encontrado em teses e dissertações, aqui o foco desloca-se para a análise curricular (faceta ecológica das idoneidades didáticas), buscando evidenciar de que forma o tema é proposto nos PPP e quais implicações isso traz para a prática docente.

Nesse sentido, o estudo investigou tanto o tratamento matemático conferido ao conceito de limite - ou seja, o rigor, a profundidade e a clareza com que aparece nos currículos - quanto os aspectos didáticos, observando em que medida tais documentos orientam, de fato, a construção de propostas de ensino que favoreçam a aprendizagem significativa desse conteúdo.

Assim, este capítulo contribui para situar o ensino de limites em um nível mais amplo, conectando as dificuldades e desafios e análise de tarefas (realizada nos artigos anteriores) às diretrizes que moldam a formação acadêmica no Ensino Superior.

4.1 REFERÊNCIA

O artigo intitulado “O conceito de limite em PPP de cursos não matemáticos: análise documental” foi aceito para publicação na Revista REAMEC e encontra-se no prelo, após ter passado pelas etapas de triagem editorial e avaliação por pares.

4.2 RESUMO

A ação de ensinar o assunto de limites de uma função real no Ensino Superior apresenta desafios relacionados à forma como o conteúdo matemático é tratado nos currículos, especialmente em cursos de carreiras não matemáticas. Considerando a relevância da matemática para a formação de profissionais em áreas como Engenharia, Biologia e Estatística, este artigo tem como objetivo analisar de que modo o conteúdo de limites de uma função real é oficialmente tratado nos Projetos Pedagógicos de Curso (PPP) em carreiras não matemáticas no Ensino Superior, considerando tanto o tratamento matemático (profundidade e rigor teórico indicados nos documentos) quanto o tratamento didático (metodologias e recursos pedagógicos previstos). O estudo caracteriza-se como pesquisa qualitativa e documental, fundamentada na análise de conteúdo dos PPC coletados. Os resultados indicam que, embora a matemática figure com carga horária expressiva em várias graduações, apenas alguns cursos oferecem uma preparação prévia consistente para o estudo de Cálculo. Verificou-se ainda que o limite é abordado de modos distintos - ora isoladamente, ora associado à continuidade - e nem sempre antecede disciplinas que dele dependem, como a Física, o que compromete a aprendizagem. Do ponto de vista didático, os PPPs mencionam metodologias como interdisciplinaridade, integração entre teoria e prática e aprendizagem baseada em problemas, mas ainda prevalece formas tradicionais de avaliação. Conclui-se que repensar o ensino e a avaliação do conceito de limite é também refletir sobre o papel da matemática na formação de profissionais mais críticos, criativos e preparados para os desafios contemporâneos.

Palavras-chave: Limites de Funções Reais. Carreiras Não Matemáticas. Projetos Políticos Pedagógicos.

4.3 ABSTRACT

Teaching the subject of limits of a real function in higher education presents challenges related to how mathematical content is addressed in curricula, especially in non-mathematical programs. Considering the relevance of mathematics to the training of professionals in fields such as Engineering, Biology, and Statistics, this article aims to analyze how the subject of limits of a real function is officially addressed in Pedagogical Course Projects (PPP) in non-mathematical programs in higher education, considering both the mathematical treatment (depth and theoretical rigor indicated in the documents) and the didactic treatment (methodologies and pedagogical resources provided). The study is characterized as qualitative and documentary research, based on the content analysis of the collected PPCs. The results indicate that, although mathematics features a significant workload in several undergraduate programs, only a few programs offer consistent prior preparation for the study of Calculus. It was also found that the limit is approached differently - sometimes in isolation, sometimes in conjunction with continuity - and does not always precede disciplines that depend on it, such as Physics, which compromises learning. From a didactic perspective, the

PPPs mention methodologies such as interdisciplinarity, integration of theory and practice, and problem-based learning, but traditional assessment methods still prevail. The conclusion is that rethinking the teaching and assessment of the concept of limit also involves reflecting on the role of mathematics in training professionals who are more critical, creative, and prepared for contemporary challenges.

Keywords: Limits of Real Functions. Non-Mathematics Programs. Pedagogical Political Projects.

4.4 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática na Educação Superior desempenha papel fundamental na formação de estudantes em diversas carreiras, mesmo aquelas que não são diretamente relacionadas à área de Matemática (Galindo Illanes; Breda, 2024).

Em se tratando do ensino de Cálculo, entre os diversos tópicos nela abordados, o conceito de limite de uma função real se destaca por sua relevância na construção de ideias mais complexas, como continuidade, derivadas e integrais (Serafim Filho; Martinho, 2016). No entanto, a abordagem deste conceito pode variar dependendo do curso, principalmente em carreiras não matemáticas¹⁶, em que o enfoque tende a ser mais voltado à aplicação do que à teoria.

O mundo do trabalho exige que profissionais como engenheiros, biólogos e estatísticos, por exemplo, atuem de modo a otimizar processos (Pereira *et al.*, 2023). O estudo de Omoto *et al.* (2009) exemplifica como a matemática pode otimizar processos ao prever a cinética de hidratação de grãos de tremoço andino por meio da modelagem matemática baseada na superfície de resposta. Tal método permitiu analisar a influência de variáveis como temperatura e tempo na absorção de fluido hidratante pelos grãos, revelando um comportamento sigmoidal. Nesse contexto, a matemática possibilitou a identificação de condições ideais para maximizar a eficiência do processo, reduzindo desperdícios e melhorando a qualidade do produto.

As constantes transformações sofridas pela humanidade, principalmente com o desenvolvimento de novas tecnologias, resultam na necessidade de profissionais qualificados e atualizados para atender às demandas do trabalho (Ferreira, 2003). De acordo com Santos e Simon (2018), espera-se que o engenheiro do século XXI

¹⁶ Neste artigo, utilizou-se a expressão carreiras não matemáticas para referir-se a cursos de graduação cujo foco principal não é a Matemática em si, mas que a incluem como componente curricular de apoio à formação, como é o caso de Engenharias, Biologia, Estatística, entre outros.

desenvolva senso crítico, seja empreendedor, criativo e ofereça soluções adequadas às necessidades das organizações. Em seu trabalho, tais profissionais necessitam do conhecimento matemático que perpassa seu ofício. No caso das Ciências Naturais, por exemplo, segundo Pinheiro (2003), a física, a astrofísica e a química, já se encontram amplamente matematizadas em seus aspectos teóricos. As ciências biológicas, que inicialmente se apoiaram em paradigmas da física, como as leis de conservação e analogias relacionadas, também se tornaram mais dependentes da linguagem matemática.

O conceito de limite desempenha um papel fundamental em diversas áreas do conhecimento, o que pode ser evidenciado em diferentes cursos e contextos formativos. No Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia (BICT) (Universidade Federal do Maranhão, 2017), por exemplo, o conteúdo de limites constitui a base para compreender fenômenos físicos e tecnológicos, permitindo análises quantitativas em áreas como modelagem computacional e inovação tecnológica. Da mesma forma, nas Engenharias da Computação e de Produção, os limites são aplicados ao estudo da convergência de algoritmos, no controle de processos e na otimização de sistemas, contribuindo para o desenvolvimento de soluções eficientes aplicáveis a problemas industriais e tecnológicos (Pontifícia Universidade Católica, 2017; Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2022a).

Outrossim, nas Ciências Biológicas, o conceito de limite é essencial para modelar processos biológicos contínuos, como o crescimento populacional e a difusão de substâncias em sistemas biológicos. A compreensão matemática de tais fenômenos permite análises preditivas, fundamentais para pesquisas e aplicações em biotecnologia e ecologia (Kato; Bellini, 2009). Por sua vez, na Estatística, o entendimento de limites é importante para a teoria das probabilidades e inferência estatística, possibilitando a análise de grandes volumes de dados e a construção de modelos preditivos confiáveis (Universidade Federal de Rondônia, 2017).

Dessa forma, o domínio do conceito de limites não apenas fortalece a compreensão matemática, mas aprimora habilidades analíticas indispensáveis para a resolução de problemas complexos em contextos interdisciplinares. Tal conhecimento permite aos profissionais, em suas áreas de atuação, abordarem desafios com maior precisão, reforçando a importância do ensino de Cálculo como um pilar essencial para a formação acadêmica e profissional.

O estudo de conteúdos matemáticos, em especial os limites de funções, é um componente essencial na estrutura de formação em cursos superiores, como o Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia (BICT), Engenharias da Computação e de Produção, Ciências Biológicas e Estatística. A presença desse objeto matemático nos Projetos Político-Pedagógicos (PPPs) de tais graduações reflete a necessidade de se desenvolver habilidades analíticas e de modelagem matemática para a resolução de problemas complexos em cada área específica.

Os PPPs dos cursos citados estruturam a aprendizagem matemática para que se desenvolva de modo gradual e aplicado ao contexto profissional. A abordagem inicial costuma incluir conceitos básicos de Cálculo, como continuidade e derivadas, preparando os estudantes para disciplinas mais avançadas as quais envolvem modelagem matemática, simulações computacionais e estatística inferencial. Dessa forma, a matemática não é apenas um requisito curricular, mas um instrumento essencial para o desenvolvimento das competências profissionais exigidas no mercado de trabalho, e diante disso, torna-se fundamental analisar criticamente como os cursos preveem o ensino de conceitos matemáticos em seus documentos oficiais e se a proposta segue alinhada às necessidades reais das carreiras, promovendo uma formação sólida e integrada com as demandas contemporâneas.

Neste contexto, o presente artigo tem como objetivo analisar de que modo o conteúdo de limites de uma função real é oficialmente tratado nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPPs) de cursos que envolvem carreiras não matemáticas no Ensino Superior. A investigação concentrou-se em duas dimensões: o tratamento matemático, que inclui a profundidade e a rigorosidade da abordagem teórica declarada nos documentos, e o tratamento didático, que se refere às metodologias e recursos pedagógicos previstos para favorecer a compreensão dos estudantes.

Ao examinar tais dimensões, buscou-se compreender em que medida os PPPs incorporaram o conceito de limite, sendo coerente com as necessidades formativas dos estudantes, considerando a especificidade de suas áreas de atuação e a relevância do conteúdo para o desenvolvimento de habilidades críticas e analíticas. Assim, pretendeu-se contribuir para a reflexão sobre a adequação e a qualidade da formação matemática proposta nos referidos cursos, destacando possíveis lacunas e oportunidades de melhoria no processo de ensino e aprendizagem.

4.5 REFERENCIAL TEÓRICO

4.5.1 Conceito de Limite, sua importância e aplicabilidade em Currículos de Cursos Não Matemáticos no Ensino Superior

O conceito de limite é um dos pilares fundamentais da matemática moderna, servindo como base para o desenvolvimento do Cálculo Diferencial e Integral. Sua origem remonta à Grécia Antiga, com a noção intuitiva de aproximação utilizada por Arquimedes para calcular áreas e volumes (Lima, 2012).

No século XVII, matemáticos como Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz formalizaram o cálculo, empregando conceitos próximos de limite para definir derivadas e integrais. No século XIX, Augustin-Louis Cauchy contribuiu para a primeira definição rigorosa, introduzindo a ideia de que as diferenças poderiam se tornar arbitrariamente pequenas. Mais tarde, Karl Weierstrass sistematizou essa noção e formulou a definição de limite com base na abordagem *épsilon-delta* ($\epsilon-\delta$), que constitui a forma aceita atualmente e fundamenta a análise matemática moderna. Essa evolução histórica demonstra como o conceito de limite permitiu a formalização de processos infinitesimais, tornando-se essencial para a modelagem de fenômenos em diversas áreas da ciência e da engenharia (Alves; Almeida, 2023).

O conceito de limite é essencial em cursos não matemáticos. Na Biologia, limites são utilizados na modelagem do crescimento populacional, na taxa de reação enzimática e na análise de sistemas fisiológicos contínuos, permitindo a compreensão de processos dinâmicos da natureza. Na Estatística, a teoria dos limites fundamenta a inferência estatística, permitindo a formulação de distribuições de probabilidade e a convergência de estimadores para valores reais que são essenciais para a análise de dados e previsões. Por sua vez, na Engenharia, a aplicação de limites é importante para a definição de conceitos como derivadas e integrais aplicadas na modelagem e otimização de sistemas mecânicos, elétricos e computacionais. Assim, o estudo desse objeto matemático possibilita a construção de ferramentas analíticas que auxiliam na resolução de problemas complexos, conectando a matemática às necessidades específicas de cada carreira (Batschelet, 1978).

O limite pode ser ensinado com diferentes graus de profundidade, variando entre abordagens intuitivas e formalizações, a depender da área de aplicação. Nos

cursos de Matemática, a definição épsilon–delta (ϵ – δ) é fundamental, pois assegura o rigor necessário para a construção teórica do cálculo e da análise. Em cursos de carreiras não matemáticas, como Engenharias, Estatística, Biologia e Ciências da Saúde, a ênfase tende a ser mais flexível e aplicada, priorizando a compreensão de mudanças contínuas, tendências e modelagem de fenômenos específicos de cada área. Essa distinção evidencia como a matemática pode se adaptar às necessidades formativas de diferentes campos, equilibrando rigor teórico e aplicabilidade prática.

A interdisciplinaridade do conceito de limite é evidente na forma como se conecta a diferentes disciplinas. Em Bioestatística, por exemplo, o limite fundamenta a convergência de distribuições estatísticas, sendo essencial para a inferência de dados biológicos e epidemiológicos. Na Física, permite a definição de grandezas como velocidade instantânea e taxa de variação, sendo indispensável para o estudo do movimento e das forças (Stewart, 2013). Assim, o caráter interdisciplinar reforça a importância de integrar o ensino de limites de maneira contextualizada, permitindo que estudantes compreendam sua aplicabilidade em múltiplas áreas do conhecimento.

4.5.2 O Papel das Diretrizes Curriculares e dos PPP na Estruturação do Ensino de Limites

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) aplicáveis aos cursos superiores são documentos normativos estabelecidos pelo Ministério da Educação (MEC) do Brasil, por meio do Conselho Nacional de Educação (CNE). Tais documentos objetivam orientar a organização, o planejamento, a execução e a avaliação dos cursos de graduação em todo o país, assegurando um padrão mínimo de qualidade ao ensino superior (Brasil, 2001).

As Diretrizes Curriculares devem contemplar, entre outros aspectos, o perfil do formando, delineando a característica profissional desejada conforme o curso; as competências, habilidades e atitudes a serem desenvolvidas; as habilitações e ênfases; os conteúdos curriculares; a organização do curso; a inclusão de estágios e atividades complementares; e os métodos de acompanhamento e avaliação (Brasil, 1997).

Neste sentido, o parecer do Conselho Nacional de Educação (CNE) em parceria com Câmara de Educação Superior (CES) sob o nº 776/97 estabeleceu

orientação geral para as Diretrizes Curriculares dos cursos de graduação, destacando a necessidade de maior flexibilidade na organização dos currículos além de criticar a rigidez da estrutura curricular mínimas anteriormente fixada (Brasil, 1997).

Propõe, portanto, que as instituições de ensino superior tenham liberdade na definição da carga horária e na escolha das unidades de estudo, evitando a imposição de conteúdos específicos com cargas horárias preestabelecidas as quais não devem exceder 50% do total do curso.

O parecer enfatiza a importância de uma formação geral sólida, da autonomia profissional e intelectual aos alunos, do reconhecimento de aprendizagens obtidas fora do ambiente escolar, e da articulação entre teoria e prática, incluindo pesquisa, estágios e atividades de extensão, bem como a implementação de avaliações periódicas visando aprimorar o processo de ensino-aprendizagem.

Os planos de ensino, a serem fornecidos aos alunos antes do início de cada período letivo, devem incluir os conteúdos e atividades previstos, a metodologia do processo de ensino-aprendizagem, os critérios de avaliação aplicáveis e a bibliografia básica recomendada (Brasil, 1997).

Vale destacar que cada curso de graduação possui suas próprias DCN, as quais sofrem revisões periódicas a fim de acompanhar as mudanças e inovações nas áreas de conhecimento e no mercado de trabalho.

O Quadro 11, a seguir, apresenta as diretrizes dos cursos de carreiras não matemáticas selecionados para esta análise.

Quadro 11 - Diretrizes Curriculares e Cargas Horárias Mínimas para Cursos de Graduação¹⁷

Curso	Resolução	C. Horaria	Resumo
Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia (BICT)	CNE/CES nº 8/2007	2400h	O curso tem uma formação generalista e interdisciplinar, com ênfase em competências gerais e habilidades flexíveis para atender a diferentes áreas profissionais, sem especificidade de atuação.
Engenharia de Produção	CNE/CES 11/2002	3600h	O curso deve formar um profissional generalista, com habilidades críticas e reflexivas, capazes de atuar em diversas áreas da engenharia, com foco em aplicação de conhecimentos técnicos e resolução de problemas. Também inclui a promoção de atividades complementares, como iniciação científica, projetos multidisciplinares e estágio supervisionado.
Engenharia de Computação	CNE/CES 05/2016	3200h	Os cursos da área de Computação devem preparar profissionais com conhecimentos técnicos e

¹⁷ Ressalta-se que as resoluções indicadas no Quadro 11 foram extraídas diretamente dos PPP analisados. A relação completa das instituições cujos documentos foram examinados encontra-se no Quadro 12, apresentado na seção de Metodologia.

			habilidades em análise e solução de problemas computacionais, com ênfase em interdisciplinaridade e integração entre teoria e prática. Também promove atividades como iniciação científica, estágio supervisionado e projetos interdisciplinares.
Ciências Biológicas	CNE/CES 07/2002	3200h	Destaca a necessidade de um perfil de egresso dotado de competências e habilidades para atuar em pesquisa científica e aplicação dos conhecimentos em diversas áreas da Biologia, promovendo uma formação sólida em ciências naturais e práticas laboratoriais.
Estatística	CNE/CES 08/2008	3000h	O curso deve fornecer uma formação sólida em métodos estatísticos, com foco em análise e modelagem de dados. Também estabelece a necessidade de integrar teoria e prática, promovendo atividades complementares como estágio supervisionado e trabalho de conclusão de curso. A formação deve se voltar ao mercado de trabalho e à pesquisa acadêmica, com ênfase em áreas como bioestatística, econometria, e estatística aplicada às ciências sociais e ambientais.

Fonte: A Autora

O resumo apresentado acerca das resoluções que regulamentam os cursos de graduação em diversas áreas do conhecimento no Brasil, destaca as cargas horárias mínimas estabelecidas para a integralização dos cursos, além de sintetizar os principais aspectos das resoluções que orientam a formação dos profissionais em cada área. Tais informações são importantes para a compreensão das exigências curriculares e do perfil desejado para os egressos, além de oferecer uma visão geral das diretrizes que guiam os projetos pedagógicos dos cursos de graduação.

4.6 METODOLOGIA

A problemática orientadora deste estudo refere-se às dificuldades e limitações no ensino e aprendizagem do conceito de limites de funções reais em cursos de carreiras não matemáticas, bem como a necessidade de compreender como o referido conteúdo é oficialmente tratado nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP).

Esta pesquisa, fundamentada na problemática anteriormente citada, caracteriza-se como qualitativa e documental (Gil, 2008). Assim, segundo Gil (2008), a pesquisa documental compartilha semelhanças com a pesquisa bibliográfica, diferenciando-se principalmente pelo tipo de fontes analisadas, destacando-se aqui o uso de documentos institucionais (PPP) como base de investigação.

A metodologia adotada fundamenta-se na análise de conteúdo proposta por

Bardin (2016) com aplicação nos PPP de cursos de carreiras não matemáticas do Ensino Superior, focando especificamente no tratamento dado ao conceito de limites de uma função real. Entende-se que a análise documental permite identificar indícios do tratamento matemático (profundidade e rigor indicados nos documentos) e do tratamento didático (metodologias e recursos declarados), sem confundir-se com a prática docente efetiva em sala de aula.

A análise seguiu as etapas descritas a seguir:

1. Seleção dos Projetos Políticos Pedagógicos

- a) Revisão Sistemática: Foi realizada previamente uma revisão sistemática sobre tarefas no ensino de Cálculo Diferencial e Integral (Silva *et al.*, 2025a), o que resultou na seleção de instituições com maior contribuição em pesquisas consideradas relevantes, orientando a escolha dos PPP a serem analisados;
- b) Distribuição Regional: Para garantir diversidade, foram incluídos PPP de cursos localizados em diferentes regiões do Brasil (Norte, Sul, Sudeste e Centro-Oeste), assegurando uma amostra representativa;
- c) Critério Específico para o Nordeste: No caso do Nordeste, optou-se intencionalmente pelo Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia (BICT), por se tratar do contexto de pesquisa da tese de doutorado em andamento. Nesse curso, desenvolveu-se parte da investigação com a aplicação do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (Gusmão; Font, 2021), o que possibilitou aprofundar a análise em um cenário no qual a experiência prática acumulada é existente.

Quadro 12 - Cursos selecionados de cada região

Cód.	Curso	Universidade	Região	Ano
PPC1	Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia - BICT	UFMA	Nordeste	2017
PPC2	Engenharia de Produção	PUC Minas	sudeste	2017
PPC3	Engenharia de Computação	UTFPR	Sul	2022
PPC4	Ciências Biológicas Bacharelado	UFMT	Centro-oeste	2014
PPC5	Bacharelado em Estatística	UNIR	Norte	2017

Fonte: A Autora

A partir dos PPP selecionados e conforme os critérios descritos anteriormente, desenvolveu-se a análise de conteúdo (Bardin, 2016) organizada em duas categorias principais, ou seja, Tratamento Matemático e Tratamento Didático.

- a) Tratamento Matemático: Considerou-se a presença das disciplinas de

matemática nos currículos, em especial o Cálculo Diferencial e Integral I, observando suas ementas, carga horária e posicionamento na matriz curricular. Também foram mapeadas as disciplinas que utilizam o cálculo como pré-requisito, de modo a compreender as conexões formais estabelecidas nos PPP entre limite e outras áreas do conhecimento. Esse levantamento possibilitou identificar indícios de profundidade e rigor na forma como o conteúdo é previsto nos documentos institucionais;

- b) Tratamento Didático: Incluiu a análise do perfil do egresso e das competências e habilidades relacionadas ao uso da matemática, assim como das metodologias de ensino e das formas de avaliação mencionadas nos PPP. Nessa etapa, buscou-se compreender em que medida os documentos prospectaram estratégias inovadoras ou tradicionais (aulas expositivas, resolução de problemas, metodologias ativas, uso de tecnologias etc.) e quais tipos de avaliação foram sugeridos (provas, trabalhos, projetos, avaliações continuadas). Essa análise não pretende descrever a prática docente em sala de aula, mas evidenciar como as instituições formalizam, em seus documentos o tratamento didático do cálculo e do conceito de limite.

Por fim, foi elaborado um panorama geral dos cursos analisados, reunindo informações institucionais como nome, modalidade, carga horária total, ano de publicação, natureza do curso e fonte de coleta dos dados, conforme apresentado no Quadro 13.

Quadro 13 - Informações gerais sobre os cursos selecionados credenciados pelo MEC

Instituição de Ensino Superior	Curso	Modalidade e período (presencial, a distância, semi/diurno/noturno)	UF	Carga horária total	Data do currículo em vigência	Natureza (público ou privado)	Fonte de coleta (onde o documento foi encontrado)
UFMA	Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia – BICT	Presencial, matutino, vespertino e noturno	MA	2.400h	2017	Público	Internet
PUC Minas	Engenharia de Produção	Presencial diurno	MG	4.355h	2017	Privado	Internet
UTFPR	Engenharia de Computação	Presencial diurno	PR	4095h	2022	Público	Internet

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO	Ciências Biológicas Bacharelado	Presencial e a distância noturno	MT	3538h	2014	Público	Internet
UNIR	Bacharelado em Estatística	Presencial	RO	3640h	2017	Público	Internet

Fonte: A Autora

4.7 ANÁLISE E RESULTADOS

4.7.1 Tratamento Matemático

Considerando que os cursos analisados pertencem a contextos e realidades distintas, a primeira etapa da análise consistiu em examinar, nos PPP, as disciplinas de matemática presentes nas matrizes curriculares, bem como aquelas que dependiam diretamente do referido conteúdo.

Esse levantamento documental permitiu identificar a relevância atribuída à matemática em cada área de formação, evidenciando seu papel tanto como base conceitual quanto como suporte para o desenvolvimento de outras competências específicas dos cursos (Quadro 14).

Quadro 14 - Carga Horária das Disciplinas de Matemática e de Disciplinas que dependem da Matemática

Curso	Carga horária total do curso	Carga horária de disciplinas da matemática	Componentes curriculares (matemática)	Carga horária de disciplinas que utilizam a matemática	Componentes curriculares (utilizam matemática)
BICT	2400h	630h	10	1230h	25
Eng. de Produção	4335h	442h	8	1190h	24
Eng. de Computação	4095h	480h	8	1005h	20
Biologia	3538h	228h	2	640h	10
Estatística	3640h	960h	11	1200h	15

Fonte: A Autora

Evidenciou-se que, na maioria dos cursos analisados, a matemática possui carga horária significativa, o que também se reflete nas disciplinas as quais dependem diretamente desse conhecimento além de reforçar a importância da matemática como base teórica e prática na formação de profissionais de carreiras não matemáticas.

Para Firmino e Siqueira (2017), a carga horária dedicada à matemática no ensino de engenharia é fundamental por razões como: constitui fundamento para disciplinas a exemplo de Cálculo, Geometria Analítica e Álgebra Linear; contribui para

o desenvolvimento de habilidades analíticas e de resolução de problemas; oferece ferramentas para interpretação de dados e análise de modelos; e pode colaborar para reduzir os índices de reprovação e evasão, facilitando a progressão acadêmica dos estudantes.

No caso específico do Cálculo Diferencial e Integral, os PPP analisados foram examinados quanto às ementas, ao período em que a disciplina é oferecida e sua respectiva carga horária. Essa análise documental possibilitou identificar como o conteúdo de cálculo é estruturado ao longo da formação, além de verificar se sua posição e carga horária na matriz curricular favorecem o desenvolvimento das habilidades matemáticas necessárias ao perfil do egresso (Quadro 15).

Quadro 15 - Distribuição das Disciplinas por Curso: Ementa, Período e Carga horária

Cursos	Disciplina	Ementa	Per.	Carga-Horária		
				T	P	Total
BICT	Cálculo Diferencial	Números reais. Funções reais de uma variável real, sequências e séries numéricas. Limites. Funções contínuas: teoremas do valor intermediário e de Bolzano-Weierstrass. Derivadas: definição e propriedades, funções diferenciáveis, regra da cadeia e derivada da função inversa. Teorema do valor médio. Fórmula de Taylor e pesquisa de máximos, mínimos e pontos de inflexão; aplicações. Regras de l'Hospital.	1°	60	0	60
Produção	Cálculo I	Conjuntos numéricos. Funções: polinomiais, racionais, algébricas, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, trigonométricas inversas e hiperbólicas. Limites. Continuidade. Derivada: definição e conceito. Regras de derivação.	1°	68	0	68
Computação	Cálculo Diferencial e Integral 1	Limites e continuidade de funções reais de uma variável real. Derivadas, diferenciais e aplicações. Integrais indefinidas, integrais definidas e aplicações.	1°	90	0	90
Biologia	Cálculo I	Funções elementares. Limites e continuidade. Derivada. Teorema do Valor Médio. Aplicações de Derivadas.	3°	64	0	64
Estatística	Cálculo I	Limite e Continuidade de Funções. Derivadas e suas Aplicações. Valores Extremos das Funções. Antidiferenciação e Introdução a Integral Definida.	2°	80	40	120

Fonte: A Autora

Partindo dos dados dispostos, observa-se uma variação na denominação das disciplinas de cálculo, ou seja, “Cálculo I” aparece como a designação de maior recorrência nos cursos de Produção, Biologia e Estatística; “Cálculo Diferencial” é utilizado no Bacharelado em Ciência e Tecnologia (BCT); e “Cálculo Diferencial e

Integral I” no curso de Engenharia de Computação.

As ementas também apresentam diferenças relevantes, de modo que, nos cursos de BCT, Produção e Biologia, foram incluídos tópicos de matemática básica, como conjuntos numéricos e funções, enquanto nos cursos de Computação e Estatística os conteúdos se iniciam diretamente com o estudo de limites.

No caso do curso de Estatística, entretanto, os PPP indicam a existência de uma disciplina anterior de Matemática Básica (Figura 10), cumprindo a função de introduzir conceitos fundamentais antes do contato formal com os limites.

Figura 10 - Ementa Matemática Básica do Curso de Bacharelado em Estatística- UNIR

 UNIR		Fundação Universidade Federal de Rondônia – UNIR Departamento de Matemática e Estatística - DME <i>Câmpus de Ji-Paraná</i> Bacharelado em Estatística	
IDENTIFICAÇÃO			
DISCIPLINA: Matemática Básica			CÓDIGO: E1
PRÉ-REQUISITO:			
CARGA HORÁRIA			
TEÓRICA: 100	PRÁTICA: 20	TOTAL: 120	CRÉDITOS: 06
OBJETIVO DA DISCIPLINA NO CURSO			
Essa disciplina visa revisar conteúdos relacionados ao Ensino Médio, de forma interdisciplinar interagindo com os conhecimentos estatísticos, matemáticos e da informática, abordando as operações com números racionais, Irracionais e Reais; Introduzir as ideias de funções; definir e representar as funções constantes, afins, quadráticas, Modular, Exponencial, Logaritmas, trigonométricas, Compostas e inversas; construir gráficos; Discutir alguns aspectos sobre as representações de números complexos e suas propriedades. A abordagem interdisciplinar se dará com o desenvolvimento de soluções para diferentes áreas de conhecimento através de software específico no desenvolvimento dos cálculos.			
EMENTA			
Conjuntos Numéricos; Operações com racionais, Irracionais e Reais; Funções constantes, afins e quadráticas; Função Modular; Função Composta e Função Inversa; Função Exponencial e Logarítmica; Função Trigonométrica; Números Complexos.			

Fonte: Universidade Federal de Rondônia (2017)

A efetivação de um panorama referente aos conteúdos básicos mostra-se fundamental, uma vez que uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL)¹⁸, realizada anteriormente, apontou dificuldades relacionadas à formação insuficiente em tópicos que deveriam ser consolidados na Educação Básica, entre os quais se destaca manipulação algébrica, funções, inequações, fatoração, produtos notáveis, simplificação e operações com frações algébricas, além de expressões indeterminadas. Tais lacunas impactam diretamente no desempenho dos estudantes

¹⁸ (Silva *et al.*, 2025b)

em disciplinas como o Cálculo, reforçando a importância de assegurar a consolidação desses conhecimentos prévios.

No que se refere especificamente às ementas analisadas sobre o tema desta investigação, ou seja, os limites, observou-se que, nos cursos de Computação, Biologia e Estatística, o conteúdo é tratado em conjunto com a continuidade, enquanto nos cursos de BCT e Produção os tópicos de Limite e Continuidade aparecem separados. Esta variação reflete as diferentes formas de organização do conteúdo, também encontradas em livros didáticos, a exemplo da obra *Cálculo* de Guidorizzi que apresenta Limite e Continuidade de modo integrado, enquanto o *Cálculo A* de Diva Flemming aborda primeiramente os aspectos relativos aos Limites para, em seguida, tratar da Continuidade.

Ressalta-se ainda que apenas o PPP do curso de Estatística explicita claramente tanto o objetivo da disciplina quanto o conteúdo programático detalhado, conforme se demonstra por meio da Figura 11.

Figura 11 - Ementa Cálculo I do Curso de Bacharelado em Estatística- UNIR

IDENTIFICAÇÃO			
DISCIPLINA: Cálculo I			CÓDIGO: E06
PRÉ-REQUISITO: E01			
CARGA HORÁRIA			
TEÓRICA: 80	PRÁTICA: 40	TOTAL: 120	CRÉDITOS: 06
OBJETIVO DA DISCIPLINA NO CURSO			
Abordar os conceitos de limite e continuidade de funções; Aplicar limites no estudo de curvas contínuas; Compreender o conceito de derivada bem como suas aplicações; Desenvolver habilidades para resolução de problemas que envolvam taxas de variação, por meio da aplicação de derivadas; Resolver problemas que envolvam a antidiferenciação e a integral definida; Utilizar o Software específico no desenvolvimento dos cálculos.			
EMENTA			
Limite e Continuidade de Funções; Derivadas e suas Aplicações; Valores Extremos das Funções; Antidiferenciação e Introdução a Integral Definida.			
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO			
UNIDADE I - Limite e Continuidade de Funções. O limite de uma função. Limites laterais. Limites Infinitos. Limites no Infinito. Continuidade de uma função no número. Continuidade. Teorema do Confronto de limites (teorema do sanduiche).			

