



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA - UESB
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO - PPGEN
REDE NORDESTE DE ENSINO - RENOEN

VINICYUS ALVES DA SILVA PAZ

**A MEDIDA DE TODAS AS COISAS: TRATAMENTO DIDÁTICO DAS MEDIDAS
DE COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME À LUZ DOS CRITÉRIOS DE
IDONEIDADE DIDÁTICA PARA O DESENHO DE TAREFAS**

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA

2026

VINICYUS ALVES DA SILVA PAZ

**A MEDIDA DE TODAS AS COISAS: TRATAMENTO DIDÁTICO DAS MEDIDAS
DE COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME À LUZ DOS CRITÉRIOS DE
IDONEIDADE DIDÁTICA PARA O DESENHO DE TAREFAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação de Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia/Rede Nordeste de Ensino (UESB/RENOEN), como exigência parcial à obtenção do título de doutor em Ensino.

Linha de Pesquisa: Práticas Pedagógicas no Ensino de Ciências e Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Tania Cristina Rocha Silva Gusmão.

VITÓRIA DA CONQUISTA - BA

2026

Ficha catalográfica

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO
DOUTORADO ACADÊMICO EM ENSINO**

TESE DE DOUTORADO

“A medida de todas as coisas: tratamento didático das medidas de comprimento, área e volume à luz dos Critérios de Idoneidade Didática para o desenho de tarefas”

Autor: Vinicyus Alves da Silva Paz

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Tania Cristina Rocha Silva Gusmão

Este exemplar corresponde à redação final da tese defendida por
Vinicyus Alves da Silva Paz e aprovada pela Comissão Avaliadora.

Data: 15/06/2026

COMISSÃO AVALIADORA

Documento assinado digitalmente
 **TANIA CRISTINA ROCHA SILVA GUSMAO**
Data: 15/06/2026 19:55:03-0300
Verifique em <https://validar.it.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Tania Cristina Rocha Silva Gusmão (UESB)
Presidente da Banca Examinadora/Orientadora

Firmado por DIAZ GODINO JUAN - ***8458**
el día 16/06/2026 con un certificado
emitido por AC FNMT Usuarios

Prof. Dr. Juan Diaz Godino (Universidad de Granada)
Examinador externo

Documento assinado digitalmente
 **IRAN ABREU MENDES**
Data: 16/06/2026 16:16:53-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes (UFPA)
Examinador externo

BREDA SAVEGNAGO
ADRIANA - 60198294A
Signat digitalment per BREDA
SAVEGNAGO ADRIANA -
60198294A
Data: 2026.06.16 08:32:06 +02'00'

Prof.^a Dr.^a Adriana Breda (Universitat de Barcelona)
Examinadora externa

Documento assinado digitalmente
 **BENEDITO GONCALVES EUGENIO**
Data: 25/06/2026 11:18:30-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof. Dr. Benedito Gonçalves Eugenio (UESB)
Examinador interno

Documento assinado digitalmente
 **JANICE CASSIA LANDO**
Data: 16/06/2026 16:53:01-0300
Verifique em <https://validar.itl.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Janice Cássia Lando (UESB)
Examinadora interna

AGRADECIMENTOS

Talvez este texto só exista, de fato, quando alguém o ler. Por isso, começo agradecendo a você, leitor ou leitora, que, ao percorrer estas páginas, dá voz e sentido ao que aqui foi escrito.

Esta tese não foi construída sozinha. Ela é atravessada por encontros, diálogos, afetos e pela presença de muitas pessoas que caminharam comigo ao longo desse percurso.

Agradeço à minha querida orientadora, Tania Gusmão, pela condução cuidadosa, pelas provocações teóricas, pela escuta atenta e pela confiança no desenvolvimento deste trabalho. Sua forma sensível de orientar marcou profundamente minha trajetória acadêmica e me ajudou a compreender que pesquisar também é um exercício de humanidade.

Ao professor Benedito Eugênio, grande professor, amigo e notável intelectual, pelas maravilhosas aulas, conversas e pela inspiração constante.

Ao professor Valdir Santana, por suas aulas verdadeiramente espetaculares, que marcaram profundamente minha formação.

À professora Patrícia Freitas, pelas quintas-feiras à tarde que esperávamos com entusiasmo. Suas aulas eram sempre um momento especial da semana.

Ao professor Alex Andrade Alves (IFBA – Camaçari), por tudo o que me ensinou acerca da metodologia de pesquisa. Ainda escreverei com o senhor, querido professor.

Ao professor Vinicius Arakawa (UESC), meu querido amigo e orientador de mestrado, pela confiança, pela amizade e pela torcida.

Aos professores Luciano Mendonça Lima, da Universidade Federal de Campina Grande, e Robério Santos, responsável pelo canal no Youtube “O Cangaço na Literatura”, pela generosidade em compartilhar seus conhecimentos e pelo apoio fundamental na construção das reflexões sobre a Revolta dos Quebra-Quilos. As conversas e os textos que me ofereceram foram decisivos para os caminhos que este trabalho tomou.

Aos colegas da turma do doutorado, sem dúvida a melhor turma da minha vida. Caminhar com vocês tornou essa jornada mais leve, mais potente e mais significativa.

Ao meu querido amigo e irmão que a vida me deu, Leandro Souza Sampaio, pelas palavras de incentivo, pelas ideias compartilhadas e pela parceria na construção e diagramação das atividades do Metaponto e do jogo *Caminho das Medidas*.

Ao meu amigo e irmão Anderson Machado, grande biólogo e educador, pela parceria e pela ajuda na aplicação da formação com os professores.

À minha amada mãe, pelo apoio incondicional e pela ajuda cuidadosa nas traduções dos resumos para o inglês e o espanhol.

À minha amada irmã, Priscilla, por estar sempre ao meu lado, torcendo por mim em todos os momentos.

Aos meus amados filhos, Anne Priscilla e João Vinicius, pelo amor que me oferecem todos os dias. Vocês são a razão de eu buscar ser melhor, ser presente e ser exemplo. Em cada momento desses quatro anos, a companhia de vocês foi força.

À minha amada esposa, Nayra Paz, minha parceira de vida, de estudos e de escrita. Espero estar profundamente errado em meu ateísmo, pois gostaria de viver com você todas as vidas possíveis. Uma só vida ao seu lado é pouco.

Por fim, este trabalho é dedicado a quatro pessoas que já não estão aqui, mas permanecem em mim de forma profunda:

- Ao meu querido pai, Geraldo Pereira Paz, cuja ausência física nunca diminuiu a força de sua presença em minha vida;
- À minha segunda mãe, Elizabeth Ferreira Lopes, cuja luta contra o racismo e o compromisso com a educação de alunos negros seguem como inspiração;
- À minha diretora e amiga, Magali Mendes da Silva, cuja ausência ainda é muito sentida;
- Ao meu professor, colega de trabalho e amigo, Jarbas Lacerda Silva, com quem tive o privilégio de dividir a sala de aula.

Espero, de alguma forma, ter demonstrado a vocês o quanto eu os amava.

Esta tese também é de vocês.

“O homem é um microcosmo, um mundo reduzido – *minor mundus* – ao mesmo tempo estrutural e elementar, ao qual o universo inteiro vem se referir. Sua cabeça, coroada de raios, é redonda como o céu; seus olhos são como os grandes luminários – o sol e a lua; os sete orifícios dos seus sentidos lembram as sete harmonias celestes; seu peito, de onde vem a respiração e a tosse, reflete o ar onde se agitam os ventos e as tempestades; seu ventre recebe os líquidos como o mar e os rios; seus pés suportam os pesos dos corpos como a terra suporta todas as coisas; seus ossos representam a dureza das pedras; suas unhas crescem como as árvores e seus cabelos são belos como as ervas que cobrem o campo. Ele é o *minor mundus*, que participa ao mesmo tempo da vida vegetativa das plantas, sente como os animais e pensa como os anjos. Como tal, criado a imagem de Deus, encarregado do domínio sobre todos os seres vivos, o homem é o padrão universal. Seus dedos, suas mãos, seus pés, seus braços e seu passo são as unidades para se medir todas as coisas” (Autor desconhecido).

RESUMO

Esta tese investiga o ensino da unidade temática Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental II, com foco no tratamento didático das medidas de comprimento, área e volume, à luz dos Critérios de Idoneidade Didática (CID), propostos por Juan Díaz Godino e colaboradores. Parte-se da problemática de que o ensino dessa temática, na Educação Básica, frequentemente se caracteriza por abordagens mecanicistas, centradas em procedimentos algorítmicos e conversões operatórias, o que fragiliza a produção de significados matemáticos pelos estudantes e obscurece a compreensão das medidas como construções históricas e sociais. Nesse contexto, o objetivo geral consiste em investigar, por meio de estudos articulados, como os Critérios de Idoneidade Didática podem contribuir para o tratamento didático das grandezas e medidas na Educação Básica, abrangendo a análise de pesquisas existentes, de materiais curriculares e de processos formativos docentes, com vistas ao desenho de um ensino mais significativo. De natureza qualitativa e organizado no formato multipaper, o estudo articula quatro investigações complementares. A primeira consiste em uma revisão sistemática da literatura sobre o uso dos CID na Educação Matemática brasileira. A segunda envolve a análise de teses nacionais sobre o ensino de grandezas e medidas. A terceira compreende uma análise documental de livros didáticos do Ensino Fundamental II. A quarta investigação refere-se a uma intervenção formativa com professores de Matemática, inspirada no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT). A formação, intitulada Contando e Medindo, envolveu estudo teórico, análise colaborativa de tarefas, experimentações e redesenho de um conjunto de atividades do Kit METAPONTO, como dispositivo formativo e investigativo. Os resultados evidenciam que os Critérios de Idoneidade Didática constituem um referencial teórico e metodológico potente para a análise, orientação e valoração de práticas pedagógicas, embora ainda sejam pouco explorados no ensino de conteúdos específicos, como grandezas e medidas. As análises de teses e livros didáticos indicam a predominância de abordagens fragmentadas e procedimentais, com limitada mobilização de significados conceituais. Em contraponto, a intervenção formativa revelou avanços na reflexão docente, no redesenho de tarefas e na incorporação de abordagens experimentais, históricas e contextualizadas, favorecendo a compreensão da interdependência das dimensões da idoneidade didática e da prática docente como movimento dialético entre ação e reflexão. Conclui-se que os Critérios de Idoneidade Didática, articulados ao Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas, contribuem para a qualificação do ensino de grandezas e medidas e para processos de formação docente que promovem a produção de sentidos matemáticos, a autonomia profissional e a ressignificação das práticas pedagógicas na Educação Básica. A pesquisa amplia, ainda, as possibilidades de utilização dos CID como ferramenta formativa e investigativa no ensino de conteúdos matemáticos específicos, evidenciando seu potencial para a construção de práticas pedagógicas mais coerentes, contextualizadas e epistemicamente fundamentadas.

Palavras-chave: Educação Matemática; Grandezas e Medidas; Critérios de Idoneidade Didática; Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas; Formação de Professores.

ABSTRACT

This thesis investigates the teaching of the thematic unit of Measurement in lower secondary education, focusing on the didactic treatment of length, area, and volume, in light of the Didactic Suitability Criteria (CID) proposed by Juan Díaz Godino and collaborators. The study is grounded in the problem that the teaching of this topic in basic education is often characterized by mechanistic approaches centered on algorithmic procedures and operational conversions, which weakens students' production of mathematical meanings and obscures the understanding of measurement as a historical and social construction. In this context, the general objective is to investigate, through a set of articulated studies, how the Didactic Suitability Criteria can contribute to the didactic treatment of measurement in basic education, encompassing the analysis of existing research, curricular materials, and teacher education processes, aiming at the design of more meaningful teaching practices. Adopting a qualitative approach and organized in a multipaper format, the study articulates four complementary investigations. The first consists of a systematic literature review on the use of the Didactic Suitability Criteria in Brazilian Mathematics Education. The second involves the analysis of national theses on the teaching of measurement. The third comprises a documentary analysis of lower secondary school textbooks. The fourth refers to a teacher education intervention inspired by the Study and Task Design Cycle (CEDT). The program, entitled *Counting and Measuring*, involved theoretical study, collaborative task analysis, experimentation, and the redesign of a set of activities from the METAPONTO Kit, functioning as both a formative and investigative device. The results indicate that the Didactic Suitability Criteria constitute a powerful theoretical and methodological framework for the analysis, guidance, and valuation of pedagogical practices, although they are still underexplored in the teaching of specific content areas such as measurement. Analyses of theses and textbooks reveal a predominance of fragmented and procedural approaches, with limited mobilization of conceptual meanings. In contrast, the teacher education intervention showed advances in reflective practice, task redesign, and the incorporation of experimental, historical, and contextualized approaches, fostering an understanding of the interdependence among the dimensions of didactic suitability and of teaching practice as a dialectical movement between action and reflection. It is concluded that the articulation between the Didactic Suitability Criteria and the Study and Task Design Cycle contributes to improving the teaching of measurement and to teacher education processes that promote the production of mathematical meanings, professional autonomy, and the re-signification of pedagogical practices in basic education. Furthermore, the study expands the possibilities for using the Didactic Suitability Criteria as both a formative and investigative tool in the teaching of specific mathematical content, highlighting their potential for the development of more coherent, contextualized, and epistemically grounded pedagogical practices.

Keywords: Mathematics Education; Measurement; Didactic Suitability Criteria; Study and Task Design Cycle; Teacher Education.

RESUMEN

Esta tesis investiga la enseñanza de la unidad temática Magnitudes y Medición en la Educación Secundaria, con foco en el tratamiento didáctico de las medidas de longitud, área y volumen, a la luz de los Criterios de Idoneidad Didáctica (CID), propuestos por Juan Díaz Godino y colaboradores. Se parte de la problemática de que la enseñanza de esta temática en la Educación Básica a menudo se caracteriza por enfoques mecanicistas, centrados en procedimientos algorítmicos y conversiones operatorias, lo que debilita la producción de significados matemáticos por parte de los estudiantes y oscurece la comprensión de la medición como una construcción histórica y social. En este contexto, el objetivo general es investigar, a través de estudios articulados, cómo los Criterios de Idoneidad Didáctica pueden contribuir al tratamiento didáctico de la medición en la Educación Básica, abarcando el análisis de investigaciones existentes, materiales curriculares y procesos de formación docente, con vistas al diseño de una enseñanza más significativa. De naturaleza cualitativa y organizado en formato multipaper, el estudio articula cuatro investigaciones complementarias. La primera consiste en una revisión sistemática de la literatura sobre el uso de los CID en la Educación Matemática brasileña. La segunda implica el análisis de tesis nacionales sobre la enseñanza de magnitudes y medición. La tercera comprende un análisis documental de libros de texto de la Educación Secundaria. La cuarta investigación se refiere a una intervención formativa con profesores de Matemáticas, inspirada en el Ciclo de Estudios y Diseño de Tareas (CEDT). La formación, titulada *Contando y Midiendo*, incluyó estudio teórico, análisis colaborativo de tareas, experimentación y rediseño de un conjunto de actividades del Kit METAPONTO, como dispositivo formativo e investigativo. Los resultados evidencian que los Criterios de Idoneidad Didáctica constituyen un referencial teórico y metodológico potente para el análisis, la orientación y la valoración de las prácticas pedagógicas, aunque todavía están poco explorados en la enseñanza de contenidos específicos como las magnitudes y la medición. Los análisis de tesis y libros de texto indican el predominio de enfoques fragmentados y procedimentales, con limitada movilización de significados conceptuales. En contraste, la intervención formativa reveló avances en la reflexión docente, en el rediseño de tareas y en la incorporación de enfoques experimentales, históricos y contextualizados, favoreciendo la comprensión de la interdependencia de las dimensiones de la idoneidad didáctica y de la práctica docente como un movimiento dialéctico entre acción y reflexión. Se concluye que la articulación entre los Criterios de Idoneidad Didáctica y el Ciclo de Estudios y Diseño de Tareas contribuye a la mejora de la enseñanza de la medición y a los procesos de formación docente que promueven la producción de significados matemáticos, la autonomía profesional y la resignificación de las prácticas pedagógicas en la Educación Básica. Asimismo, la investigación amplía las posibilidades de uso de los CID como herramienta formativa e investigativa en la enseñanza de contenidos matemáticos específicos, evidenciando su potencial para la construcción de prácticas pedagógicas más coherentes, contextualizadas y epistémicamente fundamentadas.

Palabras clave: Educación Matemática; Magnitudes y Medición; Criterios de Idoneidad Didáctica; Ciclo de Estudios y Diseño de Tareas; Formación del Profesorado.

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES - PARTE 1

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Medidas lineares mesopotâmicas, em palmos (em Senkerek) (2500 a.C.)	26
Quadro 2 - Equivalências das medidas lineares mesopotâmicas (Senkerek), em centímetro (2500 a.C.)	26
Quadro 3 - Medidas lineares egípcias (3050 a.C.-332 a.C.)	29
Quadro 4 - Medidas lineares egípcias, em centímetro (3050 a.C.-332 a.C.)	30
Quadro 5 - Medidas egípcias de superfície, em metros quadrados	31
Quadro 6 - Medidas egípcias de volume, em litros	31
Quadro 7 - Medidas lineares gregas, em centímetro	33
Quadro 8 - Medidas lineares romanas, em centímetro	35
Quadro 9 - Medidas lineares romanas para comprimentos maiores, em metro	35
Quadro 10 - Medidas de superfícies romanas, em metro quadrado	36
Quadro 11 - Medidas de volume e capacidade romanas, para sólidos, em litro	36
Quadro 12 - Medidas de volume e capacidade romanas, para líquidos, em litro	36
Quadro 13 - Medidas de comprimento em Portugal (baseadas no Sistema Métrico Decimal Francês)	47
Quadro 14 - Medidas de volume em Portugal (baseadas no Sistema Métrico Decimal Francês)	47
Quadro 15 - Medidas de comprimento no Brasil Colonial	49
Quadro 16 - Medidas de volume (líquidos) - Brasil Colonial	50
Quadro 17 - Componentes do Significado de Referência das Medidas de Comprimento, Área e Volume	74
Quadro 18 - Cronograma da formação Contando e Medindo	98

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Pirâmide de Saqqara (atualmente)	28
Figura 2 - Questão de geometria do Papiro de Ahmes	28
Figura 3 - Resolução do volume do tronco de pirâmide (Papiro de Moscou)	29
Figura 4 - Padrão de medida linear egípcia utilizado durante a 18ª dinastia	30
Figura 5 - Homem Vitruviano	37

Figura 6 - Recipientes usados na Idade Média para medir volumes	39
Figura 7 - Prática do coroamento em feira livre no interior da Bahia	40
Figura 8 - Moeda: a medida que mede todas as medidas	41
Figura 9 - Trecho da Constituição de 1824 (Artigo 15, Inciso XVII)	50
Figura 10 - Trecho da Lei Imperial nº 1157 (Caput e Artigo 1º)	51
Figura 11 - Medida OP da diagonal do quadrado de lado OI.....	58
Figura 12 - Pentágonos regulares e suas diagonais	60
Figura 13 - Reta real: irracionais preencham, racionais marcam	62
Figura 14 - O conjunto dos números racionais como armário enumerável.....	63
Figura 15 - QR Code e link da sequência didática analisada	80
Figura 16 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática.....	84
Figura 17 - O hexágono com diagonais e lados representando duetos de idoneidades.....	88
Figura 18 - O hexágono com diagonais e pontos de interseção representando tríades, quartetos, quintetos e sexteto de idoneidades	89
Figura 19 - Capas dos livros analisados	93
Figura 20 - Algumas atividades produzidas para a formação continuada.....	97
Figura 21 - Percorso investigativo e articulação dos estudos da tese.....	100

LISTA DE ILUSTRAÇÕES - PARTE 2

LISTA DE QUADROS

Artigo 1

Quadro 1 - Protocolo para a Revisão Sistemática de Literatura (RSL).....	111
Quadro 2 - Pesquisas selecionadas após a busca nas plataformas BDTD e Catálogo da CAPES	115
Quadro 3 - Artigos selecionados após a busca no Portal de Periódicos da CAPES.....	117
Quadro 4 - Cronologia das pesquisas selecionadas após a busca nas plataformas BDTD, Catálogo da Capes e Portal de Periódicos da CAPES	119
Quadro 5 - Utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nas teses selecionadas...	122
Quadro 6 - Utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nas dissertações selecionadas.....	126
Quadro 7 - Utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nos artigos selecionados	126

Artigo 2

Quadro 1 - Protocolo para a Revisão Sistemática de Literatura (RSL).....	140
Quadro 2 - Pesquisas selecionadas após a busca nas plataformas BDTD e Catálogo da Capes	142

Artigo 3

Quadro 1 - Perguntas orientadoras para análise dos livros didáticos de matemática, sob a ótica dos CID.....	158
---	-----

Artigo 4

Quadro 1 - Sequências didáticas do Kit METAPONTO e jogo Caminho das Medidas	199
---	-----

LISTA DE TABELAS

Artigo 1

Tabela 1 - Resultado das buscas realizadas na BDTD, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES (sem a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão).....	113
Tabela 2 - Resultado das buscas realizadas na BDTD e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão)	114
Tabela 3 - Resultados das buscas realizadas no Portal de Periódicos da CAPES (após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão)	115

LISTA DE FIGURAS

Artigo 1

Figura 1 - Utilização dos CID nas Teses e Dissertações (por região)	117
Figura 2 - Cronologia das pesquisas selecionadas	120

Artigo 2

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática (CID)	138
Figura 2 - Detalhamento da busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Busca inicial).....	141
Figura 3 - Pré-seleção das buscas realizadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES	141
Figura 4 - Resultado das buscas realizadas na BDTD e Catálogo da Capes	142
Figura 5 - Resultado das buscas realizadas na BDTD e Catálogo da Capes	142

Artigo 3

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática (CID)	156
Figura 2 - Coleção de livros escolhida para os anos finais do ensino fundamental da rede municipal de educação de Vitória da Conquista	156
Figura 3 - Ilhas de Conhecimento.....	160
Figura 4 - Construção das pontes	160
Figura 5 - Primeiro contato com a grandeza comprimento (6º ano)	161
Figura 6 - Questão que envolve unidades de comprimento e área antes do capítulo referente ao assunto (6º ano)	161
Figura 7 - Questão de contagem como atividade introdutória em um capítulo com o tema medidas (6º ano)	162
Figura 8 - Tabela de múltiplos e submúltiplos do metro	163
Figura 9 - Única questão de realização de medição (Unidade 8, Capítulo 1)	163
Figura 10 - Exemplo de uma questão que envolve transformações de unidades de área.....	164
Figura 11 - Única questão de realização de medição (Unidade 8, Capítulo 3)	165
Figura 12 - Questão 2 – página 124 (7º ano).....	167
Figura 13 - Análise Experimental da Condição de Existência de Triângulos (7º ano)	168
Figura 14 - Questão de cálculo de raiz quadrada (8º ano).....	170
Figura 15 - Questão de cálculo de raiz cúbica (8º ano).....	171
Figura 16 - Questão de conversão entre volume e capacidade (8º ano)	172
Figura 17 - Atividade da seção Por toda parte (8º ano).....	173
Figura 18 - Localização do irracional $\sqrt{8}$ em uma reta numérica (9º ano)	175

Figura 19 - Demonstrando o valor de π (9º ano)	176
Figura 20 - Equívoco de um cálculo de Radiciação em Livro Didático Oficial	177
Figura 21 - Questão que poderia dar lugar a uma com foco em medições.....	177
Figura 22 - Experimentação egípcia acerca do triângulo retângulo	178
Figura 23 - Experimentação sugerida para o triângulo retângulo	178

Artigo 4

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática (CID)	194
Figura 2 - Logomarca do Kit METAPONTO	198
Figura 3 - Jogo Caminho das Medidas	201
Figura 4 - Registro do percurso formativo (Sequência 04)	208
Figura 5 - Jogo Caminho das Medidas (registro do percurso formativo).....	214

SUMÁRIO

PREÂMBULO	18
-----------------	----

PARTE I

1 ENTRE O CORPO E O CONCEITO: O PERCURSO HUMANO ENTRE O MENSURÁVEL E O INCOMENSURÁVEL	22
1.1 As medidas do homem, pelo homem, para o homem	22
1.1.1 Os primórdios da medição humana	24
1.1.2 Fiat Lux: uma incursão pelas medidas antigas da Mesopotâmia e do Egito.....	25
1.1.3 Dos mares às polis: os gregos, o comércio e as medidas.....	32
1.1.4 Sistema de medidas no maior Império da Antiguidade: Roma e as contribuições de Vitruvius.....	34
1.1.5 Idade Média: a fragmentação das medidas no feudalismo e o surgimento de Fibonacci	38
1.1.6 Sistema Métrico Francês: o metro não é um metro (o erro escondido por séculos)....	43
1.1.7 O Sistema de Medidas Português: navegar é preciso, medir também é preciso	46
1.1.8 A implementação do Sistema Métrico Francês no Brasil e a revolta dos quebravilhos: rapadura é doce, mas não é mole	48
1.2 A incomensurabilidade nas medidas	55
2 O ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS	65
2.1 Reconstrução do Significado de Referência para as Medidas de Comprimento, Área e Volume	70
2.1.1 Significado de Referência das Medidas de Comprimento	71
2.1.2 Significado de Referência das Medidas de Área	72
2.1.3 Significado de Referência das Medidas de Volume	73
2.1.4 Síntese do Significado de Referência para Comprimento, Área e Volume.....	74
2.2 A Idoneidade Didática no ensino de medidas	75
2.2.1 Idoneidade Epistêmica	75
2.2.2 Idoneidade Ecológica	76
2.2.3 Idoneidade de Meios.....	77
2.2.4 Idoneidade Interacional	77
2.2.5 Idoneidade Cognitiva.....	78

2.2.6 Idoneidade Afetiva.....	79
2.3 Análise de uma Sequência Didática à luz dos Critérios de Idoneidade Didática	79
2.3.1 Idoneidade Epistêmica	80
2.3.2 Idoneidade Ecológica	80
2.3.3 Idoneidade de Meios.....	81
2.3.4 Idoneidade Interacional	81
2.3.5 Idoneidade Cognitiva.....	82
2.3.6 Idoneidade Afetiva.....	82
3 CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA: FUNDAMENTOS, ARTICULAÇÕES, INTERDEPENDÊNCIA E IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA..	83
4 ITINERÁRIO METODOLÓGICO	90

PARTE II

5 ARTIGO 1 - O uso dos Critérios de Idoneidade Didática nas pesquisas brasileiras sobre o Ensino de Matemática.....	109
6 ARTIGO 2 - Grandezas e Medidas: uma investigação das teses brasileiras em Educação Matemática (2014-2024)	136
7 ARTIGO 3 - Análise da Unidade temática Grandezas e Medidas em livros didáticos de Matemática segundo os Critérios de Idoneidade Didática	153
8 ARTIGO 4 - Tratamento didático das grandezas comprimento, área e volume à luz do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas	189

PARTE III.....	238
-----------------------	------------

9 REFLEXÕES FINAIS DA TESE	239
---	------------

PREÂMBULO

Não há tema mais fundamental: a medida de grandezas é o ponto de partida de todas as aplicações da matemática (H. Lebesgue).

Por que buscar novas formas de ensinar Grandezas e Medidas no Ensino Básico? Há vinte e cinco anos trilhando os caminhos da educação, na condição de professor de matemática, nos ensinos fundamental e médio, tenho observado que esse conteúdo é apresentado, na maior parte das vezes, por meio de regras a serem memorizadas. Muitos professores ensinam de forma mecânica, indicando multiplicar ou dividir por 10, 100, 1000 e, assim por diante, o que leva os estudantes a não reconhecerem o sentido mais amplo do tema, que não se resume a deslocamentos de vírgulas, mas remete à própria história das Grandezas e Medidas como construções humanas. O ato de medir aproxima a humanidade da Matemática e buscar outros modos de ensiná-lo significa criar condições para que os estudantes se apropriem desse campo com maior compreensão e segurança. Foi pensando nesses outros modos de ensinar que decidi investigar, no projeto de doutorado, a problemática que atravessa o ensino de medidas.

Diante disso, em uma imersão nas leituras e participando do Grupo de Estudos e Pesquisas em Didática das Ciências Experimentais e da Matemática (GDICEM), além das reuniões de orientação, conheci o Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), proposto por Gusmão e Font (2020), uma metodologia colaborativa que pode auxiliar professores na abordagem dessa temática e, ao mesmo tempo, favorecer aprendizagens mais significativas. Ao nos aprofundarmos nos estudos do CEDT, vislumbramos uma possível forma de contribuir para a superação do ensino tradicional de medidas. O CEDT tem como sustentáculo os Critérios de Idoneidade Didática (CID), propostos por Godino e colaboradores (2024), referencial teórico que possibilita analisar, orientar e valorar processos de ensino e aprendizagem em Matemática, considerando seis dimensões interdependentes: epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva.

Cada uma dessas dimensões analisa diferentes aspectos da prática educativa, como a adequação do conteúdo matemático (*epistêmica*), a relação da atividade didática com o contexto social, cultural e legal (*ecológica*), o uso eficaz de recursos e materiais didáticos, além da gestão do tempo de forma satisfatória para a realização das tarefas propostas (*de meios*), a qualidade das interações entre professores e estudantes ou entre estudantes (*interacional*), o efeito no desenvolvimento cognitivo dos discentes (*cognitiva*), além do

envolvimento emocional (motivação e interesse) dos estudantes (*afetiva*). Desta maneira, a aplicação coerente desses critérios auxilia educadores a refletirem sobre suas práticas, possibilitando a busca de um ensino mais eficaz e alinhado às necessidades dos alunos.

Compreender o ensino significativo, nesse horizonte, implica reconhecer que os estudantes chegam à sala de aula com diferentes modos de compreender, sentir e aprender, o que exige do professor sensibilidade, flexibilidade e diversificação de estratégias didáticas. Como afirma Freire (2021, p. 46), “ensinar não consiste em transferir conhecimento, mas em criar as possibilidades para a sua própria produção ou construção”, o que implica reconhecer o estudante como sujeito ativo na produção de sentidos. É nessa perspectiva que os CID se mostram potentes: ao articular dimensões conceituais, contextuais, interacionais e afetivas do processo educativo, oferecem ao professor um referencial que orienta a construção de práticas mais coerentes, contextualizadas e humanizadoras.

Com base nos fundamentos do CEDT e dos CID, esta pesquisa busca responder à seguinte questão: *como os Critérios de Idoneidade Didática podem contribuir para o desenho de um ensino mais significativo de Grandezas e Medidas na Educação Básica?* Para enfrentá-la, o objetivo geral consiste em investigar, por meio de estudos articulados, como os Critérios de Idoneidade Didática podem contribuir para o tratamento didático das grandezas e medidas na Educação Básica, abrangendo a análise de pesquisas existentes, de materiais curriculares e de processos formativos docentes, com vistas ao desenho de um ensino mais significativo. A pesquisa está organizada no formato Multipaper, entendido, segundo Fiorentini (2020, p. 52), como uma coletânea de artigos com discussões inter-relacionadas, que podem ser publicados separadamente sem perda de sua completeza. Nesse formato, os quatro artigos que compõem esta tese foram concebidos como estudos independentes, porém harmônicos, que dialogam entre si e constroem, conjuntamente, um percurso investigativo progressivo: parte do mapeamento das produções científicas existentes avança para a análise de materiais curriculares e culmina na proposição e análise de um processo formativo com professores de Matemática. Esse movimento permitiu compreender, de forma articulada, as possibilidades de contribuição dos Critérios de Idoneidade Didática para o ensino de Grandezas e Medidas na Educação Básica, evidenciando seu potencial como referencial teórico, analítico e formativo para a qualificação das práticas pedagógicas no campo da Educação Matemática.

Nas seções subsequentes, intituladas *Entre o corpo e o conceito: o percurso humano entre o mensurável e o inmensurável*, *O ensino de grandezas e medidas* e *Critérios de Idoneidade Didática: fundamentos, articulações, interdependência e implicações para o*

ensino de matemática, são apresentados os referenciais teóricos que fundamentam esta pesquisa, essenciais para garantir seu rigor metodológico e consistência conceitual.

PARTE I

1 ENTRE O CORPO E O CONCEITO: O PERCURSO HUMANO ENTRE O MENSURÁVEL E O INCOMENSURÁVEL

A história das medidas expressa um dos movimentos mais significativos da constituição do pensamento humano: a busca por estabelecer relações entre o sensível e o abstrato, entre a experiência corpórea e a representação conceitual. Nesse sentido, medir consiste em quantificar grandezas em relação a uma unidade de referência.

Nesse processo, o corpo constituiu-se como o primeiro e mais imediato instrumento de medida, desempenhando papel fundamental na organização das práticas humanas. Pés, mãos e braços serviram de referência para quantificar o espaço e orientar as ações cotidianas, ancorando a abstração em experiências sensíveis compartilhadas.

Assim, compreender o percurso histórico das medidas significa reconhecer que elas não se configuram como meros instrumentos técnicos, mas como produções simbólicas que articulam linguagem, cultura e poder. O ato de medir, em qualquer época, envolve escolhas: critérios, padrões e valores, que refletem modos específicos de entender e de intervir na realidade.

1.1 As medidas do homem, pelo homem, para o homem

*O homem é a medida de todas as coisas
(Protágoras de Abdera, c. 490 a.C. – c. 420 a.C.)*

As medidas foram concebidas a partir do corpo humano (do homem), frutos da ação humana (pelo homem), com o intuito de servir às necessidades de medições no cotidiano (para o homem).

O estudo das medidas ao longo da história revela um panorama fascinante da ação humana sobre o mundo. Desde os primórdios, a necessidade de quantificar, comparar e registrar quantidades esteve intimamente ligada às experiências cotidianas, ao comércio, à agricultura e à construção. As primeiras medições humanas, ainda rudimentares, refletem o uso do corpo como padrão de referência, mostrando que o homem foi a medida de todas as coisas, como já afirmava Protágoras de Abdera, e que a construção das grandezas sempre esteve mediada por interesses sociais, culturais e práticos.

Ao longo da Antiguidade, diferentes civilizações, como as da Mesopotâmia e do Egito, desenvolveram sistemas de medidas organizados, expressos em unidades padronizadas que possibilitavam o comércio, a administração e as construções monumentais. Nessa

trajetória, surgiram figuras históricas como Imhotep, responsável por importantes avanços na engenharia egípcia, e Vitruvius, cuja obra influenciou práticas de arquitetura e proporção ainda utilizadas séculos depois. No período medieval e renascentista, pensadores como Fibonacci e Leonardo da Vinci ampliaram a compreensão do homem como medida de todas as coisas, seja através do estudo da matemática aplicada, seja pela busca de proporções harmônicas, como no célebre *Homem Vitruviano*.

Ademais, o estabelecimento do Sistema Métrico Francês representou um marco na padronização das medidas, aproximando-as da razão e da ciência, mas não as isentando de contextos históricos e sociais específicos. Paralelamente, a adoção de sistemas de medidas locais, como o português, demonstra que o processo de mensuração está sempre imbricado às necessidades culturais e econômicas de cada sociedade. Fenômenos históricos, como a Revolta dos Quebra-Quilos no Brasil, reforçam que a imposição de medidas oficiais encontra resistência e é permeada por valores sociais, econômicos e políticos.

Assim, a presente seção investiga o processo histórico de construção das medidas, enfatizando como elas refletem a dinâmica entre técnica, sociedade e conhecimento. Busca-se compreender as medidas como produções humanas situadas em contextos históricos específicos, resultantes das necessidades práticas, dos modos de organização social e das concepções de mundo que marcaram cada período. Desse modo, medir é entendido aqui não apenas como uma operação quantitativa, mas como uma forma de pensar e de intervir na realidade.

Por fim, amplia-se o olhar para além do contexto europeu, analisando como o sistema português influenciou o desenvolvimento das medidas no Brasil e de que forma o processo de implantação do Sistema Métrico Francês foi recebido e reinterpretado pela população brasileira. Nesse percurso, destacam-se as resistências culturais e políticas expressas na Revolta dos Quebra-Quilos, movimento que evidencia a dimensão social e simbólica das práticas de medir. É nesse horizonte que se inicia a primeira subseção, dedicada aos *primórdios da medição humana*, quando o corpo se torna o primeiro instrumento de comparação e de conhecimento.

1.1.1 Os primórdios da medição humana

*A faculdade de pesar, de medir e de contar
permite ao espírito humano livrar-se
das aparências sensoriais (Sócrates).*

O corpo humano foi, certamente, o primeiro instrumento de medição concebido pela humanidade. Através dos dedos, palmos e pés se mediam (e ainda medem) distâncias; com as mãos se aferiam volumes (punhados), com os dois braços se comparavam as massas de dois objetos. Para Silva (2010), é totalmente apropriado ao ser humano ser um instrumento de medições, podendo levar consigo essa ferramenta simples e harmoniosa. Zuin e Sant’Ana (2017) corroboram com tal pensamento, ao expor a utilização preliminar de medidas antropomórficas com o objetivo de se criar um arquétipo de medidas lineares.

Os primeiros antepassados do homem, os *Australopithecus*, no período próximo a 5 (cinco) milhões de anos antes de Cristo, eram nômades e utilizavam a matemática realizando análises básicas de contagem (produtos oriundos das coletas, contagem dos indivíduos os quais faziam parte do grupo, da quantidade de possíveis presas e, até, de predadores). Esse binômio caçar/colher perdurou por praticamente toda a Idade da Pedra.

Além disso, pode-se destacar, segundo D’Ambrosio (2019), uma espécie de *Australopithecus*, a qual viveu há 2,5 milhões de anos (Idade da Pedra Lascada ou Paleolítico), que utilizavam objetos constituídos de pedaços de pedra, previamente selecionados de acordo com suas dimensões, fazendo com que esse ancestral comparasse tamanhos de várias pedras a fim de escolher a mais adequada para seu intento. Ainda, consoante D’Ambrosio (2019), nessa seleção foram realizadas ações elementares do pensamento matemático, quais sejam: avaliar e comparar dimensões. Esse momento pode ter sido a gênese da mensuração.

No início do período Neolítico (ou Nova Idade da Pedra), cerca de 12 mil anos antes de Cristo, começou a ocorrer, de acordo com Eves (2005), uma transição da comunidade de caçadores/coletores para uma sociedade de agricultores. Ainda, conforme Eves (2005), no ano 3.000 a.C., surgiram comunidades agrícolas densamente povoadas, nas proximidades dos rios Nilo (nordeste da África), Tigre e Eufrates (Oriente Médio) e Amarelo (China).

Observando na história humana o ato de se realizar medições, é possível fazer uma jornada por diversas civilizações, pois o medir é inerente ao ser humano. Já a convenção para o uso das medidas, consoante Silva (2010), é uma criação social, em razão da necessidade de se transmitir o valor medido, tendo, decerto, surgido o primeiro sistema de medidas tão logo o

homem se organizou em sociedade. A revolução agrícola, ocorrida por volta de 12.000 a.C., gerou a necessidade de se buscar uma padronização das unidades, visando a uma maior precisão na delimitação das áreas para a plantação e, posteriormente, nas trocas ocorridas na sociedade local. Arqueólogos, em suas expedições, encontraram diversos artefatos e algoritmos oriundos das civilizações mesopotâmica (5.000 a.C.) e egípcia (4.000 a.C.). Os gregos, milênios mais tarde (800 a.C.), foram os primeiros disseminadores das unidades de medidas, através de seu comércio marítimo. Em 200 a.C., as unidades de medidas gregas eram utilizadas no Oeste Asiático, Oriente Médio e Leste do Mediterrâneo, por exemplo. É importante destacar o papel do mercado entre os diferentes povos como o principal motivo para o aperfeiçoamento das unidades de medida e a busca de uma padronização ou conversão.

1.1.2 Fiat Lux¹: uma incursão pelas medidas antigas da Mesopotâmia e do Egito

O objeto de estudo da História é, por natureza, o Homem (Marc Bloch).

A partir do século XIX as expedições arqueológicas ganharam força e diversas descobertas revelaram indícios das unidades de medidas utilizadas principalmente por mesopotâmicos e egípcios.

As civilizações mesopotâmica e egípcia precisavam, segundo Eves (2005), de uma matemática prática a qual assistisse a esses povos em atividades relacionadas à agricultura e à engenharia, como o desenvolvimento de calendários, a criação de um sistema de pesos e medidas e a construção de processos de agrimensura, bem como a elaboração de uma matemática associada às questões financeiras e comerciais. Essas atividades, fundamentadas na mensuração, forneceram as bases para a posterior sistematização da geometria e da aritmética, que, em tradições culturais distintas, desenvolveram-se na geometria teórica e na álgebra.

No interlúdio dos séculos XIX e XX a escrita dos povos mesopotâmicos (Assírios e Babilônios) foi decifrada, possibilitando o estudo de cerca de meio milhão de tábuas de argila encontradas em expedições e, destas, por volta de 400 estavam totalmente preenchidas com listas e tabelas matemáticas (Eves, 2005). Em 1936, de acordo com Boyer e Merzbach (2018), um conjunto de tábuas matemáticas foi encontrada em escavações na cidade de Susa. Essas

¹ “Fiat lux” é uma expressão em latim que significa “faça-se a luz”, sendo amplamente conhecida por ser uma citação da Bíblia, livro de Gênesis (1:3), quando Deus cria a luz. Utiliza-se a expressão “fiat lux” simbolizando o começo de algo importante, uma transformação ou um momento de clareza, em que uma nova ideia ou evento traz luz e entendimento a uma situação previamente obscura ou indefinida.

tábuas continham notáveis resultados geométricos, incluindo aproximações utilizadas em mensurações, não evidenciando tanto interesse na teoria geométrica, a qual era vista por eles como uma forma de álgebra ou aritmética aplicada, nas quais números são relacionados às figuras.

Quanto ao sistema de medidas das civilizações mesopotâmicas, observa-se sua notável coerência e simplicidade, embora houvesse variações entre cidades e períodos históricos. Nesse contexto, diversas fontes concordam que a unidade de comprimento fundamental se baseava no antebraço humano, correspondente a aproximadamente 50 cm (Silva, 2010). Esse padrão servia como referência para outras medidas, como área e volume, permitindo a organização de atividades cotidianas, como comércio, construção e agricultura.

Em novas escavações, descobriu-se, em 1850, na cidade de Senkerek (atualmente no Iraque), uma tábua datada de 2500 anos a.C., a qual continha uma tabela de medidas lineares (comprimento), tendo por unidade básica o *palmo* e, desta, as derivações *côvado*, *polegar* e *linha* (Quadro 1).

Quadro 1 - Medidas lineares mesopotâmicas, em palmos (em Senkerek) (2500 a.C.)

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Comprimento	Linha	1/180 palmo
	Polegar	1/3 palmo
	Côvado pequeno	3 palmos
	Côvado médio	4 palmos
	Côvado grande	5 palmos

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Cabe ressaltar que essa tábua não continha a medida do palmo, porém, algum tempo depois, estatuetas encontradas na mesma região registravam a dimensão do palmo, algo em torno de 9,3 cm. O Quadro 2, a seguir, detalha as medidas lineares mesopotâmicas em centímetros.

Quadro 2 - Equivalências das medidas lineares mesopotâmicas (Senkerek), em centímetro (2500 a.C.)

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Comprimento	Linha	0,05 cm
	Polegar	3,1 cm
	Côvado pequeno	27,9 cm
	Côvado médio	37,2 cm
	Côvado grande	46,5 cm

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Ademais, para a grandeza superfície, os mesopotâmicos possuíam duas unidades básicas (Silva, 2010): o *ikû* (campo, em persa), o qual mede 0,35 hectare (ou 3500 metros

quadrados), e o *baru*, equivalente a 18 *ikû* (63000 metros quadrados). No que se refere ao volume, os mesopotâmicos utilizaram o palmo cúbico, denominado *qa*, ideia utilizada milênios depois com o sistema métrico francês, o metro cúbico. A unidade *qa* equivale a (aproximadamente) 0,8 litro.

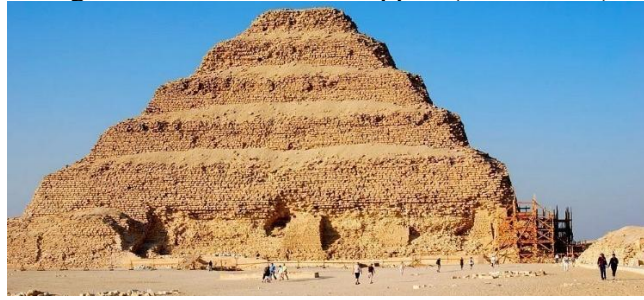
Enquanto os povos mesopotâmicos se alicerçavam como civilização no Oriente Médio (Ásia), o povo egípcio realizava algo parecido na África, formando uma civilização poderosa, que se manteve por cerca de 3 mil anos protegidos pelos desertos, mar Mediterrâneo e rio Nilo, o qual, além de atenuar o clima desértico, propiciava terras férteis em suas margens, gerando um cenário fabuloso para agricultura. A agrimensura e a engenharia prática, criadas pela sua matemática, foram as responsáveis pela construção de canais de irrigação, demarcação de terras agricultáveis, construção de grandes templos e erguimento de grandes e suntuosas pirâmides.

Freudenthal (2002) afirma que a geometria emergiu no Egito como resposta à necessidade de redistribuição das terras após as cheias do Nilo. Em sociedades organizadas, a mensuração do espaço é imprescindível para fins fiscais, administrativos e produtivos. A delimitação de territórios, o planejamento de construções e a distribuição de recursos exigem procedimentos geométricos. Além disso, a cartografia primitiva e a observação celeste baseiam-se na medição de distâncias e ângulos.

Ao se estudar a matemática egípcia, é interessante evidenciar *Imhotep* (2600 a.C.), o qual foi divinizado 2 mil anos após sua morte. Imhotep foi alçado a vizir do rei Djoser; ademais, ele é considerado o primeiro médico, sacerdote, escriba, engenheiro e arquiteto da antiguidade, sendo o criador da primeira pirâmide no Egito, denominada Pirâmide de Saqqara (Figura 1), concebida com 6 degraus, altura de 10 metros cada, totalizando 60 metros, representando uma grande escada pela qual, segundo a crença egípcia, o faraó Djoser ascenderia ao céu.

Imhotep, sob o ponto de vista de Asante (2022), é um gênio da matemática, inventor de diversos instrumentos de medição, dando a ele a possibilidade de lidar com obstáculos relativos ao espaço e volume da pirâmide de degraus, feito inédito na história até aquele momento.

Figura 1 - Pirâmide de Saqqara (atualmente)

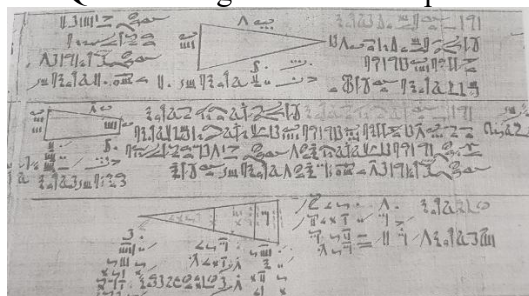


Fonte: Tripadvisor (2024).

Cardoso (2012) salienta que a ciência do Egito Antigo se constituiu em compilações de informações eminentemente empíricas, incluindo receitas de medicamentos, fórmulas geométricas e trigonométricas utilizadas em agrimensura ou em construções diversas. A numeração egípcia era decimal, mas não possuía o zero, e as operações aritméticas básicas eram a soma e a subtração.

Pesquisas arqueológicas forneceram evidências de que a civilização egípcia, no início do segundo milênio antes de Cristo, já acumulava um alto grau de conhecimento. Dois documentos notáveis, o Papiro de Ahmes (ou Rhind), ilustrado pela Figura 2, datado por volta de 1650 a.C., e o Papiro de Moscou, na Figura 3, adiante, de cerca de 1850 a.C., possuem inúmeros problemas aritméticos e geométricos. Ahmes, no início do seu papiro, afirma ter se baseado em escritos anteriores, os quais alguns historiadores e arqueólogos acreditam ser de 1900 a.C. (Garbi, 2011).

Figura 2 - Questão de geometria do Papiro de Ahmes



Fonte: Garbi (2011).

No Papiro de Moscou (figura 3) encontra-se um problema de inesperada complexidade acerca do volume de um tronco de pirâmide, seguido de uma resolução sofisticada, em processo de cálculo sequencial, explicitando, ponto a ponto. O problema centra-se na busca do volume de um tronco de pirâmide de altura 6 e bases quadradas de lados 2 e 4. O algoritmo, traduzido para o português, informa: “Se lhe disserem: um tronco de pirâmide de altura 6, com base 4 e 2 no topo. Você multiplica 4 por si mesmo, resultado 16; você

multiplica 4 por 2, resultado 8; você multiplica 2 por si mesmo, resultado 4; você soma 16, 8 e 4, resultado 28; você divide 6 por 3, resultado 2; você multiplica 2 por 28, resultado 56. Você verá que está certo” (Garbi, 2011, p. 15).

Figura 3 - Resolução do volume do tronco de pirâmide (Papiro de Moscou)



Fonte: Garbi (2011).

A unidade fundamental de comprimento tinha como referência, o antebraço humano, o *côvado*, assim como na Mesopotâmia. A princípio, até a 26ª dinastia (3050 a.C.-525 a.C.), usava-se o *côvado pequeno*, que media 6 palmos (1 palmo media 4 dedos). Posteriormente, foi adotado o *côvado real*, que equivalia a 7 palmos. Além das unidades supracitadas, era utilizada uma unidade derivada do côvado, intitulada *remem*, correspondente “à metade do comprimento da diagonal de um quadrado de lado igual a 7 palmos” (Silva, 2010, p. 43), algo em torno de 37 cm. Tem-se, também, a unidade *ser*, que era a distância do pulso ao cotovelo de um braço humano, algo equivalente a 4 palmos (Quadro 3). Já para as distâncias longas usavam-se outras unidades que correspondiam a 20 mil côvados e mil côvados.

Quadro 3 - Medidas lineares egípcias (3050 a.C.-332 a.C.)

Grandeza	Unidade de medida	Palmos	Dedos
Comprimento	Côvado pequeno	6	24
	Côvado real	7	28
	Remem	5	20
	Ser	4	16
	Palmo	1	4

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

A partir da informação que 1 *remem* mede cerca de 37 cm, pode-se calcular o valor do palmo, em um cálculo envolvendo a metade da diagonal do quadrado, encontrando algo em torno de 7,5 cm.

Considerando d , o comprimento da diagonal do quadrado, e l , o comprimento do lado quadrado, tem-se que metade da diagonal equivale a 37 cm (1 *remem*) e que l equivale a 7 palmos, com isso, $l = 7p$, sendo p referente a 1 palmo.

$$\frac{d}{2} = 37$$

$$\frac{l\sqrt{2}}{2} = 37$$

$$7p\sqrt{2} = 74$$

$$l = \frac{74}{7\sqrt{2}}$$

$$l = 7,4751288297 \text{ cm} \Rightarrow l \cong 7,5 \text{ cm}$$

Com isso, elaborou-se o Quadro 4, abaixo, em centímetros, ação que facilita a compreensão das medidas lineares egípcias. Ressalta-se que nos cálculos relativos à conversão das medidas lineares egípcias para centímetros foram realizadas pequenas aproximações, da ordem de 0,3%.

Quadro 4 - Medidas lineares egípcias, em centímetro (3050 a.C.-332 a.C.)

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Comprimento	Côvado pequeno	45 cm
	Côvado real	52,5 cm
	Remem	37 cm
	Ser	30 cm
	Palmo	7,5 cm
	Dedo	1,9 cm

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Ademais, há no Museu do Louvre, Paris, uma régua de madeira, datada da 18^a dinastia (1549 a.C.-1292 a.C.), contendo várias unidades de medida, como mostra Figura 4.

Figura 4 - Padrão de medida linear egípcia utilizado durante a 18^a dinastia



Fonte: Silva (2010).

No tocante à grandeza superfície, os egípcios tinham as unidades mais sofisticadas de toda a Antiguidade, haja vista a necessidade de reconstituir divisas das propriedades após o final das grandes cheias do Nilo, que demandavam métodos desenvolvidos de agrimensura. Segundo alguns arqueólogos e historiadores, existiam três unidades de medida: a *terra*, a *centena* e a *setjad* (Quadro 5). A *terra* corresponde a 10 x 10 côvados (algo como 100

côvados quadrados), a *centena* é equivalente a 10 x 100 côvados (1000 côvados quadrados) e *setjad* 100 x 100 côvados (10 mil côvados quadrados) (Silva, 2010).

Quadro 5 - Medidas egípcias de superfície, em metros quadrados

Grandeza	Unidade de medida	Valor	
		Côvado pequeno	Côvado real
Superfície	Terra	20,25 m ²	27,6 m ²
	Centena	202,5 m ²	275,6 m ²
	Setjad	2025 m ²	2756,3 m ²

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010)

Considera-se, na construção do quadro anterior (quadro 5), a utilização dos dois tipos de côvados: o pequeno e o real, visando contemplar todas as 31 dinastias (3050 a.C.-332 a.C.). Quanto ao volume, existem registros de três unidades de medida: a *jarra*, o *barril* e o *saco* (Quadro 6). 1 saco corresponde a 10 barris e 1 barril corresponde a 10 jarras. Ademais, 1 jarra corresponde a, aproximadamente, 0,5 litro (Silva, 2010).

Quadro 6 - Medidas egípcias de volume, em litros

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Volume	Jarra	0,5 litro
	Barril	5 litros
	Saco	50 litros

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Os sistemas métricos egípcio e mesopotâmico acabaram se fundindo devido à subjugação de suas civilizações através de conquistas territoriais empreendidas pelo povo Persa (Dario I, 522-486 a.C.) e pela civilização macedônica, por meio de Felipe da Macedônia (382-326 a.C.) e de seu filho, Alexandre, o Grande (356-326 a.C.). Segundo Silva (2010), os invasores supracitados se apropriaram de elementos culturais dos povos dominados, tais como cultos religiosos, estilos artísticos e arquitetônicos e até dos sistemas de medidas, os quais eram utilizados para, dentre outras ações, cobrar impostos das populações das regiões dominadas.

Os egípcios e os mesopotâmicos exerceram papel fundamental nas práticas iniciais de medição, contribuindo para a consolidação de sistemas que marcaram profundamente a organização social e econômica de suas épocas. Ao longo do tempo, entretanto, outras civilizações reinterpretaram e adaptaram essas formas de medir, criando novos sistemas de acordo com suas próprias necessidades e visões de mundo. Contudo, certos traços dessa herança antiga persistem, como o sistema sexagesimal babilônico, ainda presente na contagem do tempo e na medição de ângulos.

1.1.3 Dos mares às polis: os gregos, o comércio e as medidas

*Tudo é número
(Lema da escola pitagórica).*

A formação do povo grego ocorreu por volta do fim do terceiro milênio antes de Cristo, por meio da migração de tribos indo-europeias que, vindas da região sul do Mar Negro, ocuparam, de forma paulatina, os Bálcãs, até chegarem ao extremo sul da península. “Esses primeiros gregos denominavam-se *aqueus* e, por volta de 1600 a.C., consolidaram a chamada *civilização micênica*, nome derivado de sua cidade mais importante, Micenas” (Garbi, 2011, p. 18), civilização essa imortalizada por Homero em suas célebres obras *Iliada* e *Odisséia*, as quais tratam, respectivamente, da guerra de Troia e da volta de Ulisses a Ítaca, após esse confronto. Posteriormente, entre 1200 e 1150 a.C., os dórios, vindos da Ásia, destruíram a sociedade micênica e usufruíram do conhecimento agrícola do povo subjugado; porém, devido à derrocada dos aqueus, a escrita se extinguiu, sendo reintroduzida, em torno de 800 a.C., por mercadores oriundos da Fenícia (Eves, 2005).

O momento subsequente (800-336 a.C.), conhecido como *Período Helênico*, foi marcado por um grandioso avanço intelectual e científico, raramente observado na história humana. Destacaram-se filósofos eminentes, a exemplo de Sócrates, Platão e Aristóteles; cientistas e matemáticos notáveis, como Arquimedes; além de célebres dramaturgos, entre eles, Aristófanes.

Os gregos são frequentemente considerados os primeiros exportadores de unidades de medida (Silva, 2010), difundindo-as por meio de seu hercúleo comércio marítimo. Suas rotas alcançaram as costas do Mar Negro, a Península Itálica, além de extensas regiões da Ásia e do norte da África, consolidando sua influência sobre o Oriente Próximo.

Em relação aos padrões de medições gregas sabe-se muito pouco. Somente os valores das unidades mais comuns puderam ser reconstruídos com alguma precisão. Informações detalhadas sobre a confecção e a manutenção dos padrões, os procedimentos de aferição e a legislação metrológica são praticamente inexistentes (Silva, 2010).

Embora detalhes sobre a confecção, manutenção e regulamentação das unidades de medida gregas sejam escassos, é possível observar que os gregos direcionaram grande parte de sua atenção intelectual ao desenvolvimento da matemática teórica e dedutiva. Esse campo de estudo destacava-se pela construção rigorosa de sistemas axiomáticos e pela busca por demonstrações lógicas universais, frequentemente se distanciando das aplicações práticas imediatas.

Quanto às medidas de comprimento na Grécia antiga, a unidade fundamental era o *pé*² grego, com valor aproximado de 30,83 centímetros. Dela derivam outras unidades, como o *dedo*, equivalente a *um dezesseis avos de um pé*; o *plethron*, que correspondia a 100 pés; além do *estádio*³, cuja medida era de 600 pés (Quadro 7).

Quadro 7 - Medidas lineares gregas, em centímetro

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Comprimento	Dedo	1,93 cm
	Pé grego	30,83 cm
	Plethron	3.083 cm
	Estádio	18.498 cm

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Referente às medidas de superfície, tanto nas zonas urbanas quanto nas rurais, a terra era geralmente dividida em lotes quadrados de 12 pés gregos de lado, cerca de 3,7 metros quadrados, sendo essa forma de divisão territorial atribuída a Hipodamus de Mileto.

No que concerne às unidades de volume, os gregos antigos adotavam diferentes sistemas conforme a natureza do conteúdo a ser medido, sólidos ou líquidos. Para os sólidos, embora se saiba que havia medidas específicas, não há registros arqueológicos ou históricos suficientes que permitam determinar com exatidão quais eram essas unidades. Já no caso dos líquidos, a principal unidade era a *ânfora*, que equivalia a aproximadamente 27,2 litros (Silva 2010).

Em seu auge comercial, as unidades de medida gregas extrapolaram os limites das pólis, tornando-se referência para o comércio marítimo, para a organização da produção artesanal e, posteriormente, para os estudos científicos. Assim, pelas rotas marítimas que conectavam os portos, as medidas gregas se difundiram e se consolidaram como instrumentos centrais da dominação econômica e cultural no mundo antigo.

² Atualmente a unidade pé ainda é usada em países anglo-saxônicos e corresponde a 30,48 cm.

³ Os antigos gregos diziam que o estádio correspondia à distância que uma pessoa era capaz de percorrer correndo em um só fôlego (Silva, 2010).

1.1.4 Sistema de medidas no maior Império da Antiguidade: Roma e as contribuições de Vitruvius

As palavras dos sábios florescem além do tempo e ressoam com mais autoridade que sua própria presença (Vitruvius).

Em 149 a.C., Roma, uma potência em ascensão e marcada por forte agressividade expansionista, direcionou seu interesse para a Grécia, o Egito e o Oriente Médio, consolidando o maior império da Antiguidade. Os imperadores romanos, com uma perspectiva predominantemente militarista, evitaram destinar recursos públicos ao desenvolvimento de pesquisas científicas. O Império Romano (31 a.C.-476 d.C.) estruturava-se como uma ditadura militar e, como ocorre na maioria dos regimes autoritários, não favorecia o florescimento de uma cultura autônoma. Embora tenha havido produções literárias relevantes, do ponto de vista científico, o período revelou-se pouco produtivo (Eves, 2005).

No que diz respeito às unidades de medida, o Império Romano, impulsionado por seus objetivos expansionistas⁴, estabeleceu um sistema único de medidas para todas as regiões conquistadas. Esse sistema foi construído com base nas medidas gregas, incorporando também unidades provenientes de outras culturas dominadas. Assim, os romanos desenvolveram um sistema próprio de mensuração, que se manteve relativamente estável ao longo dos 500 anos de existência do império (Silva, 2010). Para garantir a padronização dessas unidades em todo o território, o governo romano produzia e distribuía réplicas dos padrões oficiais de medida. Essa prática visava assegurar a uniformidade nas atividades comerciais, nas obras públicas e na arrecadação de tributos.

Em Roma, a medida padrão de comprimento era o *pes*⁵, que correspondia a aproximadamente 29,57 centímetros. A décima sexta parte dessa unidade era chamada de *digitus*. O *cúbitus* equivalia a um *pes* e meio. Já o *gradus* correspondia a dois *pedes* e meio, enquanto o *passus* media cinco *pedes*. Por fim, dez *pedes* constituíam uma *decempeda* (ou *pertica*), como expõe o Quadro 8.

⁴ Em seu maior momento expansionista, o Império Romano compreendia a Europa Central, Europa Meridional, Norte da África e Ásia Ocidental (Silva, 2010).

⁵ O plural de *pes* é *pedes*.

Quadro 8 - Medidas lineares romanas, em centímetro

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Comprimento	Pes	29,57 cm
	Digitus	1,85 cm
	Cubitus	44,36 cm
	Gradus	73,93 cm
	Passus	147,85 cm
	Decempeda	295,7 cm

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Para medir comprimentos maiores, os romanos utilizavam principalmente as seguintes unidades: o *actus*, correspondente a 120 *pedes*; o *stadium*, que equivalia a 625 *pedes*; o *mille passus*⁶, equivalente a 5.000 *pedes*; e a *leuga*, que correspondia a 7.500 *pedes*. Para distâncias ainda mais extensas, utilizava-se o *schoenus*, cuja medida equivalia a 4 *mille passus* (ou 20.000 *pedes*), conforme o Quadro 9.

Quadro 9 - Medidas lineares romanas para comprimentos maiores, em metro

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Comprimento	Actus	35,48 m
	Stadium	184,81 m
	Mille passus	1.478,5 m
	Leuga	2.217,75 m
	Schoenus	5.914 m

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Os instrumentos utilizados pelos romanos para medir comprimento eram feitos com diversos materiais, como bronze, ferro, ossos, chifres e madeira. Apresentavam formato similar ao de uma régua, frequentemente articulada, assemelhando-se às trenas de madeira modernas. A maioria dessas régua possuía 1 *pes* de comprimento, embora também existissem, em menor quantidade, régua romanas com 0,5 *pes* (Silva, 2010).

No tocante às unidades de medidas de áreas, o Império Romano utilizava o mesmo padrão dos gregos, ou seja, dividia os lotes em blocos quadrangulares⁷. Nas cidades esses blocos quadrados eram denominados *insulae* e suas dimensões variavam conforme a região; porém, nas regiões rurais, esse parâmetro chamava-se *centuria* e mediam, geralmente, 5.760.000 *pedes* quadrados. Para medir⁸ esses blocos retangulares eram utilizadas varas com comprimento de 1 decempeda (Quadro 10).

⁶ De acordo com registros históricos, a partir do governo do imperador Augusto, período que coincide com a época de Jesus Cristo, todas as principais estradas do Império Romano indicavam as distâncias em relação ao centro de Roma, sendo que a cada *mille passus* havia um marco sinalizando essa medida (Silva, 2010).

⁷ Com lados medindo 2.400 *pedes* ou 709,68 metros.

⁸ Os profissionais que se ocupavam da medição desses blocos eram denominados *Mensores* (medidores) ou *Agrimensores* (medidores de terra) (Silva, 2010, p. 51).

Quadro 10 - Medidas de superfícies romanas, em metro quadrado

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Área	Actus	1.259,11 m ²
	Iugerum ⁹	2.518,23 m ²
	Heredium	5.036,46 m ²
	Centuria	503.645,70 m ²

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Em relação às unidades de volume e capacidade romanas, como mostram os Quadros 11 e 12, a seguir, essas eram divididas em dois tipos: para os sólidos e para os líquidos¹⁰.

Quadro 11 - Medidas de volume e capacidade romanas, para sólidos, em litro

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Volume	Sextarius	0,58 l
	Hemina	0,29 l
	Modius	9,28 l
	Amphora	27,84 l

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Quadro 12 - Medidas de volume e capacidade romanas, para líquidos, em litro

Grandeza	Unidade de medida	Valor
Volume	Sextarius	0,58 l
	Quartaris	0,145 l
	Congius	3,48 l
	Urna	13,92 l
	Amphora	27,84 l

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

Apesar de não ter produzido nomes de grande projeção na matemática ou nas ciências, o Império Romano deixou contribuições expressivas para a engenharia e a arquitetura da Antiguidade, sendo Vitrúvio um de seus principais representantes.

O *Tratado de Arquitetura (De Architectura)*, escrito por Vitrúvio¹¹ no ano 27 a.C., é composto por dez volumes e se consolidou como uma referência fundamental, sendo o único tratado arquitetônico da Antiguidade que chegou até os dias atuais. Redescoberto em 1414, teve sua primeira edição publicada em 1486. Provavelmente influenciado por sua formação militar¹², Vitrúvio adota uma escrita objetiva, técnica e detalhada, abordando desde aspectos práticos da construção, como o uso da cal e da areia, até comparações simbólicas entre os templos e o corpo humano. Em suas descrições de proporções corporais, forneceu subsídios para diferentes artistas ao longo da história representarem o “homem ideal”.

⁹ Criado a partir da medida do trabalho diário de uma junta de dois bois (Silva, 2010).

¹⁰ As unidades sextarius e amphora eram usadas tanto para sólidos quanto para líquidos.

¹¹ Marcus Vitruvius Pollio (80 a.C.-15 a. C.)

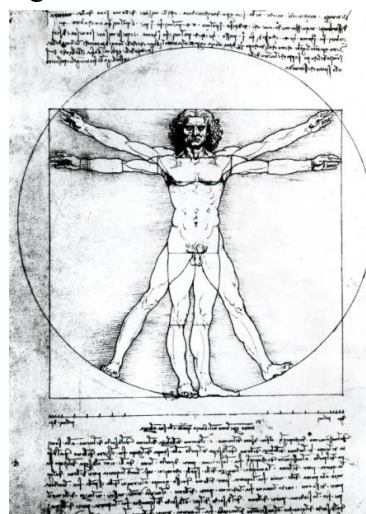
¹² Vitrúvio foi engenheiro militar, participante das campanhas de Júlio César.

Com notável engenhosidade, Vitrúvio estabeleceu analogias entre as proporções do corpo humano e a harmonia dos templos, afirmando que o corpo bem configurado apresenta proporções precisas: o comprimento do rosto (do queixo ao alto da testa) corresponde a um décimo da altura total do corpo, mesma medida da distância entre o pulso e o dedo médio; do queixo ao topo da cabeça equivale a um oitavo da altura; da base do pescoço à raiz dos cabelos representa um sexto da estatura. A distância entre o meio do peito e o topo da cabeça corresponde a um quarto da altura total. Ainda, o trecho do queixo às narinas equivale a um terço do comprimento do rosto (ou $1/30$ da altura total do corpo), sendo as demais seções da face igualmente subdivididas em terços, das narinas ao meio das sobrancelhas e desta até a raiz dos cabelos (Vitrúvio, 2019).

Outras proporções corporais também foram sistematizadas: o pé representa um sexto da altura do corpo; o antebraço um quarto; o tórax igualmente um quarto. Vitrúvio considerava o umbigo o centro do corpo humano, de modo que, ao deitar-se com braços e pernas estendidos, se um compasso tiver sua ponta seca posicionada no umbigo, será possível traçar um círculo que toque simultaneamente os dedos das mãos e dos pés. Da mesma forma, o corpo pode ser inscrito em um quadrado, tomando como referência a altura total e a envergadura dos braços abertos.

As proporções descritas por Vitrúvio foram amplamente utilizadas por artistas de diversas épocas na busca por representar o ideal humano. No entanto, foi Leonardo da Vinci, por volta de 1490, apenas quatro anos após a primeira edição do tratado, quem, mesmo adaptando levemente os valores, eternizou essa concepção com o *Homem Vitruviano* (Figura 5).

Figura 5 - Homem Vitruviano



Fonte: Leonardo da Vinci (c. 1490).¹³

¹³ Disponível em: <https://www.britannica.com/topic/Vitruvian-Man>. Acesso em: 20 jun. 2026.

Essa obra é reconhecida como um marco na história da arte, sintetizando a união entre arte, ciência e a visão renascentista do ser humano como centro do universo.

1.1.5 Idade Média: a fragmentação das medidas no feudalismo e o surgimento de Fibonacci

Os nove números indianos são:

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Com esses nove algarismos, e com o sinal 0, que os árabes chamam de zephirum, pode-se escrever qualquer número, como se demonstrará a seguir (Fibonacci).

Após a derrocada do Império Romano (476 d.C.), grande parte de seu extenso território de dominação entrou em um processo de descentralização política e econômica, o que provocou profundas mudanças em diversos aspectos da vida cotidiana, incluindo os padrões de medidas, haja vista a dissolução da estrutura padronizada de pesos e medidas imposta pelos romanos.

Mesmo que cada localidade já possuísse suas unidades internas de medidas, todo o comércio e tributos relacionados ao Império deviam respeitar as unidades estabelecidas por Roma. Após a queda do poder central houve uma fragmentação ainda maior das práticas de medição, tornando-as extremamente diversas e localizadas, o que dificultava transações comerciais mais amplas e a unificação administrativa de novos reinos.

Ademais, com o avanço do Sistema Feudal, as unidades de medida, ainda que em muitos casos conservassem os nomes herdados do sistema romano, passaram a assumir valores distintos, uma vez que cada senhor feudal adotava os padrões métricos que lhe eram mais convenientes. Isso resultou em uma significativa desorganização e heterogeneidade nos sistemas de medição.

No contexto agrário, as unidades de medida estavam associadas ao esforço humano ou à quantidade produzida, já que a terra era abundante e o que importava ao homem medieval era o tempo ou o trabalho necessário para alcançar certa produtividade. Em determinadas circunstâncias, contudo, era preciso recorrer a medições geométricas, o que exigia a atuação de um agrimensor. A partir da segunda metade do século XIV, essas medições empíricas

começaram a ser progressivamente substituídas, embora apenas no final do século XVII tenham sido iniciados os processos geométricos bem elaborados¹⁴.

Para mais, as unidades de comprimento preservavam as denominações herdadas dos romanos e continuavam a se basear em partes do corpo humano, sendo frequentemente representadas por padrões materiais de medidas. Cabe destacar que, embora se utilizasse a unidade romana *pes*, existia uma grande variedade de *pedes*.

No caso das medidas de materiais secos, especialmente o trigo, não se utilizavam balanças, mas sim instrumentos baseados na medição de volume (Figura 6). Isso se devia à maior facilidade de padronização e controle desses instrumentos. Os recipientes empregados eram, em sua maioria, cilíndricos e confeccionados em madeira ou couro, reforçados e vedados com ferro para evitar deformações provocadas pelo uso frequente.

Figura 6 - Recipientes usados na Idade Média para medir volumes



Fonte: Silva (2010).

Um fato curioso, notado por um estudo sobre a variação das unidades de medida de volume em determinada região, foi a constatação de que o volume dos recipientes *diminuiu ao longo do tempo*, especialmente devido à redução do diâmetro, *sem aumento proporcional da altura*. Essa redução deveu-se ao hábito, no Medievo, de ofertar ao cliente um pequeno excedente por meio de um transbordamento, conhecido como *coroamento*. A redução do diâmetro era uma estratégia para limitar o volume adicional oferecido pelo coroamento (Silva, 2010).

Embora originada no contexto medieval europeu, a prática do coroamento (Figura 7) ainda pode ser observada em feiras livres de cidades do interior do Brasil¹⁵. Esse costume permanece vivo, revelando traços de uma cultura de trocas marcada pela confiança e pela valorização simbólica da abundância.

¹⁴ “O primeiro documento que atesta o emprego do processo de triangulação para os trabalhos de agrimensura data de 1694” (Silva, 2010, p. 56).

¹⁵ Feira livre do bairro Brasil, em Vitória da Conquista, na Bahia.

Figura 7 - Prática do coroamento em feira livre no interior da Bahia



Fonte: Fotos do pesquisador (2025).

Ademais, a diversidade dos sistemas de pesos e medidas foi uma marca significativa da Idade Média, refletindo a fragmentação política dos feudos e das cidades-Estado (Rocha-Filho, 1988). Foi essencialmente com o surgimento e a importância crescente das grandes feiras comerciais (onde se exigia o uso de unidades padronizadas) que se alcançou algum grau de uniformização, ainda que pontual e restrito a esses espaços de troca.

Por outro lado, a medição do volume de líquidos foi historicamente menos complexa. Durante o Medievo, a maioria dos povos recorria ao mesmo procedimento da Antiguidade: utilizar um recipiente com capacidade definida como unidade de referência. Embora o volume desse recipiente variasse conforme a época e a localidade, o princípio adotado permaneceu constante.

É importante destacar que, do ponto de vista histórico, os sistemas de unidades se dividem em dois tipos: os originados a partir de práticas e hábitos tradicionais, chamados *consuetudinários*, e os concebidos de forma planejada. Na Antiguidade e na Idade Média, todos os sistemas de unidades empregados eram consuetudinários¹⁶ (Rocha-Filho, 1988).

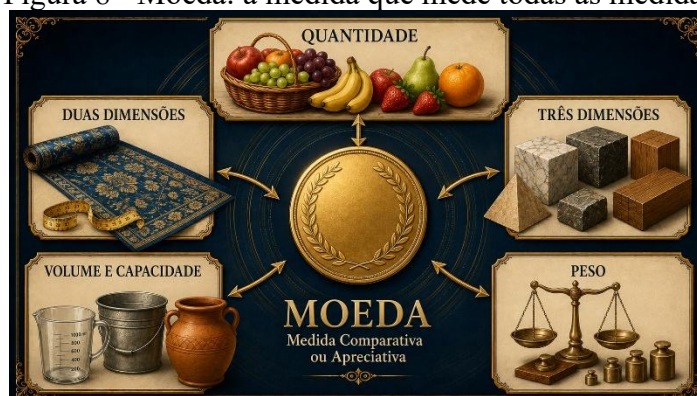
A desordem metrológica no período feudal era tão profunda que, em determinadas localidades, coexistiam diferentes sistemas de medidas: um para o comércio, outro para o pagamento do dízimo à igreja e ainda outro para as obrigações com o senhor feudal. Contudo, a diversidade de unidades de medida, em si, não era percebida como um abuso, sendo amplamente aceita pela população. O problema central residia no fato da coexistência de múltiplos sistemas de medida abrir espaço para que os poderosos praticassem abusos (Kula, 1999).

Também, a multiplicidade de sistemas de medidas evidenciava a relação intrínseca entre as formas de poder e a organização social. Séculos depois, Paucton (1736-1798) buscou organizar e compreender tal complexidade ao propor uma análise das principais medidas

¹⁶ Ao contrário dos sistemas de pesos e medidas do Mediterrâneo, de natureza consuetudinária, o sistema chinês era estruturado em base decimal, o que evidenciava seu caráter planejado (Rocha-Filho, 1988).

utilizadas no comércio, que denominou “medidas de espécie”, acrescida de uma “medida apreciativa ou comparativa”. Contar, medir, pesar e outras formas de comparar grandezas surgem das demandas concretas das sociedades. No entanto, é a moeda que, ao transformar tudo em valor, torna-se *a medida que mede todas as medidas* (Figura 8).

Figura 8 - Moeda: a medida que mede todas as medidas



Fonte: Criação própria com auxílio de IA (2026).

A classificação proposta por Paucton, em *Métrologie ou traité des mesures, poids et monnoies des anciens peuples et des modernes*¹⁷ (2023), indica que as práticas de medição no comércio são divididas em seis formas. Cinco delas são relacionadas diretamente à natureza física do que é medido: contar unidades, medir superfícies, calcular volumes, aferir capacidades e pesar mercadorias. Essas formas, historicamente construídas, respondem a necessidades concretas de diferentes sociedades e épocas, expressando modos de produção, circulação e consumo próprios.

No centro da figura 7 está a *moeda*, que Paucton define como a *sexta maneira de medir*, de caráter *comparativo* ou *apreciativo*. Ao contrário das demais, ela não mede a materialidade dos objetos, mas estabelece uma equivalência simbólica que permite converter qualquer mercadoria em um valor comum. Portanto, a moeda não é apenas um instrumento técnico de troca, mas uma mediação social que sintetiza e integra as diferentes formas de medida, vinculando-as a um sistema de relações econômicas e de poder o qual se desenvolveu historicamente com o comércio e a expansão das trocas mercantis.

Sobre os matemáticos no Medievo, não se pode deixar de citar um “gênio matemático de primeira grandeza” (Garbi, 2011, p. 149), considerado o maior matemático e geômetra da época, *Leonardo Fibonacci* ou *Leonardo de Pisa* (1175-1250), criador de uma importante

¹⁷ Em português, Metrologia ou tratado sobre as medidas, pesos e moedas dos povos antigos e modernos.

obra, *Liber Abbaci*¹⁸, concebida em 1202. Trata-se de um marco na história da matemática, apresenta uma ampla variedade de problemas, contemplando desde operações aritméticas elementares até tópicos mais avançados, como frações, cálculos comerciais, conversões de unidades de medida, extração de raízes quadradas e cúbicas, manipulação de binômios, determinação de raízes e conteúdos de geometria euclidiana.

As frases de abertura do *Liber Abbaci*¹⁹ possuem relevância histórica: “*Estes são os nove símbolos hindus 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Com esses nove símbolos e com o sinal 0, denominado Zéfiro pelos árabes, é possível escrever qualquer número*” (Garbi, 2011, p. 148). Embora os algarismos indo-arábicos já fossem conhecidos na Europa desde a segunda metade do século X, ainda eram pouco utilizados cerca de 150 anos depois, no período em que viveu Fibonacci, o qual, inclusive, os apresenta antes de tratar de qualquer outro tema matemático. O *Liber Abbaci* é considerado fundamental para a difusão dos algarismos indo-arábicos em toda a Europa.

Como exemplo, o capítulo 8 do *Liber Abbaci*, em seu terço final, intitulado *Sobre cavalos que comem cevada em certo número de dias*²⁰, inicia-se com o seguinte problema: “*Cinco cavalos comem 6 sextarius de cevada em 9 dias; procura-se, pela mesma regra, quantos dias levarão dez cavalos para comer 16 sextarius*” (Fibonacci, 2002, p. 206, tradução do pesquisador). Ainda, no último capítulo (15), Fibonacci ventila a seguinte questão:

Acerca de um material do qual um homem deseja fazer panos de linho: um homem possuía um pedaço de tecido de 100 côvados de comprimento e 30 côvados de largura, com o qual desejava fazer panos de linho, cada um dos quais tinha 12 côvados de comprimento e 5 côvados de largura. Daí a pergunta: quantos panos de linho podem ser feitos? (Fibonacci, 2002, p. 550, tradução do pesquisador).

Nesses trechos, percebe-se que Fibonacci propôs questões intimamente ligadas à sua realidade social e econômica, conectado às práticas cotidianas. Ademais, ele utilizou uma unidade romana de medida de volume, *sextarius* (quadro 11), e de comprimento, *côvado*²¹, ainda em uso no Medievo.

Consoante Moyon (2025), a obra de Fibonacci, e em particular o *Liber Abbaci*, desempenha um papel essencial na história da matemática, pois reflete as profundas transformações ocorridas durante a Idade Média e antecipa conceitos que viriam a se consolidar no período renascentista. Estudar seus textos permite compreender como práticas

¹⁸ Autor também de *Practicae Geometriae, Liber Quadratorum, Flos e Epistola ad Magistrum Theodorum*.

¹⁹ Em português: *Livro do Cálculo*.

²⁰ Traduzido pelo pesquisador.

²¹ Côvado ou Cubitus (quadro 8).

matemáticas ligadas ao comércio, à contabilidade e à teoria dos números começaram a se articular, promovendo uma transição significativa entre os saberes medievais e os avanços científicos que caracterizam a Renascença. Assim, a obra de Fibonacci não apenas documenta o conhecimento de sua época, mas também fornece pistas importantes sobre a evolução do pensamento matemático na Europa.

1.1.6 Sistema Métrico Francês: o metro não é um metro (o erro escondido por séculos)

Sempre existiu no homem a ideia de medida universal e invariável, de modo a avaliar a natureza da terra, fossem quais fossem as circunstâncias (Julio Verne²²).

A Revolução Francesa, além de transformar a política, a sociedade e a economia, buscou, através de seus líderes, unificar padrões de medidas, através do *Sistema Métrico Francês*, simbolizando, de acordo com Silva (2010), uma conquista social que colocou um ponto final nos abusos praticados nas trocas comerciais, sendo reconhecido como um dos marcos que contribuíram para a superação do feudalismo europeu.

Ainda, segundo Crease (2013), a criação de padrões teve como impulsionador imediato a Revolução Francesa, quando seus líderes procuraram romper com as estruturas feudais. Nesse sistema, o poder estava organizado em uma rígida hierarquia piramidal: o rei, detentor de todas as terras, situava-se no vértice e delegava autoridade aos senhores, que, por sua vez, controlavam vassalos agraciados com parcelas de terra. A proposta revolucionária era substituir essa organização feudal por normas de caráter universal, fundamentadas na racionalidade e na equidade.

Foi nesse contexto que em 9 de março de 1790 apresentou-se²³ à Assembleia Nacional Francesa um projeto de unificação dos pesos e medidas, o qual foi aprovado em 8 de maio e sancionado em 22 de agosto do mesmo ano, pelo então rei Luís XVI²⁴. A ideia fulcral desse novo sistema consistia em adotar padrões invariáveis extraídos da própria natureza, conferindo-lhes um caráter universal. Dessa forma, os novos referenciais não pertenceriam a uma nação específica, mas seriam patrimônio comum de todas.

²² Publicado em 1872, *Três russos e três ingleses*, de Júlio Verne (1828-1905), relata a expedição de astrônomos à África Austral para medir um arco do meridiano terrestre, onde rivalidades políticas entre russos e ingleses põem em risco a cooperação científica e a sobrevivência do grupo.

²³ Coube a Charles Maurice de Talleyrand (1754-1838), bispo de Autun e deputado da Assembleia Nacional Francesa, apresentar essa proposição (Silva, 2010).

²⁴ O rei Luís XVI da França foi executado na guilhotina em 21 de janeiro de 1793, e sua esposa, a rainha Maria Antonieta, em 16 de outubro do mesmo ano, ambos durante a Revolução Francesa.

A Academia de Ciências Francesa entrou em contato com a Sociedade Real de Ciências de Londres com o propósito de estabelecer, em conjunto, as bases das novas unidades de medida. Na sequência, buscou ainda a colaboração de cientistas dos Estados Unidos e da Espanha. Diante da recusa das três nações, a França decidiu levar adiante o projeto de forma independente (Silva, 2010).

Para definir a unidade de comprimento, foram consideradas três possibilidades: o comprimento do pêndulo de segundos, uma fração de um arco do equador terrestre ou uma fração de um arco de meridiano terrestre. O comitê, composto por membros da Academia de Ciências da França e com o auxílio de Lavoisier²⁵, optou pela terceira alternativa: a unidade básica de comprimento seria equivalente a uma décima milionésima parte do meridiano de Paris, de Dunkerque (França) a Barcelona (Espanha) (Crease, 2013).

A expedição, liderada por Jean-Baptiste Delambre e Pierre-François-André Méchain, estava prevista para durar sete meses. Todavia, devido a problemas políticos, diplomáticos e às próprias dificuldades das medições, as operações geodésicas²⁶ se estenderam por sete anos. Iniciada em 1792, a expedição foi concluída em 1798, analisada por uma comissão de especialistas e, posteriormente, o metro foi sancionado em 30 de abril de 1799 (Silva, 2010).

Após a sanção, a principal preocupação concentrou-se na elaboração de um padrão físico permanente do metro. Para esse propósito, optou-se pela platina, metal de elevado ponto de fusão²⁷ e praticamente indestrutível. A fim de obter a quantidade necessária desse material para a confecção dos padrões métricos, a Comissão de Pesos e Medidas destinou 20% de seu orçamento (Alder, 2003), adquirindo platina suficiente para produzir quatro padrões, cada um com 1 metro²⁸ de comprimento, 25,3 milímetros de largura e 4,0 milímetros de espessura (Silva, 2010).

Dos quatro padrões confeccionados, escolheu-se aquele que apresentava a menor variação em relação à medida do décimo milionésimo da quarta parte do meridiano terrestre, com uma diferença de até 0,001%. Esse fato evidencia que nem mesmo a régua-padrão do metro correspondia exatamente ao metro idealizado (Alder, 2003). Ademais, a própria

²⁵ Lavoisier, um dos maiores cientistas de todos os tempos, foi preso em novembro de 1793 e guilhotinado em 8 de maio de 1794 (Crease, 2013, p. 85).

²⁶ Segundo Webster, “*A geodésia é o ramo da matemática aplicada que determina a exata posição de pontos, figuras e áreas de grandes porções da superfície terrestre*” (Disponível em: <http://www.topografia.ufba.br/fundamentos%20de%20geodesia.pdf>. Acesso em: 14 set. 2025).

²⁷ Aproximadamente 1768 graus Celsius (Disponível em: <https://crqsp.org.br/rara-cara-poderosa-esta-e-a-platina/>. Acesso em: 15 set. 2025).

²⁸ A denominação mètre – metro – surgiu, inicialmente, por sugestão do matemático francês Auguste-Savinien d’Olblen (1760-1811). O termo metro é derivado do latim “*metru*” e do grego “*metron*”, que significam “uma medida” e “medir”, respectivamente (Zuin; Sant’Ana, 2017, p. 25).

medição do arco do meridiano apresentou uma falha significativa, posteriormente descoberta e omitida por Delambre: Méchain havia forçado a aproximação de determinados cálculos, ajustando valores de forma deliberada para que se adequassem às expectativas teóricas.

Em razão dessas alterações arbitrárias nos cálculos, das limitações inerentes aos procedimentos de medição e da própria condição de inexatidão que caracteriza as medidas, geralmente expressas por números irracionais, o padrão do metro acabou sendo cerca de 0,2 milímetro mais curto que a medida correspondente ao décimo milionésimo da quarta parte do meridiano analisado (Crease, 2013). Assim, pode-se afirmar que o metro sempre carregou consigo uma marca de inexatidão, a qual persiste até hoje, mesmo na definição atual, baseada na distância percorrida pela luz, no vácuo, em uma fração de segundo²⁹.

Ainda que o novo sistema tivesse como propósito simplificar a vida de comerciantes, cientistas e da população em geral, os antigos sistemas de medidas e suas denominações estavam profundamente enraizados no cotidiano e no imaginário social. Por essa razão, a resistência à mudança foi intensa. Na França, essa resistência perdurou por décadas, a ponto de a adesão espontânea ao sistema métrico decimal ser praticamente inexistente. As novas unidades, com nomes considerados estranhos à língua francesa, eram percebidas como artificiais e de difícil assimilação (Silva, 2010). Para que o sistema fosse minimamente compreendido e aceito, foram necessárias adaptações e modificações terminológicas.

Nesse sentido, com vistas a promover a aceitação social do novo sistema de medidas, houve a substituição dos prefixos de origem grega e latina por designações vinculadas ao léxico comum. A título de exemplo, nesse processo, o decímetro foi denominado *palme* (palmo), o centímetro recebeu o nome de *doigt* (dedo) e o milímetro passou a ser chamado de *trait* (traço) (Alder, 2003).

Apesar disso, sua efetiva implantação só ocorreu em 1840, mais de quarenta anos após a promulgação oficial. Tal adoção não se deu por convencimento popular, mas sim por meio de um decreto governamental rígido, que estabelecia multa de 10 francos para cada medição realizada fora do sistema métrico, impondo sua utilização obrigatória em todos os setores da sociedade (Crease, 2013). Curiosamente, a França acabou se tornando, ao mesmo tempo, o primeiro país a adotar oficialmente o sistema métrico e também o primeiro a rejeitá-lo diante da resistência popular.

²⁹ Em maio de 2019, com a adoção do Novo Sistema Internacional (SI), o metro (m) se define ao fixar o valor numérico da velocidade da luz no vácuo, c , em 299 792 458, quando se expressa a unidade em m.s^{-1} , onde o segundo é definido em função da frequência de césio (https://metrologia.org.br/wpsite/wp-content/uploads/2019/07/Cartilha_O_novo_SI_29.06.2029.pdf. Acesso em: 16 set. 2025).

1.1.7 O Sistema de Medidas Português: *navegar é preciso, medir também é preciso*

Navegar é preciso

*Navegadores antigos tinham uma frase gloriosa:
“Navegar é preciso; viver não é preciso”.
Quero para mim o espírito [d]esta frase, transformada a
forma para a casar como eu sou:
Viver não é necessário; o que é necessário é criar...
(Fernando Pessoa / Álvaro de Campos).*

Nesse célebre poema, o escritor português Fernando Pessoa, por meio de seu *heterônimo*³⁰ Álvaro de Campos, retoma uma frase atribuída ao general romano Pompeu (106 a.C.-48 a.C.), dirigida a seus marinheiros que, temerosos diante de uma travessia em meio a uma guerra, precisavam ser convencidos de que a missão se sobrepunha à preservação da própria vida.

Motivados pela frase *navegar é preciso, viver não é preciso*, concebeu-se a frase “*navegar é preciso, medir também é preciso*”, destacando que, assim como a navegação exige precisão, as grandezas e medidas demandam confiabilidade e rigor. Nesse contexto, apresentam-se algumas unidades de medidas que foram utilizadas em Portugal, observando as influências que exerceram sobre aquelas adotadas posteriormente no Brasil e os usos que permaneceram ao longo do tempo.

Em Portugal, o desenvolvimento do sistema metrológico pode ser dividido em duas fases principais. A primeira teve início durante o reinado de Dom João I (1385-1433), considerado o primeiro legislador português a se preocupar com as questões de medidas. Foi nesse período que o país passou a contar com um sistema de unidades relativamente unificado e com uma legislação metrológica mais consistente. A segunda fase começou com a criação da Comissão de Pesos e Medidas, em 1812, cuja função era analisar o sistema de medidas vigente e propor possíveis reformas. No relatório de 17 de outubro daquele ano, a comissão identificou deficiências nas medidas em uso e sugeriu três alternativas: restaurar o sistema antigo, instituído por Dom Manuel³¹; aperfeiçoar o sistema vigente; ou adotar o Sistema Métrico francês.

Essa nova orientação manifestou-se no fortalecimento das atribuições dos corregedores das comarcas, nas iniciativas iniciais de uniformização metrológica, na

³⁰ Fernando Pessoa teve mais de 70 heterônimos, porém os mais famosos são: Álvaro de Campos, Alberto Caeiro, Ricardo Reis e Bernardo Soares (Pessoa, 2022).

³¹ A padronização internacional dos pesos e medidas voltou a se impor como exigência em Portugal em razão do crescimento econômico do Estado, fortemente direcionado para o comércio externo e ultramarino. Em 1499, Dom Manuel I (1469-1521) instituiu as *Ordenações Manuelinas*, um corpo normativo destinado a regular a organização política, social e econômica do reino português (Vaz, 2012).

ampliação das responsabilidades do corregedor da corte em assuntos de natureza metrológica e, a partir do século XVI, na instituição do cargo de altacé-mor³² (Viana, 2017).

Em 2 de fevereiro de 1813, uma comissão da *Academia de Ciências Portuguesa* recomendou a adoção do sistema métrico francês, preservando, entretanto, os nomes tradicionais das unidades portuguesas. A unidade de comprimento continuou a ser a *vara*, agora definida como a décima milionésima parte do quarto do meridiano terrestre, equivalente a 1 metro. Para os múltiplos dez, cem, mil e dez mil varas, foram utilizadas as denominações *aguilhada*, *astim*, *milha* e *légua*, enquanto os submúltiplos passaram a ser *décima*, *centésima* e *milésima* parte da vara (Quadro 13).

Quadro 13 - Medidas de comprimento em Portugal (baseadas no Sistema Métrico Decimal Francês)

Grandeza	Unidade de medida (Portugal)	Valor (Sistema Métrico francês)
Comprimento	Vara	1 metro
	Aguilhada	10 metros
	Astim	100 metros
	Milha	1000 metros
	Légua	10000 metros
	Décima parte da vara	0,1 metro
	Centésima parte da vara	0,01 metro
	Milésima parte da vara	0,001 metro

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

No caso do volume, manteve-se a unidade principal, a canada, equivalente ao cubo do décimo da vara. Seus múltiplos foram denominados alqueire (10 canadas, para sólidos) e almude (10 canadas, para líquidos); saco e barril (100 canadas, para sólidos e líquidos, respectivamente); moio e tonel (1.000 canadas, para sólidos e líquidos, respectivamente), conforme o Quadro 14. Os submúltiplos também mantiveram as denominações décima, centésima e milésima.

Quadro 14 - Medidas de volume em Portugal (baseadas no Sistema Métrico Decimal Francês)

Grandeza	Unidade de medida (Portugal)		Valor (Sistema Métrico francês)
	Sólidos	Líquidos	
Volume	Canada	Canada	1 decímetro cúbico (1 litro)
	Alqueire	Almude	10 decímetros cúbicos (10 litros)
	Saco	Barril	100 decímetros cúbicos (100 litros)
	Moio	Tonel	1 metro cúbico (1000 litros)

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

³² Na edição de 1870, o jurista Cândido Mendes de Almeida afirma em nota às Ordenações Filipinas que o almotacé era um “antigo funcionário régio de eleição das Câmaras que tinha a seu cargo cuidar da igualdade dos pesos e medidas, taxar e às vezes distribuir mantimentos e outros gêneros que se compram e se vendem à miúdo”. Esclarece ainda que a expressão é proveniente do árabe *al-mohtacel*, que deriva do verbo *hoçaba*, que significa contar, calcular (Enes, 2010, p. 29).

Convém salientar que a unidade *almude*, por exemplo, correspondia a 10 litros quando utilizada para medir azeite. Já no caso dos vinhos, nas seis províncias continentais portuguesas, de acordo com Viana (2017), o *almude* apresentava um valor médio de 22,7 litros, variando de 19,9 litros na região do Alentejo até 27,1 litros em Trás-os-Montes³³.

A adoção completa do sistema métrico decimal, com suas unidades e nomenclaturas, só ocorreu em 1852 (Silva, 2010).

1.1.8 A implementação do Sistema Métrico Francês no Brasil e a revolta dos quebra-quilos: rapadura é doce, mas não é mole

*Minha avó não falava errado,
falava no antigo,
ficou agarrada às raízes e
desusos da linguagem
e eu assimilei o seu modo de falar.
Ela jamais pronunciou “metro”,
sempre “côvado” ou “vara”...
(Cora Coralina).*

O domínio português difundiu para as colônias o seu próprio sistema de unidades de medida. No Brasil, passaram a vigorar como referências a *vara*, destinada ao comprimento, a *canada*, relativa à capacidade, e o marco, associado ao *peso*. Apesar disso, a utilização desses padrões variava bastante entre capitanias e províncias, o que provocava descontentamento entre os comerciantes coloniais (Vaz, 2012).

No Brasil colonial, o sistema de pesos e medidas foi herdado da tradição portuguesa, mas ganhou contornos próprios, de acordo com o Quadro 15, adiante. O *palmo* media em torno de 22 a 24 centímetros e tomava como referência a distância entre o polegar e o dedo mínimo quando mantidos bem afastados. Esse padrão diferia do chamado *palmo antigo*, usado por povos da Antiguidade, no qual a medida era estabelecida com os dedos juntos em uma mão estendida. A partir do *palmo*, constituiu-se a *vara*, formada por cinco palmos, que se consolidou como uma das principais unidades de medida no Brasil. Por seu caráter prático e oficial, a vara tornou-se o instrumento utilizado pelas autoridades judiciais para solucionar

³³ Valores obtidos no mais antigo levantamento sistemático das medidas de capacidade portuguesas (relativas ao vinho) ocorrido de 1817 a 1819, em 832 localidades repartidas, 46 comarcas e 6 províncias (Viana, 2017).

conflitos de terra³⁴. Além disso, para medir pequenos comprimentos, utilizava-se a unidade *ponto*, equivalente a, aproximadamente, 0,2 milímetro (Silva, 2010).

Quadro 15 - Medidas de comprimento no Brasil Colonial

Grandeza	Unidade de medida	Valor (em palmos)	Valor (Sistema métrico decimal)
Comprimento	Palmo	1	22 centímetros
	Côvado	3	66 centímetros
	Vara ³⁵	5	1,10 metro
	Braça	10	2,20 metros
	Corda	15	3,30 metros
	Légua de sesmaria	30000	6600 metros

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010).

A respeito da fiscalização metrológica, restringia-se, em geral, às regiões centrais, e a vastidão do território dificultava a atuação uniforme do governo. Nesse cenário, as cobranças ligadas à aferição de pesos e medidas, somadas à instabilidade do sistema, favoreciam práticas de corrupção por parte dos almotacés (Vaz, 2012).

No que se refere às medidas agrárias, o *alqueire*³⁶ surgiu como uma unidade vinculada à produção agrícola. Em determinadas regiões, considerava-se que 1 alqueire de terra correspondia à área necessária para um lavrador semear a quantidade de 1 alqueire de milho, distribuído em covas de 5 grãos, espaçadas a cada 5 palmos. A partir de 1885 buscou-se padronizar essa medida, ficando apenas três variações: o *alqueire paulista*, com 40 litros e equivalente a 24.200 m²; o *alqueire mineiro*, com 80 litros e equivalente a 48.200 m²; e o chamado *alqueirão*, com 320 litros, correspondente a 193.600 m² (Silva, 2010).

Além do alqueire, outras unidades de medida agrária também foram utilizadas no Brasil, variando conforme a região e o período histórico. Entre elas, destacam-se a *colônia*, correspondente a 50.000 braças quadradas; a *cinquenta* ou *quarta*, equivalente a 2.500 braças quadradas; a *sesmaria*³⁷, que abrangia 4 léguas quadradas; e o *saco*, definido em 48.400 metros quadrados. Essas variações revelam a diversidade de formas criadas para dimensionar e organizar o uso da terra.

Deve-se destacar outra unidade de medida agrária com a qual o homem do campo tem muita afinidade ainda hoje no Brasil: a *tarefa*, entendida como a extensão de terra que um

³⁴ Os valores eram fixados de acordo com a “vara do juiz”. Cada juiz tinha a sua vara da justiça e, assim, esse termo – que a princípio indicava uma unidade de medida – passou a ser, mais tarde, a insígnia dos juízes. Daí o termo vara da justiça: primeira vara, segunda vara, etc. (Silva, 2010, p. 142).

³⁵ Vara: equivalente a 1/36.366.265,45 do meridiano terrestre (Disponível em: <http://doc.brazilia.jor.br/HistDocs/Medidas-antigas-nao-decimais.shtml>. Acesso em: 24 set. 2025).

³⁶ Originada na cultura árabe, teve primeiro a finalidade de calcular volumes e, mais adiante, foi usada também como unidade de medida agrária (Silva, 2010).

³⁷ A Carta Régia de 27 de dezembro de 1665 instituiu esse valor, porém a Carta Régia de 1697 o reduziu para 3 léguas quadradas (Silva, 2010).

trabalhador, ou um grupo deles, deveria cultivar dentro de um período específico, geralmente em um dia de serviço. Há registros que indicam variações em suas dimensões, que iam de 49 braças quadradas (237,16 m²) até 2.500 braças quadradas (12100 m²) (Silva, 2010).

Quanto às medidas de líquidos, a unidade fundamental era a *canada*, definida como o dobro do cubo do décimo da vara. Seu múltiplo principal era a *pipa*³⁸, equivalente a 21 almudes, sendo cada *almude* composto por 12 canadas. Como submúltiplo, utilizava-se o *quartilho* ou *garrafa*³⁹, correspondente a um quarto da canada (Quadro 16).

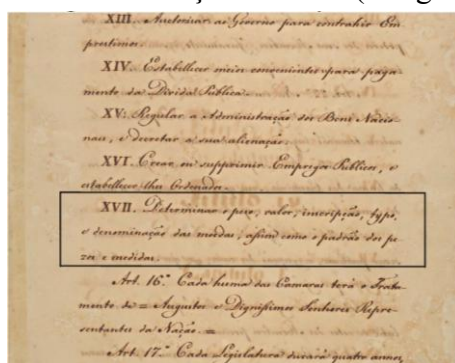
Quadro 16 - Medidas de volume (líquidos) - Brasil Colonial

Grandeza	Unidade de medida	Valor (em canada)	Valor (Sistema Métrico francês)
Volume	Canada	1	2,66 dm ³ (2,66 litro)
	Almude	12	31,92 dm ³ (31,92 litros)
	Pipa	252	504 dm ³ (504 litros)
	Quartilho ou garrafa	1/4	0,665 dm ³ (0,665 litro)

Fonte: Elaboração própria com base nas informações de Silva (2010) e Costa (1994).

Logo após a Independência, ocorreu a primeira tentativa de regulamentação do Sistema de Medidas no Brasil, por meio da Constituição Imperial de 1824, outorgada por Dom Pedro I. O artigo 15, inciso XVII desse texto, como ilustra a Figura 9, a seguir, atribuía à Assembleia Geral “*determinar o peso, valor, inscrição, tipo e denominação das moedas, assim como o padrão dos pesos e medidas*” (Brasil, 1824).

Figura 9 - Trecho da Constituição de 1824 (Artigo 15, Inciso XVII)



Fonte: Brasil (1824).

³⁸ Havia uma grande variação, de 21 a 30 almudes (Disponível em: <https://www.ipeadata.gov.br/doc/Pesos%20e%20medidas%20no%20periodo%20colonial%20brasileiro.pdf>. Acesso em: 25 set. 2025).

³⁹ No Brasil, a medida conhecida como *garrafa* corresponde a 0,75 litro, ou seja, três quartos de um litro. Embora não faça parte do Sistema Internacional, ela ainda aparece em produtos como bebidas alcoólicas. Com o tempo, o termo passou a ser usado de maneira mais ampla, servindo para nomear qualquer recipiente de vidro com capacidade aproximada a essa, devido à sua forte presença no cotidiano brasileiro (Silva, 2010).

Somente em 1833 o Ministério da Fazenda instituiu uma comissão encarregada de redigir um relatório sobre o aprimoramento dos sistemas de pesos e medidas, sob a responsabilidade de Cândido Baptista Oliveira⁴⁰ e Ignácio Ratton. Esse documento foi apresentado ao Ministro da Fazenda, Araújo Viana, em 25 de abril de 1834 (Zuin; Sant’Ana, 2017).

Ademais, em 26 de junho de 1862 foi sancionada a *Lei Imperial n° 1157*, a qual determinava a adoção oficial do sistema métrico decimal⁴¹ no Brasil, estabelecendo regras para sua implementação e fixando prazos para a substituição dos antigos sistemas de medidas em uso (Figura 10). Para garantir a transição, o texto legal determinava a importação de padrões métricos⁴², a elaboração de tabelas comparativas e a inclusão do ensino do novo sistema nas escolas primárias.

Fixava-se o prazo de dez anos para que o uso das medidas tradicionais fosse abolido, prevendo ainda sanções, como prisão de até um mês e multa⁴³, para quem descumprisse as determinações. Assim, a lei não apenas padronizava os instrumentos de medição, mas também buscava assegurar uma implementação gradual por meio da educação, da administração pública e da fiscalização.

Figura 10 - Trecho da Lei Imperial n° 1157 (Caput e Artigo 1°)

LEI N. 1.157 — de 26 de Junho de 1862.

**Substitue em todo o Imperio o actual systema de pesos e medidas pelo
systema metrico francez.**

**D. Pedro II, por graça de Deus e unanime aclamação dos
povos, Imperador Constitucional e Defensor Perpetuo do Brasil :
Fazemos saber a todos os Nossos subditos que a Assembléa
Geral Legislativa decretou, e Nós Queremos a Lei seguinte:**

**Art. 1.º O actual systema de pesos e medidas será substi-
tuido em todo o Imperio pelo systema metrico francez, na
parte concernente ás medidas lineares, de superficie, capaci-
dade e peso.**

Fonte: Brasil (1862).

Assim, uma década mais tarde, em 18 de setembro de 1872, Dom Pedro II determinou a adoção do novo sistema de pesos e medidas, estabelecendo que sua implementação definitiva ocorresse até junho de 1873 (Silva, 2010).

⁴⁰ Marechal Francisco Cardoso da Silva Torres, inspetor geral da Caixa de Amortização (Zuin; Sant’Ana, 2017).

⁴¹ No que concerne às medidas lineares, de superficie, capacidade e peso (Secreto, 2011).

⁴² Padrões fabricados em Berlim, Alemanha (Secreto, 2011).

⁴³ Art. 3º O Governo, nos regulamentos que expedir para a execução desta Lei, poderá impor aos infractores a pena de prisão até um mez e multa até 100\$000 (Brasil, 1862). A saber: 100\$000 lê-se cem mil-réis.

A mudança no sistema de medidas não foi prontamente aceita, uma vez que o sistema anteriormente utilizado, além de recurso técnico, constituía também uma ferramenta social e cultural da comunidade, adquirindo vida própria, cuja substituição foi marcada por relutâncias.

Por conseguinte, foram registrados vários focos de resistência, sobretudo no Nordeste. No final de 1874, populações de diferentes cidades tomaram as ruas e iniciaram uma rebelião contra as alterações estabelecidas pelo Império no sistema de pesos e medidas. Esse levante passou à história como a *Revolta dos Quebra-Quilos*.

A intentona teve início em Fagundes, área pertencente a Campina Grande, na Paraíba. Segundo Lima (2006), no último sábado de outubro de 1874, um grupo formado por feirantes e comerciantes locais, liderados em parte pelo aguadeiro João Vieira da Silva⁴⁴, conhecido popularmente como João Carga D'Água, manifestou forte insatisfação diante da implantação do novo sistema de pesos e medidas e da cobrança exagerada de impostos na feira, como o chamado *imposto de chão*. Esse descontentamento desencadeou uma revolta que, partindo de Campina Grande, expandiu-se para outras províncias⁴⁵.

A mudança para o sistema métrico decimal deveria ter sido feita, de acordo com a Lei Imperial nº 1157, no prazo de 10 anos, após uma ampla instrução à população, com tabelas de conversão e ensino nas escolas públicas e particulares do Império. Todavia, isso não foi realizado, haja vista que até intelectuais, políticos e religiosos não sabiam como realizar medições ou conversões para o sistema imposto pelo governo, e os comerciantes apenas adotaram as unidades francesas por obediência à lei. A título de exemplo, a unidade *vara*, anteriormente utilizada para medir comprimento, foi substituída pelo *metro*, menor que a vara (1 vara media aproximadamente 1,1 metro). Com isso, a população se julgou roubada (Felix, 1995).

⁴⁴ “João Vieira da Silva, conhecido por João Carga d'Água [...] morava nos arredores de Campina Grande, perto do Açude Novo, de onde tirava água para o gasto das casas da Cidade, que percorria com seus jumentos carregados de pipas, sendo muito estimado e respeitado, porque era pai de um jovem vaqueiro, também chamado João Carga d'Água, afamado em toda a região pelas suas proezas nas vaquejadas. Os bons vaqueiros eram os ídolos populares daquela época” (Jofilly, 2023, p. 108).

⁴⁵ Além da Paraíba (Fagundes, Campina Grande, João Pessoa, Triunfo, Varzea, Cabeceiras, Queimadas, Areia, Pilar, Alagoa Nova, Pedras de Fogo, Itabaiana, Ingá e Riachão), a Revolta dos Quebra-Quilos alcançou o Ceará (Fortaleza, Quixadá, Granja, Arneiroz, Saboeiro, Acarapé, Limoeiro, Boa Viagem, Independência, Santa Quitéria, Baturité, Pereiro, Tamboril, Saboeiro e Barbalha), Rio Grande do Norte (Natal), Alagoas (Maceió, Atalaia, Pilar e Penedo), Pernambuco (Recife, Garanhuns, Salgueiro, Cabrobó, Oiricuri, Vila Bela, Triunfo, Ingazeiro, Cimbres, Buiqué, São Bento, Bom Conselho, Altinho, São Caetano, Bonito, Gravatá, Itambé e Leolpodina) e Minas Gerais (Ouro Preto, Monte Santo, Cabo Verde, Perdões, Lavras, Pouso Alegre, Sapucaí, Muriaé, Serro, Peçanha, Catas Altas da Noruega, Ponte Nova e São Miguel) (Secreto, 2011). Segundo Sá-Silva (2009), alguns documentos evidenciavam que a revolta alcançou 35 localidades na Paraíba, 23 em Pernambuco, 7 em Alagoas e 13 no Rio Grande do Norte.

Na vila de Fagundes, pertencente ao território de Campina Grande, no interior da província da Paraíba, no sábado, 31 de outubro de 1874, sob a liderança de João Cargas D'Água e armados com paus, pedras e armas de fogo, os revoltosos ocuparam a feira⁴⁶ livre da localidade. Ali, passaram a destruir as medidas de comprimento, a despedaçar os recipientes de medição de capacidade e a lançar os padrões de massa (os chamados “quilos”) no Açude Velho. Diante do reduzido contingente, a força policial foi obrigada a recuar. Relatos da época informam que, em uma segunda ação, também em um sábado de feira livre, a guarda policial tentou reagir, mas acabou surpreendida por uma arma insólita: os quebra-quilos utilizaram barras de rapadura, uma delas atingindo a cabeça do delegado local e deixando-o desacordado (Lima, 2006). Esse relato confirma um famoso dito popular nordestino, bastante popularizado no Brasil: “*Rapadura é doce, mas não é mole*”. Entretanto, jornais da época registraram que o delegado teria sido atingido por uma pedra, provavelmente para suavizar o impacto da notícia de um delegado “nocauteado” por uma rapadura.

Além do delegado, desacordado, os soldados foram subjugados e surrados pelas mulheres. Esse caráter de ridículo, omitido pelas publicações oficiais que se limitam a mencionar “pedradas”, marcou a maneira como se deu a resistência à desastrosa intervenção policial. Os sertanejos assumiram o controle da cidade, arrombando a cadeia, inutilizando os novos instrumentos de pesos e medidas e destruindo os arquivos públicos, tudo isso sem registros de mortes, saques ou violências sexuais (Joffily, 2023).

Para compreender as razões dessa insurreição é necessário considerar o contexto do Império naquele período. Além da insatisfação com a adoção do sistema métrico decimal, quase simultaneamente foi promulgada a nova lei do recrutamento militar, Lei nº 2.556, de 26 de setembro de 1874, que instituiu o alistamento por sorteio e aboliu os castigos físicos, até então recorrentes. Contudo, a legislação estabelecia diversas isenções, beneficiando aqueles que pudessem pagar uma contribuição, os estudantes, os portadores de diploma de nível superior, aqueles que apresentassem um substituto considerado idôneo, os proprietários rurais, administradores ou feitores de fazendas com mais de dez trabalhadores, caixeiros de casas comerciais, além das pessoas com renda anual superior a dez mil contos de réis (Sá-Silva, 2009).

De acordo com Sá-Silva (2009), o recrutamento militar era conhecido como o “imposto do sangue”, pois qualquer desavença entre proprietários de terras e trabalhadores rurais poderia ser solucionada com a indicação do nome do trabalhador para integrar a

⁴⁶ Durante os dias de feira, os problemas de ordem individual eram relatados e aqueles que, de certa forma, viviam isolados, trabalhando em seus roçados, tinham a oportunidade de falar, discutir e brigar (Sá, 2009, p. 98).

armada, o exército ou a polícia. As isenções já mencionadas alimentaram a percepção de que apenas os mais pobres seriam convocados, constituindo mais um elemento que contribuiu para a eclosão da Revolta dos Quebra-Quilos.

Somando-se a esse cenário, a insatisfação popular com a cobrança abusiva de impostos provinciais e municipais agravava ainda mais a situação dos já sobrecarregados trabalhadores e pequenos produtores rurais (Sá-Silva, 2009). Nas feiras, eram recolhidos dois tipos principais de tributos: o imposto de consumo, incidente sobre gêneros alimentícios, e o chamado *imposto de chão*, que havia sofrido um forte reajuste e passou a ser exigido dos feirantes (Almeida, 1980). Esse último era arrecadado pelos arrematadores pela simples ocupação do espaço do pátio para expor mercadorias e, em certos casos, chegava-se ao extremo de cobrar novamente a taxa caso o comerciante mudasse de lugar dentro da feira (Sá-Silva, 2009). Cabe destacar que tudo isso ocorria em meio a uma grave crise econômica na região, marcada por altos índices de desemprego e salários reduzidos.

Os participantes da Revolta dos Quebra-Quilos, além de destruírem os padrões do novo sistema de medidas, passaram também a incendiar ou inutilizar arquivos das Câmaras Municipais, Coletorias e Cartórios, sendo, em muitos locais, acolhidos com simpatia pela população (Sá-Silva, 2009).

Em resposta, o Império demonstrou grande preocupação e enviou o coronel Severiano da Fonseca⁴⁷ à Paraíba para reprimir os revoltosos. Sua tropa reunia 1.325 homens: 667 vindos do Rio de Janeiro, 477 soldados e oficiais da província da Paraíba e 181 integrantes da Guarda Nacional. No entanto, a reação imperial mostrou-se desproporcional, pois, quando as forças de Severiano chegaram à província, o movimento já havia perdido força e a região encontrava-se pacificada. A violência, até então ausente no movimento, manifestou-se a partir da ação dos militares, que praticaram saques, agressões físicas desmedidas, abusos sexuais e aplicaram métodos de tortura. Entre eles destacava-se o uso dos chamados coletes de couro, confeccionados com o material ainda úmido e costurados ao redor do tórax dos prisioneiros; à medida que o couro secava, provocava a compressão do corpo, resultando em asfixia e, não raramente, em uma morte lenta e dolorosa. Posteriormente, o inquérito policial indicou 34 acusados como principais responsáveis pela sedição, permanecendo apenas 2 presos por conta de outros processos, após o Decreto Imperial, de 17 de setembro de 1875, o qual anistiou grande parte dos envolvidos no movimento Quebra-Quilos (Sá-Silva, 2009).

⁴⁷ Irmão de Deodoro da Fonseca, que viria a se tornar o primeiro presidente do Brasil, após um golpe militar contra o Imperador Dom Pedro II, no dia 15 de novembro de 1889.

Uma coisa não se pode negar: parte das reivindicações centrais da Revolta obteve êxito. Em algumas localidades houve redução dos tributos, como no caso da cidade de Areia, onde o imposto de chão foi diminuído de 100 para 40 réis. Esse resultado evidencia não apenas a força da mobilização popular, mas também o caráter abusivo da política fiscal imposta pelas Províncias e cidades, que, diante da pressão, foram forçadas a moderar algumas de suas cobranças.

Entre o côvado da avó de Cora Coralina e o metro imposto pelo Estado, percebe-se que medir vai muito além da técnica: envolve modos de viver, de trabalhar e de compreender o mundo. Nem tudo se deixa reduzir à exatidão dos números ou à rigidez dos instrumentos. Entre o corpo e a régua, entre a vara e o metro, permanece um intervalo, uma diferença que resiste à padronização e revela os limites da mensuração. É nesse espaço do que não se deixa medir que se inscreve a noção de *incomensurabilidade*, tema que será explorado na subseção seguinte.

1.2 A incomensurabilidade nas medidas

Reconheço que, neste empreendimento, coloco-me em certa oposição a concepções amplamente aceitas sobre o infinito matemático e sobre a natureza dos números, e que defendo novas visões do infinito na matemática (Greg Cantor).

A mensuração das grandezas corporais, como altura e massa, constitui uma prática cotidiana que, à primeira vista, parece simples. Entretanto, ao se examinar a natureza numérica dessas medidas, observa-se que, em sua maioria, elas correspondem a valores irracionais. A discussão sobre a incomensurabilidade e a natureza dos números irracionais remonta a milênios, tendo sido abordada por diversos matemáticos, entre eles, Hipaso de Metaponto, Teodoro de Cirene, Eudoxo de Cnidos, Euclides de Alexandria, Dedekind e Cantor, cujas contribuições, em diferentes períodos históricos, foram fundamentais para o desenvolvimento daquilo que Gauss denominou “a Rainha das Ciências”.

Recorrendo ao pensamento deleuziano pode-se buscar a compreensão da incomensurabilidade dos constituintes do universo, dada a singularidade de cada elemento, pois

A diferença não é o diverso. O diverso é dado. Mas a diferença é aquilo pelo qual o dado é dado. É aquilo pelo qual o dado é dado como diverso. A diferença não é o fenômeno, mas o número mais próximo do fenômeno. Portanto, é verdade que Deus faz o mundo calculando, mas seus cálculos nunca são exatos, e é mesmo essa

inexatidão no resultado, essa irredutível desigualdade, que forma a condição do mundo. O mundo “se faz” enquanto Deus calcula; não haveria mundo se o cálculo fosse exato. O mundo é sempre assimilável a um “resto”, **e o real no mundo só pode ser pensado em termos de números fracionários ou até mesmo incomensuráveis** (Deleuze, 2021, p. 297, grifo nosso).

Do ponto de vista dos números irracionais (incomensuráveis), Deleuze lembra que a realidade não se apoia na ideia de uma mensurabilidade perfeita. Os números racionais aproximam o mundo, mas sempre deixam um resto que não cabe em frações; é aí que surge a diferença real, o que é singular e não se repete.

Como observam Chamorro e Belmonte Gómez (1991), essa complexidade costuma ser encoberta quando se confunde medida inteira com medida exata, como se o inteiro garantisse uma precisão que ele não pode oferecer. Números como $\sqrt{2}$ ou π não são falhas ou imprecisões: eles expressam o contínuo do real, algo que nenhum número inteiro ou racional captura integralmente. Nesse sentido, o mundo se mostra não no que é finito ou totalmente expressável por números inteiros, mas no que permanece fora do alcance das medidas inteiras.

Essa reflexão sobre o incomensurável e a impossibilidade de mensuração exata evidencia o desafio de traduzir conceitos matemáticos profundos para a experiência cotidiana. Nesse contexto, na análise de alguns livros didáticos de editoras⁴⁸ prestigiadas no mercado brasileiro, percebe-se uma preocupação discreta dos autores com a elaboração de explicações, exemplos, atividades e experimentações sobre unidades de medidas, suas aplicações e transformações. Tratam o contínuo de forma fragmentada, quase idealizada, sem dar conta da inexatidão que caracteriza a realidade. Sob a perspectiva deleuziana, isso é problemático, pois o estudante vive cercado de medições irracionais no cotidiano, que exigem compreensão do contínuo e não apenas a aplicação de cálculos exatos.

A incomensurabilidade é um conceito que atravessa a história da matemática, da filosofia e da ciência, desafiando a ideia de que todas as grandezas podem ser expressas de maneira exata por números racionais. Desde a Antiguidade, matemáticos e filósofos se depararam com a constatação de que algumas proporções, ao serem comparadas, não podiam ser expressas como quociente de dois números inteiros. Essa percepção tem implicações profundas tanto na construção do conhecimento matemático quanto na compreensão do mundo físico, social e cultural.

Os números irracionais ganham destaque até em histórias célebres que ainda despertam interesse pelo enredo relacionado à matemática. Segundo a tradição, uma peste teria dizimado cerca de um quarto da população ateniense, vitimando inclusive Péricles,

⁴⁸ Ática, FTD, IBEP e Moderna.

importante estadista de Atenas. Essa passagem, segundo alguns relatos, pode ter servido de inspiração para o famoso *Problema da Duplicação do Cubo*. Conta-se que, diante da devastação causada pela peste, os atenienses enviaram mensageiros ao oráculo de Delos em busca de uma solução. A resposta teria sido que o altar cúbico dedicado a Apolo precisava ser duplicado. Obedientes, os atenienses ampliaram o altar, mas o resultado não foi o esperado: ao dobrar suas dimensões, o volume acabou sendo multiplicado por oito, e não por dois, o que, como relatam as antigas histórias, não bastou para aplacar a epidemia (Boyer; Merzbach, 2018). Ao analisar as condições do problema, percebe-se que o fator necessário para multiplicar as arestas do altar cúbico, de modo a duplicar seu volume, deveria ser um número irracional.

Considerando um cubo cuja aresta mede a unidades de comprimento, seu volume é dado por a^3 unidades de volume. Ao duplicar o volume, obtém-se $2a^3$ unidades de volume. Seja x a medida da aresta do cubo duplicado; então:

$$2a^3 = (x)^3$$

$$x = \sqrt[3]{2a^3}$$

$$x = a\sqrt[3]{2}$$

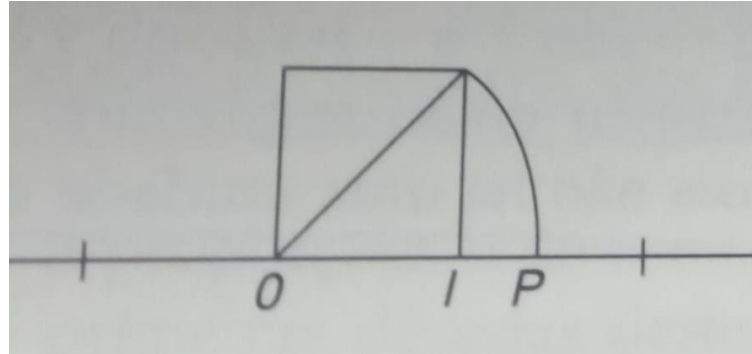
Portanto, as arestas do cubo deveriam ser multiplicadas por $\sqrt[3]{2}$, um número irracional (1,2599210498948731647672106072782283505702514647015079800819751121552996765 ...), cuja impossibilidade de representação exata por meio de uma razão entre inteiros ressalta a natureza não racional da solução do problema.

Diversos historiadores da matemática, dentre eles Eves (2005), Boyer e Merzbach (2018) e Garbi (2011), creditam ao grego Hipaso de Metaponto (cerca de 470 a.C.) a descoberta dos *números irracionais*, através do *Método da Redução ao Absurdo*⁴⁹. Os pitagóricos acreditavam firmemente que o mundo podia ser explicado por números inteiros e suas relações. Os diálogos de Platão revelam que a comunidade matemática grega ficou profundamente impactada por essa descoberta, que ameaçava abalar a confiança dos pitagóricos nos números inteiros (Boyer; Merzbach, 2018).

⁴⁹ O Método da Redução ao Absurdo (*Reductio ad absurdum*, em latim) constitui um recurso extremo, utilizado quando todas as tentativas de demonstrar diretamente uma verdade se mostram insuficientes. Há casos em que determinados teoremas, embora pareçam simples e evidentes, resistem às provas diretas e só podem ser comprovados por meio desse procedimento (Garbi, 2011).

Hipaso, ao investigar a medida da diagonal de um quadrado (Figura 11), partiu da suposição de que ela poderia ser expressa como uma razão entre dois números inteiros, mas acabou chegando a um resultado absurdo (Garbi, 2011).

Figura 11 - Medida OP da diagonal do quadrado de lado OI



Fonte: Eves (2005, p. 105).

Existe uma demonstração por absurdo (Niven, 2012), tradicionalmente utilizada para explicar a irracionalidade do $\sqrt{2}$, justamente a medida da diagonal do quadrado de 1 unidade de comprimento. Inicialmente, deve-se considerar o $\sqrt{2}$ racional, isto é:

$$\sqrt{2} = \frac{a}{b},$$

com a e b inteiros e primos entre si⁵⁰ (portanto $\frac{a}{b}$ é uma fração irredutível). Elevando ambos os membros ao quadrado, obtém-se:

$$\begin{aligned} (\sqrt{2})^2 &= \left(\frac{a}{b}\right)^2 \\ 2 &= \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 2b^2. \end{aligned}$$

Observa-se que o termo $2b^2$ é um inteiro par e, se $a^2 = 2b^2$, conclui-se que a^2 é, também, um inteiro par. Se a^2 é um inteiro par, então a é também inteiro par; em sendo par, podemos escrever a na forma $a = 2n$, sendo n também inteiro positivo. Substituindo $a = 2n$ em $a^2 = 2b^2$, tem-se:

⁵⁰ *Primos entre si* são dois números inteiros que não possuem nenhum divisor natural comum além do número 1. Em outras palavras, o *máximo divisor comum (MDC)* entre eles é igual a 1. Por exemplo, 8 e 15 são primos entre si, pois nenhum número natural além de 1 divide ambos.

$$(2n)^2 = 2b^2$$

$$4n^2 = 2b^2,$$

simplificando-se ambos os membros por 2, tem-se:

$$b^2 = 2n^2.$$

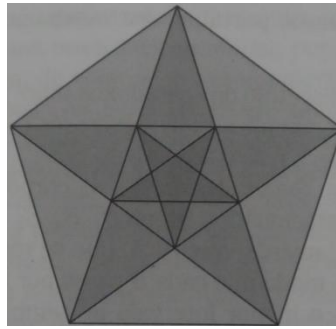
Observa-se que o termo $2n^2$ é um inteiro par e, se $b^2 = 2n^2$, conclui-se que b^2 é, também, um inteiro par. Se b^2 é um inteiro par, então b é também inteiro par. Desse modo, ocorre uma contradição, pois se a fração $\frac{a}{b}$ foi definida como irredutível, a e b não podem ser, ambos, pares, pois a fração não seria irredutível (a e b , em sendo pares não seriam primos entre si). Essa contradição leva à conclusão que é impossível representar $\sqrt{2}$ na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros, primos entre si e, com isso, *conclui-se que $\sqrt{2}$ é irracional*. Outra maneira de expressar uma relação entre grandezas que não pode ser representada por um número racional é afirmar que tais grandezas não admitem uma unidade comum de medida, isto é, são *incomensuráveis* (Garbi, 2011); em outras palavras, descobriu-se a incomensurabilidade da diagonal e do lado do quadrado.