Fonte: Universidade Federal de Rondônia (2017)

Observou-se ainda que os conteúdos de limites e derivadas estão presentes em todas as ementas analisadas, enquanto o tópico de integrais aparece apenas em cursos com maior carga horária, como Produção e Estatística. A carga horária da maioria das disciplinas é de aproximadamente 60 horas, com exceção de Produção

(90 horas) e Estatística (120 horas). Nesse último, destaca-se ainda a dedicação de parte da carga horária a atividades práticas, o que não identificado nos demais cursos. Tal dado é relevante, pois a ausência de momentos práticos nos PPP pode reforçar uma visão excessivamente teórica do ensino de Cálculo, dificultando a aprendizagem de conteúdos considerados complexos, como limites e derivadas.

Assim, conforme destacam Gusmão e Font (2021), a utilização de tarefas que envolvam os estudantes em atividades ativas e contextualizadas contribui para uma aprendizagem mais significativa, promovendo interatividade, motivação e inclusão. Deste modo, a integração entre teoria e prática, sugerida na literatura, mostra-se como um caminho promissor para o enfrentamento das dificuldades que são recorrentes no ensino e aprendizagem de Cálculo em cursos de carreiras não matemáticas.

A análise também contemplou as disciplinas que dependem diretamente de Cálculo e de sua posição na matriz curricular, verificando ainda a existência de pré-requisitos, conforme apresentado no Quadro 16.

Quadro 16 - Disciplinas que Precisam de Cálculo de cada curso analisado

	Disciplinas que precisam do Cálculo I	Pré-requisito	Período	P. Cal I
BICT	Cálculo Integral	Sim	2°	1°
	Fenômenos Mecânicos	Sim	2°	
	Funções de Várias Variáveis	Sim	3°	
	Oscilações, Ondas e Óptica	Sim	3°	
	Cálculo Numérico	Sim	4°	
Produção	Cálculo II	Sim	2	1°
	Cálculo III	Sim	3	
	Estatística e Probabilidade	Sim	3	
	Fundamentos de Cálculo Numérico	Sim	3	
	Física Geral I	Não	3	
	Física Geral II	Sim	4	
	Fundamentos de Equações Diferenciais	Sim	4	
	Resistência dos Materiais	Sim	6	
	Engenharia Econômica	Sim	6	
Computação	Física Teórica 1	Não	1	1°
	Cálculo Diferencial e Integral 2	Sim	2	
	Física Teórica 2	Não	2	
	Introdução à Estatística	Sim	3	
	Equações Diferenciais Ordinárias	Sim	3	
	Física Teórica 3	Sim	3	
	Análise de Sistemas Lineares	Sim	4	
Biologia	Física	Não	1	3°
	Ecologia II	Não	5	
	Delineamento Amostral e Análise de Dados	Não	2	
Estatística	Cálculo II	Sim	3	2°
	Probabilidade I	Sim	3	
	Cálculo III	Sim	4	

Fonte: A Autora

Tal levantamento permitiu compreender como o Cálculo funciona ao fornecer base para outras matérias e se a sequência apresentada está organizada de modo a favorecer a progressão acadêmica dos estudantes. A identificação de pré-requisitos, nesse contexto, é relevante para esclarecer o nível de preparação exigida dos alunos antes de avançarem para os conteúdos subsequentes.

A maioria dos PPP analisados apresenta claramente as disciplinas que são pré-requisitos, facilitando a identificação daquelas que exigem entendimentos acerca de Cálculo I. A exceção está no curso de Biologia, pois o estudante possui flexibilidade para organizar sua matriz curricular, visto que, em muitos casos, o pré-requisito foi substituído pela recomendação, ou seja, diferentemente do primeiro, a recomendação não impede a matrícula sem a conclusão prévia das disciplinas indicadas. Ainda assim, se observa uma organização lógica e temporal, com as disciplinas fundamentais posicionadas nos semestres iniciais.

Durante a leitura das ementas, surgiu o questionamento se determinadas disciplinas de Física exigiriam, de fato, o Cálculo Diferencial e Integral I como pré-requisito. Santarosa e Moreira (2011) afirmam que a disciplina Física Geral e Experimental I solicita o pré-requisito de Cálculo I, ressaltando a importância de integrar os dois componentes para favorecer uma aprendizagem significativa.

Entre os pontos discutidos, destacam-se: a articulação necessária entre Física e Cálculo para melhor compreensão dos conceitos físicos; as dificuldades enfrentadas quando ambos são ensinados de maneira desarticulada; e a proposta de estratégias que integrem situações-problema da Física com conceitos matemáticos, analisadas em uma abordagem qualitativa de cunho etnográfico.

Com base nisso, compreende-se que disciplinas como Física Teórica 1 e Física Teórica 2, do curso de Computação, e Física, do curso de Biologia, embora não apresentem nos PPP a indicação de Cálculo I como pré-requisito, demandam o conhecimento do referido conteúdo para sua plena compreensão (Figura 12).

Figura 12 - Ementa de Física Teórica 1 e Física Teórica 2 do curso de Computação

Unidade curricular	FIS7F1 - Física Teórica 1		
Área de conhecimento	Física		
Idioma	Português		
Pré-requisitos	-		
Carga horária (h)	Teórica	Prática	Total
	60	0	60
Carga horária na modalidade EaD (h)			0
Carga horária destinada às AAE (h)			0
Ementa	Medição. Movimento retilíneo. Vetores. Movimento em duas ou três dimensões. Leis de Newton. Força e Movimento. Energia Cinética e Trabalho. Energia Potencial e Conservação de Energia. Centro de Massa e Conservação do Momento Linear. Rotação. Rolamento, Torque e Conservação do Momento Angular. Leis de Conservação, Simetria e Referencial Girante. Equilíbrio Estático.		

Unidade curricular	FIS7F2 - Física Teórica 2		
Área de conhecimento	Física		
Idioma	Português		
Pré-requisitos	FIS7F1 - Física Teórica 1		
Carga horária (h)	Teórica	Prática	Total
	60	0	60
Carga horária na modalidade EaD (h)			0
Carga horária destinada às AAE (h)			0
Ementa	Esforço Mecânico e Elasticidade; Gravitação; Mecânica dos Fluidos; Oscilações; Ondas; Som; Temperatura, Calor e a Primeira Lei da Termodinâmica; Teoria Cinética dos Gases; Entropia e a Segunda Lei da Termodinâmica.		

Nome da disciplina: Física

Carga horária: 48h

Ementa: Conservação de energia. Energia e corpo humano. Fontes convencionais de energia.

Sons. Ondas. Olho composto. Olho humano. Fluidos em sistemas biológicos. Voo dos animais.

Escala biológica.

Fonte: Universidade Tecnológica Federal do Paraná (2022)

A organização curricular apresentada gera um desafio importante a ser superado: no curso de Computação, a disciplina de Física Teórica 1 é ofertada no mesmo período que o Cálculo I, enquanto, no curso de Biologia, a disciplina de Física tem sua oferta apenas no 3º período, após o contato inicial com o cálculo no 1º período.

Nesses casos, a ausência de precedência pode levar os docentes de Física a introduzirem conceitos de limite, realizarem derivações ou mesmo apresentarem integrais simples, assumindo conteúdos que necessitariam ser consolidados previamente. Tal sobreposição reforça a importância de que o Cálculo deva anteceder as disciplinas que dele dependem, a fim de evitar descontinuidade no processo formativo.

É encerrada a análise do Quadro 16 destacando a centralidade do conteúdo de Cálculo I nos cursos de carreiras não matemáticas, especialmente do conceito de limite, que se configura como base para a construção de outros tópicos fundamentais, como derivadas e integrais. O levantamento das disciplinas que dependem diretamente desse componente reforça a necessidade de um ensino sólido e bem estruturado de Cálculo, de modo a assegurar a compreensão adequada dos conteúdos nas etapas subsequentes da formação.

4.7.2 Tratamento Didático

A análise do tratamento didático nos PPP foi iniciada pelo exame do perfil do egresso de cada curso, com atenção às competências e habilidades relacionadas à matemática e em especial ao Cálculo I e ao conceito de limite. O objetivo foi identificar de que modo os documentos institucionais vinculam a formação matemática ao desenvolvimento acadêmico e profissional dos estudantes.

O Quadro 17 sintetiza as principais demandas matemáticas descritas para os diferentes cursos, evidenciando a relevância do Cálculo I como base formativa para a atuação nas respectivas áreas.

Quadro 17 - Perfil do Egresso de cada Curso

Cursos	Perfil do egresso que tenha relação com a metamática
BCIT	Habilidades Matemáticas: O egresso deve ser capaz de contextualizar e inter-relacionar conceitos matemáticos, aplicando-os em diversas áreas do conhecimento e em diferentes aplicações práticas. Pensamento Crítico: Avaliar criticamente o impacto social e a viabilidade econômica das soluções matemáticas, reconhecendo a sustentabilidade nas relações entre ciência, tecnologia, economia, sociedade e ambiente.
Produção	Modelagem de Sistemas: Foco na capacidade de utilizar ferramentas matemáticas e estatísticas para a modelagem de sistemas de produção e auxílio na tomada de decisões. Resolução de Problemas: Habilidade de identificar, modelar e resolver problemas complexos utilizando conceitos matemáticos. Ferramentas Computacionais: Domínio de técnicas computacionais que frequentemente envolvem cálculos matemáticos avançados. Tomada de Decisões: Aplicação de métodos quantitativos para apoiar decisões gerenciais e operacionais.
Computação	Modelagem de Fenômenos: Utilização de ferramentas matemáticas para modelar fenômenos físicos e químicos. Análise e Projeto de Sistemas: Aplicação de conceitos matemáticos na análise e desenvolvimento de sistemas computacionais. Simulação e Previsão: Uso de modelos matemáticos para prever resultados e validar experimentos.
Biologia	Fundamentação Teórica: O egresso deve possuir uma base teórica sólida, que inclui conhecimentos em diversas áreas, como a matemática, para uma ação competente. Desenvolvimento de Ideias Inovadoras: A capacidade de desenvolver ideias inovadoras e ações estratégicas pode envolver o uso de conceitos matemáticos. Análise de Dados: A habilidade de analisar dados e realizar pesquisas pode exigir conhecimentos em estatística e outras áreas da matemática.
Estatística	Formação Sólida: O egresso deve ter uma formação teórica e prática robusta, capaz de atuar em diversas áreas que necessitem de intervenção estatística. Competências e Habilidades: Deve possuir habilidades gerais e específicas, como a capacidade de coletar, organizar e analisar dados, além de ajustar modelos estatísticos.

Fonte: A Autora

A matemática desempenha um papel central na formação dos egressos de diferentes cursos, especialmente no que se refere ao Cálculo I e ao conceito de limite,

que constituem a base para a compreensão de derivadas, integrais e outros tópicos mais avançados. Cada área de estudo apresenta demandas específicas as quais exigem competências matemáticas sólidas, e os PPP analisados destacam o Cálculo como componente essencial no processo.

O conceito de limite, em particular, fornece ferramentas para compreender variações, modelar sistemas e interpretar fenômenos complexos, sendo indispensável para a construção de derivadas e integrais. Nas Engenharias de Produção e Computação, o Cálculo aparece associado à modelagem matemática de sistemas e fenômenos, ao uso de simulações e a ferramentas computacionais. Na Biologia e na Estatística, sustenta a análise de dados, a compreensão de fenômenos naturais e a construção de modelos preditivos. Por sua vez, no Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia, pela natureza do curso voltado à interdisciplinaridade, o domínio do cálculo amplia a capacidade de transitar entre diferentes áreas com pensamento crítico e rigor analítico.

De modo geral, o Cálculo I - e especialmente o conceito de limite - não se restringe a uma exigência curricular, constituindo-se como uma competência transversal que potencializa o raciocínio lógico, a tomada de decisão e a resolução de problemas em contextos diversos, fortalecendo a formação científica e profissional em carreiras não matemáticas.

Outro aspecto analisado foram as metodologias de ensino indicadas nos PPP, as quais se encontram sintetizadas no Quadro 18.

Quadro 18 - Metodologias indicadas nos PPP de cada curso

Cursos	Fundamentações para metodologia de Ensino
BCT	-Interdisciplinaridade: princípio de unificação com troca lógico-epistemológica, metodológica e socioinstitucional entre disciplinas. -Metodologia Interdisciplinar: Enfatiza a colaboração entre professores e alunos de diferentes disciplinas, permitindo a construção de novos conhecimentos e a aplicação de conceitos de uma disciplina em outra. -Práticas Pedagógicas: Valoriza o diálogo franco e a participação ativa de todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, respeitando os conhecimentos prévios dos alunos e promovendo a integração de diferentes disciplinas.
Produção	-Conteúdos de Aprendizagem: Divididos em conteúdos factuais, conceitos e princípios, conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais. -Orientações Gerais para as Práticas de Ensino/Aprendizagem: Enfatiza a importância de uma abordagem integrada e interdisciplinar. -Interdisciplinaridade: Utilização do método <i>Problem Based Learning (PBL)</i> para promover a integração de diferentes áreas do conhecimento.
Computação	-Teorias de Aprendizagem: O curso integra diversas teorias de aprendizagem para proporcionar uma formação abrangente e atualizada. -Teoria e Prática: Há uma ênfase na integração entre teoria e prática, garantindo que os alunos apliquem o conhecimento teórico em situações práticas.

	-Bases Epistemológicas: O curso é fundamentado em bases epistemológicas sólidas, que orientam o ensino e a educação de modo crítico e reflexivo.
Biologia	-Formação Ética e Humanística: Foco na autonomia, cooperação, solidariedade, respeito à diversidade, tolerância e equidade social. -Formação Técnico-Científica: Visa possibilitar ao aluno uma compreensão crítica do mundo em transformação. Articulação Teoria e Prática: Valorização da pesquisa individual e coletiva, estágios obrigatórios e voluntários, e participação em atividades de extensão. -Flexibilidade Curricular: Incentivo à interdisciplinaridade e à atualização contínua por meio de atividades complementares e parcerias com outras instituições.
Estatística	-Integração entre teoria e prática: O curso visa formar profissionais com uma sólida formação teórica e prática, incentivando a iniciação à pesquisa, monitoria, estágios supervisionados e projetos de extensão. -Formação cidadã e ética: O curso busca formar estatísticos com uma consciência crítica e ética, capazes de atuar em diversas áreas do conhecimento. Interdisciplinaridade: A formação em Estatística é integrada com outras áreas como Física, Engenharia e Pedagogia, além de setores produtivos como bancos, instituições de pesquisa, indústria e comércio. - Contribuição social: O curso enfatiza a importância da Estatística na compreensão e solução de problemas sociais, econômicos e ambientais, com atenção especial para a região Amazônica.

Fonte: elaborada pelos autores

As metodologias apontadas nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) dos cursos de Bacharelado em Ciência e Tecnologia, Produção, Computação, Biologia e Estatística compartilham princípios comuns, entre os quais se destacam a interdisciplinaridade, a integração entre teoria e prática e a valorização de métodos ativos de aprendizagem. Tais elementos sugerem uma formação crítica e reflexiva, que transcende a fragmentação do conhecimento e busca promover a colaboração ativa no processo de aprendizagem.

A interdisciplinaridade aparece como eixo estruturante, com o objetivo de integrar saberes de diferentes áreas e ampliar a compreensão de problemas complexos. Esse princípio responde, inclusive, a orientações oficiais, como o incentivo da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES, 2012) para que as instituições de ensino superior implementassem práticas interdisciplinares (Leite; Benício, 2015). Outro aspecto recorrente é a ênfase na articulação entre teoria e prática, que se materializa em propostas de estágios supervisionados, projetos de extensão e monitorias. Além disso, os PPP analisados citam metodologias como a aprendizagem baseada em problemas, popularmente conhecida por PBL, visando estimular a resolução de problemas reais e a cooperação entre estudantes e professores (Souza, 2016).

Do ponto de vista interpretativo, tais metodologias oferecem potenciais caminhos para o ensino de Cálculo, em especial no estudo de limites. A

interdisciplinaridade, por exemplo, permite articular o limite a fenômenos de áreas como Física, Biologia e Estatística, atribuindo sentido prático ao conceito. A integração entre teoria e prática pode se traduzir em atividades que utilizem *softwares* de simulação, favorecendo a visualização do comportamento de funções.

Além disso, o uso de tarefas bem estruturadas pode estimular a curiosidade dos alunos e desenvolver competências críticas e reflexivas (Gusmão; Font, 2021), pois ao relacionar o conceito de limite com problemas sociais e ambientais, a exemplo do crescimento populacional ou análise climática, promove-se não apenas a aprendizagem matemática, mas também consciência sobre a relevância do conhecimento matemático em questões globais.

Em síntese, as metodologias mencionadas nos PPP revelaram o esforço institucional em alinhar a formação acadêmica a práticas interativas e integradas, pois, quando articuladas ao ensino de limites, podem contribuir para tornar a aprendizagem mais contextualizada e transformadora.

As práticas avaliativas descritas nos PPP variam entre as diferentes áreas, convergindo ao ressaltar não apenas a retenção de conteúdos, como também o desenvolvimento de competências críticas e práticas (Quadro 19).

Quadro 19 - Práticas avaliativas indicadas nos PPP de cada curso

Cursos	Avaliação
BCT	- Avaliação Formativa: Esta avaliação é contínua e visa melhorar as aprendizagens em curso, acompanhando e orientando os alunos durante todo o processo de formação, de modo a valorizar tanto a quantidade quanto a qualidade dos conhecimentos adquiridos. - Avaliação Somativa: Tem como objetivo representar o sumário dos resultados obtidos a partir de uma situação educativa específica. É realizada em momentos específicos ao longo da disciplina, como ao final de cada unidade de ensino, traduzindo os resultados de forma quantificada.
Produção	- Avaliação de Desempenho Acadêmico (ADA): Inclui a elaboração de provas com questões abertas ou fechadas, individual ou em grupo, personalizadas conforme o histórico escolar do aluno.
Computação	- Domínio e uso de conceitos: Avalia a capacidade do estudante em descrever, classificar e aplicar conceitos. - Prova escrita e prática: Avaliações tradicionais e práticas voltadas a testar o conhecimento teórico e a aplicação prática. - Relatório técnico: Avaliação da capacidade de contextualizar e discutir resultados de atividades práticas ou projetos.
Biologia	- Provas e Trabalhos: Incluem provas numéricas, trabalhos, exercícios, provas orais, provas com consulta, listas de exercícios, seminários, trabalhos em grupo, pesquisa bibliográfica, atividades extraclasse, aulas simuladas, exposições, portfólios, produção de textos, relatórios de prática de campo e de laboratório, apresentação de minicursos, debates e monografias. - Avaliação Diagnóstica: Realizada no início do período para identificar a capacidade do aluno em lidar com conceitos que apoiarão o desenvolvimento de novos conhecimentos.

	- Avaliação Progressiva: Considera o processo evolutivo descrito pelas sucessivas avaliações no desempenho do aluno. - Participação e Criatividade: Avalia a capacidade do aluno de utilizar os conceitos e materiais das disciplinas, assim como criatividade, originalidade, clareza de apresentação e participação em sala de aula e laboratórios.
Estatística	- Avaliação do Processo de Ensino-Aprendizagem: Inclui notas semestrais resultantes da média aritmética das avaliações aplicadas, de modo que o aluno deve obter nota mínima de 60 pontos e frequência de 75% para a sua aprovação.

Fonte: A Autora

Os cursos citam ainda propostas incluindo trabalhos práticos, projetos interdisciplinares, relatórios de estágio e atividades de extensão, todos em consonância e com a ênfase na integração entre teoria e prática. Também são aplicadas de modo recorrente as avaliações formativas e somativas. A avaliação formativa, destacada no BCT, é caracterizada como um processo contínuo de acompanhamento, que fornece *feedback* ao longo da formação. Por sua vez, a avaliação somativa, presente em todos os cursos analisados, concentra-se em momentos específicos, oferecendo uma visão quantitativa dos resultados e da progressão do aluno.

Contudo, os cursos ainda valorizam fortemente a avaliação tradicional, e assim, nos PPP de Produção e Estatística, predominam provas e médias semestrais, centradas em abordagens convencionais. Por sua vez, nos cursos de Computação e Biologia, as propostas se ampliam e diversificam, incluindo relatórios técnicos, provas práticas e seminários. O curso de Biologia também se destaca por indicar avaliações diagnósticas e progressivas, as quais acompanham o desenvolvimento do aluno ao longo do curso.

Do ponto de vista interpretativo, essa diversidade revela tensões entre práticas avaliativas mais tradicionais, focadas na memorização e resolução mecânica de problemas, e abordagens inovadoras, integrando situações reais além de incentivar a aplicação criativa dos conhecimentos matemáticos (Florczak; Uhmman, 2025).

No caso específico do ensino de Cálculo, avaliações diagnósticas e formativas poderiam ter papel central, uma vez que muitos estudantes ingressam na disciplina com lacunas de conhecimento em conteúdos básicos. Assim, a adoção de processos avaliativos contínuos permitiria identificar as dificuldades precocemente e apoiar a progressão dos alunos em conteúdos complexos, como limites.

4.8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do objetivo central desta investigação voltado a analisar como o conteúdo de limites de uma função real é tratado nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos de carreiras não matemáticas no Ensino Superior, o processo revelou aspectos importantes tanto do tratamento matemático quanto no didático, conforme as propostas curriculares examinadas.

No que diz respeito ao tratamento matemático, observou-se que os PPP analisados atribuem carga horária significativa às disciplinas de matemática e, em especial, às que dependem diretamente do seu conhecimento. Em relação às ementas de Cálculo Diferencial e Integral I (CDI I), constatou-se que alguns cursos dedicam parte da carga horária a conteúdos prévios, como conjuntos e funções, reforçando a importância de uma preparação sólida nos conceitos básicos para o desenvolvimento de competências analíticas e de resolução de problemas. Contudo, apenas um curso inclui uma disciplina anterior especificamente destinada a suprir tais lacunas, indicando espaço para fortalecer a formação dos alunos nesses fundamentos.

Quanto ao tratamento didático, o conceito de limite se mostra essencial para a formação dos egressos, fornecendo ferramentas necessárias para modelar, analisar e solucionar problemas em diferentes áreas. As metodologias sugeridas nos PPP, como interdisciplinaridade, aprendizagem baseada em problemas, integração entre teoria e prática e formação crítica, apresentam elevada potencialidade para enriquecer o ensino de limites. Por outro lado, embora se verifique uma diversidade de métodos avaliativos, persiste a predominância de avaliações tradicionais, centradas em provas e médias semestrais, que podem não atender plenamente às especificidades do ensino de Cálculo. Avaliações formativas e práticas integradas a projetos surgem como alternativas mais adequadas para apoiar a compreensão progressiva e aplicada dos conceitos matemáticos.

É importante reconhecer, entretanto, uma limitação deste estudo: a análise concentrou-se exclusivamente nos PPP, que expressam a proposta oficial das instituições, mas não necessariamente correspondem às práticas efetivas de ensino em sala de aula. Para aprofundar a compreensão sobre o tratamento dos limites, futuras pesquisas poderiam considerar outras fontes documentais, como planos de

ensino, ou mesmo investigações empíricas, como observações e entrevistas com professores, permitindo um olhar mais completo sobre o processo formativo.

Por fim, cabe ressaltar que este artigo integra uma pesquisa de doutorado que se encontra em andamento e cujo foco está no processo de ensino e aprendizagem de Limites de uma Função Real, assim como seus desafios, tratamento didático-metodológico e desenho de tarefas matemáticas. Futuramente, serão desenvolvidos estudos voltados para um ciclo de estudos e o desenho de tarefas específicas com foco no ensino de limites de funções reais de uma variável real visando aprofundar metodologias e práticas pedagógicas que contribuam para ampliar a compreensão desse conteúdo.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Cursos de Graduação**. Brasília, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Cursos de Graduação**. Brasília, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES0583.pdf>. Acesso em: 9 set. 2024

FERREIRA, Danielle Thiago. Profissional da informação: perfil de habilidades demandadas pelo mercado de trabalho. **Ciência da Informação**, [s. l.], v. 32, n. 1, p. 42–49, abr. 2003.

FLORCZAK, Sueli Maria; UHMANN, Rosangela Inês Matos. Revisão bibliográfica sobre concepções curriculares em projetos pedagógicos das licenciaturas em ciências. **REAMEC, Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [s. l.], v. 13, p. e25005, 25 abr. 2025.

GALINDO ILLANES, Maritza Katherine; BREDÁ, Adriana. Proceso de instrucción de la derivada aplicado a estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. **Uniciencia**, [s. l.], v. 38, n. 1, p. 1–23, 31 jul. 2024.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; FONT, Vicenç. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, n. 3, p. 666–697, 9 jan. 2021.

KATO, Lilian Akemi; BELLINI, Marta. Atribuição de significados biológicos às variáveis da equação logística: uma aplicação do Cálculo nas Ciências Biológicas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 15, n. 1, p. 175–188, 2009.

LEITE, Fabiana; BENÍCIO, Juliana. Interdisciplinaridade no Ensino Superior: proposta de um novo método. **Revista Científica da Facerb**, [s. l.], v. 2, n. 2359–1366, p. 45–54, 2015.

LIMA, Gabriel Loureiro de. **A Disciplina de Cálculo I do Curso de Matemática da Universidade de São Paulo**: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP, São Paulo, 2012.

OMOTO, Edilson Sadayuki *et al.* Modelagem matemática e análise da hidratação de grãos de ervilha. **Ciência e Tecnologia de Alimentos**, [s. l.], v. 29, n. 1, p. 12–18, mar. 2009.

PEREIRA, LARISSA *et al.* Análise das habilidades desenvolvidas no curso de engenharia de produção na visão de seus egressos. **Revista de Ensino de Engenharia**, [s. l.], v. 42, n. 1, p. 54–69, 2023.

PINHEIRO, Nilcéia. Uma reflexão sobre a importância do conhecimento matemático para a ciência, para tecnologia e para sociedade. **UEPG Ci. Hum., Ci. Soc. Apl., Ling., Letras e Artes**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 21–31, 2003.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia de Produção**. Poços de Caldas, 2017.

SANTAROSA, Maria Cecília Pereira; MOREIRA, Marco Antonio. O cálculo nas aulas de física da ufrgs: um estudo exploratório. **Investigações em Ensino e Ciências**, [s. l.], v. 12, p. 317–351, 2011.

SANTOS, Patrícia Fernanda dos; SIMON, Alexandre Tadeu. Uma avaliação sobre as competências e habilidades do engenheiro de produção no ambiente industrial. **Gestão & Produção**, [s. l.], v. 25, n. 2, p. 233–250, 1 jun. 2018.

SERAFIM FILHO, Á. F.; MARTINHO, M. H. A aprendizagem do cálculo diferencial e integral num curso de licenciatura em matemática. In: Seminário de Investigação em Educação Matemática, 27., [s. l.], 2016. **Atas [...]**. [s. l.]: APM, 2016. p. 377-399.

SILVA, Daniele dos Santos *et al.* Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Paradigma**, [s. l.], p. e2025029, 20 jan. 2025a.

SILVA, Daniele dos Santos *et al.* Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 18, n. 1982–5153, p. 1–36, 20 fev. 2025b.

SOUZA, Debora. **O ensino de noções de cálculo diferencial e integral por meio da aprendizagem baseada em problemas**. Dissertação (Mestrado) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO. **Projeto Pedagógico do Curso de Ciências Biológicas (Bacharelado)**. Mato Grosso, 2014.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA. **Projeto Pedagógico do Curso de Bacharelado em Estatística**. Ji-Paraná, 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO. **Projeto Pedagógico do Curso de Ciência e Tecnologia-Modalidade Bacharelado Interdisciplinar**. São Luís, 2017.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia de Computação**. Curitiba, 2022a.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia de Computação**. Curitiba, 2022b.

CAPÍTULO 5 - ARTIGO 4: UMA ANÁLISE EPISTÊMICA DE DESENHO DE TAREFAS FOCADA NOS LIMITES DE FUNÇÕES REAIS

Este capítulo tem como objetivo apresentar o quarto estudo desenvolvido nesta tese, cujo propósito central foi analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas e voltadas ao ensino de Limites de Funções Reais, com base na dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico.

A partir dos resultados dos estudos anteriores - que permitiram compreender as dificuldades e desafios enfrentados pelos alunos, identificar as propostas presentes na literatura acadêmica e nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos de carreiras não matemáticas - se avançou para a análise das tarefas redesenhadas no contexto desta pesquisa. Em especial, mostra-se o processo de redesenho de três tarefas trabalhadas no encontro 4: Limites laterais, Aplicações de limites e Definição de limite. Essas tarefas foram examinadas à luz dos objetos matemáticos primários propostos pelo Enfoque Ontosemiótico.

5.1 REFERÊNCIA

O artigo encontra-se submetido à revista BOLEMA. TÍTULO: UMA ANÁLISE EPISTÊMICA DE DESENHO DE TAREFAS FOCADA NOS LIMITES DE FUNÇÕES REAIS.

5.2 RESUMO

Este artigo tem por objetivo analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas matemáticas voltadas ao ensino de limites de funções reais, com base na dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico. A pesquisa se insere no contexto de uma formação desenvolvida com estudantes de graduação e professores do ensino superior, no âmbito de uma pesquisa-formação com abordagem qualitativa e caráter interventivo. Foram analisadas três tarefas elaboradas e (re)desenhadas para contemplar dificuldades conceituais recorrentes no ensino de limites, buscando integrar representações algébricas, gráficas e tecnológicas por meio do uso de applets. A análise dos dados fundamenta-se na tipologia dos objetos matemáticos primários proposta pelo Enfoque Ontosemiótico, permitindo identificar elementos como conceitos, definições, procedimentos, proposições, argumentos, situações-problema e linguagens matemáticas presentes nas tarefas. Os resultados evidenciam que o desenho intencional de tarefas,

articulando diferentes objetos matemáticos de forma coerente, favorece a construção de significados mais robustos para o conceito de limite. A análise das tarefas mostra, ainda, a importância do uso de tecnologias digitais como recurso para promover interações com os objetos matemáticos abordados. Concluímos que a dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico é uma ferramenta potente para compreender a complexidade das práticas e orientar o planejamento de tarefas matemáticas mais ricas, reafirmando a relevância da formação docente centrada na análise epistêmica dos objetos matemáticos envolvidos no ensino.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Enfoque Ontosemiótico; Tarefas Matemáticas; Limite de Função; Objetos Matemáticos.

5.3 ABSTRACT

This article aims to analyze the mathematical objects mobilized, constructed, and transformed in mathematical tasks designed for the teaching of limits of real functions, based on the epistemic dimension of the Ontosemiotic Approach. The study is situated within a training process developed with undergraduate students and university professors, as part of a formative research project with a qualitative and interventionist character. Three tasks were analyzed—each designed and (re)designed to address recurring conceptual difficulties in the teaching of limits—seeking to integrate algebraic, graphical, and technological representations through the use of applets. Data analysis is grounded in the typology of primary mathematical objects proposed by the Ontosemiotic Approach, allowing the identification of elements such as concepts, definitions, procedures, propositions, arguments, problem situations, and mathematical languages present in the tasks. The results reveal that the intentional design of tasks, coherently articulating different mathematical objects, fosters the construction of more robust meanings for the concept of limit. The analysis of the tasks also highlights the importance of digital technologies as a resource to promote interaction with the mathematical objects under study. We conclude that the epistemic dimension of the Ontosemiotic Approach is a powerful tool for understanding the complexity of mathematical practices and for guiding the design of richer mathematical tasks, reaffirming the relevance of teacher education centered on the epistemic analysis of mathematical objects involved in teaching.

Keywords: Calculus Teaching; Onto-semiotic Approach; Mathematical Tasks; Function Limit; Mathematical Objects.

5.4 INTRODUÇÃO

Diversos estudos têm evidenciado as dificuldades conceituais enfrentadas por estudantes e professores no ensino e na aprendizagem do conceito de limite de funções reais. Araya e Pino-Fan (2023) destacam que abordagens tradicionais, centradas em procedimentos mecânicos e conceitos trabalhados de forma articulada, contribuem para altos índices de reprovação, dificuldades de compreensão e visões

negativas sobre a matemática. Silva *et al.* (2025) complementa essa análise ao identificar visões parciais e concepções equivocadas entre os estudantes, como a confusão entre limite e valor da função, ou entre limite de função e de sucessão. Além disso, a definição formal envolvendo quantificadores é frequentemente fonte de dificuldade, o que reforça a importância de abordagens metodológicas mais significativas, como o uso de tarefas que favoreçam a compreensão multifacetada do conceito e que considerem os obstáculos epistemológicos, lógicos e didáticos enfrentados no processo.

Tais dificuldades evidenciam que o ensino de limites demanda mais do que domínio técnico, ou seja, exige o desenvolvimento de estratégias que favoreçam a compreensão conceitual e a articulação entre diferentes representações, exigências que se acentuam quando se trata de objetos matemáticos complexos e abstratos, como o próprio conceito de limite, que é foco desta investigação.

A aprendizagem de objetos matemáticos complexos representa um desafio tanto para estudantes quanto para professores, pois envolve não apenas a compreensão de definições formais e procedimentos algorítmicos, mas também a construção de significados conceituais que permitam mobilizar esses conhecimentos em diferentes contextos (Galindo Illanes; Breda; Alvarado Martinez, 2023; Galindo Illanes; Breda, 2024; Galindo, 2023). Tais objetos exigem uma articulação entre representações simbólicas, gráficas e verbais, além de demandarem a superação de concepções intuitivas muitas vezes incompatíveis com o pensamento matemático rigoroso (Pino-Fan, 2017). Esse processo se intensifica quando o objeto em questão possui uma natureza abstrata e uma definição contraintuitiva, como é o caso do conceito de limite.

Compreender quais objetos estão presentes nas tarefas é importante para o desenho de tarefas sobre limites de funções reais, pois esses objetos, sejam eles elementos linguísticos, conceitos e/ou definições, situações e/ou problemas, propriedades e/ou proposições matemáticos, representações, procedimentos e argumentos, compõem a estrutura interna da tarefa e influenciam diretamente a forma como os estudantes se relacionam com o conhecimento. Identificar tais objetos permite avaliar não apenas a coerência e a profundidade conceitual envolvida, mas também a intencionalidade didática que se constitui na proposta.

Neste artigo, o foco recai especificamente sobre os objetos matemáticos mobilizados nas tarefas de ensino do conceito de limite de funções reais. Ao delimitar esse recorte, pretende-se analisar como conceitos, definições, propriedades, proposições, procedimentos e representações matemáticas são articulados no interior das tarefas, considerando seus papéis na construção do significado do limite. Essa delimitação permite uma investigação mais precisa sobre a qualidade matemática das propostas, bem como sobre a maneira como tais objetos favorecem ou dificultam a aprendizagem do conceito, contribuindo para uma análise que se dá pela estrutura e pelo papel desses elementos no contexto didático.

São objetivos deste trabalho analisar e discutir os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados nas tarefas propostas no ensino de limites, à luz da dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS) (Godino, 2024). Tal análise busca compreender como os diferentes objetos matemáticos emergem e se articulam nas tarefas, revelando a complexidade do processo de significação do conceito de limite. A partir da perspectiva epistêmica do EOS, considera-se fundamental examinar a adequação e a funcionalidade desses objetos no contexto das práticas matemáticas escolares, bem como suas contribuições para a organização e evolução dos significados atribuídos ao conceito de limite pelos estudantes.

O material analisado neste artigo é proveniente de uma experiência formativa desenvolvida com estudantes e professores no contexto de uma pesquisa-formação mais ampla, vinculada à tese de doutorado em andamento da primeira autora e intitulada “Limite de Funções Reais: Um Foco no Desenho de Tarefas”. Tal experiência integrou momentos de estudo, discussão e elaboração de tarefas didáticas voltadas ao ensino de limites de funções reais. Assim, o material aqui examinado não apenas reflete uma prática formativa, mas também constitui um campo fértil para a análise dos objetos matemáticos à luz da dimensão epistêmica do EOS, contribuindo para a compreensão do processo de produção e circulação de significados no ensino desse conteúdo.

5.5 DESENHO E (RE)DESENHO DE TAREFAS

O desenho de tarefas matemáticas tem se consolidado como um campo relevante de investigação, com impacto direto tanto na aprendizagem dos estudantes quanto no desenvolvimento profissional de professores. Conforme destacam Gusmão e Font (2021), as tarefas constituem um elemento central do ensino de matemática, na medida em que não apenas influenciam os modos de pensar e agir dos alunos, mas também revelam aspectos fundamentais da prática docente, como as decisões envolvidas em sua concepção, implementação e avaliação.

Essa perspectiva amplia o olhar sobre o papel do professor, compreendido como alguém que não apenas utiliza tarefas, mas que as analisa, adapta, constrói e reconstrói, em contextos de formação inicial e continuada. Os estudos da área afirmam que as tarefas matemáticas promovem o desenvolvimento cognitivo dos estudantes e possibilitam a avaliação de seus conhecimentos, favorecem a aproximação com a matemática, estimulam tanto o pensamento convergente quanto o divergente¹⁹, e potencializam a aprendizagem de conceitos e representações matemáticas (Moreira; Gusmão; Font, 2016; Nunes; Gusmão; Blanco, 2023; Rodrigues; Gusmão, 2020).

Para esse estudo as tarefas matemáticas compreendem um conjunto amplo e diversificado de propostas, como problemas, investigações e exercícios, visando favorecer a aprendizagem matemática (Gusmão e Font, 2021). Ao propor situações diversificadas, o docente estimula a mobilização de conhecimentos, estratégias e formas de pensar matematicamente, criando oportunidades para que os estudantes se engajem ativamente com os objetos de conhecimento. Segundo Sousa et al. (2019), o conceito de tarefa está associado às situações propostas pelo professor como ponto de partida para a atividade matemática dos alunos em sala de aula, e seu desenho diz respeito a concepção dessas situações com intencionalidade pedagógica. Já o redesenho de uma tarefa refere-se às modificações e adaptações feitas pelo professor com base na avaliação dos resultados obtidos durante ou após a aplicação da tarefa, configurando-se como parte de um processo reflexivo contínuo que visa aprimorar a prática docente e qualificar a aprendizagem.

¹⁹ Enquanto o pensamento convergente está vinculado à estruturação dos conhecimentos de forma usual, o pensamento divergente está diretamente relacionado à ruptura com formas rígidas de pensar e de formular ideias, de modo a buscar, por meio de diferentes visões acerca de um problema, soluções não convencionais.

5.6 OBJETOS MATEMÁTICOS E A SUA TIPOLOGIA

A definição de objeto matemático primário adotada neste trabalho está fundamentada no Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS) (Godino, 2002; Godino; Batanero, 1994; Godino *et al.*, 2007). O EOS constitui um marco teórico que busca articular, de forma integrada, os problemas de fundamentação, desenho, implementação e avaliação dos processos de ensino e de aprendizagem da matemática. Sua base está em uma abordagem ontológica e semiótica, que orienta estratégias de clarificação conceitual, comparação teórica, hibridização e construção modular de modelos explicativos. Ao propor a construção de um sistema teórico unificado, o EOS oferece ferramentas para tratar simultaneamente de aspectos epistemológicos, ontológicos, semióticos, cognitivos e educativos que estão implicados nas práticas matemáticas e nos processos formativos, sendo especialmente útil para a análise e o desenho de tarefas didáticas.

Dando continuidade à apresentação do Enfoque Ontosemiótico, destaca-se uma de suas ferramentas teórico-metodológica, a qual trata da tipologia dos objetos matemáticos primários. Esta tipologia permite analisar a rede de elementos envolvidos nas práticas matemáticas e nos processos de ensino e de aprendizagem. Os objetos matemáticos abrangem tanto os objetos ostensivos, como símbolos, expressões, gráficos, diagramas e linguagem; quanto os objetos não ostensivos, tais como conceitos, definições, propriedades e proposições. Esses elementos se articulam em sistemas de práticas, formando uma estrutura complexa que sustenta a atividade matemática em diferentes contextos. A tipologia dos objetos matemáticos primários proposta por Godino *et al.* (2007) inclui problemas e situações, linguagens, conceitos, propriedades e proposições, procedimentos e argumentos, todos estes considerados essenciais para a análise das tarefas e para a compreensão dos significados que nelas se constroem.

Dessa forma, cada categoria de objeto matemático primário pode ser detalhada a partir de exemplos característicos que permitem compreender sua função na prática matemática e no processo de ensino e aprendizagem. Os elementos linguísticos englobam termos, expressões e notações em diferentes formas de registro; as situações e problemas incluem tanto aplicações extramatemáticas quanto tarefas e exercícios propostos em sala de aula; os conceitos e definições são

introduzidos por descrições ou formulações formais que organizam o conhecimento; as proposições e propriedades expressam relações ou afirmações estabelecidas entre conceitos; os procedimentos correspondem a algoritmos, técnicas de cálculo ou modos de resolução empregados; e, por fim, os argumentos são utilizados para validar, justificar ou explicar proposições e procedimentos, podendo assumir natureza dedutiva ou não dedutiva. Essa caracterização torna evidente que a tipologia dos objetos matemáticos primários cumpre um papel central na análise das tarefas, uma vez que possibilita organizar e categorizar os diferentes elementos que estruturam o conhecimento matemático e seus significados nos contextos de ensino e aprendizagem (Breda; Bolondi; De Abreu Silva, 2021).

Por meio da Figura 13, ilustra-se que todos os objetos matemáticos primários são mobilizados nos processos de ensino e de aprendizagem de limites.

Figura 13 - Tipologia dos objetos matemáticos primários



Fonte: Adaptado de Pino-Fan (2017)

Pino-Fan (2014) destaca a importância dos objetos primários no sistema de práticas ao explicar que eles se organizam em entidades mais complexas, como sistemas conceituais e teorias. As seis entidades primárias expandidas pela Epistemologia Ontosemiótica alcançam além da distinção tradicional entre entidades conceituais e processuais, considerando-a insuficiente para descrever os objetos que intervêm e emergem da atividade matemática (Pino-Fan, 2014). Assim, as situações/problemas são vistas como a origem ou o motivo da atividade matemática, a linguagem como um instrumento de ação e representação das demais entidades, e

os argumentos justificam procedimentos e proposições que relacionam os conceitos entre si.

5.7 METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Esta é uma pesquisa de abordagem qualitativa, de tipo pesquisa formação, para a qual compreende-se como um processo coletivo voltado a promover a socialização, troca e compartilhamento de experiências (Santos, 2020). Esta investigação também é caracterizada como de tipo interventiva pois não se limitou aos resultados obtidos, uma vez que buscou compreender o processo formativo, considerando comportamentos, intervenções, interações e produções dos participantes conforme recomendado por Bogdan; Biklen (1994) e Borba e Araújo (2010).

A formação, planejada para o formato *online* via plataforma *Google Meet*, utilizando os recursos *GeoGebra*, *Excel* e *slides*, foi realizada em seis encontros, idealizados para sua implementação no formato de aulas expositivas dialogadas, contudo, dividido em duas partes, sendo a primeira destinada para explicação teórica e a segunda para desenvolvimento prático dos conteúdos abordados.

Teve-se como participantes os alunos do Curso de Bacharelado em Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), bem como professores que lecionam CDI em cursos de carreiras não matemáticas também na mesma Universidade.

Os dados analisados referem-se a três tarefas matemáticas elaboradas e aplicadas no contexto da formação. Essas tarefas foram desenhadas com o objetivo de explorar diferentes aspectos do conceito de limite de funções reais, considerando tanto elementos conceituais quanto representacionais e tecnológicos.

A Tarefa 1 apresentada no Quadro 20 foi desenvolvida para permitir a compreensão do significado dos limites laterais, por meio de procedimentos algébricos e visualização gráfica utilizando como ferramenta tecnológicas, *applets* desenvolvido pelos autores.

Quadro 20 - Ficha 1: Tarefa 1

TAREFA 1	
Conteúdo abordado: Limites Laterais	Descrição: Calcular os limites laterais de uma função algebricamente e em seguida verificar as respostas no <i>applet</i> do <i>GeoGebra</i> . https://www.GeoGebra.org/m/uaphnvds

Dada a Função

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & : x < 2 \\ 1 & : 2 \leq x < 4 \\ \frac{1}{x-7} - 1 & : \text{caso contrário} \end{cases}$$

Encontre:

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

Para casa

g) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x)$ i) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$

Primeiramente calcule os limites em uma folha de papel e em seguida use o applet para verificar as respostas.

Nível da tarefa	Tipo de tarefa	Natureza da Tarefa
1º momento: nível de reprodução	1º momento: Tipo exercício	Fechada
2º momento: nível de conexão	2º momento: Tipo Problema	

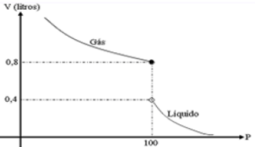
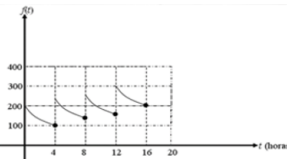
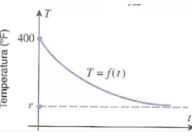
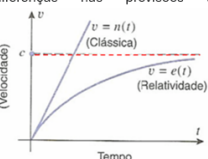
Fonte: A Autora

A tarefa foi dividida em dois momentos. No primeiro, foram trabalhados os itens de a) a f) que compreende uma tarefa do nível de reprodução (do tipo exercício), uma vez que primeiramente ela solicita cálculos, visando a compreensão e fixação de procedimentos algébricos. No segundo momento, relativo ao uso do *applet*, a tarefa é do nível de conexão (do tipo problema), tendo em vista que a tarefa visa aplicar, testar e compreender os processos que estavam ocorrendo no *applet*, ou seja, o aluno não está simplesmente aplicando uma fórmula ou regra, ele deve interagir com a ferramenta para observar, conjecturar e compreender como os limites laterais se comportam. Ambas as tarefas são de natureza fechada, pois admite um número limitado de respostas, embora seja com possibilidades de uma, duas ou mais respostas possíveis, a primeira admitindo apenas uma possibilidade e a segunda admitindo mais possibilidades, pois no *applet* é possível visualizar as aproximações dos limites para uma infinidade de pontos, porém é considerada fechada já que são solicitados pontos específicos.

A Tarefa 2, presente no Quadro 21, foi proposta para ser discutida durante a aula como um aprofundamento da tarefa anterior e para trazer um significado concreto aos limites laterais, utilizando problemas envolvendo conceitos da física:

Quadro 21 - Ficha 2: Tarefa 2

TAREFA 2	
Conteúdo abordado: Limites Laterais	Descrição: Interpretar as aplicações e dizer o resultado analisando os gráficos.

1) Um gás (vapor d'água) é mantido à temperatura constante. A medida que o gás é comprimido, o volume V decresce até que atinja uma certa pressão P crítica. Além dessa pressão, o gás assume forma líquida. Observando a figura a seguir, determine: a) $\lim_{p \rightarrow 100^+} V$ b) $\lim_{p \rightarrow 100^+} V$ c) $\lim_{p \rightarrow 100^-} V$  2) Um paciente em um hospital recebe uma dose inicial de 200 miligramas de um medicamento. A cada 4 horas recebe uma dose adicional de 100mg. A quantidade $f(t)$ do medicamento presente na corrente sanguínea após t horas é exibida na figura a seguir. Determine e Interprete: a) $\lim_{t \rightarrow 8^-} f(t)$ b) $\lim_{t \rightarrow 8^+} f(t)$ 	3) Seja $T = f(t)$ a temperatura de uma peça t minutos depois de retirada de um forno industrial. A figura abaixo mostra a curva de temperatura versus tempo para a peça, onde r denota a temperatura do ambiente. Pergunta-se: a) Qual o significado físico de $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$? b) Qual o significado físico de $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$?  4) Suponha que uma partícula esteja sendo acelerada por uma força constante. As duas curvas $v = n(t)$ e $v = e(t)$ da figura abaixo fornecem as curvas de velocidade instantânea versus tempo para a partícula conforme previstas, respectivamente, pela Física clássica e pela Teoria da Relatividade Especial. O parâmetro c representa a velocidade da luz. Usando a linguagem de limites, descreva as diferenças nas previsões a longo prazo das duas teorias. 	
Nível da Tarefa Nível de Conexão	Tipo de Tarefa Problema	Natureza da Tarefa Fechada

Fonte: A Autora

A tarefa aborda aplicações práticas dos limites, utilizando funções que modelam a pressão de gás, o tempo de permanência de um medicamento na corrente sanguínea, a temperatura de uma peça ao sair de um forno industrial e a velocidade de uma partícula na física clássica e na teoria da relatividade. O objetivo era mostrar como interpretar esses fenômenos usando limites.

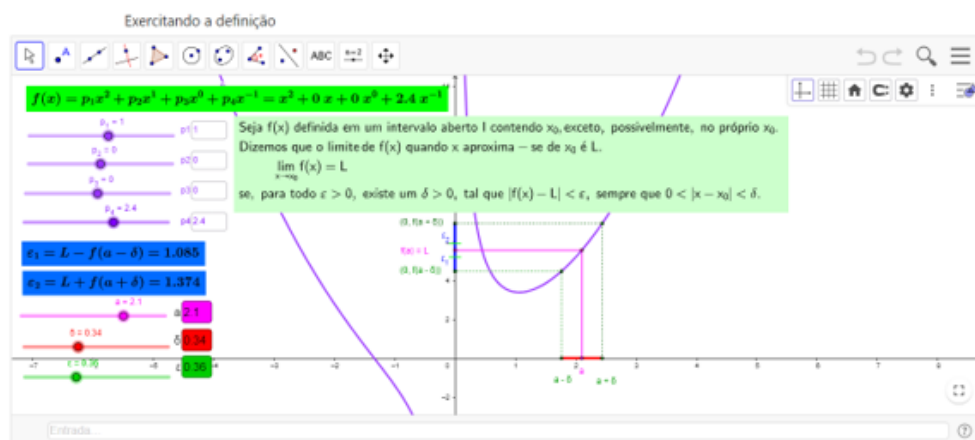
Toda a tarefa é classificada como do nível de conexão e do tipo problema, pois o aluno precisa distinguir representações distintas, interpretar os problemas, analisar os gráficos para então obter a solução. Por fim é de natureza fechada, pois para cada item é admitida apenas uma solução.

A Tarefa 3, presente por meio do quadro 22, foi desenvolvida para abordar o conceito de limites com condições de *delta*. A tarefa é aberta, pois a solução não se limita a um único valor de *delta*; qualquer valor menor que o *delta* encontrado satisfaz a condição para a demonstração:

Quadro 22 - Ficha 3: Tarefa 3

TAREFA 3	
Conteúdo abordado: Definição formal de Limite.	Descrição: Mostrar algebricamente limite usando a definição e em seguida usar o <i>aplet</i> para ver que a partir daquele <i>delta</i> a definição é satisfeita. https://www.GeoGebra.org/m/xyutpxwf

- 5) Mostre usando a definição de limite que $\lim_{x \rightarrow 1} -2x + 5 = 3$.
 6) Verifique se o δ encontrado satisfaz a definição lá no applet do geogebra



Nível da tarefa	Tipo de tarefa	Natureza da Tarefa
Conexão	Problema	Aberta

Fonte: A Autora

Essa tarefa foi desenvolvida para que o aluno manipule o *applet* do *GeoGebra* para visualizar a relação entre *épsilon* e *delta* na definição de limite. Foi classificada como uma tarefa do tipo problema. Essa tarefa foi desenvolvida para que o aluno manipule o *applet* do *GeoGebra* para visualizar a relação entre *épsilon* e o *delta* na definição de limite. Foi classificada como uma tarefa do tipo problema. Essa classificação se aplica considerando que a tarefa vai além da simples aplicação de procedimentos; ela requer que o aluno explore uma ideia matemática abstrata, a definição formal de limite, e observe como as variações em *épsilon* e *delta* afetam o comportamento da função.

O aluno precisa interagir com o *applet* para entender a relação entre essas duas quantidades e como elas definem o limite de uma função, o que envolve a descoberta e a compreensão de conceitos novos, características típicas de uma tarefa do tipo problema.

Essa tarefa abordou a definição formal de limite. É de conexão, do tipo problema, em que o aluno precisa manipular o *applet* do *GeoGebra* elaborado para permitir a visualização da relação entre *épsilon* e *delta* na definição de limite. Do mesmo modo que a tarefa anterior, o aluno precisa interagir com o *applet* e isso envolve a descoberta e a compreensão de conceitos novos.

O aluno precisa interagir com o *applet* para entender a relação entre essas duas quantidades e como elas definem o limite de uma função, o que envolve a descoberta e a compreensão de conceitos novos, características típicas de uma tarefa do tipo problema.

A construção das tarefas partiu de pressupostos teórico-metodológicos do EOS, com ênfase na tipologia dos objetos matemáticos primários envolvidos e na intencionalidade didática das propostas. Durante os encontros virtuais da formação, as tarefas foram apresentadas aos participantes, discutidas coletivamente e, em alguns momentos, resolvidas em pequenos grupos, com apoio de recursos como o *GeoGebra*. A análise se concentra na forma como essas tarefas mobilizaram objetos matemáticos.

O procedimento de análise consistiu na identificação e categorização dos objetos matemáticos primários presentes nas tarefas propostas. A análise foi realizada a partir da leitura minuciosa de cada tarefa, buscando reconhecer quais desses objetos eram mobilizados explicitamente ou implicitamente em sua estrutura.

A unidade de análise adotada considerou os enunciados, representações e demais elementos constitutivos das tarefas. Isso incluiu a forma como os problemas foram apresentados, os recursos utilizados (como imagens, gráficos, comandos do *GeoGebra*), os tipos de linguagem empregados, bem como as instruções direcionadas aos participantes, com vistas a compreender a intencionalidade pedagógica do desenho das tarefas e influência sobre os objetos matemáticos mobilizados pelos estudantes.

5.8 RESULTADOS E DISCUSSÃO

As tarefas analisadas foram previamente elaboradas e aplicadas pela pesquisadora em turmas do curso de Licenciatura em Ciências Naturais, no âmbito de sua atuação docente. No entanto, para o contexto da formação investigada, essas tarefas passaram por um processo de redesenho, fundamentado tanto na escuta dos professores participantes quanto na análise de estudos anteriores que apontam dificuldades recorrentes no ensino e aprendizagem de limites.

O redesenho buscou adequar as propostas ao perfil dos estudantes envolvidos na formação, promovendo ajustes que favorecessem a ampliação do repertório conceitual e a exploração de objetos matemáticos mais complexos. Como exemplo, a primeira tarefa originalmente envolvia uma função quadrática simples, mas foi reformulada para abordar uma função definida por partes, com o objetivo de ampliar as possibilidades de análise a partir de uma única expressão funcional. Para cada tarefa, elaborou-se fichas específicas (Apêndice A), nas quais estão descritos os objetivos, os recursos utilizados, o tempo estimado, além de possíveis erros e dificuldades que os participantes poderiam apresentar. No que se refere às características gerais das tarefas, observa-se que a maioria se enquadra no nível de conexão, é do tipo problema e apresenta natureza predominantemente fechada.

5.8.1 Os objetos matemáticos primários

5.8.1.1 Descrição e objetos matemáticos da Tarefa 1

A tarefa 1 foi planejada e desenhada de forma que os alunos deveriam primeiro calcular os limites laterais, a letra a) era limite de $f(x)$ quando x tende para um pela esquerda, a letra b) pela direita e c) para um. Como a primeira função era definida para todo x menor que dois, todos os casos são resolvidos recorrendo a primeira função e para realizar o cálculo pedido, basta substituir x por 1 na primeira sentença que define f , obtendo-se $1^2 - 1 - 1 = -1$. Ou seja, a resposta das letras a) b) e c) são todas iguais a -1.

Após esse momento, no *applet* a primeira coisa a se fazer é ajustar o x_0 e colocar igual a 1. Após esse momento o aluno deve animar para x_2 que é a

aproximação pela esquerda. Nesse momento o *applet* vai fazendo a aproximação no gráfico e enquanto o x vai se aproximando de 1 o $f(x)$ vai se aproximando de -1. Para analisar o limite pela direita o aluno deve clicar no botão de atualizar e fazer a animação clicando em animar para x_1 , nesse momento é possível visualizar a aproximação pela direita e observar que quando x se aproxima de 1, os valores $f(x)$ se aproximam de -1. Assim os estudantes podem concluir que como os limites laterais são iguais isso significa que limite de $f(x)$ quando x tende para 1 existe e é igual a -1, uma vez que foi o valor encontrado para o limite lateral pela esquerda e pela direita. O *applet* ainda tem a opção de animar os dois limites laterais simultaneamente.

Já a letra d) foi desenvolvida para calcular o limite lateral de $f(x)$ quando x se aproxima de 4 pela esquerda, ou seja, teria que se aproximar de 4 por elementos do domínio da função que são menores do que 4.

A segunda sentença representa uma função constante e, portanto, no intervalo $2 < x < 4$, $f(x) = 1$. Logo para valores do domínio menores que 4, ou seja, pela esquerda usaremos essa sentença para f . Como o limite da constante é a própria constante a resposta da letra d) é 1. A letra e) era para calcular o limite $f(x)$ quando x tende a 4 pela direita, ou seja, por valores do domínio maiores que 4. A última sentença estava definida para caso contrário aos anteriores, ou seja x maior que 4 se encaixava nessa última sentença. Substituindo 4 na última sentença obtemos $\frac{1}{4-1} - 1 = -\frac{2}{3}$. E a letra f) era o para calcular o limite de $f(x)$ quando x tende para 4. E a resposta é não existe, pois os limites laterais são diferentes, uma vez que pela esquerda é 1 e pela direita é $-\frac{2}{3}$.

Esta atividade pode permitir que os alunos entendam de forma mais específica e efetiva o conceito de limites laterais, tanto de forma algébrica quanto visual, por meio de exemplos numéricos. A utilização do *applet* foi de suma importância para proporcionar uma compreensão visual e prática dos conceitos.

O Quadro 23 foi elaborado com os objetos primeiros da tarefa 1.

Quadro 23 - Objetos Primários da Tarefa 1

Objetos primários	Descrição na tarefa
Elementos linguísticos	• Estão presentes termos como <i>limite</i> , <i>limite lateral</i> , <i>função</i> , <i>pela esquerda</i> , <i>pela direita</i> , além das expressões numéricas e simbólicas usadas na substituição, cálculo dos valores e os gráficos a partir do <i>applet</i> .

Situações/Problemas	• A tarefa, por si só, configura-se como uma situação-problema, na qual os alunos devem calcular os limites laterais de uma função em diferentes pontos (x tendendo a 1 e x tendendo a 4), utilizando tanto procedimentos manuais quanto a ferramenta digital (<i>applet</i>).
Conceitos/Definições	• Noção de função em $\mathbb{R}$ • Noção de limite e limites laterais.
Procedimentos	• Procedimentos aritméticos e algébricos para determinar valores de uma função próximos a um ponto. • Uso do <i>applet</i> para visualizar a aproximação dos limites de forma gráfica e interativa.
Proposições/Propriedades	• Se os <i>limites laterais</i> são iguais o limite existe nesse ponto e é igual ao valor dos limites laterais, caso contrário se <i>limites laterais</i> são diferentes o limite nesse ponto não existe. • O limite de uma função constante é a própria constante.
Argumentos	• Aproximação intuitiva.

Fonte: A Autora

Esses objetos matemáticos primários interagem de maneira integrada ao longo da tarefa, permitindo que os alunos desenvolvam um entendimento mais profundo do objeto matemático limites e do comportamento de uma função definida por várias sentenças. Nesse processo, a exploração dos limites laterais é potencializada pela experimentação e pela visualização no *applet* do *GeoGebra*, recurso que, como destacam Galindo; Breda (2024), mostra-se relevante também em análises envolvendo derivadas, evidenciando a importância dessa ferramenta no ensino e na aprendizagem de conceitos fundamentais do Cálculo.

5.8.1.2 Descrição e objetos matemáticos da tarefa 2

No primeiro problema, foi trabalhado o comportamento de um gás (vapor d'água) mantido à temperatura constante. À medida que o gás é comprimido, seu volume diminui até atingir uma certa pressão crítica. Acima dessa pressão, o gás se liquefaz, resultando em uma redução ainda maior do volume. Observando a figura fornecida, se determina que a pressão crítica é atingida no ponto $P = 100$. Solicitou-se que determinassem o volume quando a pressão se aproxima de 100 pela esquerda, indicando valores menores que 100. Após analisar o gráfico, os alunos verificariam que o valor do volume era 0,8. Em seguida, pergunta-se qual seria o valor do volume quando a pressão se aproxima de 100 pela direita, que seria 0,4. Se acrescenta que o limite nesse ponto não existe, já que os limites laterais são diferentes.

No segundo problema, sobre Dosagem de medicamento, um paciente em um hospital recebe uma dose inicial de 200 miligramas de um medicamento, com doses adicionais de 100 miligramas a cada quatro horas. A quantidade $f(t)$ de medicamento

presente na corrente sanguínea após t horas é exibida na figura fornecida. Explica-se que essa função modela a quantidade do medicamento na corrente sanguínea, que diminui ao longo do tempo, mas aumenta abruptamente a cada quatro horas devido à nova dosagem. Após uma explicação da interpretação do gráfico, se pergunta qual seria o limite da função quando t tende a 8 pela esquerda. Outros pontos podem ser discutidos como: para $t = 4$, o limite pela esquerda é 100 e pela direita é 250; para $t = 12$, o limite pela esquerda é 150 e pela direita é 300; e para $t = 16$, o limite pela esquerda é 200, sendo que não há valor pela direita.

No terceiro problema, sobre resfriamento de uma peça, considera-se $T = f(t)$ a temperatura de uma peça minutos após ser retirada de um forno industrial. A figura mostra a curva da temperatura versus tempo, onde r representa a temperatura ambiente. Imediatamente após a retirada, a peça está muito quente e, com o tempo, esfria até atingir a temperatura ambiente. Pode-se pedir aos alunos que interpretem o significado físico do limite de $f(t)$ quando t tende a zero pela direita. O significado físico é que a peça está na sua temperatura máxima (400°C) imediatamente após a retirada do forno. Foi respondida assim a letra (a). Para a letra (b), que abordava o conceito de limite infinito, é possível explicar o fenômeno subjacente, repetindo o procedimento para o problema seguinte, no caso o problema 4.

No quarto problema, considera-se duas funções velocidade-tempo: $v = n(t)$, prevista pela Física Clássica, $v = e(t)$, pela Teoria da Relatividade Especial, ambas descrevendo o comportamento de uma partícula acelerada por uma força constante. A figura mostra que, segundo a Física Clássica, a velocidade cresce indefinidamente com o tempo, o que pode ser representado pela afirmação de que $\lim_{t \rightarrow +\infty} n(t) = +\infty$. Já segundo a Relatividade, a velocidade se aproxima assintoticamente de um valor limite, a velocidade da luz c , ou seja, $\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = c$. Assim como no problema anterior, pode-se interpretar fisicamente esses limites: na Física Clássica, a partícula atingiria velocidades arbitrariamente altas; já na Relatividade, há um limite físico intransponível, refletido matematicamente pelo limite finito da função $e(t)$. Esse contraste entre crescimento ilimitado e aproximação de um valor máximo é central para entender como o conceito de limite pode descrever comportamentos físicos a longo prazo.

No Quadro 24 apresenta-se os objetos primários da Tarefa 2.

Quadro 24 - Objetos Primários da Tarefa 2

Objetos primários	Descrição na tarefa
Elementos linguísticos	• Termos como "pressão crítica", "volume", "medicamento", "dosagem", "temperatura", "tempo" e "limite" são exemplos de elementos linguísticos presentes. Além disso, gráficos e figuras que representam o comportamento dos fenômenos físicos modelados aparecem como notações visuais importantes para a resolução dos problemas.
Situações/Problemas	Cada um dos quatro problemas envolve uma situação real aplicada: • O comportamento de um gás sendo comprimido, com análise do volume em função da pressão. • A dosagem de medicamento em um paciente e sua presença na corrente sanguínea ao longo do tempo. • O resfriamento de uma peça após ser retirada de um forno industrial, analisando a temperatura em função do tempo. • A relação entre a velocidade na física clássica e teoria da relatividade. Essas situações contextualizam o uso do conceito de limites laterais, e proporcionam uma ligação entre matemática e fenômenos do mundo real.
Conceitos/Definições	• Noção de função em $\mathbb{R}$ • Noção de limite e limites laterais.
Procedimentos	• Procedimentos de interpretação gráfica para determinar valores de uma função próximos a um ponto ou ao longo do tempo.
Proposições/Propriedades	• Se "os limites laterais são iguais" o limite existe nesse ponto e é igual ao valor dos limites laterais, caso contrário se "limites laterais são diferentes" o limite nesse ponto não existe.
Argumentos	• Aproximação intuitiva.