A partir dessa descoberta, Hipaso, integrante da escola pitagórica, teria violado o voto de silêncio que regia o grupo ao divulgar a existência de tais números. Em consequência, os pitagóricos o expulsaram e mandaram erguer uma tumba com seu nome, em sinal de que sua reputação estava “morta” para a comunidade (Eves, 2005). Relatos da época também mencionam que Hipaso teria perecido em um naufrágio em circunstâncias enigmáticas, ou, segundo outra versão, que teria sido lançado ao mar pelos próprios pitagóricos, vindo a morrer por afogamento (Garbi, 2011)⁵¹.

Há controvérsias sobre a forma como Hipaso teria descoberto os números irracionais. Boyer e Merzbach (2018) argumentam que a demonstração envolvendo a diagonal do quadrado exigiria um alto grau de abstração. No entanto, eles sugerem que seria possível identificar irracionais por meio de simples observações geométricas (Figura 12), como no caso das cinco diagonais de um pentágono: essas diagonais formam um novo pentágono, cujas diagonais, por sua vez, geram mais um pentágono regular, e assim sucessivamente.

⁵¹ A historicidade desse episódio é objeto de debate entre historiadores da matemática, existindo interpretações contemporâneas que questionam a narrativa tradicional sobre Hipaso.

Figura 12 - Pentágonos regulares e suas diagonais



Fonte: Boyer e Merzbach (2018, p. 71).

Nesse cenário, o primeiro número irracional revelado poderia ser $\sqrt{5}$, e não $\sqrt{2}$, embora essa seja apenas uma possibilidade. Por sua vez, Eves (2005) afirma que, durante certo período, $\sqrt{2}$ foi o único número irracional conhecido. Posteriormente, segundo Platão, Teodoro de Cirene, por volta de 425 a.C., demonstrou que $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$ e $\sqrt{17}$ também são irracionais.

Convém acrescentar que Eudoxo de Cnido, discípulo de Platão e do pitagórico Arquitas, apresentou uma solução para o problema dos irracionais ao formular uma *nova teoria das proporções*, capaz de contemplar tanto as grandezas racionais quanto as irracionais. Essa formulação representou um avanço conceitual decisivo na história da matemática, ao permitir que se estabelecessem relações precisas entre grandezas incomensuráveis. A definição proposta por Eudoxo foi posteriormente sistematizada na obra *Os Elementos*, de Euclides de Alexandria, mais precisamente no Livro V.

Figura notável da matemática grega, *Euclides de Alexandria* destacou-se por reunir, sistematizar e organizar parte do conhecimento matemático acumulado até o seu tempo. Sua obra, *Os Elementos*, não se limita à geometria, embora esta ocupe lugar de destaque: nela, encontram-se também importantes contribuições à *aritmética*, à *teoria das proporções* e ao *estudo das grandezas incomensuráveis*. Mais do que uma simples compilação de resultados anteriores, de Tales, Pitágoras, Eudoxo e outros, *Os Elementos* apresentam o saber matemático sob uma forma *dedutiva* e *axiomática*, estabelecendo um modelo de racionalidade que marcaria profundamente o desenvolvimento da ciência ocidental. Ao estruturar o conhecimento matemático a partir de definições, postulados e proposições logicamente encadeadas, Euclides conferiu-lhe *coerência*, *generalidade* e *rigor*, consolidando as bases de uma tradição que perduraria por séculos.

A obra *Os Elementos*, composta por 465 proposições organizadas em treze livros (Eves, 2005), ocupa um papel central na história da matemática. Nenhum outro autor de

textos didáticos alcançou o mesmo prestígio que Euclides, cuja produção permanece como a mais antiga ainda em uso. Em termos de difusão, perde apenas para a Bíblia em número de edições e é considerada, por muitos estudiosos, o livro matemático mais influente de todos os tempos (Garbi, 2011).

Dentre os treze livros que compõem *Os Elementos*, dois se mostram particularmente pertinentes para esta investigação, por tratarem de temas diretamente relacionados às grandezas, às medidas e à questão dos irracionais: os Livros V e X, com 25 e 115 proposições, respectivamente. O Livro V apresenta a *teoria das proporções de Eudoxo*, aplicável tanto às grandezas comensuráveis quanto às incomensuráveis, oferecendo uma solução ao problema dos irracionais revelado por Hipaso de Metaponto.

O Livro X aprofunda o estudo das grandezas irracionais, ou seja, segmentos de reta que não podem ser medidos por uma unidade comum. Nele, Euclides classifica os diferentes tipos de irracionais, examina suas propriedades e investiga as relações entre segmentos incomensuráveis, aplicando os princípios de proporção já apresentados no Livro V. Dessa forma, o Livro X sistematiza o tratamento das grandezas que não podem ser expressas como razões de números inteiros, fornecendo uma base rigorosa para compreender e trabalhar com os irracionais na matemática antiga. Conforme menciona Eves (2005, p. 175), “para muitos especialistas, esse livro é, talvez, o mais notável de *Os Elementos*”.

Para compreender a formulação dessa teoria é importante considerar que na Grécia Antiga os números eram representados como medidas de segmentos de reta ou outras grandezas (Garbi, 2011), de modo que *três* correspondia a uma unidade repetida três vezes em um segmento. Partindo desse entendimento, a teoria das proporções de Eudoxo, apresentada no Livro V, define que duas razões $A:B$ e $C:D$ são iguais se, para quaisquer números inteiros positivos m e n , a relação entre os múltiplos das grandezas se mantém correspondente: sempre que $mA > nB$, então $mC > nD$; sempre que $mA = nB$, então $mC = nD$; e sempre que $mA < nB$, então $mC < nD$. Dessa forma, é possível comparar grandezas sem recorrer à medição numérica direta, oferecendo uma base sólida para lidar com os irracionais.

A compreensão do incomensurável e das proporções, desenvolvida desde Eudoxo e sistematizada por Euclides, estabeleceu os alicerces de uma reflexão sobre o contínuo e a impossibilidade de mensuração exata. Mais de dois mil anos depois, no século XIX, *Richard Dedekind* retomou essa discussão ao formalizar os números reais por meio dos *cortes de Dedekind*, oferecendo uma base rigorosa para representar o contínuo de forma completa (Oliveira, 2022). Grosso modo, pode-se imaginar esse “corte” como o ato de *usar uma tesoura para dividir uma longa fita numérica*, composta apenas de números racionais, em

duas partes: de um lado, todos os números menores; do outro, todos os maiores. A linha exata onde a tesoura corta representa um número real.

Se a tesoura cortar bem em cima de uma marca exata, por exemplo, o 3 ou o $\frac{1}{2}$, temos um número racional. Mas, se o corte cair entre as marcas, em um ponto onde não há número racional algum, ele ainda existe, mesmo “invisível”, e corresponde a um número irracional, como $\sqrt{2}$. Assim, $\sqrt{2}$ pode ser entendido como o ponto de separação entre todos os números cujo quadrado é menor que 2 e todos cujo quadrado é maior que 2. A genialidade de Dedekind está em mostrar que *o corte em si* já define o número, mesmo que ele não possa ser expresso como razão entre inteiros. Dessa forma, ele ofereceu uma solução conceitual ao antigo problema do incomensurável, transformando o contínuo em uma construção lógica e rigorosa, que articula de modo exemplar a relação entre *abstração, medida e realidade*, elo que atravessa a formação histórica da matemática e reaparece, ainda hoje, nas reflexões sobre *grandezas e medidas*.

Para visualizar essa ideia de forma mais intuitiva, a reta real pode ser imaginada como um vasto campo de flores (Figura 13), onde flores rosas e amarelas coexistem.

Figura 13 - Reta real: irracionais preenchem, racionais marcam



Fonte: Criação própria utilizando a IA do Canva (2025).

As flores rosas, representando os números irracionais, dominam a paisagem, ocupando praticamente todo o espaço, enquanto as flores amarelas, correspondendo aos números racionais, surgem esparsamente, pontuando o campo. Para mais, deve-se destacar que qualquer região dessa paisagem, por menor que seja, abriga simultaneamente flores rosas e amarelas.

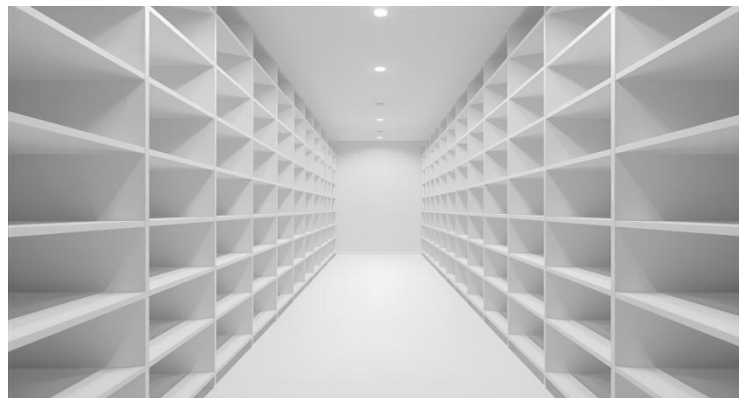
Dessa forma, embora os números racionais sejam visíveis e contáveis, é o mundo dos irracionais que realmente preenche a reta, ainda que muitos permaneçam “invisíveis” quando se observa apenas as marcas que podem ser medidas ou representadas.

As ideias de Dedekind sobre o contínuo encontraram eco e aprofundamento nas investigações de *Georg Cantor*, seu contemporâneo. Enquanto Dedekind buscava definir com

precisão os números reais e dar forma lógica ao incomensurável, *Cantor voltou-se para o infinito presente nesse mesmo contínuo*, interrogando-se sobre sua estrutura e extensão. Foi assim que inaugurou a *teoria dos conjuntos*, revelando que o infinito, longe de ser uma noção única e indivisível, *possui diferentes ordens e tamanhos*. Essa descoberta transformou a maneira como se compreendia o contínuo matemático: se Dedekind havia mostrado como construí-lo a partir dos racionais, Cantor demonstrou que *dentro dele habitam infinitos de naturezas distintas*, abrindo novas perspectivas para o pensamento matemático moderno (Oliveira, 2022).

Para compreender essa distinção pode-se recorrer a uma analogia inspirada no *princípio das gavetas*⁵². Imagine o conjunto dos números racionais como um *grande armário de colmeia* (Figura 14), onde cada nicho corresponde a uma fração possível: $1/2$, $2/3$, $3/4$, e assim por diante.

Figura 14 - O conjunto dos números racionais como armário enumerável



Fonte: Criação própria utilizando a IA do Canva (2025).

Cada nicho do armário representa uma fração possível. Embora infinito, esse conjunto é enumerável: pode-se listar seus compartimentos e associar a cada número uma posição específica. Entretanto, ao olhar para o contínuo dos números reais, percebe-se que o armário se torna insuficiente. Entre dois nichos quaisquer, sempre caberiam infinitos outros, impossibilitando qualquer enumeração completa. Essa analogia ilustra a diferença entre *infinito enumerável* (rationais) e *infinito não enumerável* (reais), mostrando a existência de infinitos maiores que outros, com os números irracionais garantindo a densidade contínua da reta real.

⁵² O *princípio das gavetas* (ou princípio de Dirichlet) afirma que, se n objetos são distribuídos em m compartimentos com $n > m$, pelo menos um compartimento conterá mais de um objeto. É uma ferramenta fundamental em combinatória, usada para demonstrar resultados sobre contagem, distribuição e inevitabilidade de repetições em conjuntos finitos ou estruturados (Morgado; Wagner; Carvalho, 2004).

Para visualizar essa diferença de outro modo pode-se recorrer a uma construção numérica. Grosso modo, é como lançar infinitas vezes um dado de 10 faces, enumeradas de 0 a 9, construindo uma sequência decimal entre 0 e 1. A probabilidade de gerar exatamente um número racional é praticamente nula, pois seria necessário que a sequência se tornasse finita ou se repetisse exatamente: um evento estatisticamente impossível. Assim, enquanto os racionais formam um infinito enumerável, o contínuo real se revela como um infinito não enumerável, preenchendo todos os intervalos possíveis sem lacunas. Com Cantor, o infinito deixa de ser apenas uma ideia abstrata e passa a ter estrutura, hierarquia e propriedades próprias, completando o percurso iniciado por Eudoxo, Euclides e Dedekind e conectando-o ao estudo contemporâneo de grandezas e medidas.

A complexidade dessas construções teóricas enfatiza o quanto os conceitos de números, grandezas e medidas resultam de longos processos históricos e de elaboração intelectual. Quando transpostos ao campo educacional, contudo, tais conceitos demandam novas formas de abordagem, adequadas às finalidades e condições próprias do ensino (Chevallard, 2013).

Ao serem incorporados ao contexto escolar, conceitos como número, grandeza e medida não são simplesmente transportados de sua origem histórica ou científica para a sala de aula. Eles passam por um processo de reelaboração, no qual são organizados, simplificados e reinterpretados de acordo com os propósitos formativos da escola. Essa transformação implica selecionar aspectos considerados essenciais, definir modos de representação e criar situações de aprendizagem que possibilitem aos estudantes compreender e operar com tais ideias (Chevallard, 2013). Assim, o conhecimento matemático que chega à escola conserva traços de sua gênese social e científica, mas adquire novas formas e significados à medida que se insere nas práticas de ensino e aprendizagem.

2 O ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDAS

Se ensinarmos os alunos de hoje como ensinávamos ontem, roubamos-lhes o amanhã (John Dewey).

O ensino de grandezas e medidas deveria ocupar um lugar central na matemática escolar por mobilizar, simultaneamente, dimensões empíricas, conceituais e culturais do conhecimento. Isso decorre do fato de que medir não significa apenas aplicar regras ou converter unidades: é compreender uma relação entre grandeza e unidade, construída historicamente e mediada por instrumentos, convenções e práticas sociais.

A medida é um dos conceitos mais antigos e fundamentais da matemática (Silva, 2010). Ela surge da necessidade humana de comparar grandezas, como comprimento, área, volume, tempo e capacidade, estabelecendo padrões que permitam quantificá-las. Segundo Godino, Batanero e Roa (2002), medir implica comparar uma grandeza com uma unidade escolhida, dentro de um sistema cultural de equivalências.

Chamorro e Belmonte Gómez (1991) destacam que, no desenvolvimento infantil, as grandezas são inicialmente percebidas como atributos globais dos objetos. A passagem para uma compreensão relacional, na qual o estudante entende que a medida depende da escolha de uma unidade e da comparação entre quantidades, exige experiências de manipulação, comparação, linguagem e generalização. Essa transição revela o papel fundamental da mediação no ensino das medidas.

A noção de medida é fruto de um processo histórico e cultural. Longe de ser um dado natural, o conceito de medida emergiu das necessidades humanas de comparar quantidades, organizar práticas sociais, regular trocas e construir instrumentos que possibilitassem criar padrões estáveis de comunicação. Conforme Kula (1999), medir não se caracteriza somente por atribuir um número a um objeto: pode ser compreendido como a participação em uma prática social historicamente codificada, sustentada por convenções, instrumentos e sistemas simbólicos.

Essa compreensão histórica permite reconhecer que diferentes sociedades desenvolveram, à sua maneira, modos próprios de lidar com o ato de medir, conforme visto no capítulo anterior. Grupos humanos já elaboravam (e ainda elaboram) procedimentos práticos altamente eficazes para quantificar e descrever o espaço. Entre esses saberes tem-se, a título de exemplo, a *cubação*, praticada por especialistas capazes de estimar volumes com precisão notável. Esses métodos, produzidos no interior das demandas sociais e econômicas de cada contexto, constituem formas legítimas e sofisticadas de mensuração, muitas vezes

comparáveis, em rigor e funcionalidade, às aquelas sistematizadas pela geometria clássica (Farias; Almeida, 2025).

Nessa perspectiva, a aprendizagem das medidas envolve a apropriação de conhecimentos que são, antes de tudo, culturais (Farias; Almeida, 2025). A internalização desse saber não ocorre de maneira mecânica ou repetitiva, mas por meio da linguagem, que permite ao sujeito reorganizar sua experiência e integrar-se aos sistemas de significados produzidos coletivamente. Tal concepção dialoga com a leitura psicopedagógica de Vigotski, para quem o conceito é fruto da transformação qualitativa das experiências mediadas pela linguagem e pelos *artefatos culturais*⁵³.

Sob essa ótica, a concepção vigotskiana de cultura ressalta que as funções psíquicas superiores se constituem justamente quando os signos culturais, especialmente a linguagem, deixam de operar apenas como mediações externas e passam a reorganizar estruturalmente o funcionamento psicológico, convertendo a experiência social em instrumento interno de orientação da ação (Martins; Rabatini, 2011).

O processo de mediação, entendido como a interação entre instrumentos internos (como a linguagem) e signos externos, materializa-se quando o estudante participa de práticas que articulam objetos, símbolos e ações. No caso das grandezas e medidas, instrumentos como régua, compasso, recipientes graduados, sólidos geométricos e tabelas de unidades funcionam como mediadores que ajudam a converter experiências perceptivas em relações abstratas. A interação sistemática com esses artefatos possibilita que o aluno compreenda que medir denota comparar grandezas da mesma natureza por meio de uma unidade aceita socialmente.

Ademais, a literatura especializada tem mostrado que muitos dos obstáculos presentes no ensino de grandezas e medidas derivam da própria complexidade conceitual que envolve o ato de medir. Conforme discutem Godino, Batanero e Roa (2002), medir não se reduz à atribuição de números, mas envolve simultaneamente problemas empíricos, matemáticos e didáticos. A atividade de medida mobiliza um conjunto articulado de elementos perceptíveis, como unidades, instrumentos, notações e objetos físicos que suportam a grandeza em questão (Rocha-Filho, 1988), além de ações técnicas, tais como comparar quantidades, estimar valores, repetir unidades e operar com elas. A isso se somam conceitos como grandeza,

⁵³ Artefatos culturais podem ser entendidos como objetos materiais ou simbólicos produzidos por grupos humanos e que carregam significados, usos e valores socialmente compartilhados. Eles não são dados pela natureza, mas criados historicamente para atender necessidades práticas e expressar modos de vida, funcionando como mediadores das interações humanas e das práticas sociais (Amaral; Costa; Sivieri-Pereira, 2024).

quantidade, escalas e unidades, bem como as justificações que fundamentam essas práticas e organizam a atividade matemática associada à medição.

Um dos maiores problemas no ensino de grandezas e medidas diz respeito ao distanciamento entre as situações reais que originam a necessidade de medir e a forma como essas ideias aparecem no ensino. A medição emerge, fundamentalmente, de situações de comunicação, comparação e transformação, como informar o tamanho de um objeto a alguém distante, comparar dados em uma investigação empírica ou determinar a quantidade de material necessária para uma tarefa. Apesar disso, a escola (frequentemente) apresenta esse conteúdo por meio de exercícios descontextualizados, centrados na repetição mecânica de conversões, algoritmos e fórmulas previamente estabelecidas (Godino; Batanero; Roa, 2002).

Outro aspecto problemático é a fragmentação das grandezas em tópicos isolados. Embora as ideias de comprimento, área, volume e capacidade façam parte de um mesmo sistema conceitual, relacionado pela proporcionalidade, aditividade e estrutura algébrica das grandezas, a prática escolar tende a tratá-las como capítulos independentes, o significado matemático da medida pressupõe reconhecer tais relações estruturais, o que raramente ocorre quando o ensino se limita à aplicação direta de fórmulas (Godino; Batanero; Roa, 2002).

Também é comum confundir o ensino de grandezas e medidas com o simples domínio do sistema métrico decimal. Nesse tipo de abordagem, acredita-se que o estudante aprendeu quando demonstra habilidade para realizar conversões entre unidades, como se esse fosse o núcleo do conceito de medida (Chamorro; Belmonte Gómez, 1991).

Além disso, há diversos conflitos recorrentes no aprendizado. Entre eles, destacam-se a dificuldade dos estudantes em diferenciar grandezas distintas, como peso e massa, ou capacidade e volume; a ausência de compreensão da unidade como padrão socialmente instituído, o que compromete a interpretação do número associado à medida; a concepção equivocada de que medir é apenas aplicar algoritmos prontos ou fórmulas memorizadas; e a pouca percepção de que toda medida é aproximada e envolve inevitavelmente margens de erro (Godino; Batanero; Roa, 2002).

De acordo com Chamorro e Belmonte Gómez (1991, p. 39), “poucas atividades da vida cotidiana escapam à medida” e, apesar do potencial formativo, pesquisas brasileiras avaliam que o ensino de medidas ainda se realiza, com frequência, por meio de procedimentos mecânicos, como uso direto de fórmulas, algoritmos e transformação de unidades, sem que os estudantes compreendam o significado das grandezas envolvidas. Essa abordagem, centrada na execução de técnicas, resulta no que se denomina aqui *ação sem significação*, isto é, um fazer escolar que não se traduz em construção conceitual.

Essas dificuldades convergem para uma mesma constatação: o ensino de grandezas e medidas não pode restringir-se ao domínio de procedimentos numéricos, devendo possibilitar que os estudantes atribuam sentido às práticas de medição, reconhecendo sua origem histórica, seu caráter cultural e sua função na organização da vida social. O conceito de medida é uma construção cultural, sustentada por práticas, instrumentos, convenções e necessidades coletivas. Compreender esse caráter cultural e funcional da medida é indispensável para analisar as escolhas curriculares e a forma como os materiais didáticos estruturam esse conteúdo.

Sob essa perspectiva, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura, realizada a partir da consulta a teses brasileiras produzidas no período de 2014 a 2024 e apresentada na segunda parte deste trabalho, foram identificados estudos que reforçam esse diagnóstico. A título de exemplo, Santos (2014) mostra que, ao trabalhar área e perímetro, muitos alunos não entendem o papel das unidades de medida e confundem grandezas distintas. Senzaki (2019) identifica equívocos recorrentes no uso de fórmulas que decorrem da ausência de experiências prévias de comparação, decomposição e composição de figuras. Já Vece (2020) salienta que, nos currículos prescritos do ciclo de alfabetização, a unidade temática Grandezas e Medidas é tratada sem clareza conceitual ou continuidade entre os anos, o que pode repercutir na fragmentação da aprendizagem. Moraes (2022) ressalta que a compreensão de grandezas e medidas no ensino fundamental é frequentemente marcada por uma dissociação entre grandeza, medida e unidade. O autor observa que muitos estudantes tratam a medida apenas como um número, omitindo ou negligenciando a unidade correspondente, atitude que, longe de ser um simples descuido, revela uma concepção empobrecida do objeto matemático em jogo. Essa dificuldade também se manifesta quando diferentes unidades são utilizadas para expressar a mesma grandeza, o que exige reconhecer que a unidade é parte constitutiva do sentido da medida. Tais evidências reforçam a tendência, já apontada pelo autor, de que práticas escolares privilegiam procedimentos numéricos em detrimento da construção conceitual das grandezas e de seus usos sociais. A tese de Policastro (2021) defende que compreender a estrutura matemática das grandezas, especialmente as relações entre unidade, quantidade e operações como a divisão, é fundamental para o trabalho docente. Embora não trate diretamente das dificuldades dos professores, a autora mostra como essas conexões constituem elementos estruturantes do conhecimento necessário para ensinar medidas com significado. Por fim, Silva (2016) entende que grandezas e medidas possuem um papel integrador entre diversos campos da matemática escolar e que seu ensino exige articular diferentes categorias didático-pedagógicas de forma coerente. Seus resultados

sugerem que essa articulação nem sempre se concretiza nas práticas docentes, o que compromete o desenvolvimento desse caráter integrador.

Além disso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça esse caráter integrador ao reconhecer *Grandezas e Medidas* como uma das cinco unidades temáticas estruturantes da matemática no ensino fundamental. Em seus objetivos de aprendizagem, o documento destaca que medir envolve compreender atributos mensuráveis, estabelecer relações entre grandezas, selecionar unidades adequadas, utilizar instrumentos e interpretar resultados em contextos reais.

A despeito da formulação clara dos objetivos, a forma como a BNCC apresenta a unidade temática pode dar margem a leituras simplificadas. O documento afirma o que os estudantes devem realizar, mas dedica pouco espaço à explicitação dos processos conceituais envolvidos na construção das ideias de grandeza, unidade e medida. Assim, ainda que a BNCC enfatize a continuidade e a progressão conceitual ao longo dos anos, indicando que o desenvolvimento do pensamento métrico deve ocorrer de forma espiralada⁵⁴ e reconheça a importância da comparação, da estimativa, da escolha de unidades e do uso de instrumentos (Brasil, 2018), a natureza conceitual desses elementos aparece de modo sucinto, sem discutir as ações cognitivas, os conflitos conceituais e as mediações necessárias para que tais práticas façam sentido aos estudantes.

Embora a BNCC proponha uma abordagem que articula experiências práticas, compreensão conceitual e resolução de problemas, configurando um referencial curricular consistente, diferentes estudos, como os citados anteriormente, evidenciam que tais orientações nem sempre se concretizam no cotidiano escolar. Desse modo, as tensões entre a prescrição curricular e as práticas efetivamente desenvolvidas reforçam a necessidade de compreender, inicialmente, quais significados são considerados essenciais para o ensino das grandezas e medidas.

No âmbito do Enfoque Ontossemiótico do Conhecimento e da Instrução Matemática (EOS), essa tarefa implica reconstruir o significado de referência dos objetos matemáticos envolvidos, explicitando os problemas que justificam sua existência, as linguagens utilizadas para representá-los, os conceitos, procedimentos, propriedades e argumentos que constituem seu significado institucional (Godino, 2024). Assim, antes de discutir os instrumentos utilizados para analisar a adequação dos processos educativos, torna-se necessário explicitar o

⁵⁴ A ideia de desenvolvimento espiralado do conhecimento remonta à formulação de Jerome Bruner, para quem qualquer conteúdo pode ser retomado e aprofundado, ao longo dos anos, em níveis crescentes de complexidade, desde que preservada a estrutura fundamental do conceito (Lima, 2016).

significado de referência das medidas de comprimento, área e volume que orientará esta investigação.

A subseção seguinte apresenta essa reconstrução, que servirá como parâmetro epistemológico para as análises desenvolvidas nos capítulos posteriores. Em seguida, serão discutidos os Critérios de Idoneidade Didática, utilizados para avaliar a adequação dos processos de ensino e aprendizagem relacionados ao campo de Grandezas e Medidas.

2.1 Reconstrução do Significado de Referência para as Medidas de Comprimento, Área e Volume

A reconstrução do significado de referência constitui uma etapa fundamental da análise preliminar proposta pelo Enfoque Ontossemiótico. Não corresponde à criação arbitrária de categorias pelo pesquisador, mas à sistematização dos significados institucionalmente consolidados na literatura especializada, nos currículos e nas práticas matemáticas relativas às grandezas e medidas. Nessa perspectiva, os significados de referência apresentados nesta investigação foram reconstruídos a partir da articulação entre estudos da Educação Matemática sobre Grandezas e Medidas e a noção de significado institucional proposta por Godino (2024), constituindo o parâmetro epistemológico adotado nas análises desenvolvidas nesta pesquisa.

Embora os estudos sobre Grandezas e Medidas nem sempre utilizem a expressão "significado de referência", suas classificações das situações e práticas que atribuem sentido aos objetos matemáticos permitem reconstruí-los à luz do Enfoque Ontossemiótico. Assim, os significados apresentados a seguir não constituem categorias criadas nesta pesquisa, mas uma sistematização fundamentada na literatura especializada.

No Enfoque Ontossemiótico, o significado de referência corresponde ao sistema de práticas, conhecimentos e objetos matemáticos considerados relevantes para o ensino e a aprendizagem de determinado conteúdo. Sua reconstrução permite explicitar os conhecimentos que podem orientar o planejamento, a implementação e a avaliação de processos educativos (Godino, 2024).

Além da literatura especializada e dos pressupostos do Enfoque Ontossemiótico, algumas reflexões apresentadas nesta seção dialogam com experiências produzidas no âmbito do Kit METAPONTO⁵⁵.

A reconstrução apresentada nesta subseção tem como objetivo explicitar os principais objetos e processos matemáticos envolvidos nas medidas de comprimento, área e volume, tomando como referência os significados considerados relevantes para as análises desenvolvidas nesta investigação.

2.1.1 Significado de Referência das Medidas de Comprimento

As medidas de comprimento estão associadas à quantificação de extensões lineares e são mobilizadas em situações que envolvem a determinação de distâncias, alturas, comprimentos, trajetos e perímetros. Em todas essas situações, a atividade de medir pressupõe a comparação entre uma extensão observada e uma unidade de referência previamente estabelecida.

Segundo Godino, Batanero e Roa (2002), a atribuição de valores às grandezas requer procedimentos que permitam relacionar determinada característica dos objetos a uma unidade de medida. Nesse contexto, a compreensão do comprimento envolve a construção das ideias de comparação, ordenação e quantificação, que fundamentam os processos de mensuração.

Do ponto de vista da linguagem, o estudo do comprimento mobiliza diferentes formas de representação. As unidades de medida, os símbolos convencionais, os instrumentos de mensuração, as escalas e os registros numéricos constituem recursos que permitem comunicar, interpretar e comparar informações relacionadas às medidas. A apropriação dessas linguagens favorece a compreensão de que uma mesma extensão pode ser expressa por diferentes unidades sem que sua dimensão física seja alterada.

Entre os conceitos fundamentais associados ao comprimento destacam-se grandeza, unidade de medida, medida, estimativa e precisão. A compreensão desses conceitos requer reconhecer que a medida resulta da comparação entre uma grandeza e uma unidade de referência. Dessa forma, diferentes unidades podem produzir representações numéricas distintas para uma mesma extensão, sem modificar a grandeza medida.

⁵⁵ O Kit METAPONTO é o produto educacional desenvolvido no contexto desta investigação. Constituído por sequências didáticas e materiais destinados ao ensino de Grandezas e Medidas, o kit foi utilizado em um processo formativo com professores e será apresentado, utilizado e analisado no artigo 4, pertencente a essa tese.

Os procedimentos relacionados ao comprimento incluem comparação direta e indireta, estimativa, utilização de instrumentos de medida, conversão entre unidades e análise da razoabilidade dos resultados obtidos. Chamorro e Belmonte (1991) destacam que a aprendizagem das medidas deve apoiar-se em experiências de comparação, ordenação e estimativa, favorecendo a construção de significados para as unidades e para os instrumentos utilizados antes da introdução sistemática de algoritmos e técnicas de conversão.

Outro componente relevante refere-se às propriedades associadas ao comprimento. Entre elas destacam-se a conservação, a transitividade e a aditividade das medidas. Essas propriedades sustentam diferentes procedimentos de comparação, composição e decomposição utilizados nas práticas de mensuração.

Além dos conceitos, procedimentos e propriedades, o significado de referência do comprimento envolve a produção de argumentos e justificações. Nesse contexto, os estudantes precisam ser capazes de explicar procedimentos, justificar escolhas e avaliar a plausibilidade dos resultados obtidos, compreendendo o comprimento como uma grandeza cuja mensuração requer conhecimentos que permitam interpretar, comunicar e validar medidas em diferentes situações.

2.1.2 Significado de Referência das Medidas de Área

No contexto desta investigação, a reconstrução do significado de referência da área tem como objetivo explicitar os conhecimentos considerados relevantes para a compreensão e o ensino dessa grandeza, tomando como referência a perspectiva proposta por Godino (2024).

As medidas de área estão associadas à quantificação de superfícies e são mobilizadas em situações que envolvem a determinação da extensão de terrenos, o revestimento de ambientes, a organização de espaços e a comparação de regiões planas. Nessas situações, medir implica atribuir um valor a uma superfície por meio de uma unidade de referência.

Godino, Batanero e Roa (2002) destacam a necessidade de distinguir os conceitos de superfície e área. Enquanto a superfície se refere à forma de um corpo ou figura geométrica, a área corresponde à extensão dessa superfície e constitui a característica passível de quantificação.

Entre os conhecimentos envolvidos na compreensão da área destacam-se a identificação da superfície a ser medida, a escolha de unidades adequadas, a comparação de superfícies e a determinação de suas medidas. Tais conhecimentos são mobilizados em

diferentes situações de mensuração e constituem elementos relevantes para o estudo dessa grandeza.

Outro aspecto importante refere-se aos procedimentos utilizados para determinar áreas. Conforme assinalam Godino, Batanero e Roa (2002), embora a identificação da área exija o reconhecimento dessa característica dos objetos geométricos, sua determinação ocorre frequentemente de forma indireta, por meio de cálculos realizados a partir das dimensões das figuras.

Além dos conceitos e procedimentos envolvidos, a compreensão da área requer a capacidade de interpretar resultados, justificar estratégias utilizadas e avaliar a adequação das medidas obtidas às situações consideradas. Nessa perspectiva, a reconstrução do significado de referência permite explicitar conhecimentos que podem orientar a análise e o desenho de tarefas relacionadas ao estudo das medidas de superfície (Godino, 2024).

2.1.3 Significado de Referência das Medidas de Volume

No contexto desta investigação, a reconstrução do significado de referência do volume tem como objetivo explicitar os conhecimentos considerados relevantes para a compreensão e o ensino dessa grandeza, tomando como referência a perspectiva proposta por Godino (2024).

As medidas de volume estão associadas à quantificação do espaço ocupado pelos corpos tridimensionais e são mobilizadas em situações que envolvem armazenamento, transporte, preenchimento e comparação de recipientes. Nessas situações, medir implica atribuir um valor ao espaço ocupado por um corpo ou à quantidade que um recipiente pode comportar.

Godino, Batanero e Roa (2002) distinguem os conceitos de volume e capacidade. Segundo os autores, o volume corresponde à característica dos corpos de ocupar espaço, enquanto a capacidade se refere à quantidade que um recipiente pode conter. Embora relacionados, esses conceitos assumem significados específicos em diferentes situações de mensuração.

Do ponto de vista da linguagem, o estudo do volume envolve a utilização de diferentes unidades e formas de representação, como o metro cúbico, o decímetro cúbico, o centímetro cúbico e o litro. Essas representações possibilitam comunicar, interpretar e comparar medidas associadas ao espaço ocupado pelos corpos e à capacidade dos recipientes.

Entre os conceitos centrais associados ao volume destacam-se volume, capacidade, unidade de medida e medida. A compreensão desses conceitos requer reconhecer que a

determinação de uma medida depende da adoção de uma unidade de referência e da comparação entre essa unidade e a quantidade considerada.

Os procedimentos relacionados ao volume incluem a comparação de capacidades, a determinação de medidas de corpos tridimensionais e a utilização de relações matemáticas para quantificar o espaço ocupado por diferentes objetos. Conforme destacam Godino, Batanero e Roa (2002), a medida de volumes é frequentemente realizada de forma indireta, por meio de cálculos obtidos a partir das dimensões dos corpos geométricos.

Além dos conceitos e procedimentos envolvidos, a compreensão do volume requer a capacidade de interpretar resultados, justificar estratégias utilizadas e avaliar a adequação das medidas obtidas às situações consideradas. Nessa perspectiva, a reconstrução do significado de referência permite explicitar conhecimentos que podem orientar a análise e o desenho de tarefas relacionadas ao estudo das medidas de volume (Godino, 2024).

2.1.4 Síntese do Significado de Referência para Comprimento, Área e Volume

A reconstrução apresentada nos tópicos anteriores permitiu explicitar conhecimentos considerados relevantes para a compreensão e o ensino das medidas de comprimento, área e volume. Conforme assinala Godino (2024), a explicitação do significado de referência constitui uma etapa importante da análise didática, pois permite identificar os objetos e processos matemáticos que podem orientar o planejamento, a implementação e a avaliação de processos educativos.

Embora apresentem especificidades, as três grandezas compartilham elementos comuns, relacionados às situações que mobilizam sua utilização, às linguagens empregadas para representá-las, aos conceitos envolvidos, aos procedimentos de mensuração e aos argumentos utilizados para justificar resultados. Com base nessa reconstrução, o Quadro 17 sintetiza os principais componentes do significado de referência adotado nesta investigação.

Quadro 17 - Componentes do Significado de Referência das Medidas de Comprimento, Área e Volume

Componentes	Comprimento	Área	Volume
Situações	Distâncias, alturas, trajetos, perímetros	Cobertura e comparação de superfícies	Ocupação do espaço e capacidade
Linguagem	Unidades lineares e instrumentos de medida	Unidades de área e representações de superfícies	Unidades cúbicas, capacidade e volume
Conceitos	Comprimento, unidade de medida, medida	Superfície, área, unidade de área	Volume, capacidade, unidade de medida

Procedimentos	Comparar, estimar e medir	Comparar superfícies e determinar áreas	Comparar capacidades e determinar volumes
Argumentos	Justificação de medidas e procedimentos	Justificação de estratégias de determinação de áreas	Justificação de relações entre volume, capacidade e medidas

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Godino (2024), Godino, Batanero e Roa (2002) e Chamorro e Belmonte (1991).

O quadro apresentado sintetiza os principais elementos do significado de referência adotado nesta investigação para as medidas de comprimento, área e volume. Esses elementos constituem o parâmetro epistemológico que orientará as análises desenvolvidas ao longo da tese, particularmente aquelas relacionadas aos materiais curriculares e ao desenho de tarefas no contexto da formação de professores. Entretanto, a explicitação dos conhecimentos envolvidos nessas grandezas não é suficiente para avaliar a qualidade dos processos educativos, o que torna necessária a utilização de instrumentos de análise específicos, como os Critérios de Idoneidade Didática, apresentados na subseção seguinte.

2.2 A Idoneidade Didática no ensino de medidas

A qualidade do ensino de grandezas e medidas depende da coerência entre o conteúdo matemático trabalhado, as atividades propostas, os instrumentos utilizados, as interações estabelecidas em sala de aula e o contexto curricular em que tudo isso se insere. No caso específico das medidas, esses critérios são particularmente relevantes, pois o ato de medir envolve ações práticas, mediações materiais, processos linguísticos e generalizações conceituais. Nessa direção, apresentam-se, a seguir, os CID no contexto de grandezas e medidas.

2.2.1 Idoneidade Epistêmica

A idoneidade epistêmica refere-se à adequação do tratamento dado ao conteúdo matemático em relação ao significado de referência (Godino, 2024). No campo das grandezas e medidas, isso implica assegurar que a proposta didática evidencie a natureza relacional da medida, a função das unidades como padrões socialmente construídos e as propriedades matemáticas que estruturam esse domínio, como aditividade, proporcionalidade e equivalências.

Uma prática epistemicamente idônea caracteriza-se, portanto, pela articulação coerente entre conceitos, procedimentos e justificativas, explicitando a distinção entre grandeza,

unidade e medida e organizando esses elementos em um sistema de significados consistente. Por outro lado, a presença de erros conceituais, ambiguidades de linguagem, imprecisões ou reduções inadequadas do conteúdo constitui indicador de baixa idoneidade epistêmica, podendo gerar conflitos epistêmicos que dificultam a construção de significados matemáticos pelos estudantes.

2.2.2 Idoneidade Ecológica

A idoneidade ecológica refere-se ao grau de coerência entre as propostas de ensino e o contexto institucional e sociocultural em que se inserem. Isso inclui as políticas curriculares, os projetos pedagógicos, as expectativas avaliativas, a cultura escolar e também as características da comunidade local, seus modos de usar a matemática, seus instrumentos, suas práticas cotidianas e suas formas próprias de organizar o conhecimento. Trata-se de analisar se uma determinada prática é compatível com os documentos orientadores, com o funcionamento real da escola e com as referências culturais que dão sentido às atividades para os estudantes (Godino, 2024).

No campo das grandezas e medidas, essa dimensão manifesta-se quando as atividades planejadas dialogam com as diretrizes da BNCC, integram-se a projetos pedagógicos existentes e se articulam a outros conteúdos curriculares. Por exemplo, propostas de investigação sobre unidades de medida locais, análises de receitas culinárias que exigem conversão e comparação de medidas, ou estudos sobre o uso de instrumentos de medição em oficinas escolares (como régua, fita métrica, copos graduados e balanças) podem fortalecer a coerência ecológica ao conectar o estudo das grandezas às práticas reais e aos projetos institucionais.

Uma prática ecologicamente adequada examina o lugar das medidas dentro do currículo, identifica como esse tema contribui para campos matemáticos, como proporcionalidade, geometria e estatística, e dialoga com as formas de organização do trabalho docente na escola. Ao fazer isso, assegura que o ensino de grandezas e medidas não seja percebido como um conjunto isolado de técnicas, mas como parte integrada do projeto educativo mais amplo, capaz de conectar o saber matemático formal às práticas culturais que os estudantes vivenciam em seu território.

Estudos mostram que os professores precisam compreender as conexões curriculares entre grandezas e números: Araújo (2023) e Policastro (2021) salientam que o ensino de área e de medida requer articulações coerentes entre diferentes campos matemáticos previstos nos

documentos curriculares. Também indicam que grandezas e medidas podem integrar conteúdos tradicionalmente fragmentados da matemática escolar, segundo as ponderações de Moraes (2022) e Vece (2020) ao analisarem como esse eixo organiza e dá unidade ao currículo de matemática nos anos iniciais e finais do ensino fundamental. Além disso, as pesquisas destacam que tais integrações e escolhas pedagógicas precisam ser viáveis nas condições reais da escola, conforme apontam Meireles (2023) e Santos (2014), ao mostrarem que práticas alinhadas ao currículo dependem das rotinas institucionais, dos tempos disponíveis e das possibilidades concretas do trabalho docente. Uma prática ecologicamente idônea não se apoia em idealizações, mas em condições reais e sustentáveis.

2.2.3 Idoneidade de Meios⁵⁶

A idoneidade de meios avalia se os recursos disponíveis, incluindo instrumentos, representações, linguagens, artefatos e instrumentos temporais e espaciais, são coerentes com os significados matemáticos que se pretende construir e se cumprem um papel efetivo de mediação na aprendizagem (Godino, 2024). Régua, trena, compasso, sólidos geométricos, recipientes graduados, malhas quadriculadas, objetos manipuláveis e diferentes registros de representação compõem um repertório relevante no ensino de medidas. Evidências da literatura indicam que a comparação com unidades não formais antes da introdução de instrumentos padronizados favorece a compreensão conceitual, que o uso de materiais concretos pode promover avanços significativos na aprendizagem e que mediações adequadas contribuem para estabelecer conexões entre grandezas e operações matemáticas (Skoumpourdi, 2018). Nesse sentido, a idoneidade de meios sustenta a passagem das ações perceptivo-motoras e experiências concretas para a construção de significados matemáticos mais generalizados.

2.2.4 Idoneidade Interacional

A idoneidade interacional diz respeito à qualidade do discurso, das trocas e dos processos coletivos de construção de significados que se estabelecem em sala de aula

⁵⁶ Neste trabalho, opta-se por utilizar a expressão “idoneidade de meios”, embora, no contexto espanhol do Enfoque Ontossemiótico, o termo empregado seja “idoneidade mediacional”. Essa opção justifica-se por se considerar a expressão “meios” mais compreensível no contexto brasileiro, uma vez que essa faceta se refere principalmente aos recursos, condições e instrumentos que intervêm no processo de ensino e aprendizagem, e não às interações sociais propriamente ditas, contempladas na faceta interacional.

(Godino, 2024). No ensino de medidas, essa dimensão manifesta-se na forma como os estudantes discutem estratégias, justificam escolhas de unidades, comparam procedimentos entre si e produzem registros que sustentam argumentos. Interações desse tipo promovem a explicitação do pensamento, favorecem a negociação de significados e possibilitam que os alunos passem da ação isolada para a compreensão compartilhada das relações que estruturam o ato de medir.

Evidências das pesquisas mostram que tornar visíveis as estratégias é um ato decisivo para consolidar a noção de unidade, que interações que articulam grandeza, número e geometria ampliam o sentido das tarefas e que a discussão de erros pode gerar avanços significativos. Para Godino, Batanero e Roa (2002), os erros desempenham papel central no aprendizado das medidas: toda medição envolve incerteza, e a análise dos erros – sejam eles de procedimento, de leitura ou do instrumento; permite ao estudante compreender a natureza aproximada das medidas, a importância das unidades, a precisão dos instrumentos e a necessidade de métodos sistemáticos. Além disso, os erros constituem valiosos conflitos cognitivos que, quando discutidos coletivamente, favorecem a construção do conceito de medida.

Interações ricas permitem que a compreensão se constitua de forma compartilhada, e não apenas individual. Ao explicitar estratégias, confrontar procedimentos e justificar escolhas, os estudantes tornam públicos os significados em jogo, permitindo que o grupo construa critérios comuns sobre o que conta como uma boa medida. Nessas discussões, o professor atua orientando o foco dos alunos para aspectos essenciais, como a escolha da unidade, a precisão do instrumento e a interpretação dos resultados, fortalecendo a articulação entre ação, linguagem e conceito.

2.2.5 Idoneidade Cognitiva

A idoneidade cognitiva refere-se ao grau em que a proposta de ensino é adequada às possibilidades reais de aprendizagem dos estudantes, considerando seus conhecimentos prévios, formas de raciocínio, dificuldades potenciais e trajetórias de desenvolvimento conceitual (Godino, 2024). Trata-se de analisar em que medida as tarefas, explicações e interações favorecem a construção progressiva de significados matemáticos compreensíveis para os alunos, evitando tanto a simplificação excessiva quanto a introdução prematura de formalizações. No campo das grandezas e medidas, isso implica propor situações de comparação direta e indireta, utilizar unidades não convencionais antes das padronizadas,

favorecer processos de estimativa, inferência e decomposição e organizar uma progressão que articule ações concretas, representações e generalizações conceituais.

Uma prática cognitivamente idônea caracteriza-se pela explicitação de estratégias, pela exploração de erros como oportunidades de aprendizagem e pelo uso de tarefas que demandem justificar procedimentos e escolhas, favorecendo a construção de uma compreensão consistente das relações entre grandeza, unidade e medida. Nesse sentido, não se trata de antecipar fórmulas, mas de estruturar intencionalmente um percurso que permita sua compreensão, promovendo a evolução dos significados pessoais dos estudantes em direção aos significados matemáticos institucionalmente reconhecidos.

2.2.6 Idoneidade Afetiva

A idoneidade afetiva reporta-se ao interesse, ao envolvimento e às atitudes dos estudantes diante da atividade matemática (Godino 2024). No ensino de medidas, essa dimensão se fortalece quando as tarefas despertam curiosidade, promovem desafios significativos e conectam o conteúdo a situações reais e compreensíveis pelos alunos.

Atividades investigativas, propostas que incorporam elementos históricos, problemas contextualizados e explorações que exigem tomada de decisão tendem a favorecer maior participação, persistência e disposição para refletir sobre as próprias estratégias. Nesses casos, o estudante não apenas executa procedimentos, mas se engaja afetivamente no processo, atribuindo sentido ao ato de medir.

Estudos mostram que atividades investigativas aumentam significativamente o engajamento dos alunos (Boaler, 1998); que tarefas com elementos históricos favorecem maior identificação com o conteúdo (Fried, 2001); e que sequências problematizadoras estimulam participação ativa e reflexão crítica (Skovsmose, 2000). A dimensão afetiva compõe o processo de significação e não deve ser tratada como aspecto secundário.

2.3 Análise de uma Sequência Didática à luz dos Critérios de Idoneidade Didática

A sequência didática “*A medida que não cabia: $\sqrt{2}$ e a crise da razão*” foi concebida para introduzir a irracionalidade baseada em sua gênese histórica, reconstruindo a tensão conceitual enfrentada pelos pitagóricos ao se depararem com a incomensurabilidade da diagonal do quadrado. Essa abordagem desloca o estudo das medidas de um enfoque

meramente procedimental para uma investigação epistemológica que revela limites, rupturas e transformações na própria noção de grandeza (Figura 15).

Figura 15 - QR Code e link da sequência didática analisada



https://drive.google.com/file/d/11-tBgqWx3_7JOghl7PHLGFJsGjrAjUU6/view?usp=sharing

Fonte: Elaboração própria (2025).

A seguir, será apresentada a análise da sequência, articulando cada dimensão da idoneidade aos elementos presentes na atividade apresentada.

2.3.1 Idoneidade Epistêmica

A sequência trata um conceito matemático de relevância histórica e epistemológica: a descoberta da irracionalidade de $\sqrt{2}$. Considera-se que a proposta não apresenta erros conceituais ou ambiguidades: a construção geométrica do quadrado de lado 1, o traçado da diagonal e sua projeção na reta numérica são apresentados de modo correto e alinhado à tradição matemática. Também se considera que há riqueza de processos ao apresentar argumentação sobre grandeza e medida, resolução de problemas e conexão entre registros (geométrico, numérico e discursivo) (Breda *et al.*, 2018). A proposta também é representativa da complexidade do conceito de irracional, evitando abordagens reducionistas.

2.3.2 Idoneidade Ecológica

A sequência está em consonância com a BNCC (Brasil, 2018) no eixo de Grandezas e Medidas, especialmente no que tange ao trabalho com comparação de comprimentos, escolha de unidades, significados de medida e articulação com registros geométricos. Esse alinhamento atende ao indicador de adaptação ao currículo (Breda *et al.*, 2018).

Do ponto de vista das conexões intra e interdisciplinares, a proposta articula matemática, história da matemática e filosofia, ampliando o significado escolar do conteúdo ao situá-lo num contexto cultural e epistemológico mais amplo. Esse aspecto configura um dos indicadores ecológicos mais relevantes.

Ademais, a sequência também apresenta utilidade sociocultural, na medida em que enfatiza a matemática como produção humana sujeita a tensões históricas, permitindo que os

estudantes compreendam que práticas matemáticas não são neutras, mas historicamente construídas.

Por fim, considera-se que há inovação didática, pois se introduz um tema historicamente denso, a gênese da irracionalidade, de modo acessível, investigativo e conceitualmente rigoroso. Essa inovação não depende de tecnologia avançada nem de condições excepcionais de infraestrutura, mas se apoia na articulação entre história, geometria e diálogo investigativo.

2.3.3 Idoneidade de Meios

A sequência utiliza recursos simples e adequados: régua, compasso, transferidor e texto histórico, que permitem a construção material e a visualização do $\sqrt{2}$. Esses instrumentos funcionam como mediadores semióticos⁵⁷ coerentes com os significados pretendidos, atendendo aos indicadores de adequação dos recursos e variedade de representações (Breda *et al.*, 2018).

Ainda, o tempo didático também se encontra bem distribuído: 20 minutos para contextualização, 20 para a construção geométrica e 20 para a discussão conceitual. Essa organização mantém equilíbrio entre ação, reflexão e sistematização, assegurando que a complexidade da tarefa seja compatível com o tempo disponível.

2.3.4 Idoneidade Interacional

A sequência prevê discussões coletivas, levantamento de hipóteses e debate argumentativo sobre a gênese da irracionalidade. Isso atende aos indicadores de interação docente-discente e discente-discente. A mediação prevista orienta o professor a retomar ideias fundamentais, formular perguntas desafiadoras e conduzir conflitos de significado, justamente os elementos identificados como centrais à idoneidade interacional (Breda *et al.*, 2018).

⁵⁷ Mediadores semióticos podem ser entendidos como modos de significação historicamente constituídos, de natureza linguística, visual, gestual ou de outra ordem, que atuam como instrumentos culturais responsáveis por organizar a interpretação, a participação e a produção de significados nas práticas socioculturais (Haquin *et al.*, 2013).

2.3.5 Idoneidade Cognitiva

A sequência ativa conhecimentos prévios relevantes: construção de quadrado, uso de régua e compasso, noção de medida e comparação de segmentos, e permite que estudantes avancem gradualmente até o entendimento da incomensurabilidade. A demanda cognitiva é elevada, mas manejável: a proposta foi construída para que o estudante formule hipóteses, teste estratégias, confronte expectativas (“toda medida é fração?”) e construa explicações. Isso dialoga com indicadores como conexões intramatemáticas, mudanças de representação e conjecturas (Breda *et al.*, 2018). Além disso, as perguntas propostas ao final promovem reflexão metacognitiva sobre o processo histórico e conceitual.

2.3.6 Idoneidade Afetiva

A narrativa da morte ou expulsão de Hipaso desperta curiosidade e envolvimento emocional. O contexto histórico cria um clima de investigação e mistério, favorecendo atitudes positivas diante do conteúdo. Considera-se que os indicadores emocionais, tais como interesse, engajamento, autoestima e redução da ansiedade, são contemplados.

3 CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA: FUNDAMENTOS, ARTICULAÇÕES, INTERDEPENDÊNCIA E IMPLICAÇÕES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

A atividade de ensino deve ser compreendida como um sistema complexo de interações entre pessoas, objetos e contextos culturais (Juan Díaz Godino).

A educação matemática contemporânea tem sido desafiada a repensar suas práticas e referenciais teóricos a fim de romper com modelos lineares, compartimentados e prescritivos de ensino. Nesse cenário, emerge a necessidade de instrumentos conceituais capazes de compreender a complexidade dos processos educativos, valorizando as interações e mediações que compõem a prática educativa, como é o caso dos Critérios de Idoneidade Didática (CID). A epígrafe de Godino (2024) resume uma das ideias mais fecundas de sua obra: o ensino de matemática não é um ato isolado, mas uma prática social de produção de significados, na qual saberes são produzidos e construídos coletivamente. Essa perspectiva implica reconhecer que os processos de ensino e aprendizagem envolvem múltiplas dimensões interdependentes, nas quais conhecimentos matemáticos, sujeitos, recursos e contextos institucionais se articulam de maneira dinâmica e situada, exigindo abordagens analíticas capazes de captar tal complexidade (Sabel, 2025).

Elaborados no âmbito do Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), os Critérios de Idoneidade Didática constituem um sistema articulado de dimensões e componentes que permitem analisar e valorar os processos educativo-instrucionais em Matemática (Godino, 2024). Mais do que um instrumento meramente avaliativo, configuram uma ferramenta analítica e normativa, voltada para examinar em que medida os processos de ensino e aprendizagem apresentam coerência interna, adequação às condições institucionais e correspondência com os objetivos formativos pretendidos. Nessa ótica, a análise didática passa a considerar não apenas os conteúdos ensinados, mas também os significados institucionais mobilizados nas práticas pedagógicas, os objetos matemáticos emergentes e os possíveis conflitos semióticos que podem influenciar a construção do conhecimento pelos estudantes (Sabel, 2025).

Assim, a idoneidade didática não se restringe à correção formal do conteúdo matemático, porém abrange a qualidade da articulação entre os elementos que compõem a situação didática: o conhecimento matemático, as ações dos sujeitos, os recursos de mediação, as interações, os afetos e o entorno institucional (Godino, 2024). Essa compreensão amplia o olhar sobre a prática docente ao corroborar que ensinar matemática envolve processos de

significação que se desenvolvem em sistemas de práticas sociais, nos quais representações, linguagens e instrumentos assumem papel central na produção e negociação de sentidos matemáticos (Sabel, 2025).

Em particular, no campo das *Grandezas e Medidas*, sua aplicação mostra-se especialmente fecunda, uma vez que essa unidade temática da Base Nacional Comum Curricular, BNCC, demanda a constante mediação entre o abstrato e o concreto, o simbólico e o experiencial, o matemático e o social (Brasil, 2018).

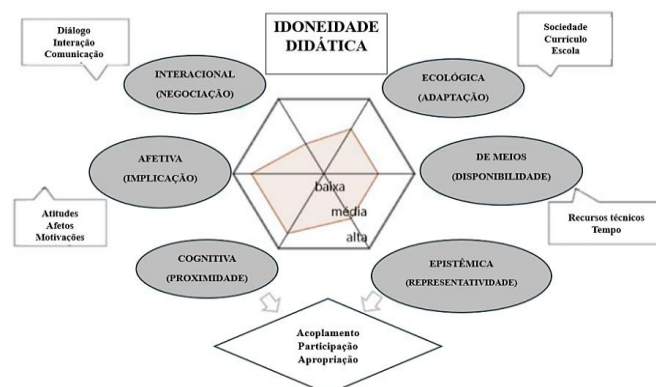
O propósito desta seção é discutir os CID como um sistema interdependente, evidenciando as articulações entre as seis dimensões que o constituem, a saber: epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva, visando explorar suas implicações formativas e analíticas para o ensino de matemática.

Essa leitura fundamenta-se na representação hexagonal (Figura 14) proposta por Godino (2024) e ao considerar também as diagonais e seus pontos de interseção, como forma de demonstrar a complexa rede de influências recíprocas que atravessam o sistema, culminando numa *idoneidade plena*, ideal de convergência entre coerência interna e adequação externa.

Dessa forma, a presente seção procura evidenciar que a análise dos critérios em sua interdependência pode favorecer uma compreensão mais integrada do ensino de matemática e contribuir para a construção de práticas mais coerentes com seus fundamentos teóricos e mais sensíveis à dimensão humana do processo educativo.

A partir dessa concepção relacional, Godino e colaboradores propuseram um conjunto de seis dimensões que, quando articuladas, permitem avaliar e orientar a coerência global de um processo educativo. Cada dimensão corrobora um aspecto particular do ensino, mas é da *articulação entre elas* que emerge a qualidade didática (Figura 16).

Figura 16 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática



Fonte: Traduzido pelo pesquisador com base em Godino (2024, p. 275).

É mister distinguir o hexágono regular e o hexágono irregular (figura 16). O primeiro corresponde aos momentos em que as seis idoneidades apresentam um equilíbrio relativo, configurando-se como um polígono de lados congruentes. Trata-se de uma representação gráfica de situações em que o professor consegue articular, de modo coerente, princípios que frequentemente entram em tensão e requerem ponderações contextuais (Godino, 2024).

Já o hexágono irregular expõe os desequilíbrios característicos das práticas reais: alguns lados se alongam, simbolizando idoneidades mais enfatizadas, enquanto outros se contraem, revelando fragilidades, tensões ou impossibilidades de plena articulação (Godino, 2024). Esses desequilíbrios emergem tanto das condições institucionais (currículo, recursos disponíveis, número de estudantes, tempo de aula, cultura escolar) quanto das características dos sujeitos envolvidos (professor e estudantes). No caso do professor, entram em jogo seus conhecimentos didático-matemáticos, valores, formas de mediação e decisões tomadas diante das contingências da aula. No caso dos estudantes, influem seus conhecimentos prévios, ritmos e modos de participação, necessidades formativas, interesses, disposições afetivas e níveis de engajamento.

Desse modo, a alternância entre hexágonos mais regulares e mais irregulares não representa um déficit, mas a própria dinâmica viva da prática docente, que se reconfigura continuamente a partir das tensões, limites e possibilidades do contexto real (Godino, 2024). A idoneidade plena, portanto, não é um estado fixo, mas um equilíbrio sempre em reconstrução, produzido na interação entre sujeitos, saberes e condições institucionais.

Segundo Godino (2024), os CID cumprem um duplo papel: valorar e orientar. Valorar implica examinar em que medida um processo de ensino alcança níveis adequados de coerência interna e relevância institucional e social; orientar, por sua vez, significa oferecer parâmetros para a reflexão e o aprimoramento das decisões didáticas. Dessa forma, os critérios podem ser utilizados tanto *a priori*, no planejamento de tarefas e sequências, quanto *a posteriori*, na análise e reelaboração de práticas já realizadas (Breda; Font; Lima, 2015).

A gênese dos CID está, portanto, vinculada a uma busca por integração e equilíbrio entre as diferentes dimensões do fenômeno didático. De acordo com Godino (2024), a idoneidade de um processo de ensino não se manifesta somente pela correta seleção ou apresentação do conteúdo, mas sobretudo pela articulação entre o que se ensina, como se ensina, quem aprende, com que meios e em que contexto. Trata-se, desse modo, de uma concepção de qualidade educativa que valoriza a coerência e o sentido, em vez da simples aplicação de normas ou técnicas.

No campo da formação docente, os CID assumem especial relevância. Ao adotá-los como referencial, o professor é convidado a analisar sua prática de forma crítica e multidimensional, reconhecendo as interdependências entre os aspectos cognitivos, epistemológicos, afetivos e socioculturais do ensino. Esse movimento favorece o desenvolvimento de uma consciência didática ampliada, que ultrapassa a dimensão técnica e se orienta pela reflexão ética e pela sensibilidade pedagógica.

A Dimensão Epistêmica refere-se à adequação do conteúdo matemático em relação ao significado de referência, isto é, à sua correção conceitual e coerência interna. Ela assegura que os objetos de estudo, as representações e os procedimentos estejam matematicamente fundamentados. Constitui o ponto de partida de todo o processo, pois define o que ensinar (Godino, 2024).

A Dimensão Ecológica diz respeito à adequação entre o processo didático e o contexto sociocultural, institucional e curricular em que se insere. Ela assegura que o ensino não se configure como um sistema isolado, mas como uma prática socialmente situada, em diálogo com as finalidades educacionais e com as condições concretas de cada escola e comunidade (Godino, 2024). Sob essa perspectiva, as práticas docentes devem estar alinhadas às orientações da BNCC, que estabelece como princípio a garantia de equidade, contextualização e significatividade das aprendizagens, reconhecendo que o conhecimento escolar deve se relacionar com as experiências dos estudantes e com os desafios de seu meio social (Brasil, 2018).

Assim, o Critério Ecológico, ao ser observado, contribui para que a proposta didática mantenha coerência entre o saber matemático, o projeto político-pedagógico da escola e as diretrizes curriculares nacionais, favorecendo um processo de ensino que reconhece a historicidade, a diversidade e as condições reais da prática educativa.