Fonte: A Autora

Esses objetos matemáticos primários aparecem de forma integrada ao longo da tarefa, auxiliando os alunos a aplicarem e interpretarem o conceito de limite em diferentes contextos físicos. Tal abordagem não apenas reforça a compreensão do conceito matemático, mas também evidencia sua relevância em modelagens de fenômenos reais. Nesse sentido, conforme destacam Gusmão e Font (2021), ao considerar o critério de contextualização e relevância social no ciclo de estudo e desenho de tarefas, amplia-se a possibilidade de atribuir significado ao conceito de limite, aproximando-o de situações concretas e socialmente pertinentes.

5.8.1.3 Descrição e objetos matemáticos da Tarefa 3

Os alunos deveriam provar usando a definição que o limite de $f(x) = -2x + 5$, quando x tende para 1 é igual a 3. Para isso eles deveriam usar as desigualdades apresentadas na definição ($\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0; |f(x) - L| < \varepsilon$, sempre que $0 < |x - a| < \delta$). Ou seja, era preciso associar o *delta* e o *épsilon*. Sabendo que $0 < |x - 1| < \delta$ e que $|-2x + 5 - 3| < \varepsilon$. Fazemos as manipulações nessa desigualdade $|-2x + 5 -$

$3| < \varepsilon$. Fazendo $5 - 3$ obtemos, $|-2x + 2| < \varepsilon$ e colocando -2 em evidência obtemos $|-2(x - 1)| < \varepsilon$, uma vez que o valor absoluto de -2 é 2 , então obtemos, $2|(x - 1)| < \varepsilon$, e multiplicando ambos os membros por $1/2$ obtemos $|(x - 1)| < \frac{\varepsilon}{2}$. Assim conseguimos uma desigualdade igual a que está associada ao delta, e para finalizar basta tomar $\delta = \frac{\varepsilon}{2}$. Ou seja, para qualquer épsilon dado, qualquer delta menor ou igual a $\frac{\varepsilon}{2}$ satisfaz à nossa definição.

No *applet* o aluno deverá colocar os coeficientes da função que será utilizada, o valor do x_0 e escolher um épsilon, depois verificar que se fizer o *delta* igual a $\frac{\varepsilon}{2}$ encontra um resultado satisfatório (considerando o intervalo entorno do x , a imagem dos elementos contidos nesse intervalo é subconjunto do intervalo entorno de $f(x)$). O *applet* permite ainda, diminuir o Épsilon e mostrar que se o *delta* for a metade desse novo Épsilon a condição se mantém. O limite existe se mesmo diminuído o épsilon cada vez mais sempre se encontra o *delta* que satisfaz essa condição dos intervalos. Esta tarefa visa permitir que os alunos entendam o conceito de limites com condições de *delta* em função de épsilon, tanto de forma algébrica quanto visual. Cabe ressaltar que a utilização do *applet* é fundamental tendo em vista que proporciona a compreensão visual e prática dos conceitos.

Ainda âmbito da seleção de tarefas, planejar o tempo, o espaço e os recursos são fundamentais para o sucesso da sua construção, implementação e que alcance os objetivos a qual ela foi proposta. A formação foi planejada para o formato on-line, com seis encontros, utilizando diferentes recursos como *GeoGebra*, *Excel* e *slides* para as aulas expositivas dialogadas, sendo a primeira parte destinada para explicação teórica e a segunda para desenvolvimento prático dos conhecimentos.

Em relação ao encontro 4, a gestão do tempo, espaço e recursos foi planejada para ocorrer em duas horas e foi desenvolvida no tempo previsto sendo: 3 minutos para retomar o conceito de limites laterais visto na aula anterior; explicação do enunciado das tarefas e esclarecimentos necessários à resolução da mesma, a explanação de um exemplo e a separação dos presentes em duas salas do *meet*; procedimentos que duraram 17 minutos; a resolução da atividade pelos alunos e apresentação dos resultados obtidos por eles durou 35 minutos; a resolução das tarefas de aplicações requereram um tempo de 10 minutos; para última tarefa do

encontro houve a necessidade da pesquisadora explicar a definição de limite e fazer um exemplo algébrico enfatizando a relação existente entre o épsilon e o *delta* usando o *applet* construído, bem como separar os estudantes em salas do *Meet*, procedimentos que tomaram 10 minutos; a resolução dessa última tarefa pelos alunos e apresentação dela por eles durou 40 minutos; por fim, nos 5 minutos restantes a primeira autora fez esclarecimentos sobre tarefa deixada para casa, além de ressaltar a necessidade dos alunos acessarem o *link* da frequência disponível na página da última tarefa no *GeoGebra*.

O Quadro 25 resalta os objetos primários da Tarefa 3.

Quadro 25 - Objetos primeiros da Tarefa 3

Objetos primários	Descrição na tarefa
Elementos linguísticos	Os termos "limite", "definição formal de limite", "ε (<i>épsilon</i>)", "δ (<i>delta</i>)", "função", "coeficientes", "x_0" e "intervalos" são os principais elementos linguísticos usados. O uso de símbolos matemáticos e notações que compõem os elementos linguísticos.
Situações/Problemas	- A tarefa propõe uma situação matemática em que os alunos devem provar, usando a definição formal, que o limite de $f(x) = -2x + 5$ quando x tende para 1 é igual a 3. - A tarefa envolve o uso de um <i>applet</i> para a visualização da relação entre ε e δ, o que traz uma dimensão prática e visual ao problema.
Conceitos/Definições	- Noção de função em $\mathbb{R}$ - Definição de limite.
Procedimentos	- Procedimentos aritméticos e algébricos para demonstrar que $\lim_{x \rightarrow 1} -2x + 5 = 3$. - Procedimentos específicos de geometria analítica. - Procedimentos relacionados à distância ou valor absoluto. - Uso do <i>applet</i> para testar visualmente essa relação existente entre ε e δ na definição de limite.
Proposições/Propriedades	Aplicação de propriedades de distância (valor absoluto) e existência de limite de uma função em um número real.
Argumentos	- A tarefa requer que os alunos justifiquem cada passo da demonstração algébrica, mostrando que, para qualquer ε escolhido, existe um δ correspondente que satisfaz a condição $f(x) - L < \varepsilon$. - A visualização no <i>applet</i> reforça esse argumento, demonstrando graficamente que a relação se mantém mesmo quando ε é reduzido.

Fonte: A Autora

Nessa tarefa, os alunos tiveram a oportunidade de aplicar tanto procedimentos algébricos quanto visuais para compreender o conceito de limite com ênfase na relação entre ε e δ . A atividade pôde fortalecer a habilidade do aluno de transitar entre representações formais e visuais de um conceito matemático abstrato. Além disso, a gestão adequada de tempo, espaço e recursos no planejamento das atividades, como o uso de ferramentas tecnológicas, foi essencial para que os objetivos fossem atingidos de maneira eficiente e colaborativa (Gusmão, 2019).

5.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas voltadas ao ensino de limites de funções reais, à luz da dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS). Para isso, foram examinadas três tarefas aplicadas em um contexto de formação com estudantes e professores, considerando-se a tipologia de objetos matemáticos primários como ferramenta analítica central.

A análise evidenciou que o desenho e o redesenho das tarefas permitiram a mobilização de uma variedade significativa de objetos matemáticos – como conceitos, procedimentos, proposições, argumentos, elementos linguísticos e situações-problema – de forma articulada e intencional. As tarefas favoreceram a exploração tanto algébrica quanto visual do conceito de limite, integrando representações simbólicas, gráficas e tecnológicas por meio do uso de applets e discussões em grupo.

Destaca-se que o uso da dimensão epistêmica do EOS como referencial teórico-metodológico proporcionou uma análise detalhada dos elementos que compõem as tarefas e de suas implicações no processo de ensino e aprendizagem. Ao evidenciar os objetos matemáticos presentes e seus papéis epistêmicos, foi possível compreender em que medida as tarefas analisadas contribuíram para o desenvolvimento de práticas escolares mais significativas e coerentes com a complexidade do conceito de limite.

Em síntese, esta investigação reafirma a importância do desenho consciente e fundamentado de tarefas matemáticas no ensino superior, especialmente em conteúdos abstratos e desafiadores como os limites de funções reais. Também aponta para a necessidade de formações docentes que valorizem a reflexão crítica sobre os objetos matemáticos envolvidos nas práticas de ensino, contribuindo para a qualificação do trabalho pedagógico e para a aprendizagem dos estudantes. Pretendemos fazer uma outra análise dessas tarefas usando as idoneidades didáticas.

Em um próximo trabalho, direcionaremos nossa análise para a gestão das tarefas, tomando como referência os Critérios de Adequação Didática (CAD). Esse enfoque permitirá aprofundar a compreensão sobre as escolhas e estratégias

mobilizadas pelos professores na condução das tarefas, bem como avaliar em que medida tais decisões favorecem o alcance dos objetivos de ensino e aprendizagem dos limites de funções reais.

REFERÊNCIAS

ARAYA, D. A.; PINO-FAN, L. R. Componentes e indicadores para el diseño y reflexión de procesos de instrucción sobre límites de funciones en una variable. **Paradigma**, v. XLIV, p. 409-426, 31 maio 2023.

BENTO MOREIRA, Celma; CRISTINA ROCHA SILVA GUSMÃO, Tânia; FONT MOLL, Vicenç. O que Tem Dentro? O que Mudou? Desenho de Tarefas para Promover Percepções Matemáticas na Educação Infantil. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 9, n. 2359–2842, p. 786–807, 2016.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BREDA, A.; BOLONDI, G.; DE ABREU SILVA, R. Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, [s./], v. 3, p. e202117, 26 jul. 2021.

GALINDO, M. K. **Proceso de enseñanza y aprendizaje de la derivada con estudiantes de Ingeniería Comercial**. 2023. Tese (Doutorado) - Universitat de Barcelona, Barcelona, 2023.

GALINDO ILLANES, M. K.; BREDA, A. Significados de la derivada en los libros de texto de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s. /], v. 37, n. 75, p. 271-295, 2023.

GALINDO ILLANES, M. K.; BREDA, A. Proceso de instrucción de la derivada aplicado a estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. **Uniciencia**, [s. /], v. 38, n. 1, p. 303-323, 2024.

GODINO, J. D. **Enfoque Ontosemiótico en educación matemática Fundamentos, herramientas y aplicaciones**. v. 1. [s./]: McGraw-Hill Interamericana de España, 2024.

GODINO, J. D. Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. In: Contreras, J. M.; Cañadas, G. R.; Gea, M. M.; Arteaga, P. (Orgs.). **Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013. p. 1-15.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [s./], 1994.

GODINO, J. D. *et al.* Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque Ontosemiótico. In: REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, 21. [s. l.], 2007. **Anais [...]**. [s. l.]: RELME, 2007.

GODINO, J. D. **Enfoque Ontosemiótico en educación matemática Fundamentos, herramientas y aplicaciones**. v. 1. [s.l.]: McGraw-Hill Interamericana de España, 2024.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do Desenho à Gestão de Tarefas no Ensino e na Aprendizagem da Matemática. In: ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18., Ilhéus, Bahia, 2019. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2019.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; FONT, Vicenç. Ciclo de estudo e desenho de tarefas
Study and Task Design Cycle. **Educação Matemática Pesquisa : Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 22, n. 3, p. 666–697, 9 jan. 2021.

MACEDO, R. S. . **Pesquisa-Formação/Formação-Pesquisa: Criação de saberes e heurística formacional**. 1. ed. Campinas SP: Pontes Editores, 2021.

NUNES, M; GUSMÃO, T.C.R.S.; BLANCO, T. A competência do professor em análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento. **Revista Paradigma**, [s. l.], v. XLIV, p. 453-480, 2023.

PINO-FAN, L. R. Contribución del Enfoque Ontosemiótico a las investigaciones sobre didáctica del cálculo. In: CONGRESO INTERNATIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS, 2., [s. l.], 2017. **Actas [...]**. [s. l.]: UFPE, 2017. p. 1-16.

RODRIGUES, G. S. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. Desenho de tarefas matemáticas na perspectiva da criatividade. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v. 5, n. 2, p. 343-363, 18 set. 2020.

SILVA, D. S., GUSMÃO, T. C. R. S., SOUZA, G. M.; ASSIS, E. S. Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 18, n. 1982–5153, p. 1-36, 20 fev. 2025.

SILVA, S. R. S. **RevYou - ferramenta de apoio à execução de revisões e mapeamentos sistemáticos de modo colaborativo e distribuído**: módulo apresentação dos dados.

SOUSA, Jorge Ramos et al. CONTRIBUIÇÕES DO (RE)DESENHO DE TAREFAS PARA APROXIMAÇÃO DA MATEMÁTICA COM O ENTORNO SOCIAL DA ESCOLA. **Práxis Educacional**, v. 15, n. 33, p. 444, 1 jul. 2019.

CAPÍTULO 6 - ARTIGO 5: GESTÃO DE TAREFAS NO ENSINO DE LIMITES DE FUNÇÕES REAIS NO ENSINO SUPERIOR

Este capítulo tem como objetivo apresentar o quinto estudo desenvolvido nesta tese, cujo propósito central foi analisar a gestão de tarefas no ensino de Limites de Funções Reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação dessas tarefas impactam o processo de aprendizagem.

Dando sequência ao trabalho realizado no artigo anterior, em que foram examinados os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados nas tarefas, este estudo volta-se para a dimensão da gestão docente, investigando de que maneira as escolhas feitas pela pesquisadora — desde o planejamento até a avaliação — influenciam a aprendizagem dos estudantes.

Para tanto, analisou-se a gestão das tarefas propostas no encontro 4, em que foram trabalhados os temas: Limites laterais, Aplicações de limites e Definição de limite. O estudo contemplou três momentos fundamentais: (i) o planejamento, em que se consideraram as intenções didáticas e os recursos selecionados; (ii) a implementação, que evidenciou como as tarefas foram conduzidas em sala e as interações que emergiram; e (iii) a avaliação, na qual se refletiu sobre os resultados obtidos e os ajustes necessários para potencializar a aprendizagem.

Essa análise permitiu compreender os desafios e as potencialidades envolvidos na gestão de tarefas no ensino de limites, revelando como a mediação do professor pode favorecer — ou, em alguns casos, limitar — a construção de significados matemáticos pelos estudantes. Ao mesmo tempo, o estudo fornece elementos para repensar práticas pedagógicas, reforçando a importância de uma gestão consciente e fundamentada de tarefas como instrumento potencializador no ensino e aprendizagem de Limites de Funções Reais.

6.1 REFERÊNCIA

O artigo encontra-se com a última colaboradora, professora Adriana Breda, de modo que se pretende submeter à revista EMP. TÍTULO: GESTÃO DE TAREFAS NO ENSINO DE LIMITES DE FUNÇÕES REAIS NO ENSINO SUPERIOR.

6.2 RESUMO

O ensino de limites de funções reais no ensino superior é um desafio devido à complexidade desse objeto matemático e às dificuldades enfrentadas pelos estudantes para a sua aprendizagem. Partindo desta problemática, o presente estudo tem como objetivo analisar a gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação de tais tarefas impactam a aprendizagem. A pesquisa, de abordagem qualitativa e do tipo formação, foi realizada com dois grupos de participantes: 1) 10 alunos do curso de Bacharelado em Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão e; 2) 3 professores que lecionam Cálculo para carreiras não matemáticas. A formação para os estudantes teve 120 horas de duração, tendo especial atenção para um conjunto de tarefas. Desta formação participaram os professores na condição de observadores e validadores das tarefas quanto à sua estrutura e conteúdo. O estudo fundamentou-se nos Critérios de Adequação Didática (CAD) da Abordagem Ontosemiótica. Os resultados indicam que a gestão adequada das tarefas, fundamentada nos CAD, aliada ao uso de recursos tecnológicos como o *software GeoGebra*, contribui para a assimilação dos conteúdos, a construção de significados e o engajamento dos estudantes. Concluímos que um planejamento cuidadoso e estratégias interativas favorecem para o alcance de uma melhor aprendizagem, permitindo a superação das dificuldades comuns no ensino de limites.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo; Gestão de Tarefas; Limite de Função; Adequação Didática; Educação Matemática.

6.3 ABSTRACT

The teaching of limits of real functions in higher education is a challenge due to the complexity of this mathematical object and the difficulties faced by students in learning it. Based on this problem, the present study aims to analyze the management of tasks in the teaching of limits of real functions, exploring how the planning, implementation, and evaluation of such tasks impact learning. The research, with a qualitative and formative approach, was conducted with two groups of participants: (1) 10 students from the Bachelor's program in Science and Technology at the Federal University of Maranhão; and (2) 3 professors who teach Calculus for non-mathematics majors. The training program for the students lasted 120 hours, with special attention given to a set of tasks. The professors participated in this training as observers and validators of the tasks in terms of their structure and content. The study was grounded in the Didactical Suitability Criteria (DSC) of the Onto-semiotic Approach. The results indicate that adequate task management, based on the DSC, combined with the use of technological resources such as the *GeoGebra* software, contributes to content assimilation, the construction of meaning, and student engagement. We conclude that careful planning and interactive strategies foster better learning outcomes, enabling the overcoming of common difficulties in the teaching of limits.

Keywords: Calculus Teaching; Task Management; Function Limit; Didactical Suitability; Mathematics Education.

6.4 INTRODUÇÃO

O ensino de limites de funções reais representa um dos desafios centrais no campo do Cálculo, frequentemente marcado por dificuldades na compreensão dos conceitos abstratos e nas suas aplicações práticas. Essas dificuldades estão diretamente relacionadas à natureza formal e abstrata do conceito de limite, que exige não apenas uma compreensão intuitiva, mas também o desenvolvimento de habilidades analíticas robustas em detrimento dos métodos matemáticos procedimentais requeridos nas operações numéricas ou algébricas (Araya, 2022; Bertolazi, 2017; Silva *et al.*, 2025b). Nesse cenário, a forma como os professores planejam e gerenciam as tarefas é determinante para garantir que os alunos possam superar essas dificuldades e construir uma compreensão sólida e duradoura sobre o tema (Gusmão, 2019).

A tarefa, segundo Gusmão (2019), é compreendida como um conjunto amplo de propostas – como problemas, atividades, exercícios, projetos e investigações – que têm como objetivo promover a aprendizagem matemática dos alunos, podendo variar em complexidade e forma de resolução, desde a simples reprodução de procedimentos até níveis que exigem reflexão crítica. O planejamento da tarefa é um processo reflexivo e dinâmico no qual o professor define objetivos, ações e recursos, organizando o conteúdo de forma progressiva e contextualizada para favorecer a compreensão e superação de dificuldades, especialmente em temas complexos como limites. Já a gestão da tarefa refere-se ao conjunto de ações realizadas pelo professor durante sua aplicação em sala de aula, como a preparação, contextualização, formulação de perguntas, interação com os alunos e organização do tempo, sendo essencial para que o ensino ocorra de maneira estruturada, significativa e adaptada às necessidades dos estudantes.

Tarefas referentes a diferentes objetos matemáticos foram planejadas e gerenciadas a partir de princípios orientadores, como por exemplo os Critérios de Adequação Didática (CAD) (Breda; Font; Pino-Fan, 2018; Font; Planas; Godino, 2010a). Por exemplo, a pesquisa de Nunes *et al.* (2025) se preocupou em analisar as competências desenvolvidas por professores quando analisam tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento. Já, a investigação realizada por Sousa e Gusmão

(2023) analisa da competência criativa em (futuros) professores para desenhar tarefas matemáticas ou redesenhar tarefas já existentes envolvendo Funções Quadráticas e quais conhecimentos e critérios utilizam para (re)desenhá-las, a partir de uma formação online utilizando a comunicação síncrona (Google Meet) e assíncrona (Ambiente Virtual de Aprendizagem). E Vasconcelos *et al.* (2025) que buscou apresentar um instrumento de avaliação para cursos de Medicina, adaptado dos Critérios de Idoneidade Didática (CID). Por essa razão, essa abordagem se torna urgente no ensino de limites de funções reais, haja vista os desafios específicos enfrentados pelos alunos em assimilar a definição formal e compreender os significados dos limites em diferentes contextos matemáticos e físicos.

Com base no exposto, este trabalho tem como objetivo analisar a gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação de tarefas por meio dos Critérios de Adequação Didática impactam a aprendizagem. Em particular, são explorados princípios de adequação epistêmica, cognitiva, afetiva, interacional e ecológica, para assegurar que as tarefas sejam adequadas ao nível de conhecimento dos alunos, incentivem o raciocínio crítico e favoreçam a interação entre professor e estudante. Essa abordagem integrada tem como foco não apenas facilitar a compreensão formal da noção de limite, mas também construir uma relação mais profunda entre os estudantes e a Matemática.

A pesquisa também considera a adequação de meios mediante o papel das Ferramentas Tecnológicas na promoção de uma aprendizagem mais significativa (Ausubel, Novak, Hanesian, 1980) e interativa, conectando o conceito de limite a aplicações reais e práticas. Por meio de intervenções didáticas planejadas, busca-se sanar as dificuldades mais frequentes enfrentadas pelos estudantes, entre elas a dificuldade em compreender o que é buscado na atividade proposta; o entrave na manipulação das sentenças matemáticas em diferentes registros; às dificuldades predominantes do processo didático; ou à própria natureza cognitiva dos estudantes, que ainda podem não terem desenvolvido as estruturas mentais necessárias na assimilação da complexidade inerente aos conhecimentos do Cálculo. Busca-se, ainda, promover não apenas a compreensão teórica do tema, mas também sua aplicação em problemas contextualizados.

6.5 LIMITES E SEU ENSINO

A noção de limite está presente em diversas situações vivenciadas pelos estudantes durante a Educação Básica, como inscrever figuras regulares em uma circunferência, aproximar pontos, dividir segmentos de retas, analisar o comportamento de sequências numéricas, comparar áreas e aproximar valores por meio de variações, entre outros. Assim, é esperado que, ao ingressar no Ensino Superior, o aluno já possua noções intuitivas de limite, mesmo sem ter sido exposto formalmente a essa explicação específica sobre o comportamento de funções na vizinhança de um ponto (Silva, 2017). O Cálculo Diferencial e Integral (CDI), como todo o conhecimento matemático, é construído a partir de conceitos, os quais derivam tanto de outras áreas do conhecimento quanto da própria Matemática, conferindo-lhe uma estrutura complexa e interconectada (Silva, 2017).

De acordo com Eves (2004) e Boyer (2012), o desenvolvimento inicial do Cálculo foi marcado pela ausência de justificativas coerentes para alguns dos procedimentos utilizados, como a aceitação ou exclusão dos infinitésimos²⁰. Apesar da eficiência técnica dessas abordagens, a falta de rigor matemático gerava resistência à sua aceitação. Apenas com o surgimento do conceito formal de limite foi possível consolidar a técnica de derivação (ou diferenciação) e integração, conferindo ao Cálculo o rigor necessário para sua plena aceitação. Esse conceito não apenas trouxe consistência matemática às operações, mas também se tornou o eixo central da disciplina. Assim, a linguagem dos limites, introduzida no século XIX, veio substituir definitivamente a lógica dos infinitésimos.

A definição formal de limite de funções reais de uma variável real baseia-se na análise apresentada no livro "Cálculo A", em que a noção de limite é inicialmente abordada de forma intuitiva. Segundo Flemming e Gonçalves (2007, p. 66), "Intuitivamente, diz-se que uma função tem limite L quando x tende a a se é possível tornar $f(x)$ arbitrariamente próximo de L , desde que se escolha valores de x , com $x \neq a$, suficientemente próximos de a ". Para formalizar essa ideia, considera-se uma função $f(x)$ definida em um intervalo aberto I que contém o ponto a , exceto

²⁰ Leibniz chamava de infinitésimos as pequenas parcelas a serem somadas no processo de integração, ao mesmo tempo em que imaginava as curvas sendo constituídas de partes infinitesimais, como se fossem pequenos segmentos de reta.

possivelmente no próprio a . Assim, cabe afirmar que o limite de $f(x)$ quando x se aproxima de a é L , e se representa essa relação como: $f(x) = L$, se, para todo $\varepsilon > 0$, existe um $\delta > 0$ tal que $|f(x) - L| < \varepsilon$ sempre que $0 < |x - a| < \delta$. Essa definição descreve o comportamento da função $f(x)$ à medida que se aproxima de um valor L , considerando que a função assume valores de x que tendem a a , mas não necessariamente a .

Nos cursos de CDI, o processo de ensino costuma começar com exemplos de sequências numéricas, abordando os conceitos de domínio, contradomínio e suas variações, para que os alunos possam identificar a regra de formação de uma função, com ou sem o auxílio de recursos gráficos. Tanto em sala de aula quanto em livros didáticos, observa-se a necessidade de que os alunos percebam como, ao comparar duas sequências, uma delas converge para um número limite à medida que os valores da outra se aproximam de um número específico. A partir dessa percepção inicial, a definição formal de limite de funções é apresentada. (Silva, 2017).

Na sequência, o conceito de função derivada é introduzido, tendo como base o limite aplicado à inclinação de uma reta que progressivamente se aproxima da tangente de uma curva. Por fim, o conceito de integral é desenvolvido com fundamento no limite, considerando a aproximação da área sob uma curva no plano cartesiano, por meio de particionamentos e somatórios de áreas de figuras planas (Silva, 2017).

Na prática, muitos alunos enfrentam dificuldades para compreender os limites laterais e a definição formal de limite, uma vez que esses conceitos demandam uma análise mais detalhada e abstrata do comportamento das funções. A principal dificuldade está em assimilar que, para que o limite exista em um ponto, é necessário que os valores da função, ao serem analisados tanto pelo lado direito quanto pelo lado esquerdo, convirjam para o mesmo valor. Essa exigência de uniformidade nos limites laterais pode parecer contraintuitiva inicialmente, especialmente para alunos que estão dando os primeiros passos no estudo formal do Cálculo. (Eteval *et al.*, 2023).

A definição formal de limite, que envolve a ideia de aproximação arbitrária (conceitos de "*épsilon*" e "*delta*"), adiciona outro nível de complexidade, pois exige uma interpretação rigorosa e precisa de como a função se comporta à medida que se aproxima de um ponto específico. Esses obstáculos, somados à pouca experiência dos alunos com abstrações matemáticas mais avançadas, fazem com que essa etapa

do aprendizado exija um suporte didático mais detalhado e tarefas diferenciadas que ajudem a construir e solidificar esses conceitos (Dos Santos, 2013).

Para reduzir as dificuldades que os alunos encontram na compreensão dos limites, muitas pesquisas vêm propondo métodos pedagógicos inovadores. Entre eles, destaca-se o uso de ferramentas visuais, como o *software GeoGebra*, que permite explorar graficamente o comportamento das funções e visualizar o conceito de aproximação em tempo real (Silva, 2017). A aprendizagem colaborativa também tem sido amplamente estudada, promovendo discussões em grupo que incentivam os alunos a refletirem sobre os conceitos e construí-los de forma ativa com seus pares. Além disso, segundo Gusmão e Font (2021) o foco nas tarefas é outra abordagem que vem ganhando espaço, pois chama a atenção de professores para os cuidados que devem ter desde a seleção a implementação de tarefas em sala de aula e que a análise de tarefas enriquece o conhecimento didático e matemático do professor. Utilizando a abordagem com foco nas tarefas sobre Limites, percebe-se nas pesquisas finalizadas que Limites é o assunto que os alunos tem mais dificuldade do Cálculo I e que a parte Emocional é pouco trabalhada nas pesquisas desse assunto (Silva; Gusmão; Souza; Lando, 2025) e que os pesquisadores têm se esforçado para produzir diferentes tipos de tarefas (Silva *et al.*, 2025b). Essas abordagens combinam recursos tecnológicos e estratégias pedagógicas para minimizar as barreiras associadas ao estudo de limites em Cálculo.

6.6 PLANEJAMENTO E GESTÃO DE TAREFAS

Entende-se tarefa de acordo com Gusmão (2019, p.1) como “um conjunto amplo de propostas, que englobam problemas, atividades, exercícios, projetos, jogos, experiências, investigações etc., que o professor leva para a sala de aula visando à aprendizagem matemática de seus alunos”. Cabe complementar que, segundo essa autora, o nível de competência exigido para resolver uma tarefa varia conforme o grau de pensamento envolvido, podendo ser classificado em três níveis: *reprodução*, onde há repetição de práticas e procedimentos rotineiros; *conexão*, que envolve a integração e conexão entre conceitos matemáticos; e *reflexão*, que se refere à capacidade de refletir sobre os processos utilizados na resolução de problemas. Além disso, a natureza das tarefas pode ser dividida em *fechadas*, que admitem um número

limitado de respostas, como exercícios tradicionais, e *abertas*, que permitem múltiplas respostas e representações, típicas em problemas mais complexos. Com relação aos tipos de tarefas, existem os *exercícios*, que focam na repetição de procedimentos e cálculos, e os *problemas*, que exigem a busca de elementos desconhecidos e a compreensão das relações entre conceitos.

Por planejamento de tarefas, entende-se o processo reflexivo e dinâmico no qual o professor define objetivos, metas, ações e recursos necessários para promover o aprendizado dos alunos. O planejamento de tarefas matemáticas, aliado à sua gestão em sala de aula, tem um impacto importante tanto na experiência dos estudantes com o conhecimento matemático quanto na profundidade de sua aprendizagem (Pereira; Gusmão, 2020). Para Gusmão (2019), o planejamento constitui uma etapa importante da atividade docente. É por meio dele que o professor estabelece os objetivos, metas, ações e recursos necessários à produção dos resultados que convergem para a aprendizagem dos alunos.

O ensino de objetos matemáticos complexos, como limites, exige um planejamento cuidadoso e estruturado que permita aos alunos desenvolverem uma compreensão gradual e aprofundada. Nesse sentido, é importante que o professor organize o conteúdo de forma progressiva, começando com abordagens intuitivas que estabeleçam uma base sólida antes de introduzir definições formais e abstrações matemáticas mais elaboradas. É essencial, por exemplo, que o planejamento inclua tarefas variadas e contextualizadas, que conectem os conceitos à realidade prática dos alunos, facilitando sua compreensão. Momentos de reflexão e discussão em sala de aula também desempenham um papel fundamental, pois permitem que os estudantes questionem, debatam e construam coletivamente o entendimento sobre o tema. O uso de ferramentas tecnológicas e atividades interativas que possibilitem a visualização para o entendimento de conceitos e sua aplicação prática é outra estratégia que pode enriquecer o planejamento e reforçar o aprendizado (Bruno, 2019). Dessa forma, ao planejar cuidadosamente, o ensino de limites, é possível propor estratégias que ajude a superar as dificuldades comuns relacionadas ao tema.

A gestão de tarefas na Educação Matemática é fundamental para a organização e desenvolvimento eficiente das atividades em sala de aula, promovendo um ambiente no qual o processo de ensino de determinados objetos ocorre de maneira estruturada e significativa. Por gestão de tarefas, entende-se “um conjunto

de ações desenvolvidas pelo professor para explorar de forma eficiente as tarefas em sala de aula, visando ao alcance dos objetivos estabelecidos”(Pereira; Gusmão, 2020). Segundo Gusmão (2019), a gestão de tarefas refere-se às ações do professor ao conduzir e aplicar tarefas na sala de aula, abrangendo a preparação inicial, contextualização, interação professor-aluno e aluno-aluno, perguntas e problematizações, além da distribuição de tempo e outros arranjos.

Segundo Pereira e Gusmão (2020), o conceito de gestão tem sido amplamente adaptado e aplicado no campo educacional ao longo dos anos, ganhando destaque em diversas dimensões, inclusive na dimensão pedagógica. Vários autores têm apresentado estudos relacionados à gestão pedagógica: Ponte (2003) aborda a Gestão Curricular; Vasconcellos (2002) e Weinstein e Novodvorsky (2015) tratam da Gestão na Sala de Aula; e Gauthier (2013) discute a Gestão da Matéria e Gestão da Classe.

De Sousa *et al.* (2019, p.43) define gestão de tarefas como “toda a parte de aplicação e condução da tarefa – preparação inicial, contextualização, perguntas, provocações e problematização feitas, distribuição do tempo, interação professor-aluno e aluno-aluno, entre outros arranjos”. Esse enfoque na gestão pedagógica permite que o professor planeje, organize e avalie as tarefas de maneira a atender às necessidades e ao nível de compreensão dos alunos.

No ensino de limites, uma boa gestão das tarefas permite que o professor crie sequências didáticas que conduzem o aluno a uma construção gradual do conhecimento, respeitando o ritmo de aprendizagem e proporcionando *feedbacks* regulares que ajudam na consolidação do conteúdo. Assim, gestão de tarefas torna-se uma ferramenta para otimizar processos de ensino e de aprendizagem em matemática, organizando o tempo, os recursos e as práticas pedagógicas de modo a potencializar o desenvolvimento das competências dos alunos (Gusmão, 2019).

A Educação Matemática, como um Campo de natureza técnico-científico, oferece uma variedade de abordagens teórico-metodológicas que auxiliam na descrição e explicação de como o conhecimento matemático é construído, como os processos de ensino e de aprendizagem se desenvolvem e como podem ser aprimorados (Breda; Bolondi; De Abreu Silva, 2021; Brousseau, 2008; Godino, 2006). Uma dessas abordagens teóricas é a Abordagem Ontosemiótica da Cognição e Instrução Matemática (AOS), caracterizada por ser uma abordagem teórica inclusiva

que, ao articular e integrar teorias já existentes no campo da Educação Matemática, permite tratar de maneira integrada os problemas epistemológicos, ontológicos, semiótico-cognitivos, educativo-instrucionais, ecológicos, de otimização da instrução e de formação de professores (Font; Planas; Godino, 2010b; Godino; Batanero; Font, 2007).

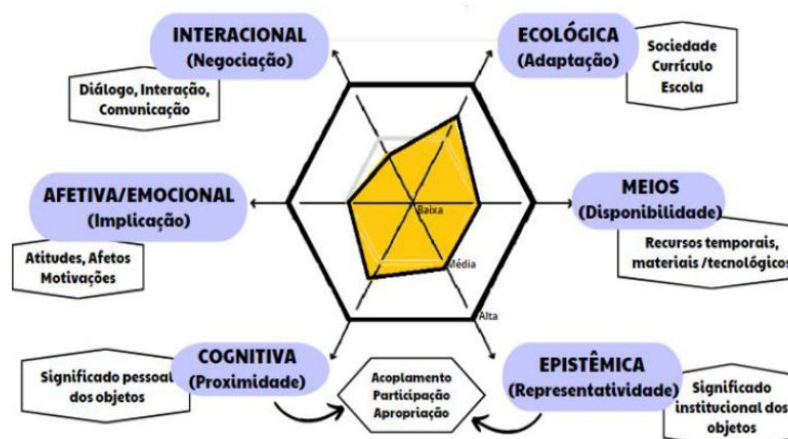
A AOS disponibiliza uma série de ferramentas teórico-analíticas, tal como os Critérios de Adequação Didática (CAD) que serve como uma ferramenta para a reflexão global sobre a prática de ensino e aprendizagem, sua valoração e melhora progressiva (Font *et al.*, 2010). Os CAD estão definidos da seguinte maneira (Breda *et al.*, 2015, p.9):

- a) Epistêmica: refere-se a que a Matemática ensinada seja “boa matemática”. Para isso, além de tomar como referência o currículo prescrito, se trata de tomar como referência à Matemática institucional que se transposta no currículo.
- b) Cognitiva: expressa o grau em que as aprendizagens pretendidas/implementadas estão na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, assim como a proximidade das aprendizagens adquiridas às que foram pretendidas ou implementadas.
- c) Afetiva: distribuição temporal dos estados afetivos (atitudes, emoções, afetos, motivações) de cada aluno em relação com os objetos matemáticos e com o processo de estudo seguido.
- d) de Interação: grau em que os modos de interação permitem identificar e resolver conflitos de significado e favorecem a autonomia da aprendizagem.
- e) de Meios: grau de disponibilidade e adequação dos recursos materiais e temporais necessários para o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem.
- f) Ecológica: grau de adaptação do processo de estudo ao projeto educativo do centro, as diretrizes curriculares, às condições do entorno social.

A adequação Mediacional (vinda do espanhol), pode ser melhor denominada, no contexto brasileiro de adequação de Meios. E a expressão idoneidade é traduzida por adequada, assim, processos idôneos são entendidos como processos adequados. Para representar a avaliação global, das práticas dos professores é usado

frequentemente, um esquema na forma de um hexágono (Figura 1), em que o hexágono regular está relacionado a uma adequação ideal, de um processo de estudo, e o hexágono irregular corresponde às adequações reais, que foram alcançadas no processo de implementação (Godino; Batanero, 2008; Gusmão; Font, 2021).

Figura 14 - Critérios de Adequação Didática (CAD)



Fonte: Sousa e Gusmão (2023)

Observa-se todas as adequações, mas nesse trabalho teve-se um foco maior na dimensão afetiva, que inclui os conhecimentos sobre os aspectos afetivos, emocionais, atitudinais e crenças dos estudantes com relação aos objetos matemáticos e o processo de estudo seguido. Essa dimensão, refere-se ao grau de implicação (interesse, motivação...) dos estudantes no processo de estudo e está relacionada com fatores que dependem tanto da instrução quanto do aluno e de sua história escolar prévia (Godino; Batanero, 2008).

6.7 METODOLOGIA

A pesquisa é de abordagem qualitativa e faz parte de uma pesquisa formação, compreendida como um processo coletivo voltado a promover a socialização, troca e compartilhamento de experiências (Santos, 2020). Foi realizada uma formação de maneira virtual, por meio da plataforma *Google Meet*, e teve como participantes estudantes do Curso de Bacharelado em Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão (UFMA), bem como professores que lecionam CDI em cursos de carreiras não matemáticas existentes na mesma Universidade.

Esta investigação também é caracterizada como interventiva pois não se limitou aos resultados obtidos, buscando compreender o processo formativo além de considerar comportamentos, intervenções, interações e produções dos participantes conforme recomendado por Bogdan e Biklen (1994).

Em se tratando dos participantes, obteve-se 21 inscritos no curso de formação, que foi composto por seis encontros. Dentre os inscritos, 18 eram alunos, dos quais 11 participaram de pelo menos um encontro e 3 eram professores, destes sendo um responsável por ministrar a disciplina para esses alunos e dois convidados, que também lecionam Cálculo para carreiras não matemáticas. Para este estudo, foram analisadas as tarefas desenvolvidas no quarto encontro da formação.

A fim de preservar a identidade dos participantes, utilizou-se os códigos P1, P2, P3 para os professores, A1, A2, A3, ..., A10 para os alunos e PE para a pesquisadora.

A metodologia deste estudo foi estruturada no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT) de Gusmão e Font (2021) que compreende 8 etapas definidas como Diagnóstico, Estudo, Análise, Planejamento e Seleção, Desenho/concepção, Implementação, Avaliação, Redesenho²¹. Estas foram agrupadas neste estudo em três, que são gestão do planejamento (diagnóstico, estudo, análise, seleção e redesenho de tarefas), gestão da implementação (implementação) e gestão da avaliação (avaliação), com foco no desenvolvimento de estratégias para o ensino de limites, conforme os entendimentos de Pereira (2018) e Gusmão (2019).

Considerando os momentos de interação direta com os participantes, apenas no quarto encontro da formação é que se analisou especificamente as etapas citadas, buscando compreender como cada uma delas contribui para a efetividade do processo de ensino.

Em relação ao Planejamento, os autores mencionados destacam a importância da realização de dois passos fundamentais, sendo eles, o estudo e a seleção das tarefas, ambos essenciais para a efetividade do ensino. Na fase de Planejamento, para a primeira etapa, o curso de formação foi planejado e documentado em fichas detalhadas, contendo objetivos, conteúdo e estratégias, com tarefas em grupo no formato *online* distribuídas ao longo de seis encontros. Também foram analisados os objetos matemáticos relacionados a cada tarefa do encontro quatro. Na segunda

²¹ Para mais detalhes ver Gusmão e Font (2021)

etapa, foram aplicadas três tarefas selecionadas para o quarto encontro, seguindo o planejamento, respeitando o tempo das atividades e promovendo interação entre os participantes, com acompanhamento próximo para tratar dificuldades em tempo real.

Por fim, para análise dos resultados do planejamento, realizou-se a avaliação do processo a partir dos CAD adaptados para o desenho de tarefas, conforme Quadro 26.

Quadro 26 - Critérios de análise de desenho de tarefas

IDT	Indicadores do Desenho de Tarefas
Adequação Epistêmica	
EP1	O enunciado se apresenta com linguagem clara, correta e adequada ao nível de ensino?
EP2	Utilizam diferentes linguagens e formas de expressão matemática (verbal, gráfica, simbólica, pictórica etc.)?
EP3	A seleção de tarefas é representativa e variada, contempla tarefas de naturezas fechada e aberta?
EP4	As tarefas são de diferentes tipos?
EP5	Promovem o levantamento de hipóteses, a abertura de pensamento (pensamento reversível, flexível, descentrado) e incentivam o uso de processos de argumentação e justificativas?
Adequação Cognitiva	
IC1	Partem dos conhecimentos prévios dos alunos?
IC2	Ampliam, reforçam e sistematizam conhecimentos?
IC3	Respeitam o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos?
IC4	Incentivam o uso de estratégias de resolução diferentes, criativas e originais?
IC5	Atendem a diferentes objetivos de aprendizagem e levam o resolvidor a desenvolver diferentes competências cognitivas e metacognitivas?
Adequação de Interação	
IN1	Prevê momentos de diálogo e de argumentação entre os alunos ou entre professor e alunos?
IN2	Incentivam a resolução de forma individual, em dupla ou em grupo?
IN3	Permitem gerar o conflito cognitivo (no sentido piagetiano) e a negociação de significados?
IN4	Incentivam a responsabilidade pelo estudo (exploração, formulação e validação)?
Adequação de Meios	
ME1	Fornecem ou indicam o uso de materiais manipuláveis e/ou tecnológicos para auxiliar na realização?
ME2	Preveem tempo suficiente para a sua realização e a manutenção da concentração e interesse?
ME3	Os tempos são adequados aos tipos de tarefas (reprodução, conexão, reflexão etc.)?
ME4	Preveem espaços adequados para a sua realização?
ME5	Preveem momentos de experimentação prática para auxiliar na compreensão de conceitos e sua aplicabilidade?
Adequação Afetiva	
EM1	Promovem a interatividade, atração, diversão e inclusão, elevando a autoestima, o sentimento de inclusão, a abertura da subjetividade e o gosto pela Matemática?
EM2	Valorizam os diferentes tipos de raciocínio e respostas?
EM3	Incentivam a participação e interesse?
EM4	Promovem a percepção da utilidade da Matemática na vida e no trabalho?
EM5	Promovem a implicação do aluno na resolução das tarefas (devolução da aprendizagem no sentido de Brousseau)?
EM6	Apresentam desafios possíveis de serem alcançados, desencadeando níveis de pensamento cada vez mais complexo?
EM7	Apresentam a aplicação e beleza da Matemática?
Adequação Ecológica	
EC1	Contemplam os documentos curriculares oficiais (nacional e local)?

EC2	Buscam articulação entre diferentes conteúdos da Matemática e entre áreas de conhecimento?
EC3	As tarefas estão contextualizadas com o entorno social e cultural?
EC4	Os conteúdos das tarefas são úteis para a vida social e laboral?

Fonte: adaptado de Sousa e Gusmão (2023, p.8)

Tais critérios foram aplicados para analisar se as tarefas, os recursos e a condução do curso atenderam aos objetivos propostos. Avaliou-se a adequação dos conteúdos, a relevância pedagógica das atividades, a clareza das explicações e a interatividade proporcionada pelos recursos digitais. O uso dos critérios adaptados para o desenho de tarefas permitiu identificar pontos fortes e aspectos a serem aprimorados na gestão das tarefas, garantindo uma análise crítica e fundamentada sobre a eficácia do curso na promoção da aprendizagem significativa dos alunos.

Na fase de implementação, os alunos foram organizados em dois grupos, utilizando salas separadas no *Google Meet*. Cabe ainda destacar que os encontros *online* foram transformados em espaços propícios à aprendizagem, promovendo a troca de ideias, o diálogo e a resolução colaborativa de tarefas. As interações sociais entre os participantes e a pesquisadora, conforme Chizzotti (2003), são essenciais e inerentes ao processo de investigação. Assim, para a produção e análise dos dados, foram utilizados como instrumentos os vídeos gravados durante os encontros *online* e as tarefas propostas pela pesquisadora, com o objetivo de verificar a gestão das tarefas sobre limites. As análises foram conduzidas à luz do referencial com atenção especial à dimensão afetiva, buscando identificar aspectos que contribuíram ou limitaram a promoção da aprendizagem significativa dos alunos.

6.8 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nessa seção os resultados serão discutidos em três momentos que são gestão do planejamento, gestão da implementação e gestão da avaliação, apresentando as características das três tarefas realizadas no encontro 4 da pesquisa-formação e sua relação com as adequações didáticas.

6.8.1 Gestão do Planejamento

O planejamento é fundamental no processo de gestão e representa uma etapa importante da atividade docente. Assim, na gestão do planejamento do estudo, foi realizada revisões bibliográficas, seleção de conteúdos, conversa com professores e planejamento conjunto referente à formação, conforme descrito no Quadro 27.

Quadro 27 - Gestão do Planejamento do Estudo

ESTUDO	DESCRIÇÃO
- Revisões sistemáticas, produção de um artigo sobre PPP e seleção de conteúdo.	- Estudo aprofundado a partir de duas revisões bibliográficas abordando dificuldades e desafios relacionados ao tema; - Produção de um artigo sobre Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos de carreiras não matemáticas de modo a possibilitar um melhor desenho das tarefas abordando aspectos específicos dos conhecimentos necessários; - Seleção de conteúdo a partir da primeira revisão sistemática na qual se identificou a temática em que os alunos apresentavam mais dificuldade de compreensão, sendo este o de limite.
- Conversa com professores e planejamento da formação	- Reunião da pesquisadora com suas orientadoras para definir o público-alvo do curso; - Reunião com o professor da disciplina para ajuste do planejamento; - Efetivação de planejamento a partir da experiência de trabalho do pesquisador, atuando na melhoria das tarefas que compunham as ferramentas utilizadas na ação como docente.

Fonte: As Autoras

A revisão sistemática da literatura sobre Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral²², visou identificar contribuições, instituições de origem, conteúdos abordados, aspectos emocionais e possíveis novos problemas de pesquisa visando o devido aprofundamento. Como resultado, o “Limite de uma função real de uma variável real” foi destacado, tendo em vista, principalmente, as dificuldades que estudantes apresentam durante os processos de ensino e de aprendizagem desse objeto matemático. A partir disso, desenvolveu-se um novo estudo de revisão sistemática²³, buscando analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de limites de funções reais e visando explorar as dificuldades e desafios enfrentados pelos alunos, bem como avaliar a implementação das tarefas de acordo com os Critérios de Desenho de Tarefas (CDT).

Ambas as revisões sistemáticas foram fundamentais para que se pudesse definir os conteúdos a serem abordados, assim como os objetivos e conhecimentos matemáticos a serem mais explorados, além de definir as tarefas que melhor

²² Silva, Gusmão, Souza e Lando (2025)

²³ Silva, Gusmão, Souza e Assis (2025)

engajassem os alunos na temática e ao mesmo tempo que os auxiliasse a enxergar o objeto matemático abordado a partir de aplicações teóricas e práticas.

Ainda dentro do escopo do planejamento, foram realizadas reuniões entre a pesquisadora e suas orientadoras para definir o público-alvo do curso. Conforme já pontuado, os participantes da formação foram alunos do BICT, o professor desses alunos e mais dois professores convidados. Também se efetivou reunião com o professor da disciplina para entender como esta seria ministrada e quais conteúdos seriam abordados, tudo isso no intuito de fazer o planejamento, selecionar tarefas e definir o período de implementação da formação. Ainda foi aplicado um formulário de inscrição constando: nome, e-mail, telefone, categoria (professor ou aluno), o curso (graduação), o melhor horário para a formação (9:00 ou 14:00) e número do Cadastro de Pessoas Físicas (CPF).

Na etapa de seleção das tarefas realizou-se o planejamento da seleção e ajustes das tarefas, incluindo ainda, o planejamento do tempo, espaço e recursos (Quadro 28).

Quadro 28 - Gestão do Planejamento da Seleção das Tarefas

SELEÇÃO DE TAREFAS	DESCRIÇÃO
-Planejamento da Seleção e Ajustes das tarefas	- Planejamento da seleção das tarefas a serem abordadas na formação; - Elaboração das fichas para cada tarefa; - Planejamento dos ajustes das tarefas com foco nos participantes; Obs.: As tarefas foram planejadas para serem desenvolvidas em grupo, visando maximizar a interação e o aprendizado colaborativo.
-Planejamento do tempo, espaço e recursos	- Abordagem: formato <i>online</i> ; - Quantidade de encontros: seis (total da formação); - Recursos Didáticos: <i>slides</i> para as aulas expositivas dialogadas, <i>software</i> como <i>GeoGebra</i> , uso dos <i>applets</i> , e <i>Excel</i> .

Fonte: As Autoras

As tarefas selecionadas já haviam sido elaboradas e utilizadas pela primeira autora no contexto de trabalho das turmas nas quais é docente em cursos de graduação de Licenciatura em Ciências Naturais. Contudo, todas sofreram ajustes (redesenhos), principalmente considerando o perfil dos alunos e dificuldades identificadas nos estudos revisados e nas conversas com os professores.

O Quadro 29 apresenta uma demonstração resumida com os objetivos de cada tarefa.

Quadro 29 - Tarefas propostas

Tarefa 1

A Tarefa 1 foi desenvolvida para permitir a compreensão do significado dos limites laterais, por meio de procedimentos algébricos e visualização gráfica utilizando como ferramenta tecnológicas *applets* desenvolvido pelos autores

TAREFA 1

Conteúdo abordado:
Limites Laterais

Descrição: Calcular os limites laterais de uma função algebricamente e em seguida verificar as respostas no *applet* do GeoGebra.

Dada a Função

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1 & \text{se } x < 2 \\ 3x - 4 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

encontre:

a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

Para casa

g) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ i) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Primeiramente calcule os limites em uma folha de papel e em seguida use o applet para verificar as respostas.

Nível da tarefa	Tipo de tarefa	Natureza da Tarefa
1º momento: nível de reprodução	1º momento: Tipo exercício	Fechada
2º momento: nível de conexão	2º momento: Tipo Problema	

Tarefa 2

A Tarefa 2 foi proposta para ser discutida durante a aula como um aprofundamento da tarefa anterior e para adicionar um significado concreto aos limites laterais, utilizando problemas e envolvendo conceitos da física.

TAREFA 2

Conteúdo abordado:
Limites Laterais

Descrição: Interpretar as aplicações e dizer o resultado analisando os gráficos.

1)Um gás (vapor d'água) é mantido à temperatura constante. À medida que o gás é comprimido, o volume V decresce até que atinja uma certa pressão (P) crítica. Além dessa pressão, o gás assume forma líquida. Observando a figura a seguir, determine: a) $\lim_{p \rightarrow 100^-} V$ b) $\lim_{p \rightarrow 100} V$ c) $\lim_{p \rightarrow 100^+} V$

2)Um paciente em um hospital recebe uma dose inicial de 200 miligramas de um medicamento. A cada 4 horas recebe uma dose adicional de 100 mg. A quantidade $f(t)$ do medicamento presente na corrente sanguínea após t horas é exibida na figura a seguir. Determine e interprete: a) $\lim_{t \rightarrow 8^-} f(t)$ b) $\lim_{t \rightarrow 8} f(t)$

3)Seja $T = f(t)$ a temperatura de uma peça t minutos depois de retirada de um forno industrial. A figura abaixo mostra a curva de temperatura versus tempo para a peça, onde r denota a temperatura do ambiente. Pergunta-se:

a) Qual o significado físico de $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$?

b) Qual o significado físico de $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$?

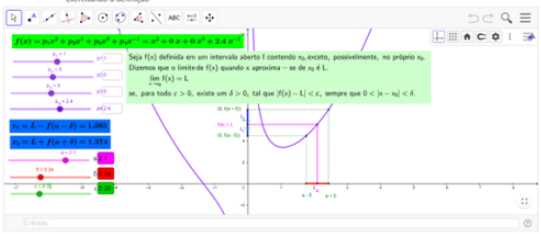
4)Suponha que uma partícula esteja sendo acelerada por uma força constante. As duas curvas $v = n(t)$ e $v = e(t)$ da figura abaixo fornecem as curvas de velocidade instantânea versus tempo para a partícula conforme previstas, respectivamente, pela Física clássica e pela Teoria da Relatividade Especial. O parâmetro c representa a velocidade da luz. Usando a linguagem de limites, descreva as diferenças nas previsões a longo prazo das duas teorias.

Nível da Tarefa	Tipo de Tarefa	Natureza da Tarefa
Nível de Conexão	Problema	Fechada

Fonte: Os autores (2021)

Tarefa 3

A Tarefa 3 foi desenvolvida para abordar o conceito de limites com condições de *delta*. A tarefa é aberta, pois a solução não se limita a um único valor de *delta*, ou seja, qualquer valor encontrado e que seja menor que o *delta*, satisfaz a condição para demonstração.

TAREFA 3		
Conteúdo abordado: Definição formal de Limite.	Descrição: Mostrar algebricamente limite usando a definição e em seguida usar o <i>apillet</i> para ver que a partir daquele delta a definição é satisfeita.	
5) Mostre usando a definição de limite que $\lim_{x \rightarrow 1} -2x + 5 = 3$. 6) Verifique se o δ encontrado satisfaz a definição lá no apilatt do geogebra		
		
Nível da tarefa	Tipo de tarefa	Natureza da Tarefa
Conexão	Problema	Aberta

Fonte: As Autoras

Como exemplo de redesenho, cabe menção ao caso em que o objeto matemático inicialmente era uma função quadrática simples e para o contexto da formação, esse objeto foi substituído por uma função definida por várias sentenças, com o intuito de ampliar as possibilidades de análise a partir de uma única função.

6.8.1.1 As idoneidades didáticas nas tarefas

As três tarefas propostas atendem claramente aos critérios de adequação didática em diversas dimensões. No que diz respeito à adequação Epistêmica, todas as tarefas possuem enunciados com linguagem clara e adequada ao nível de ensino (EP1), utilizando diferentes formas de expressão matemática, como representações gráficas e simbólicas (EP2). São variadas, contemplando tanto problemas fechados quanto abertos, o que possibilita um maior alcance de raciocínios e métodos (EP3, EP4). Além disso, promovem o levantamento de hipóteses e incentivam processos argumentativos, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento crítico dos alunos (EP5).

Em relação à adequação Cognitiva, as tarefas partem dos conhecimentos prévios dos alunos, ampliando e sistematizando novos conceitos (IC1, IC2). Além disso, elas são adequadas ao nível cognitivo dos participantes, incentivando o uso de estratégias criativas e originais para a resolução dos problemas (IC3, IC4). A variedade dos objetivos de aprendizagem abordados permite que os alunos desenvolvam competências cognitivas e metacognitivas diversificadas (IC5).

No aspecto da adequação de Interação, as tarefas preveem momentos de diálogo e argumentação entre os alunos e entre alunos e professor (IN1), estimulando a resolução das atividades com os estudantes organizados em grupos e permitindo a geração de conflitos cognitivos, que são essenciais para a construção e negociação de significados (IN2, IN3). Dessa forma, as tarefas incentivam a responsabilidade dos alunos em relação ao seu aprendizado, promovendo a exploração e a validação de conceitos matemáticos (IN4).

As tarefas também são coerentes com os critérios da adequação de Meios, fornecendo recursos tecnológicos, como o uso de *applets* desenvolvidos no *GeoGebra*, para auxiliar na compreensão dos conceitos abordados (ME1). O tempo destinado à realização das atividades foi cuidadosamente planejado, de modo a garantir a concentração e o interesse dos alunos (ME2), com tempos adequados para diferentes tipos de tarefas, como reflexão e conexão (ME3). Além disso, há momentos específicos para experimentação prática, o que auxilia na compreensão e aplicabilidade dos conceitos (ME5).

Quanto à adequação Afetiva, as tarefas promovem interatividade, inclusão e diversão, elevando a autoestima dos alunos e estimulando o interesse pela Matemática (EM1, EM3). Também valorizam diferentes tipos de raciocínio e respostas, promovendo a participação ativa dos alunos (EM2). Os desafios propostos são acessíveis e, ao mesmo tempo, exigem níveis crescentes de complexidade no pensamento matemático (EM6), além de destacarem a beleza e a aplicabilidade da Matemática no cotidiano (EM7).

Por fim, em termos de adequação Ecológica, as tarefas foram validadas pelos professores, estão alinhadas com os documentos curriculares oficiais e são contextualizadas de acordo com o nível de ensino (EC1, EC3). Também integram diferentes áreas de conhecimento matemático, além de estabelecerem conexões com outras áreas, promovendo um aprendizado mais amplo (EC2). A contextualização dos conteúdos também está em sintonia com a vida social e laboral dos alunos, garantindo relevância prática para o que é ensinado (EC4).

O momento de planejamento, mostra-se de suma importância no contexto de uma pesquisa-formação e na definição dos processos de ensino e de aprendizagem de determinado objeto matemático, uma vez que o estudo e a seleção de boas tarefas depende diretamente do aprofundamento no conhecimento sobre as dificuldades e

necessidades dos alunos, bem como das melhores práticas no ensino de um conteúdo específico (Pereira; Gusmão, 2020). É por meio desse estudo que o professor se capacita para desenvolver tarefas didáticas que não apenas atendam aos critérios de adequação, mas que também sejam capazes de engajar os alunos, promovendo a compreensão do conceito de limites de funções reais. O conhecimento construído nessa fase permite ao professor elaborar tarefas não só adequadas ao nível de aprendizado dos alunos, mas que também os desafiem a aplicar os conceitos teóricos e práticos em contextos relevantes, facilitando a superação das dificuldades encontradas (Gusmão, 2019).

Também buscou-se propor tarefas interativas que despertassem o engajamento dos alunos, aproveitando ao máximo o ambiente virtual como um espaço de construção do conhecimento, como feito por Illanes *et al.* (2023). Tarefas interativas são especialmente idôneas em ambientes *online*, pois permitem que os alunos explorem conceitos de maneira dinâmica e participativa, em vez de simplesmente consumirem informações de forma passiva. A potencialidade do formato *online* reside na sua capacidade de oferecer uma variedade de recursos multimídia, a exemplo de vídeos, simulações e *applets*, como no caso desta formação, que podem enriquecer a compreensão dos conceitos matemáticos (Ramos; Faria; Faria, 2014).

Por fim, pontua-se que a gestão do tempo é um aspecto essencial para o sucesso de qualquer encontro pedagógico, especialmente em um ambiente virtual, no qual a atenção e o engajamento dos alunos podem ser mais desafiadoras de se manter. No encontro 4, a distribuição cuidadosa do tempo para cada etapa - desde a retomada de conceitos até a resolução de tarefas e apresentação dos resultados - foi fundamental para garantir que os alunos tivessem a oportunidade de explorar para compreender os conteúdos apresentados visando a construção do conhecimento do objeto matemático proposto. A gestão eficiente do tempo permitiu que as interações fossem ricas e produtivas, facilitando o desenvolvimento progressivo das tarefas, planejadas para avançar dos conceitos mais simples para os mais complexos.

Além disso, a alternância entre tarefas de diferentes naturezas, como aquelas que exigem conexão entre significados e as que requerem maior reflexividade, foi essencial para manter o equilíbrio entre desafio e compreensão. Em ambientes virtuais, essa organização é ainda mais importante, pois assegura que todos os alunos

possam acompanhar o ritmo da aula, participar ativamente e construir seu conhecimento (Pereira; Gusmão, 2020).

Nesse contexto, um bom desenho de tarefas é essencial para promover a uma melhor aprendizagem, especialmente em temas complexos como o conceito de limites com a condição de *delta* em função de *épsilon*, por exemplo. Assim, propor tarefas diversificadas que atendam a diferentes níveis de abstração permite que os alunos avancem gradualmente em sua compreensão, começando com conceitos mais acessíveis e progredindo para ideias mais complexas (Gusmão, 2021).

6.8.2 Gestão da Implementação

Segundo Gusmão (2019), a Gestão de Implementação se refere à execução prática do que foi planejado, funcionando como o momento de colocar em prática as tarefas matemáticas em sala de aula no intuito de garantir que os objetivos de aprendizagem sejam alcançados. A autora enfatiza que a condução das tarefas deve ocorrer de maneira cuidadosa pelo professor, visto que, este personagem possui papel de guiar a realização das atividades, incentivando os alunos a oferecerem explicações e justificativas para suas respostas. Implementar o planejamento vai além das intenções iniciais, exigindo que o professor leve as tarefas à prática de modo planejado e estruturado. Para alcançar os objetivos educacionais, é essencial que as tarefas sejam propostas e conduzidas com atenção aos detalhes, assegurando que cada etapa contribua efetivamente para o aprendizado dos alunos.

O Quadro 30 destaca as principais ações ocorridas durante a implementação.

Quadro 30 - Gestão da Implementação

GESTÃO DA IMPLEMENTAÇÃO	
Parte 1: Revisão e explicação	- Revisão dos conceitos da aula anterior; - Parte expositiva dialogada;
Parte 2: tarefa 1	- Primeira tarefa do dia: calcular limites laterais de uma função definida por várias sentenças e usar um aplicativo do <i>GeoGebra</i> para visualizar os resultados; - Desenvolver as tarefas com o uso do <i>applets</i> ; - Divisão por equipes; - Retorno à sala principal para discussão;
Parte 3: tarefa 2	- Segunda tarefa do dia: aplicações práticas dos limites por meio dos problemas; - Interpretação dos problemas junto com toda turma, por meio de uma aula dialogada; - Resolução das tarefas pelos estudantes;
Parte 4: tarefa 3	- Última tarefa do encontro com a temática de definição formal de limite; - Uso do <i>applets</i> ; - Divisão por equipes;

- Retorno à sala principal para discussão.
--

Fonte: As Autoras

O quarto encontro do curso foi um momento repleto de tarefas práticas e discussões sobre conceitos de limites. Desde o início, houve um cuidado intencional com a retomada dos conhecimentos prévios, aspecto fundamental do critério cognitivo (IC1), o que se efetivou ao revisar o conteúdo trabalhado no encontro anterior, no qual os limites haviam sido explorados de forma intuitiva utilizando aproximações com tabelas de valores e gráficos.

No desenvolvimento da primeira tarefa, trabalhou-se os limites laterais de uma função definida por várias sentenças. Houve atenção ao critério epistêmico, com a explicação do cálculo algébrico a partir de um ponto específico da função, destacando a distinção entre os limites pela esquerda e pela direita. Em seguida, foi utilizado um aplicativo do *GeoGebra*, previamente configurado, favorecendo os critérios mediacionais ME1 e ME5. A visualização dinâmica dos limites por diferentes lados contribuiu também para os critérios afetivos EM1 e EM3, promovendo maior engajamento e segurança dos estudantes diante do conteúdo.

Os alunos foram então divididos em dois grupos, utilizando salas separadas na plataforma do *Google Meet*. Embora a logística da divisão tenha demandado um tempo maior, o que evidencia o critério mediacional (gestão do tempo), a tarefa foi bem-sucedida. Os estudantes conseguiram manipular o aplicativo e compreender os conceitos propostos. A dinâmica em grupo também favoreceu o critério interacional, ao estimular a troca de ideias e o apoio mútuo entre os participantes durante a realização da atividade. No final, todos voltaram para a sala principal, e cada grupo explicou o limite para um ponto diferente da função. Uma tarefa foi deixada para ser realizada em casa, incluindo questão bônus que exigia a pesquisa sobre limites infinitos, com discussão prevista para o encontro seguinte. Essa proposta favoreceu o critério interacional, ao promover a autonomia dos estudantes na busca ativa por novos conhecimentos, incentivando o protagonismo no processo de aprendizagem.