No campo da matemática, essa adequação ecológica implica considerar não apenas os objetos de conhecimento e habilidades previstos na BNCC, mas também a função social da aprendizagem matemática, entendida como instrumento para interpretar, atuar e transformar a realidade. A BNCC enfatiza que o ensino de matemática deve favorecer a leitura crítica do mundo e o desenvolvimento do pensamento lógico, analítico e criativo, de modo que as práticas pedagógicas se articulem às demandas culturais e contextuais dos alunos e das comunidades escolares (Brasil, 2018).

A Dimensão de Meios envolve os recursos materiais, tecnológicos, temporais e simbólicos que sustentam o processo educativo (Godino, 2024). Inclui desde instrumentos concretos e digitais até a organização do tempo e do espaço escolar, assegurando condições

adequadas para que a aprendizagem se efetive. Compreende tanto ferramentas físicas, como régua, sólidos geométricos, materiais concretos e softwares, quanto ferramentas cognitivas, isto é, estruturas simbólicas e representacionais que orientam o pensamento matemático, como esquemas de representação, linguagens formais e sistemas de notação que dão forma aos significados.

A Dimensão Interacional enfoca os processos de comunicação e de negociação de significados que ocorrem durante o ensino. Abrange o diálogo, a argumentação e a colaboração, elementos fundamentais para a emergência de significados compartilhados. Nessa dimensão, as interações se dão tanto entre professor e estudantes quanto entre os próprios alunos, configurando um espaço discursivo de construção coletiva do conhecimento. O professor atua como mediador, não apenas ao orientar conceitualmente as discussões, mas ao coordenar práticas comunicativas que promovem a escuta, a explicação e a justificação mútua das ideias (Godino, 2024).

A Dimensão Cognitiva examina os processos relacionados à aprendizagem do estudante. Relaciona-se à zona de desenvolvimento iminente (Vigotski) e à correspondência entre os significados pretendidos, implementados e efetivamente alcançados. Para que essa correspondência ocorra é necessário reconhecer e mobilizar os conhecimentos prévios dos estudantes, entendidos como significados pessoais construídos em experiências anteriores e que servem de ponto de partida para novas aprendizagens. Assim, a idoneidade cognitiva busca garantir que as tarefas propostas estejam dentro do campo de possibilidades de cada aluno e que promovam a reconstrução progressiva dos significados matemáticos, articulando o novo ao já conhecido (Godino, 2024).

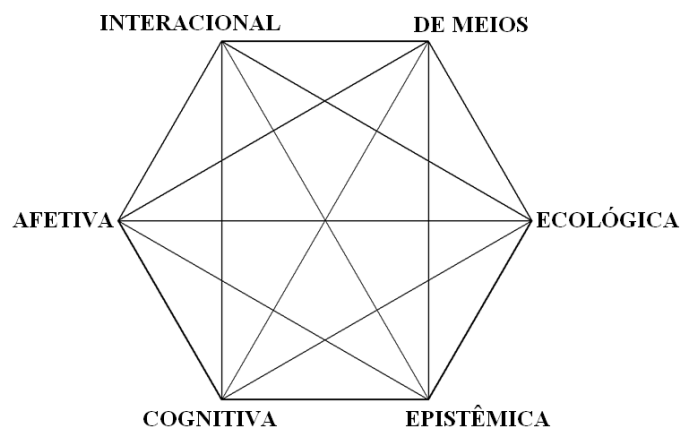
Por fim, a Dimensão Afetiva corresponde às dimensões afetivas, atitudinais e motivacionais que permeiam o ensino e a aprendizagem da matemática (Godino, 2024). Reconhece que o envolvimento, a curiosidade e o prazer em aprender são condições indispensáveis à assimilação e à permanência dos significados matemáticos. Essa dimensão reforça o papel das emoções como mediadoras do pensamento, em consonância com a concepção vigotskiana de que o desenvolvimento cognitivo é inseparável da esfera afetiva (Prestes, 2011). Nessa perspectiva, pensar e sentir não são processos paralelos, mas expressões complementares da atividade consciente, evidenciando a indissociabilidade entre emoção, razão e aprendizagem (Gusmão, 2009).

Consequentemente, um ensino matematicamente correto do ponto de vista epistêmico perde eficácia se não dialogar com as possibilidades cognitivas dos alunos, se não considerar as dimensões afetivas que sustentam o engajamento, se negligenciar os recursos e meios de

ensino, se fragilizar as interações discursivas e a negociação de significados em sala de aula ou se estiver desarticulado do contexto sociocultural e curricular em que se insere. A idoneidade didática, portanto, não se realiza na supremacia de uma dimensão sobre as demais, mas na articulação dinâmica entre as dimensões epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva, cuja coerência conjunta sustenta a produção e a reconstrução dos significados matemáticos.

O hexágono (Figura 17) visa representar as interdependências entre os critérios, salientando as relações duplas, denominadas *duetos*. Os lados e as diagonais que conectam os vértices simbolizam essas interações cruzadas, revelando como a modificação de uma dimensão repercute em outra e como diferentes combinações geram novas configurações de sentido.

Figura 17 - O hexágono com diagonais e lados representando duetos de idoneidades



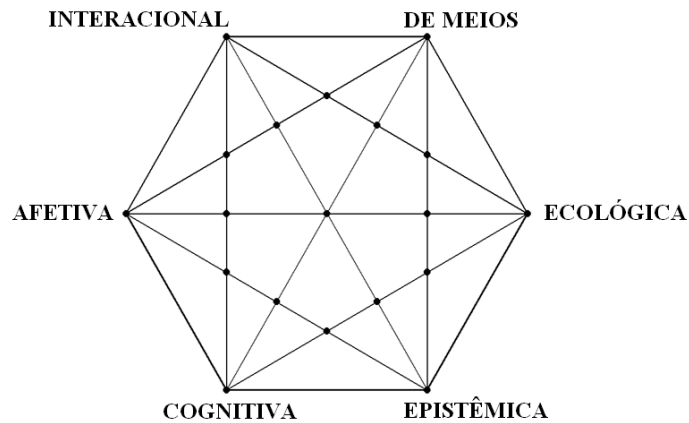
Fonte: Produção própria inspirado em Godino (2024).

Essa visão sistêmica implica compreender o ensino de matemática como um ecossistema de significados interconectados, no qual cada decisão pedagógica repercute sobre o conjunto (Capra, 2006). Assim, a análise do processo didático exige observar não apenas os elementos isolados, mas as conexões e interseções que se estabelecem entre eles.

Ademais, o hexágono da figura 17 explicita as múltiplas interdependências entre os critérios. Desse modo, também se pode pensar em *tríades*, *quartetos*, *quintetos* e *sexteto*, situação esta denominada *idoneidade plena*, na qual as seis dimensões convergem em *equilíbrio dinâmico*⁵⁸, conforme se observa na Figura 18, adiante.

⁵⁸ Entende-se por *equilíbrio dinâmico* a ideia de que a idoneidade plena não representa uma condição fixa, mas um estado de adequação continuamente reajustado, no qual as seis dimensões se influenciam e se compensam mutuamente conforme as demandas da prática educativa.

Figura 18 - O hexágono com diagonais e pontos de interseção representando tríades, quartetos, quintetos e sexteto de idoneidades



Fonte: Produção própria inspirado em Godino (2024).

Os pontos de interseção simbolizam zonas de convergência de significados, onde se entrelaçam o conhecimento matemático, as ações dos sujeitos, os meios, as interações, os afetos e o contexto institucional. Nesse centro simbólico, a prática docente se manifesta como totalidade viva, em constante movimento de ajustes e reinterpretações, indicando que a idoneidade não é um estado fixo, mas um processo contínuo de busca por coerência e sentido.

A análise teórica dos CID ganha sentido real apenas quando o docente reconhece, em sua ação cotidiana, as múltiplas conexões entre conteúdo, recursos, interações e contextos. A qualidade didática, como afirma Godino (2024), não é um atributo intrínseco às tarefas ou materiais, mas o resultado da coerência que emerge do diálogo entre as dimensões. A idoneidade, portanto, é relacional e processual e situada, construída nas interações entre sujeitos, saberes e contextos.

De modo simbólico, o centro do hexágono dos CID, onde todas as diagonais se cruzam, pode ser visto como o espaço da práxis docente integrada: o ponto de encontro entre teoria e prática, razão e emoção, sujeito e contexto (Gusmão, 2009). É nesse espaço dinâmico que se realiza o ideal da idoneidade, não como perfeição inatingível, e sim como processo contínuo de busca por organicidade e sentido.

4 ITINERÁRIO METODOLÓGICO

O instrumento musical baixo é considerado pelos especialistas na área como a “alma” de uma banda, pois executa as notas fundamentais do acorde, conferindo sustentação rítmica à música. Analogamente, é dessa forma que se compreendem os procedimentos metodológicos em uma pesquisa científica, uma vez que eles fundamentam, orientam e dão cadência ao desenvolvimento investigativo. O itinerário metodológico assume, portanto, papel central na pesquisa, ao explicitar o percurso adotado, as escolhas realizadas e os modos de sistematização da investigação. Minayo, Deslandes e Gomes (2016, p. 14) compreendem a metodologia como “o caminho do pensamento e a prática exercida na abordagem da realidade”.

A presente pesquisa é composta por quatro estudos, todos de natureza qualitativa, embora com diferentes focos de investigação, conforme suas especificidades. Segundo Flick (2008), a pesquisa qualitativa não se orienta por um único referencial teórico ou metodológico, sendo constituída por múltiplas abordagens que direcionam tanto as discussões quanto as práticas investigativas. Essa perspectiva pode assumir diferentes vertentes, como aquelas que enfatizam os aspectos subjetivos da experiência humana, as interações sociais ou a reconstrução de estruturas sociais subjacentes às práticas.

Além disso, a abordagem qualitativa parte de pressupostos teóricos e estruturas interpretativas que orientam o estudo dos problemas de pesquisa, buscando compreender os significados que indivíduos ou grupos atribuem a determinados fenômenos sociais ou humanos (Creswell; Creswell, 2021). Essa característica contribui para a ampla utilização da pesquisa qualitativa na área educacional, especialmente por sua capacidade de interpretar processos complexos, compreender contextos e analisar fenômenos para além de dados numéricos.

Deve-se evidenciar que os quatro estudos que compõem esta investigação foram desenvolvidos no formato multipaper, também denominado tese por artigos ou tese baseada em publicações. Esse modelo consiste na organização da pesquisa em um conjunto articulado de estudos relativamente autônomos, estruturados como artigos científicos, que compartilham um eixo temático comum e contribuem conjuntamente para responder ao problema central da investigação. Diferentemente do formato monográfico tradicional, a estrutura multipaper permite que os resultados sejam apresentados em unidades textuais independentes, mantendo, contudo, coerência teórica, metodológica e epistemológica entre si (Paltridge; Starfield, 2016; Kamler, 2008).

Esse formato tem sido progressivamente adotado em programas de pós-graduação, especialmente nas áreas de Ciências Humanas e Educação, por favorecer a disseminação científica dos resultados ao longo do desenvolvimento da pesquisa, ampliar a inserção acadêmica do pesquisador e fortalecer o diálogo com a comunidade científica por meio da publicação em periódicos especializados (Guerin, 2017). Ademais, a organização em artigos possibilita aprofundar diferentes dimensões do objeto investigado sem perder a unidade analítica da tese, desde que os estudos estejam articulados por um referencial teórico comum e por objetivos convergentes.

No presente trabalho, os quatro estudos mantêm unidade temática ao abordar o ensino de Grandezas e Medidas sob a perspectiva dos Critérios de Idoneidade Didática, ainda que cada artigo explore recortes específicos do problema de pesquisa. A integração entre os estudos ocorre por meio do referencial teórico adotado, das questões investigativas e da análise articulada dos resultados, assegurando a coerência interna da tese como uma totalidade investigativa.

Os dois primeiros estudos aqui propostos são de natureza bibliográfica. Na perspectiva de Boccato (2006, p. 266), a pesquisa bibliográfica oferece “[...] subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica”. Nesse sentido, foram realizadas duas Revisões Sistemáticas de Literatura (RSL), consideradas fundamentais para o desenvolvimento de pesquisas científicas, pois permitem identificar lacunas investigativas, tendências teóricas e contribuições já produzidas no campo de estudo. Destaca-se que ambas as revisões foram inspiradas nas diretrizes do protocolo PRISMA 2020⁵⁹, garantindo maior rigor metodológico, transparência e possibilidade de reprodutibilidade dos procedimentos adotados.

Segundo Pizzani *et al.* (2012), a revisão de literatura cumpre múltiplos propósitos, entre os quais se destacam o favorecimento do aprendizado sobre uma determinada área do conhecimento, o auxílio na identificação de métodos e técnicas adequados ao estudo e o fornecimento de subsídios teóricos para a elaboração e discussão de trabalhos científicos.

O primeiro estudo, denominado *O uso dos Critérios de Idoneidade Didática nas pesquisas brasileiras sobre o ensino de matemática*, teve como objetivo analisar o uso dos Critérios de Idoneidade Didática em teses, dissertações e artigos científicos recuperados nas

⁵⁹ PRISMA, Preferred Reporting Items for Systematic Reviews and Meta-Analyses, em português: *Itens de Relato Preferenciais para Revisões Sistemáticas e Meta-análises*. Publicado em 2021, o PRISMA 2020 representa a versão mais atualizada da diretriz para revisões sistemáticas (Disponível em: <https://www.bmj.com/content/372/bmj.n71>. Acesso em: 29 jun. 2025).

bases BDTD, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES, no sentido de orientar e/ou valorar processos de estudo, bem como identificar os critérios e componentes mais mobilizados nas teses de doutorado analisadas.

O Portal de Periódicos da CAPES foi incluído por constituir um importante repositório de produção científica nacional e internacional, agregando periódicos indexados em diferentes bases de dados. As buscas contemplaram trabalhos publicados até 19 de maio de 2024, utilizando os descritores “critérios de idoneidade didática”, “idoneidade didática”, “critérios de adequação didática” e “adequação didática”.

No processo de triagem, foram estabelecidos três critérios de inclusão: teses e dissertações nacionais fundamentadas nos Critérios de Idoneidade Didática no âmbito da Educação Matemática; artigos nacionais publicados em periódicos classificados com Qualis A ou B; e artigos que versassem sobre os Critérios de Idoneidade Didática publicados em periódicos estrangeiros indexados no Portal de Periódicos da CAPES. Foram também definidos critérios de exclusão, tais como trabalhos incompletos ou sem divulgação permitida, duplicidades entre bases pesquisadas, estudos cujo tema não respondesse à questão de pesquisa e artigos não revisados por pares.

Após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão, foi constituído um corpus final composto por 52 trabalhos, sendo 7 teses de doutorado, 15 dissertações de mestrado e 30 artigos científicos. Todos os trabalhos selecionados foram organizados em formato digital e disponibilizados integralmente em uma pasta no Google Drive, acessível por meio de QR Code ou link eletrônico, com o objetivo de favorecer a transparência metodológica e possibilitar a consulta por outros pesquisadores.

O segundo estudo, também caracterizado como Revisão Sistemática de Literatura, intitulado *Grandezas e medidas: uma investigação das teses brasileiras em educação matemática (2014-2024)*, teve como objetivo mapear e analisar teses de doutorado brasileiras que abordam o ensino de Grandezas e Medidas. Para essa finalidade, foram realizadas buscas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, considerando trabalhos publicados entre janeiro de 2014 e junho de 2024. O recorte temporal de uma década foi adotado por permitir a identificação de tendências recentes na produção acadêmica e assegurar que os estudos selecionados refletissem abordagens pedagógicas contemporâneas relacionadas a esse campo do conhecimento. A opção pelas teses de doutorado justifica-se pelo rigor teórico e metodológico característico desses trabalhos, que, em geral, apresentam maior densidade analítica no âmbito da Educação Matemática.

Utilizou-se o descritor “grandezas e medidas”, sendo aplicados três critérios de inclusão: trabalhos pertencentes à área de Educação Matemática envolvendo Grandezas e Medidas; estudos que abordassem conceitos de grandezas e medidas, incluindo aqueles relacionados a contextos geométricos, como perímetro, área e volume; e trabalhos publicados no período delimitado para a pesquisa. Foram também estabelecidos critérios de exclusão, como trabalhos incompletos ou sem divulgação autorizada, duplicidades entre bases pesquisadas e estudos cujo tema não respondesse às questões definidas para a revisão.

As buscas iniciais resultaram em 233 trabalhos. Após a aplicação dos critérios de triagem e análise detalhada, constituiu-se um corpus final composto por 11 teses de doutorado. Assim como no primeiro estudo, os trabalhos selecionados foram organizados em formato digital e disponibilizados em pasta eletrônica no Google Drive, acessível por meio de QR Code ou link, com o objetivo de facilitar a consulta sistemática e assegurar transparência ao processo investigativo.

As duas revisões sistemáticas cumpriram o papel de mapear o estado de conhecimento e identificar lacunas investigativas que orientaram os estudos subsequentes. A ausência de análises sistemáticas de materiais didáticos à luz dos CID, evidenciada no Estudo 1, justifica o recorte adotado no Estudo 3. Por sua vez, a constatação, no Estudo 2, de que as pesquisas brasileiras raramente articulam formação docente e Grandezas e Medidas de forma integrada, fundamenta a escolha da pesquisa-formação no Estudo 4.

O terceiro estudo, intitulado *Análise da unidade temática Grandezas e Medidas em livros didáticos de Matemática segundo os Critérios de Idoneidade Didática*, teve como objetivo examinar quatro livros didáticos utilizados pela rede municipal de educação de Vitória da Conquista, na Bahia. As obras fazem parte da coleção *A conquista matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior (FTD, 2022), adotadas nas turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, conforme ilustra a Figura 19.

Figura 19 - Capas dos livros analisados



Fonte: Elaboração própria da montagem com as capas (2024).

O estudo dos livros didáticos foi caracterizado como pesquisa documental, a qual, segundo Sá-Silva, Almeida e Guindani (2009), fundamenta-se em materiais que ainda não foram submetidos a tratamento analítico sistemático, constituindo fontes primárias de investigação. O procedimento investigativo assumiu natureza qualitativa interpretativa, de inspiração ontossemiótica, orientado pelo referencial dos Critérios de Idoneidade Didática e por um conjunto de indicadores operacionais organizados nas seis dimensões propostas por Godino (2024):

- 1) Dimensão Epistêmica: observou-se como a unidade temática Grandezas e Medidas é apresentada nos livros analisados, considerando a adequação do conteúdo matemático ao significado de referência. Analisou-se a consistência conceitual das definições e explicações, a precisão das linguagens empregadas, a variedade de procedimentos utilizados na exposição dos conceitos e a coerência interna entre os diferentes significados das grandezas (comprimento, área, volume, capacidade etc.). Examinou-se, ainda, a articulação entre o conhecimento matemático e outras áreas do saber, bem como a presença de situações que expressem o valor cultural e aplicado das medidas;
- 2) Dimensão Ecológica: verificou-se a adequação externa do material didático ao contexto educacional e sociocultural em que será utilizado. Considerou-se a conformidade com os documentos oficiais, especialmente a BNCC (2018), a coerência com as finalidades da Educação Básica e a sensibilidade às realidades vividas pelos estudantes. Avaliou-se se os conteúdos e atividades favorecem a conexão entre o conhecimento escolar e as práticas sociais de medição;
- 3) Dimensão de Meios: analisou-se se a abordagem de Grandezas e Medidas é apoiada por recursos e instrumentos didáticos que favoreçam a mediação dos significados matemáticos. Considerou-se o uso de representações visuais, tabelas, esquemas, instrumentos de medição, tecnologias digitais, bem como a organização do tempo e das situações didáticas propostas. Avaliou-se se o livro propicia condições para que o aluno utilize tais recursos como ferramentas cognitivas, promovendo a transição entre o concreto e o simbólico;
- 4) Dimensão Interacional: examinou-se como o livro promove situações de diálogo, argumentação e colaboração entre estudantes e entre professor e alunos. Analisou-se se as atividades incentivam a comunicação matemática, a negociação de

significados e a gestão de possíveis conflitos semióticos, configurando um ambiente discursivo de construção coletiva do conhecimento;

- 5) Dimensão Cognitiva: investigou-se se as propostas favorecem a aprendizagem efetiva dos estudantes, considerando suas concepções prévias, possíveis dificuldades e a progressividade dos significados construídos. Avaliou-se a coerência entre objetivos, atividades e oportunidades de reflexão e generalização, de modo a favorecer a ampliação da zona de desenvolvimento iminente (Prestes, 2011; Godino, 2024);
- 6) Dimensão Afetiva: observou-se de que modo o material estimula o interesse, a curiosidade e o engajamento dos estudantes, promovendo atitudes positivas em relação à matemática. Considerou-se a presença de elementos que despertem o prazer de aprender e o reconhecimento das conquistas individuais e coletivas, tendo em vista que as emoções se constituem como fontes mediadoras fundamentais no processo de construção do conhecimento.

Os resultados obtidos no Estudo 3 não se encerram em si mesmos: ao revelar que o tratamento didático das Grandezas e Medidas nos livros analisados tende à fragmentação conceitual e ao privilegiamento de procedimentos algorítmicos, esse estudo lança um problema que demanda ser enfrentado também no plano da formação docente. Afinal, são os professores os mediadores primeiros entre o material curricular e os estudantes, e suas escolhas pedagógicas podem tanto reproduzir quanto superar as limitações identificadas nos livros. Nessa perspectiva, o Estudo 3 e o Estudo 4 estabelecem uma relação de continuidade analítica: o primeiro mapeia o que está disponível e como está organizado didaticamente; o segundo investiga como professores em exercício compreendem, avaliam e ressignificam esse conteúdo quando submetidos a um processo formativo orientado pelos Critérios de Idoneidade Didática. Essa articulação entre a dimensão curricular e a dimensão formativa constitui, portanto, a espinha dorsal investigativa dos dois estudos aplicados desta tese.

Para finalizar, o último estudo que compõe esta tese corresponde ao quarto artigo, intitulado *Tratamento didático das grandezas comprimento, área e volume à luz do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas*, desenvolvido com professores de Matemática em exercício e caracterizado como uma pesquisa-formação. O estudo foi realizado por meio de um curso de formação continuada denominado *Contando e Medindo*, direcionado a 6 professores do Ensino Fundamental II de uma escola pública, que aderiram voluntariamente à proposta.

De acordo com Aguiar e Rocha (1997), a pesquisa-formação é concebida como um movimento de intervenção e de análise crítica das forças sociais, históricas e políticas que atravessam o cotidiano, permitindo a reflexão sobre as práticas e os referenciais que sustentam o campo educativo. Nessa concepção, assume um caráter dinâmico e relacional, no qual os sujeitos implicados constroem significados e sentidos a partir da própria ação investigativa. Em vez de distanciar-se dos fenômenos observados para controlá-los ou explicá-los, o pesquisador se engaja no processo, formando-se e transformando-se conjuntamente aos demais participantes. Trata-se, portanto, de um percurso em que pesquisa e formação constituem um mesmo movimento de produção de saberes e de transformação subjetiva e coletiva (Paiva; Lontra, 2025).

Em diálogo com essa perspectiva, adotou-se o Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), proposto por Gusmão e Font (2020), como referência metodológica orientadora da formação e também como instrumento de produção de dados. O CEDT consiste em uma metodologia colaborativa que integra estudo teórico-prático, análise de tarefas, elaboração e experimentação de propostas de ensino, bem como reflexão coletiva sobre a prática docente. Suas etapas, interdependentes e cíclicas, compreendem diagnóstico, estudo, análise, planejamento e seleção, desenho ou concepção, implementação, avaliação e redesenho.

A aproximação entre pesquisa-formação e CEDT mostrou-se epistemologicamente coerente, uma vez que ambos assumem a formação docente como espaço de produção de conhecimento, reflexão crítica e transformação das práticas. Enquanto a pesquisa-formação enfatiza a construção coletiva de significados a partir da experiência vivida, o CEDT oferece uma estrutura metodológica que organiza esse movimento investigativo em fases que articulam teoria, prática e reflexão. Desse modo, o ciclo funcionou como eixo estruturador das atividades formativas, permitindo acompanhar processos de compreensão conceitual, decisões didáticas e interpretações produzidas pelos professores ao longo da formação.

Convém destacar que o CEDT não foi aplicado em sua integralidade. Foram mobilizadas principalmente as fases de análise, avaliação e redesenho, enquanto as demais etapas não foram desenvolvidas de forma sistemática, em razão do tempo disponível para a formação e das condições do contexto investigado. Ainda assim, elementos dessas fases emergiram nas discussões e reflexões produzidas pelos participantes, evidenciando o caráter flexível e adaptável do ciclo quando inserido em contextos reais de formação docente.

A formação *Contando e Medindo* teve duração total de oito horas, distribuídas em dois encontros presenciais, nos quais foram discutidos fundamentos teóricos, vivenciadas tarefas experimentais e analisadas possibilidades didáticas relacionadas à unidade temática

Grandezas e Medidas. Durante o processo, foram apresentados e discutidos dois artigos científicos, um referente aos Critérios de Idoneidade Didática (Paz; Alexandre; Gusmão, 2025) e outro ao Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (Gusmão; Font, 2020), disponibilizados aos participantes por meio impresso, de links e QR Codes, contribuindo para o estudo teórico que fundamentou as atividades.

Os recursos utilizados na formação continuada foram denominados Kit METAPONTO, composto por seis sequências didáticas intituladas *Minha régua, minha medida*; *A medida que não cabia: $\sqrt{2}$ e a crise da razão*; *Medir é mais irracional do que parece*; *Área: uma superfície, muitas unidades*; *Quantas pessoas cabem no nosso São João*; e *Do quadrado ao cubo, da área ao volume*. O kit incluiu ainda 52 figuras geométricas em emborrachado E.V.A., duas réguas, materiais rígidos para construção de réguas, uma trena, um compasso, um transferidor, um dado de dez faces, dezesseis cubos de madeira e um jogo didático denominado *Caminho das Medidas*, composto por tabuleiro, cartas, gabarito de respostas, pinos, calculadora, cronômetro, bloco de notas, caneta e dado. Além disso, foram utilizados artigos científicos que abordam os Critérios de Idoneidade Didática como arcabouço teórico da formação.

A Figura 20 apresenta alguns exemplos das atividades que compõem o Kit METAPONTO, utilizadas durante o percurso formativo.

Figura 20 - Algumas atividades produzidas para a formação continuada



Fonte: Elaboração própria (2024).

A mobilização do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas ocorreu principalmente nas fases de análise, avaliação e redesenho. Na fase de análise, os professores vivenciaram as tarefas do Kit METAPONTO e discutiram estratégias de resolução, dificuldades conceituais, potencialidades didáticas e possíveis relações com o contexto escolar, produzindo interpretações sobre os significados matemáticos envolvidos e sobre as escolhas pedagógicas presentes nas propostas. Esse movimento dialoga diretamente com a pesquisa-formação, na

medida em que a experiência vivida constitui o ponto de partida para a reflexão crítica sobre a prática docente.

A fase de avaliação desenvolveu-se por meio das discussões coletivas realizadas ao longo dos encontros, do questionário aplicado ao final da formação e das entrevistas semiestruturadas conduzidas posteriormente, permitindo identificar percepções dos participantes sobre a clareza das tarefas, sua pertinência para o ensino e as possibilidades de aplicação em sala de aula. Nessa etapa, os professores analisaram as propostas à luz de suas experiências profissionais, produzindo interpretações que contribuíram para a compreensão das potencialidades formativas do material.

Embora não tenha ocorrido implementação das tarefas em sala de aula com estudantes, emergiram movimentos de redesenho em nível reflexivo, quando os participantes sugeriram adaptações, variações metodológicas e possíveis formas de integração das atividades ao planejamento pedagógico. Assim, o redesenho manifestou-se como projeção didática e reflexão sobre a prática, coerente com a natureza da pesquisa-formação e com as condições do contexto investigado.

O cronograma da formação é apresentado no Quadro 18, a seguir.

Quadro 18 - Cronograma da formação Contando e Medindo

Encontros	Data	Atividades desenvolvidas	Recursos utilizados
Encontro 1	06/11/2025	Apresentação da proposta, diagnóstico inicial, estudo teórico sobre medidas e CID, vivência das primeiras sequências didáticas (Discussão teórica, construção de unidades, exploração de irracionalidade)	Kit Metaponto, materiais manipuláveis e textos teóricos
Encontro 2	13/11/2025	Continuação das atividades experimentais, jogo Caminho das Medidas, discussões coletivas e avaliação da formação (Exploração de área e volume, jogo didático, discussão coletiva).	Kit Metaponto, jogo Caminho das Medidas e instrumentos de medição.

Fonte: Elaboração própria.

O papel do professor-pesquisador consistiu em garantir a articulação entre teoria e prática, conduzir as discussões formativas, oferecer suporte aos participantes e ajustar as atividades conforme as necessidades identificadas ao longo do processo. Essa atuação caracteriza uma posição coerente com a pesquisa-formação, na qual o pesquisador participa ativamente da construção do conhecimento e das experiências formativas.

Após a realização da formação, foram convidados dois professores para entrevistas semiestruturadas, com o objetivo de compreender suas trajetórias formativas, experiências profissionais e percepções sobre a formação vivenciada. O roteiro contemplou questões

relacionadas à formação inicial, planejamento pedagógico, concepções sobre ensino de grandezas e medidas, experiências durante o curso e possíveis contribuições para a prática docente.

Para mais, fez-se uso também da observação participante. No contexto da pesquisa qualitativa a observação assume papel fundamental, pois possibilita analisar atitudes e interações dos sujeitos investigados em situações naturais (Fontana; Rosa, 2021). Minayo, Deslandes e Gomes (2016) consideram essa técnica essencial para a compreensão da realidade social, destacando sua relevância nas pesquisas qualitativas. O objetivo foi acompanhar a interação entre os professores durante as atividades e a relação estabelecida com o pesquisador, sempre em conformidade com os princípios éticos.

O registro das observações foi realizado por meio de diário de campo, contemplando dimensões descritivas e interpretativas, conforme discutem Fiorentini e Lorenzato (2009). A dimensão descritiva envolveu o registro detalhado de atividades, diálogos, gestos e procedimentos, enquanto a dimensão interpretativa buscou compreender a formação como espaço sociocultural produzido pelos sujeitos participantes.

No intuito de ampliar a produção de dados, foi aplicado um questionário disponibilizado via Google Formulários, composto por questões fechadas e uma questão aberta, permitindo registrar percepções dos professores sem a presença direta do pesquisador. Além disso, foram realizadas entrevistas semiestruturadas, modalidade que combina perguntas abertas e fechadas e permite maior flexibilidade de expressão dos participantes (Minayo; Deslandes; Gomes, 2016; Fiorentini; Lorenzato, 2009).

Todas as informações foram registradas com autorização dos participantes por meio de diário de campo, fotografias, áudios, vídeos, questionário e entrevistas, buscando acompanhar o desenvolvimento das atividades e as reflexões produzidas durante a formação.

Em relação aos aspectos éticos, o estudo respeitou os princípios estabelecidos para pesquisas envolvendo seres humanos. Conforme Minayo, Deslandes e Gomes (2016), é fundamental preservar a autonomia dos participantes e garantir o anonimato. O projeto foi submetido ao Comitê de Ética em Pesquisa da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, obtendo parecer favorável sob o número 6.296.876.

Considerados em seu conjunto, os quatro estudos que compõem esta tese configuram um percurso investigativo progressivo e articulado, cujo eixo comum é a contribuição dos Critérios de Idoneidade Didática para o ensino de Grandezas e Medidas na Educação Básica. Os dois primeiros estudos respondem à necessidade de mapear o estado do conhecimento: um pelo ângulo dos CID no campo da Educação Matemática brasileira; outro pelo ângulo das

pesquisas específicas sobre Grandezas e Medidas. Esse mapeamento não é apenas um ponto de partida formal, mas a operação que justifica os estudos seguintes e lhes confere consistência epistemológica.

Os dois estudos aplicados, por sua vez, avançam em direções complementares: a análise documental examina o tratamento didático do tema em materiais já em uso nas escolas, enquanto a pesquisa-formação investiga como professores em exercício podem ser apoiados na superação das limitações identificadas.

No âmbito do terceiro estudo, foi elaborado o Guia Analítico para Avaliação de Livros Didáticos de Matemática à luz dos Critérios de Idoneidade Didática, utilizado na análise da coleção investigada e disponibilizado no Apêndice A desse estudo. Como desdobramento dessa iniciativa e das discussões desenvolvidas acerca do significado de referência das medidas de comprimento, área e volume, foi elaborado um segundo instrumento, específico para a avaliação do tratamento didático dessas grandezas em livros didáticos de Matemática, disponibilizado no Apêndice C.

Essa progressão, do mapeamento à análise, da análise à formação, não é linear, mas dialética: cada estudo ilumina os demais e todos convergem para a compreensão de que o ensino de Grandezas e Medidas, para ser didaticamente idôneo, exige tanto materiais curricularmente bem construídos quanto docentes capazes de analisá-los criticamente e redesenhá-los com intencionalidade pedagógica.

Para finalizar, uma síntese do percurso teórico-metodológico seguido pode ser visualizada no esquema ilustrado na Figura 21, a seguir:

Figura 21 - Percurso investigativo e articulação dos estudos da tese



REFERÊNCIAS

- AGUIAR, Kátia Faria de; ROCHA, Marisa Lopes. Práticas Universitárias e a Formação Sócio-política. **Anuário do Laboratório de Subjetividade e Política**, nº ¾, p. 87-102, 1997.
- ALDER, Ken. **A medida de todas as coisas**: a odisséia de sete anos e o erro encoberto que transformaram o mundo. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.
- ALMEIDA, José Américo de. **A Paraíba e seus problemas**. João Pessoa: União Companhia Editora, 1980.
- AMARAL, Héllem; COSTA, Roberta; SIVIERI-PEREIRA, Helena de Ornellas. Artefatos culturais tecnológicos: alguns apontamentos. **Cuadernos de Educación y Desarrollo**, v. 16, n. 1, p. 3436-3460, 2024. DOI: <https://doi.org/10.55905/cuadv16n1-179>
- ARAÚJO, Jailson Cavalcante de. **Imbricações entre os campos conceituais da geometria e das grandezas e medidas no ensino e na aprendizagem da área de paralelogramos**. 2023. 464f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/54150/1/TESE%20Jailson%20Cavalcante%20de%20Ara%20c3%20bajo.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2023.
- ASANTE, Molefi Kete. **Os filósofos egípcios**: vozes ancestrais africanas de Imhotep à Akhenaten. São Paulo: Editora Ananse, 2022.
- BOALER, Jo. Open and closed mathematics: student experiences and understandings. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 29, n. 1, p. 41-62, 1998. DOI: <https://doi.org/10.2307/749717>
- BOCCATO, Vera Regina Casari. Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação. **Revista de Odontologia da Universidade Cidade São Paulo**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265-274, 2006. Disponível em: https://arquivos.cruzeirodosuleducacional.edu.br/principal/old/revista_odontologia/pdf/setembro_dezembro_2006/metodologia_pesquisa_bibliografica.pdf. Acesso em: 12 dez. 2023.
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Editora Blucher, 2018.
- BRASIL. **Constituição política do Império do Brasil, de 25 de março de 1824**. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1824. Disponível em: <https://bd.camara.leg.br/bd/bitstreams/77fdc4fb-4005-4eff-95fa-1db650bd3248/download>. Acesso em: 25 set. 2025.
- BRASIL. **Lei nº 1.157, de 26 de junho de 1862**. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1862. Disponível em: https://www.camara.leg.br/Internet/InfDoc/conteudo/colecoes/Legislacao/leis1862/leis%201862_01.pdf#page=8. Acesso em: 25 set. 2025.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 28 jun. 2024.

BREDA, Adriana *et al.* Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. **Transformación**, v. 14, n. 2, p. 162-176, 2018. Disponível em: <http://scielo.sld.cu/pdf/trf/v14n2/trf03218.pdf>. Acesso em: 19 maio 2024.

BREDA, Adriana; FONT, Vicenç.; LIMA, Valderez Marina do Rosário. A noção de Idoneidade didática e seu uso na formação de professores de Matemática. **JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, 2015. Disponível em: https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/8814/2/A_nocao_de_idoneidade_didatica_e_seu_uso_na_formacao_de_professores_de_matematica.pdf. Acesso em: 19 maio 2024.

CAPRA, Fritjof. **A teia da vida: uma nova compreensão científica dos sistemas vivos**. São Paulo: Editora Cultrix, 2006.

CARDOSO, Ciro Flamarion S. **O Egito Antigo**. São Paulo, Brasiliense, 2012.

CHAMORRO, María del Carmen; BELMONTE GÓMEZ, Juan M. **El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales**. Madri: Síntesis, 1991.

CHEVALLARD, Yves. Sobre a teoria da transposição didática: algumas considerações introdutórias. **Revista de educação, ciências e Matemática**, v. 3, n. 2, 2013. Disponível em: <https://publicacoes.unigranrio.edu.br/recm/article/view/2338/1111>. Acesso em: 24 dez. 2024.

COSTA, Iraci del Nero da. Pesos e medidas no período colonial brasileiro: denominações e relações. **Boletim de História Demográfica**, Year, v. 1, 1994. Disponível em: <https://www.ipeadata.gov.br/doc/pesos%20e%20medidas%20no%20periodo%20colonial%20brasileiro.pdf>. Acesso em: 23 jan. 2024.

CREASE, Robert P. **A medida do mundo**. Tradução de George Sclesinger. Rio de Janeiro, Zahar, 2013.

CRESWELL, John W.; CRESWELL, J. David. **Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Porto Alegre: Penso Editora, 2021.

DELEUZE, Gilles. **Diferença e repetição**. 3. ed. Editora Paz e Terra, 2021.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática - Elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019.

ENES, Thiago. **De Como Administrar Cidades e Governar Impérios: almotaçaria portuguesa, os mineiros e o poder**. 2010. 302f. Dissertação (Mestrado em História) – Instituto de Ciências Humanas e Filosofia. Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2010. Disponível em: <https://www.historia.uff.br/academico/media/aluno/1293/projeto/Dissert-thiago-nicodemos-enes-dos-santos.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2025.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Editora da UNICAMP, 2005.

FARIAS, Carlos Aldemir; ALMEIDA, Maria da Conceição de. **Educação e saberes da tradição**. 1. ed. São Paulo: LF Editorial, 2025.

FELIX, Júlio César. **A metrologia no Brasil**. Rio de Janeiro: Qualitymark Editora Ltda, 1995.

FIBONACCI, Leonardo. Tradução de Laurence Sigler. **Liber Abbaci**. Ed. Springer, 2002. (Publicado originalmente em 1202)

FIORENTINI, Dario. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo Carvalho (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 6. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. p. 53-86.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores associados, 2009. (Coleção formação de professores).

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed editora, 2008.

FONTANA, Felipe; ROSA, Marcos Paulo. Observação, questionário, entrevista e grupo focal. In: JÚNIOR, Carlos Alberto de Oliveira Magalhães; BATISTA, Michel Corci. **Metodologia da pesquisa em educação e ensino de ciências**. 1. ed. Maringá, PR: Gráfica e Editora Massoni, 2021.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**. 1. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2021.

FREUDENTHAL, Hans. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Hingham, US: Kluwer Academic Publishers, 2002.

FRIED, Michael N. Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? **Science & Education**, v. 10, n. 4, p. 391-408, 2001.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A rainha das ciências**. Editora Livraria da Física, 2011.

GODINO, Juan Díaz. **Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones**. Editorial Aula Magna, Proyecto clave McGraw Hill, 2024.

GODINO, Juan Díaz; BATANERO, Carmen; ROA, Rafael. **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros**. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf. Acesso em: 25 nov. 2022.

GUERIN, Cally. The PhD by publication: A student's perspective. **Teaching in Higher Education**, v. 22, n. 1, p. 1-12, 2017.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. **Em cartaz: razão e emoção na sala de aula**. 1. ed. Vitória da Conquista, BA: Edições UESB, 2009. 208 p.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; FONT, Vicenç. Ciclo de estudo e desenho de tarefas
Study and Task Design Cycle. **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 22, n. 3, p. 666-697, 9 jan. 2020. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697>

HAQUIN, Dominique Manghi *et al.* Leer para aprender a partir de textos multimodales: los materiales escolares como mediadores semióticos. **Revista de estudios y experiencias en educación**, v. 12, n. 24, p. 77-91, 2013. Disponível em: <https://www.rexe.cl/index.php/rexe/article/view/68>. Acesso em: 10 nov. 2022.

JOFFILY, Geraldo Irenêo. O quebra-quilo. A revolta dos matutos contra os doutores (1874). **Revista de História**, São Paulo, v. 54, n. 107, p. 69-145, 2023. Disponível em: <https://revistas.usp.br/revhistoria/article/view/78552>. Acesso em: 15 jan. 2024.

KAMLER, Barbara. Rethinking doctoral publication practices: Writing from and beyond the thesis. **Studies in Higher Education**, v. 33, n. 3, p. 283-294, 2008.

KULA, Witold. **Las medidas y los hombres**. Siglo XXI, 1999.

LIMA, Luciano Mendonça de. **Derramando susto: os escravos e o Quebra Quilos em Campina Grande**. Campina Grande, PB: Editora da Universidade Federal de Campina Grande, 2006.

LIMA, Valéria Vernaschi. Espiral construtivista: uma metodologia ativa de ensino-aprendizagem. **Interface-Comunicação, Saúde, Educação**, v. 21, p. 421-434, 2016. Disponível em: https://www.scielo.org/article/ssm/content/raw/?resource_ssm_path=/media/assets/icse/v21n61/1807-5762-icse-1807-576220160316.pdf. Acesso em: 20 mar. 2025.

MARTINS, Lígia Márcia; RABATINI, Vanessa Gertrudes. A concepção de cultura em Vigotski: contribuições para a educação escolar. **Revista Psicologia Política**, v. 11, n. 22, p. 345-358, 2011. Disponível em: <https://pepsic.bvsalud.org/pdf/rpp/v11n22/v11n22a11.pdf>. Acesso em: 13 mar. 2023.

MEIRELES, Rute Ribeiro. **Formação continuada online em exercício: professoras dos anos iniciais e o desenvolvimento do conhecimento sobre geometria, grandezas e medidas**. 2023. 175f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica / Nova Iguaçu, 2023. Disponível em: <https://rima.ufrj.br/jspui/bitstream/20.500.14407/21259/1/2023%20-%20Rute%20Ribeiro%20Meireles.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2024.

MINAYO, Maria Cecília de Souza; DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016. (Série Manuais Acadêmicos)

MORAIS, Leonardo Bernardo de. **Grandezas e medidas no ensino fundamental brasileiro**. 2022. 185f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/jspui/bitstream/123456789/54864/1/TESE%20Leonardo%20Bernardo%20de%20Morais.pdf>. Acesso em: 10 maio 2023.

MORGADO, Augusto César; WAGNER, Eduardo; CARVALHO, Paulo César Pinheiro. **Combinatória**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2004.

MOYON, Marc. **O Liber Abbaci de Fibonacci**: das matemáticas medievais para o ensino atual. Trad. Iran Abreu Mendes e Lorena Mendes Cavalcante. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2025.

NIVEN, Ivan. **Números**: racionais e irracionais. Tradução de Renata Watanabe. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

OLIVEIRA, Augusto José. Franco de. **Dedekind e os números**: antologia de textos fundacionais de Richard Dedekind. 1. ed. São Paulo, SP: Livraria da Física, 2022.

PAIVA, Marilza Maia de Souza de; LONTRA, Viviane. A perspectiva (auto)biográfica e a narrativa de si como caminho de formação. In: FARIAS, Isabel Maria Sabino de; HOBOLD, Márcia de Souza; CRUZ, Giseli Barreto (Orgs.). **Pesquisa-formação e indução docente**. Curitiba: Paco e Littera, 2025. p. 31-46.

PALTRIDGE, Brian; STARFIELD, Sue. **The PhD by publication in the humanities and social sciences**. London: Routledge, 2016.

PAUCTON, Alexis Jean Pierre. **Métrologie, ou traité des mesures, poids et monnoies des anciens peuples & des modernes**. Legare Streer Press, 2023.

PAZ, Vinicyus Alves da Silva; ALEXANDRE, José; GUSMÃO, Tania Cristina Rocha Silva. Poliedros Platônicos “puxe para cima”: análise de uma tarefa utilizando os Indicadores de Desenho de Tarefas. **Caderno Pedagógico**, [S. l.], v. 22, n. 12, p. e21080, 2025. DOI: 10.54033/cadpedv22n12-306. Disponível em: <https://ojs.studiespublicacoes.com.br/ojs/index.php/cadped/article/view/21080>. Acesso em: 30 out. 2025.

PESSOA, Fernando. **Navegar é preciso**. Editora Bibliomundi, 2022.

PIZZANI, Luciana *et al.* A arte da pesquisa bibliográfica na busca do conhecimento. **RDBCI: Revista Digital de Biblioteconomia e Ciência da Informação**, v. 10, n. 2, p. 53-66, 2012. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/rdbci/article/view/1896/pdf_28. Acesso em: 12 jul. 2023.

POLICASTRO, Milena Soldá. **Conhecimento especializado do professor nos tópicos de divisão e do tema de medida**: abordagem para uma teorização de conexões matemáticas. 2021. 288f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2021. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/1235691>. Acesso em: 15 fev. 2023.

PRESTES, Zoia Ribeiro. **Quando não é a mesma coisa**: análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil: repercussões no campo educacional. 2011. 295f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2011. Disponível em: https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/9123/1/2010_ZoiaRibeiroPrestes.pdf. Acesso em: 19 dez. 2022.

ROCHA-FILHO, Romeu Cardozo. **Grandezas e Unidades de Medida**: O Sistema Internacional de Unidades. São Paulo: Ática, 1988.

SABEL, Eduardo. **Materiais manipulativos no ensino do sistema de numeração decimal em livros didáticos dos anos iniciais**: uma análise epistêmica na perspectiva ontossemiótica. 2025. 182f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2025. Disponível em:

<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/267904/PECT0635-T.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos. **A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental**: atividades fundamentadas na história da matemática. 2014. 317f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014. Disponível em:

https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/22223/1/2014_EdileneSimoesCostadosSantos.pdf. Acesso em: 10 mar. 2023.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristóvão Domingos de; GUINDANI Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista brasileira de história & ciências sociais**, v. 1, n. 1, p. 1-15, 2009. DOI: <https://doi.org/10.63595/rbhcs.v1i1.10351>

SECRETO, María Verónica. **(Des) medidos**: a revolta dos Quebra-Quilos (1874-1876). Rio de Janeiro: Mauad X, 2011.

SENZAKI, Noemia Naomi. **Conceitos de área e de perímetro**: um estudo metanalítico. 2019. 186f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em:

<https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/22514/2/Noemia%20Naomi%20Senzaki.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2023.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-92, 2000. Tradução de Jonei Cerqueira Barbosa.

SKOUMPOURDI, Chrysanthi. Non-standard and standard units and tools for early linear measurement. In: MAJTATSIS, Bozena; TATSIS, Konstatinos; SWOBODA, Ewa (Eds.). **CME Mathematics in the Real World**. Poland: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, 2018. p. 174-183.

SILVA, Irineu da. **História dos Pesos e Medidas**. 2. ed. São Carlos: Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2010. V. 1. 207p.

SILVA, José Valério Gomes da. **Grandezas e medidas**: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional. 2016. 427f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4249014. Acesso em: 30 jun. 2024.

VAZ, Rafael de Oliveira. **Antecedentes do Sistema Métrico Decimal no Brasil**: O Artigo “Memória sobre a Adopção do Systema Métrico no Brazil e de uma Circulação Monetária Internacional”(1859), de Cândido Batista de Oliveira. Rio de Janeiro: Editora da UFRJ, 2012.

VECE, Janaina Pinheiro. **Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização**: suas tecituras em currículos prescritos de matemática. 2020. 217f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e

Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://repositorio.cruzeirosul.edu.br/server/api/core/bitstreams/e48f2807-babc-468f-94cc-fbfa32765879/content>. Acesso em: 18 mar. 2023.

VIANA, Mário. **Novos estudos de história metrológica (séculos XIV-XX)**. Ponta Delgada: Centro de Estudos Humanísticos, 2017.

VITRÚVIO. **Tratado de Arquitetura**. Tradução de Manuel Justino Maciel. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2019.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron; SANT'ANNA, Nádia Aparecida dos Santos. **Pesos e medidas do Brasil Colonial, tradição e cultura nos dias atuais: um novo tema para as aulas de Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2017.

PARTE II

5 ARTIGO 1

O USO DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA NAS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE O ENSINO DE MATEMÁTICA⁶⁰

Resumo: Este artigo apresenta uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) sobre o uso dos Critérios de Idoneidade Didática (CID), vinculados ao Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), em teses, dissertações e artigos científicos na área de Educação Matemática. A investigação busca responder: “Qual o uso dos CID nas teses, dissertações e artigos científicos analisados?”. Foram consultados teses, dissertações e artigos nos repositórios da CAPES e BDTD, publicados até 19 de maio de 2024, utilizando descritores como “Critérios de Idoneidade Didática” e “Adequação Didática”, resultando na seleção de 52 trabalhos. Os resultados indicam que os CID são aplicados predominantemente na formação de professores, na construção de sequências didáticas, na avaliação de tarefas e na reflexão crítica sobre práticas docentes. Apesar de ainda pouco explorados, observou-se crescimento do interesse por essa abordagem, com aplicações que vão do ensino de conteúdos, como trigonometria, via histórias em quadrinhos, à gamificação e análise de materiais curriculares. Identificou-se também aplicação fora da matemática, em um curso de medicina, reforçando seu potencial transdisciplinar. Os resultados apontam que os CID constituem ferramenta teórico-metodológica que possibilita práticas de ensino mais contextualizadas e críticas, contribuindo para a formação de estudantes reflexivos e para estratégias pedagógicas que tornem a matemática mais acessível e conectada à realidade dos estudantes.

Palavras-chave: Critérios de idoneidade didática. Enfoque ontossemiótico. Educação matemática. Revisão sistemática de literatura. Formação de professores.

1 INTRODUÇÃO

A sociedade dinâmica da terceira década do século XXI tem demandado do professor novas habilidades para potencializar o processo de ensino e aprendizagem em sala de aula. Nesse contexto, diferentes perspectivas teóricas vêm sendo mobilizadas com o intuito de oferecer fundamentos que possibilitem ao professor de Matemática reestruturar e qualificar sua prática didática. Entre essas perspectivas, destacam-se os Critérios de Idoneidade Didática (CID), vinculados ao Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS).

No modelo teórico proposto por Godino (2024), a Idoneidade Didática é compreendida como uma construção multidimensional, organizada com base em seis dimensões inter-relacionadas: epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e

⁶⁰ Este artigo foi publicado na *Revista Educação em Páginas*, v. 5, n. 5, e18731, 2026. DOI: [10.22481/redupa.v5i5.18731](https://doi.org/10.22481/redupa.v5i5.18731).

emocional (afetiva). As quatro primeiras vinculam-se predominantemente às condições e à organização do ensino, enquanto as duas últimas dizem respeito aos processos de aprendizagem, em suas dimensões cognitiva e emocional (afetiva). Essa organização explicita a compreensão de que a aprendizagem constitui resultado das condições didáticas estruturadas no processo de instrução.

Cada uma dessas dimensões se materializa por meio de critérios que funcionam como referências para a análise do processo instrucional, permitindo problematizar a coerência dos significados matemáticos mobilizados, a articulação com o contexto institucional, a adequação dos recursos utilizados, a qualidade das interações estabelecidas, as possibilidades cognitivas dos estudantes e o envolvimento afetivo no processo de estudo. A idoneidade didática, nesse sentido, não decorre da maximização isolada de cada dimensão, mas do equilíbrio relacional estabelecido entre elas ao longo do processo educativo.

No âmbito internacional, Malet, Giacomone e Repetto (2021) realizaram um estudo de caráter meta-analítico no qual examinaram 85 trabalhos publicados entre 2005 e 2020 que mobilizaram a Idoneidade Didática como ferramenta teórico-metodológica. Os autores identificaram diferentes categorias de uso da ferramenta, destacando sua aplicação na valoração de processos de estudo e na formação de professores, evidenciando a consolidação progressiva da Idoneidade Didática como instrumento analítico na pesquisa em Educação Matemática.

No contexto brasileiro, estudos como os de Breda, Bolondi e Silva (2021) e Silva *et al.* (2023) analisaram produções acadêmicas relacionadas ao Enfoque Ontossemiótico, apontando a centralidade dos Critérios de Idoneidade Didática na formação de professores e em processos de reflexão sobre a prática docente. Tais investigações oferecem contribuições relevantes para a compreensão do desenvolvimento do EOS e da Idoneidade Didática no Brasil.

Entretanto, considerando o crescimento recente das pesquisas que utilizam os Critérios de Idoneidade Didática e a ampliação de seu uso em diferentes níveis e contextos de ensino, mostra-se pertinente uma revisão sistemática voltada ao mapeamento de teses, dissertações e artigos científicos que mobilizam essa ferramenta teórico-metodológica, com recorte temporal atualizado até 2024. Tal iniciativa permite identificar tendências investigativas, recorrências, lacunas e possibilidades de aprofundamento no cenário nacional, dialogando com o panorama internacional já delineado por Malet, Giacomone e Repetto (2021).

Diante desse cenário, esta pesquisa foi orientada pela seguinte questão: *qual o uso dos Critérios de Idoneidade Didática em teses, dissertações e artigos científicos na área de Educação Matemática?*

2 ITINERÁRIO METODOLÓGICO

É essencial, no início de uma pesquisa, o investigador identificar, através de uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), os principais trabalhos em sua área de interesse, avaliando a necessidade de novos estudos para complementarem os tópicos os quais ainda não foram devidamente analisados.

Segundo Galvão e Ricarte (2019), a RSL é uma modalidade de pesquisa bem rigorosa, pois é orientada por protocolos particulares, a fim de compreender e dar coerência ao corpus documental. Ademais, ela tem por essência a possibilidade de replicação a ser realizada por outros pesquisadores. Ainda, consoante os autores supracitados, a RSL é de cunho científico, constituída de objetivos, perguntas de pesquisa, procedimentos metodológicos, resultados e conclusão, fornecendo mais qualidade ao trabalho do pesquisador.

Isto posto, a RSL foi organizada, inspirada no protocolo PRISMA 2020, conforme organograma exposto no Quadro 1, a seguir:

Quadro 1 - Protocolo para a Revisão Sistemática de Literatura (RSL)

OBJETIVO	
Analisar o uso dos Critérios de Idoneidade Didática em teses, dissertações e artigos científicos recuperados nas bases BDTD, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES, no sentido de orientar e/ou valorar processos de estudo, bem como identificar os critérios e componentes mais mobilizados nas teses de doutorado analisadas.	
BASES DE PESQUISA	
Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; Portal de Periódicos da CAPES.	
PROCEDIMENTOS DE BUSCA	
Descritores: “critérios de idoneidade didática”, “idoneidade didática”, “critérios de adequação didática” e “adequação didática”	
CRITÉRIOS DE TRIAGEM	
Critérios de Inclusão: I ₁ . Teses e Dissertações nacionais baseadas nos Critérios de Idoneidade Didática no âmbito da Educação Matemática; I ₂ . Artigos nacionais publicados em periódicos com Qualis A ou B; I ₃ . Artigos sobre os Critérios de Idoneidade Didática publicados em periódicos estrangeiros e indexados no Portal de Periódicos da CAPES, em razão de sua acessibilidade à comunidade acadêmica brasileira.	Critérios de Exclusão: E ₁ . Trabalhos incompletos ou sem divulgação permitida; E ₂ . Trabalhos repetidos nas bases pesquisadas; E ₃ . Tema não responde à questão de pesquisa; E ₄ . Dissertações e Teses não divulgadas na BDTD, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES; E ₅ . Artigos em periódicos nacionais ou internacionais não revisados por pares.

APRESENTAÇÃO DO RESULTADO DE BUSCA
Disponibilizar em uma tabela todos os trabalhos selecionados.
TRATAMENTO DOS DADOS E DISCUSSÃO
Analisar todas as teses, dissertações e artigos selecionados na etapa de triagem, com o objetivo de identificar a relevância, a qualidade e as contribuições de cada estudo para a compreensão do uso dos Critérios de Idoneidade Didática na Educação Matemática.

Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base em Page *et al.* (2022) e Sampaio e Mancini (2007).

Mesmo tendo ciência de que a declaração PRISMA 2020 foi elaborada com foco principal em revisões sistemáticas na área da saúde, ela também pode ser utilizada em revisões que abordam intervenções de natureza social ou educacional, uma vez que seus itens são aplicáveis a diferentes contextos de pesquisa (Page *et al.*, 2022).

É preciso destacar que a RLS contou com a Análise de Conteúdo (AC) de Bardin. Autores como Minayo, Deslandes e Gomes (2016) consideram a AC um procedimento que permite ao pesquisador observar mais profundamente os conteúdos expressados, ultrapassando as informações dadas.

Desse modo, foram feitas buscas no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), no Catálogo de Teses e dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e no Portal de Periódicos da CAPES, mapeando trabalhos publicados até 19 de maio de 2024 e utilizando aspas duplas nos descritores visando refinar as buscas.

Por intermédio da Revisão Sistemática de Literatura (RSL), revisitaram-se teses e dissertações nacionais, bem como artigos científicos que assumiram como base teórica os Critérios de Idoneidade Didática (CID). Para esse fim, utilizaram-se os descritores “Critérios de Idoneidade Didática”, “Idoneidade Didática”, “Critérios de Adequação Didática” e “Adequação Didática” nas bases BDTD, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES. Esclarece-se que o termo “adequação” corresponde à tradução para o português da palavra espanhola *idoneidad*, razão pela qual foi incluído entre os descritores empregados na busca.

Assim sendo, foram obtidos, entre teses, dissertações e artigos, 138 resultados, conforme sintetizado na Tabela 1, a seguir:

Tabela 1 - Resultado das buscas realizadas na BDTD, Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES (sem a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão)

DESCRITORES EMPREGADOS E RESULTADOS OBTIDOS			
DESCRIPTOR	RESULTADOS OBTIDOS		
	BDTD	CAPES	Periódicos da CAPES
“critérios de idoneidade didática”	2	13	18
“idoneidade didática”	7	17	39
“critérios de adequação didática”	0	0	5
“adequação didática”	10	8	19
TOTAL	19	38	81

Fonte: Organizada pelo primeiro autor com base nas buscas na BDTD, Catálogo da CAPES e Portal de Periódicos da CAPES/2024.

3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Inicialmente, a busca foi realizada no site da BDTD, usando o descritor “critérios de idoneidade didática”. Nesse processo obteve-se apenas três trabalhos. Ao utilizar o descritor “idoneidade didática”, a busca resultou em sete trabalhos. Ao usar o descritor “critérios de adequação didática”, não se obteve nenhum trabalho. Porém, utilizando o descritor “adequação didática”, foram obtidos dez resultados, totalizando, na BDTD, 19 textos.

Pelo critério de exclusão E₂, houve a eliminação de três trabalhos e, pelo E₃, mais seis pesquisas foram excluídas, restando dez textos, sendo quatro teses e seis dissertações.

Após uma busca escassa na BDTD, foi acessado o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES. Para a primeira busca no catálogo utilizou-se o descritor “critérios de idoneidade didática”, encontrando 13 resultados; o descritor “idoneidade didática” apresentou 17 trabalhos; a busca por “critérios de adequação didática” não resultou em trabalho algum e, finalizando a busca no Catálogo de Teses, o descritor “adequação didática” resultou em oito estudos, totalizando 38 pesquisas.

Pelo critério de exclusão E₁, retirou-se quatro trabalhos; utilizando o critério E₂, excluiu-se 19 estudos; já com o critério E₃, foram eliminadas quatro pesquisas, permanecendo 11, das quais duas são teses e nove são dissertações.

Após a realização de uma leitura flutuante (Bardin, 2021) nos trabalhos encontrados na BDTD e no Catálogo CAPES, com a utilização dos critérios de inclusão e de exclusão, foi concebido um corpus com 21 trabalhos, sendo seis teses e 15 dissertações (Tabela 2).

Tabela 2 - Resultado das buscas realizadas na BDTD e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão)

Plataforma Descritor	 Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações		 Catálogo de Teses e Dissertações	
	Teses	Dissertações	Teses	Dissertações
Critérios de idoneidade didática	0	2	0	7
Idoneidade didática	2	3	0	0
Critérios de adequação didática	0	0	0	0
Adequação didática	2	1	2	2
Total	4	6	2	9

Fonte: Organizada pelo primeiro autor com base nas buscas na BDTD e Catálogo da CAPES/2024

Embora a busca por teses e dissertações tenha sido satisfatória, para uma maior compreensão da utilização dos Critérios de Idoneidade Didática torna-se importante analisar também os artigos científicos publicados em periódicos especializados.

Os artigos desempenham um papel fundamental no avanço do conhecimento científico, haja vista seu potencial em fornecer à comunidade científica resultados de pesquisas desenvolvidas ou em desenvolvimento e com achados interessantes, os quais devem ser compartilhados, visando, entre diversos benefícios, compartilhar a visão de outros pesquisadores, com o intuito de contribuir com o desenvolvimento dos próximos passos do estudo.

Ademais, há a possibilidade de o trabalho ser revisado por pares, isto é, os artigos acadêmicos, publicados em periódicos bem-conceituados, são submetidos ao crivo de pesquisadores especialistas na área do estudo, visando atestar a qualidade e correção das informações evidenciadas nos artigos.

Assim sendo, foi acessado o Portal de Periódicos da CAPES. Ao utilizar o descritor “critérios de idoneidade didática” foram encontrados 18 trabalhos. Empregando o descritor “idoneidade didática” foram encontrados 39 artigos. Ao usar o descritor “critérios de adequação didática” foram obtidas cinco pesquisas. Além disso, ao usar o descritor “adequação didática” foram alcançados 19 resultados, totalizando, no Portal de Periódicos, 81 textos.

Adotou-se o mesmo procedimento das buscas anteriores (ler todos os resumos, buscando o motivo de incluir ou não). Pelo critério de exclusão E₁ eliminou-se 2 artigos; utilizando o critério E₂, retirou-se 40 trabalhos; com o critério de exclusão E₃, foram excluídas

oito pesquisas, mantendo-se 30 artigos, além de uma tese. Cumpre salientar que a tese consta nos resultados das buscas no Portal de Periódicos, por isso está presente na Tabela 3, adiante, ainda que esse portal seja direcionado para Artigos Científicos.

Tabela 3 - Resultados das buscas realizadas no Portal de Periódicos da CAPES (após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão)

Plataforma Descritor		
	Artigos	Teses
Critérios de idoneidade didática	12	1
Idoneidade didática	13	0
Critérios de adequação didática	2	0
Adequação didática	3	0
Total	30	1

Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas no Portal de Periódicos da CAPES/2024.