A aula continuou com aplicações práticas dos limites, por meio de funções que modelavam situações como a pressão de um gás, o tempo de permanência de um medicamento na corrente sanguínea, a temperatura de uma peça ao sair de um forno industrial e a velocidade de uma partícula na física clássica e na teoria da relatividade, evidenciando o critério epistêmico EP3. Além disso, ao integrar diferentes conteúdos

matemáticos e áreas do conhecimento, estabelecendo forte relação com o cotidiano e a ciência, observa-se a presença dos critérios ecológicos EC2 e EC3. Uma aluna se destacou ao responder várias perguntas corretamente ao passo que foi solicitado que os alunos respondessem, ao analisarem o gráfico, o valor dos limites laterais. Vale ressaltar que na ocorrência de erros por parte dos alunos, a pesquisadora explicava novamente.

A última tarefa do encontro foi sobre a definição formal de limite. A pesquisadora explicou sucintamente a definição de critério epistêmico, realizou um exemplo algébrico e demonstrou o funcionamento no aplicativo do *GeoGebra*. Em seguida, os alunos foram novamente divididos em grupos. Ambos os grupos conseguiram responder ao problema seguindo todas as orientações, no entanto, apenas um grupo compreendeu plenamente a integração dos significados envolvidos. Essa diferença só ficou clara quando a pesquisadora revisou as gravações das discussões dos alunos, pois, durante a aula, não houve manifestação de dúvidas significativas.

A gestão da matéria e da classe é fundamental para a aprendizagem dos alunos, especialmente em temas complexos como os tratados no curso sobre limites. Segundo Gauthier (2013), a gestão eficaz da classe envolve manter os alunos engajados e motivados, o que é crucial para criar um ambiente de aprendizagem positivo, no qual os estudantes se sintam encorajados a participar e explorar novos conceitos.

6.8.3 Gestão da Avaliação

A Gestão da Avaliação envolve a análise e avaliação contínua das práticas de ensino e aprendizagem, visando aprimorar tais processos. Segundo Gusmão (2019), essa gestão pode ser entendida como um movimento cíclico que inclui reflexão e autoconhecimento, e no qual o professor é capaz de analisar e avaliar sua própria prática de modo crítico e reflexivo.

A gestão da avaliação inclui a identificação e análise das práticas avaliativas do professor no contexto das tarefas matemáticas, garantindo que essas práticas sejam justas e contribuam para o desenvolvimento do conhecimento dos alunos. Tais elementos formam uma espiral reflexiva contínua de planejamento, implementação e

avaliação, que é fundamental para garantir aos alunos uma aprendizagem significativa.

Realizou-se um processo avaliativo tanto do planejamento quanto da implementação, com foco em três aspectos: o que funcionou daquilo que foi proposto, o que não funcionou e que poderia ter sido abordado de outras maneiras, e o que não foi alcançado e seria passível de mudança/redesenho para futuras aplicações, conforme Quadro 31.

Quadro 31 - Gestão da Avaliação

GESTÃO DA AVALIAÇÃO	
O que funcionou	- Revisão Inicial; - Uso de ferramentas tecnológicas; - Aplicação prática; - Participação Ativa: uma aluna se destacou respondendo várias perguntas, o que trouxe uma dinâmica positiva para a aula;
O que não funcionou	- Logística dos Grupos; - A não participação dos professores em todos os encontros; - Assimilação dos conceitos mais complexos;
Mudanças previstas	- Encontros presenciais; - Monitores para auxiliar; - Outro formador.

Fonte: As Autoras

Também foi realizada uma análise da gestão da avaliação segundo as adequações e conforme descrito no quadro 32.

Quadro 32 - Análise da Gestão da Avaliação das Tarefas segundo as Adequações

Epistêmica	• As tarefas apresentam uma linguagem clara e acessível, conforme o nível de ensino dos alunos; • As tarefas contemplam conceitos matemáticos relevantes, como limite de funções e suas interpretações em diferentes contextos (pressão de gás, dosagem de medicamento, resfriamento de peça); • Promovem um desafio moderado;
Cognitiva	• As tarefas partem dos conhecimentos prévios dos alunos, reforçando conceitos já aprendidos e ampliando o entendimento sobre limites de funções; • As tarefas estão adequadas ao nível de desenvolvimento cognitivo dos participantes, mas poderiam contemplar de forma mais explícita as diferenças individuais existentes entre os alunos; • Incentivam o uso de estratégias variadas para a resolução dos problemas;
De Interação	• As tarefas incentivam a interação entre os alunos, com momentos planejados para o trabalho em grupo e para o diálogo entre si e com o professor; • As tarefas permitem identificar e resolver conflitos cognitivos, como as diferentes interpretações dos limites laterais ou o conceito de limite inexistente; • O diálogo e a argumentação, especialmente no contexto da resolução das tarefas em grupo, são favorecidos, mas poderia contar com maior incentivo para promover a autonomia dos alunos no processo de aprendizagem;
De Meios	• As tarefas utilizam recursos adequados, como os <i>applets</i> no <i>GeoGebra</i> e o <i>Excel</i>, para auxiliar na compreensão dos conceitos abordados; • Os tempos destinados para a realização das tarefas foram planejados de maneira suficiente, permitindo uma boa execução das atividades;

Afetiva	•Durante a realização das tarefas, observou-se o engajamento dos alunos, indicando atitudes positivas e motivação diante dos desafios propostos, especialmente quando conseguiam avançar na compreensão dos conceitos de limite; •As interações nos grupos revelaram um ambiente de apoio mútuo, contribuindo para a construção de vínculos afetivos e para a diminuição da ansiedade em relação ao conteúdo matemático;
Ecológica	•As tarefas fazem uso da interdisciplinaridade, ao associar os limites a conceitos da física, defendida nos PPPs de carreiras não matemáticas; •As tarefas possuem uma contextualização adequada ao entorno social dos alunos, especialmente com exemplos práticos e aplicáveis à realidade cotidiana.

Fonte: As Autoras

Assim, ocorreu uma boa gestão das tarefas, com abordagem bem estruturada e integrando de forma sólida a dimensão epistêmica. Esta foi devidamente representada por meio de um estudo aprofundado, no qual buscou-se identificar as principais dificuldades dos alunos, complementado por uma revisão sistemática da literatura. Além disso, investigou-se Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de carreiras não matemáticas, especificamente no que tange ao conteúdo de limites, com o objetivo de analisar a "representatividade do objeto matemático" (Gusmão, 2021, p. 680). Esse estudo forneceu uma base sólida para compreender os desafios e propor estratégias pedagógicas mais adequadas ao ensino dos limites de funções reais.

Buscou-se explorar a dimensão afetiva, que se mostrou escassa na primeira revisão sistemática. No entanto, as falas dos alunos durante o processo revelaram uma compreensão mais profunda do conteúdo, demonstrando que a aprendizagem impactou não apenas a dimensão cognitiva, mas também começou a tocar a afetiva, conforme pode se inferir no fragmento de diálogo:

PE: Certo. Você conseguiu fazer a quarta?
A5: Eu tentei, só que está dando diferentes valores nos limites laterais.
PE: Arrasou! Esse é diferente mesmo. Vê que no 4, o gráfico tem um salto. Ele não é contínuo. Aqui tem uma descontinuidade. Então, realmente, os limites laterais são diferentes. Quanto que deu pela esquerda?
A5: Pela esquerda, tá... É 1, né?
PE: Arrasou! É 1. E pela direita?
A5: Menos 4 terços.
PE: Arrasou.
A5: No caso, o limite de 4 não existe, né?
PE: Qual?
A5: De 4. Porque eles são diferentes.
PE: Não existe, exatamente, porque os valores são diferentes, tanto pela direita quanto pela esquerda, exatamente. Muito bem.
A1: Nossa finalmente entendi, tanto nas contas quanto visualmente.

Ao concentrar os esforços em reduzir as dificuldades enfrentadas pelos alunos, houve uma aproximação em relação à dimensão afetiva, promovendo um ambiente de maior confiança e envolvimento emocional com o conteúdo.

A dimensão afetiva dos alunos se manifestou de maneira sutil ao longo da interação. As falas revelaram progresso na compreensão cognitiva, especialmente quando começaram a reconhecer as descontinuidades e os limites laterais diferentes. A troca de elogios reforça a segurança emocional dos alunos, o que os motiva a continuar explorando o conteúdo, favorecendo o engajamento afetivo com a matemática. A fala de A1, "Nossa, finalmente entendi", marca um ponto em que a compreensão cognitiva se conecta diretamente com o alívio emocional, refletindo uma satisfação pessoal por superar dificuldades anteriores. Segundo Rocha (2016, p. 35) "As emoções, atitudes e crenças atuam como forças impulsionadoras ou de resistência à aprendizagem".

A seguir, cabe destaque a outros fragmentos de fala dos alunos que evidenciam como o entendimento do conteúdo impactou as percepções e emoções.

A7: Gostei muito. Consegui entender mais sobre limites laterais.

A11: A aula de hoje foi importante por tirar dúvidas em relação ao *delta* e *epsilon*, já que compreender essas questões sobre noção intuitiva era uma dúvida muito grande que tinha. Além de compreender melhor o gráfico com limites laterais.

A9: Apesar de eu ter chegado atrasado, deu para absorver bem o conteúdo.

As falas deixadas pelos alunos no formulário de frequência revelam uma assimilação no entendimento do conteúdo, especialmente em relação aos limites laterais e à definição formal de limite, evidenciando a aprendizagem (critério cognitivo). Observa-se que o uso de recursos tecnológicos foi fundamental para a visualização gráfica, facilitando a compreensão intuitiva (ME5 e IC2). As atividades em grupo também desempenharam um papel importante na construção colaborativa do conhecimento, permitindo a troca de ideias e a resolução de dúvidas por meios mais dinâmicos.

Além disso, a menção à resolução de questões contextualizadas (CAD ecológico) demonstra quais aspectos dos limites laterais e limites infinitos (CAD epistêmico) foram executados com sucesso. Assim, observa-se:

PE: Seja T igual a f de t a temperatura da peça minutos depois da retirada do forno industrial. A figura abaixo mostra a curva da temperatura versus o tempo da peça, onde R denota a temperatura do ambiente. Então, o que que acontece? [...] Qual o significado físico do limite de f de t , quando t tende pra zero pela direita? [...]

A2: Seria 400 no caso?

A5: 400

PE: Isso! Então, o significado físico é que ela é o mais quente possível. No caso, é o máximo de quente, porque foi assim que ela tirou. Então, ela está a 400, uma temperatura altíssima.

E a letra b), quando o tempo tende para mais infinito, o que está acontecendo?

A2: Ela está se aproximando aqui de R, que é a temperatura ambiente.

PE: Exatamente, ela está se aproximando aqui de R, que é a temperatura ambiente. Ela esfria total e fica com a temperatura que o ambiente tem.

A3: Muito legal essas aplicações.

Esse *feedback* positivo evidencia a importância dos CAD, como a escolha adequada de recursos e tarefas que conectam a intuição com a formalização, promovendo um ambiente de aprendizagem mais eficaz e acolhedor. Além disso, a discussão apresentada nas falas ilustra claramente a dimensão ecológica do ensino de limites, ao contextualizar o conceito matemático por meio de uma situação concreta do cotidiano, como o resfriamento de uma peça após ser retirada de um forno industrial.

Essa abordagem promove a interdisciplinaridade²⁴ ao integrar conhecimentos de física, especificamente sobre a transferência de calor, com a matemática, ampliando a compreensão dos alunos sobre o comportamento da função de temperatura em relação ao tempo. Além disso, a contextualização do problema permite que os alunos percebam a aplicação prática dos limites, aproximando-os de situações reais e despertando maior interesse e engajamento com o conteúdo, como evidenciado pelo comentário de A3: "Muito legal essas aplicações". Essa abordagem fortalece o aprendizado, ao demonstrar que os conceitos matemáticos possuem relevância em diversas áreas do conhecimento EC4.

Acredita-se que foi alcançada uma boa gestão das atividades, refletida em uma didática eficaz, uso adequado de recursos e administração eficiente do tempo. A escolha cuidadosa dos recursos, como o *GeoGebra* para a visualização de limites laterais, facilitou a compreensão dos significados de limite pelos alunos, enquanto a organização das tarefas permitiu que dúvidas fossem sanadas ao longo do processo, promovendo um aprendizado gradual e estruturado. Além disso, o planejamento bem executado, aliado à boa administração do tempo, garantiu que os objetivos da aula fossem alcançados, proporcionando uma experiência de ensino que favoreceu tanto a dimensão cognitiva quanto a afetiva dos alunos.

²⁴ No artigo anterior a esse sobre PPP de carreiras não matemáticas a interdisciplinaridade foi destaque em todos os PPP analisados.

A avaliação é de suma importância no processo educacional, pois permite um retorno crítico ao planejamento e à execução das aulas, oferecendo uma visão abrangente sobre o que funcionou e o que pode ser aprimorado. Através da avaliação, é possível revisar e ajustar detalhes do planejamento, efetivando mudanças de cunho teórico, metodológico e atitudinal a fim de melhorar a eficácia do ensino. Esse processo de reflexão e revisão é fundamental para garantir que as atividades docentes estejam alinhadas com os objetivos de aprendizagem e atendam às necessidades dos alunos. Como destaca Gauthier (2018), toda atividade docente requer uma avaliação contínua e sistemática, que abranja a prática, a prática da prática e a prática sobre a prática. Esse ciclo de avaliação ajuda a identificar áreas para melhoria e a implementar estratégias que promovam um melhor aprendizado, assegurando que a experiência educacional seja constantemente aprimorada.

Por fim, cabe destacar que a natureza interventiva desta formação proporcionou um ambiente em que os participantes, de maneira colaborativa, puderam experimentar ideias e propostas curriculares, desenvolver estratégias pedagógicas e explorar recursos didáticos. Como apontam Teixeira e Neto (2017, p. 1056), tal abordagem permite que pesquisadores e demais envolvidos atuem com o objetivo de resolver questões práticas, ao mesmo tempo em que produzem conhecimento sistematizado.

6.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo alcançou seu objetivo central de investigar a gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, com o intuito de sanar as dificuldades apresentadas pelos alunos na assimilação dos conteúdos e na compreensão do conceito.

O processo contribuiu para promover um aprendizado efetivo, significativo e interativo, que envolveu ativamente os estudantes na construção do conhecimento relativo ao objeto matemático abordado. Ao trabalhar as dimensões epistêmica e cognitiva, observou-se que, simultaneamente, tem-se aberto espaço para a dimensão afetiva, uma vez que a superação de dificuldades gera confiança e engajamento emocional. Além disso, foi verificado que os alunos demonstraram progresso na construção de conhecimentos mais profundos sobre limites, engajando-se em atividades que integraram tanto abordagens teóricas quanto práticas, como o uso do

GeoGebra. Essa abordagem de gestão de tarefas, com forte embasamento nos CAD, destaca-se como uma contribuição relevante para o campo do ensino de matemática, podendo inspirar a aplicação de estratégias semelhantes em outras áreas complexas do ensino de Cálculo.

Como prospecção para pesquisas futuras, pretende-se elaborar um artigo específico voltado à análise das tarefas propostas nesta investigação, com base na expertise de professores e pesquisadores que atuam no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, especialmente no tópico de limites. Acredita-se que o olhar desses especialistas poderá oferecer subsídios relevantes para aprimorar o planejamento e a aplicação de tarefas com maior adequação didática. Assim, espera-se que o presente estudo contribua para o avanço das práticas pedagógicas e inspire novas abordagens no ensino da Matemática, por meio do uso qualificado de desenhos de tarefas.

REFERÊNCIAS

- ARAYA, D. A. **Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable**. 2022. Tese (Doutorado) - Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile, 2022.
- BERTOLAZI, K. S. **Proposta Didático-Pedagógica para a Formação Docente em Matemática**: Investigações de Noções Conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com Adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.
- BOYER, C. B. **A History of Mathematics**. [s. l.]: John Wiley & Sons, 2012.
- BREDA, A.; BOLONDI, G.; DE ABREU SILVA, R. Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, [s.l.], v. 3, p. e202117, 26 jul. 2021.
- BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s.l.], v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.
- BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.
- BRUNO, L. M. J. **Modelos e simulações voltados para a relação entre o Cálculo Diferencial e Integral e a Dinâmica em cursos superiores**. 2019. 100 f.
- DOS SANTOS, M. B. **Um olhar para o conceito de limite**: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e

aprendizado. 2013. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

ETEVAL, F. *et al.* Uma sequência didática para o ensino de limite e continuidade. **Ridema**, [s. l.], v. 7. n. 1, p. 2594-4673, 2023.

EVES, H. **An Introduction to the History of Mathematics**. [s. l.]: Cengage Learning, 2004.

FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. **Infancia y Aprendizaje**, [s. l.], v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010a.

FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. **Infancia y Aprendizaje**, [s. l.], v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010b.

GAUTHIER, C. **Por uma teoria da pedagogia: pesquisas sobre o saber docente**. 3 ed. Ijuí: Unijuí, 2013.

GODINO, J. D. Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas. In: REUNIÓN ANUAL DA ANPED, 29. [s. l.]. **Acta [...]**. [s. l.]: ANPED, 2006. p. 1-24.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 10, n. 2, p. 7-37, 2008.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**, [s. l.], v. 39, v. 1-2, p. 127–135, 2007.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In : ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18., Ilhéus, Bahia, 2019. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, n. 3, p. 666-697, 9 jan. 2021.

ILLANES, M. G.; BREDÁ, A.; ALVARADO MARTINEZ, H. Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada para estudiantes de ingeniería comercial en Chile. **Paradigma**, [s. l.], v. 44, p. 321-350, 31 maio 2023.

NUNES, M. M.; GUSMÃO, T. C. R. S.; CAMPOS, M. A.; BREDÁ, A. Competências desenvolvidas por professores quando analisam tarefas matemáticas. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v. 10, n. 1, p. 64-81, 2025.

PEREIRA, L.; GUSMÃO, T. A gestão do planejamento de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais. **Revista Binacional Brasil Argentina**, [s. l.], p. 143-161, 2020.

RAMOS, A. M.; FARIA, P.; FARIA, Á. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, [s. l.], v. 14, n. 41, p. 17, 2014.

ROCHA, M. M. **Releitura do Processo de Aprendizagem de Estudantes Repetentes de Cálculo I**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

SILVA, A. **Noção de limite de funções reais e GeoGebra**: um estudo em epistemologia genética. 2017. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2017.

SILVA, D. S., GUSMÃO, T. C. R. S., SOUZA, G. M.; ASSIS, E. S. Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 18, n. 1982–5153, p. 1-36, 20 fev. 2025.

SILVA, D. S. Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Paradigma**, [s. l.], p. e2025029, 20 jan. 2025.

SILVA, S. R. S. **RevYou - ferramenta de apoio à execução de revisões e mapeamentos sistemáticos de modo colaborativo e distribuído**: módulo apresentação dos dados.

SOUZA, A. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. (Re)Desenho de tarefas matemáticas à luz dos critérios de idoneidade didática e criatividade. **Zetetike**, [s. l.], v. 31, p. e023014, 19 dez. 2023.

TEIXEIRA, P. M. M.; MEGID NETO, J. Uma proposta de tipologia para pesquisas de natureza interventiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 23, n. 4, p. 1055-1076, dez. 2017.

VASCONCELLOS, C. S. **Planejamento**: projeto de ensino-aprendizagem e projeto político pedagógico. v. 1. 10. ed. São Paulo: Libertad, 2002.

VASCONCELOS, P. F.; GUSMÃO, T. C. R. S.; DUARTE, A. C. S. Critérios de idoneidade didática como instrumento de avaliação dos cursos de medicina. **Práxis Educacional**, [s. l.], v. 21, n. 52, p. e12664, 1 mar. 2025.

WEINSTEIN, C. S.; NOVODVORSKY, I. **Gestão da sala de aula**: lições da pesquisa e da prática para trabalhar com adolescentes. Porto Alegre: AMGH, 2015.

CAPÍTULO 7

Nesta tese apresentou-se uma investigação sobre os limites, incorporando o estudo prévio, o desenho e a implementação de uma sequência de ensino aplicada em um curso de Bacharelado Interdisciplinar de Ciências e Tecnologia da Universidade Federal do Maranhão, especificamente na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, fornecida ao primeiro período.

No Capítulo 1 foi apresentado um objetivo geral e cinco objetivos específicos. Assim, o objetivo geral proposto foi expresso nos seguintes termos:

Analisar o papel das tarefas no ensino de limites de funções reais, considerando os objetos matemáticos e a gestão de seu planejamento, implementação e avaliação, com vistas a compreender seus desafios e potencialidades para a aprendizagem no Ensino Superior.

Buscou-se responder a esse objetivo por meio do desenho, implementação e avaliação de um processo de instrução sustentado por rigorosa análise de caráter teórico e experimental. O marco teórico permitiu analisar o objeto “limites” em partes específicas, que foram estudadas detalhadamente, tanto do ponto de vista institucional quanto pessoal. Esse objetivo geral foi alcançado por meio do cumprimento dos objetivos específicos, cujos resultados e conclusões são descritos a seguir.

7.1 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 1.

Identificar e analisar as contribuições dessas pesquisas, com foco na origem, palavras-chave, objetivos e conteúdos abordados, além de identificar lacunas para estudos futuros.

Esse objetivo foi abordado no Capítulo 2, no qual foi apresentada uma investigação que reuniu e analisou **38 trabalhos acadêmicos**, sendo **25 dissertações e 13 teses**, localizados na BDTD e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. O estudo teve como finalidade mapear a produção acadêmica, buscando compreender como as tarefas eram mobilizadas no ensino de Cálculo.

Entre os principais resultados, constatou-se que a maioria das pesquisas foi desenvolvida em instituições localizadas das regiões Sul e Sudeste do Brasil, o que evidencia uma concentração geográfica significativa da produção. Observou-se também uma **baixa ocorrência de investigações que tratassem da dimensão emocional** e da **formação de professores** no ensino de Cálculo, aspectos que emergem como lacunas importantes. Além disso, verificou-se que, embora as **derivadas tenham sido o tema mais explorado**, os **limites surgem de modo recorrente como um campo de dificuldades para os estudantes**, merecendo maior aprofundamento.

Uma possível explicação para essa predominância pode estar relacionada ao **processo histórico de formalização do Cálculo**, em que a diferenciação recebeu, inicialmente, maior atenção em função de suas aplicações em problemas de tangentes, máximos e mínimos, enquanto a consolidação formal do conceito de limite deu-se posteriormente. Essa perspectiva justifica a relevância das tarefas voltadas ao ensino de limites, ao mesmo tempo em que aponta para a necessidade de desenhar propostas mais consistentes nesse campo.

Finalmente, concluiu-se que, apesar do avanço proporcionado pelas pesquisas analisadas, **persistem lacunas** no que se refere a dimensões afetivas, à formação docente e à diversificação de tarefas voltadas ao ensino de limites. Tais resultados foram fundamentais para orientar os passos seguintes desta tese, especialmente no sentido de aprofundar a análise das tarefas relacionadas ao ensino de limites de funções reais, explorando suas dificuldades, desafios e potencialidades.

7.2 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 2.

Analisar criticamente o conhecimento existente sobre tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando dificuldades, desafios e avaliando a implementação das tarefas aos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT).

Este objetivo foi abordado no Capítulo 3, no qual foi apresentada uma **Revisão Sistemática de Literatura** realizada a partir de teses e dissertações publicadas entre 2013 e 2023, as quais investigaram o ensino de limites de funções reais a partir da utilização de tarefas. O estudo permitiu identificar **12 trabalhos** (8 teses e 4

dissertações), de modo que estes foram analisados com base nos referenciais teóricos adotados, nas dificuldades relatadas e nas tarefas propostas.

Entre os principais resultados, constatou-se que as pesquisas convergem em torno de **dificuldades persistentes no ensino e aprendizagem de limites**, sobretudo no que diz respeito à compreensão da definição formal, ao uso de símbolos e quantificadores, à confusão entre limite e valor da função, e às lacunas de conhecimentos prévios em álgebra, funções e inequações. Também se evidenciaram obstáculos epistemológicos clássicos - como o “horror ao infinito” e a concepção do limite como fronteira inalcançável - que continuam presentes nos estudos mais recentes.

No que se refere às tarefas, foi verificada a **predominância de propostas fechadas** (exercícios e problemas) e dotadas de elevada exigência cognitiva, embora alguns estudos tenham buscado diversificação por meio de atividades abertas, mapas conceituais, uso de *softwares* como o *GeoGebra* e propostas de sequências didáticas. Ao analisar essas tarefas com base nos **Critérios de Desenho de Tarefas (CDT)**, observou-se avanços em aspectos como interatividade, desafio e criatividade, e também limitações quanto à variedade de naturezas e tipologias, sobretudo pela baixa presença de tarefas abertas que estimulem múltiplas abordagens e representações.

Concluiu-se que, embora os pesquisadores venham desenvolvendo esforços para superar a visão tradicional centrada no “calcule”, ainda são necessárias **propostas mais diversificadas e fundamentadas** que favoreçam a construção do conceito de limite em sua complexidade. Esses resultados foram decisivos para orientar a pesquisa deste doutorado, pois o mapeamento das dificuldades e dos tipos de tarefas já trabalhadas em teses e dissertações permitiu repensar e **redesenhar as tarefas implementadas** posteriormente, buscando maior alinhamento aos Critérios de Desenho de Tarefas (CDT) e às necessidades reais dos estudantes.

7.3 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 3.

Analisar o tratamento matemático e didático do conceito de limites de uma função real nos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de cursos de carreiras não matemáticas no Ensino Superior.

Este objetivo foi abordado no Capítulo 4, em que se realizou uma análise documental de cinco PPPs referentes a diferentes regiões do Brasil (Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia, Engenharia de Produção, Engenharia de Computação, Ciências Biológicas e Estatística). O estudo investigou tanto o **tratamento matemático**, relacionado à presença do Cálculo e ao lugar ocupado pelo conceito de limite nas matrizes curriculares, quanto o **tratamento didático**, relacionado às metodologias de ensino, perfil do egresso e formas de avaliação.

Entre os principais resultados, constatou-se que a matemática possui uma **carga horária significativa** em todos os cursos, refletida também nas disciplinas que dela dependem. Contudo, apenas alguns PPPs preveem uma preparação efetiva para o estudo do Cálculo, incluindo conteúdos básicos como funções e álgebra, o que pode comprometer a aprendizagem dos limites em cursos em que tais pré-requisitos não são garantidos. Observou-se também diferenças na organização curricular, de modo que em alguns cursos, os limites aparecem integrados à continuidade, enquanto em outros são tratados de forma separada, revelando distintas concepções pedagógicas sobre a abordagem do tema.

No que diz respeito ao **tratamento didático**, os PPPs analisados destacam metodologias como interdisciplinaridade, integração entre teoria e prática e aprendizagem baseada em problemas, que se apresentam como caminhos promissores para o ensino de limites. Entretanto, verificou-se que as **formas de avaliação permanecem, em sua maioria, tradicionais**, centradas em provas e médias semestrais, o que pode limitar a consolidação de aprendizagens aplicadas e reflexivas.

Conclui-se que, embora os documentos reconheçam a importância do conceito de limite na formação de profissionais de diferentes áreas, ainda existem **lacunas entre o previsto nos PPPs e as necessidades reais do processo de ensino e aprendizagem**. A análise revelou que a posição da disciplina de Cálculo e a coerência entre os conteúdos matemáticos e as disciplinas que deles dependem nem sempre são bem estruturadas, o que pode dificultar a progressão acadêmica dos estudantes. Por outro lado, a valorização da interdisciplinaridade e da aprendizagem ativa constitui um potencial a ser explorado, desde que acompanhado de práticas avaliativas consistentes.

Esses resultados foram fundamentais para reforçar a pertinência de investigar, nos capítulos seguintes, não apenas a presença curricular dos limites, mas também os **objetos matemáticos efetivamente mobilizados nas tarefas** e a **gestão de sua implementação** no processo de ensino, estabelecendo a progressão lógica da tese.

7.4 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 4.

Analisar os objetos matemáticos mobilizados, construídos e transformados em tarefas matemáticas voltadas ao ensino de limites de funções reais, com base na dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico.

Este objetivo foi abordado no Capítulo 5, no qual apresentou-se uma investigação de natureza qualitativa, vinculada a um processo de pesquisa-formação com estudantes de graduação e professores do Ensino Superior. Foram analisadas três tarefas redesenhadas no âmbito do **encontro 4** da formação: **Limites laterais**, **Aplicações de limites** e **Definição formal de limite**, todas elaboradas considerando dificuldades recorrentes no ensino e aprendizagem de tal conteúdo.

Entre os principais resultados, verificou-se que as tarefas mobilizaram de forma integrada diferentes **objetos matemáticos primários** - elementos linguísticos, situações-problema, conceitos, definições, procedimentos, proposições, propriedades e argumentos - articulados de modo a favorecer a construção de significados mais robustos para o conceito de limite. Observou-se que, ao conjugar procedimentos algébricos, interpretações gráficas e representações tecnológicas, os estudantes puderam transitar entre diferentes registros de representação, ampliando sua compreensão conceitual.

A análise mostrou que o **uso de applets do GeoGebra** desempenhou papel relevante, tanto na exploração intuitiva de limites laterais quanto na visualização da relação entre *épsilon* e *delta* na definição formal de limite. Essa integração de recursos contribuiu para que os alunos compreendessem a natureza abstrata do conceito, ao mesmo tempo em que permitiu a construção de argumentos matemáticos mais consistentes.

Conclui-se que a **dimensão epistêmica do Enfoque Ontosemiótico** se mostrou uma ferramenta potente para analisar e orientar o desenho e o redesenho de tarefas matemáticas, evidenciando a complexidade do processo de significação dos

limites e oferecendo subsídios teóricos e metodológicos para práticas docentes mais conscientes e fundamentadas. Esses resultados reforçam a importância de propostas formativas que articulem múltiplos objetos matemáticos e promovam a reflexão crítica sobre seu papel no ensino e aprendizagem.

Por fim, esta investigação indicou a necessidade de avançar para a análise da **gestão das tarefas**, o que foi desenvolvido para o capítulo seguinte, em que se discute o planejamento, a implementação e a avaliação das mesmas, à luz dos Critérios de Adequação Didática (CAD).

7.5 CONSIDERAÇÕES RELATIVAS AO OBJETIVO ESPECÍFICO 5.

Analisar a gestão de tarefas no ensino de limites de funções reais, explorando como o planejamento, a implementação e a avaliação de tais tarefas impactam a aprendizagem.

Esse objetivo foi abordado no Capítulo 6, em que se desenvolveu uma pesquisa-formação com alunos do Bacharelado Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia e professores que lecionam Cálculo para carreiras não matemáticas. A análise concentrou-se especialmente no **encontro 4 da formação**, em que foram trabalhadas três tarefas: **Limites laterais**, **Aplicações de limites** e **Definição formal de limite**.

Entre os principais resultados, verificou-se que o **planejamento das tarefas** foi realizado de maneira criteriosa, fundamentado nos resultados das revisões sistemáticas e na análise dos Projetos Políticos Pedagógicos, o que possibilitou selecionar conteúdos e redesenhar atividades de acordo com as necessidades reais dos estudantes. A elaboração de fichas detalhadas e a definição prévia dos recursos e tempos foram decisivas para garantir clareza e consistência ao processo.

Na etapa de **implementação**, destacaram-se o uso de recursos tecnológicos, como o *GeoGebra*, e a organização dos estudantes em grupos, que favoreceram a interação, o engajamento e a construção colaborativa do conhecimento. O acompanhamento próximo das dificuldades durante a execução das tarefas possibilitou ajustar explicações e promover a negociação de significados, fortalecendo tanto a dimensão cognitiva quanto a afetiva do processo.

Quanto à **avaliação**, observou-se que a aplicação dos **Critérios de Adequação Didática (CAD)** permitiu identificar pontos fortes e fragilidades da gestão das tarefas. Ficou evidente que aspectos como a clareza dos enunciados, a integração de diferentes representações e a contextualização com situações reais contribuíram para ampliar a compreensão dos limites. Entretanto, desafios relacionados à logística, ao tempo disponível e à assimilação da definição formal de limite ainda se mantiveram, exigindo ajustes para futuras aplicações.

Conclui-se que a gestão consciente das tarefas, articulando planejamento, implementação e avaliação, é decisiva para potencializar a aprendizagem de limites de funções reais. O estudo evidenciou que a integração de dimensões epistêmica, cognitiva, afetiva, interacional, mediacional e ecológica contribui para superar dificuldades recorrentes e tornar o ensino de limites mais significativo. Esses resultados reforçam a importância de formações que apoiem professores no desenvolvimento de competências para planejar, conduzir e avaliar tarefas de modo fundamentado e reflexivo, fechando assim o ciclo investigativo desta tese.

7.6 IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE LIMITES DE FUNÇÕES REAIS NO ENSINO SUPERIOR

A presente tese também apresenta algumas conclusões voltadas para a docência. Uma das problemáticas centrais no ensino de limites em cursos de Ensino Superior, especialmente em carreiras não matemáticas, está em **selecionar e sequenciar os elementos prioritários** que favoreçam uma aprendizagem eficaz, significativa e centrada no estudante.

A investigação realizada fornece evidências sobre os diversos aspectos que devem ser considerados no planejamento de aulas de limites, tais como: a variedade de tarefas mobilizadas, as diferentes representações e configurações do objeto matemático limite, a necessidade de múltiplas formas de comunicação desse objeto e a relevância da **integração de tecnologias digitais** como mediadoras da aprendizagem.

Tais resultados indicam a importância de promover uma seleção criteriosa de livros didáticos, materiais de apoio e aplicações contextualizadas na área de interesse dos estudantes. Além disso, ressaltam a necessidade de destacar teoremas e

proposições fundamentais, de modo que o ensino de limites não se restrinja à manipulação algébrica, mas favoreça a compreensão conceitual, a articulação entre teoria e prática e a formação de um olhar crítico diante dos conteúdos matemáticos.

7.7 PESPECTIVAS PARA FUTURAS INVESTIGAÇÕES

Considerando que todo processo de ensino é passível de aperfeiçoamento, esta tese fornece espaço para a continuidade da investigação em diferentes direções, tanto no que se refere ao referencial teórico adotado quanto ao objeto matemático limites de funções reais. Entre as perspectivas possíveis, destaca-se:

- a) **Analisar a percepção de professores de Matemática com experiência no ensino de Cálculo e Limites** acerca da qualidade didática das tarefas desenvolvidas nesta pesquisa, avaliando-as à luz dos **critérios de desenho de tarefas** (Gusmão; Font, 2021), do modo que a referida análise poderá oferecer um olhar externo e especializado sobre a pertinência e a efetividade das propostas, complementando os resultados obtidos junto aos estudantes;
- b) **Estender a análise epistêmica e de gestão para as tarefas dos demais encontros** realizados na pesquisa-formação, e não apenas as do encontro 4, permitindo assim aprofundar a compreensão sobre os **objetos matemáticos primários** mobilizados, construídos e transformados em diferentes momentos, bem como sobre a **gestão do planejamento, da implementação e da avaliação** dessas tarefas, ampliando a consistência dos resultados;
- c) **Reaplicar as tarefas em contextos variados**, envolvendo estudantes de outras instituições e cursos, a fim de verificar a recorrência dos resultados e identificar ajustes necessários ao desenho e à gestão das propostas;
- d) **Explorar novos recursos tecnológicos** na elaboração de tarefas, ampliando a investigação sobre o papel das ferramentas digitais na mediação da aprendizagem de limites.

7.8 DIFUSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA

Os resultados desta tese foram apresentados por meio de artigos produzidos ao longo do doutorado, os quais foram submetidos e/ou publicados em diferentes meios acadêmicos, como periódicos científicos, anais de eventos nacionais e internacionais e apresentações orais em congressos.

A seguir, apresenta-se referências à divulgação dos resultados, organizada por tipologia de publicação e, posteriormente, em ordem cronológica (da mais recente para a mais antiga).

7.8.1 Publicações em revistas indexadas

- a) SILVA, D. S. *et al.* Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Paradigma**, Maracay, v. 46, n. 1, p. e2025029, 2025. DOI: 10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2025.e2025029.id1637. Disponível em: <https://revistaparadigma.com.br/index.php/paradigma/article/view/1637>. Acesso em: 12 sep. 2025.
- b) SILVA, D. S. *et al.* Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 18, n. 1982–5153, p. 1-36, 20 fev. 2025. DOI: [10.5007/1982-5153.2025.e100777](https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/100777). Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/100777>. Acesso em 12 set. 2025.

7.8.2 Publicações em anais de congressos nacionais e internacionais

- a) SILVA, D. S. *et al.* A importância do afeto na aprendizagem da matemática a partir da perspectiva da Idoneidade Emocional e a Teoria Psicogenética. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 7., 2022, Maceió. **Anais [...]**. Campina Grande: Editora Realiza, 2022

- b) SILVA, D. S.; GUSMÃO, T. Percepção de estudantes de carreiras não matemáticas sobre o cálculo diferencial e integral. In: COLÓQUIO NACIONAL, 14., COLÓQUIO INTERNACIONAL DO MUSEU PEDAGÓGICO/UESB, 7., SEMINÁRIO NACIONAL, 12., INTERNACIONAL DO HISTEDBR/UNICAMP, 2., 2022, Vitória da Conquista. **Anais** [...]. 2022. v. 14. p. 2467-2472.
- c) PAZ, A. S.; GUSMÃO, T.; SOUSA, A. S.; SILVA, D. S. Poliedros Platônicos? puxe para cima? análise de uma tarefa utilizando os Indicadores de Desenho de Tarefa. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2023, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Editora Akademy, 2022.
- d) SOUSA, A. S.; GUSMÃO, T.; PAZ, A. S.; SILVA, D. S. Tarefas de Porcentagem na perspectiva da Criatividade: uma análise à luz dos Critérios de Desenho de Tarefas. In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2023, São Paulo. **Anais** [...]. São Paulo: Editora Akademy, 2022.

REFERÊNCIAS DA TESE

ALVES, A. F. S. **Um estudo das atividades propostas em um curso de licenciatura em matemática, na disciplina de introdução ao cálculo diferencial e integral, na modalidade a distância**. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

ALVES, J. M. S.; ALMEIDA, J. J. P. **Uma breve história do cálculo diferencial e integral contribuições de Newton e Leibniz**. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 9. [s. l.]. **Anais [...]**. [s. l.]: CONEDU, 2023.

ANDRADE, A. A. **Os registros de representação semiótica na aprendizagem de limites de funções reais**. 2021. 239f. Tese (Doutorado) - Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2021.

ARAÚJO, M. M. **A construção do conceito de limite através da resolução de problemas**. 2020. 146f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

ARAYA, D. A. **Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable**. 2022. Tese (Doutorado) - Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile, 2022.

ARAYA, D. A.; PINO-FAN, L. R. Componentes e indicadores para el diseño y reflexión de procesos de instrucción sobre límites de funciones en una variable. **Paradigma**, v. XLIV, p. 409-426, 31 maio 2023.

ARTIGUE, M. **Ingeniería Didáctica En Educación Matemática**. 1. ed. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

BAENA, P. G. **Metodología de la investigación**. 3. ed. [s. l.]: Retrieved, 2017.

BARBOSA, J. C. **Formatos insubordinados de dissertações e teses na Educação Matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, [s. l.], n. 4, p. 73-80, 2004.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. 5. ed. São Paulo: Edições 70, 2020.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2016.

BATSCHULET, E. **Introdução à Matemática para Biocientistas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1978.

BERTI, N. M. O ensino de matemática no Brasil. In: JORNADA DO HISTEDBR - HISTÓRIA, SOCIEDADE E EDUCAÇÃO NO BRASIL, 6., Paraná. **Anais [...]**. Ponta Grossa: UEPG, 2005.

- BERTOLAZI, K. S. **Proposta Didático-Pedagógica para a Formação Docente em Matemática**: Investigações de Noções Conceituais de Cálculo Diferencial e Integral com Adoção do Vê Epistemológico de Gowin. 2017. 480 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.
- BEZERRA, N. J. F. **A Organização do Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Perspectiva da Teoria da Formação por Etapas das Ações Mentais De Galperin**. 2016. 262 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Universidade do Estado do Amazonas, Cuiabá, 2016.
- BICALHO, D. C. **O contexto digital como ambiente de aprendizagem de cálculo diferencial e integral**. 2019. 168 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Construção Metálica) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.
- BOBADILLA, G.; LABARCA, R. **Cálculo Tomo II**. Santiago, Chile: USACH, 2010.
- BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
- BORTOLETTO, D. **Análise da Produção Escrita em provas de Cálculo Diferencial e Integral I**. 2021. 77f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2021.
- BOYER, C. B. **A History of Mathematics**. [s. l.]: John Wiley & Sons, 2012.
- BOYER, C.; MERZBACH, U. C. **História da matemática**. Tradução de Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.
- BRAGANÇA, I. F. S. **Histórias de vida e formação de professores: diálogos entre Brasil e Portugal**. [s.l. : s.n.], 2012.
- BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Cursos de Graduação**, 2001.
- BREDA, A. *et al.* A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **JIEEM-Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática IJSME-International Journal for Studies in Mathematics Education 1-v**, [s.l.], v. 8, n. 2, 2015.
- BREDA, A.; BOLONDI, G.; DE ABREU SILVA, R. Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, [s.l.], v. 3, p. e202117, 26 jul. 2021.
- BREDA, A.; FONT, V.; PINO-FAN, L. R. Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s.l.], v. 32, n. 60, p. 255-278, 2018.
- BRITO, C. **Estudo do centro de massa em cálculo diferencial e integral**: uma abordagem didática envolvendo recursos tecnológicos. 2019. 614 f. Tese (Doutorado

em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia; Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2019.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**: Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BRUNO, L. M. J. **Modelos e simulações voltados para a relação entre o Cálculo Diferencial e Integral e a Dinâmica em cursos superiores**. 2019. 100 f. Dissertação (Mestrado profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

CARDOSO, D. T. **Resolução de Problemas e o Software GeoGebra no Ensino e Aprendizagem de Otimização de Funções**. 2018. 155 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

CARVALHO, J. P. A.; MACÊDO, J. A.; LOPES, L. R. P. Algumas aplicações do cálculo diferencial e integral. **Research, Society and Development**, [s.l.], v. 10, n. 8, p. e22410817220, 5 jul. 2021.

CARVALHO, O. A. **A noção de limite**: Um estudo da organização didática de um percurso formativo digital. 2022. Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2022.

CELESTINO, M. R. **Concepções sobre limite**: Imbricações entre obstáculos manifestos por alunos do ensino superior. 2008. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

CHACÓN, I. M. G. **Os afetos na aprendizagem matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CHRISTO, D. S. **Documentação de professores para o ensino remoto de limite em cursos de exatas**. 2022. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2022.

CORICA, A. R.; OTERO, M. R. Análisis de una praxeología matemática universitaria en torno al límite de funciones y la producción de los estudiantes en el momento de la evaluación. **Relime**, [s.l.], v. 12, n. 3, p. 305-331, 2009.

CORNU, B. **Apprentissage de la notion de Limite**: Conceptions et Obstacles. 1983. Tese (Doutorado) - L'universite Scientifique et Medicale de Grenoble, [s.l.], 1983.

COSTA, Â. B.; ZOLTOWSKI, A. P. C. Como escrever um artigo de revisão sistemática? In: KOLLER, S. H.; COUTO, M. C. P. P.; HOHENDORFF, V. (Orgs.). **Manual de produção científica**. [s.l.: s.n.], 2014. p. 53-67.

COSTA, W. N. G. C. Dissertações e Teses Multipaper: Uma Breve Revisão Bibliográfica. In: SEMINÁRIO SUL-MATOGROSSENSE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. Mato Grosso. **Anais** [...]. n. 1999, 2014, p. 1–10.

COTTRILL, J. B.; DUBINSKY, E.; NICHOLS, D.; SCHWINGENDORF, K.; THOMAS, K.; VIDA KOVIC, D. Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process scheme. **The Journal of Mathematical Behavior**, [s.l.], v. 15, p. 167-192, 1996.

COUY, L. **Pensamento Visual no Estudo da Variação de Funções**. 2008. 162f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2008.

D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: dá teoria à prática**. 10. ed. Campinas: Papirus Editora, 2003.

DA COSTA, P. K. **Avaliação da aprendizagem na licenciatura em matemática a distância**. [s.l.: s.n.], 2013.

DA ROCHA, F. V. C. **A Utilização do GeoGebra no Estudo dos Conceitos de Limite, Derivada e Integral Definida**. 2019. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Universidade Federal do Vale do São Francisco, Juazeiro, 2019.

DE LIMA, I. G.; SAUER, L. **Uma proposta metodológica e sua contribuição para a aprendizagem de matemática na formação de engenheiros**. [s.l.: s.n.], 2003.

DE PAULA, M. R. **O diálogo entre o cálculo e a energia: um modelo de ensino para o professor**. 2020. 91 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2020.

DE SOUZA, C. R. **Uma abordagem do ensino de cálculo, incentivando o desenvolvimento de estilos de aprendizagem e proporcionando o entendimento das técnicas de integração**. 2013. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2013.

DENARDI, V. B. **Contribuições das Representações Semióticas para Compreensão de Conceitos Fundamentais para o Cálculo**. 2019. 285 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, UFN, 2019.

DEZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DÍAZ, V.; POBLETE, A. Competencias en Matemáticas y Tipos de problemas. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 5. [s. l.], 2005. **Anais [...]**. [s. l.]: CIBEM, 2005.

DOS SANTOS, M. B. **Um olhar para o conceito de limite: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado**. 2013. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

ECO, U. **Como se faz uma tese**. Tradução Gilson Cesar Cardoso de Souza. 21. ed. São Paulo: Perspectiva, 2008.

ELIA, I. *et al.* Geometric and algebraic approaches in the concept of “limit” and the impact of the “didactic contract”. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 7, n. 4, p. 765-790, 20 ago. 2009.

ETEVAL, F. *et al.* Uma sequência didática para o ensino de limite e continuidade. **Ridema**, [s. l.], v. 7. n. 1, p. 2594-4673, 2023.

EVES, H. **An Introduction to the History of Mathematics**. [s.l.]: Cengage Learning, 2004.

EVES, H. **An Introduction to the History of Mathematics**. 5. ed. Filadélfia: Saunders College Pub, 2004.

FERREIRA, D. T. Profissional da informação: perfil de habilidades demandadas pelo mercado de trabalho. **Ciência da Informação**, [s.l.], v. 32, n. 1, p. 42–49, abr. 2003.

FERREIRA, P. E. A.; DE BURIASCO, R. L. C. Math tasks instructions based on the realistic mathematics education perspective. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, [s.l.], v. 29, n. 52, p. 452-472, 1 ago. 2015.

FERREIRA, R. D. **Compreensão do conceito de limite por alunos de cursos de Ciências Exatas**. 2021. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021.

FIRMINO, G. L.; SIQUEIRA, A. M. D. O. A matemática no ensino de engenharia. **The Journal of Engineering and Exact Sciences**, [s.l.], v. 3, n. 3, 9 maio 2017.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed: Bookmann, 2009.

FLORCZAK, S. M.; UHMANN, R. I. M. Revisão bibliográfica sobre concepções curriculares em projetos pedagógicos das licenciaturas em ciências. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, [s.l.], v. 13, p. e25005, 25 abr. 2025.

FONSECA, M. O. S. Proposta de tarefas para um estudo inicial de derivadas. 2017. 100 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

FONT, V. Problemas en un contexto cotidiano. **Cuadernos de Pedagogía**, [s.l.], v. 10, p. 59-91, 2006.

FONT, V.; PLANAS, N.; GODINO, J. D. Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. **Infancia y Aprendizaje**, [s.l.], v. 33, n. 1, p. 89-105, 2010.

FONT, V.; RAMOS, J. R.; GUSMÃO, T. C. R. S. (Re)desenho de tarefas para articular conhecimentos intra e extramatemáticos do professor. In: COLÓQUIO

NACIONAL E COLÓQUIO INTERNACIONAL DO MUSEU PEDAGÓGICO, 12., Vitória da Conquista, 2017. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2017. p. 2175-5493.

FONTES, L. S. As metodologias ativas de aprendizagem e sua contribuição para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. 2021. 172 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade de Brasília, Brasília, 2021.

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. v. 1. New York: New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow, 1983.

FULINI, M. A. **História do cálculo diferencial e integral**. 2016. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de São João Del-Rei, Minas Gerais, 2016.

FURLANI, C. **O uso de Conceitos Vetoriais em Geometria Analítica no Ensino Médio com o Auxílio do GeoGebra**. 2016. 134 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2016.

GADOTTI, M. **Boniteza de um sonho: Ensinar-e-aprender com sentido**. São Paulo: Grubhas, 2003.

GALINDO ILLANES, M. K.; BREDÁ, A. Proceso de instrucción de la derivada aplicado a estudiantes de Ingeniería Comercial en Chile. **Uniciencia**, [s. l.], v. 38, n. 1, p. 303-323, 2024.

GALINDO ILLANES, M. K.; BREDÁ, A. Significados de la derivada en los libros de texto de las carreras de Ingeniería Comercial en Chile. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [s. l.], v. 37, n. 75, p. 271-295, 2023.

GALINDO, M. K. **Proceso de enseñanza y aprendizaje de la derivada con estudiantes de Ingeniería Comercial**. 2023. Tese (Doutorado) - Universitat de Barcelona, Barcelona, 2023.

GAUTHIER, C. **Por uma teoria da pedagogia: pesquisas sobre o saber docente**. 3 ed. Ijuí: Unijuí, 2013.

GODINO, J. D. Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. In: Contreras, J. M.; Cañadas, G. R.; Gea, M. M.; Arteaga, P. (Orgs.). **Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, 2013. p. 1-15.

GODINO, J. D. **Enfoque Ontosemiótico en educación matemática Fundamentos, herramientas y aplicaciones**. v. 1. [s.l.]: McGraw-Hill Interamericana de España, 2024.

GODINO, J. D. *et al.* Aproximación a la dimensión normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque Ontosemiótico. In: REUNIÓN LATINOAMERICANA DE MATEMÁTICA EDUCATIVA, 21. [s. l.], 2007. **Anais [...]**. [s. l.]: RELME, 2007.

GODINO, J. D. *et al.* Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque Ontosemiótico. **Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas**, [s./l.], v. 27, n. 1, p. 59-76, 9 jun. 2009.

GODINO, J. D. Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., [s./l.], 2011. **Anais [...]**. [s./l.], IACME, 2011.

GODINO, J. D. Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. **Investigación en Educación Matemática XVI**, [s./l.], p. 49-68, 2012.

GODINO, J. D. Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 29. [s. /l.]. **Acta [...]**. [s. /l.]: ANPED, 2006. p. 1-24.

GODINO, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [s./l.], 2004.

GODINO, J. D.; BATANERO, C. Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, [s./l.], 1994.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**, [s./l.], v. 39, v. 1-2, p. 127–135, 2007.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática. **Acta Scientiae**, [s. /l.], v. 10, n. 2, p. 7-37, 2008.

GODINO, J. D.; CONTRERAS, J. M. Uso de recursos virtuales en la difusión y construcción de conocimiento científico: el caso del congreso CIVEOS. **CIVEOS**, [s./l.], 2017.

GOI, M. E. J.; SANTOS, F. M. T. Aspectos metodológicos da resolução de problemas na formação de professores de ciências da natureza. **# Tear: Revista de Educação Ciência e Tecnologia**, Canoas, v. 8, 2019.

GONÇALVES, W. J. **Raciocínio covariacional em aulas de cálculo diferencial e integral: possibilidades de desenvolvimento a partir do uso de tarefas**. 2018. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

GRANDE, A. L. **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino**. 2013. 324 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

GUSMÃO, T. C. R. S. Do desenho à gestão de tarefas no ensino e na aprendizagem da matemática. In : ENCONTRO BAIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 18., Ilhéus, Bahia, 2019. **Anais [...]**. Bahia: [s. n.], 2019.

GUSMÃO, T. C. R. S.; FONT, V. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, [s. l.], v. 22, n. 3, p. 666-697, 9 jan. 2021.

GUSMÃO, T. C. **Los procesos metacognitivos en la comprensión de las prácticas de los estudiantes cuando resuelven problemas matemáticos: una perspectiva ontosemiótica**. Santiago de Compostela: Universidade de Santiago de Compostela, 2006.

HIEBERT, J.; WEARNE, D. Instructional tasks, classroom discourse and student learning in second grade arithmetic. **American Educational Research Journal**, [s. l.], v. 30, p. 393-425, 1997.

ILLANES, M. G.; BREDÁ, A.; ALVARADO MARTINEZ, H. Diseño de un proceso de enseñanza de la derivada para estudiantes de ingeniería comercial en Chile. **Paradigma**, [s. l.], v. 44, p. 321-350, 31 maio 2023.

JORDAAN, T. **Misconceptions of the limit concept in a mathematics course for engineering students**. 2005. Dissertação (Mestrado) - University of South Africa, África do Sul, 2005.

JUTER, K. **Limits of functions**: University students' concept development, 2006. Tese (Doutorado) – [s. n.], [s. l.], 2006.

KAIBER, T. C. *et al.* Enfoque Ontosemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS): um panorama das pesquisas na América Latina. **Perspectiva da educação matemática**, [s. l.], v. 10, p. 2359-2842, 2017.

KATO, L. A.; BELLINI, M. Atribuição de significados biológicos às variáveis da equação logística: uma aplicação do Cálculo nas Ciências Biológicas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 15, n. 1, p. 175-188, 2009.

KITCHENHAM, B. **Procedures for Performing Systematic Reviews**. Keele University, Keele, 2004.

LADEIRA, A. R. **Uma proposta de atividades didáticas com tópicos de matemática básica preparatórios para o estudo de Cálculo universitário**. 2014. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

LEITE, F.; BENÍCIO, J. Interdisciplinaridade no Ensino Superior: proposta de um novo método. **Revista Científica da Facerb**, [s. l.], v. 2, n. 2359-1366, p. 45-54, 2015.

LIMA, G. L. **A disciplina de cálculo I do curso de matemática da Universidade de São Paulo**: Um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994. 2012. Tese (Doutorado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P.. Das palavras à álgebra: Corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual 1995. p. 5-67.

LOPES, V. R. **Aprendizagem em um ambiente construcionista**: explorando conhecimentos de Cálculo I em espaços virtuais. 2015. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2015.

MAÇÃO, D. P. **Uma proposta de ensino para o conceito de derivada**. 2014. 166F. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

MACEDO, R. S. **Pesquisa-Formação/Formação-Pesquisa**: Criação de saberes e heurística formacional. 1. ed. Campinas, SP: Pontes Editores, 2021.

MESSIAS, M. A. V. F. **Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes universitários acerca do conceito de limite de função**. 2013. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2013.

MOTA, W. S. **O ensino de limites de funções por atividades**. 2017. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Pará, Pará, 2017.

NAIR, G. S. **College students' concept images of asymptotes, limits, and continuity of rational functions**. 2010. Tese (Doutorado) - The Ohio State University, EUA, 2010.

NEUMAN, W. L. **Social research methods**: Qualitative and quantitative approaches. Boston: Pearson, 2013.

NINOW, V.; KAIBER, C. T. Análise do conceito de função sob a perspectiva da idoneidade epistêmica do enfoque Ontosemiótico. In: CONGRESO URUGUAYO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., [s. l.], 2017. **Actas [...]**. n. 1688-9886, p. 339-347, 2017.

NUNES, M. M.; GUSMÃO, T. C. R. S.; CAMPOS, M. A.; BREDA, A. Competências desenvolvidas por professores quando analisam tarefas matemáticas. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v. 10, n. 1, p. 64-81, 2025.

NUNES, M; GUSMÃO, T.C.R.S.; BLANCO, T. A competência do professor em análise de tarefas matemáticas sobre medidas de comprimento. **Revista Paradigma**, [s. l.], v. XLIV, p. 453-480, 2023.

OLIVEIRA NETO, J. A. **Três estudos sobre o discurso de limite**: Uma abordagem comunicacional. 2021. Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2021.

OLIVEIRA, T. A. L. *et al.* Formação continuada de professores de química para o uso das tecnologias: uma revisão sistemática de literatura. **Revista Valore**, Volta Redonda, v. 3, edição Especial, p. 1-13, 2018.

PARAMESWARAN, R. On Understanding the Notion of Limits and Infinitesimal Quantities. **International Journal of Science and Mathematics Education**, [s. l.], v. 5, n. 2, p. 193-216, 27 mar. 2007.

PEREIRA, G. M. R. **Cálculo diferencial e integral no curso de Agronomia: uma perspectiva de trabalho de projetos com modelagem matemática e tecnologias digitais de informação e comunicação.** 2019. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019.

PEREIRA, L.,; GUSMÃO, T. A gestão do planejamento de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais. **Revista Binacional Brasil Argentina**, [s. l.], p. 143-161, 2020.

PINHEIRO, N. Uma reflexão sobre a importância do conhecimento matemático para a ciência, para tecnologia e para sociedade. **Publicatio UEPG**, [s. l.], v. 11, n. 1, p. 21-31, 2003.

PINO-FAN, L. R. Contribución del Enfoque Ontosemiótico a las investigaciones sobre didáctica del cálculo. In: CONGRESO INTERNATIONAL VIRTUAL SOBRE EL ENFOQUE ONTOSEMIÓTICO DEL CONOCIMIENTO Y LA INSTRUCCIÓN MATEMÁTICOS, 2., [s. l.], 2017. **Actas [...]**. [s. l.]: UFPE, 2017. p. 1-16.

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRÍGUEZ, M. Criterios de diseño de tareas para favorecer el análisis didáctico en la formación de profesores. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 7., [s. l.], 2013. **Actas [...]**. n. 2301-0797, p. 4988-4998, 2013.

PONTE, J. P. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática.** Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 13-27.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia de Produção.** Poços de Caldas, 2017.

RAMOS, A. M.; FARIA, P.; FARIA, Á. Revisão sistemática de literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, [s. l.], v. 14, n. 41, p. 17, 2014.

RAMOS, N. S. **Sequências numéricas como desencadeadoras do conceito de convergência: episódios de resolução de tarefas.** 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2017.

REIS, H. C. A. **O emprego do software Maple como ferramenta educacional de ensino-aprendizagem de cálculo diferencial e integral por meio do ensino híbrido, formato flex.** 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Fundação Universidade Federal de Rondônia, Ji-Paraná, 2022.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: Dificuldades de natureza epistemológica.** 2003. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

ROCHA, M. M. **Releitura do Processo de Aprendizagem de Estudantes Repetentes de Cálculo I**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

RODRIGUES, G. S. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. Desenho de tarefas matemáticas na perspectiva da criatividade. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, [s. l.], v. 5, n. 2, p. 343-363, 18 set. 2020.

SANTOS, M. B. S. **Um olhar para o conceito de limite**: constituição, apresentação e percepção de professores e alunos sobre o seu ensino e aprendizado. 2013. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

SANTOS, M. G. **Um estudo sobre a convergência de sequências numéricas com alunos que já tiveram contato com a noção de limite**. 2005. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, P. F.; SIMON, A. T. Uma avaliação sobre as competências e habilidades do engenheiro de produção no ambiente industrial. **Gestão & Produção**, [s. l.], v. 25, n. 2, p. 233-250, 1 jun. 2018.

SERAFIM FILHO, Á. F.; MARTINHO, M. H. A aprendizagem do cálculo diferencial e integral num curso de licenciatura em matemática. In: Seminário de Investigação em Educação Matemática, 27., [s. l.], 2016. **Atas [...]**. [s. l.]: APM, 2016. p. 377-399.

SIERPIRISKA, A. Obstacles epistemologiques relatifs à la notion de limite. **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, [s. l.], v. 6, n. 1983, p. 5-67, 1985.

SILVA, A. **Noção de limite de funções reais e GeoGebra**: um estudo em epistemologia genética. 2017. Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul, 2017.

SILVA, A. P. C.; NASCIMENTO, E.; VIEIRA, L. Cálculo diferencial e integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem. [s. n.], [s. l.], n. 2, 2017.

SILVA, D. S. Tarefas para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral: uma Revisão Sistemática da Literatura. **Paradigma**, [s. l.], p. e2025029, 20 jan. 2025.

SILVA, D. S., GUSMÃO, T. C. R. S., SOUZA, G. M.; ASSIS, E. S. Ensino de limite de funções de uma variável real: uma revisão sistemática de literatura explorando dificuldades, desafios e a implementação de tarefas. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, [s. l.], v. 18, n. 1982–5153, p. 1-36, 20 fev. 2025.

SILVA, O. H. M. A contribuição pedagógica do uso da visualização gráfica no ensino e na aprendizagem do cálculo diferencial e integral. In: CONGRESSO HUMANITAS: EDUCAÇÃO, 1., Curitiba, 2018. **Anais [...]**. Curitiba: PUCPR, 2018.

SILVA, R. T. **Atividades para o estudo de integrais em um ambiente de ensino híbrido**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2019.

SILVA, S. R. S. **RevYou - ferramenta de apoio à execução de revisões e mapeamentos sistemáticos de modo colaborativo e distribuído: módulo apresentação dos dados**. SILVA, L. E. Educação matemática e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC): um desafio para a educação básica. **Revista Humanidades e Inovação**, [s. l.], v.6, n.6, p. 51-61, 2019.

SODRÉ, R.; LAUDARES, J. B.; FURLETTI, S. Resolução de problemas de cálculo diferencial e integral contextualizados na engenharia civil. **Abakós**, [s. l.], v. 11, n. 2, p. 67-90, 13 nov. 2023.

SOUSA NETO, F. M. E. **Aplicação de regras na aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral**: um enfoque na filosofia de Wittgenstein. 2019. Tese (Doutorado em Filosofia) – Escola de Filosofia, Letras e Humanas, Universidade Federal de São Paulo, Belém, 2019.

SOUSA, A. S.; GUSMÃO, T. C. R. S. (Re)Desenho de tarefas matemáticas à luz dos critérios de idoneidade didática e criatividade. **Zetetike**, [s. l.], v. 31, p. e023014, 19 dez. 2023.

SOUSA, J. R. *et al.* Task (Re)design to enhance the didactic-mathematical knowledge of teachers. **Acta Scientiae**, [s. l.], v. 22, n. 4, p. 98-120, 1 set. 2020.

SOUZA, D. V. **O Ensino de Noções de Cálculo Diferencial e Integral por Meio da Aprendizagem Baseada em Problemas**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, São Paulo, 2016.

STEWART, J. **Cálculo**. v. I. 7a ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

TALL, D.; VINNER, S. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics**, [s. l.], v. 12, n. 2, p. 151-169, 1981.

TEIXEIRA, P. M. M.; MEGID NETO, J. Uma proposta de tipologia para pesquisas de natureza interventiva. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 23, n. 4, p. 1055-1076, dez. 2017.

THABET, N. R. **Teaching and learning limits at the secondary level in Lebanon**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Lebanese American University, Líbano, 2015.

TIAGO, M. C. **O Conhecimento Matemático de Angolanos Ingressantes nos Cursos de Engenharia: Intervenção Pedagógica com Base na Teoria Histórico-Cultural**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2015.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE RONDÔNIA. **Projeto Pedagógico do Curso de Bacharelado em Estatística**. Ji-Paraná, 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO. **Projeto Pedagógico do Curso de Ciência e Tecnologia**: Modalidade Bacharelado Interdisciplinar. São Luís, 2017.

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ. **Projeto Pedagógico do Curso de Engenharia de Computação**. Curitiba, 2022.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. Realistic Mathematics Educationaswork in progress. In: THE NETHERLANDS AND TAIWAN CONFERENCE ON MATHEMATICS, Taipei, Taiwan, 2001. **Proceedings** [...], Taipei, Taiwan, 2001. p. 1-43.

VASCONCELLOS, C. S. **Planejamento**: projeto de ensino-aprendizagem e projeto político pedagógico. v. 1. 10. ed. São Paulo: Libertad, 2002.

VASCONCELOS, P. F.; GUSMÃO, T. C. R. S.; DUARTE, A. C. S. Critérios de idoneidade didática como instrumento de avaliação dos cursos de medicina. **Práxis Educacional**, [s. l.], v. 21, n. 52, p. e12664, 1 mar. 2025.

WEINSTEIN, C. S.; NOVODVORSKY, I. **Gestão da sala de aula**: lições da pesquisa e da prática para trabalhar com adolescentes. Porto Alegre: AMGH, 2015.

ZUCHI, I. **A abordagem do conceito de limite via sequência didática**: do ambiente lápis papel ao ambiente computacional. 2005. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

ANEXO A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

Conforme Resoluções nº 466/2012 e 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde – CNS

CARO(A) SENHOR(A),

Este documento é um CONVITE ao(à) Senhor(a) (ou à pessoa pela qual o(a) Sr.(a) é responsável) para participar da pesquisa abaixo descrita. Por favor, leia atentamente todas as informações abaixo e, se você estiver de acordo, rubrique as primeiras páginas e assine a última, na linha “Assinatura do participante”.