Após todas as buscas, foram selecionados 52 trabalhos, sendo sete teses de doutorado, 15 dissertações de mestrado e 30 artigos de periódicos. Posteriormente, todos os trabalhos selecionados foram baixados (ver Apêndice) para uma análise mais aprofundada. Inspirados em Bardin (2021), fez-se uso da *regra de pertinência*, retendo os trabalhos que utilizam os Critérios de Idoneidade Didática, como fonte de informações, correspondendo aos objetivos da análise, além de usar a *regra da homogeneidade*, pois os documentos preservados são homogêneos, isto é, circundam sobre o mesmo tema, sob olhares de diversos pesquisadores.

No Quadro 2, abaixo, seguem os trabalhos, classificados por T_n (tese de doutorado número n) e D_n (dissertação de mestrado número n).

Quadro 2 - Pesquisas selecionadas após a busca nas plataformas BDTD e Catálogo da CAPES

Tipo Tese/ Dissertação	Ano	Título	Autor(a)
T_1	2021	Um estudo ontossemiótico sobre os conhecimentos didático-matemáticos de aplicações da integral definida com estudantes de matemática	Mota, Janine Freitas
T_2	2019	Conhecimentos didático-matemáticos do professor de matemática para o ensino de números racionais	Carpes, Patrícia P. Goulart

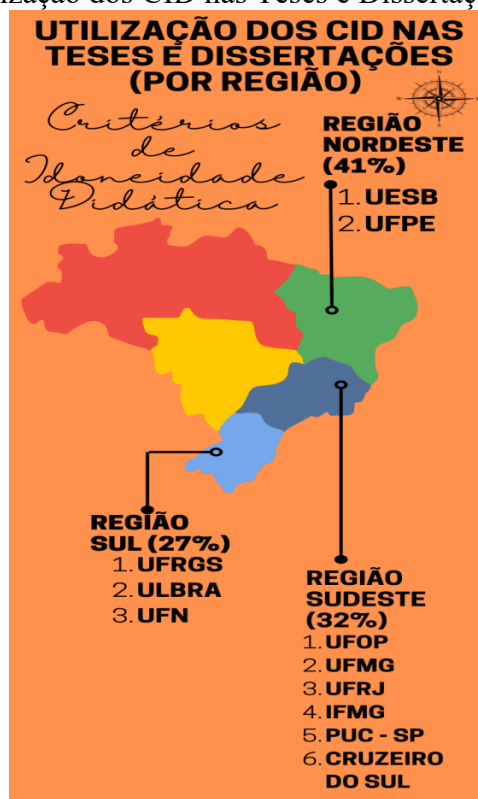
T ₃	2019	O estudo de funções no ensino médio: uma investigação sob a perspectiva do enfoque ontossemiótico do conhecimento e da instrução matemática	Ninow, Valmir
T ₄	2019	Estudo de combinatória no ensino médio à luz do enfoque ontossemiótico: o que e por que priorizar no livro didático e nas aulas?	Rocha, Cristiane de Arimatéa
T ₅	2016	Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do enfoque ontosemiótico	Soares, Maria Elaine dos Santos
T ₆	2012	A produção de significados matemáticos em um contexto de aulas exploratório-investigativas	Ferreira, Adriana Assis
D ₁	2023	Probabilidade subjetiva no ensino médio: constituição de indicadores epistêmicos e o conhecimento de estudantes	Silva, Anderson R. Oliveira da
D ₂	2022	O livro aberto de matemática: uma análise sobre as atividades que contém gráficos estatísticos	Costa, Pedro G. Batista da
D ₃	2022	Critérios de idoneidade didática mobilizados por futuros professores de matemática na elaboração de um plano de aula, envolvendo a perspectiva do trabalho em grupo	Frade, Iara Maria Soares de Assis
D ₄	2022	O estudo de aula no contexto da formação de professores na educação popular: uma análise a partir dos critérios de idoneidade didática	Franzen, Thor
D ₅	2022	Critérios de idoneidade didática evidenciados em um processo formativo com futuros professores de matemática, pautado na elaboração de um plano de aula na perspectiva da gamificação	Martins, Amanda Cristina
D ₆	2022	A gestão do planejamento de tarefas matemáticas sob o olhar do coordenador pedagógico	Santos, Josuelto Lopes dos
D ₇	2022	Educação financeira no âmbito da formação de professores: uma discussão baseada na noção de adequação didática	Silva, Ygor Bruno Fernandes da
D ₈	2021	Probabilidade em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental: uma análise com os critérios de idoneidade epistêmica	Silva, Diógili Vicente da
D ₉	2021	Tomada de consciência e a aprendizagem docente: análises da reflexão no contexto da abordagem de desenvolvimento profissional dos estudos de aula de matemática	Vieira, Ianne Ely Godoi
D ₁₀	2020	Análise da geometria na coleção de livros didáticos de matemática do ensino técnico integrado ao médio do centro Paula Souza	Ferreira, Renata Barbosa
D ₁₁	2019	A relação professor-materiais curriculares no ensino de matemática: uma análise sob a perspectiva ontossemiótica	Gomes, Geisa Pereira
D ₁₂	2019	A gestão de tarefas matemáticas por professores dos anos iniciais do ensino fundamental	Pereira, Lindomar S. Aranha
D ₁₃	2019	Entre palavras, quadros e números: uma análise ontossemiótica da construção do conceito de razões trigonométricas com a utilização de histórias em quadrinhos	Vasconcelos, Danilo Monteiro de
D ₁₄	2018	Materiais curriculares educativos de matemática do pacto/Pnaic: um olhar desde os critérios de idoneidade didática	Souza, Janaína Melo
D ₁₅	2017	O desenvolvimento da percepção de espaço na criança da educação infantil: o papel das tarefas	Moreira, Celma Bento

Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas na BDTD e Catálogo da CAPES/2024.

Diante do exposto, verificou-se que os Critérios de Idoneidade Didática já apresentam potenciais núcleos de estudo em algumas universidades brasileiras, especialmente na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB) e na Universidade Federal de

Pernambuco (UFPE), que, juntas, concentram 41% dos trabalhos acadêmicos selecionados na revisão.

Figura 1 - Utilização dos CID nas Teses e Dissertações (por região)



Fonte: Elaborada pelo primeiro autor no Canva.

No Quadro 3 seguem os artigos⁶¹, classificados por A_n (artigo científico número n).

Quadro 3 - Artigos selecionados após a busca no Portal de Periódicos da CAPES

Tipo Artigo/ Tese	Ano	Título	Autores (as)
T ₇	2016	Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado PROFMAT no Rio Grande Do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso	Breda, Adriana
A ₁	2024	Contribuições do (re)desenho de tarefas para a formação de professores de matemática	Sousa, Jorge Ramos; Gusmão, Tania C. R.S.
A ₂	2024	Guía de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de la diferencial	Verón, Manuel Alejandro; Giacomone, Belén; Pino-Fan, Luis Roberto
A ₃	2023	Ensino profissional: à descoberta do erro nos gráficos estatísticos	Bogas, Helena; Morais, Eva; Nascimento, Ma Manuel.
A ₄	2023	Significados parciales del teorema de pitágoras usados por docentes en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua	Calle, Eulalia; Breda, Adriana; Font, Vicenç

⁶¹ Na busca realizada no Portal de Periódicos da CAPES identificou-se uma tese que não havia sido localizada nas buscas anteriores, a qual foi classificada como T7.

A ₅	2023	Idoneidad didáctica de lecciones de proporcionalidad en libros de texto: una experiencia de análisis con maestros en formación	Céspedes, Maria José Castillo; Navarro, Ma Burgos
A ₆	2023	Análisis didáctico de materiales curriculares por futuros profesores	Cotrado, Bethzabe; Burgos, Ma Eugénia; Pellicer, Pablo; Castro, Alfredo
A ₇	2023	Idoneidade didática na formação de professores: análise do ensino de estatística por meio de projetos	Samá, Suzi; Amorim, Marta Élid; Batanero, Carmen
A ₈	2023	(Re)desenho de tarefas matemáticas à luz dos critérios de idoneidade didática e criatividade	Sousa, Adriana Santos; Gusmão, Tania C. R. Silva
A ₉	2023	O programa residência pedagógica como espaço formativo e de mobilização do conhecimento didático-matemático: perspectivas teóricas e metodológicas	Tinti, Douglas da Silva; Silva, José Fernandes da
A ₁₀	2022	Guía de análisis de lecciones de libros de texto de matemáticas en el tema de proporcionalidad	Céspedes, Ma Castillo; Navarro, Ma Burgos; Godino, Juan Díaz
A ₁₁	2022	Criterios que guían la práctica del profesor de matemáticas en cursos de ciencias básicas para ingeniería	Garcés-Córdova, Walmer; Font-Moll, Vicenç
A ₁₂	2021	Valoración y rediseño de una unidad Sobre proporcionalidad, utilizando la Herramienta idoneidad didáctica	Esqué de lo Sojos, Daniel; Breda, Adriana
A ₁₃	2021	A relação professor-materiais curricular de matemática	Gomes, Geisa P.; Gusmão, Tania C R S; Moll, Vicenç Font; Eugênio, B. Gonçalves
A ₁₄	2021	Ciclo de estudo e desenho de tarefas	Gusmão, Tania C R S; Moll, Vicenç Font
A ₁₅	2021	Reflexão de uma futura professora sobre o ensino de álgebra através da modelagem matemática	Ledezma, Carlos; Breda, Adriana; Sánchez, Alígia
A ₁₆	2021	Criterios de idoneidad emitidos por futuros maestros de primaria en la valoración de vídeos educativos de matemáticas	Navarro, M Burgos; Céspedes, Maria José Castillo
A ₁₇	2021	Dimensão afetiva e epistêmica da idoneidade didática na formação inicial de professores que ensinam estatística	Samá, Suzi; Amorim, Marta Élid
A ₁₈	2020	Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el lesson study	Hummes, Viviane B; Breda, Adriana; Seckel, M José; Moll, Vicenç Font
A ₁₉	2020	Valoración de una experiencia de enseñanza de la desviación estándar a través de la idoneidad didáctica	Pallauta, Jocelynd; Barraza, Daniela Bonilla; Ballejo, C. Coragem
A ₂₀	2020	A gestão do planejamento de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais	Pereira, Lindomar S. A; Gusmão, Tania C. R. Silva
A ₂₁	2019	Metodologia trabalho de projeto no ensino de testes de hipóteses: uma análise da idoneidade didática	Gonçalves, Gabriela Ma; Fernandes, José António.
A ₂₂	2019	Contribuições do (re)desenho de tarefas para aproximação da matemática com o entorno social da escola	Sousa, Jorge R. de; Moll, Vicenç Font; Tania C. R. S.; Roseira, Nilson Ferreira
A ₂₃	2019	Idoneidade cognitivo-afetiva de uma sequência didática para a construção do conceito de razões trigonométricas por meio de uma história em quadrinhos	Vasconcelos, Danilo M. de; Carvalho, José Ivanildo F. de
A ₂₄	2018	Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico	Breda, Adriana; Font, Vicenç; Lima, Valderez Ma do Rosário; Pereira, Marcos Villela
A ₂₅	2018	Tarefas matemáticas para o desenvolvimento da percepção de espaço na educação infantil:	Moreira, Celma B; Gusmão, Tania C. R. S.; Moll, Vicenç

		potencialidades e limites	Font
A ₂₆	2015	A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática	Breda, Adriana; Moll, Vicenç Font; Lima, Valderez Ma do Rosário
A ₂₇	2015	Perspectivas de estudantes de licenciatura em matemática sobre o programa de bolsas de iniciação à docência	Carvalho, Marcos Pavani; Pietropaolo, Ruy César
A ₂₈	2012	Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares	Godino, Juan Diaz; Rivas, Hernán; Cézon, José P Arteaga.
A ₂₉	2011	Análisis del funcionamiento de uma clase de matemáticas no significativa	Pochulu, Marcel; Moll, Vicenç Font
A ₃₀	2010	Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	Alsina, Àngel; Domingo, Marta

Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas no Portal de Periódicos da CAPES/2024.

Um dos critérios de inclusão, o I₂, estipula que só serão incorporados ao resultado da RSL artigos nacionais em periódicos com Qualis A ou B. Deve-se enfatizar que o Qualis Periódicos, componente da Plataforma Sucupira, sobre o resguardo da CAPES, realiza um processo de verificação da qualidade dos periódicos científicos, embasado em critérios, os quais compreendem a qualidade editorial, a relevância acadêmica, a visibilidade das publicações, entre outros.

Além disso, a cronologia das pesquisas é um aspecto relevante, pois permite compreender os contextos históricos que acompanharam o desenvolvimento da teoria em foco, além de oferecer subsídios para orientar novas investigações. Essa perspectiva contribui para a condução de estudos éticos e objetivos, evitando plágios ou a repetição de temas já amplamente discutidos e com conclusões consolidadas. A seguir, apresenta-se, no Quadro 4, a cronologia dos trabalhos analisados nesta Revisão Sistemática da Literatura:

Quadro 4 - Cronologia das pesquisas selecionadas após a busca nas plataformas BDTD, Catálogo da Capes e Portal de Periódicos da CAPES

ANO DE PUBLICAÇÃO	TRABALHOS SELECIONADOS
2024	A ₁ , A ₂
2023	D ₁ , A ₃ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₉
2022	D ₄ , D ₆ , D ₃ , D ₅ , D ₇ , D ₂ , A ₁₀ , A ₁₁
2021	T ₁ , D ₈ , D ₉ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₅ , A ₁₆ , A ₁₇
2020	D ₁₀ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀
2019	T ₂ , T ₄ , T ₆ , D ₁₃ , D ₁₂ , D ₁₁ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃
2018	D ₁₄ , A ₂₄ , A ₂₅
2017	D ₁₅
2016	T ₅ , T ₇
2015	A ₂₆ , A ₂₇
2012	T ₆ , A ₂₈
2011	A ₂₉
2010	A ₃₀

Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas na BDTD, Catálogo da Capes e Portal de Periódicos da CAPES/2024.

Para melhor comunicação visual e observação da tendência dos dados, ano após ano, a Figura 2 apresenta um gráfico de colunas que demonstra a cronologia dos trabalhos selecionados.

Figura 2 - Cronologia das pesquisas selecionadas



Fonte: Elaboração própria no Canva.

Quanto ao gráfico, observa-se um crescimento ainda discreto das pesquisas que utilizam os Critérios de Idoneidade Didática, sendo que, no âmbito do Enfoque Ontossemiótico, essa ferramenta aparece em publicações desde 2009. Pode-se perceber uma tendência de crescimento a partir de 2019 no número de trabalhos que mobilizam os CID, evidenciando o interesse crescente por essa ferramenta teórico-metodológica.

Em 2020, provavelmente por conta da pandemia da Covid-19, ocorreu uma queda considerável, retornando aos valores de 2019 no ano seguinte. Entretanto, trata-se apenas de uma conjectura, não sendo objeto de análise desta pesquisa. Provavelmente, os únicos campos que registraram aumentos em 2020 tenham sido os relacionados aos temas centrais da pandemia, destacando, decerto, a área da saúde.

Ao examinar mais detalhadamente as teses, verifica-se que a T_1 não apresenta em seu título menção aos Critérios de Idoneidade Didática ou ao Enfoque Ontossemiótico, o mesmo ocorrendo nas T_2 , T_3 e T_7 . Caso a busca nas plataformas tivesse sido realizada apenas pelos títulos, trabalhos de grande relevância para os objetivos desta pesquisa teriam sido excluídos do corpus da RSL. Destarte, é importante conter no título informações acerca da principal teoria do trabalho para facilitar a busca e divulgação do estudo. Ainda em relação à T_1 , o referencial teórico está bem consistente e esclarecedor, servindo como um bom material para pesquisadores os quais buscam compreender o Enfoque Ontossemiótico e os Critérios de Idoneidade Didática.

A pesquisadora da T₁ realizou uma proposta didática que abordou significados da Integral Definida, envolvendo tecnologias digitais, utilizando o aplicativo GeoGebra. Foi feito o uso dos seis Critérios de Idoneidade, tanto *a priori* (estudo preliminar e desenho da proposta didática), quanto *a posteriori* (avaliação do processo), porém, com mais ênfase os critérios Epistêmico e Cognitivo. A referida pesquisadora utilizou o EOS com o intuito de ampliar as aprendizagens de Integral Definida para além do processo de memorização de definições e rotinas automatizadas dos processos algébricos e aritméticos, visando à produção de sentidos e significados aos objetos e conceitos. Para mais, na seção 3, a autora discorre acerca do EOS, evidenciando seus cinco níveis, inclusive os CID.

A T₂ expõe uma pesquisa qualitativa, com base na realização de um curso de formação, com duração de 36 horas, no qual os professores participantes construíram portfólios sobre o tema “Números Racionais”. Esses portfólios foram avaliados através dos CID, ou seja, a autora usou os critérios *a posteriori*.

Em relação à T₃, o autor utilizou o EOS como base teórica para o ensino e aprendizagem das principais funções vistas no ensino médio, quais sejam: afim, quadrática, modular, exponencial e trigonométrica. O pesquisador observou o conhecimento matemático associado ao ensino e aprendido, tendo como arcabouço teórico os CID, aplicando-os tanto *a priori* (na preparação das atividades), quanto *a posteriori* (na análise dos resultados das tarefas). O autor evidencia que o uso do EOS deu a possibilidade de se ter uma visão pormenorizada do trabalho, auxiliando na identificação dos pontos fortes e frágeis da proposta.

No que concerne à T₄, a autora analisou, utilizando os CID, as seções referentes ao conteúdo Análise Combinatória em dois livros didáticos, além da observação de seis aulas acerca do supracitado assunto, em turmas de Ensino Médio. Deve-se evidenciar a seção 2 da referida tese, a qual trata do EOS e do CID, pormenorizados.

Por sua vez, a idealizadora da T₅ elaborou uma formação continuada para um grupo de professores acerca do tema “Frações e Números Decimais”, utilizando o EOS, especificamente os CID, quatro dos seus seis critérios, quais sejam: Epistêmico, Cognitivo, Interacional e de Meios (ou Mediacional), tanto para elaborar atividades (*a priori*) quanto para fazer as análises conclusivas dessas atividades (*a posteriori*). A pesquisadora se propôs a investigar os conhecimentos didático-matemáticos de uma equipe de professores (de 4º e 5º ano) da rede municipal de Pelotas-RS em dois momentos: o primeiro com 25, as quais, de acordo com a autora, não são professoras de matemática, e sim professoras que ensinam matemática, fato esse que é visto como uma das dificuldades das educadoras participantes,

maioria graduada em Pedagogia. No segundo momento, a formação foi realizada com um grupo reduzido (quatro professoras, já participantes da pesquisa), onde se deu o aprofundamento do estudo.

A autora da T₆ realizou a análise da produção de significados (aprendizagens) dos estudantes de uma turma de 7º ano ao serem envolvidos em atividades exploratório-investigativas, com a utilização do EOS. Nesse trabalho, um dos arcabouços teóricos é a utilização da Teoria Histórico-Cultural. Ademais, os CID foram utilizados para avaliar os resultados das duas oficinas realizadas com os estudantes. Outrossim, a pesquisadora afirma o potencial dos CID, tanto para avaliar os resultados das atividades quanto para implementar processos de estudos.

Finalizando a análise das teses, a T₇ analisou 29 Trabalhos de Conclusão de Curso (TCC) de egressos do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), no Rio Grande do Sul, utilizando os CID para estudar os argumentos dos autores acerca das contribuições que seus respectivos trabalhos dariam ao ensino de matemática, os quais justificaram a qualidade de seus estudos. A pergunta orientadora da pesquisa centrou-se na maneira como os professores que realizaram o mestrado PROFMAT concebem a melhoria do ensino de matemática. A autora utilizou os CID como suporte analítico, chegando à conclusão de que os autores dos TCC empregaram, principalmente, os critérios Epistêmico e Ecológico.

Ademais, examinou-se a utilização dos CID *a priori*, orientando o planejamento, o desenho de tarefas e a produção de materiais; e *a posteriori*, ajustando processos, avaliando as ações e refletindo acerca dos resultados do estudo. Com base nessas informações produziu-se o Quadro 5, a seguir:

Quadro 5 - Utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nas teses selecionadas

Utilização dos CID	TESES
A priori	T ₃ , T ₄ , T ₅ , T ₆
A posteriori	T ₁ , T ₂ , T ₃ , T ₄ , T ₅ , T ₆

Fonte: Organizado pelo primeiro autor.

Além do mais, deve-se frisar a importância de uma boa escolha das palavras-chave nos resumos dos trabalhos acadêmicos, haja vista seu fundamental papel na busca dessas pesquisas, aumentando sua visibilidade e chances de ser encontrado.

Após as observações das palavras-chave das sete teses, constatou-se que dois trabalhos (T₁ e T₅) contavam com “idoneidade didática” e “enfoque ontossemiótico”; duas pesquisas (T₂ e T₆) têm apenas “idoneidade didática”; um trabalho (T₄) contém apenas “enfoque

ontossemiótico” e uma produção (T₇) somente “critérios de idoneidade”. Deve-se destacar que uma das teses (T₃) não apresentava palavras-chave.

Foram ainda examinadas 15 dissertações, considerando-se que esses trabalhos, embora menos aprofundados que as teses e sem a exigência de originalidade, contribuem para compreender o uso do EOS/CID em diferentes contextos. A análise contemplou sua aplicação *a priori* e *a posteriori*, a observação das palavras-chave e comentários interpretativos sempre que relevantes.

A dissertação D₁ versou sobre o tema Probabilidade Subjetiva, analisando, com o Critério de Idoneidade Epistêmica, as respostas de atividades aplicadas a dez estudantes de uma escola pública no interior de Pernambuco. O autor poderia ter utilizado, também, a Idoneidade Cognitiva, haja vista sua intenção ter sido investigar os conhecimentos dos estudantes acerca do referido tema. A Idoneidade Epistêmica foi utilizada *a priori*, para a criação de uma sequência de atividades e, *a posteriori*, avaliando os resultados das atividades realizadas. Ademais, o pesquisador realizou, usando Indicadores Epistêmicos, um exame no livro didático adotado na escola da qual foram selecionados os participantes da pesquisa.

A dissertação D₂ observa o processo de ensino e de aprendizagem de gráficos estatísticos presentes em um livro, objetivando estabelecer níveis de leitura e compreensão. Os Critérios de Idoneidade Didática constituem um dos arcabouços teóricos adotados. Foram examinados 55 gráficos, que foram tratados através dos Indicadores de Adequação Didática. Por fim, a pesquisa tem a Adequação Didática nas palavras-chave.

A pesquisa D₃ buscou investigar os CID utilizados por futuros professores de matemática na concepção de um plano de aula, visando aos trabalhos em grupo, parte integrante das Metodologias Ativas. O estudo foi realizado com quatro estudantes universitários cursistas de Licenciatura em Matemática, bolsistas do Programa Residência Pedagógica, os quais foram convidados para um minicurso acerca das Metodologias Ativas. Os dados produzidos foram examinados com a utilização dos CID, *a posteriori*, sendo evidenciados os Critérios Interacional e de Meios. Os Critérios de Idoneidade Didática pertencem às palavras-chave do presente trabalho.

Na dissertação D₄ observou-se a utilização dos CID *a priori*, para elaboração de um curso de extensão para formação continuada a professores de matemática no Espaço de Educação Popular (EP). Deve-se evidenciar o objetivo principal da pesquisa que consistiu em analisar quais e o modo como foram empregados os CID nas atividades (uso *a posteriori*). Além disso, há a presença dos CID nas palavras-chave da referida pesquisa.

A dissertação D₅ examinou os CID em um processo formativo com futuros professores de matemática na elaboração de um plano de aula, sob a perspectiva da gamificação. Os participantes, dois licenciandos em Matemática, bolsistas do Programa Residência Pedagógica, participaram de um minicurso acerca das Metodologias Ativas, em especial a Gamificação, na criação de um plano de aula. Todos os CID foram apontados, *a posteriori*, sendo os Indicadores Epistêmico, Cognitivo, Interacional e Afetivo com níveis altos e os Indicadores de Meios e Ecológico alcançaram o nível médio, em relação aos seus componentes e indicadores. Os CID integram as palavras-chave.

Na D₆ foi proposta uma atividade formativa a um grupo de coordenadores (anos iniciais do ensino fundamental), baseada no processo de planejamento de tarefas matemáticas ligadas ao conteúdo grandezas e medidas. O presente trabalho foi realizado no formato Multipaper e os CID foram utilizados *a priori*, na formação dos coordenadores e, *a posteriori*, através da análise dos dados produzidos e resultados obtidos. Nas palavras-chave observou-se a presença dos CID. Cabe ressaltar um equívoco histórico no corpo do texto, no qual foi informado que a frase “O homem é a medida de todas as coisas” é de autoria de Pitágoras; porém, a frase é creditada a Protágoras de Abdera, sofista do século V a.C.

Já a dissertação D₇ teve como propósito investigar as repercussões emergentes da abordagem da Educação Financeira na perspectiva da Adequação (Idoneidade) Didática, com um grupo composto por sete futuros professores, através de análises e discussões de situações-problema. Foram realizadas três oficinas. Cabe ressaltar que o uso dos CID se deu *a priori* (planejamento) e *a posteriori* (avaliação das tarefas). Ademais, Adequação Didática integra as palavras-chave.

O trabalho D₈ evidencia uma análise **de três** coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental, focando no conteúdo Probabilidade, ao utilizar exclusivamente, como suporte analítico, o Critério de Idoneidade Epistêmico. O autor poderia ter empregado, também, o Critério Ecológico, haja vista a necessidade de o material didático seguir as legislações vigentes, como a BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Nas palavras-chave encontra-se Idoneidade Epistêmica.

A dissertação D₉ utiliza os CID *a posteriori*, para reflexionar a prática docente de educadores que participaram de um curso de formação. Os CID não figuram em suas palavras-chave.

No trabalho D₁₀ foi concebida uma análise de uma coleção de livros didáticos adotados em uma escola paulistana, evidenciando os conteúdos de geometria, aplicando, como instrumento de análise, os Indicadores Epistêmico, de Meios e Ecológico, ressaltando

que o Epistêmico foi o principal critério utilizado, o qual pertence ao problema da pesquisa, qual seja: “Quais componentes da Adequação Epistêmica são predominantes no livro didático referente ao tema de Geometria no Ensino Médio?”. Nas palavras-chave observamos Enfoque Ontossemiótico.

O trabalho D₁₁, em formato Multipaper, tencionou averiguar a relação professor-materiais curriculares de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, evidenciando o conteúdo Grandezas e Medidas, examinando, com auxílio dos CID, como a implementação dos materiais tem colaborado para a qualidade do processo de ensino-aprendizagem de matemática. Os dados produzidos foram avaliados através dos CID (*a posteriori*). Observou-se nas palavras-chave os CID, além de Grandezas e Medidas.

A pesquisa D₁₂ tem como cerne a análise do processo de gestão de tarefas de um grupo de docentes dos anos iniciais do ensino fundamental, antes e depois de uma formação, ocorrida na cidade de Guanambi, interior da Bahia. A utilização dos CID se deu *a posteriori*, na avaliação do processo formativo. Os CID figuram nas palavras-chave.

Ao examinar o trabalho D₁₃, observa-se que os CID foram usados, tanto *a priori*, visando à criação de uma sequência didática, como *a posteriori*, para avaliar a participação dos estudantes da 1ª série (Ensino Médio) de uma escola da rede pública, em Gravatá, interior de Pernambuco. Enfoque Ontossemiótico e Idoneidade Didática encontram-se nas palavras-chave.

Já na Dissertação D₁₄, idealizada no formato Multipaper, a pesquisadora analisou o tratamento didático-matemático dado ao eixo de conteúdo grandezas e medidas no material curricular educativo do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PACTO/PNAIC), através de uma pesquisa documental. A utilização dos CID efetuou-se na apreciação e interpretação dos dados observados. Encontramos nas palavras-chave Critérios de Idoneidade Didática.

A autora da dissertação D₁₅, em formato Multipaper, objetivou verificar o desenvolvimento da percepção de espaço na criança de educação infantil (de uma turma da creche da UFBA), levando em consideração as potencialidades e limites das tarefas matemáticas baseadas nos CID, tanto *a priori*, no preparo das atividades, quanto *a posteriori*, ao analisar os resultados das sequências de tarefas. A pesquisadora observou a presença mais proeminente dos Critérios Epistêmico e Ecológico, no que tange às potencialidades. Em relação aos limites, aparecem, de forma mais considerável, as Idoneidades Mediacional (de Meios) e Interacional. Nas palavras-chave encontramos Critérios de Idoneidade Didática.

Com base nas considerações realizadas nos trabalhos mencionados, foi produzido o Quadro 6, a seguir:

Quadro 6 - Utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nas dissertações selecionadas

Utilização dos CID	TESES
A priori	D ₁ , D ₃ , D ₅ , D ₉ , D ₁₀ , D ₁₄
A posteriori	D ₁ , D ₂ , D ₃ , D ₅ , D ₈ , D ₉ , D ₁₀ , D ₁₁ , D ₁₂ , D ₁₃ , D ₁₄
EOS ou CID nas palavras-chave	D ₁ , D ₃ , D ₄ , D ₆ , D ₇ , D ₈ , D ₉ , D ₁₀ , D ₁₁ , D ₁₂ , D ₁₃ , D ₁₄ , D ₁₅

Fonte: Organizado pelo primeiro autor.

Quanto aos quadros 4 e 5, nota-se que em cinco trabalhos (T₇, D₂, D₈, D₁₀, e D₁₄) os CID foram utilizados como suporte analítico de trabalhos de conclusão de curso, livros didáticos e materiais curriculares, expandindo o leque de possibilidades da utilização dos CID.

No tocante aos artigos, todos os 30 foram revisados por pares, ação que eleva a qualidade, haja vista as contribuições que os revisores podem fornecer ao trabalho. Todos os artigos versam sobre os CID e possuem em suas referências bibliográficas obras de Godino; ademais, Font aparece em 29 artigos e Batanero é citada em 27. Para mais, sete artigos foram publicados em periódicos da área educacional de mais alto conceito (todos qualis A1): os artigos A₁ e A₂₅ foram publicadas no Bolema, três artigos (A₉, A₁₄ e A₁₇) foram divulgados no periódico Educação Matemática Pesquisa (EMP), o artigo A₂₈ foi apresentado na Práxis Educativa, além do artigo A₆, o qual foi veiculado no Cadernos de Pesquisas Fundação Carlos Chagas.

O Quadro 7, por sua vez, refere-se ao uso dos CID nos artigos aqui analisados tanto no aspecto *a priori* quanto *a posteriori*.

Quadro 7 - Utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nos artigos selecionados

UTILIZAÇÃO DOS CID	ARTIGOS
A priori	A ₁ , A ₄ , A ₅ , A ₈ , A ₁₂ , A ₁₄ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₂ , A ₂₅ , A ₂₇ , A ₃₀
A posteriori	A ₁ , A ₂ , A ₄ , A ₅ , A ₆ , A ₇ , A ₈ , A ₁₁ , A ₁₂ , A ₁₃ , A ₁₄ , A ₁₆ , A ₁₇ , A ₁₈ , A ₁₉ , A ₂₀ , A ₂₁ , A ₂₂ , A ₂₃ , A ₂₅ , A ₂₇ , A ₂₉ , A ₃₀

Fonte: Organizado pelo primeiro autor

Ademais, em quatro artigos (A₉, A₁₀, A₁₅ e A₂₄) os CID foram utilizados como suporte analítico de dissertações de mestrado; no Artigo A₂₆ foi apresentada uma discussão teórica acerca das noções dos CID, evidenciando várias investigações em diversos países (Espanha, Argentina, México, Chile e Brasil); em relação ao A₃, os CID foram utilizados como suporte

analítico de materiais; ainda, o artigo A₂₈ descreveu uma metodologia a qual busca aperfeiçoar instrumentos de avaliação de Idoneidade mediante análise de conteúdo de propostas curriculares.

4 REFLEXÕES FINAIS

A presente Revisão Sistemática da Literatura permitiu identificar como os Critérios de Idoneidade Didática vêm sendo utilizados em teses, dissertações e artigos científicos na área de Educação Matemática. Os resultados evidenciam que, embora essa ferramenta teórico-metodológica ainda apresente uma trajetória relativamente recente no conjunto das pesquisas analisadas, observa-se um crescimento progressivo do interesse pelo tema, especialmente em estudos voltados à formação de professores, ao desenho e redesenho de tarefas, à análise de materiais curriculares e à avaliação de processos de ensino e aprendizagem.

Pode-se afirmar, de forma consistente, que a questão orientadora desta pesquisa foi satisfatoriamente respondida. Ressalta-se, entretanto, que não se pretende encerrar a discussão neste ponto, mas contribuir para o fortalecimento de novas investigações e ampliar o debate acerca das potencialidades dos Critérios de Idoneidade Didática em diferentes contextos educativos.

Os resultados obtidos também contribuíram para o delineamento das investigações que compõem esta tese. A partir do mapeamento realizado, os Critérios de Idoneidade Didática foram adotados como suporte analítico em um estudo destinado à análise de livros didáticos de Matemática utilizados na rede municipal de Vitória da Conquista (BA) e como referencial teórico em uma proposta de formação continuada desenvolvida com professores de Matemática da educação básica do mesmo município.

Na elaboração desta revisão foram identificados trabalhos diversos e criativos que adotam o EOS e os CID como arcabouço teórico, abrangendo, por exemplo, o uso de histórias em quadrinhos para o ensino de trigonometria, a elaboração de planos de aula sob a perspectiva da gamificação, estudos sobre percepção espacial na educação infantil e a construção de protocolos para análise de materiais didáticos e curriculares. Foi localizada, ainda, uma pesquisa na área da Medicina que utilizou os Critérios de Idoneidade Didática como ferramenta de avaliação. Embora esse trabalho não tenha integrado o corpus analisado, sua identificação evidencia possibilidades de aplicação dos CID para além do campo da Educação Matemática.

De modo geral, os resultados reforçam o potencial dos Critérios de Idoneidade Didática como instrumento para a análise, o planejamento e a reflexão sobre processos educativos. Ao mesmo tempo, evidenciam a necessidade de ampliação das investigações sobre essa temática em diferentes regiões do país e em distintos contextos formativos e curriculares, favorecendo a consolidação e o aprofundamento desse campo de estudos.

Por fim, considera-se que os desafios relacionados ao ensino e à aprendizagem da Matemática reforçam a importância de abordagens que favoreçam a atribuição de significado aos conhecimentos escolares e sua articulação com os contextos socioculturais dos estudantes. Nessa perspectiva, os Critérios de Idoneidade Didática mostram-se uma ferramenta promissora para apoiar a reflexão sobre práticas educativas, contribuindo para o planejamento, a análise e a avaliação de processos de ensino que busquem promover aprendizagens mais significativas. Espera-se, assim, que os resultados desta revisão possam estimular novas investigações e ampliar o debate sobre as potencialidades dos CID na Educação Matemática e em outros campos do conhecimento.

REFERÊNCIAS

ALSINA, Àngel; DOMINGO, Marta. Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa**, v. 13, n. 1, p. 7-32, 2010. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3162928>. Acesso em: 19 maio 2024.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2021.

BOGAS, Helena; MORAIS, Eva; NASCIMENTO, Maria Manuel. Ensino Profissional: À descoberta do erro nos gráficos estatísticos. **Indagatio Didactica**, v. 15, n. 2, p. 101-116, 2023.

BREDA, Adriana. **Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado PROFMAT no Rio Grande do Sul**: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016. Disponível em: <http://tede2.pucrs.br/tede2/handle/tede/6907>. Acesso em: 19 maio 2024.

BREDA, Adriana; BOLONDI, Giorgio; SILVA, Roger de abreu. Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática: um estudo metanalítico das teses produzidas no Brasil. **Revemop**, v. 3, 2021. DOI: <https://doi.org/10.33532/revemop.e202117>

BREDA, Adriana; FONT, Vicenç; LIMA, Valderez Marina do Rosário. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, 2015. Disponível em:

https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/8814/2/A_nocao_de_idoneidade_didatica_e_seu_uso_na_formacao_de_professores_de_matematica.pdf. Acesso em: 19 maio 2024.

BREDA, Adriana *et al.* Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. **Transformación**, v. 14, n. 2, p. 162-176, 2018. Disponível em: http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2077-29552018000200003. Acesso em: 19 maio 2024.

CALLE, Eulalia; BREDA, Adriana; FONT, Vicenç. Significados parciales del teorema de Pitágoras usados por docentes en la creación de tareas en el marco de un programa de formación continua. **Uniciencia**, v. 37, n. 1, p. 1-23, 2023. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/ru.37-1.1>.

CARPES, Carpes, Patrícia Pujol Goulart. **Conhecimentos didático-matemáticos do professor de matemática para o ensino de números racionais**. 2019. 265f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Franciscana, Santa Maria, 2019. Disponível em: <http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/855#preview-link0>. Acesso em: 19 maio 2024.

CARVALHO, Marcos Pavani de; PIETROPAOLO, Ruy César. Perspectivas de estudantes da licenciatura em matemática sobre o programa de bolsas de iniciação à docência. **Práxis Educacional**, v. 11, n. 19, p. 171-190, 2015. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/praxis/article/view/826/700>. Acesso em: 19 maio 2024.

CÉSPEDES, María José Castillo; NAVARRO, María Burgos; GODINO, Juan Díaz. Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. **Uniciencia**, v. 36, n. 1, p. 234-252, 2022. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/ru.36-1.14>

CÉSPEDES, María José Castillo; NAVARRO, María Burgos. Idoneidad didáctica de lecciones de proporcionalidad de libros de texto: una experiencia de análisis con maestros en formación. **PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, v. 17, n. 2, p. 171-199, 2023. DOI: <https://doi.org/10.30827/pna.v17i2.24089>

COSTA, Pedro George Batista da. **O livro aberto de matemática: uma análise sobre as atividades que contém gráficos estatísticos**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2022. Disponível em: <https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/28980/1/PGBCosta%20%281%29%20%281%29.pdf>. Acesso em: 19 maio 2024.

COTRADO, Bethzabe *et al.* Análisis didáctico de materiales curriculares por futuros profesores. **Cadernos de Pesquisa**, v. 53, p. e10031, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980531410031>

ESQUÉ DE LO SOJOS, Daniel; BREDA, Adriana. Valoración y rediseño de una unidad sobre proporcionalidad, utilizando la herramienta Idoneidad Didáctica. **Uniciencia**, v. 35, n. 1, p. 38-54, 2021. DOI: <http://dx.doi.org/10.15359/ru.35-1.3>

FRADE, Iara Maria Soares de Assis. **Critérios de Idoneidade Didática mobilizados por futuros professores de matemática na elaboração de um plano de aula, envolvendo a**

perspectiva do trabalho em grupo. 2022. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/server/api/core/bitstreams/a86fd450-31a0-40d3-a88d-3d4bc25f10b1/content>. Acesso em: 19 maio 2024.

FRANZEN, Thor. **O estudo de aula no contexto da formação de professores na educação popular:** uma análise a partir dos Critérios de Idoneidade Didática. 2022. 159f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2022. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/236519/001138688.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 19 maio 2024.

FERREIRA, Adriana Assis. **A produção de significados matemáticos em um contexto de aulas exploratório-investigativas.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012. Disponível em: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/tesis/Tese_Assis_2012.pdf. Acesso em: 19 maio 2024.

FERREIRA, Renata Barbosa. **Análise da geometria na coleção de livros didáticos de matemática do ensino técnico integrado ao médio do Centro Paula Souza.** 2020. 186f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://repositorio.cruzeirosul.edu.br/server/api/core/bitstreams/f62bc92a-36c7-4053-a817-27b046da1051/content>. Acesso em: 10 mar. 2023.

GALVÃO, Maria Cristiane Barbosa; RICARTE, Ivan Luiz Marques. Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação. **Logeion: Filosofia da informação**, v. 6, n. 1, p. 57-73, 2019. Disponível em: <https://sites.usp.br/dms/wp-content/uploads/sites/575/2019/12/Revis%C3%A3o-Sistem%C3%A1tica-de-Literatura.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

GARCÉS-CÓRDOVA, Walmer; FONT-MOLL, Vicenç. Criterios que guían la práctica del profesor de matemáticas en cursos de ciencias básicas para ingeniería. **Uniciencia**, v. 36, n. 1, p. 66-81, 2022. DOI: <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.5>

GODINO, Juan Díaz. **Enfoque ontosemiótico en educación matemática:** Fundamentos, herramientas y aplicaciones. Aula Magna Proyecto clave McGraw Hill, 2024.

GODINO, Juan D.; RIVAS, Hernán; ARTEAGA, Pedro. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. **Praxis educativa**, v. 7, n. 02, p. 331-354, 2012. Disponível em: <http://educa.fcc.org.br/pdf/praxeduc/v07n02/v07n02a03.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

GOMES, Geisa Pereira. **A relação professor-materiais curriculares no ensino de matemática:** uma análise sob a perspectiva ontossemiótica. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2019.

GOMES, Geisa Pereira *et al.* A Relação Professor-Materiais Curriculares de Matemática. **Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo entre as ciências**, v. 10, n. 02, p. 200-218, 2021. DOI: <https://doi.org/10.22481/rbba.v10i02.9751>

GONÇALVES, Gabriela Maria; FERNANDES, José António. Metodologia trabalho de projeto no ensino de testes de hipóteses: uma análise da idoneidade didática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 14, n. 2, p. 1-20, 2019. DOI: 10.5007/1981-1322.2019.e57125

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; MOLL, Vicenç Font. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, 2020, vol. 22, num. 3, p. 666-697, 2020. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697>

HUMMES, Viviane Beatriz *et al.* Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el Lesson Study. **Praxis & Saber**, v. 11, n. 26, 2020. DOI: <https://doi.org/10.19053/22160159.v11.n26.2020.10667>

LEDEZMA, Carlos; BREDÁ, Adriana; SÁNCHEZ, Alicia. Reflexão de uma futura professora sobre o ensino de álgebra através da modelagem matemática. **Intermaths**, v. 2, n. 2, p. 227-244, 2021. DOI: <https://doi.org/10.22481/intermaths.v2i2.9644>

MALET, Omar; GIACOMONE, Belén; REPETTO, Ana Maria. A Idoneidade didática como ferramenta metodológica: desenvolvimento e contextos de uso. **Revemop**, v. 3, p. e202110, 22 jun. 2021. DOI: <https://doi.org/10.33532/revemop.e202110>

MARTINS, Amanda Cristina. **Critérios de Idoneidade Didática evidenciados em um processo formativo com futuros professores de matemática, pautado na elaboração de um plano de aula na perspectiva da gamificação**. 2022. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2022. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/server/api/core/bitstreams/8f5e046d-65f0-4a7d-abc4-11f553b5a293/content>. Acesso em: 10 mar. 2023.

MINAYO, Maria Cecília de Souza; DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016. (Série Manuais Acadêmicos)

MOREIRA, Celma Bento. **O desenvolvimento da percepção de espaço na criança da educação infantil: o papel das tarefas**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2017.

MOREIRA, Celma Bento; GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; MOLL, Vicenç Font. Tarefas Matemáticas para o Desenvolvimento da Percepção de Espaço na Educação Infantil: potencialidades e limites. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 32, n. 60, p. 231-254, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a12>

MOTA, Janine Freitas. **Um estudo ontossemiótico sobre os conhecimentos didático-matemáticos de aplicações da Integral Definida com estudantes de matemática**. 2021. 292f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2021. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/23641/2/Janine%20Freitas%20Mota.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

NAVARRO, María Burgos; CÉSPEDES, María José Castillo. Criterios de idoneidad emitidos por futuros maestros de primaria en la valoración de vídeos educativos de

matemáticas. **Uniciencia**, v. 35, n. 2, p. 291-307, 2021. Disponível em: https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2215-34702021000200291. Acesso em: 10 mar. 2023.

NINOW, Valmir. **O estudo de funções no ensino médio: uma investigação sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico do conhecimento e da instrução matemática**. 2019. 209f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/369/364>. Acesso em: 10 mar. 2023.

PAGE, Matthew J. *et al*. A declaração PRISMA 2020: diretriz atualizada para relatar revisões sistemáticas. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, Brasília, v. 31, n. 2, e2022107, 2022. Disponível em: http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1679-49742022000201700&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 06 jul. 2025.

PALLAUTA, Jocelyn D.; BARRAZA, Daniela Bonilla; BALLEJO, Clarissa Coragem. Valoración de una experiencia de enseñanza de la desviación estándar a través de la idoneidad didáctica. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. e020050-e020050, 2020. Disponível em: <https://portal.amelica.org/ameli/jatsRepo/173/1731263051/html/index.html>. Acesso em: 10 mar. 2023.

PEREIRA, Lindomar Santana Aranha. **A gestão de tarefas matemáticas por professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Ensino) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Vitória da Conquista, 2019.

PEREIRA, Lindomar Santana Aranha; GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. A gestão do planejamento de tarefas matemáticas por professoras dos anos iniciais. **Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo Entre As Ciências**, v. 9, n. 1, p. 147-166, 2020. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/rbba/article/view/6917/4860>. Acesso em: 10 mar. 2023.

POCHULU, Marcel; FONT, Vicenç. Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. **Relime**, Cidade do México, v. 14, n. 3, nov. 2011. Disponível em: https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362011000300005. Acesso em: 10 mar. 2023.

ROCHA, Cristiane de Arimatéa. **Estudo da Combinatória no ensino médio à luz do Enfoque Ontossemiótico: o que e por que priorizar no livro didático nas aulas?** 2019. 380f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/49758/1/TESE%20Cristiane%20de%20Arimat%20c3%a9a%20Rocha.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SAMÁ, Suzi; AMORIM, Marta Élid. Dimensão afetiva e epistêmica da idoneidade didática na formação inicial de professores que ensinam Estatística La dimensión afectiva y epistémica de la idoneidad didáctica en la formación inicial de profesores que enseñan las matemáticas. **Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 23, n. 4, p. 303-332, 2021. DOI: <https://doi.org/10.23925/983-3156.2021v23i4p303-332>

SAMÁ, Suzi; AMORIM, Marta Élid; BATANERO, Carmen. Idoneidade didática na formação de professores: análise do ensino de estatística por meio de projetos. **Ensino em Revista**, v. 30, 2023. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/emrevista/article/view/71898>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SAMPAIO, Rosana Ferreira; MANCINI, Marisa Cotta. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Brazilian Journal of Physical Therapy**, v. 11, p. 83-89, 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbfis/a/79nG9Vk3syHhnSgY7VsB6jG/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SANTOS, Josuelto Lopes do. **A gestão do planejamento de tarefas matemáticas sob o olhar do coordenador pedagógico**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2022.

SILVA, Anderson Rodrigo Oliveira da. **Probabilidade subjetiva no ensino médio: constituição de Indicadores Epistêmicos e o conhecimento de estudantes**. 2023. 117f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/49274/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O%20Anderson%20Rodrigo%20Oliveira%20da%20Silva.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SILVA, Diógili Vicente da. **Probabilidade em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental: uma análise com os Critérios de Idoneidade Epistêmica**. 2021. 69f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/47282/1/DISSERTA%c3%87%c3%83O%20Di%c3%b3gili%20Vicente%20da%20Silva.pdf>. Acesso em: 3 maio. 2026.

SILVA, Roger de Abreu *et al.* Abordagem Ontossemiótica da Cognição e Instrução Matemática: formação continuada nas produções de Mestrado e Doutorado no Brasil (2016-2020). **Paradigma**, 2023, vol. 44, num. 2, p. 269-292, 2023. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/371206156_Abordagem_Ontossemiotica_da_Cognicao_e_Instrucao_Matematica_formacao_continuada_nas_producoes_de_Mestrado_e_Doutorado_no_Brasil_2016-2020. Acesso em: 3 maio. 2026.

SILVA, Ygor Bruno Fernandes da. **Educação financeira no âmbito da formação de professores: uma discussão baseada na noção de Adequação Didática**. 2022. Dissertação (Mestrado em Educação Profissional e Tecnológica) – Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Minas Geral, Ouro Branco, 2022.

SOARES, Maria Elaine dos Santos. **Conhecimentos didático-matemáticos mobilizados por professores dos anos iniciais: uma análise sob a perspectiva do Enfoque Ontossemiótico**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2016. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/297>. Acesso em: 3 maio. 2026.

SOUSA, Adriana Santos; GUSMÃO, Tania Cristina Rocha Silva. (Re) Desenho de tarefas matemáticas à luz dos critérios de idoneidade didática e criatividade. **Zetetike**, v. 31, p.

e023014-e023014, 2023. Disponível em:

<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8672198>. Acesso em: 3 maio. 2026.

SOUSA, Jorge Ramos de *et al.* Contribuições do (re) desenho de tarefas para aproximação da matemática com o entorno social da escola. **Práxis Educacional**, v. 15, n. 33, p. 444-471, 2019. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/praxis/article/view/5299>. Acesso em: 19 maio 2024.

SOUSA, Jorge Ramos de; GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva. Contribuições do (re) desenho de tarefas para a formação de professores de matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 38, p. e220049, 2024. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v38a220049>

SOUZA, Janaína Melo. **Materiais curriculares educativos de matemática do Pacto/PNAIC: um olhar desde os Critérios de Idoneidade Didática**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Formação de Professores) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Jequié, 2018. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6544266. Acesso em: 19 maio 2024.

TINTI, Douglas da Silva; SILVA, José Fernandes da. O programa residência pedagógica como espaço formativo e de mobilização do Conhecimento Didático-Matemático: perspectivas teóricas e metodológicas. **Educação Matemática Pesquisa - Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 25, n. 2, p. 412-438, 2023. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2023v25i2p412-438>

VASCONCELOS, Danilo Monteiro de. **Entre palavras, quadros e números: uma análise ontossemiótica da construção do conceito de razões trigonométricas com a utilização de histórias em quadrinhos**. 2019. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/34335>. Acesso em: 19 maio 2024.

VASCONCELOS, Danilo Monteiro de; CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de. Idoneidade cognitivo-afetiva de uma sequência didática para a construção do conceito de razões trigonométricas por meio de uma história em quadrinhos. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 10, n. 2, p. 8, 2019. DOI: <https://doi.org/10.36397/emteia.v10i2.240718>

VERÓN, Manuel Alejandro; GIACOMONE, Belén; PINO-FAN, Luis Roberto. Guía de valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de la diferencial. **Uniciencia**, v. 38, n. 1, p. 22-43, 2024. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9240054>. Acesso em: 19 maio 2024.

VIEIRA, Ianne Ely Godoi. **Tomada de consciência e a aprendizagem docente: análises da reflexão no contexto da abordagem de desenvolvimento profissional dos estudos de aula de matemática**. 2021. 212f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10183/230842>. Acesso em: 19 maio 2024.

APÊNDICE (TESES, DISSERTAÇÕES E ARTIGOS SELECIONADOS)

Para ter acesso aos trabalhos selecionados, basta apontar a câmera do celular para os QR Codes abaixo.

Teses



Link: https://drive.google.com/drive/folders/1YkPNxXL9vfNiBt5RQATotZ4pah6YU4JL?usp=drive_link

Dissertações



Link: https://drive.google.com/drive/folders/1cS1LP_MuSUGZzg-1zM21yE0A7_heYmFK?usp=drive_link

Artigos



Link: https://drive.google.com/drive/folders/1lyp_tKr7XccIs6Jsuu0sgLrmu5VF5XG9?usp=drive_link

6 ARTIGO 2

GRANDEZAS E MEDIDAS: UMA INVESTIGAÇÃO DAS TESES BRASILEIRAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (2014-2024)

Resumo: Este artigo apresenta uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL), inspirada no protocolo PRISMA 2020, com o objetivo de mapear e analisar as teses de doutorado brasileiras publicadas entre 2014 e 2024 que abordam o ensino de Grandezas e Medidas, com ênfase na identificação das bases teóricas predominantes e na verificação da utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) como referencial teórico. As buscas foram realizadas nos repositórios da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, resultando inicialmente em 233 trabalhos, dos quais 11 foram selecionados para análise após a aplicação dos critérios de inclusão e exclusão. Os resultados evidenciam diversidade de referenciais teóricos, com predominância de abordagens voltadas à compreensão conceitual, à formação docente e à intervenção didática, sem identificação de teses que utilizem os CID como estrutura analítica. Observou-se, ainda, que a unidade temática Grandezas e Medidas raramente aparece como objeto central de investigação, sendo frequentemente associada ao estudo de área e perímetro, apesar de sua relevância curricular reconhecida pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O estudo permite delinear um panorama das pesquisas brasileiras sobre o tema no período investigado, evidenciando tendências, contribuições e possibilidades de aprofundamento teórico-metodológico. Os resultados indicam a pertinência de investigações que abordem de forma integrada as diferentes dimensões do ensino nesse campo da matemática escolar, bem como a potencial contribuição dos Critérios de Idoneidade Didática para análises mais abrangentes dessa área.

Palavras-chave: Grandezas e Medidas. Ensino de Matemática. Revisão Sistemática de Literatura. Critérios de Idoneidade Didática. Educação Matemática.

1 INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) constitui o documento normativo que orienta a educação básica brasileira. Em 2017 foi homologada a seção referente à Educação Infantil e ao Ensino Fundamental e em 2018 foi reconhecida oficialmente a parte correspondente ao Ensino Médio, abrangendo, assim, toda a educação básica nacional.

No que se refere à Matemática, a BNCC está estruturada em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. A unidade temática Grandezas e Medidas, eixo central de análise neste estudo, busca a compreensão da ideia de grandeza e de suas possíveis quantificações, contemplando conceitos como comprimento, área, volume, tempo, temperatura e massa. De acordo com o documento, as medidas são essenciais para a leitura da realidade, pois permitem quantificar grandezas

presentes no mundo e estabelecer relações com diferentes áreas do conhecimento, como Ciências e Geografia (Brasil, 2018).

Neste artigo, em formato de Revisão Sistemática de Literatura (RSL), buscou-se identificar teses de doutorado que abordam o ensino de grandezas e medidas. Para essa investigação, foram acessados a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, considerando trabalhos publicados entre 1º de janeiro de 2014 e 30 de junho de 2024. O recorte temporal de uma década foi adotado por permitir a identificação de tendências recentes na produção acadêmica, considerando que a literatura científica tende a privilegiar estudos mais atuais, além de assegurar que as teses selecionadas reflitam abordagens pedagógicas contemporâneas relacionadas a esse campo do conhecimento. A opção pelas teses de doutorado justifica-se pelo rigor teórico e metodológico característico desses trabalhos, uma vez que, em geral, apresentam maior densidade analítica no âmbito da Educação Matemática, oferecendo subsídios mais consistentes para o mapeamento das bases teóricas mobilizadas e para a análise da utilização dos Critérios de Idoneidade Didática nesse campo.

O objetivo deste artigo é mapear e analisar as teses de doutorado brasileiras publicadas entre 2014 e 2024 que abordam o ensino de Grandezas e Medidas, com ênfase na identificação das bases teóricas predominantes e na verificação da utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) como referencial teórico.

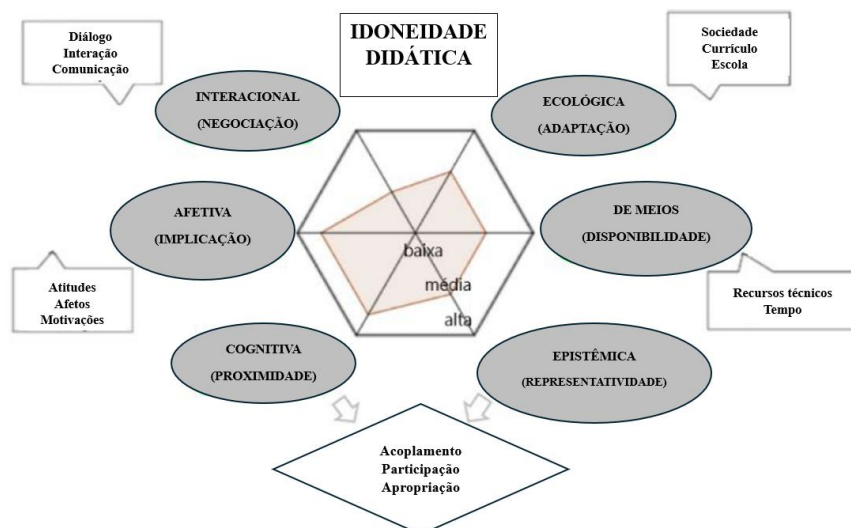
As questões orientadoras são: Quais são as bases teóricas predominantes nessas teses? Alguma delas utiliza os Critérios de Idoneidade Didática como referencial teórico?

Convém destacar que os Critérios de Idoneidade Didática foram concebidos no âmbito do Enfoque Ontossemiótico da Educação Matemática (EOS), proposto por Godino e colaboradores, com o propósito de oferecer instrumentos teóricos que permitam analisar, orientar e valorar a complexidade dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. Nessa perspectiva, a idoneidade didática refere-se ao grau de adequação entre os significados matemáticos pretendidos institucionalmente e aqueles efetivamente construídos pelos estudantes, haja vista as condições pessoais, interacionais e contextuais em que ocorre a atividade educativa (Godino, 2024). O modelo compreende o ensino como um sistema de práticas no qual interagem dimensões epistêmicas, ecológicas, de meios, interacionais, cognitivas e afetivas, possibilitando uma análise integrada dos fatores que influenciam a aprendizagem matemática.

Os CID explicitam seis dimensões interdependentes que permitem compreender o ensino como uma totalidade dinâmica (Figura 1). Essas dimensões não se restringem à

transmissão de conteúdos, mas envolvem também aspectos relacionados à participação dos estudantes, aos recursos utilizados, às interações estabelecidas e às condições institucionais nas quais se desenvolve o processo educativo (Godino, 2024).

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática (CID)



Fonte: Traduzido de Godino (2024, p. 275).

Estudos recentes têm evidenciado o potencial dos CID como referencial teórico para a análise e o planejamento de práticas pedagógicas em diferentes campos da matemática escolar, indicando contribuições para a promoção de aprendizagens mais significativas e para o maior envolvimento dos estudantes com a disciplina (Paz; Alexandre; Gusmão, 2025; Paz; Gusmão; Breda, 2026). Pesquisas fundamentadas no Enfoque Ontossemiótico também vêm sendo desenvolvidas no contexto brasileiro com o objetivo de analisar significados matemáticos mobilizados em materiais didáticos e práticas pedagógicas, evidenciando a pertinência desse referencial para investigações em Educação Matemática (Sabel, 2025).

No que se refere especificamente ao ensino de grandezas e medidas, a utilização dos CID mostra-se particularmente pertinente, uma vez que esse campo envolve a articulação entre experiências empíricas, processos de comparação, quantificação e formalização matemática. A aprendizagem da medida não se reduz à aplicação de fórmulas ou à realização de conversões de unidades, mas implica compreender a relação entre grandezas, unidades e números, bem como os procedimentos de medição e os instrumentos utilizados, constituindo um processo conceitual progressivo que parte de comparações perceptivas e evolui para representações matemáticas mais abstratas (Chamorro; Belmonte Gómez, 1991; Godino; Batanero; Roa, 2002).

Nesse sentido, estudos no campo da didática das grandezas indicam que os estudantes frequentemente apresentam dificuldades na compreensão da natureza das grandezas, na interpretação do significado das unidades de medida e na relação entre o valor numérico obtido e o fenômeno medido, especialmente quando o ensino privilegia procedimentos mecânicos em detrimento da compreensão conceitual (Chamorro; Belmonte Gómez, 1991; Godino; Batanero; Roa, 2002). A construção do conceito de medida exige, portanto, a mobilização de conhecimentos matemáticos, experiências práticas e contextos socioculturais, salientando a necessidade de abordagens didáticas que considerem simultaneamente essas diferentes dimensões.

Diante dessas características, os Critérios de Idoneidade Didática oferecem um referencial capaz de contribuir para análises mais abrangentes do ensino de grandezas e medidas, ao possibilitar a articulação entre o conhecimento matemático envolvido nas magnitudes, os recursos e instrumentos de medição utilizados, as interações pedagógicas estabelecidas, as dificuldades cognitivas dos estudantes e os contextos institucionais e socioculturais nos quais as práticas de medição se inserem. Essa potencialidade torna o referencial particularmente relevante para investigações que buscam compreender a complexidade do ensino desse eixo da matemática escolar e fundamenta a pertinência do presente estudo.

Dessa maneira, investigar como as pesquisas brasileiras têm abordado essa unidade temática e quais referenciais teóricos vêm sendo mobilizados torna-se relevante para compreender o estado do conhecimento na área, identificar lacunas investigativas e discutir possibilidades de ampliação analítica por meio dos Critérios de Idoneidade Didática, contribuindo para o avanço das investigações sobre o ensino de grandezas e medidas no contexto da Educação Matemática.

2 ITINERÁRIO METODOLÓGICO

A Revisão Sistemática de Literatura (RSL) é uma etapa primordial para se iniciar uma pesquisa científica, em razão de permitir identificar, examinar e concentrar parte do conhecimento já existente acerca do tema. De acordo com Creswell e Creswell (2021), ao investigar a literatura acadêmica, busca-se estabelecer conexões com a própria pesquisa, com o objetivo de contribuir para a continuidade e o aprofundamento do diálogo no campo de estudo.

Segundo Page *et al.* (2022), as revisões sistemáticas cumprem funções essenciais na produção do conhecimento científico. Elas permitem sintetizar o que já se sabe em determinado campo, orientando a definição de prioridades para pesquisas futuras; possibilitam responder a questões que não seriam esclarecidas por estudos isolados; ajudam a identificar limitações recorrentes nas investigações primárias que devem ser superadas; e contribuem para a formulação ou avaliação de teorias que buscam explicar como e por que certos fenômenos ocorrem.

Uma RSL fundamentada em um protocolo rigoroso garante maior credibilidade e nitidez aos estudos acadêmicos. Assim sendo, a presente RSL foi estruturada com base no protocolo PRISMA 2020 (Page *et al.*, 2022), conforme mostra o Quadro 1.