1. QUEM SÃO AS PESSOAS RESPONSÁVEIS POR ESTA PESQUISA?

1.1. PESQUISADOR RESPONSÁVEL: Daniele dos Santos Silva

1.2. ORIENTADOR/ORIENTANDO: Tânia Cristina Rocha Silva Gusmão

2. QUAL O NOME DESTA PESQUISA, POR QUE E PARA QUE ELA ESTÁ SENDO FEITA?

2.1. TÍTULO DA PESQUISA TRATAMENTO DIDÁTICO AO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL: UM FOCO NO DESENHO DE TAREFAS.
2.2. POR QUE ESTAMOS FAZENDO ESTA PESQUISA (Justificativa): A realização de tarefas significativas pode ser um excelente caminho para despertar o gosto pela matemática e diminuir a ansiedade dos alunos que deparam com dificuldades em compreender os conteúdos matemáticos.
2.3. PARA QUE ESTAMOS FAZENDO ESTA PESQUISA (Objetivos): ✓ Analisar a prática pedagógica de professores de Matemática do Ensino Superior que ministram a disciplina Cálculo Diferencial e Integral em carreiras não matemáticas, antes e após, uma formação baseada nos critérios do Desenho de Tarefas e de Idoneidade Didática, para o ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral.

3. O QUE VOCÊ (OU O INDIVÍDUO SOB SUA RESPONSABILIDADE) TERÁ QUE FAZER? ONDE E QUANDO ISSO ACONTECERÁ? QUANTO TEMPO LEVARÁ? (Procedimentos Metodológicos)

3.1 O QUE SERÁ FEITO: A realização da pesquisa se dará por meio de um Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas com o objetivo de produzir tarefas próprias e diferenciadas para serem aplicadas na Sequência Didática. O dados serão coletados, através de diário de bordo, formulários, entrevistas, fotos e gravações.

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) - UESB/Jequié
(73) 3528-9727 | cepjq@uesb.edu.br

Rubricas:



Seja conciso: ao imprimir este documento, se necessário, use a frente e o verso do papel. ;)

Página 1

3.2 ONDE E QUANDO FAREMOS ISSO:

Universidade Federal do Maranhão-UFMA, De 2022 a 2023.

3.3 QUANTO TEMPO DURARA CADA SESSÃO:

Durará 45 minutos, tempo correspondente a uma aula.

4. HÁ ALGUM RISCO EM PARTICIPAR DESSA PESQUISA?

Segundo as normas que tratam da ética em pesquisa com seres humanos no Brasil, sempre há riscos em participar de pesquisas científicas. No caso desta pesquisa, classificamos o risco como sendo

☒ MÍNIMO

☐ MODERADO

☐ ALTO

4.1 NA VERDADE, O QUE PODE ACONTECER É: (detalhamento dos riscos)

- Desconforto ou timidez por parte dos participantes no momento da resolução das tarefas e dos questionários ou entrevistas.
- Existem possibilidades de cansaço ou alguma forma de resistência dos participantes ao responder os questionários e as tarefas propostas pelo pesquisador.

4.2 MAS PARA EVITAR QUE ISSO ACONTEÇA, FAREMOS O SEGUINTE: (meios de evitar/minimizar os riscos):

Para evitar/minimizar os riscos, as atividades serão desenvolvidas em dias alternados. Será assegurado aos participantes o direito de desistência, o que poderá ser manifestado em qualquer momento do processo. Ainda, seus valores éticos, morais, culturais, seus costumes e hábitos, lhes serão garantidos.

5. O QUE É QUE ESTA PESQUISA TRARÁ DE BOM? (Benefícios da pesquisa)

5.1 BENEFÍCIOS DIRETOS (aos participantes da pesquisa):

Os participantes desta pesquisa terão como benefício direto o desenvolvimento de competências matemáticas, o que lhes permitirá mobilizar conhecimento sobre Cálculo Diferencial e Integral.

5.2 BENEFÍCIOS INDIRETOS (à comunidade, sociedade, academia, ciência...):

Essa pesquisa abre espaço para novas análises e novas práticas pedagógicas voltadas para o ensino da matemática e uma mudança de postura do professor na elaboração e execução do desenho de tarefas visando um aprendizado significativo.

6. MAIS ALGUMAS COISAS QUE O(A) SENHOR(A) PODE QUERER SABER (Direitos dos participantes):

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) - UESB/Jequié
(73) 3528-9727 | cepjq@uesb.edu.br

Rubricas:

Seja ao suscitar: ao imprimir este documento, se necessário, use a frente e o verso do papel. :)

Página 2

- 6.1. Recebe-se dinheiro ou é necessário pagar para participar da pesquisa?
R: Nenhum dos dois. A participação na pesquisa é voluntária.
- 6.2. Mas e se acabarmos gastando dinheiro só para participar da pesquisa?
R: O pesquisador responsável precisará lhes ressarcir estes custos.
- 6.3. E se ocorrer algum problema durante ou depois da participação?
R: Você pode solicitar assistência imediata e integral e ainda indenização ao pesquisador e à universidade.
- 6.4. É obrigatório fazer tudo o que o pesquisador mandar? (Responder questionário, participar de entrevista, dinâmica, exame...)
R: Não. Só se precisa participar daquilo em que se sentir confortável a fazer.
- 6.5. Dá pra desistir de participar no meio da pesquisa?
R: Sim. Em qualquer momento. É só avisar ao pesquisador.
- 6.6. Há algum problema ou prejuízo em desistir?
R: Nenhum.
- 6.7. Os participantes não ficam expostos publicamente?
R: Não. A privacidade é garantida. Os dados podem ser publicados ou apresentados em eventos, mas o nome e a imagem dos voluntários são sigilosos e, portanto, só serão conhecidos pelos pesquisadores.
- 6.8. Depois de apresentados ou publicados, o que acontecerá com os dados e com os materiais coletados?
R: Serão arquivadas por 5 anos com o pesquisador e depois destruídas.
- 6.9. Qual a "lei" que fala sobre os direitos do participante de uma pesquisa?
R: São, principalmente, duas normas do Conselho Nacional de Saúde: a Resolução CNS 466/2012 e a 510/2016. Ambas podem ser encontradas facilmente na internet.
- 6.10. E se eu precisar tirar dúvidas ou falar com alguém sobre algo acerca da pesquisa?
R: Entre em contato com o(a) pesquisador(a) responsável ou com o Comitê de ética. Os meios de contato estão listados no ponto 7 deste documento.

7. CONTATOS IMPORTANTES:

Pesquisador(a) Responsável: **Daniele dos Santos Silva**
Endereço: Rua São José n. 10, São Bernardo, cidade São Luís, cep 65056-230.
Fone: 98981372390 / E-mail: daniele.silva@ufma.br

Comitê de Ética em Pesquisa da UESB (CEP/UESB)
Avenida José Moreira Sobrinho, s/n, 1º andar do Centro de Aperfeiçoamento Profissional Dalva de Oliveira Santos (CAP). Jequiézinho. Jequié-BA. CEP 45208-091.
Fone: (73) 3528-9727 / E-mail: cepjq@uesb.edu.br
Horário de funcionamento: Segunda à sexta-feira, das 08:00 às 18:00

8. CLÁUSULA DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (Concordância do participante ou do seu responsável)

Declaro, para os devidos fins, que estou ciente e concordo

- ☐ em participar do presente estudo;
☐ com a participação da pessoa pela qual sou responsável.

Ademais, confirmo ter recebido uma via deste termo de consentimento e asseguro que me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer todas as minhas dúvidas.

Vitória da Conquista -BA, 08 de Agosto de 2022

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) - UESB/Jequié
(73) 3528-9727 | cepjq@uesb.edu.br

Rubricas:



Seja consistente ao imprimir este documento, se necessário, use a frente e o verso do papel. :)

Página 3

Assinatura do(a) participante (ou da pessoa por ele responsável)



Impressão Digital
(Se for o caso)

9. CLÁUSULA DE COMPROMISSO DO PESQUISADOR

Declaro estar ciente de todos os deveres que me competem e de todos os direitos assegurados aos participantes e seus responsáveis, previstos nas Resoluções 466/2012 e 510/2016, bem como na Norma Operacional 001/2013 do Conselho Nacional de Saúde. Asseguro ter feito todos os esclarecimentos pertinentes aos voluntários de forma prévia à sua participação e ratifico que o início da coleta de dados dar-se-á apenas após prestadas as assinaturas no presente documento e aprovado o projeto pelo Comitê de Ética em Pesquisa, competente.

Vitória da Conquista -BA, 08 de Agosto de 2022



Assinatura do(a) pesquisador

Seja consciente: ao imprimir este documento, se necessário, use a frente e o verso do papel. :)

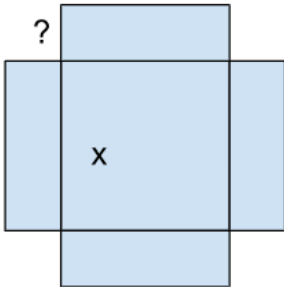
Página 4

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) - UESB/Jequié
(73) 3528-9727 | cepjq@uesb.edu.br

Rubricas:



APÊNDICE A – FICHA RESUMO DAS TAREFAS CONTENDO DESCRIÇÕES DA TAREFA, TIPO DE TAREFA E COMENTÁRIOS DA ATIVIDADE

ENCONTRO 1	
Conteúdo abordado: Fatoração	Descrição: Compreender e aplicar as técnicas de fatoração de expressões algébricas para simplificar e resolver limites de funções reais de uma variável real, preparando os alunos para uma análise mais eficiente de funções.
1) Encontre a raiz da equação completando a figura.  $x^2 + 8x = 48$ 2) Agora encontre as raízes da equação anterior, completando o quadrado algebricamente.	
Tipo de tarefa	
Fechada do tipo problema	
Idoneidades trabalhadas/ nível	
Comentários gerais sobre o encontro	
O primeiro encontro do curso foi um momento interessante e enriquecedor para todos os participantes. Iniciamos com um momento de apresentação, onde a professora-expositora (PE) detalhou a proposta do curso e explicou a metodologia desenho de tarefas. Para marcar o início das atividades, a PE citou Sophie Germain: “A álgebra nada mais é do que geometria em palavras; a geometria nada mais é do que álgebra em imagens.” Essa citação foi particularmente significativa, pois o dia anterior havia sido o Dia Internacional da Mulher na Matemática. Em seguida, a aula se concentrou em tratar de fatorações usando figuras geométricas. No momento da tarefa, os alunos foram divididos em dois grupos. Eu fiquei responsável por um grupo, enquanto o professor P3 assumiu o outro, cada um em uma sala separada no <i>Meet</i>. O grupo que ficou com o professor P3 enfrentou maiores dificuldades; o professor precisou fazer um novo desenho para que os alunos compreendessem a equação. Já o outro grupo, apesar de uma equação diferente, conseguiu avançar com maior facilidade. A pesquisadora então ensinou como completar quadrados de forma algébrica e pediu que cada grupo resolvesse a tarefa utilizando esse método. Houve um momento de silêncio enquanto os alunos processavam a informação, e a pesquisadora resolveu a questão do grupo 2 como exemplo. Ela ainda destacou que, no Japão, as crianças aprendem a resolver equações do segundo grau completando quadrados, o que trouxe uma interessante perspectiva cultural para a aula. Ao final do encontro, foi perguntado aos alunos se haviam gostado da aula. As respostas foram positivas: um aluno disse que amou a experiência e outro afirmou ter gostado muito. O professor	

finalizou parabenizando a todos pelo projeto, o que foi um ótimo incentivo para os próximos encontros.

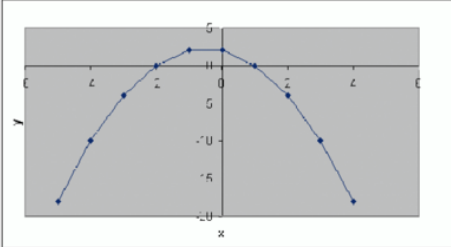
O que Deu Certo

1. Introdução Engajadora: A citação de Sophie Germain e a menção ao Dia Internacional da Mulher na Matemática ajudaram a criar um ambiente inspirador e motivador;
2. Desenho das Tarefas: O uso de figuras geométricas para ensinar fatorações foi eficaz e facilitou a compreensão dos alunos;
3. Divisão em Grupos: A separação em grupos permitiu uma atenção mais individualizada e uma melhor dinâmica de aprendizado;
4. Perspectiva Cultural: A informação sobre como as crianças no Japão aprendem a resolver equações completando quadrados enriqueceu a aula e ampliou o horizonte dos alunos.

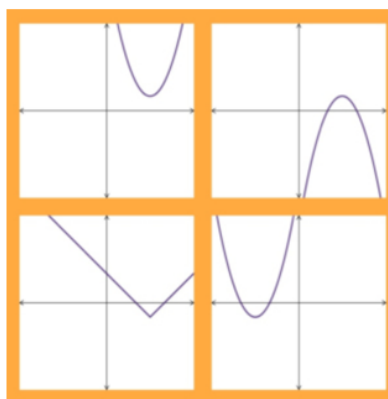
O que Não Deu Certo

1. Dificuldade no Grupo do Professor P*: A necessidade de redesenhar a equação para melhor compreensão mostrou que a tarefa poderia ter sido explicada de maneira mais clara ou adaptada inicialmente;
2. Silêncio Inicial: O momento de silêncio antes da resolução da tarefa algébrica indicou que os alunos precisaram de mais tempo ou talvez de uma abordagem inicial diferente para compreender o método de completar quadrados.

Em resumo, o primeiro encontro foi bem-sucedido e ofereceu *insights* valiosos para os próximos passos do curso. A motivação e o engajamento dos alunos, combinados com o apoio dos professores, prometem um progresso contínuo e frutífero nas próximas aulas.

ENCONTRO 2	
Conteúdo abordado: Funções	Descrição: Utilizar ferramentas do <i>Excel</i> para explorar e visualizar gráficos de funções, bem como entender e aplicar a composição de funções, visando desenvolver a capacidade dos alunos em analisar e interpretar diferentes comportamentos das funções de maneira prática e visual.
1) Nesta atividade, propomos a construção de gráficos de funções a partir de tabelas de valores. Neste exemplo inicial, ficaremos restritos a curvas de grau menor ou igual a 2, descrevendo o procedimento passo a passo. 1. Insira diferentes valores de entrada da função (elementos do domínio) na coluna A da planilha. 2. Escreva a fórmula para a função escolhida na primeira célula da coluna B e arraste esta célula para baixo ao longo da coluna, até o fim dos valores inseridos na coluna A. 3. Em seguida, selecione a coluna B e use o recurso do software para construir um gráfico com os dados inseridos. 4. A figura abaixo exemplifica um tipo de saída possível para uma parábola do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com $a = -1$, $b = -1$ e $c = 2$. (No Excel $=-1*(A1)^2-1*(A1)+2$)  a) Observe que o gráfico mostrado parece ser formado por pequenos segmentos de reta. Como você explica esse comportamento? b) Atribua novos valores a, b e c e interprete o comportamento da função. 2) Numere a coluna A de uma planilha de -3 a 3, de 0,5 em 0,5. a) Escreva $=A1+1$ na célula B1 e $=B1+1$ na célula C1. Em seguida, arraste as células B1 e C1 para baixo, até o fim dos valores inseridos na coluna A. Selecione as colunas B e C e use o recurso do software para construir gráficos. Qual é a relação entre os gráficos traçados? b) Agora, altere a célula B1 para $=A1^2$ e arraste esta célula para baixo ao longo da coluna B, até o fim dos valores inseridos na coluna A, sem alterar a coluna C. Observe as mudanças nos dois gráficos traçados. Qual é a relação entre esses gráficos? c) Altere novamente a célula B1 para $=\text{SEN}(A1)$ e repita a operação do item anterior: arraste esta célula para baixo ao longo da coluna B, até o fim dos valores inseridos na coluna A, sem alterar a coluna C. Qual é a relação entre os gráficos traçados? 3) a) Aproveitando a construção da atividade anterior, insira $=A1+1$ na célula B1 e $=\text{ABS}(B1)$ na célula C1 e arraste estas células para baixo até o fim dos valores inseridos na coluna A. Use o recurso do software para construir os gráficos correspondentes aos dados nessas duas colunas. Explique a relação entre os gráficos traçados. b) Altere a célula B1 para $=A1^2-1$ e arraste-a para baixo, até o fim dos valores inseridos na coluna A. Observe as mudanças nos gráficos e explique a relação entre eles. c) Agora, altere a célula B1 para $=\text{SEN}(A1)$ e arraste-a para baixo, até o fim dos valores inseridos na coluna A. Mais uma vez, observe as mudanças nos gráficos e explique a relação entre eles. d) Repita os itens anteriores, alterando a célula C1 para $B1^2$. Compare o comportamento dos diferentes gráficos traçados. e) Faça novas alterações nas colunas B e C, sempre procurando explicar o comportamento dos gráficos traçados.	

4) Qual o elemento não pertence a esse grupo?

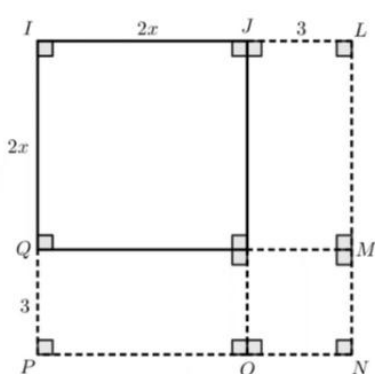
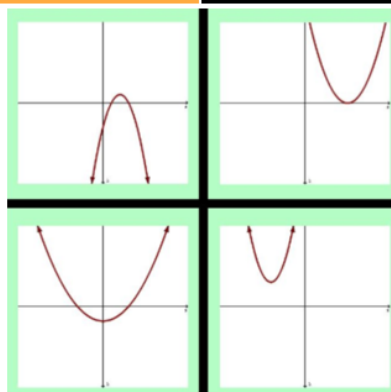


$$y = 4x$$

$$y = x + 7$$

$$y = -2x + 4$$

$$y = 3x - 1$$



Área da figura $ILNP$:

$y =$

Tipo de tarefa

Aberta e fechada do tipo problema

Idoneidades trabalhadas/ nível

Comentários gerais sobre o encontro

ENCONTRO 3																				
Conteúdo abordado: Noção Intuitiva de Limite	Descrição: Desenvolver uma noção intuitiva de limite de funções reais de uma variável real por meio de aproximações sucessivas, capacitando os alunos a compreenderem o conceito de limite de forma prática e visual, preparando-os para uma abordagem mais formal no estudo dos limites.																			
	Encontre a aproximação de raiz cúbica de 2, até a quinta casa decimal sem utilizar a tecla $\sqrt[3]{}$.																			
	<table><tr><td>n</td><td>$\sqrt[3]{2}$</td><td>$1^3 = 1 < 2 < 8 = 2^3$</td></tr><tr><td>1</td><td>1,2</td><td>$1,2^3 = 1,728 < 2 < 2,197 = 1,3^3$</td></tr><tr><td>2</td><td></td><td></td></tr><tr><td>3</td><td></td><td></td></tr><tr><td>4</td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td><td></td></tr></table>	n	$\sqrt[3]{2}$	$1^3 = 1 < 2 < 8 = 2^3$	1	1,2	$1,2^3 = 1,728 < 2 < 2,197 = 1,3^3$	2			3			4			5			
n	$\sqrt[3]{2}$	$1^3 = 1 < 2 < 8 = 2^3$																		
1	1,2	$1,2^3 = 1,728 < 2 < 2,197 = 1,3^3$																		
2																				
3																				
4																				
5																				
Tipo de tarefa																				
Fechada do tipo problema																				
Idoneidades trabalhadas/ nível																				
Comentários gerais sobre o encontro																				

ENCONTRO 4

Conteúdo abordado:
Limites Laterais e Definição formal de Limite.

Descrição: Compreender e aplicar o conceito de limites laterais e a definição formal de limite, utilizando o *GeoGebra* para visualizar e explorar esses conceitos, e resolver problemas práticos que envolvem limites laterais, preparando os alunos para uma análise precisa de limites em funções reais de uma variável real.

Dada a Função

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1 & : x < 2 \\ 1 & : 2 \leq x < 4 \\ \frac{1}{x-7} - 1 & : \text{caso contrário} \end{cases}$$

Encontre:

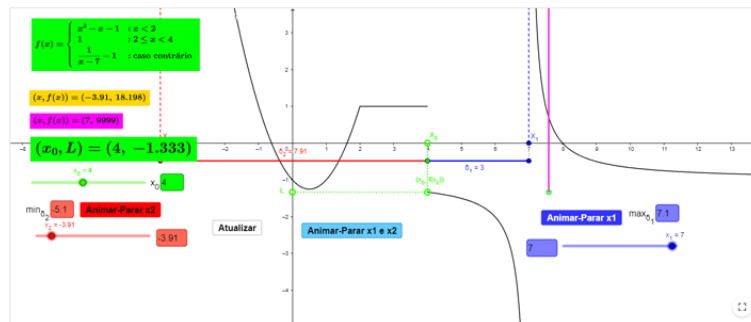
a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

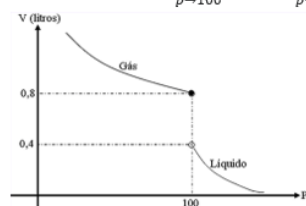
Para casa

g) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x)$ i) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x)$

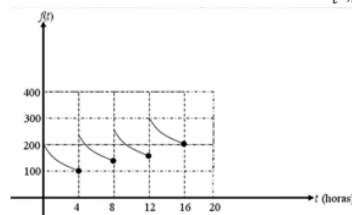
Primeiramente calcule os limites em uma folha de papel e em seguida use o applet para verificar as respostas.



1) Um gás (vapor d'água) é mantido à temperatura constante. À medida que o gás é comprimido, o volume V decresce até que atinja uma certa pressão (P) crítica. Além dessa pressão, o gás assume forma líquida. Observando a figura a seguir, determine: a) $\lim_{p \rightarrow 100^-} V$ b) $\lim_{p \rightarrow 100^+} V$ c) $\lim_{p \rightarrow 100} V$

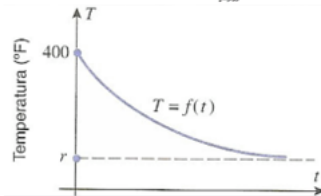


2) Um paciente em um hospital recebe uma dose inicial de 200 miligramas de um medicamento. A cada 4 horas recebe uma dose adicional de 100 mg. A quantidade $f(t)$ do medicamento presente na corrente sanguínea após t horas é exibida na figura a seguir. Determine e interprete: a) $\lim_{t \rightarrow 8^-} f(t)$ b) $\lim_{t \rightarrow 8^+} f(t)$

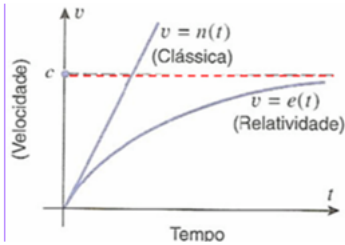


3) Seja $T = f(t)$ a temperatura de uma peça t minutos depois de retirada de um forno industrial. A figura abaixo mostra a curva de temperatura versus tempo para a peça, onde r denota a temperatura do ambiente. Pergunta-se:

- Qual o significado físico de $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$?
- Qual o significado físico de $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$?

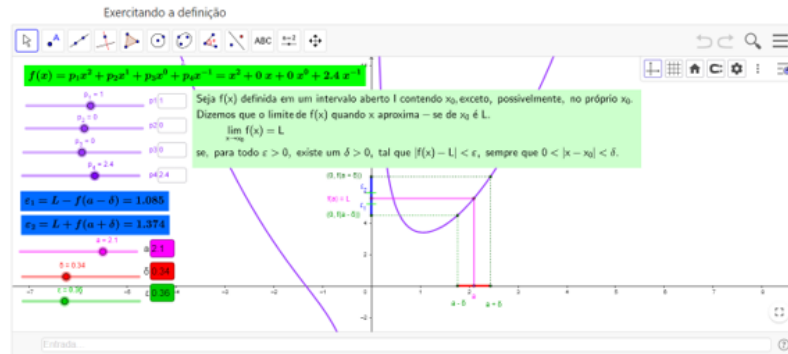


4) Suponha que uma partícula esteja sendo acelerada por uma força constante. As duas curvas $v = n(t)$ e $v = e(t)$ da figura abaixo fornecem as curvas de velocidade instantânea versus tempo para a partícula conforme previstas, respectivamente, pela Física clássica e pela Teoria da Relatividade Especial. O parâmetro c representa a velocidade da luz. Usando a linguagem de limites, descreva as diferenças nas previsões a longo prazo das duas teorias.



5) Mostre usando a definição de limite que $\lim_{x \rightarrow 1} -2x + 5 = 3$.

6) Verifique se o δ encontrado satisfaz a definição lá no apêndice do GeoGebra.



Tipo de tarefa	
Fechada do tipo problema	
Idoneidades trabalhadas/ nível	
Comentários gerais sobre o encontro	

ENCONTRO 5	
Conteúdo abordado: Limites Infinitos e no Infinito e Continuidade	Descrição: Explorar os conceitos de limites infinitos e no infinito, bem como a continuidade de funções reais de uma variável real, utilizando o <i>GeoGebra</i> para visualizar e analisar esses conceitos, desenvolvendo a habilidade dos alunos em

identificar e trabalhar com o comportamento e a continuidade de funções.

Dada a função:

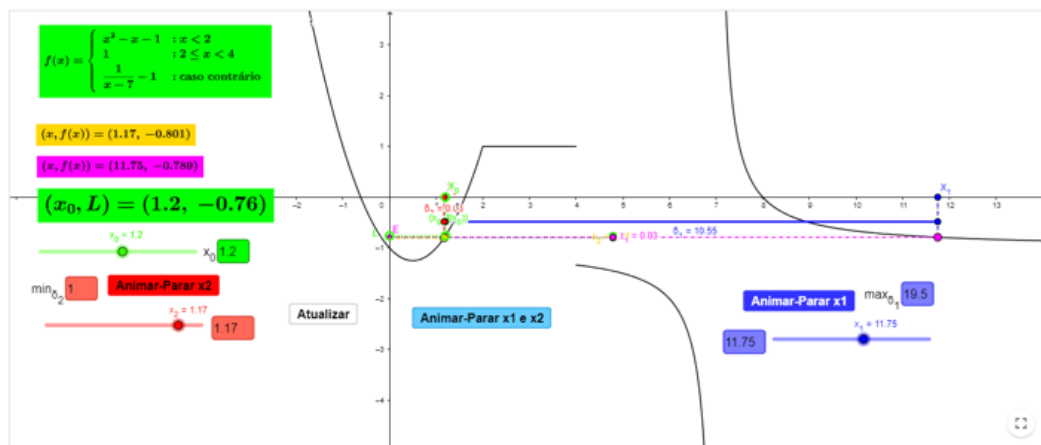
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1, & \text{se } x < 2 \\ 1, & \text{se } 2 \leq x < 4 \\ \frac{1}{x-7} + 1, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

Encontre

1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x)$ 3) $\lim_{x \rightarrow 7^+} f(x)$

Em seguida mexa no valor de x_0 e verifique se consegue entender graficamente.



2) Digite um número positivo qualquer na calculadora. Em seguida, digite a tecla $\sqrt{}$ sucessivas vezes. Em algum momento o visor mostrará o número 1. Explique o que aconteceu.



Dada a função:

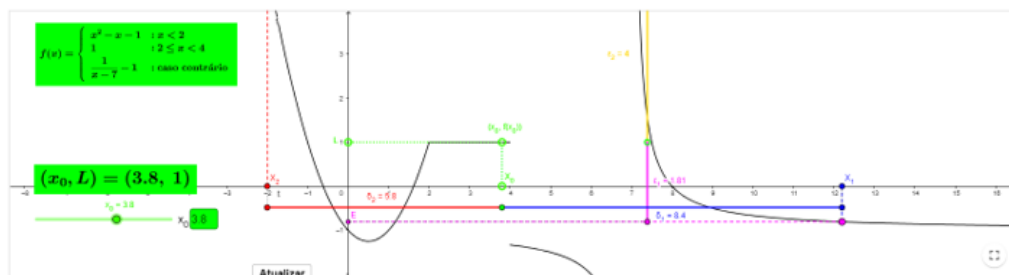
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x - 1, & \text{se } x < 2 \\ 1, & \text{se } 2 \leq x < 4 \\ \frac{1}{x-7} + 1, & \text{se } x \geq 4 \end{cases}$$

Verifique a continuidade:

Grupo 1: em $x=2$

Grupo 2: em $x=4$

Em seguida coloque o x_0 no local indicado e explique porque é continua ou não nesse ponto.



Tipo de tarefa

Fechada do tipo problema

Idoneidades trabalhadas/ nível

Comentários gerais sobre o encontro

ENCONTRO 6

Conteúdo abordado: Definição de Derivadas e Aplicações

Descrição: Compreender a definição de derivada de uma função real de uma variável real como um limite e explorar suas aplicações práticas, desenvolvendo a habilidade dos alunos em calcular derivadas e aplicar esse conceito para resolver problemas que envolvem taxas de variação.

Problema: Determinação da Velocidade Instantânea de um Automóvel

Um automóvel encontra-se em movimento e sua posição em dada estrada é dada pela equação horária $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + t$, sendo S a posição dada em Km e t o instante dado em horas.

- 1) Usando a equação horária do movimento, complete a tabela abaixo com três casa decimais

Tabela 1					
t: tempo em h	10	10,5	10,25	10,1	10,01
S: posição em Km					

- 2) Aproveitando os resultados da Tabela acima, determine os deslocamentos $\Delta S = S_f - S_i$ é a posição final no instante t_f e S_i é a posição do instante t_i do automóvel, e os seus respectivos intervalos

$$\Delta t = t_f - t_i:$$

$$t_f = 10,5h \text{ e } t_i = 10h \rightarrow \Delta S = \underline{\hspace{2cm}} \quad \Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$t_f = 10,25h \text{ e } t_i = 10h \rightarrow \Delta S = \underline{\hspace{2cm}} \quad \Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$t_f = 10,1h \text{ e } t_i = 10h \rightarrow \Delta S = \underline{\hspace{2cm}} \quad \Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$t_f = 10,01h \text{ e } t_i = 10h \rightarrow \Delta S = \underline{\hspace{2cm}} \quad \Delta t = \underline{\hspace{2cm}}$$

Taxa Média de Variação: se y é uma quantidade que depende de outra quantidade x , ou seja, se é uma função do tipo $y=f(x)$, a Taxa Média de Variação de y em relação a x quando x varia de um x_i para um valor x_f é calculada assim:

$$TMV = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i}$$

A taxa Média de Variação exprime a velocidade média de variação de y em relação a x , quando x varia de um valor inicial x_i para um valor final x_f .

- 3) Calcule a Taxa Média de Variação (velocidade média do automóvel): nos intervalos indicados:

$$t_f = 10,5h \text{ e } t_i = 10h \Rightarrow TVM = V_{\text{média}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} =$$

$$t_f = 10,25h \text{ e } t_i = 10h \Rightarrow TVM = V_{\text{média}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} =$$

$$t_f = 10,1h \text{ e } t_i = 10h \Rightarrow TVM = V_{\text{média}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} =$$

$$t_f = 10,01h \text{ e } t_i = 10h \Rightarrow TVM = V_{\text{média}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} =$$

- 4) O que você observa com a Taxa média de Variação da posição do automóvel nos intervalos acima considerados? A Taxa Média de Variação é constante ou não?

Observe que quando $\Delta t \rightarrow 0$ os valores da TMV se aproxima de $\frac{Km}{h}$ (complete o pontilhado). Este valor é chamado de taxa instantânea de variação de S em relação a t e é denotado por $\frac{\Delta S}{\Delta t}$, estamos calculando $\frac{S_f - S_i}{t_f - t_i}$ o que é o mesmo que a derivada de S em relação ao tempo num instante de tempo t_i e pode ser denotada por $\frac{dS}{dt}(t_i)$ ou por $S'(t_i)$.

Vamos agora proceder à resolução do seguinte problema: qual a velocidade do automóvel no instante $t = 10h$, sendo que a sua posição é dada pela equação horária $S(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + t$?

Derive a função S em relação a t , $\frac{dS}{dt} =$

Substitua t por $10h$ e encontre o que é pedido, ou seja, $\frac{dS}{dt}(10) =$

Tipo de tarefa

Fechada do tipo problema

Idoneidades trabalhadas/ nível

Comentários gerais sobre o encontro