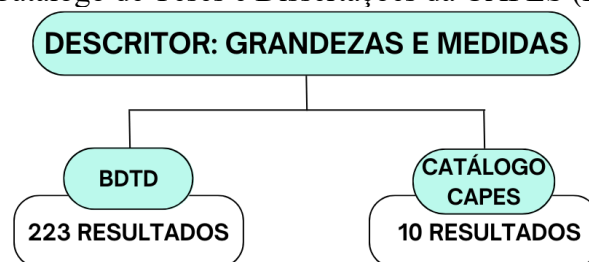
Quadro 1 - Protocolo para a Revisão Sistemática de Literatura (RSL)

OBJETIVO	
- Mapear e analisar as teses de doutorado brasileiras publicadas entre 2014 e 2024 que abordam o ensino de Grandezas e Medidas, com ênfase na identificação das bases teóricas predominantes e na verificação da utilização dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) como referencial teórico.	
BASES DE PESQUISA	
- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD); - Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES.	
PROCEDIMENTOS DE BUSCA	
Descritor: grandezas e medidas	
CRITÉRIOS DE TRIAGEM	
Critérios de Inclusão: I ₁ . Trabalhos pertencentes à área de Educação Matemática envolvendo Grandezas e Medidas; I ₂ . Trabalhos que abordem conceitos de grandezas e medidas, incluindo aqueles relacionados a contextos geométricos (como perímetro, área e volume); I ₃ . Trabalhos realizados no período de janeiro de 2014 a junho de 2024.	Critérios de Exclusão: E ₁ . Trabalhos incompletos ou sem divulgação permitida; E ₂ . Trabalhos repetidos nas bases pesquisadas; E ₃ . Tema não responde às perguntas definidas para a RSL.
APRESENTAÇÃO DO RESULTADO DE BUSCA	
Disponibilizar em um quadro todos os trabalhos selecionados.	
TRATAMENTO DOS DADOS E DISCUSSÃO	
Analisar todos os estudos selecionados na triagem.	

Fonte: Organizado pelo primeiro autor à luz de Page *et al.* (2022) e Sampaio e Mancini (2007).

Desta maneira, as buscas foram realizadas nas plataformas da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES, examinando trabalhos publicados no período de janeiro de 2014 a junho de 2024. Com isso, foram pré-selecionadas 233 teses de doutoramento, de acordo com a Figura 2, seguinte:

Figura 2 - Detalhamento da busca na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Busca inicial)



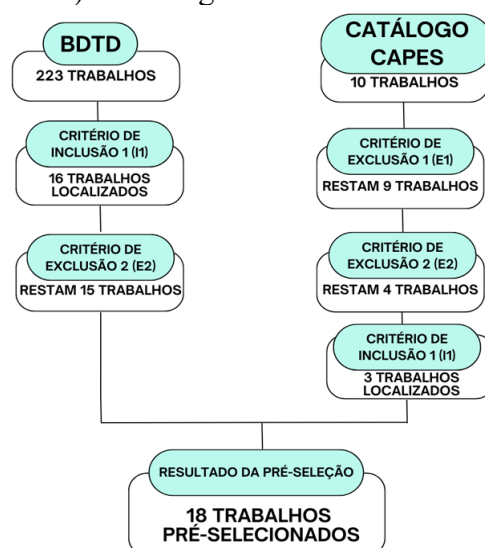
Fonte: Organizada pelo primeiro autor com base nas buscas na BDTD e Catálogo CAPES/2024.

3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Na plataforma da BDTD, utilizando o descritor “grandezas e medidas”, foram identificados 223 trabalhos. A aplicação do mesmo descritor no Catálogo da CAPES resultou em mais dez registros, totalizando 233 pesquisas inicialmente localizadas.

Na etapa de seleção, foram aplicados os critérios de inclusão e exclusão previamente definidos. Na BDTD, a aplicação do critério de inclusão I1 reduziu o conjunto para 16 estudos, dos quais um foi posteriormente excluído com base no critério E2, resultando em 15 pesquisas. No Catálogo da CAPES, inicialmente foi aplicado o critério de exclusão E1, seguido do critério E2, restando quatro trabalhos; posteriormente, com a aplicação do critério de inclusão I1, foram selecionados três estudos. Ao final dessas etapas, foram pré-selecionadas 18 pesquisas para análise mais aprofundada, conforme apresentado na Figura 3.

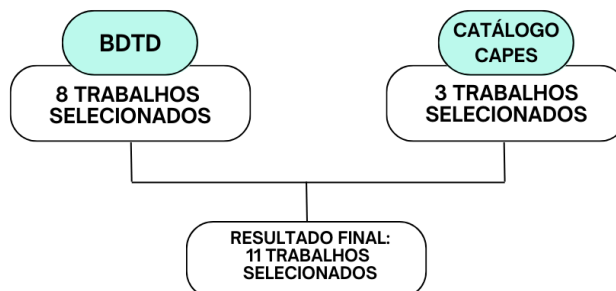
Figura 3 - Pré-seleção das buscas realizadas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES



Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações e Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES/2024.

Após a etapa de pré-seleção, procedeu-se à análise detalhada dos trabalhos, aplicando-se o critério de exclusão E3, o que resultou em um corpus final composto por 11 teses de doutorado (Figura 4).

Figura 4 - Resultado das buscas realizadas na BDTD e Catálogo da Capes



Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações e Catálogo de Teses e Dissertações da Capes/2024.

Em seguida, os trabalhos selecionados foram obtidos na íntegra e organizados em formato digital, sendo disponibilizados por meio de QR Code ou link de acesso (Figura 5), com o objetivo de facilitar a consulta sistemática e otimizar o processo de análise. Essa organização foi orientada pela regra da homogeneidade proposta por Bardin (2021), segundo a qual o corpus deve ser constituído por documentos que apresentem coerência temática, mesmo quando produzidos sob diferentes abordagens metodológicas ou perspectivas teóricas.

Figura 5 - Resultado das buscas realizadas na BDTD e Catálogo da Capes



No quadro 2 estão dispostas as teses, classificadas por T_n (Tese número n).

Quadro 2 - Pesquisas selecionadas após a busca nas plataformas BDTD e Catálogo da Capes

Ordem	Ano	Título	Autor(a)
T ₁	2023	Imbricações entre os Campos Conceituais da Geometria e das Grandezas e Medidas no ensino e na aprendizagem da área de paralelogramos	Araújo, Jailson Cavalcante de
T ₂	2023	Formação continuada online em exercício: professoras dos anos iniciais e o desenvolvimento do conhecimento sobre geometria, grandezas e medidas	Meireles, Rute Ribeiro
T ₃	2022	Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental brasileiro	Morais, Leonardo Bernardo
T ₄	2021	Conhecimento especializado do professor nos tópicos de divisão e do tema de medida: abordagem para uma teorização de conexões matemáticas	Policastro, Milena Soldá

T ₅	2021	Contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov: proposta de construção de plano de ensino para a formação do conceito de números reais	Souto, Leonardo Antônio
T ₆	2020	Grandezas e Medidas no Ciclo de Alfabetização: suas tecituras em currículos prescritos de Matemática	Vece, Janaina Pinheiro.
T ₇	2020	Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de Matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado	Silva, Aluska Dias Ramos de Macedo
T ₈	2019	Conceitos de área e de perímetro: um estudo metanalítico	Senzaki, Noemia Naomi
T ₉	2018	As artes de medir: saberes matemáticos no Ensino Primário de São Paulo, 1890-1950	Trindade, Deoclecia de Andrade.
T ₁₀	2016	Grandezas e Medidas: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional	Silva, José Valério Gomes da
T ₁₁	2014	A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do Ensino Fundamental: atividades fundamentadas na história da Matemática	Santos, Edilene Simões Costa dos

Fonte: Organizado pelo primeiro autor com base nas buscas na BDTD e no Catálogo da CAPES/2024.

A análise das teses foi realizada por meio de leitura integral dos trabalhos selecionados, considerando seus objetivos, referenciais teóricos, procedimentos metodológicos e principais resultados. Essa análise possibilitou identificar diferentes perspectivas investigativas relacionadas ao ensino e à aprendizagem de grandezas e medidas, evidenciando articulações com a geometria, a formação docente, os contextos curriculares, históricos e profissionais, bem como distintos referenciais teóricos mobilizados nas pesquisas.

A tese T1 concentrou-se na concepção e experimentação de uma sequência didática voltada à aprendizagem da área de paralelogramos por estudantes do 9º ano do ensino fundamental. Abalizada na Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud, e na abordagem de área como grandeza autônoma proposta por Douady e Perrin-Glorian, a pesquisa evidenciou que a exploração de situações que articulam os campos da geometria e das grandezas e medidas contribuiu para o aprofundamento da compreensão conceitual dos estudantes. Os resultados indicaram, ainda, dificuldades relacionadas ao reconhecimento e à construção de paralelogramos, especialmente aqueles não retângulos e não losangos, bem como a influência das representações prototípicas na identificação dessas figuras pelos estudantes. Evidenciaram também desafios na compreensão das relações entre base, altura e área, apontando a importância de tarefas que mobilizem diferentes representações e contextos de comparação de grandezas.

Na tese T2 o foco recaiu sobre a formação de professores, analisando as contribuições de um curso de curta duração, ofertado em formato on-line, para o desenvolvimento de conhecimentos em geometria, grandezas e medidas. Ancorada na Psicologia Histórico-Cultural e na Teoria da Atividade, a investigação revelou avanços nos saberes docentes,

destacando a relevância das práticas formativas mediadas por interações, reflexões coletivas e vivências pedagógicas. Os resultados indicaram que a articulação entre conceitos matemáticos e experiências de ensino favorece processos de apropriação conceitual, confirmando o papel das interações sociais na construção do conhecimento profissional docente.

A tese T3 investigou as razões da predominância do tratamento numérico em detrimento de uma abordagem conceitual das grandezas geométricas no ensino fundamental. Com base na Teoria dos Campos Conceituais, na Teoria Antropológica do Didático e na concepção de área como grandeza autônoma, o estudo problematizou a relação entre grandeza e medida por meio de análises ecológicas e epistemológicas. Como resultado, defendeu-se a necessidade de um Modelo Epistemológico de Referência que assegure tanto a articulação entre grandezas e números quanto a valorização do conceito de grandeza como eixo fundamental de conexão com a geometria e a física, evidenciando lacunas nos materiais didáticos e nas práticas pedagógicas analisadas.

A tese T4 voltou-se à caracterização do conhecimento matemático especializado do professor, especialmente nos tópicos de divisão e medida. Fundamentada nos modelos teóricos Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), Knowledge Quartet (KQ) e Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK), a pesquisa analisou dados provenientes de um programa de formação continuada envolvendo docentes de diferentes níveis de ensino. Os resultados realçaram a potencialidade do modelo MTSK como ferramenta analítica para descrever e aprofundar a compreensão do conhecimento especializado mobilizado na prática docente, destacando a relevância das conexões matemáticas na organização do ensino de conceitos relacionados à medida.

Na tese T5 desenvolveu-se uma proposta de ensino do conceito de números reais, com ênfase no papel dos números irracionais na constituição desse conceito. Alicerçada na Teoria Histórico-Cultural, na Teoria da Atividade e na Teoria do Ensino Desenvolvidamental de Davydov, a pesquisa realizou um estudo lógico-histórico dos números reais, culminando na elaboração de um plano de ensino para o 9º ano do ensino fundamental. Destacou-se a importância da compreensão das grandezas incomensuráveis como elemento estruturante das tarefas de estudo, salientando a relação entre o desenvolvimento histórico do conceito e a aprendizagem matemática escolar.

A tese T6 analisou a configuração do eixo Grandezas e Medidas no Ciclo de Alfabetização em currículos prescritos de Matemática. Por meio de pesquisa documental e bibliográfica, o estudo examinou currículos municipais, estaduais e a BNCC, enfatizando que, nos documentos mais recentes, esse eixo se organiza a partir das aprendizagens essenciais

relacionadas às grandezas contínuas, como comprimento, massa, capacidade, tempo, valor e área, indicando uma tendência de reorganização curricular orientada por competências e habilidades.

A tese T7 investigou as contribuições da Jugyou Kenkyuu e da Engenharia Didática para o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática no contexto do Estágio Curricular Supervisionado. Fundamentada também na Teoria das Situações Didáticas, a pesquisa experimental indicou que a articulação entre essas abordagens favorece a aproximação entre teoria e prática, promovendo reflexões sobre o ensino e ampliando a compreensão dos futuros professores acerca dos processos de aprendizagem matemática e das intervenções pedagógicas relacionadas às grandezas e medidas.

Na tese T8 realizou-se uma metanálise de pesquisas brasileiras sobre os conceitos de área e perímetro, com o objetivo de identificar convergências, divergências e dificuldades recorrentes no ensino e na aprendizagem desses temas. Os resultados demonstraram que uma das principais dificuldades dos estudantes consiste na não dissociação entre área e perímetro, frequentemente tratados como conceitos equivalentes ou dependentes entre si, além da tendência de associar diretamente o aumento de uma medida ao aumento da outra. Observou-se, ainda, a predominância de abordagens centradas no cálculo numérico e na aplicação de fórmulas, em detrimento da compreensão conceitual das grandezas envolvidas. A análise apontou também que materiais didáticos e propostas pedagógicas tendem a privilegiar o estudo da medida de área, com menor atenção à compreensão da grandeza como objeto matemático, além de evidenciar lacunas na formação docente quanto ao tratamento conceitual desses conteúdos. Tais resultados reforçam a complexidade do ensino das grandezas geométricas e indicam a necessidade de abordagens didáticas que articulem dimensões conceituais, representacionais e instrumentais no trabalho com área e perímetro.

A tese T9 situou-se no campo da História da Educação Matemática, analisando como as medidas eram mobilizadas nas disciplinas de Aritmética, Geometria e Desenho na escola primária paulista entre 1890 e 1950. Fundamentada na História Cultural e nos estudos sobre cultura escolar e história das disciplinas, a pesquisa discutiu sobre a constituição das chamadas “artes de medir”, associadas a diferentes finalidades de ensino e influenciadas por movimentos pedagógicos da época, revelando relações entre práticas escolares, demandas sociais e concepções pedagógicas historicamente situadas.

A tese T10 analisou o ensino e a aprendizagem de área e perímetro no contexto da formação técnica em edificações, à luz da Teoria Antropológica do Didático. Por meio da identificação de expectativas institucionais, entrevistas e intervenções baseadas no Percorso

de Estudo e Pesquisa (PEP), o estudo revelou distanciamentos entre as exigências escolares e as práticas profissionais, ao mesmo tempo em que apontou potencialidades do PEP para ampliar e ressignificar os conhecimentos matemáticos dos estudantes, frisando a importância da contextualização profissional no ensino de grandezas geométricas.

Por fim, a tese T11 investigou a utilização da história da matemática como recurso didático na aprendizagem do conceito de área como grandeza autônoma nos anos iniciais do ensino fundamental. Os resultados indicaram que a mobilização de textos históricos favorece a construção conceitual, promove atividades heurísticas e contribui para transformar a sala de aula em um espaço de investigação e produção de sentido em torno das noções de área e medida.

De modo geral, as teses analisadas assinalam que o ensino de grandezas e medidas constitui um campo multifacetado, no qual se articulam dimensões conceituais, curriculares, históricas, profissionais e formativas. Observa-se uma predominância de pesquisas voltadas às grandezas geométricas, especialmente área e perímetro, bem como a recorrência de dificuldades relacionadas à compreensão da natureza das grandezas, à dissociação entre conceitos e à predominância de abordagens centradas em procedimentos de cálculo. Ao mesmo tempo, os estudos indicam a relevância da formação docente, da contextualização histórica e profissional e da articulação entre diferentes campos matemáticos como estratégias para favorecer a aprendizagem conceitual.

Em relação às bases teóricas mobilizadas nas teses analisadas, observa-se uma diversidade de referenciais que refletem diferentes perspectivas de investigação sobre o ensino e a aprendizagem de grandezas e medidas. Destacam-se a Teoria dos Campos Conceituais, a Teoria Antropológica do Didático e a abordagem de área como grandeza autônoma, voltadas à compreensão conceitual do conhecimento matemático; modelos relacionados ao conhecimento profissional docente, como MKT, Knowledge Quartet e MTSK; referenciais histórico-culturais e sociais, incluindo História Cultural, Cultura Escolar, História das disciplinas escolares e História da Matemática; além de concepções relacionadas à intervenção didática e ao desenvolvimento profissional, como Engenharia Didática, Teoria das Situações Didáticas, Jugyou Kenkyuu, Teoria Histórico-Cultural, Teoria da Atividade e Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Com base nos estudos analisados, essas teorias podem ser organizadas em quatro blocos principais, considerando o foco predominante de cada referencial no processo educativo:

1. Teorias direcionadas à compreensão conceitual da matemática;
2. Referenciais relacionados à formação docente e às práticas de ensino;
3. Teorias histórico-culturais e sociais;
4. Perspectivas metodológicas e de intervenção didática.

A organização apresentada evidencia que as pesquisas analisadas contemplam diferentes dimensões do fenômeno educativo, embora, em geral, privilegiem enfoques específicos, o que pode dificultar uma compreensão integrada dos fatores que intervêm no ensino e na aprendizagem das grandezas e medidas. Nesse sentido, torna-se relevante considerar referenciais teóricos que permitam a articulação entre essas diferentes dimensões, como ocorre no modelo dos Critérios de Idoneidade Didática.

Observa-se, ainda, que nenhuma das teses selecionadas adota os Critérios de Idoneidade Didática como estrutura analítica, evidenciando um aspecto ainda pouco explorado nas pesquisas brasileiras sobre o ensino de grandezas e medidas. Tal constatação não implica a insuficiência dos referenciais teóricos utilizados nas pesquisas analisadas, mas indica a possibilidade de incorporação de abordagens que permitam análises mais integradas da adequação entre os significados matemáticos pretendidos, as práticas de ensino desenvolvidas e as aprendizagens efetivamente construídas pelos estudantes.

Nesse contexto, os Critérios de Idoneidade Didática podem contribuir para integrar diferentes dimensões do processo educativo, favorecendo análises que articulem aspectos conceituais, curriculares, relativos aos recursos e instrumentos didáticos, interacionais, cognitivos e afetivos do ensino de grandezas e medidas. Esse potencial mostra-se particularmente relevante em um campo no qual se articulam experiências concretas, instrumentos de medição, representações matemáticas e contextos sociais, exigindo abordagens que considerem a natureza multifacetada dos processos educativos e ofereçam subsídios para a análise e o aperfeiçoamento das práticas docentes.

Em relação aos delineamentos metodológicos, verifica-se que os tipos de pesquisa variam entre estudos documentais (27,3%), pesquisas do tipo ação (18,2%) e outras modalidades (9,1% cada: estudo de caso, pesquisa aplicada, intervenção, teórica, formação e metanálise qualitativa). Esses dados sinalizam diversidade metodológica no campo investigado, embora se observe predominância de abordagens qualitativas. Embora as pesquisas analisadas apresentem contribuições relevantes para a compreensão do ensino e da aprendizagem de grandezas e medidas, observa-se que a articulação entre dimensões teóricas,

metodológicas e práticas pode ser aprofundada em investigações futuras, favorecendo uma compreensão mais abrangente desse campo no ensino fundamental.

Os resultados apresentados permitem delinear um panorama das pesquisas brasileiras sobre o ensino de grandezas e medidas, ressaltando avanços, tendências e possibilidades de aprofundamento teórico-metodológico. Esse mapeamento contribui para a compreensão do estado do conhecimento na área e fundamenta a pertinência da utilização dos Critérios de Idoneidade Didática como referencial analítico no presente estudo.

4 REFLEXÕES FINAIS

Os resultados obtidos nesta Revisão Sistemática de Literatura respondem ao objetivo proposto de mapear as bases teóricas predominantes e verificar a presença dos Critérios de Idoneidade Didática (CID) nas teses analisadas. A análise das 11 teses selecionadas, dentre as 233 inicialmente identificadas, evidenciou a diversidade de referenciais teóricos mobilizados nas pesquisas sobre o ensino de grandezas e medidas, sem identificação de trabalhos que adotem os CID como aporte analítico. Esse resultado indica um campo ainda pouco explorado no que se refere à incorporação desse modelo teórico, revelando possibilidades para investigações futuras.

Observou-se, ainda, que em parte significativa das teses analisadas, especialmente T1, T3, T8 e T10, o campo das grandezas e medidas não figura como objeto central de investigação, aparecendo predominantemente associado ao estudo de área e perímetro ou a outros conteúdos matemáticos. Tal cenário assume relevância particular quando se considera que a Base Nacional Comum Curricular reconhece grandezas e medidas como unidade temática estruturante da matemática escolar, destacando sua importância para a compreensão de fenômenos do cotidiano, para a resolução de problemas em contextos científicos e tecnológicos e para a articulação entre conhecimentos matemáticos e práticas sociais.

O número relativamente reduzido de teses com foco específico nessa unidade temática sugere a pertinência de novas investigações que considerem de forma integrada dimensões conceituais, metodológicas, curriculares e contextuais do ensino de grandezas e medidas. Nessa direção, os Critérios de Idoneidade Didática podem constituir um referencial teórico-metodológico complementar capaz de contribuir para análises mais abrangentes do ensino desse campo, ao possibilitar a articulação entre o conhecimento matemático envolvido nas grandezas, os recursos e instrumentos de medição utilizados, as interações pedagógicas estabelecidas em sala de aula, as dificuldades cognitivas dos estudantes e os contextos

socioculturais nos quais as práticas de medição se inserem. Essa potencialidade mostra-se particularmente relevante em um campo que envolve experiências empíricas, processos de quantificação, representações matemáticas e aplicações em diferentes práticas sociais e profissionais.

Esta revisão destaca, portanto, a existência de oportunidades investigativas relacionadas ao aprofundamento do estudo das grandezas e medidas como unidade temática autônoma, bem como à incorporação de referenciais que permitam análises mais integradas dos processos educativos. Ao mesmo tempo, permite delinear um panorama das pesquisas brasileiras no período investigado, identificando tendências, contribuições e possibilidades de aprofundamento teórico-metodológico.

Como limitação do estudo, enfatiza-se que a revisão considerou apenas teses de doutorado disponíveis em duas bases de dados nacionais. A escolha da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e do Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES justifica-se por se tratarem dos principais repositórios acadêmicos brasileiros, que concentram a produção científica *stricto sensu* do país, conferindo consistência e representatividade ao corpus analisado. Ainda assim, reconhece-se que essa delimitação pode não abranger a totalidade das teses produzidas sobre o tema no período investigado.

De modo geral, os resultados indicam que investigações futuras com foco nessa unidade temática, articuladas a referenciais que considerem a complexidade dos processos educativos, podem contribuir para ampliar a compreensão do ensino nesse campo e favorecer práticas pedagógicas mais coerentes com demandas contemporâneas da Educação Matemática, como a contextualização do conhecimento, a integração entre teoria e prática e a interpretação de fenômenos do cotidiano.

Espera-se que este estudo contribua para o fortalecimento das investigações sobre grandezas e medidas no cenário brasileiro, ampliando possibilidades analíticas e teóricas para pesquisas futuras e favorecendo a consolidação desse campo no âmbito da Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, Jailson Cavalcante de. **Imbricações entre os campos conceituais da geometria e das grandezas e medidas no ensino e na aprendizagem da área de paralelogramos**. 2023. 464f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/54150/1/TESE%20Jailson%20Cavalcante%20de%20Ara%20c3%20bajo.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2024.
- BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 28 jun. 2024.
- CHAMORRO, María del Carmen; BELMONTE GÓMEZ, Juan M. **El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales**. Madri: Síntesis, 1991.
- CRESWELL, John W.; CRESWELL, J. David. **Projeto de pesquisa: Métodos qualitativo, quantitativo e misto**. Penso Editora, 2021.
- GODINO, Juan Díaz. **Enfoque ontosemiótico en educación matemática: Fundamentos, herramientas y aplicaciones**. Aula Magna Proyecto clave McGraw Hill, 2024.
- GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen; ROA, Rafael. Medida de magnitudes y su didáctica para maestros. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf. Acesso em: 25 nov. 2022.
- MORAIS, Leonardo Bernardo de. **Grandezas e medidas no ensino fundamental brasileiro**. 2022. 185f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/jspui/bitstream/123456789/54864/1/TESE%20Leonardo%20Bernardo%20de%20Morais.pdf>. Acesso em: 10 maio 2023
- MEIRELES, Rute Ribeiro. **Formação continuada online em exercício: professoras dos anos iniciais e o desenvolvimento do conhecimento sobre geometria, grandezas e medidas**. 2023. 175f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica / Nova Iguaçu, 2023. Disponível em: <https://rima.ufrj.br/jspui/bitstream/20.500.14407/21259/1/2023%20-%20Rute%20Ribeiro%20Meireles.pdf>. Acesso em: 30 jun. 2024.
- PAGE, Matthew J. *et al* . A declaração PRISMA 2020: diretriz atualizada para relatar revisões sistemáticas. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, Brasília , v. 31, n. 2, e2022107, 2022. Disponível em: http://scielo.iec.gov.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1679-49742022000201700&lng=pt&nrm=iso. Acesso em: 06 jul. 2025.
- PAZ, Vinicyus Alves da Silva; ALEXANDRE, José; GUSMÃO, Tania Cristina Rocha Silva. Poliedros platônicos “puxe para cima”: análise de uma tarefa utilizando os Indicadores de

Desenho de Tarefas. **Revista Caderno Pedagógico**, v. 22, n. 12, p. 1-17, 2025. DOI: <https://doi.org/10.54033/cadpedv22n12-306>

PAZ, Vinicyus Alves da Silva; GUSMÃO, Tania Cristina Rocha Silva; BREDÁ, Adriana. O uso dos critérios de idoneidade/adequação didática nas pesquisas brasileiras sobre o ensino de matemática. **Revista Educação em Páginas**, [S. l.], v. 5, n. 5, p. e18731, 2026. DOI: 10.22481/redupa.v5i5.18731. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/redupa/article/view/18731>. Acesso em: 30 jul. 2026.

POLICASTRO, Milena Soldá. **Conhecimento especializado do professor nos tópicos de divisão e do tema de medida**: abordagem para uma teorização de conexões matemáticas. 2021. 288f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2021. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/1235691>. Acesso em: 15 fev. 2023.

SABEL, Eduardo. **Materiais manipulativos no ensino do sistema de numeração decimal em livros didáticos dos anos iniciais**: uma análise epistêmica na perspectiva ontossemiótica. 2025. 182f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2025. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/267904/PECT0635-T.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SAMPAIO, Rosana Ferreira; MANCINI, Marisa Cotta. Estudos de revisão sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Brazilian Journal of Physical Therapy**, v. 11, p. 83-89, 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbfis/a/79nG9Vk3syHhnSgY7VsB6jG/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos. **A construção do conceito de área e procedimentos para sua medida no quinto ano do ensino fundamental**: atividades fundamentadas na história da matemática. 2014. 316f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, 2014. Disponível em: https://crephimat.com.br/visor.php?id_t=136&t=3. Acesso em: 10 mar. 2023.

SENZAKI, Noemia Naomi. **Conceitos de área e de perímetro**: um estudo metanalítico. 2019. 186f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: <https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/22514/2/Noemia%20Naomi%20Senzaki.pdf>. Acesso em: 12 dez. 2023.

SILVA, Aluska Dias Ramos de Macedo. **Contribuições da Jugyou Kenkyuu e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado**. 2020. 260f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/bitstream/123456789/40028/1/TESE%20Aluska%20Dias%20Ramos%20de%20Macedo%20Silva.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2023.

SILVA, José Valério Gomes da. **Grandezas e medidas**: um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional. 2016. 427f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -

Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4249014. Acesso em: 30 jun. 2024.

SOUTO, Leonardo Antônio. **Contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov**: proposta de construção de plano de ensino para a formação do conceito de números reais. 2021 210f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2021. Disponível em: <https://tede2.pucgoias.edu.br/handle/tede/4720#preview-link0>. Acesso em: 12 dez. 2023.

TRINDADE, Deoclecia De Andrade. **As Artes de Medir**: Saberes matemáticos no ensino primário de São Paulo, 1890-1950. 2018. 189f. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/192879/Deoclecia_Tesevers%c3%a3oFinal.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 30 jun. 2024.

VECE, Janaina Pinheiro. **Grandezas e medidas no ciclo de alfabetização**: suas tecituras em currículos prescritos de matemática. 2020. 217f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://repositorio.cruzeirosul.edu.br/server/api/core/bitstreams/e48f2807-babc-468f-94cc-fbfa32765879/content>. Acesso em: 30 jun. 2024.

7 ARTIGO 3

ANÁLISE DA UNIDADE TEMÁTICA GRANDEZAS E MEDIDAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA SEGUNDO OS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA⁶²

Resumo: Este artigo analisa a coleção *A conquista matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior (FTD), adotada na rede municipal de Vitória da Conquista-BA, com foco na unidade temática Grandezas e Medidas. A investigação fundamenta-se nos Critérios de Idoneidade Didática, do Enfoque Ontossemiótico, considerando as dimensões epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva. Trata-se de pesquisa qualitativa documental, realizada a partir da análise dos quatro volumes da coleção, com apoio de indicadores específicos. Os resultados evidenciam idoneidade epistêmica e de meios satisfatórias, mas fragilidades nas dimensões cognitiva, interacional, afetiva e ecológica, com predominância de atividades de reprodução e baixa incidência de tarefas experimentais. Conclui-se que a idoneidade plena depende da mediação docente, destacando-se os Critérios como instrumento para análise e uso crítico de livros didáticos no ensino de Grandezas e Medidas.

Palavras-chave: Livro didático. Grandezas e Medidas. Educação Matemática. Critérios de Idoneidade Didática. BNCC.

1 INTRODUÇÃO

A bússola, criação chinesa datada de quase dois mil anos (UFRGS, 2025), foi amplamente utilizada até o final da década de 1970, tendo reduzido o seu uso com o advento do GPS⁶³, mas ainda é demandada em algumas atividades, como em navegações, caso os instrumentos tecnológicos mais avançados falhem. Trouxe-se à baila essa notável invenção humana, na medida em que o livro didático é compreendido como a “bússola” do professor em sala de aula, orientando o trabalho docente e guiando o processo de ensino, cujo horizonte são as aprendizagens dos estudantes, destino almejado em toda jornada educativa.

A escolha de um bom livro didático (LD) é de suma importância para o fazer docente no que tange à organização dos conteúdos a serem ministrados, na utilização de atividades disponibilizadas, além de indicações e sugestões de procedimentos pedagógicos que podem inspirar os professores nas ministrações de suas aulas. Em razão desse papel fundamental, a

⁶² Este artigo foi publicado na *Artefactum - Revista de Estudos Interdisciplinares*, v. 25, n. 4, e3102, 2026. DOI: [10.23900/artefactum.v25i4.3102](https://doi.org/10.23900/artefactum.v25i4.3102).

⁶³ Global Positioning System, em português Sistema de Posicionamento Global, o qual fornece informações sobre a localização geográfica, usando sinais de satélites.

seleção do livro deve ser feita de maneira rigorosa, observando critérios que assegurem sua qualidade e adequação ao processo educacional.

Nessa perspectiva, a qualidade de um LD pode ser analisada a partir dos Critérios de Idoneidade Didática (CID), propostos pelo Enfoque Ontossemiótico, os quais consideram o processo educativo como uma articulação entre dimensões epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva. Essas dimensões permitem examinar não apenas a correção conceitual dos conteúdos, mas também as condições pedagógicas, sociais e emocionais que influenciam a aprendizagem matemática (Godino, 2024).

Existem diversos instrumentos que podem ser envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem, porém, incontestavelmente, o LD pode ser determinante para a qualidade da educação, ainda mais em países em desenvolvimento, como o Brasil, que ainda possui escolas sem luz elétrica (Anatel, 2023).

Devido à relevância da escolha do LD, essa ação tornou-se política pública de Estado (Politize!, 2024), atualmente denominada Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Embora o decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985 (Brasil, 1985), tenha consolidado o PNLD no formato como hoje o conhecemos, a política nacional voltada à produção e distribuição de obras didáticas é muito mais antiga. Seu marco inicial remonta a 1937, quando se instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD) por meio do Decreto-Lei nº 1.006, de 30 de dezembro de 1938, configurando a primeira legislação voltada ao controle e à circulação de livros didáticos no país (Brasil, 1938).

Ao longo das décadas, o programa passou por diferentes denominações e reformulações, até ser sistematizado em 1985 como PNLD, no âmbito do Ministério da Educação (Cassiano, 2007). A partir desse momento, o programa ampliou-se e se consolidou como uma das mais importantes políticas públicas educacionais do Brasil.

Em 2017, com a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC)⁶⁴, o PNLD também se fez presente, precisamente no Capítulo V, o qual versa acerca *Das Disposições Finais e Transitórias*, informando em seu Artigo 20: “O PNLD – Programa Nacional do Livro Didático deve atender o instituído pela BNCC, respeitando a diversidade de currículos construídos pelas diversas instituições ou redes de ensino, sem uniformidade de concepções pedagógicas” (Brasil, 2018).

⁶⁴ A BNCC é um documento normativo que fornece instruções para as instituições de ensino de todo o país, abrangendo toda a educação básica. A BNCC referente ao ensino fundamental foi instituída através da Resolução CNE/CP Nº 2, de 22 de dezembro de 2017.

O artigo supramencionado visa esclarecer a necessidade da adequação da escolha do LD às normas da BNCC, que estabeleceu uma base mínima de ensino, através de um currículo comum, buscando assegurar o direito a todos os estudantes à equidade na educação, porém sempre respeitando a flexibilidade e autonomia das abordagens pedagógicas, haja vista os contextos e realidades locais, podendo as redes e instituições escolares adaptar e ampliar os estudos dos objetos de conhecimento.

Visando ao esquadramento da escolha do LD, pode-se destacar o *Guia Digital PNLD 2024* (Anexo A), documento oficial orientador da definição dos LD em unidades ou redes escolares. As secretarias escolares, através da participação dos professores da rede, escolhem os livros, estes pré-selecionados por uma comissão de professores e pesquisadores de diversas instituições públicas de nível superior.

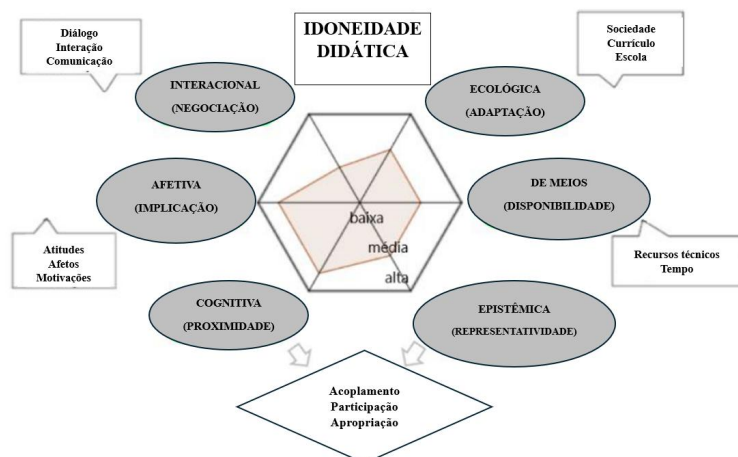
A Prefeitura Municipal de Vitória da Conquista⁶⁵, cidade situada na região sudoeste da Bahia, através de sua secretaria de educação e dos professores de matemática da rede municipal, escolheu para o quadriênio 2025-2028 a coleção *A conquista matemática* (6º ao 9º ano), de José Ruy Giovanni Júnior, editora FTD, publicada em 2022.

Considerando a relevância do livro didático como instrumento orientador do trabalho docente, torna-se necessário dispor de referenciais teórico-metodológicos que permitam analisar criticamente sua qualidade e adequação pedagógica. Nesse sentido, os Critérios de Idoneidade Didática (CID), de Godino e colaboradores (Figura 1), constituem um sistema de juízos e valores para elaboração, análise e avaliação de práticas de ensino, particularmente no domínio da educação matemática, possibilitando ao educador examinar, de forma organizada, a adequação de suas ações, dos conteúdos e dos recursos didáticos nos contextos de ensino, sempre alinhando suas práticas às necessidades das aprendizagens dos estudantes e de acordo com os documentos legais (Godino, 2024).

As atividades concebidas sob a ótica dos CID têm como finalidade oferecer aos estudantes conhecimentos e habilidades matemáticas que serão de grande importância para as ações correntes em sua vida; desenvolver nos estudantes a capacidade de raciocinar e realizar análises lógicas, com o intuito de solucionar problemas e tomar decisões; além de disponibilizar uma formação ética e cidadã (Godino, 2024).

⁶⁵ População (em 2024) estimada em 394.024 pessoas (Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/ba/vitoria-da-conquista.html>. Acesso em: 31 mar. 2025).

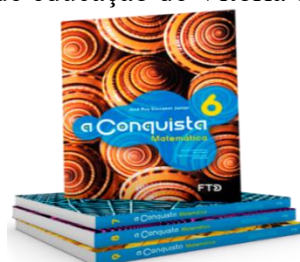
Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática (CID)



Fonte: Traduzido de Godino (2024, p. 275).

Para a análise dos quatro volumes da coleção (Figura 2), utilizaram-se como instrumentos os Critérios de Idoneidade Didática e seus respectivos indicadores, organizados nas seis dimensões propostas por Godino (2024): epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva. A partir de uma análise criteriosa, buscou-se entender como foi tratada a Unidade Temática *Grandezas e Medidas*, a sua inserção em outros assuntos, com potencial para desenvolver o uso das unidades de medida, tornando o ensino coerente com o cotidiano do estudante, pois os números raramente são abstratos no trato diário, geralmente fazem parte de grandezas, as quais podem ser discretas ou contínuas⁶⁶.

Figura 2 - Coleção de livros escolhida para os anos finais do ensino fundamental da rede municipal de educação de Vitória da Conquista



Fonte: Site da FTD (2025).

De acordo com D'Ambrosio (2012), é imprescindível que as instituições escolares aproximem os ensinamentos desenvolvidos em sala de aula das demandas sociais contemporâneas dos estudantes. Os conteúdos, como grandezas e medidas, devem ser compreendidos como construções resultantes de processos históricos e culturais, amplamente

⁶⁶ Costuma-se utilizar o termo “grandezas” para designar atributos ou características que variam de modo quantitativo, seja de forma contínua (como comprimento, massa, densidade) ou discreta (por exemplo, o número de pessoas). As quantidades são os valores que essas variáveis podem assumir (Godino; Batanero; Roa, 2002).

presentes em práticas cotidianas. Nessa linha de pensamento, o livro didático exerce papel relevante ao organizar e selecionar conteúdos e atividades que serão desenvolvidas em sala, preferencialmente vinculadas a práticas sociais significativas, reconhecendo os saberes como produções historicamente construídas.

Apesar dessa importância, ainda se observa uma lacuna quanto à forma como as unidades temáticas da BNCC, especialmente “Grandezas e Medidas”, são tratadas nesses materiais, o que suscita a necessidade de análises que considerem não apenas a correção conceitual, mas também as dimensões pedagógicas, interacionais e contextuais do ensino.

Diante disso, coloca-se o problema central deste estudo: *em que medida a coleção A conquista matemática apresenta níveis de idoneidade didática adequados no tratamento da unidade temática Grandezas e Medidas, considerando as dimensões propostas pelos Critérios de Idoneidade Didática?*

Para responder à essa questão, o artigo tem por objetivos: (a) analisar a abordagem de Grandezas e Medidas na coleção; (b) valorar os livros à luz dos Critérios de Idoneidade Didática; e (c) identificar implicações pedagógicas e subsídios para o uso crítico e a seleção de materiais didáticos no ensino de Grandezas e Medidas na rede municipal de Vitória da Conquista.

2 ITINERÁRIO METODOLÓGICO

O presente artigo trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa, a qual tem como objetivo examinar quatro volumes de uma coleção adotada pela rede municipal de ensino de Vitória da Conquista, no estado da Bahia: trata-se da coleção *A conquista matemática*, elaborada por José Ruy Giovanni Júnior, lançada em 2022 pela Editora FTD, destinada às turmas do 6º ao 9º ano do ensino fundamental II. A pesquisa de cunho qualitativo, no entendimento de Flick (2008), não se alicerça em um único modelo teórico-metodológico; é constituída por uma variedade de perspectivas teóricas.

Outrossim, para a produção dos dados, o estudo se ancorou nos princípios da análise documental que, de acordo com Kripka, Scheller e Bonotto (2015), é um dos principais instrumentos de constituição de dados, a qual recorre predominantemente a documentos que não foram analisados ou sistematizados, como os livros didáticos supracitados, delineados como fontes primárias.

Para mais, Gil (2008) enxerga uma possível imprecisão dos pesquisadores ao classificar uma pesquisa documental como bibliográfica; mesmo com muitas similaridades, a

principal distinção entre elas concerne ao fato de a primeira ter documentos de primeira mão, enquanto a segunda baseia-se em referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios impressos ou eletrônicos.

A análise das obras foi conduzida com o suporte dos CID, a partir do uso de indicadores entendidos como elementos observáveis que permitem examinar a adequação de cada critério. Considera-se que os Critérios de Idoneidade Didática constituem um sistema de referência para valorar a relação entre o significado matemático proposto, os recursos mobilizados, as interações estabelecidas e as condições de aprendizagem dos estudantes. Nesse sentido, os indicadores apresentados no Quadro 1 foram utilizados como instrumentos analíticos para identificar evidências das diferentes dimensões da idoneidade didática presentes nos materiais.

Quadro 1 - Perguntas orientadoras para análise dos livros didáticos de matemática, sob a ótica dos CID

CRITÉRIOS	INDICADORES
EPISTÊMICO	Há uma sequência lógica e bem estruturada dos capítulos e temas?
	O livro proporciona acesso aos conceitos científicos essenciais para o nível de escolaridade a que se destina, apresentando uma progressão gradual desses conceitos?
	O livro apresenta todos os conceitos corretos, dados atualizados e afirmações bem fundamentadas?
	Os conceitos são apresentados de forma progressiva, com base em conhecimentos anteriores?
	O nível de profundidade dos conteúdos é adequado à faixa etária e série/ano?
ECOLÓGICO	O livro contempla os documentos curriculares nacionais (BNCC), além de Documentos Curriculares Estaduais/Municipais?
	As questões do livro procuram estabelecer conexões entre diferentes conteúdos de Matemática e entre diversas áreas do conhecimento?
	As tarefas estão contextualizadas de acordo com o contexto social e cultural dos estudantes?
	O conteúdo das tarefas tem utilidade prática para a vida social e profissional?
	Há incentivo à cidadania, ética e responsabilidade social?
DE MEIOS	As imagens do livro auxiliam na compreensão do conteúdo?
	As ilustrações, gráficos, tabelas e esquemas são claros, atrativos e pertinentes?
	O livro sugere o uso de plataformas, vídeos, aplicativos ou outros recursos digitais?
	Há propostas de experimentos, pesquisas, estudos de campo ou projetos interdisciplinares?
	As atividades práticas são bem detalhadas, de fácil realização e seguras?
INTERACIONAL	O material incentiva discussões em sala e a troca de ideias entre os alunos ou entre professor e alunos?
	O livro oferece orientações claras e detalhadas para o professor mediar discussões?
	Existem propostas específicas para atividades em grupo?
	O livro propõe atividades que incentivem os alunos a expressarem suas opiniões, compartilharem experiências pessoais e participarem ativamente das aulas?
	No livro didático existem questões propostas que estimulem a reflexão, ajudem a conectar conceitos e favoreçam a construção coletiva do conhecimento?

COGNITIVO	A linguagem utilizada é clara, objetiva e adequada ao nível de compreensão dos alunos?
	Há variedade de atividades (exercícios, projetos, problemas abertos)?
	O livro leva em conta o conhecimento prévio dos alunos sobre o conteúdo a ser ensinado e incentiva o professor a utilizá-lo nas atividades propostas?
	Existem perguntas reflexivas (de natureza aberta) e desafios que estimulam o raciocínio lógico?
	As atividades permitem diferentes formas de resolver problemas?
AFETIVO	Os temas tratados despertam interesse e são conectados à realidade dos alunos?
	No livro existem histórias, estudos de caso ou situações-problema que motivam os alunos?
	O material representa diferentes culturas, etnias, gêneros e contextos sociais de forma respeitosa?
	Existem atividades que incentivam a pesquisa independente?
	O livro propõe reflexões sobre as aprendizagens realizadas?

Fonte: Elaboração própria com base em Gusmão e Font (2020).

Essas dimensões, tomadas em conjunto, orientam uma análise crítica e fundamentada, contribuindo para a seleção e o uso consciente de livros didáticos de matemática, bem como para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais coerentes com a totalidade do processo de ensino e aprendizagem.

Ressalta-se que a análise e a discussão dos resultados, apresentadas na seção subsequente, foram conduzidas tendo como referência central as perguntas orientadoras sistematizadas no Quadro 1. Esses questionamentos serviram de base para a interpretação crítica dos dados, possibilitando uma avaliação mais criteriosa e fundamentada dos livros didáticos.

3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Inicialmente, foi analisado o livro do 6º ano, composto por 44 capítulos, distribuídos em nove unidades. As unidades relativas a grandezas e medidas são as duas últimas, compostas por quatro capítulos cada (unidades de medida de comprimento, perímetro de um polígono, unidades de medida de superfície, área de figuras geométricas planas, medidas de massa, medidas de tempo e de temperatura, medindo o espaço ocupado e medida de capacidade, nessa ordem). O autor deixa de explorar diversas oportunidades de integrar o tema grandezas e medidas nas unidades anteriores, concentrando-o apenas na parte final do livro. Tal distribuição fragmentada dos conteúdos contribui para uma organização compartimentalizada do saber matemático, que pode ser metaforicamente associada às Ilhas de Conhecimento (Figura 3), nas quais cada unidade temática se apresenta de forma isolada das demais.

Figura 3 - Ilhas de Conhecimento



Fonte: Criada pelo primeiro autor com auxílio de inteligência artificial (2025).

Essa organização fragiliza a dimensão ecológica da idoneidade didática, ao limitar as conexões entre os diferentes conteúdos matemáticos e suas possíveis aplicações em distintos contextos, bem como a dimensão cognitiva, ao dificultar a construção de significados articulados pelos estudantes. Compreende-se e reconhece-se que cada unidade temática deve dispor de um espaço próprio para o desenvolvimento de suas especificidades teóricas; contudo, a ausência de conexões entre elas resulta em uma formação fragmentada dos estudantes, limitando as possibilidades de aplicação dos conhecimentos de uma unidade em outra. Defende-se, portanto, a necessidade de estabelecer pontes entre essas ilhas de conhecimento (Figura 4), de modo que o livro didático possa servir como instrumento de articulação para o trabalho docente, favorecendo a construção de aprendizagens integradas e contextualizadas.

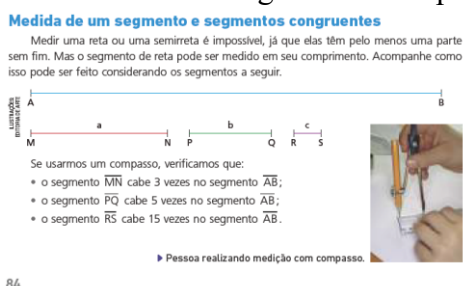
Figura 4 - Construção das pontes



Fonte: Criada pelo primeiro autor com auxílio de inteligência artificial (2025).

Ao analisar o livro (Figura 5), identifica-se, na página 84, uma oportunidade não explorada de abordar o conceito de comprimento. Nesse ponto, o autor poderia apresentar a unidade metro de modo elementar ou propor situações de medição presentes no cotidiano dos estudantes. Contudo, essa abordagem só ocorre posteriormente, na página 234, ou seja, cerca de 150 páginas depois e vários meses à frente.

Figura 5 - Primeiro contato com a grandeza comprimento (6º ano)



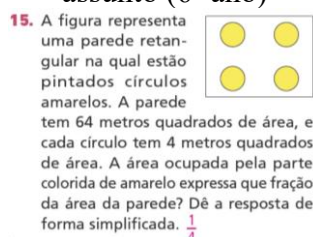
84

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 84).

Para mais, Godino (2024) reitera a necessidade da reflexão acerca das relações entre a matemática e a realidade, visando a uma maior apropriação do estudante dos significados matemáticos no contexto de sua formação cultural, social e histórica.

Dando prosseguimento à análise, identifica-se uma questão (Figura 6) que menciona as unidades metro e metro quadrado. Entretanto, observa-se que em nenhuma seção anterior do livro há uma explicação conceitual sobre o significado e a relação entre essas unidades de medida, o que pode dificultar a compreensão dos estudantes quanto às suas aplicações.

Figura 6 - Questão que envolve unidades de comprimento e área antes do capítulo referente ao assunto (6º ano)



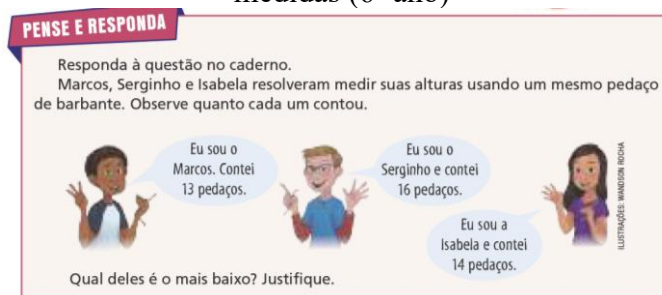
Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 147).

Após sete unidades, totalizando 36 capítulos, constata-se que o livro somente então dedica um espaço específico ao estudo das grandezas e medidas. Entretanto, nota-se que diversas atividades anteriores já utilizavam unidades de medida não previamente introduzidas,

o que compromete a idoneidade epistêmica e cognitiva do material, por apresentar conceitos sem o devido encadeamento conceitual ou progressão didática⁶⁷.

O capítulo intitulado *Unidades de medida de comprimento* inicia apresentando algumas medidas antropométricas, quais sejam: pé, passo, polegada e palmo, além de realizar uma pequena introdução sobre a história das medidas. Entretanto, a primeira atividade já distancia o estudante do assunto, pedindo para que seja observada uma imagem e suas informações a fim de julgar quem é maior, no caso, quem mediu mais “pedaços de barbante” (Figura 7), se transformando em uma questão de contagem e comparação de grandezas discretas e não de medições, como aparentemente se pretendia.

Figura 7 - Questão de contagem como atividade introdutória em um capítulo com o tema medidas (6º ano)



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 147).

Seria interessante que o professor propusesse aos estudantes a realização de medições corporais utilizando um pedaço de barbante, semelhante ao apresentado na situação hipotética anterior. É natural que a maioria dos alunos obtenha resultados não inteiros, o que deve ser compreendido como correto e esperado⁶⁸. Esse momento oferece uma oportunidade para o docente estabelecer conexões com conteúdos previamente estudados, como números decimais e fracionários, e, se considerar pertinente, introduzir a ideia de que existem medições que não podem ser expressas por números racionais, antecipando, assim, futuras discussões sobre os números irracionais.

Posteriormente, o autor apresenta um tópico intitulado *Metro Linear*⁶⁹, no qual expõe, de forma tradicional, uma tabela (Figura 8). Para mais, de forma correta, ele destaca a relação

⁶⁷ Página 110 (questão 1), página 176 (questão 13), página 178 (questões 3, 4 e 8), página 181 (questões 2, 9, 10 e 11), página 188 (questões 3, 5, 10 e 11), página 190 (questões 4 e 6), página 191 (questão 10), página 194 (questões 2, 4 e 9) e página 195 (questões 11 e 12).

⁶⁸ Chamorro e Belmonte Gómez (1991) deixam claro que um dos principais erros no ensino de grandezas e medidas é o que eles denominam “Abuso da exatidão nas medidas”, onde a *medida inteira* é confundida com a *medida exata*.

⁶⁹ A expressão *metro linear* é redundante, já que o metro mede comprimento, grandeza sabidamente linear. Seu uso, no entanto, representa uma forma de distinguir, na prática, as medidas derivadas do metro, quais sejam: metro quadrado (área) e metro cúbico (volume).

entre os *múltiplos e submúltiplos*⁷⁰ do metro e o nosso Sistema de Numeração Decimal, um dos principais fundamentos do chamado, não por acaso, *Sistema Decimal Internacional de Pesos e Medidas*⁷¹. Vale destacar que, de acordo com Silva (2010), a adoção do sistema decimal é atribuída a Simon Stevin, de Bruges (1584-1620).

Figura 8 - Tabela de múltiplos e submúltiplos do metro

Múltiplos do metro			Unidade fundamental	Submúltiplos do metro		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 236).

Observando as atividades do presente capítulo, das dez questões disponíveis para resolução, apenas uma questão (Figura 9) solicitou aos estudantes que realizassem uma medição, pois “só se aprende a medir, medindo” (Godino; Batanero; Roa, 2002, p. 642). Ademais, o ato de medir constitui uma forma de compreender o conceito em movimento, possibilitando retirar o conteúdo do plano abstrato do livro e situá-lo na experiência concreta dos estudantes, aspecto também corroborado pela BNCC ao destacar ser “de fundamental importância considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática” (Brasil, 2018, p. 265). Portanto, é insuficiente a presença de apenas uma questão relativa à medição em um capítulo dedicado às medidas de comprimento, situação que compromete a dimensão de meios da idoneidade didática, uma vez que reduz as oportunidades de experimentação e manipulação concreta, elementos fundamentais para a construção dos significados das grandezas e de suas unidades no processo de aprendizagem.

Figura 9 - Única questão de realização de medição (Unidade 8, Capítulo 1)

- 6.** Meça o comprimento de sua sala de aula em passos. Compare o resultado com o dos colegas.
- As medidas encontradas foram iguais?
 - Meça seu passo, em centímetro, e calcule o comprimento da sala em centímetro.
 - O comprimento da sala mede quantos metros?

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 238).

⁷⁰ Prefixos gregos foram estabelecidos para múltiplos de 10: deca (10), hecto (100) e quilo (1000). Já para os submúltiplos foram escolhidos prefixos latinos: deci (0,1), centi (0,01) e mili (0,001) (Fonte: Encyclopaedia Britannica).

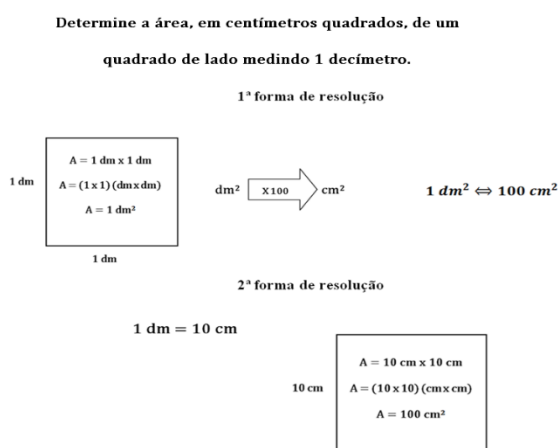
⁷¹ De acordo com a Colliers Encyclopedia (1972), “Sistema Métrico de unidades é o nome geral dado ao Sistema Decimal Internacional de Pesos e Medidas cujas unidades básicas são o metro e o quilograma” (Silva, 2010, p. 79).

No capítulo 2 (Unidade 8), *Perímetro de um Polígono*, somente a última questão das atividades solicita a prática da medição, pedindo que o estudante faça em um papel quadriculado uma planta baixa de algum local o qual ele frequenta, solicitando a criação de uma escala, associando cada quadriculado a uma medida, recorrendo a noções intuitivas de escalas (razão), conteúdo que poderia ter sido apresentado na Unidade 5, *Forma Fracionária dos Números Racionais*, oportunidade não aproveitada pelo autor⁷².

No capítulo subsequente, *Unidades de Medida de Superfície*, o autor destaca o conceito *metro quadrado* e a medida agrária *hectare*, além da tradicional tabela de conversão de unidades de medida de superfície (Figura 10). Seria interessante que essas transformações fossem explicitadas por meio das transformações lineares dos lados de um quadrado, comprovando que o multiplicar ou dividir por 100 é fruto do cálculo da área do quadrado, já que ao multiplicar cada lado por 10 (ao converter decímetro para centímetro, por exemplo), a área é multiplicada por $10^2 = 100$, evidenciando que a mudança de unidade implica numa transformação quadrática e não apenas linear.

Essa abordagem permitiria aos estudantes compreenderem, de forma mais lógica, a razão pela qual, ao mudar a unidade linear do comprimento e da largura, a medida de superfície varia de acordo com o quadrado da mudança na unidade, contribuindo para uma aprendizagem mais conceitual e menos mecânica das conversões de unidades.

Figura 10 - Exemplo de uma questão que envolve transformações de unidades de área



Fonte: Elaboração do primeiro autor (2025).

⁷² Observando os *Objetos de Conhecimento e Habilidades da BNCC* referentes à matemática do 6º ano, não existe menção alguma à razão e proporção, evidenciando a falta das pontes entre as *Ilhas de Conhecimento*, pois a Habilidade EF06MA28: Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vista aéreas, depende de escala, tipo especial de razão, a qual poderia ter sido apresentada aos estudantes na Unidade referente aos números racionais.

Ainda no âmbito teórico, identifica-se a ausência de uma explicitação clara da diferença entre superfície e área. De modo didático e acessível, essa distinção poderia ser apresentada como a diferença entre a porção do plano (superfície) e a medida numérica que expressa a extensão dessa porção (área). Essa lacuna compromete parcialmente a idoneidade epistêmica e cognitiva do material, uma vez que dificulta a consolidação conceitual e a compreensão do significado matemático intrínseco às grandezas geométricas.

Em consonância com Godino, Batanero e Roa (2002), “o número de unidades necessárias para cobrir uma região plana é a área da dita região. Geralmente escolhem quadrados como unidade de área, mas qualquer forma que cubra a figura sem sobreposições e sem deixar espaços vazios pode ser utilizada como unidade de medida” (p. 661, tradução do pesquisador).

Observando as atividades, das dez questões propostas apenas uma (Figura 11) está ligada à medição e não somente aos atos de fazer contas ou deslocar vírgulas para direita ou esquerda.

Figura 11 - Única questão de realização de medição (Unidade 8, Capítulo 3)

1. Para representar 1 m^2 , você pode construir um quadrado de 1 metro de lado utilizando régua, jornal e fita adesiva. Junte-se a um colega, e construam um quadrado de 1 m^2 .

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 245).

No último capítulo da Unidade 8, Área de figuras geométricas planas, o autor se ateuve ao retângulo, quadrado e triângulo retângulo. Ele expôs as equações para obter as áreas dessas figuras, além do perímetro do quadrado, sem maior preocupação com as unidades de medida, com destaque às fórmulas, demonstrando de maneira clara como o ensino de geometria no Brasil enfatiza a memorização e a aplicação de procedimentos aritméticos e algébricos.

Observa-se, nesse contexto, uma tendência de aritmetização e algoritmização do ensino geométrico, no qual a geometria se torna progressivamente mais algébrica e cada vez menos métrica, o que fragiliza não apenas a dimensão cognitiva, mas também a dimensão interacional da idoneidade didática, ao reduzir as oportunidades de diálogo, argumentação e construção coletiva de significados matemáticos.

Em relação às atividades, não há questão alguma que peça ao estudante medições, tornando esse capítulo carente de uma abordagem prática, limitando a possibilidade de o

estudante compreender concretamente os conceitos, reduzindo o potencial que geometria, grandezas e medidas possuem na realidade cotidiana.

Em resumo, das quarenta questões propostas na presente unidade, apenas três propuseram ações de medição, número ínfimo, haja vista a centralidade desse tipo de atividade para a compreensão do significado das grandezas e suas unidades, bem como para o desenvolvimento de noções fundamentais de mensuração no ensino de Matemática.

Com base na análise das questões pertencentes aos capítulos de grandezas e medidas, apenas 8% correspondem a medições realizadas, evidenciando uma diferença significativa entre as questões puramente teóricas e aquelas que envolvem atividades de mensuração. Essa diferença revela um enfoque excessivamente abstrato no ensino do tema, com situações de medição vinculadas ao cotidiano sendo pouco exploradas. Essa configuração expõe fragilidades na dimensão cognitiva da idoneidade didática, pois as atividades propostas não favorecem processos de compreensão, reflexão e generalização, limitando-se, em grande parte, à aplicação mecânica de procedimentos, além de limitar a dimensão interacional, uma vez que não promovem a discussão, a argumentação matemática e a construção coletiva de significados em sala de aula.

Além disso, com base em Gusmão e Font (2020), observa-se que as questões apresentam caráter predominantemente de reprodução, não promovendo a articulação entre conceitos nem a reflexão sobre as ações realizadas, o que restringe o desenvolvimento da autonomia intelectual e da criatividade dos estudantes.

Na última unidade, *Grandezas e Medidas*⁷³, o capítulo 1, intitulado *Medidas de massa*, apresentou a tradicional tabela de transformação do grama, com seus múltiplos e submúltiplos. Observa-se que das 13 (treze) questões propostas nenhuma envolvia atividades experimentais; nem mesmo algo simples, como comparar, com auxílio dos próprios braços, qual objeto possui maior massa. Todas as questões exigiam um raciocínio simples, sem estimular a reflexão ou a construção de significados a partir da experiência concreta.

O capítulo 2, *Medidas de tempo e temperatura*, seguiu a mesma lógica do anterior, ou seja, apresentação das principais unidades⁷⁴, exposição de tabelas de conversão e explicação de algoritmos de transformação de unidades, de forma bastante superficial. Além disso, nenhuma das oito questões propostas no capítulo envolve medições práticas de tempo (como

⁷³ Não nos aprofundamos nos temas abordados nos dois primeiros capítulos da Unidade 9, haja vista não integrarem os nossos objetos de estudo, quais sejam: comprimento, área e volume.

⁷⁴ No cotidiano brasileiro a principal unidade de medida de temperatura é o *grau Celsius* ($^{\circ}\text{C}$). Sabemos que a escala *Absoluta de Kelvin* (K) é integrante do Sistema Internacional (SI), mas no dia a dia não é utilizada.

o uso de cronômetro) ou de temperatura (com termômetros ambientais, culinários ou clínicos).

Os capítulos 3 e 4, *Medindo o espaço ocupado* e *Medida de capacidade*, respectivamente, mantêm a lógica utilizada nos capítulos anteriores: representação de tabelas de conversão, explicação de algoritmos de transformação, uso de fórmulas de volume e resolução de questões de reprodução. Constata-se a ausência de atividades que abordem a conversão entre volume (metro cúbico) e capacidade (litro), conhecimento essencial para a resolução de problemas práticos e para a articulação entre a matemática escolar e as situações do cotidiano. Ressalta-se que as 19 questões dos capítulos 3 e 4 não incluem atividades de medição prática nem experiências concretas, restringindo o potencial de exploração empírica e a construção de significados a partir da experimentação.

O próximo livro analisado é *A conquista matemática*, 7º ano, composto por 46 capítulos, distribuídos em nove unidades, sendo a última dedicada a *Área e Volume*. Essa unidade é composta por dois capítulos: *Área de figuras geométricas planas* e *Volume*.

Embora a análise tenha se concentrado nos dois últimos capítulos, de um total de 46, todos os capítulos foram examinados, com o intuito de identificar oportunidades de abordagem do tema Grandezas e Medidas em outros conteúdos.

Na análise do livro, especificamente na página 124, questão 2 (Figura 12), referente ao conteúdo de Estatística, média aritmética simples, observa-se que a proposta poderia ser enriquecida caso o material didático incentivasse a participação ativa dos estudantes. Poderia, por exemplo, sugerir o uso de uma fita métrica para que um grupo de seis estudantes realizasse medições de altura e calculasse a média dos valores obtidos. Também seria possível propor o cálculo da média de altura das meninas, dos meninos ou da turma como um todo, tornando a atividade mais contextualizada e significativa para os estudantes.

Figura 12 - Questão 2 – página 124 (7º ano)

- 2.** Um pediatra anotou a altura de seis meninas de oito anos, medidas em seu consultório: 1,25 m; 1,27 m; 1,30 m; 1,23 m; 1,31 m e 1,26 m. Qual é a altura média dessas seis meninas, em metro?

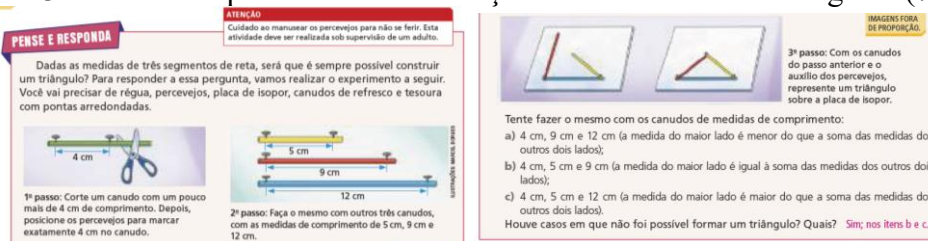
Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 84).

A proposta de os estudantes medirem a própria altura, analisando e comparando seus resultados, expressa uma atividade na qual o conhecimento emerge da experiência. Nas palavras de Paulo Freire: “o educando se reconhece conhecendo os objetos, descobrindo que é capaz de conhecer assistindo à imersão dos significados em cujo processo se vai tornando também significador crítico” (Freire, 2014, p. 47).

Na continuidade da análise, identificaram-se algumas questões⁷⁵ que recorrem às grandezas e medidas apenas de modo acessório, sem promover a exploração conceitual e procedimental necessária à construção de significados matemáticos, o que fragiliza a idoneidade epistêmica e cognitiva do material.

Cabe salientar que o Capítulo 2 (Unidade 6) aborda o tema *Triângulos*. Não foram identificadas atividades que envolvessem medições ou transformações de unidades de medida. Contudo, a seção *Pense e Responda* (Figura 13) apresenta uma proposta experimental significativa, na qual os estudantes verificam a condição de existência dos triângulos utilizando pedaços de canudos. Essa atividade demonstra a importância dos critérios de meios e cognitivo dos CID, ao favorecer a aprendizagem por meio da experimentação e da manipulação concreta de materiais.

Figura 13 - Análise Experimental da Condição de Existência de Triângulos (7º ano)



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 184).

Embora o número de questões práticas sobre medições seja reduzido, destaca-se outra atividade do tipo *Pense e Responda* (p. 191), apresentada no Anexo B, em que os estudantes, por meio de um experimento simples, podem determinar o valor aproximado da constante π (pi). Essa proposta realça o potencial dos critérios de meios e cognitivo dos CID, ao articular manipulação concreta e construção conceitual. A atividade poderia ser expandida com o uso de diferentes objetos circulares, permitindo que os alunos reconheçam empiricamente a constância de π . Como afirma Lorenzato (2006), a vivência prática constitui o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento abstrato, pois é no contato com o concreto que as ideias se consolidam.

⁷⁵ Página 142 (questão 8), página 159 (questão 8) e página 187 (questões 1, 2 e 3).

Identificou-se também uma questão com potencial para o desenvolvimento de uma atividade prática no ambiente escolar. Trata-se da questão 3, localizada na página 228, referente ao conteúdo *Regra de Três*, que aborda o cálculo da área de uma parede a ser revestida com azulejos. Essa proposta apresenta possibilidades de articulação entre os critérios de meios, cognitivo e ecológico dos CID, ao favorecer o uso de instrumentos de medição, a aplicação de conhecimentos matemáticos a situações concretas e a valorização do contexto escolar como espaço de aprendizagem. O professor, por exemplo, pode propor que os estudantes meçam as paredes da sala de aula ou de áreas externas, utilizando uma cerâmica como unidade de medida ou calculando a área de um azulejo para, a partir dela, estimar a área total da parede.

Embora a questão tenha sido originalmente concebida para a aplicação da regra de três, ela pode ser ressignificada de modo a incluir o estudo das medidas de superfície, favorecendo uma abordagem mais integrada e contextualizada. Essa ampliação potencializa o valor didático da atividade e reflete a interdependência entre os critérios epistêmico, cognitivo e ecológico, ao articular rigor conceitual, compreensão prática e conexão com o contexto real dos estudantes.

A nona e última unidade, intitulada *Área e Volume*, como mencionado anteriormente, é composta por dois capítulos: *Área de figuras geométricas planas* e *Volume*. No primeiro, são apresentadas as fórmulas para o cálculo das áreas de algumas das principais figuras planas, retângulo, quadrado, triângulo, paralelogramo e trapézio. Contudo, o capítulo não apresenta atividades práticas que envolvam medições reais, como calcular a área do piso da sala de aula ou da quadra esportiva da escola. A abordagem permanece estritamente abstrata, centrada na aplicação de fórmulas, o que tende a limitar a compreensão dos estudantes acerca do significado concreto da noção de área. Considerando que o espaço cotidiano está repleto de formas geométricas suscetíveis à medição e comparação, torna-se essencial estabelecer conexões entre a teoria e a prática. A ausência dessa vivência concreta distancia o aprendizado da realidade dos estudantes e reduz as possibilidades de atribuição de sentido ao conhecimento matemático.

Na análise do último capítulo do livro referente ao 7º ano, identifica-se o conteúdo *Volume*, que, assim como o capítulo anterior, não apresenta nenhuma atividade prática relacionada ao tema. Logo no início, na seção *Pense e Responda*, propõe-se uma questão sobre o volume de uma piscina; entretanto, verifica-se que se perdeu uma valiosa

oportunidade de explorar a relação entre volume e capacidade, aspecto fundamental para a compreensão do conceito em contextos concretos e cotidianos⁷⁶.

Posteriormente, foi analisado o livro relativo ao 8º ano, composto por 47 capítulos apresentados em nove unidades, sendo as duas últimas dedicadas a Área, volume e capacidade e Estudo de Grandezas.

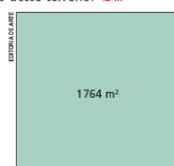
Assim como nos volumes anteriores, a presente obra reserva as unidades finais para grandezas e medidas (nesse caso, a penúltima unidade), abordando esse conteúdo de forma hermética, o que reforça a ideia das *Ilhas de Conhecimento*. Considera-se que a unidade temática *Grandezas e Medidas* deve dispor de um espaço próprio para o desenvolvimento de suas especificidades conceituais. Contudo, é igualmente necessário que se integre, de forma transversal, às demais unidades temáticas, de modo a evidenciar as conexões intrínsecas entre os diferentes conteúdos matemáticos e favorecer uma aprendizagem mais articulada e significativa.

Na primeira unidade, *Números reais e porcentagem*, não existe questão alguma que indique medições, perdendo a oportunidade de explorar o número real nesse contexto, ultrapassando os naturais, inteiros e racionais, pois a inserção dos números irracionais permitiria representar de forma precisa as grandezas contínuas, haja vista existirem mais irracionais que racionais (Georg Cantor; 1845-1918). Em consequência disso, há na natureza mais grandezas com medidas irracionais do que racionais.

Na unidade referente à *potenciação e radiciação*, foi identificada apenas uma questão (Figura 14) que poderia ter sido aproveitada para introduzir aos estudantes a relação entre as operações e as unidades de medida, uma vez que, ao calcular a raiz quadrada da área de um quadrado, calcula-se a raiz tanto ao valor numérico quanto à unidade de medida.

Figura 14 - Questão de cálculo de raiz quadrada (8º ano)

3. A área de um terreno quadrangular é 1764 m². A medida do lado desse terreno representa a raiz quadrada exata desse número. Quanto mede o lado desse terreno? 42 m



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 57).

⁷⁶ **Volume** é a grandeza que quantifica o espaço tridimensional ocupado por um objeto ou substância. É medido em unidades cúbicas (por exemplo, metro cúbico, centímetro cúbico etc.). Já **capacidade** refere-se ao volume interno máximo de um recipiente; em geral, expressa-se em litros, seus múltiplos ou submúltiplos. A título de exemplo, 1 m³ = 1000 litros, 1 dm³ = 1 litro e 1 cm³ = 1 ml.

Seria pertinente o autor apresentar um exemplo ou fazer uma observação acerca da extração da raiz quadrada da unidade de medida, da seguinte maneira:

Considere A a área do quadrado de lado l . Sendo $A = l^2$, temos:

$$1764 \text{ m}^2 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{1764 \text{ m}^2}$$

$$l = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7^2 \times \text{m}^2}$$

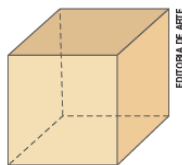
$$l = 2 \times 3 \times 7 \times \text{m} \Rightarrow l = 42 \text{ m}$$

Deve-se salientar que, segundo Rocha-Filho (1988), a magnitude de uma grandeza pode ser expressa como o produto entre um número e uma unidade de medida, ou seja, $\text{grandeza} = \text{número} \times \text{unidade}$.

O capítulo 5 desta unidade trata da Raiz Cúbica. Tanto o texto introdutório quanto a primeira questão (Figura 15) abordam o cálculo do lado de um cubo por meio dessa operação. Todavia, percebe-se a ausência de uma explicitação quanto à unidade de medida envolvida: a raiz cúbica do metro cúbico corresponde ao metro.

Figura 15 - Questão de cálculo de raiz cúbica (8º ano)

1. A figura representa um cubo de volume 1000 cm^3 . Calcule a medida, em centímetro, da aresta desse cubo. **10 cm**



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 59).

Seria oportuno que o autor fizesse uma observação a respeito da extração da raiz cúbica da unidade de medida, conforme o seguinte modelo:

Considere V o volume do cubo de lado l . Sendo $V = l^3$, temos:

$$1000 \text{ m}^3 = l^3 \Rightarrow l = \sqrt[3]{1000 \text{ m}^3}$$

$$l = \sqrt[3]{10^3 \times \text{m}^3}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

Posteriormente, no mesmo capítulo, é apresentada uma questão de múltipla escolha (Figura 16) que, de forma breve e superficial, aborda a conversão entre unidades de capacidade e volume. Seria mais proveitoso incluir uma questão subjetiva que instigasse o estudante a refletir sobre a tridimensionalidade das unidades de volume, bem como sobre a relação entre essas unidades e a medida linear metro.

Figura 16 - Questão de conversão entre volume e capacidade (8º ano)

5. Indique a alternativa correta.
- Um recipiente com a forma de um cubo com 1 dm de aresta tem capacidade de 1 litro. Então, para comportar exatamente 64 litros de água, um recipiente com a forma de cubo deve ter aresta cuja medida é: **Alternativa a.**
- a) 4 dm. d) $\frac{64}{3}$ dm.
 b) 8 dm. e) 64 dm.
 c) 16 dm.

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 59).

No capítulo 4 (unidade 3) foi apresentada uma seção denominada *Por toda parte*, que busca atender ao disposto nos Temas Contemporâneos Transversais na BNCC (Brasil, 2019), os quais abordam questões relevantes da sociedade, como sustentabilidade, ética e cidadania, além da lei 10.639/2003 (Brasil, 2003), que inclui no currículo escolar dos ensinos fundamental e médio a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira”. Cabe ressaltar que a citada lei sofreu complementação através da lei nº 11.645/2008 (Brasil, 2008), incorporando o estudo da história e cultura indígena.

A atividade sugerida aborda o tema das *Comunidades Quilombolas* (Figura 17) e, inicialmente, propõe que os estudantes realizem uma pesquisa, porém, sem um direcionamento claro, resultando numa abordagem ampla e genérica. Seria mais proveitoso orientar os estudantes a investigarem temas específicos relacionados à matemática presente no cotidiano dessas comunidades, valorizando os saberes tradicionais e práticas culturais as quais envolvem, a título de exemplo, medições, contagens, formas de organização espacial e construção de artefatos.

Trata-se, portanto, de um exemplo típico de “pseudo-contextualização matemática”, em que o conteúdo curricular é apenas inserido, de forma artificial, em um cenário sociocultural, sem estabelecer vínculos significativos entre o contexto e os conceitos matemáticos trabalhados. Essa abordagem expõe fragilidades na dimensão ecológica da idoneidade didática, uma vez que o contexto sociocultural é utilizado apenas como elemento ilustrativo, sem promover relações efetivas entre os conhecimentos matemáticos e as práticas culturais dos estudantes. Desse modo, perde-se a oportunidade de valorizar os saberes produzidos em diferentes grupos sociais e de favorecer a compreensão da matemática como prática humana historicamente construída.

Figura 17 - Atividade da seção Por toda parte (8º ano)

1. Você conhece alguma comunidade tradicional brasileira? Faça uma pesquisa com o professor e os colegas sobre características e costumes dos quilombolas e de outras comunidades tradicionais. Em seguida, debatam sobre a importância do respeito e da preservação desses grupos.
2. Aplicando seus conhecimentos sobre ângulos e construções geométricas, faça em uma folha avulsa uma releitura do caranguejo representado no mural do Quilombo de Cumbe.
Produção pessoal.



► EMOL. O caranguejo guerreiro pronto para a guerra. 2016. Mural. Quilombo do Cumbe, Aracati (CE).

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 93).

Com o objetivo de favorecer a imersão necessária à elaboração de uma tarefa consistente sobre grupos sociais específicos, como comunidades quilombolas, propõe-se, a título de exemplo, a leitura e o estudo das seguintes obras: *Mancala: O jogo africano no ensino da matemática* (Rinaldo Pevidor Pereira e Henrique Cunha Junior, 2016), *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade* (Ubiratan D'Ambrosio, 2009), *Etnomatemática: uma experiência educacional* (Vera Lucia da Silva Halmenschlager, 2001), *A terra dá, a terra quer* (Antônio Bispo dos Santos, 2023), *Práticas Socioculturais e Educação Matemática* (Iran Abreu Mendes e Carlos Aldemir Farias, 2014), *Educação e Saberes da Tradição* (Carlos Aldemir Farias e Maria da Conceição de Almeida, 2025) e *A origem africana da matemática* (Jefferson Todão, 2024). Essas leituras oferecem subsídios teóricos que favorecem a construção de propostas pedagógicas realmente contextualizadas, valorizando a diversidade cultural e os saberes de grupos sociais.

Vale mencionar, ainda, que Vitória da Conquista está entre os dez municípios com maior população quilombola do Brasil, contando com mais de 12 mil habitantes quilombolas. No município, existem 32 comunidades quilombolas reconhecidas oficialmente pela Fundação Cultural Palmares⁷⁷. Nesse contexto, seria pertinente, como exemplo, que a unidade escolar municipal, por meio da Secretaria de Educação, estabelecesse contato com a Coordenação de Promoção da Igualdade Racial, com o objetivo de organizar uma aula de campo em uma das referidas comunidades. Essa experiência certamente permitiria que os estudantes conhecessem, *in loco*, aspectos históricos, culturais e sociais das populações quilombolas, favorecendo uma aprendizagem com base em situações concretas e socialmente relevantes.

Na introdução da Unidade 8, Área, Volume e Capacidade, o autor menciona os povos babilônios, chineses e egípcios, porém sem apresentar exemplos concretos de medidas

⁷⁷ Disponível em: <https://www.pmvc.ba.gov.br/segundo-ibge-vitoria-da-conquista-e-um-dos-10-municipios-mais-quilombolas-do-pais/> (Acesso em: 12 maio 2025).

utilizadas por essas civilizações, tampouco instrumentos empregados em suas práticas. Mais uma vez, configura-se uma oportunidade desperdiçada de explorar as origens históricas e culturais das noções de grandeza e medida, aspecto que poderia contribuir para uma compreensão mais ampla do conhecimento matemático. Tal lacuna exprime limitações na dimensão ecológica da idoneidade didática, ao não favorecer a compreensão da matemática como uma construção histórica e socialmente situada, produzida em diferentes contextos culturais ao longo do tempo.

Em seguida, no primeiro capítulo, *Área de figuras planas*, a seção *Pense e Responda* apresenta uma situação hipotética sobre a determinação do número de placas de grama necessárias para cobrir uma área retangular de 5 m por 3 m.

Seria mais instigante que propusesse uma atividade de medição envolvendo espaços reais da escola, como o pátio, a quadra ou a horta, permitindo que os estudantes vivenciassem, na prática, o processo de medir e calcular áreas. Tal abordagem favoreceria uma aprendizagem mais concreta e a construção do conceito de área a partir da experiência direta dos estudantes com o espaço em que estão inseridos.

O capítulo *Volume de sólidos geométricos* apresenta a tabela do metro cúbico, com seus múltiplos e submúltiplos, sem, contudo, explicitar conceitualmente o que é o metro cúbico. A abordagem transmite ao estudante uma noção meramente mecânica de multiplicar ou dividir por 1.000, 1.000.000, e assim por diante, como se a conversão de unidades se resumisse ao simples deslocamento de vírgulas para a direita ou para a esquerda. Na sequência, são apresentados sólidos geométricos (cubo, bloco retangular e cilindro), sem que se cogite a oportunidade didática de, ao introduzir o cubo, explicar a origem da unidade metro cúbico, a qual corresponde ao volume de um cubo com 1 metro de aresta.

No capítulo intitulado *Capacidade* é apresentado um conceito limitado, conforme as palavras do autor: “a capacidade de um recipiente corresponde à quantidade de líquido que cabe dentro dele” (2022, p. 255). Contudo, a capacidade está relacionada ao volume interno de um recipiente, independentemente do estado físico da substância contida, desde que esta assuma a forma do recipiente. Abaixo dessa definição encontra-se a tradicional tabela de medidas de capacidade, com o litro, unidade fundamental, e seus múltiplos e submúltiplos, abordando as conversões de forma mecanicista, reduzidas ao deslocamento de vírgulas, sem promover a compreensão conceitual do sistema de unidades.

Cabe salientar que na página 256 é apresentada pela primeira vez, de forma explícita, a equivalência entre volume e capacidade, por meio da conversão “1 litro = 1 dm³”. Tal relação

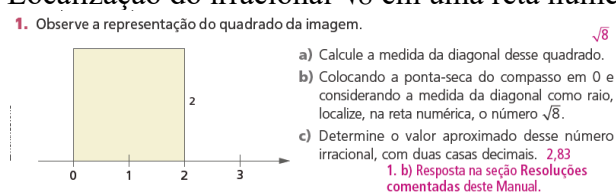
já havia sido mencionada no enunciado da questão 5 (p. 59), sem, todavia, receber o devido aprofundamento conceitual.

Chama a atenção o fato de que, na última unidade do livro, dedicada ao Estudo das grandezas, não haja nem sequer uma única atividade prática relacionada às unidades de medida, como, por exemplo, a construção de uma planta baixa da sala de aula ou de outro ambiente escolar utilizando escalas, ou ainda uma atividade voltada à análise do consumo hídrico em uma residência. Essa ausência indica uma desconexão entre o conteúdo proposto e sua aplicação concreta no cotidiano dos estudantes, situação que também compromete a dimensão ecológica da idoneidade didática, ao limitar a articulação entre o conhecimento matemático escolar e as práticas sociais nas quais as grandezas e medidas são efetivamente utilizadas.

Nesse percurso, foi analisado o livro relativo ao 9º ano, composto por vinte e nove capítulos, apresentados em nove unidades. No primeiro capítulo da Unidade 1 são introduzidos os números irracionais e, com isso, completa-se o conjunto dos números reais. Para ilustrar esse conceito foi realizada a localização, na reta numérica, da medida da hipotenusa de um triângulo retângulo isósceles de lado 1 (página 16), valor reconhecidamente irracional e igual a $\sqrt{2}$.

Posteriormente, o autor sugeriu uma atividade experimental similar, usando régua e compasso, o que pode permitir ao estudante visualizar de forma intuitiva a continuidade dos números reais⁷⁸, como ilustra a Figura 18.

Figura 18 - Localização do irracional $\sqrt{8}$ em uma reta numérica (9º ano)



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 18).

Ao analisar o último volume da coleção, esperava-se encontrar mais tarefas desse tipo, que possibilitassem ao estudante vivenciar a matemática em sua completeza, conectando conceitos e aplicações práticas de maneira efetiva. Entretanto, constata-se que a maioria das

⁷⁸ Grosso modo, a continuidade dos números reais diz respeito à ausência de interrupções na reta numérica, isto é, entre quaisquer dois números reais, sempre é possível encontrar outros, sejam racionais ou irracionais. Segundo Cobiánchi (2010), muitos currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática apresentam lacunas em seus conteúdos, o que compromete o ensino dos números reais e do conceito de continuidade. Tais deficiências dificultam a aplicação dos números reais em contextos do cotidiano e ampliam os desafios pedagógicos enfrentados pelos professores de Matemática.

questões propostas é de resolução mecânica e com conteúdos fragmentados, limitando o desenvolvimento do pensamento crítico dos conteúdos.

Em seguida, foi evidenciado o irracional π , através da ilustração de um anel, o qual tem registrado o comprimento e o diâmetro (Figura 19).

Figura 19 - Demonstrando o valor de π (9º ano)

- Se medirmos o contorno deste anel, encontraremos, aproximadamente, 52 mm de comprimento da circunferência externa representada e 16,55 mm de diâmetro externo.

$$\frac{\text{medida do comprimento da circunferência}}{\text{medida do diâmetro}} = \frac{52 \text{ mm}}{16,55 \text{ mm}} \approx 3,1419$$



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 18).

Porém, por que não realizar uma experimentação para o estudante “descobrir” o π ? A título de exemplo, seria muito simples o autor sugerir uma atividade na qual os estudantes, munidos de régua e barbante, medissem objetos circulares (copos, latas, tampas, rodas de bicicletas, entre outros). Posteriormente, poderiam tabular os dados e calcular a razão entre a circunferência e o diâmetro de cada um dos objetos. Ao confrontarem os resultados, a expectativa é chegarem à conclusão que o valor de π gira em torno de 3,14.

Esse experimento coadunaria com o pensamento de Davydov⁷⁹, o qual ressalta que apresentar aos estudantes o procedimento utilizado para determinar um conceito, como o valor de π , realizado na figura 19, por si só, é insuficiente para que desenvolvam o pensamento teórico. Davydov recomenda aos professores a proposição de tarefas nas quais os estudantes possam reconstruir a origem do conceito, compreendendo sua lógica formativa, não se tratando de imitar o processo histórico (Da Rosa; Soares; Damazio, 2011).

Observa-se que, mesmo nos capítulos dedicados à potenciação e à radiciação no 9º ano, não houve uma explanação conceitualmente consistente acerca das unidades de metro quadrado (m^2) e metro cúbico (m^3). Ademais, não se evidenciou o procedimento de extração da raiz quadrada de m^2 e da raiz cúbica de m^3 como estratégia para explicitar a unidade metro (m) enquanto medida do lado de um quadrado e da aresta de um cubo, respectivamente. Considera-se que a introdução de conceitos básicos de *Análise Dimensional*⁸⁰ seria bastante proveitosa para os estudos de física e química que já começam no 9º ano, mas que se aprofundarão no Ensino Médio.

⁷⁹ Considerado um dos “herdeiros teóricos” de Vigotski, pertencente à segunda geração da psicologia histórico-cultural.

⁸⁰ Análise Dimensional é a “verificação da dimensão de uma grandeza ou unidade derivada. Às vezes, esta expressão também é usada para se referir à verificação das unidades de uma grandeza ou de uma fórmula” (Rocha-Filho, 1988, p. 82).

Apesar de não ter sido analisado em detalhe os exemplos e explicações, foi possível identificar um equívoco em uma propriedade de radiciação (Figura 20). Aparentemente, faltou uma revisão mais atenta dessa parte, pois se trata de um livro didático aprovado pelo PNLD, o que indica a importância de um acompanhamento criterioso quanto à correção conceitual dos conteúdos apresentados aos estudantes.

Figura 20 - Equívoco de um cálculo de Radiciação em Livro Didático Oficial

Transformamos o radical dado em um produto de radicais.

Aplicamos a propriedade $\sqrt[n]{a^n} = a$.

O correto seria $5\sqrt{7}$

Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 41), com observações do pesquisador.

A Unidade 5, *Proporção e Semelhança*, composta por três capítulos, não tem nem sequer uma atividade prática que poderia utilizar a unidade temática *Grandezas e Medidas*, propondo, por exemplo, a criação de uma planta da quadra da escola ou do pátio, utilizando o conteúdo escalas, o qual é exposto na página 148.

Uma das questões propostas pelo autor (Figura 21) está desvinculada de qualquer proposta concreta de aplicação, limitando-se a uma abordagem contextualizada, mas pouco significativa para os estudantes.

Figura 21 - Questão que poderia dar lugar a uma com foco em medições

6. Um terreno quadrangular tem 15 m de comprimento. Esse comprimento foi representado em um desenho por um segmento de reta de 5 cm. Qual foi a escala usada nesse desenho? 1 : 300

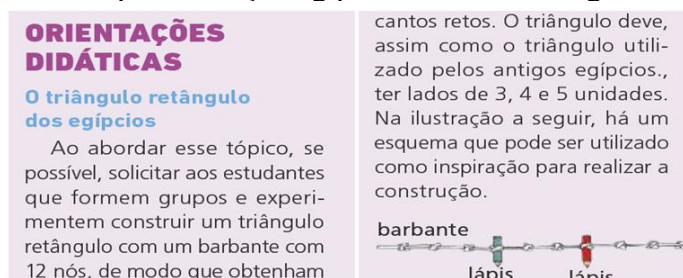
Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 149).

No que diz respeito à Unidade 7, intitulada *Relações Métricas no Triângulo Retângulo e na Circunferência*, composta por quatro capítulos, não há abordagem sobre *Grandezas e Medidas*, tampouco qualquer tipo de experimentação relacionada ao triângulo retângulo.

Posteriormente, o autor sugere aos professores a realização de um experimento com um pedaço de barbante, no qual devem ser feitos 12 nós igualmente espaçados, simulando o processo utilizado pelos egípcios (Figura 22). No entanto, essa proposta pode não ser tão interessante, uma vez que exige medições precisas e a garantia de equidistância entre os nós, o que pode tornar a atividade trabalhosa e pouco eficaz do ponto de vista didático. Além disso,

sob a perspectiva da idoneidade afetiva, tarefas que demandam elevado esforço operacional sem uma clara percepção de sentido podem comprometer o interesse e a motivação dos estudantes, reduzindo seu envolvimento com a atividade, aspectos que, segundo o Enfoque Ontossemiótico, influenciam diretamente a aprendizagem matemática (Godino, 2024).

Figura 22 - Experimentação egípcia acerca do triângulo retângulo



Fonte: Giovanni Júnior (2022, p. 207).

Considera-se pertinente, nesse momento, adaptar a atividade por meio do uso de palitos de fósforo (Figura 23), que atuariam como unidades de medida, cada palito representando uma unidade de comprimento, o que dispensaria a necessidade de confeccionar nós equidistantes em um barbante.

Figura 23 - Experimentação sugerida para o triângulo retângulo



Fonte: Elaborada pelo primeiro autor.

Dessa forma, a execução da experimentação ficaria mais acessível e favoreceria a visualização das medidas, além da possibilidade da construção de diferentes triângulos, com destaque para sua condição de existência, denominada *desigualdade triangular*⁸¹, promovendo uma compreensão conceitual fundamentada na atividade prática.

Quanto à Unidade 8, *Figuras Planas, Figuras Espaciais e Vistas*, composta por três capítulos, não se observa nenhuma atividade que evidencie o trabalho com grandezas e medidas, algo essencial para a compreensão concreta das propriedades dessas figuras. A ausência de tarefas experimentais ou práticas que envolvam medições limita a possibilidade

⁸¹ Ou seja, cada lado deve ser maior que a diferença (em módulo) dos outros dois lados e menor que a soma.

de os estudantes desenvolverem uma percepção mais aprofundada das dimensões, áreas e volumes das figuras trabalhadas, reduzindo o aprendizado a uma abordagem meramente teórica.

4 REFLEXÕES FINAIS

Neste artigo foi realizada uma análise detalhada da coleção A Conquista Matemática, adotada pela rede municipal de Vitória da Conquista para os anos finais do ensino fundamental, com ênfase na unidade temática Grandezas e Medidas, conforme preconizado pela BNCC. Para esta investigação, utilizou-se como referencial teórico-metodológico os Critérios de Idoneidade Didática (CID), os quais se mostraram valiosos para avaliar a qualidade e a adequação dos materiais didáticos ao processo de ensino e aprendizagem.

A escolha do livro didático é comparável à utilização de uma bússola: trata-se de um instrumento de orientação, que não determina um caminho único, mas aponta direções possíveis e seguras para alcançar os objetivos educacionais. Quando essa bússola está descalibrada, isto é, quando o livro apresenta lacunas conceituais, metodológicas ou contextuais, o percurso formativo corre o risco de se afastar das realidades dos estudantes e das demandas da sociedade contemporânea.

Para a análise foi elaborado o Guia Analítico para Avaliação de Livros Didáticos de Matemática à luz dos Critérios de Idoneidade Didática (Apêndice A), aplicado de forma sistemática aos quatro volumes da coleção, com especial aprofundamento no volume destinado ao 6º ano (Apêndice B). Os resultados indicaram bom desempenho nos critérios de Idoneidade Epistêmica e de Meios, revelando que os conteúdos abordados são, em geral, matematicamente corretos e acompanhados de recursos adequados para sua apresentação. Contudo, os desempenhos foram insatisfatórios nos critérios Ecológico, Cognitivo, Afetivo e Interacional, expondo que o livro falha ao promover o vínculo entre o conhecimento matemático e os contextos culturais, emocionais e interativos vivenciados pelos estudantes.

Esses fatores impactam a qualidade do ensino e, conseqüentemente, comprometem a aprendizagem dos estudantes, uma vez que a matemática apresentada se distancia das práticas sociais, dos problemas reais e da historicidade dos saberes. Nesses casos, a matemática tende a ser reduzida a um conjunto de procedimentos mecânicos, frequentemente desprovidos de significado, contribuindo para a perpetuação da ideia de que essa ciência é inacessível ou irrelevante para a vida cotidiana. Tal perspectiva contraria não apenas os pressupostos da

BNCC, mas também os princípios de uma educação comprometida com a formação crítica e reflexiva dos estudantes.

Outro aspecto relevante refere-se à dimensão histórica e cultural da matemática. É importante que os materiais didáticos apresentem essa ciência como uma construção humana, desenvolvida ao longo do tempo por diferentes povos e culturas para responder a necessidades concretas. Quando o livro didático silencia essas origens, reduz-se também a possibilidade de o estudante compreender a produção do conhecimento matemático como um processo histórico e social, do qual ele próprio pode participar.

Ademais, D'Ambrosio (2012) defende que a escola deve aproximar os conhecimentos escolares das realidades vividas pelos estudantes. As unidades de medida, tema central deste trabalho, constituem um exemplo privilegiado dessa articulação entre matemática e práticas sociais. Medir é uma necessidade humana presente desde os tempos mais remotos, em atividades relacionadas à agricultura, ao comércio, à arquitetura, à navegação e, atualmente, às mais diversas situações do cotidiano. Não explorar essas possibilidades em sala de aula significa desperdiçar uma oportunidade relevante de atribuir significado ao conhecimento matemático.

Diante desse cenário, entende-se que os livros analisados podem ser complementados por outras estratégias didáticas e recursos pedagógicos que ampliem as possibilidades de contextualização, interação e reflexão. Nesse processo, cabe ao professor o papel de mediador crítico, capaz de reinterpretar, adaptar e enriquecer as propostas presentes no material didático, de modo que o percurso de aprendizagem mantenha como horizonte a formação de sujeitos autônomos, reflexivos e socialmente comprometidos.

Assim, a escolha de um livro didático não deve se limitar a aspectos estéticos ou editoriais, mas considerar sua função formadora. O material precisa dialogar com os documentos curriculares, com os saberes escolares e com os contextos socioculturais dos estudantes, sem negligenciar o compromisso com uma educação equitativa, inclusiva e transformadora.

Além do Guia Analítico para Avaliação de Livros Didáticos de Matemática à luz dos Critérios de Idoneidade Didática, foi elaborado também um guia específico para a avaliação do tratamento didático das medidas de comprimento, área e volume em livros didáticos de Matemática, disponibilizado no Apêndice C. Ambos os instrumentos podem ser acessados por meio de QR Code e link para download, visando apoiar pesquisadores, professores e demais interessados na análise de materiais curriculares.

Ensinar matemática é muito mais do que aplicar fórmulas ou resolver exercícios: é possibilitar o acesso a uma linguagem que expressa e interpreta o mundo. Como afirmou Galileu Galilei, “a matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo” e, ao oportunizar esse alfabeto aos estudantes, estamos não apenas ensinando números, mas promovendo a leitura da vida em toda a sua complexidade, diversidade e riqueza. Que as bússolas didáticas estejam sempre orientadas para que os caminhos da educação conduzam, efetivamente, a uma formação plena, crítica e comprometida com o humano.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DE TELECOMUNICAÇÕES (ANATEL). **Em 2022, Brasil registrou 9,5 mil escolas sem acesso à internet**. Brasília, 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/anatel/pt-br/assuntos/noticias/em-2022-brasil-registrou-9-5-mil-escolas-sem-acesso-a-internet>. Acesso em: 19 fev. 2026.

BRASIL. **Decreto-Lei Nº 1.006, de 30 de dezembro de 1938**. Estabelece as condições de produção, importação e utilização do livro didático. Brasília, DF: Presidência da República, 1938. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1930-1939/decreto-lei-1006-30-dezembro-1938-350741-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 20 nov. 2025

BRASIL. **Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985**. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. Brasília, DF: Presidência da República, 1985. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html>. Acesso em: 14 mar. 2025.

BRASIL. **Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003**. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília, DF: Presidência da República, 2003. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/110.639.htm. Acesso em: 11 maio 2025.

BRASIL. **Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008**. Brasília, DF: Presidência da República, 2008. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/111645.htm. Acesso em: 11 maio 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal.pdf. Acesso em: 28 jun. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Temas contemporâneos transversais na BNCC: contexto histórico e pressupostos pedagógicos**. Brasília, DF: MEC, 2019. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/implementacao/contextualizacao_temas_contemporaneos.pdf. Acesso em: 11 maio 2025.

CASSIANO, Célia Cristina de Figueiredo. **O mercado do livro didático no Brasil: da criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) à entrada do capital internacional**

espanhol (1985-2007). 2007. 252f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10614/1/Celia%20Cristina%20de%20Figueiredo%20Cassiano.pdf>. Acesso em: 31 maio 2025.

CHAMORRO, María del Carmen; BELMONTE GÓMEZ, Juan M. **El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales**. Madri: Síntesis, 1991.

COBIANCHI, Antonio Sérgio. Continuidade e Números Reais: Descobertas e Justificativas de Professores. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 3, n. 5, 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2779>. Acesso em: 15 jun. 2025

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 2012.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

DA ROSA, Josélia Euzebio; SOARES, Maria Tereza Carneiro; DAMAZIO, Ademir. Conceito de número no sistema de ensino de Davydov (CO). In: **XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática**, 26 a 30 de 2011, Recife, 2011. Disponível em: https://xiii.ciaem-redumate.org/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/1538/1077. Acesso em: 12 fev. 2025.

FARIAS, Carlos Aldemir; ALMEIDA, Maria da Conceição de. **Educação e saberes da tradição**. 1. ed. São Paulo: LF Editorial, 2025.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa**. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da esperança: um reencontro com a pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2014.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GODINO, Juan Díaz. **Enfoque ontosemiótico en educación matemática: fundamentos, herramientas y aplicaciones**. Madrid: Aula Magna/McGraw-Hill, 2024.

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen; ROA, Rafael. **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros**. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf. Acesso em: 25 nov. 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista matemática: 6º ano: ensino fundamental: anos finais**. São Paulo: FTD, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista matemática: 7º ano: ensino fundamental: anos finais**. São Paulo: FTD, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista matemática: 8º ano: ensino fundamental: anos finais**. São Paulo: FTD, 2022.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy. **A conquista matemática: 9º ano: ensino fundamental: anos finais**. São Paulo: FTD, 2022.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; FONT, Vicenç. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 3, p. 666-697, 2020. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697>

HALMENSCHLAGER, Vera Lucia da Silva. **Etnomatemática: uma experiência educacional**. São Paulo: Summus, 2001.

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute; SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa de Lara. Pesquisa documental na pesquisa qualitativa: conceitos e caracterização. **Revista de Investigaciones de la UNAD**, v. 14, n. 2, 2015.

LORENZATO, Sergio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MENDES, Iran Abreu; FARIAS, Carlos Aldemir (org.). **Práticas socioculturais e educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

PEREIRA, Rinaldo Pevidor; CUNHA JUNIOR, Henrique. **Mancala: o jogo africano no ensino da matemática**. 1. ed. Curitiba: Appris, 2016.

POLITIZE!. **Políticas de Estado: o que são e por que precisamos delas no Brasil**. Disponível em: <https://www.politize.com.br/politicas-de-estado-o-que-sao-e-por-que-precisamos-delas-no-brasil/>. Acesso em: 12 mar. 2024.

ROCHA-FILHO, Romeu Cardozo. **Grandezas e unidades de medida: o Sistema Internacional de Unidades**. São Paulo: Ática, 1988.

SANTOS, Antônio Bispo dos. **A terra dá, a terra quer**. São Paulo: Ubu Editora, 2023.

SILVA, Irineu da. **História dos pesos e medidas**. São Carlos: EdUFSCar, 2010.

TODÃO, Jefferson. **A origem africana da matemática**. São Paulo: Editora Ananse, 2024.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL (UFRGS). Bússola. In: **Glossário do Acervo Museológico dos Laboratórios de Ensino de Física (AMLEF)**. Disponível em: <https://www.ufrgs.br/amlef/glossario/bussola/>. Acesso em: 14 mar. 2025.

APÊNDICE A - GUIA ANALÍTICO PARA AVALIAÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA SOB A ÓTICA DOS CIB

Para ter acesso ao Guia Analítico, basta apontar a câmera do celular para o QR Code abaixo.



Link: https://drive.google.com/file/d/10ia7dU45xBr_hwnEpzx8REC_RYQpWlwS/view?usp=sharing

APÊNDICE B - ANÁLISE DO LIVRO DO 6º ANO – COLEÇÃO A CONQUISTA MATEMÁTICA, UTILIZANDO O GUIA ANALÍTICO PARA AVALIAÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA SOB A ÓTICA DOS CID

Para ter acesso à análise do livro, basta apontar a câmera do celular para o QR Code abaixo.



Link: <https://drive.google.com/file/d/1fODKnHD5s0s14CKFevKm8HvFZngiXrKe/view?usp=sharing>

**APÊNDICE C – GUIA ANALÍTICO PARA AVALIAÇÃO DO TRATAMENTO
DIDÁTICO DE GRANDEZAS E MEDIDAS EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA À LUZ DOS CRITÉRIOS DE IDONEIDADE DIDÁTICA**

Para ter acesso ao Guia Analítico, basta apontar a câmera do celular para o QR Code abaixo.



Link: <https://drive.google.com/file/d/18DZRkwXtdHLFk-Am7SAMirewEFJZlsjD/view?usp=sharing>

ANEXO A - GUIA DIGITAL PNLD 2024

Para ter acesso ao **GUIA DIGITAL PNLD 2024**, basta apontar a câmera do celular para o QR Code abaixo.



Link: https://drive.google.com/file/d/1DFmZzgkLB_NWTyDuCqMFdthxD8X4vNBI/view?usp=sharing

ANEXO B - INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL DA CONSTANTE π EM OBJETOS CIRCULARES - 7º ANO

O COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA E O NÚMERO π

PENSE E RESPONDA

Primeiro, pegue alguns objetos cilíndricos e circulares, como uma latinha de suco, um aro da roda de uma bicicleta, uma tampa de panela ou uma moeda, e faça o que se pede.

- Escolha um objeto, por exemplo, a latinha de suco, e use um barbante para contorná-lo, mas sem sobrepor o barbante.
- Marque a quantidade de barbante utilizada para contornar o objeto.
- Estique o barbante e meça o comprimento dele usando uma régua, como mostra a sequência de fotografias.
- Anote a medida obtida; a medida encontrada é a medida do **comprimento da circunferência**, que corresponde ao contorno do objeto.
- Repita esse procedimento para os demais objetos que você selecionou.
- Agora, use uma régua para determinar a medida aproximada do diâmetro de cada objeto do qual você mediu o comprimento da circunferência e anote as medidas encontradas.
- Por fim, para cada objeto, divida, com o auxílio de uma calculadora, a medida do comprimento da circunferência que corresponde ao contorno do objeto pela respectiva medida do diâmetro e anote o resultado obtido.

Responda à questão no caderno. *Resposta pessoal. Espera-se que os estudantes percebam que os valores são números muito próximos e em torno de 3,1.*

- Analisando o quociente entre a medida do comprimento da circunferência e a respectiva medida do diâmetro de cada objeto, o que você observa?



FOTOGRAFIA: REIMAGEM

8 ARTIGO 4

TRATAMENTO DIDÁTICO DAS GRANDEZAS COMPRIMENTO, ÁREA E VOLUME À LUZ DO CICLO DE ESTUDOS E DESENHO DE TAREFAS⁸²

Resumo: Este artigo analisa as contribuições de um ciclo formativo desenvolvido com professores de Matemática do ensino fundamental II, inspirado no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), para o aprimoramento do tratamento didático das grandezas comprimento, área e volume. Realizada sob a perspectiva da pesquisa-formação, a investigação foi conduzida com docentes de uma escola pública e articulou estudo teórico, análise colaborativa de tarefas, vivências experimentais, abordagem histórico-cultural das medidas e o uso do jogo Caminho das Medidas, integrando teoria e prática em um processo de construção de saberes profissionais. Os Critérios de Idoneidade Didática (CID), derivados do Enfoque Ontosemiótico (EOS), foram utilizados como ferramenta analítica para avaliar e redesenhar as tarefas do Kit METAPONTO, composto por seis sequências didáticas. Os resultados evidenciam que o CEDT favoreceu o desenvolvimento profissional docente ao promover maior compreensão conceitual sobre medidas, ampliação das estratégias de mediação, fortalecimento da autonomia para o desenho de tarefas e ressignificação das relações entre história, cultura, corpo e mensuração. Conclui-se que processos formativos centrados na investigação da prática e no redesenho colaborativo de tarefas potencializam transformações na abordagem didática de grandezas e medidas, contribuindo para práticas pedagógicas mais investigativas, contextualizadas e significativas.

Palavras-chave: Grandezas e Medidas. Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas. Idoneidade Didática. Pesquisa-formação. Formação de Professores.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de grandezas e medidas constitui um dos eixos estruturantes da matemática na Educação Básica, atravessando todos os anos escolares e envolvendo noções essenciais à leitura e interpretação da realidade, tais como comprimento, área, volume, capacidade, massa e tempo. Para além de seu caráter instrumental, esse campo mobiliza relações conceituais profundas, como proporcionalidade, conservação, estimativa e padronização, sendo indispensável para a construção de uma cultura matemática crítica e socialmente situada.

Na perspectiva do Enfoque Ontossemiótico, a aprendizagem matemática envolve sistemas de práticas nos quais se articulam diferentes objetos, representações e significados, exigindo do professor decisões didáticas fundamentadas que favoreçam a construção de significados pelos estudantes (Godino, 2024). Estudos fundamentados nos Critérios de

⁸² Este artigo foi publicado na *Revista Regeo – Interdisciplinar*, v. 17, n. 7, e2802, 2026. DOI: [10.56238/revgeov17n7-054](https://doi.org/10.56238/revgeov17n7-054).

Idoneidade Didática indicam que tarefas planejadas com base em referenciais teóricos consistentes podem potencializar o engajamento dos estudantes e favorecer aprendizagens significativas, aproximando-os da matemática (Paz; Alexandre; Gusmão, 2025). No entanto, pesquisas apontam que professores enfrentam desafios na mediação desses conteúdos, sobretudo no que se refere à compreensão conceitual, à escolha de tarefas significativas, à articulação entre unidades e ao uso de instrumentos e registros diversos (Brandão, 2016; Oliveira, 2025; Perez, 2008; Sol *et al.*, 2025;).

Esses desafios têm origem, em grande medida, no modo como grandezas e medidas foram historicamente ensinadas: por meio de tarefas repetitivas, centradas em conversões e algoritmos, dissociadas das práticas sociais de mensurar e das narrativas que lhes conferem sentido. Como resultado, a dimensão epistemológica e cultural das medidas, marcada pelo caráter de invenção, pelos processos de negociação social e pelas disputas históricas que atravessam sua fixação, uso e legitimação (Kula, 1999), tende a ser invisibilizada na escola. Esse descolamento contribui para que estudantes e professores naturalizem unidades e padrões, negligenciando que medir envolve experiência corporal, interação com o mundo vivido, uso de instrumentos e um longo processo histórico-cultural de pactuação e desenvolvimento de sistemas de medida (Crease, 2013).

Diante desse cenário, torna-se indispensável desenvolver práticas formativas que favoreçam o estudo crítico dos conceitos, a construção de significados compartilhados e o desenvolvimento de competências didático-matemáticas voltadas ao desenho, análise e implementação de tarefas. É nesse contexto que emerge o Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), proposto por Gusmão e Font (2020), como método potente para orientar o trabalho do professor com tarefas matemáticas. O CEDT estrutura-se em oito fases, quais sejam: diagnóstico, estudo, análise, planejamento e seleção, desenho, implementação, avaliação e redesenho, que se articulam de forma cíclica e dialógica, possibilitando que professores reflitam sobre suas práticas, produzam novos materiais e aperfeiçoem os existentes. No presente estudo, o CEDT foi assumido como referência formativa orientadora, não sendo aplicado em sua integralidade, mas adaptado às condições do contexto investigado.

Paralelamente, o *Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS)*, especialmente por meio dos *Crêterios de Idoneidade Didática* (Godino, 2024), oferece uma lente para avaliar a qualidade dos processos de ensino, considerando dimensões epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva. Esses critérios também formam a base do CEDT e permitem compreender a complexidade das práticas educativas,

identificando fatores que favorecem ou dificultam a aprendizagem e orientando tomadas de decisão mais fundamentadas.

Em vista disso, foi desenvolvido um ciclo formativo com professores do ensino fundamental II de uma escola pública de Vitória da Conquista-BA, intitulado “Contando e Medindo”, que combinou estudo teórico, vivências experimentais e investigação da prática. O percurso foi estruturado em torno de um conjunto de tarefas do *Kit METAPONTO*, nas grandezas comprimento, área e volume, e da tarefa em formato de jogo. As tarefas, elaboradas pelo primeiro autor, foram concebidas para provocar reflexão conceitual, estimular discussões e apoiar o redesenho de tarefas durante o processo formativo.

Assumindo a pesquisa-formação como horizonte epistemológico, o percurso configurou-se como um movimento de coprodução de conhecimento, no qual formação docente e investigação científica se desenvolvem de modo indissociável. Nessa abordagem, o professor é compreendido como sujeito epistêmico, produtor de saberes, significados e interpretações sobre o ensino, e não como receptor passivo de prescrições curriculares ou metodológicas (Paiva; Lontra, 2025). Ao participar das tarefas, analisá-las, redesenhá-las e discutir suas implicações didáticas e culturais, os docentes vivenciaram um processo formativo que ultrapassou a lógica da transmissão de conteúdos, constituindo-se como espaço de reflexão crítica, diálogo teórico-prático e problematização da própria prática docente.

Assim, este artigo teve como objetivo *analisar, à luz dos Critérios de Idoneidade Didática (CID), as contribuições de um processo formativo fundamentado em princípios do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT) para o tratamento didático das grandezas comprimento, área e volume, considerando como os professores compreenderam, vivenciaram, avaliaram e redesenharam as tarefas propostas ao longo da formação.*

Nessa perspectiva, buscou-se responder à seguinte questão norteadora: *de que modo um processo formativo, inspirado no CEDT e articulado à pesquisa-formação e aos Critérios de Idoneidade Didática, pode favorecer o aprimoramento da prática docente no ensino de Grandezas e Medidas?*

2 ENTRE O CORPO, O CONCEITO E O ENSINO

A atividade de medir acompanha a humanidade desde suas formas mais elementares de organização social, emergindo da necessidade de orientar o corpo no espaço, dividir terras, construir moradias, comercializar produtos e registrar o tempo (Kula, 1999). A medida antecede a matemática formal e, por isso, carrega marcas do corpo, dos costumes, da linguagem e das relações de poder. Antes de ser número, a medida é gesto (o palmo, o passo, o pé) e somente muito mais tarde torna-se abstração, unidade padronizada e sistema (Silva, 2010; Rocha-Filho, 1988).

Para mais, a variedade de unidades corporais não deve ser lida como um sinal de imprecisão, mas como expressão de modos particulares de vida. Em cada sociedade, a medida corporificada articulava técnicas de trabalho, valores simbólicos e uma determinada maneira de relacionar-se com o espaço e com os objetos (Kula, 1999). Era o corpo, na condição de instrumento e referência comum, que permitia estabelecer acordos locais de equivalência, garantindo a circulação de bens, a construção de artefatos e a partilha de responsabilidades no interior das comunidades. Assim, a medida, em sua origem, é menos um conceito e mais uma prática social sedimentada na experiência coletiva (Silva, 2010).

À medida que as sociedades se tornaram mais complexas e ampliaram suas redes de intercâmbio, a diversidade de sistemas métricos tornou-se fonte de tensões. Divergências entre medidas, variações regionais e a ausência de critérios unificados geravam conflitos comerciais, disputas territoriais e assimetrias de poder (Kula, 1999). O problema não era apenas técnico: era político. Quem controlava a definição das unidades controlava também a legitimidade das transações e, em última instância, a própria ordem social (Alder, 2003). Nesse sentido, a história das medidas revela como a busca por precisão é inseparável da necessidade de gerir populações, tributar produções e regular atividades econômicas.

O processo de padronização das medidas, portanto, não emerge ingenuamente como um aperfeiçoamento natural dos sistemas existentes, mas como resultado de disputas por autoridade e por hegemonia cultural (Kula, 1999). Ao instituir medidas oficiais, Estados e instituições científicas redefiniram práticas locais, muitas vezes apagando tradições metrológicas que tinham profunda relevância comunitária (Alder, 2003). A transição para unidades universais, como metro, litro e quilograma, foi marcada por resistências, negociações e imposições (Silva, 2010). O gesto individual, que antes orientava o ato de medir, cede lugar a sistemas padronizados, ancorados em laboratórios, instrumentos calibrados e normas estatais.

Mesmo com a consolidação dos sistemas internacionais de medidas, persiste aquilo que Kula (1999) considera fundamental: a medida continua sendo uma construção histórica e social. Não existe neutralidade na escolha de uma unidade; toda padronização implica selecionar certos modos de significar o mundo em detrimento de outros. O ideal moderno de universalidade não elimina as marcas culturais que originaram a própria necessidade de medir, nem apaga as disputas que permitiram institucionalizar determinados padrões (Alder, 2003). Além disso, a perspectiva sociocultural sugere que a história das medidas revela a própria historicidade da matemática escolar, cujas raízes se encontram nas práticas corporais, culturais e sociais que antecedem sua formalização acadêmica (Mendes; Farias, 2014).

Embora esteja presente em todos os anos da Educação Básica, o ensino de grandezas e medidas é frequentemente reduzido a exercícios de conversão e aplicação de fórmulas, o que esvazia a riqueza conceitual e a potencialidade investigativa desse campo. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) enfatiza a necessidade de que os estudantes compreendam diferentes sistemas de unidades, analisem situações cotidianas, façam estimativas, comparem grandezas, utilizem instrumentos e estabeleçam relações entre representações numéricas, geométricas e funcionais (Brasil, 2018). No entanto, pesquisas têm mostrado que muitos professores enfrentam dificuldades em realizar essa articulação, sobretudo quando precisam transitar entre diferentes níveis de abstração e mobilizar recursos variados. Estudos indicam que o ensino de Grandezas e Medidas está frequentemente associado a limitações conceituais, lacunas na formação matemática e insegurança docente, especialmente quando precisam articular conhecimentos matemáticos e didáticos de forma integrada (Silva, 2016; Meireles, 2023).

A prática docente, porém, nem sempre oferece condições para que tais relações sejam exploradas. Em muitos casos, a tarefa proposta em sala de aula é pouco significativa, limitada à aplicação mecânica de procedimentos, dissociada da experiência dos estudantes e desprovida de problematização.

Nesse cenário, torna-se essencial adotar abordagens que aproximem a matemática das práticas sociais de mensuração, valorizem a manipulação de objetos e permitam que os sujeitos explorem, comparem, estimem e argumentem.

2.1 Critérios de Idoneidade Didática

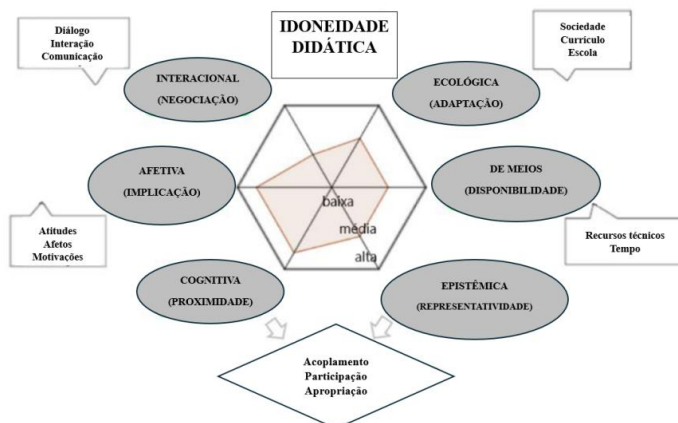
O Enfoque Ontossemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), desenvolvido por Godino e colaboradores, constitui um referencial teórico que permite compreender a

atividade matemática como um sistema de práticas sociais nas quais se articulam objetos, representações, significados, linguagens e processos semióticos. Nessa perspectiva, aprender matemática não se reduz à assimilação de conteúdos formais, mas envolve a participação em práticas culturalmente situadas, mediadas por instrumentos, interações e contextos institucionais. No âmbito da educação matemática, esse enfoque oferece instrumentos analíticos que possibilitam examinar tanto os significados matemáticos mobilizados quanto as condições didáticas que favorecem ou dificultam sua construção pelos estudantes (Godino, 2024).

Entre esses instrumentos destacam-se os Critérios de Idoneidade Didática (CID), compreendidos como um sistema de princípios que orienta a análise, a valoração e o aprimoramento de processos de ensino e aprendizagem. A noção de idoneidade didática refere-se ao grau de adequação entre os significados matemáticos mobilizados, as práticas implementadas, os sujeitos envolvidos, os recursos utilizados e as condições institucionais do processo educativo. Trata-se, portanto, de um constructo que permite compreender a qualidade didática não como atributo isolado de um elemento, e sim como resultado da coerência entre múltiplas dimensões interdependentes do processo formativo (Godino, 2024).

Para operacionalizar essa análise, os CID organizam-se em seis dimensões inter-relacionadas: epistêmica, ecológica, de meios, interacional, cognitiva e afetiva, as quais permitem examinar diferentes aspectos da prática educativa de maneira integrada (Figura 1). Essas dimensões não operam de forma independente, mas constituem um sistema articulado e dinâmico, no qual alterações em um de seus componentes repercutem nos demais, evidenciando a natureza complexa e interdependente dos processos de ensino e aprendizagem.

Figura 1 - Componentes dos Critérios de Idoneidade Didática (CID)



Fonte: Tradução do primeiro autor a partir de Godino (2024, p. 275).

A dimensão epistêmica corresponde à coerência, riqueza e pertinência dos significados matemáticos mobilizados nas tarefas, considerando sua relação com o significado de referência do conteúdo e a diversidade de representações e procedimentos envolvidos. A dimensão cognitiva relaciona-se às possibilidades efetivas de aprendizagem dos estudantes, analisando o equilíbrio entre desafio e acessibilidade conceitual, bem como a adequação às concepções prévias e às possíveis dificuldades. A dimensão de meios envolve a pertinência dos recursos materiais, instrumentos, tecnologias e representações utilizados como mediadores da atividade matemática, reconhecendo o papel dos artefatos na construção dos significados. A dimensão interacional enfatiza a qualidade das interações discursivas, a negociação de significados e os modos de participação dos sujeitos no processo educativo. A dimensão afetiva examina o envolvimento emocional, o interesse, a motivação e as atitudes dos participantes frente às atividades propostas, reconhecendo que os aspectos emocionais constituem mediadores fundamentais da aprendizagem. Por fim, a dimensão ecológica considera a adequação das propostas às condições institucionais, curriculares e socioculturais de implementação, incluindo as relações com documentos oficiais e com as práticas sociais mais amplas (Godino, 2024).

A articulação entre essas dimensões permite compreender a complexidade dos processos educativos, evidenciando que a qualidade didática depende do equilíbrio entre os diferentes componentes envolvidos na prática docente. Nessa perspectiva, a idoneidade didática plena não corresponde a um estado ideal ou fixo, mas a um equilíbrio dinâmico entre os diferentes componentes que intervêm na prática docente, dependente do contexto e das intenções formativas.

No presente estudo, os Critérios de Idoneidade Didática assumiram dupla função: referencial analítico e instrumento formativo. Ao serem articulados ao Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), os critérios funcionaram como lente para analisar a qualidade das tarefas propostas e orientar seu redesenho, favorecendo a reflexão dos professores sobre suas escolhas didáticas e suas implicações pedagógicas. Nesse caminho, os CID contribuíram para que os participantes identificassem lacunas conceituais, repensassem estratégias de mediação e reorganizassem as tarefas desenvolvidas ao longo da formação, promovendo um movimento de reflexão crítica sobre a prática docente, de tomada de decisões fundamentadas e de desenvolvimento da autonomia profissional.

2.2 O Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT)

O CEDT, proposto por Gusmão e Font (2020), constitui uma metodologia colaborativa que visa promover reflexão crítica sobre o papel das tarefas no ensino e na aprendizagem de matemática. Diferentemente de abordagens prescritivas, o CEDT organiza-se como um movimento cíclico que articula oito fases: diagnóstico, estudo teórico, análise de tarefas, planejamento, concepção, implementação, avaliação e redesenho. Cada uma dessas fases contribui de modo singular para o desenvolvimento profissional docente, pois permite examinar a tarefa tanto como objeto epistemológico quanto como instrumento de mediação didática.

Ao vivenciar o CEDT, o professor não apenas estuda uma tarefa, mas também a experimenta, discute, reconstrói e avalia coletivamente. Esse processo constitui um espaço privilegiado de formação, uma vez que estimula a autonomia didática, favorece a compreensão conceitual e desnaturaliza práticas cristalizadas (Gusmão; Font, 2020). Convém salientar que as tarefas, conforme discutem os autores com base em referenciais internacionais, distribuem-se em diferentes níveis de competência, envolvendo reprodução, conexão e reflexão, o que demonstra a complexidade cognitiva implicada no desenho de propostas de ensino. Apesar desse reconhecimento teórico, sua utilização nas práticas docentes ainda é limitada, muitas vezes em razão das exigências de planejamento, do domínio conceitual requerido e da permanência de tradições escolares centradas em exercícios de reprodução.

O CEDT não apenas organiza um percurso formativo, ele também produz deslocamentos epistemológicos na compreensão que os professores têm das próprias tarefas matemáticas. Durante as fases de estudo e análise, os docentes exercitam a capacidade de identificar conflitos semióticos potenciais, antecipar dificuldades dos estudantes e reconhecer elementos que podem limitar ou ampliar a aprendizagem. Esse movimento interpretativo promove o desenvolvimento de um olhar investigativo sobre o próprio fazer docente, pois exige que o professor descreva, justifique e avalie decisões didáticas, aproximando-se da lógica dos critérios interacional e de meios da idoneidade didática.

Além disso, o ciclo favorece a construção da autonomia docente, sobretudo nas fases de desenho e redesenho das tarefas. Professores reconhecem que criar uma tarefa original constitui um processo exigente, que demanda domínio conceitual, tempo e capacidade de mobilizar criatividade. Ao mesmo tempo, relatam que o processo os impulsiona a romper com práticas cristalizadas, especialmente o uso automático de exercícios fechados presentes em

livros didáticos (Gusmão; Font, 2020). Assim, o CEDT contribui para a construção de um repertório mais autoral, crítico e diversificado de propostas de ensino, alinhado à concepção de que a seleção ou criação de tarefas exerce grande impacto na aprendizagem.

Neste estudo, o CEDT foi assumido como referência teórico-metodológica orientadora do processo formativo, não sendo aplicado em sua integralidade, mas mobilizado em algumas de suas fases e princípios, adaptados às condições e objetivos do contexto investigado. Tal opção justifica-se pela natureza situada da pesquisa-formação e pela necessidade de adequação às possibilidades concretas de implementação junto aos professores participantes.

Por fim, o CEDT funciona como um dispositivo de transformação das práticas docentes, não apenas por possibilitar a produção de tarefas mais ricas, mas também por provocar reflexões sobre o papel do professor na mediação dos saberes matemáticos. Professores passam a compreender que tarefas de maior demanda cognitiva reorganizam a dinâmica da aula, estimulam argumentação, têm implicação emocional e colaboração entre os estudantes, favorecendo uma concepção de ensino de matemática menos procedimental e mais crítica, criativa e socialmente situada (Gusmão; Font, 2020).

3 ITINERÁRIO METODOLÓGICO

A presente investigação inscreve-se no campo das abordagens qualitativas e caracteriza-se como pesquisa-formação, perspectiva metodológica que integra processos de formação docente e produção de conhecimento em um mesmo movimento investigativo. Nessa abordagem, a formação constitui simultaneamente espaço de aprendizagem e de produção de dados, permitindo compreender transformações nas práticas e nos significados construídos pelos participantes ao longo do processo formativo (Josso, 2004; Barbier, 2002).

A formação foi realizada com 6 professores de Matemática do Ensino Fundamental II de uma escola pública situada em Vitória da Conquista-BA, que aderiram voluntariamente ao percurso formativo intitulado “Contando e Medindo”. O objetivo central foi compreender como a participação em um ciclo formativo inspirado em princípios do Círculo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT) poderia contribuir para o aprimoramento do ensino de grandezas e medidas, especialmente nas grandezas comprimento, área e volume.

O percurso formativo teve duração total de oito horas, distribuídas em dois encontros presenciais intensivos. Embora breve, sua estrutura foi pautada por experiências densas e intencionalmente planejadas, o que permitiu que a formação funcionasse simultaneamente como espaço de estudo, experimentação e produção de dados. Os encontros foram

organizados de modo a integrar estudo teórico, experiências práticas e momentos de análise e redesenho de tarefas, mobilizando princípios do CEDT propostos por Gusmão e Font (2020). Não se buscou aplicar o ciclo em sua integralidade, mas, como mencionado anteriormente, adaptar algumas de suas fases às condições do contexto investigado e aos objetivos da pesquisa.

No início do processo, realizou-se um diagnóstico das concepções, experiências e dificuldades dos professores no ensino de grandezas e medidas. Esse diagnóstico foi construído por meio de conversas iniciais, observação da participação e registro das falas espontâneas dos docentes. Em seguida, desenvolveu-se um momento de estudo e análise, no qual os participantes tiveram contato com os Critérios de Idoneidade Didática e com textos introdutórios sobre o CEDT e sobre a historicidade das medidas. Esse momento funcionou como base teórica para subsidiar as etapas posteriores.

A fase de seleção foi operacionalizada pela escolha das tarefas que compunham o Kit METAPONTO, produzido pelo pesquisador e centrado nas grandezas comprimento, área e volume. As sequências abordaram desde a construção de unidades próprias de medida (“Minha régua, minha medida!”) até conceitos historicamente marcados por rupturas, como a irracionalidade de $\sqrt{2}$ (“A medida que não cabia”), passando por atividades de cobertura de superfícies, análise de densidade de ocupação de espaços culturais e exploração manipulativa de sólidos para compreender volume, capacidade e massa. O conjunto dessas tarefas compõe o Kit METAPONTO (Figura 2), produto educacional desenvolvido no âmbito da pesquisa.

Figura 2 - Logomarca do Kit METAPONTO



Fonte: Elaboração própria (2024).

O Kit METAPONTO constitui o núcleo experimental da formação “Contando e Medindo”, sendo composto por seis sequências didáticas que articulam estudo conceitual, experiências práticas, análise de unidades e reflexão sobre representações e instrumentos de medida. Mais do que um conjunto de atividades, organiza-se como um dispositivo investigativo que favorece a aproximação analítica e crítica dos participantes em relação aos

conteúdos, em consonância com as dimensões de qualidade do ensino propostas pelos Critérios de Idoneidade Didática (CID).

As seis sequências didáticas e o jogo Caminho das Medidas foram concebidos como momentos interconectados de um ciclo formativo, permitindo identificar tensões, avanços conceituais e potencialidades didáticas para o ensino das grandezas comprimento, área e volume. O kit foi desenvolvido com base nos princípios do ensino exploratório, da experimentação, da história da matemática e da abordagem sociocultural das medidas. As tarefas funcionam como ferramentas conceituais que mobilizam significados, promovem conflitos cognitivos, estimulam argumentação e demandam mediação intencional, possibilitando analisar como professores em formação vivenciam, redesenham e justificam escolhas didáticas, conforme previsto pelo CEDT.

A organização das sequências didáticas e do jogo que compõem o Kit METAPONTO é apresentada no Quadro 1, a seguir, no qual se sintetizam objetivos, tempos previstos e principais ações desenvolvidas ao longo do percurso formativo.

Quadro 1 - Sequências didáticas do Kit METAPONTO e jogo Caminho das Medidas

Sequência	Objetivo	Tempo estimado	Ações realizadas
Minha régua, minha medida!	Compreender a necessidade de padronização das unidades de medida a partir da construção e uso de uma unidade pessoal.	60 min	Construção de régua individual com materiais simples; medição de objetos da sala; registro coletivo dos resultados; discussão sobre unidades não padronizadas e Sistema Internacional; reflexão sobre aplicações pedagógicas.
A medida que não cabia: $\sqrt{2}$ e a crise da razão	Explorar a irracionalidade a partir da construção geométrica de $\sqrt{2}$, articulando história da matemática e conceitos numéricos.	60 min	Leitura e discussão de texto histórico sobre os pitagóricos; construção geométrica de $\sqrt{2}$ com régua e compasso; registro de percepções; discussão conceitual sobre irracionalidade e incomensurabilidade; análise de possibilidades didáticas.
Medir é mais irracional do que parece...	Investigar a relação entre medição e números reais por meio de experimento probabilístico e representações decimais.	60 min	Experimento com dado de 10 faces para construção de números decimais; análise de padrões e periodicidade; discussão sobre números racionais e irracionais; introdução às ideias de conjuntos contáveis e incontáveis; reflexão sobre aproximações na medição e implicações para a prática docente.
Área: uma superfície, muitas unidades	Compreender a área como medida de superfície a partir de diferentes unidades e estratégias de medição.	80 min	Cobertura de superfície com peças de E.V.A.; comparação entre diferentes unidades; medição com régua; cálculo da área; discussão sobre relações aditivas e multiplicativas; reflexão sobre dificuldades conceituais e ensino do conceito.
Olha pro céu, meu amor... e também pro chão: quantas pessoas cabem no nosso São João?	Relacionar área e densidade de ocupação em contextos reais, articulando estimativa, medição e análise de espaço.	100 min	Experimentação em tapete de 1 m ² com diferentes níveis de ocupação; medição de espaço da escola por estimativa e instrumentos; cálculo de lotação; discussão sobre conforto, segurança e aplicações pedagógicas.

Do quadrado ao cubo, da área ao volume (E se esse metro quadrado tivesse altura?)	Explorar o conceito de volume e suas relações com área, capacidade e massa por meio de manipulação concreta e contextos culturais.	100 min	Visualização do metro cúbico; exploração do decímetro cúbico e litro; manipulação de cubos e paralelepípedo; experimentos com recipientes e balança; leitura de cordel; discussão sobre volume, capacidade e práticas culturais; sistematização conceitual.
Jogo Caminho das Medidas	Explorar conceitos de comprimento, área e volume por meio de atividade lúdica que envolve resolução de problemas e argumentação.	60-90 min	Jogo de tabuleiro com cartas de perguntas; desafios conceituais; uso de QR Code com vídeos históricos; resolução de situações-problema; tomada de decisões estratégicas; discussão coletiva sobre potencial didático do recurso.

Fonte: Elaboração própria (2025).

Antes da implementação do ciclo formativo, realizou-se uma análise a priori das tarefas que compõem o Kit METAPONTO, buscando identificar os conhecimentos matemáticos mobilizados, os significados pretendidos e os aspectos formativos que poderiam emergir durante as discussões com os professores participantes. Essa análise fundamentou-se na reconstrução do significado de referência das medidas de comprimento, área e volume desenvolvida ao longo da pesquisa, permitindo antecipar possibilidades de aprendizagem, reflexão e discussão relacionadas a essas grandezas.

Essas previsões constituíram um referencial para a análise a posteriori do ciclo formativo, possibilitando comparar os aspectos inicialmente antecipados com aqueles efetivamente observados durante os encontros, bem como identificar elementos emergentes que contribuíram para o aprimoramento das propostas desenvolvidas.

A análise a priori também permitiu antecipar que as tarefas poderiam favorecer discussões sobre a necessidade de padronização das unidades de medida, a compreensão da medida como processo de comparação entre grandezas, as relações entre números reais e mensuração, a construção do conceito de área para além da aplicação de fórmulas e as articulações entre área, volume, capacidade e massa. Do ponto de vista formativo, previu-se que as atividades mobilizariam diferentes componentes dos Critérios de Idoneidade Didática, especialmente as dimensões epistêmica, cognitiva, interacional e de meios, estimulando processos de reflexão sobre a prática docente, análise crítica de tarefas e proposição de redesenhos didáticos.

No contexto da pesquisa-formação, o Kit METAPONTO não foi utilizado apenas como recurso pedagógico, mas também como dispositivo metodológico de produção de dados. Ao vivenciarem as sequências didáticas na posição de aprendizes e, posteriormente, analisarem suas potencialidades didáticas, os professores mobilizaram conhecimentos matemáticos, concepções pedagógicas, argumentos e registros reflexivos que constituíram

evidências empíricas da investigação. Assim, as tarefas funcionaram simultaneamente como instrumentos de formação e de investigação, permitindo observar processos de negociação de significados, emergências conceituais, tensões cognitivas e reorganizações didáticas, em consonância com os pressupostos da pesquisa-formação (Josso, 2004; Barbier, 2002) e com a lógica do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (Gusmão; Font, 2020).

A etapa de implementação ocorreu à medida que os professores vivenciaram cada uma das tarefas com um olhar didático-analítico sobre as escolhas conceituais nelas incorporadas. Cada experiência gerou discussões espontâneas sobre acessibilidade, potencial de exploração, possíveis dificuldades dos alunos e modos de mediação. Esses episódios foram registrados em diário de campo, com atenção especial às tensões conceituais emergentes, como a inadequação de unidades não convencionais, o conflito entre estimativas corporais e medidas padronizadas e a confusão recorrente entre volume, massa e capacidade.

O percurso também incorporou o jogo Caminho das Medidas (Figura 3), instrumento lúdico constituído por tabuleiro, pinos, cartas com perguntas de grandezas e medidas e QR Codes que direcionam a vídeos temáticos. Essa atividade funcionou como dispositivo metodológico e de produção de dados, permitindo observar estratégias de resolução dos professores, suas concepções sobre grandezas e suas formas de argumentar sob pressão de tempo. Além disso, possibilitou analisar como aspectos emocionais interferem na aprendizagem e na construção de significados, dialogando diretamente com a dimensão afetiva dos Critérios de Idoneidade Didática.

Figura 3 - Jogo Caminho das Medidas



Fonte: Fotografia do pesquisador (2025).

Após a vivência das tarefas, os professores participaram de momentos de avaliação e redesenho, reinterpretando as atividades à luz dos Critérios de Idoneidade Didática. Cabe destacar que não houve implementação das tarefas em sala de aula com estudantes durante o

período da formação, o que diferencia este percurso de aplicações integrais do CEDT descritas na literatura.

Para complementação da análise foram realizadas duas entrevistas semiestruturadas com professores que se dispuseram a participar dessa etapa, seguindo roteiro previamente elaborado e disponibilizado no apêndice deste artigo. Além das entrevistas, foi aplicado um questionário estruturado com todos os participantes, elaborado na plataforma Google Formulários. O instrumento foi construído com base nos princípios do Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas e nos Critérios de Idoneidade Didática, contemplando questões relacionadas às percepções dos professores sobre as tarefas vivenciadas, suas potencialidades didáticas, dificuldades identificadas e possibilidades de aplicação em sala de aula. O questionário permitiu registrar reflexões individuais dos participantes sem a presença direta do pesquisador, contribuindo para a ampliação e triangulação dos dados produzidos durante a formação.

Os nomes utilizados para identificar os professores participantes são fictícios. Magali e Antonieta foram adotados como forma de homenagem a educadoras que marcaram a história da educação em Vitória da Conquista-BA. Magali Mendes atuou como professora de redação e diretora escolar, sendo reconhecida por sua dedicação à formação de estudantes. Antonieta destacou-se como professora de Libras e referência na inclusão da comunidade surda na região, contribuindo para a formação de dezenas de tradutores e intérpretes. Os demais nomes foram inspirados em personagens da literatura brasileira, obras de Machado de Assis, constituindo um recurso simbólico que permite preservar o anonimato dos participantes e, simultaneamente, valorizar referências culturais. Ressalta-se que tais denominações não possuem qualquer correspondência com a identidade real dos sujeitos da pesquisa.

Para mais, o itinerário metodológico adotado, inspirado no CEDT e ancorado nos Critérios de Idoneidade Didática, permitiu que a formação funcionasse como espaço de investigação e reflexão crítica sobre o ensino de grandezas e medidas, oferecendo subsídios para compreender como professores em exercício constroem, negociam e transformam significados matemáticos e didáticos ao participarem de experiências formativas colaborativas (Gusmão; Font, 2020).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise apresentada nesta seção buscou compreender o movimento formativo vivido pelos professores ao longo dos encontros, tomando como material de interpretação os registros produzidos durante as atividades, as discussões coletivas, as respostas ao formulário e as entrevistas semiestruturadas realizadas após a formação. Esses diferentes conjuntos de dados permitiram observar como os participantes mobilizaram conhecimentos matemáticos, saberes da experiência e reflexões sobre a prática docente, produzindo interpretações, tensões e sínteses que se articulam ao percurso de estudo proposto pelo produto educacional.

O exame dos resultados se orientou pela compreensão dos significados que emergiram quando os professores se engajaram em tarefas que os convidaram a reconstruir conceitos, analisar representações, negociar estratégias e revisitar práticas de sala de aula. Assim, a discussão que se seguiu procurou evidenciar como cada uma das atividades desencadeou processos de pensamento e de significação, entendendo-os como parte constitutiva do desenvolvimento profissional docente.

A interpretação dos dados apoiou-se nos referenciais teórico-metodológicos que estruturam a pesquisa. O objetivo não foi avaliar desempenhos, mas compreender transformações e reconhecer a complexidade das práticas docentes quando alocadas em situação de investigação colaborativa.

A primeira sequência, “Minha régua, minha medida”, inaugurou um espaço de investigação no qual os professores puderam revisitar o ato de medir por meio da criação de suas próprias unidades. Inserida, no âmbito do CEDT, nas fases de diagnóstico e estudo, a tarefa convidou o grupo a explorar o gesto de medir antes de qualquer formalização. A proposta consistiu em construir uma régua pessoal, utilizá-la para medir objetos da sala e comparar os resultados entre si, o que rapidamente evidenciou variações nas unidades e a necessidade de algum critério comum para comparar grandezas.

Os episódios vividos durante a atividade mostraram um ambiente colaborativo, no qual interpretações e associações surgiam de modo espontâneo. Em uma das trocas, um professor comentou, com leveza, que “cada régua acaba mostrando uma coisa diferente”. Outro participante aproximou a tarefa de sua experiência profissional ao observar que, em sala de aula, “às vezes o aluno chega com uma estratégia própria, e a gente precisa entender de onde ela vem”. Essas falas revelam um movimento de leitura profissional da atividade, no qual os professores interpretam não apenas os resultados, mas também os modos de significar que emergem da prática.

Quando os resultados foram reunidos no quadro, a professora Capitu observou que a atividade a fazia lembrar que “nada disso nasce pronto”, referência à historicidade das unidades e ao caráter negociado da padronização. Em outro momento, o professor Bentinho comentou que, se levasse essa proposta para sua turma, o interessante seria “discutir por que se escolhe um padrão”, ressaltando o potencial da tarefa para abrir conversas conceituais que vão além dos valores numéricos. As interpretações construídas ao longo da sequência avançaram do nível das diferenças de medida para uma reflexão mais ampla sobre o próprio conceito de medida como relação socialmente construída.

A sequência evidenciou sólida idoneidade epistêmica ao colocar em circulação ideias fundamentais como unidade, variabilidade, comparação e padronização, mantendo coerência com o significado de referência da grandeza comprimento. No plano cognitivo, os professores mobilizaram saberes prévios, ajustaram interpretações e ampliaram leituras a partir da experiência concreta. A interação entre os participantes favoreceu trocas horizontais e interpretações compartilhadas, compondo um ambiente exploratório. A simplicidade dos materiais contribuiu para a idoneidade de meios, enquanto o clima de curiosidade e leveza observado ao longo da atividade reforçou aspectos emocionais associados ao aprender e ensinar medidas. Por fim, a pertinência da proposta para o cotidiano escolar ficou evidente nas referências que os professores estabeleceram com situações reais de sala de aula.

Dessa forma, a sequência de abertura instaurou um movimento investigativo que articulou experiência sensível, leitura conceitual e reflexão sobre a prática, permitindo que os professores revisitassem aspectos da medida muitas vezes naturalizados no dia a dia escolar. O trabalho desenvolvido nessa etapa preparou o terreno para os aprofundamentos que seriam retomados e expandidos nas sequências seguintes.

A segunda sequência, “A medida que não cabia: $\sqrt{2}$ e a crise da razão!”, ampliou o campo de investigação ao introduzir o problema histórico da incomensurabilidade e a construção geométrica do número $\sqrt{2}$. No CEDT, a tarefa situa-se entre estudo e análise, já que convida ao exame de pressupostos e à articulação entre registros de representação (Gusmão; Font, 2020). A narrativa sobre Hipaso e a escola pitagórica não serviu apenas como ilustração, mas como ponto de entrada para pensar a historicidade dos conceitos e os limites das representações racionais diante de certos fenômenos geométricos.

Durante a leitura coletiva do texto sobre Hipaso, surgiram comentários que indicaram envolvimento crítico. A professora Capitu observou que “essas histórias lembram que a matemática também vive seus momentos de surpresa”, abrindo espaço para reconhecer que rupturas conceituais fazem parte do desenvolvimento do campo. O professor Bentinho

acrescentou que, muitas vezes, “na escola a gente apresenta irracionais como se sempre tivessem existido assim”, sugerindo que a historicidade pode oferecer densidade ao ensino.

A construção geométrica da diagonal de um quadrado de lado 1 gerou comentários que remetiam menos à novidade do procedimento e mais às leituras profissionais que os participantes fizeram da atividade. Alguns docentes destacaram a clareza da construção e o modo como ela evidencia a relação entre forma e medida. O professor Brás Cubas comentou, de maneira espontânea: “Interessante como a construção coloca a medida em primeiro plano; a gente visualiza o que normalmente apresenta de forma algébrica”. A professora Magali acrescentou que costuma explicar $\sqrt{2}$ aos estudantes como um número que não se esgota na escrita decimal e que a construção “ajuda a mostrar de onde ele surge”, destacando a visualização como recurso de meios que fortalece a compreensão do objeto.

Durante a etapa de reflexão, surgiram comentários sobre como essa construção poderia dialogar com o trabalho na Educação Básica. A professora Capitu observou que não levaria a atividade exatamente como apresentada, mas que “daria para explorar aproximações, para mostrar que a medida fica entre dois valores”. A professora Antonieta comentou que a experiência a ajudou a “olhar para a ideia, não só para o valor”, reconhecendo que a construção geométrica oferece uma porta de entrada diferente para pensar a irracionalidade.

A análise da sequência denota elevada idoneidade epistêmica ao situar $\sqrt{2}$ em sua gênese histórico-geométrica e ao articular registros distintos sem reduções procedimentais. Do ponto de vista cognitivo, os professores reorganizaram ideias já presentes em sua formação, não por dificuldade, e sim pelo exercício reflexivo de revisitar o conceito em uma perspectiva integrada. As interações revelaram escuta qualificada e trocas horizontais, compondo um quadro de idoneidade interacional. Os materiais utilizados, como régua e compasso, cumpriram papel instrumental preciso ao tornar visíveis relações entre medida e representação. A dimensão afetiva apareceu em comentários de interesse e envolvimento, e a idoneidade ecológica emergiu nas discussões sobre como adaptar elementos da sequência ao cotidiano escolar.

De modo geral, a atividade mostrou que o conceito de $\sqrt{2}$, frequentemente apresentado apenas como número irracional, ganha densidade quando recolocado na problemática da incomensurabilidade. A sequência favoreceu um movimento interpretativo no qual a relação entre medida, número e representação foi retomada com rigor e com abertura para a reflexão docente. Nesse sentido, constituiu um espaço de estudo no qual a irracionalidade aparece não como curiosidade histórica, mas como experiência intelectual que dialoga com o ensino e com o desenvolvimento profissional.

A terceira sequência, “Medir é mais irracional do que parece...”, ampliou o horizonte conceitual do percurso formativo ao explorar, de maneira investigativa, a presença dos números irracionais nas práticas de medição. A proposta, centrada na construção de números reais a partir de lançamentos sucessivos de um dado de dez faces, provocou os participantes à reflexão sobre a natureza dos resultados obtidos quando medimos, sobre os limites das aproximações decimais e sobre a predominância dos irracionais na reta real. No enquadramento do CEDT, essa sequência situa-se entre as fases de estudo, análise e aprofundamento, pois desafia conceitualmente os participantes, ao mesmo tempo em que os convida a reexaminar pressupostos sobre número, representação e medida.

A vivência com o dado de 10 faces gerou interpretações diversificadas desde o início. Após alguns lançamentos, a professora Capitu comentou: “Quando começamos a formar esse número, ele foge do controle muito rápido... cada dígito acrescenta uma possibilidade nova”. A observação, feita com leveza, indicava a percepção de que a construção decimal de um número real envolve uma expansão potencialmente infinita, um aspecto frequentemente naturalizado nas aulas de matemática, mas que, aqui, emergia de modo experiencial. A professora Magali complementou: “Embora saibamos que toda medida é aproximada, ver essa expansão decimal acontecer ajuda a compreender, de maneira mais fina, o tipo de aproximação que produzimos ao medir”. Esse deslocamento mostra como a sequência produziu uma ponte conceitual entre número e instrumento de medida.

Ao comparar os números construídos pelos grupos, surgiram discussões sobre periodicidade e aleatoriedade. A professora Capitu levantou a hipótese de que “seria muito improvável aparecer um número racional aqui, porque para isso seria preciso que o dado obedecesse a um padrão periódico”. A observação, recebida com interesse pelo grupo, demonstrou a emergência de um raciocínio probabilístico articulado ao conceito de racionalidade numérica, movimento conceitual que raramente aparece de modo espontâneo na prática docente cotidiana. A própria professora Capitu reforçou: “Isso ajuda a explicar por que a reta real tem mais números irracionais do que racionais. É como se a estrutura dos irracionais estivesse à espreita da gente o tempo todo”. A fala mistura humor e compreensão refinada, exprimindo o envolvimento afetivo e cognitivo produzido pela atividade.

Durante o momento de aprofundamento teórico, a discussão sobre conjuntos contáveis e incontáveis despertou novas percepções. A professora Antonieta ponderou: “A ideia de mais aqui não tem nada a ver com quantidade física, mas com tipo de infinito. Isso mexe com a gente porque não faz parte do repertório habitual da escola”. Esse comentário revela a consciência de que certos temas, embora sofisticados, podem fertilizar a compreensão de

objetos mais elementares, como as grandezas e suas medidas. A professora Magali sintetizou o impacto da discussão ao afirmar: “Começo a ver que trabalhar medida não é só falar de unidades; é falar de limites, aproximações e escolhas”. Esse comentário mostra como a tarefa permitiu explorar relações entre medição, aproximação e representação, articulando perspectivas já presentes na prática docente.

A sequência indicou elevada idoneidade epistêmica ao tratar o número real como construção e ao relacionar irracionalidade, aproximação e processo de medição. O significado de referência foi preservado ao evitar abordagens que apresentam os irracionais apenas como aquilo que não pode ser expresso como razão, isto é, como uma espécie de “resto” definido pela negação dos números racionais. Em vez disso, a atividade destacou sua emergência estrutural, vinculada a limitações de representação e a relações geométricas que não se deixam capturar pela aritmética, reforçando uma leitura mais integral do sistema numérico. Em termos cognitivos, os participantes demonstraram engajamento consistente, produzindo interpretações próprias e articulando conhecimentos prévios a novos modos de pensar o número e a medida. As interações foram caracterizadas por trocas horizontais, humor intelectual e colaboração, compondo um ambiente de investigação compartilhada. A idoneidade de meios ficou evidente no uso de materiais simples, um dado e um registro numérico, capazes de apoiar uma discussão conceitual profunda. A sequência também envolveu dimensões afetivas importantes, perceptíveis no interesse atento do grupo e na disposição para explorar a proposta sem pressa, discutindo possibilidades e leituras que surgiram ao longo da atividade. Do ponto de vista ecológico, a atividade gerou reflexões sobre a transposição didática de conceitos complexos, permitindo que os professores identificassem caminhos viáveis para abordar aproximações, estimativas e limites de precisão com estudantes da Educação Básica.

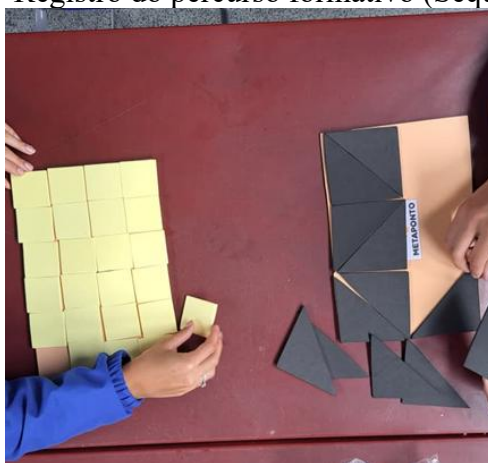
De forma geral, a sequência evidenciou que o estudo dos números irracionais, quando articulado à prática de medir, adquire potência formativa significativa. A atividade possibilitou que os professores revisitassem concepções consolidadas e percebessem que a medição, mesmo em sua expressão mais cotidiana, convoca a presença de irracionais, ainda que o instrumento, por sua natureza discreta, produza apenas aproximações. Assim, a sequência contribuiu para a construção de uma compreensão mais ampla e mais sofisticada das relações entre número, medida e representação, reforçando o caráter investigativo e reflexivo da formação.

A quarta sequência, “Área: uma superfície, muitas unidades”, introduziu um estudo sobre a área a partir da manipulação de diferentes unidades de medida, convidando o grupo a

refletir sobre cobertura, padronização, relações multiplicativas e transição entre registros concretos e numéricos. No âmbito do CEDT, essa tarefa está situada entre as fases de estudo e análise, pois instiga os professores a mobilizar estratégias diversas para medir uma superfície, comparando resultados e discutindo as razões que justificam as diferenças observadas. A atividade articula construção, experimentação e registro, instaurando um ambiente no qual a área deixa de ser tratada como mero produto de medidas e passa a ser compreendida como grandeza vinculada a escolhas de unidades e a critérios de equivalência.

Durante a primeira etapa, em que os participantes cobriram um retângulo-base utilizando peças de E.V.A. de formatos distintos (Figura 4), emergiram comentários que destacaram a natureza relacional da medida. A professora Capitu observou: “É interessante como a área ‘muda’ quando mudamos a unidade. O objeto é o mesmo, mas o modo de contá-lo se transforma”. A reflexão, acolhida pelo grupo, exprime não surpresa, mas sensibilidade didática: reconhecer que medir superfícies é um processo de representação que depende da unidade escolhida.

Figura 4 - Registro do percurso formativo (Sequência 04)



Fonte: Fotografia do pesquisador (2025).

O professor Bentinho complementou: “Isso ajuda a trabalhar com os alunos a ideia de que medir é escolher uma referência, e que diferentes referências produzem leituras diferentes, mas coerentes entre si”. Essa fala articula diretamente a experiência à prática escolar, interpretando a atividade como fonte de possibilidades pedagógicas e não como simples constatação numérica.

Na transição para a etapa de medição com régua, surgiram comentários simples sobre a relação entre a cobertura do piso e o cálculo da área. O professor Quincas Borba observou, de maneira espontânea: “Aqui dá para ver bem como a conta conversa com o que a gente está

fazendo na prática”. A fala não detalhou teorias, mas indicou que a atividade ajudava a aproximar a representação numérica do gesto de medir.

A professora Antonieta acrescentou: “Às vezes, na escola, a gente passa direto para a fórmula e deixa de mostrar de onde ela vem. Aqui isso aparece sem esforço”. O comentário pontuou que a experiência concreta evidenciava relações que, no cotidiano, nem sempre são explicitadas. Essa percepção dialoga com o que Chamorro e Belmonte Gómez (1991) discutem ao afirmar que a compreensão das magnitudes e das medidas exige experiências de comparação, manipulação e construção progressiva de significados, e não apenas a aplicação de procedimentos formais. Nessa mesma direção, Godino, Batanero e Roa (2002) destacam que o significado das medidas se constrói por meio de práticas que articulam ações de medir, uso de instrumentos, representações e relações entre grandezas, permitindo que os sujeitos compreendam a origem e o sentido das fórmulas e procedimentos matemáticos, e não apenas sua aplicação mecânica.

As conversas coletivas acabaram trazendo situações que os participantes reconhecem do dia a dia escolar. Em um desses momentos, uma professora comentou que, muitas vezes, os estudantes tratam área e perímetro como se fossem a mesma coisa, e que atividades como aquela ajudam a diferenciar melhor as ideias, apontando para a importância de criar experiências nas quais a distinção entre grandezas possa aparecer de forma concreta e significativa. A reflexão, carregada de experiência, acentua a relevância da exploração concreta para consolidar distinções conceituais que, na prática docente, frequentemente emergem como tensões. A professora Antonieta articulou a vivência ao planejamento pedagógico ao afirmar: “Eu adaptaria a atividade para turmas diferentes, talvez usando unidades maiores com os pequenos e desafiando os maiores com decomposição de figuras”. A fala sugere redesenhos e demonstra apropriação ativa da tarefa e leitura contextualizada de suas potencialidades.

A sequência apresentou elevada idoneidade epistêmica ao promover a compreensão da área como grandeza construída a partir da escolha de unidades equivalentes e da composição de superfícies. A tarefa resguardou o significado de referência ao evitar reduções algorítmicas e ao privilegiar a experiência concreta como ponto de partida. Em termos cognitivos, os professores mobilizaram estratégias variadas, analisaram suas próprias decisões e articularam conhecimentos prévios a interpretações renovadas da grandeza área. As interações revelaram ambiente colaborativo, no qual as falas emergiam como contribuições para o grupo, configurando idoneidade interacional marcada pela horizontalidade e pela construção compartilhada de sentidos. A idoneidade de meios foi evidente no uso deliberado de materiais

simples, peças de E.V.A. e régua, que sustentaram a reflexão conceitual sem introduzir complexidade desnecessária. Em relação aos aspectos emocionais, a atividade gerou envolvimento positivo, com comentários que combinaram humor, interesse e reconhecimento mútuo das contribuições de cada colega. Por último, a idoneidade ecológica apareceu nas aproximações que os professores fizeram com situações reais de ensino, identificando formas de incorporar a tarefa ao cotidiano da escola e reconhecendo desafios presentes na abordagem de área. As discussões recuperaram, inclusive, orientações da BNCC, que prevê o trabalho com equivalência e decomposição de áreas de figuras planas como objeto de conhecimento no 7º ano do ensino fundamental (Brasil, 2018).

A sequência possibilitou que múltiplas interpretações sobre área circulassem no grupo, articulando escolhas de unidades, diferentes registros e formas de composição de superfícies. Esse conjunto de leituras evidenciou que a atividade se conectou ao percurso formativo ao abrir novas possibilidades de compreensão e de abordagem da grandeza área, sempre em diálogo com a experiência profissional dos docentes.

A quinta sequência, “Olha pro céu, meu amor... e também pro chão: quantas pessoas cabem no nosso São João?”, deslocou o estudo das medidas para um contexto explicitamente sociocultural, convidando o grupo a estimar e analisar a ocupação de um espaço real por meio da articulação entre área, densidade e condições de circulação. No âmbito do CEDT, essa atividade se situa nas fases de estudo e análise, uma vez que combina vivência corporal, levantamento de dados, medição com distintos instrumentos e discussão interpretativa. Ao colocar os professores em uma situação que mobiliza, simultaneamente, conhecimento matemático, percepção espacial e práticas sociais, a tarefa ampliou o campo de investigação das sequências anteriores, aproximando-o de situações concretas da escola e da comunidade.

A utilização de um tapete de 1 m² como ponto de partida gerou comentários que manifestaram uma leitura sensível da relação entre espaço e corpo. A professora Capitu observou que ver o mesmo metro quadrado sendo ocupado de modos distintos ajudava a visualizar o quanto o uso do espaço pode variar. A fala foi acolhida pelos colegas, que destacaram como pequenas variações de postura, movimento ou distância entre pessoas modificavam a percepção de conforto. A reflexão aproxima a vivência do cotidiano docente, evidenciando a conexão entre grandeza área e práticas coletivas.

Durante a atividade de medição da quadra com diferentes instrumentos, surgiram comentários espontâneos sobre o uso de cada ferramenta. Ao comparar os resultados obtidos, o professor Bentinho mencionou que certos instrumentos “funcionam melhor quando precisamos de uma medida mais precisa”, enquanto outros “servem para ter uma ideia geral”.

O professor Quincas Borba comentou que “em situações do dia a dia, a gente acaba escolhendo o que estiver mais à mão”. A conversa seguiu de modo simples e direto, conectando a experiência da atividade a práticas comuns da escola e do cotidiano.

A professora Antonieta acrescentou: “Cada instrumento pede um tipo de atenção”. A fala indicou, de modo simples, que a medição envolve decisões situadas sobre precisão, tempo disponível e finalidade, aspectos que apareceram naturalmente durante a atividade.

No momento em que os grupos estimaram quantas pessoas caberiam no espaço, a conversa tomou outro rumo e abriu espaço para referências do cotidiano. A professora Capitu comentou que, nas festas de São João, “a área conta, mas o jeito como as pessoas se movimentam muda tudo”. O comentário trouxe para a discussão elementos culturais que fazem parte da vivência local. O professor Bentinho acrescentou que atividades desse tipo “ajudam os alunos a olhar para a situação antes de pensar na conta”, destacando a importância da interpretação na prática da medição. Ao longo das falas, ficou evidente que a tarefa convidou o grupo a pensar a área em diálogo com usos reais do espaço e não apenas como resultado numérico.

A sequência apresentou elevada idoneidade epistêmica ao articular área, densidade, ocupação e instrumentos de medição, preservando o significado de referência sem reduzir o problema a cálculos isolados. A dimensão cognitiva se manifestou na diversidade de estratégias empregadas pelos participantes e na capacidade de justificar escolhas e interpretações. As interações demonstraram idoneidade interacional, com trocas espontâneas, análise coletiva dos registros e contribuições que emergiam da experiência profissional de cada docente. A idoneidade de meios ficou evidente na combinação de instrumentos simples e contextos reais, que sustentaram discussões conceitualmente ricas. Quanto à dimensão afetiva, a atividade despertou envolvimento genuíno, em parte pela ambientação cultural do São João, que evocou memória e pertencimento. Por fim, a idoneidade ecológica foi expressiva, já que os participantes relacionaram a tarefa a eventos escolares, situações comunitárias e possibilidades de trabalho interdisciplinar.

No conjunto das interações, a sequência evidenciou que a discussão sobre área pode se desdobrar para além da superfície medida, envolvendo também aspectos como densidade, circulação e usos sociais do espaço. As leituras produzidas pelos professores destacaram a multiplicidade de elementos que atravessam situações reais de medição, constituindo um campo de reflexão no qual matemática e práticas culturais se entrelaçam. Assim, a atividade se inseriu no percurso formativo ao ampliar perspectivas e modos de interpretar essa grandeza em contextos de ensino.

A sexta sequência, “Do quadrado ao cubo, da área ao volume (E se esse metro quadrado tivesse altura?)”, propôs uma investigação sobre a passagem da bidimensionalidade para a tridimensionalidade, convidando os participantes a explorar relações entre área, volume e unidades cúbicas a partir da pergunta provocadora: “E se esse metro quadrado tivesse altura?”. No âmbito do CEDT, essa tarefa situa-se nas fases de estudo e análise, pois envolve experimentação concreta, formulação de hipóteses, manipulação de materiais e discussão interpretativa sobre os modos de representar o espaço ocupado. Em continuidade às sequências anteriores, a proposta buscou aprofundar a compreensão da estrutura das grandezas, especialmente no que se refere à composição cúbica e às interpretações associadas à capacidade.

Na etapa dedicada ao trabalho com cubos e sólidos, a circulação de materiais provocou comentários que articulavam a experiência concreta com referências da prática docente. Nesse momento, o professor Bentinho mencionou que a manipulação dos blocos ajudava a retomar discussões que costuma fazer com seus estudantes sobre como a altura altera as possibilidades de representação do espaço. Essa observação, ainda que breve, mostrou como a tarefa ativou leituras que articulam experiência docente e compreensão conceitual.

O diálogo entre os participantes indicou que a sequência apoiou a construção de conexões que não surgem apenas pela aplicação de fórmulas, mas pelo engajamento com situações manipulativas que aproximam o conceito de volume das ações de medir, organizar e interpretar objetos no cotidiano escolar.

Durante a conversa em grupo, surgiram comentários sobre como abordar a passagem da área para o volume em sala de aula. Em meio às trocas, uma professora comentou que a pergunta central da sequência ajudava a aproximar temas que, no cotidiano escolar, por vezes são trabalhados separadamente, observação que foi acolhida pelos colegas. Outro participante acrescentou que essa transição entre grandezas costuma abrir espaço para boas discussões com os estudantes, já que evidencia relações que nem sempre aparecem nas atividades do dia a dia.

Nesse mesmo movimento, a inserção do cordel *Briga na feira livre*⁸³ ampliou a discussão ao deslocar o foco do espaço geométrico para práticas sociais de medição presentes no cotidiano. A partir da leitura e da encenação dos trechos, os participantes problematizaram a confusão entre litro e quilo, reconhecendo que a tensão apresentada no texto não se reduz a

⁸³ O cordel *Briga na feira livre* integra o acervo do projeto Cordel Matemática, desenvolvido pela Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB), e está disponível em: <https://www2.uesb.br/projeto/cordelmatematica/wp-content/uploads/2022/10/Cordel-Briga-da-Feira-Livre-.pdf>. Acesso em: 10 dez. 2025.

um “erro matemático”, mas envolve modos culturalmente situados de medir, vender e comunicar quantidades. A experimentação com 1 kg de feijão, o copo de 1 litro e a balança favoreceu a distinção entre volume, capacidade e massa, ao mesmo tempo em que explanou que a venda por litro constitui uma prática histórica legítima, enraizada em saberes populares. As falas do grupo indicaram que essa abordagem contribui para ampliar leituras sobre o ensino de grandezas, ao permitir que diferentes sistemas de medida coexistam na discussão escolar sem hierarquizações simplificadoras.

A sequência apresentou elevada idoneidade epistêmica ao tratar a tridimensionalidade como ampliação estrutural da bidimensionalidade, evitando reduções algébricas e favorecendo múltiplos registros. A idoneidade cognitiva manifestou-se na diversidade de estratégias e interpretações mobilizadas pelos participantes, que transitaram entre área, altura e volume de modo autônomo e contextualizado. As interações revelaram idoneidade interacional, com discussões articuladas e horizontais, marcadas pela escuta e pela construção conjunta de significados. A idoneidade de meios destacou-se pela escolha de materiais acessíveis, como cubos e objetos do cotidiano, que sustentaram experimentações conceituais ricas. A idoneidade afetiva esteve presente no envolvimento espontâneo do grupo, que demonstrou curiosidade ao explorar a tridimensionalidade a partir de perguntas abertas. Por fim, a idoneidade ecológica foi evidente nas conexões feitas com práticas escolares, especialmente nas discussões sobre como aproximar os estudantes do raciocínio espacial de forma significativa.

Assim, a sequência favoreceu um campo de investigação no qual área e volume puderam ser compreendidos como grandezas interligadas, articuladas por relações de composição, altura e ocupação do espaço. Ao explorar a pergunta que estrutura a atividade, os professores produziram leituras próprias sobre a passagem do plano ao espaço, ampliando as possibilidades de interpretação e planejamento no ensino dessas grandezas. Nesse movimento, a tarefa se integrou ao percurso formativo ao permitir que diferentes modos de representar o volume circulassem no grupo, sempre em diálogo com a experiência profissional e os contextos reais de atuação.

Para mais, a introdução do jogo “Caminho das Medidas” (Figura 5) no percurso formativo criou um ambiente distinto das sequências anteriores, marcado pela dimensão lúdica, pelo caráter performativo das jogadas e pela circulação rápida de significados associados às grandezas comprimento, área e volume. O jogo situou-se, no âmbito do CEDT, nas fases de análise e avaliação, à medida que convocou os participantes a mobilizar conhecimentos já explorados ao longo das atividades anteriores, reinterpretando-os em um

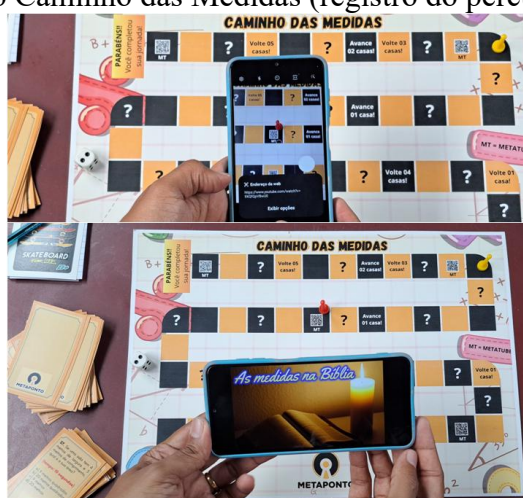
contexto dinâmico, com demandas de tomada de decisão e justificações breves. A presença das casas com perguntas, dos vídeos acessados por QR Code e dos movimentos de avanço e recuo instaurou um cenário no qual medir, estimar e argumentar apareciam de forma espontânea, porém epistemicamente consistente.

Ao responderem às cartas com questões sobre grandezas e medidas, os professores não apenas recordaram procedimentos ou definições; engajaram-se em interpretações vinculadas às situações apresentadas. Além disso, o jogo exigia decisões imediatas, mas sempre deixava espaço para a troca de ideias que se seguia às jogadas.

Durante o jogo, algumas cartas provocaram comentários rápidos que aproximavam a dinâmica lúdica de situações vividas em sala de aula. Em uma das rodadas, ao responder a uma questão de conversão, algo bastante recorrente no baralho, a professora Antonieta comentou, em tom descontraído: “Essas perguntas aparecem direto com os alunos também”.

Para mais, as casas do MetaTube, denominação atribuída no contexto do jogo a espaços do tabuleiro que encaminhavam os participantes, por meio de QR Code, a vídeos curtos sobre a história das medidas e da matemática, funcionaram como dispositivo multimodal de mediação, articulando linguagem audiovisual, narrativa histórica e dinâmica lúdica. Essas intervenções geraram reações que combinavam leveza e reflexão. Ao final de um desses vídeos, o professor Bentinho observou: “Esses pequenos trechos ajudam a lembrar que o sistema métrico tem uma história que vale a pena aparecer mais na escola”.

Figura 5 - Jogo Caminho das Medidas (registro do percurso formativo)



Fonte: Fotografia do pesquisador (2025).

À luz dos Critérios de Idoneidade Didática, o Caminho das Medidas revelou uma idoneidade epistêmica consistente, ao articular conceitos de comprimento, área e volume em diferentes registros, como perguntas, vídeos, comparações e deslocamentos no tabuleiro,

favorecendo a circulação integrada desses significados. A idoneidade ecológica, por sua vez, emergiu nas aproximações espontâneas que os professores fizeram entre o jogo e seu cotidiano profissional, incluindo referências a atividades de revisão, comparações com desafios frequentemente propostos aos estudantes e menções a possibilidades reais de incorporação do jogo como recurso didático. Essas conexões sugerem que o Caminho das Medidas dialoga com práticas escolares já consolidadas e, ao mesmo tempo, abre espaço para modos alternativos de explorar as grandezas em sala de aula. Quanto à idoneidade de meios, o conjunto formado por tabuleiro, cartas e vídeos funcionou de modo coeso, oferecendo apoios diferenciados sem fragmentar a experiência e permitindo que os participantes transitassem entre situações de resolução, pausa reflexiva e retomada do jogo. A idoneidade interacional mostrou-se particularmente marcante, pois o formato do jogo convidou a comentários espontâneos, explicitações de raciocínios e pequenas negociações argumentativas, compondo um ambiente de troca ágil e colaborativa. A idoneidade cognitiva manifestou-se na variedade de estratégias mobilizadas pelos participantes, que recorreram a cálculos mentais, estimativas, conversões e interpretações de maneira autônoma e contextualizada. Já a idoneidade afetiva esteve presente no envolvimento lúdico e na disposição do grupo em compartilhar raciocínios de forma despretensiosa, contribuindo para um clima propício à participação.

De modo geral, o Caminho das Medidas funcionou como um momento de síntese no qual os professores puderam retomar e contextualizar conhecimentos trabalhados ao longo da formação. O foco não esteve em verificar níveis de domínio, mas em acompanhar como cada participante articulava, durante o jogo, elementos conceituais e aspectos de sua experiência docente relacionados às grandezas. O jogo ampliou o campo de observação da formação ao favorecer a circulação de diferentes modos de pensar medidas, sem perder a naturalidade das interações.

O que os professores têm a dizer

As percepções e interpretações dos professores sobre a formação Contando e Medindo constituem uma dimensão central deste estudo, pois exprimem como os participantes significaram as tarefas vivenciadas, articularam-nas ao próprio repertório profissional e produziram leituras situadas sobre o ensino de grandezas e medidas. As manifestações recolhidas por meio do formulário aplicado ao final da formação e, posteriormente, pelas entrevistas semiestruturadas, permitiram identificar movimentos interpretativos que não se

restringem à avaliação da experiência, mas revelaram processos de atribuição de sentido, reorganizações conceituais e articulações com práticas de sala de aula.

Esse conjunto de registros ilumina aspectos que atravessam tanto a dimensão conceitual quanto a didática e a emocional: percepções sobre clareza e pertinência das atividades, aproximações com o cotidiano escolar, interpretações sobre o uso de instrumentos e unidades e referências ao ambiente colaborativo construído ao longo dos encontros. Trata-se de um corpus que opera como expressão da polissemia própria da formação docente continuada, na qual diferentes vozes constroem e negociam significados a partir de suas experiências e modos de interpretar o ensino.

A análise que segue integra primeiramente as respostas do formulário, que oferecem um panorama do que se destacou para o grupo ao término da formação. Em seguida, as entrevistas aprofundam nuances já sugeridas nas respostas escritas, ampliando a compreensão sobre como os professores relacionam a experiência vivida às próprias práticas pedagógicas. A costura entre esses materiais não visa reduzir diferenças, mas reconhecer a pluralidade de perspectivas como parte constitutiva do processo formativo e como indicador da riqueza das interpretações produzidas.

Todos os participantes consideraram que a linguagem da formação foi clara e adequada ao trabalho com grandezas e medidas. Esse ponto indica que o tratamento conceitual das tarefas, ainda que denso em determinados momentos, foi percebido como compreensível e acessível, reforçando a idoneidade epistêmica do tratamento conceitual e contribuindo para a idoneidade interacional ao favorecer a circulação de significados durante as discussões.

Os professores também convergiram na percepção de que as tarefas admitiram diferentes formas de resolução. Essa leitura confirma que o conjunto de atividades mobilizou múltiplos registros e raciocínios, o que é compatível com o CEDT, especialmente nas fases investigativas. Para o grupo, a formação não apresentou caminhos únicos. Ao contrário, abriu espaço para opções diversas, justificadas e dialogadas.

Além disso, houve equilíbrio entre respostas que indicavam adequação do tempo e respostas que apontavam que, em partes, o tempo poderia ter sido maior. Tal observação não sugere inadequação, mas reflete a densidade das discussões e o caráter investigativo das sequências, que naturalmente estimulam prolongamentos.

De forma complementar, o grupo reconheceu que a formação acolheu e valorizou conhecimentos prévios, tanto conceituais quanto pedagógicos. Os processos formativos se fortalecem quando adotam os saberes docentes como matéria de reflexão e reorganização,

articulando teoria, prática e experiência na construção de novos significados (Curi; Pires, 2008).

Todos os docentes mencionaram que houve momentos significativos de diálogo, percepção que confirma a idoneidade interacional vivenciada ao longo da formação, onde surgiram interpretações espontâneas, justificativas breves e movimentos de negociação conceitual.

A maioria dos participantes destacou que a resolução se deu predominantemente em grupo, o que está alinhado à metodologia da formação. Essa dinâmica, segundo as respostas, favoreceu argumentação, escuta e comparação de estratégias.

Nas respostas sobre os materiais, o grupo indicou que os recursos foram suficientes, adequados e pertinentes. Os comentários assinalam a articulação entre teoria e prática, a clareza das propostas e a relevância do jogo como dispositivo formativo.

Todos os professores reconheceram a importância da temática das medidas na vida escolar, reforçando o entendimento de que grandezas e medidas constituem um eixo transversal das práticas matemáticas, percepção que fortalece o papel ecológico do produto educacional.

As respostas abertas reforçam e aprofundam as leituras anteriores, destacando elementos recorrentes, como o reconhecimento da relação entre teoria e cotidiano, a valorização das situações práticas de medição, a percepção de que as tarefas estimularam pensamento crítico e argumentação, bem como referências à clareza, organização e coerência da formação. Alguns participantes também mencionaram o desejo de maior tempo para determinadas atividades, motivado pelo interesse que elas suscitaram. O conjunto desses comentários sinaliza uma formação na qual os professores se posicionaram como protagonistas na construção de significados, articulando saberes profissionais e interpretações que emergiram da própria vivência.

Para além dos registros escritos, as entrevistas semiestruturadas realizadas individualmente após o encerramento da formação ampliaram e aprofundaram temas identificados nas respostas ao formulário. Foram convidadas duas professoras cujos perfis distintos em trajetória e tempo de atuação permitem observar nuances complementares do processo formativo: Magali, professora em início de carreira e recém-graduada, e Antonieta, docente com ampla experiência e formação em nível de mestrado. Nessas conversas, ambas detalharam suas percepções sobre as tarefas, os significados mobilizados ao longo dos encontros e as relações que estabelecem entre a experiência vivida e suas práticas pedagógicas.

A entrevista com Magali revela uma trajetória marcada pela combinação entre descoberta profissional e construção de autonomia. Apesar do pouco tempo como professora regente, ela relata que ensina matemática desde a adolescência por meio de reforço escolar, experiência que lhe proporcionou familiaridade com a docência antes mesmo da formação inicial. Ao descrever seu planejamento, evidencia uma preocupação central relacionada à motivação dos estudantes, aspecto que aparece de forma explícita em sua fala: *“Eu foco muito em ser uma aula dinâmica, porque matemática já é vista como chata por muitos alunos. Então eu tento chegar de uma forma atrativa para eles. Nem sempre a gente consegue, mas quando consegue é muito bom”* (Magali).

Ela afirma que, embora elabore o planejamento para diferentes turmas, cada grupo responde de maneira distinta às propostas, o que exige adaptações constantes: *“A gente pensa para as quatro turmas, mas quando chega lá cada turma age de uma forma diferente, e a gente vai improvisando”* (Magali). A quantidade de estudantes em sala aparece como um obstáculo para desenvolver atividades diversificadas, levando-a a reorganizar espaços e, quando possível, utilizar áreas externas da escola. Para favorecer a interação, costuma trabalhar com duplas ou grupos, estratégia que considera fundamental para o engajamento dos alunos.

A respeito da experiência na formação Contando e Medindo, Magali relata identificação com o formato da oficina, justamente por priorizar atividades práticas e dinâmicas: *“Eu acredito muito nessas atividades mais dinâmicas, um pouco fora daquele quadradinho da sala de aula”* (Magali). O principal desafio apontado foi o tempo reduzido para realizar todas as etapas das tarefas, aspecto que, segundo ela, é recorrente em experiências desse tipo. Ainda assim, afirmou ter guardado os materiais da formação com a intenção de utilizá-los em planejamentos futuros: *“Guardei os materiais da formação para planejar minhas aulas depois”* (Magali).

Ao final da entrevista, retomou a importância de propostas ativas na sua formação inicial, afirmando: *“Na minha formação a gente fez muitas oficinas e sequências didáticas, e eu guardo tudo isso. Acho muito importante investir nessas atividades mais dinâmicas, porque faz os alunos terem menos medo da matemática”* (Magali). Sua fala expõe um olhar sensível ao clima emocional da sala de aula e à necessidade de práticas que aproximem os alunos do conteúdo por meio de experiências significativas.

Já Antonieta, professora com 26 anos de atuação no ensino de Matemática e formação em nível de mestrado, traz para a entrevista uma leitura marcada pela experiência acumulada em diferentes redes e contextos escolares. Ao abordar sua formação continuada, relata que

tem recorrido principalmente a estudos e leituras individuais, realizados fora do espaço escolar, uma vez que os momentos institucionais disponíveis costumam ser direcionados a encaminhamentos previamente estabelecidos, restando pouco espaço para o estudo coletivo entre pares. Ainda assim, destaca experiências formativas anteriores que considera marcantes, como um período em que as atividades de formação eram organizadas pelos próprios professores: *“Na escola do município a gente teve uma formação em que os próprios professores levavam atividades para os colegas. Era excelente. A gente construía, aplicava em sala e já ficava com o material pronto. Foi uma das melhores fases”* (Antonieta).

No que se refere ao planejamento das aulas, Antonieta enfatiza que, ao longo do tempo, seus critérios foram se transformando, aspecto que aparece claramente em sua fala:

Atualmente, eu considero principalmente a clareza dos objetivos de aprendizagem, o nível de conhecimento da turma e a relação das atividades com o cotidiano. Antigamente a gente dava o assunto e pronto. Hoje não. A gente se preocupa em ver se o aluno realmente aprende, porque o que importa é o que ele consegue entender e colocar em prática” (Antonieta).

Essa mudança é atribuída à maturidade profissional e aos estudos desenvolvidos durante o mestrado, que influenciaram diretamente sua prática pedagógica.

Ao tratar da Formação Contando e Medindo, Antonieta avalia a experiência de forma bastante positiva: *“Gostei demais. Essa formação deu muito certo. Foram muitas atividades práticas, dinâmicas, e o material já preparado para a sala de aula. Eu já estou pensando em encaixar nas minhas aulas”* (Antonieta). Contudo, o tempo aparece como principal limite: *“Só não foi perfeito por conta do tempo. Acho que o tempo foi curto para explorar tudo”* (Antonieta).

As falas de Antonieta sugerem que sua participação na formação se traduziu em um processo de reflexão e sistematização de conhecimentos profissionais já presentes em sua trajetória. O percurso vivido favoreceu a ressignificação de práticas consolidadas, a explicitação de critérios didáticos e a reafirmação da importância de tarefas investigativas e colaborativas no ensino das grandezas e medidas. Nesse sentido, a entrevista confirma um movimento formativo coerente com a perspectiva da pesquisa-formação, no qual a experiência docente é tomada como ponto de reflexão e produção conjunta de significados, e não como objeto de correção ou avaliação.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo investigou o tratamento didático das grandezas comprimento, área e volume a partir da aplicação de um conjunto de tarefas do Kit METAPONTO, concebido com base nos Critérios de Idoneidade Didática e no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas. As tarefas vivenciadas na pesquisa-formação possibilitaram que os professores participantes explorassem diferentes modos de representar, comparar e interpretar grandezas, produzindo significados em diálogo com a prática profissional.

Os resultados observados ao longo do ciclo formativo mostraram significativa convergência com os aspectos antecipados na análise a priori das tarefas. As discussões realizadas pelos participantes confirmaram o potencial das sequências para mobilizar reflexões sobre a padronização das unidades de medida, a compreensão da medida como processo de comparação entre grandezas, as relações entre mensuração e números reais, bem como as articulações entre comprimento, área e volume. Essa convergência reforça a pertinência das escolhas realizadas no desenho das tarefas e evidencia a contribuição da análise a priori como instrumento de planejamento e avaliação do processo formativo.

Nesse horizonte, os resultados indicam que processos formativos inspirados no CEDT e articulados aos Critérios de Idoneidade Didática podem favorecer o aprimoramento da prática docente ao promover reflexão conceitual, análise crítica de tarefas e reorganização de estratégias de ensino no campo das grandezas e medidas.

A análise das tarefas mostrou que o CEDT propiciou uma dinâmica de estudo e investigação que ampliou repertórios conceituais e didáticos. Os CID, por sua vez, ofereceram um quadro robusto para compreender a coerência epistêmica das propostas, a diversidade de estratégias mobilizadas, a qualidade das interações, a eficácia dos materiais e a pertinência ecológica das atividades para o cotidiano escolar, evidenciando a relevância de referenciais teóricos consistentes para orientar processos formativos.

As vozes docentes, recolhidas no formulário e aprofundadas pelas entrevistas, reforçam a relevância do kit de tarefas como dispositivo formativo. Os participantes frisaram a clareza das propostas, a possibilidade de transpor as tarefas para suas práticas pedagógicas e o caráter investigativo das atividades, que mobilizou criatividade, argumentação e colaboração. As entrevistas, envolvendo professoras com perfis distintos de experiência, expuseram leituras complementares sobre o papel do jogo, das manipulações e da historicidade da medida na estruturação de significados matemáticos, revelando que a

formação promoveu não apenas aquisição de estratégias, mas processos de ressignificação da prática docente.

Os resultados sugerem que o Kit METAPONTO tem potencial para apoiar processos formativos e práticas de sala de aula ao favorecer conexões entre grandezas que, no cotidiano escolar, tendem a ser tratadas de modo fragmentado. As tarefas mostraram-se especialmente fecundas para promover a circulação de significados e estimular abordagens que valorizam a interpretação, a argumentação e a construção colaborativa de conhecimentos sobre medir, contribuindo para a compreensão das grandezas como construções conceituais inter-relacionadas e socialmente situadas.

As análises também apontam que propostas desse tipo podem contribuir para reorganizar o ensino de grandezas e medidas, aproximando-o das práticas sociais de medição e destacando a natureza estrutural das relações entre comprimento, área e volume. Em continuidade a esse movimento, perspectivas futuras incluem a implementação do kit em contextos escolares reais, a revisão e o aprofundamento das tarefas a partir de novos dados e a ampliação para outras grandezas, de modo a explorar a versatilidade do CEDT e dos critérios de idoneidade na elaboração de sequências didáticas investigativas. Desse modo, o estudo reafirma a importância de processos formativos que integrem teoria, prática e reflexão crítica, reconhecendo o professor como sujeito epistêmico na produção de conhecimentos sobre o ensino de matemática.

REFERÊNCIAS

ALDER, Ken. **A medida de todas as coisas**: a odisséia de sete anos e o erro encoberto que transformaram o mundo. Objetiva, 2003.

BARBIER, Jean-Marie. **A pesquisa-formação**. Brasília: Liber Livro, 2002.

BRANDÃO, Karla de Almeida. **Saberes docentes sobre Grandezas e Medidas**: interações entre professores do Ensino Fundamental. 2016. 192 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/server/api/core/bitstreams/ede066e6-bb34-425d-b66c-97b3fb0aa4ae/content>. Acesso em: 20 dez. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf. Acesso em: 28 jun. 2024.

CHAMORRO, María del Carmen; BELMONTE GÓMEZ, Juan M. **El problema de la medida**: Didáctica de las magnitudes lineales. Madri: Síntesis, 1991.

CREASE, Robert P. **A medida do mundo**. Rio de Janeiro, Zahar, 2013. Tradução de George Sclesinger.

CURI, Edda; PIRES, Célia Maria Carolino. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 2, p. 189-206, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/1655>. Acesso em: 20 dez. 2025.

GODINO, Juan Díaz. **Enfoque ontosemiótico en educación matemática**: Fundamentos, herramientas y aplicaciones. Aula Magna Proyecto clave McGraw Hill, 2024.

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen; ROA, Rafael. **Medida de magnitudes y su didáctica para maestros**. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, 2002. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf. Acesso em: 25 nov. 2022.

GUSMÃO, Tânia Cristina Rocha Silva; FONT, Vicenç. Ciclo de estudo e desenho de tarefas. **Educação Matemática Pesquisa**, 2020, vol. 22, num. 3, p. 666-697, 2020. DOI: <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i3p666-697>

JOSSO, Marie-Christine. **Experiências de vida e formação**. São Paulo: Cortez, 2004.

KULA, Witold. **Las medidas y los hombres**. Siglo XXI, 1999.

MEIRELES, Rute Ribeiro. **Formação continuada online em exercício**: professoras dos anos iniciais e o desenvolvimento do conhecimento sobre geometria, grandezas e medidas. 2023. 175f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica / Nova Iguaçu, 2023. Disponível em: <https://rima.ufrj.br/jspui/bitstream/20.500.14407/21259/1/2023%20-%20Rute%20Ribeiro%20Meireles.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2025.

MENDES, Iran Abreu; FARIAS, Carlos Aldemir (Org.). **Práticas socioculturais e educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

OLIVEIRA, Wesley Alves de. **As dificuldades no aprendizado de unidades de medidas e seus impactos na vida escolar e acadêmica**. 2025. 47f. Monografia (Graduação em Licenciatura em Física) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2025. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/bitstream/riufc/80018/3/2025_tcc_waoliveira.pdf. Acesso em: 20 dez. 2024.

PAIVA, Marilza Maia de Souza de; LONTRA, Viviane. A perspectiva (auto)biográfica e a narrativa de si como caminho de formação. In: FARIAS, Isabel Maria Sabino de; HOBOLD, Márcia de Souza; CRUZ, Giseli Barreto (Orgs.). **Pesquisa-formação e indução docente**. Curitiba: Paco e Littera, 2025. p. 31-46.

PAZ, Vinicyus Alves da Silva; ALEXANDRE, José; GUSMÃO, Tania Cristina Rocha Silva. Poliedros Platônicos “puxe para cima”: análise de uma tarefa utilizando os Indicadores de Desenho de Tarefas. **Caderno Pedagógico**, [S. l.], v. 22, n. 12, p. e21080, 2025. DOI: 10.54033/cadpedv22n12-306. Disponível em:

<https://ojs.studiespublicacoes.com.br/ojs/index.php/cadped/article/view/21080>. Acesso em: 30 out. 2025.

PEREZ, Marlene. **Grandezas e medidas:** representações sociais de professores do ensino fundamental. 2008. 202f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008. Disponível em: https://ri.uepg.br/riuepg/bitstream/handle/123456789/669/TESE_MarlenePerez.pdf?sequence=1. Acesso em: 20 nov. 2025.

ROCHA-FILHO, Romeu Cardozo. **Grandezas e Unidades de Medida:** O Sistema Internacional de Unidades. São Paulo: Ática, 1988.

SILVA, Irineu da. **História dos Pesos e Medidas**. 2. ed. São Carlos: Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2010. V. 1. 207p

SILVA, José Valério Gomes da. **Grandezas e medidas:** um percurso de estudo e pesquisa para a prática profissional. 2016. 427f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: https://sucupira-legado.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4249014. Acesso em: 30 jun. 2024.

SOL, Telesforo *et al.* Argumentação prática de professores sobre as dificuldades dos alunos em noções de volume e unidades de medida em um contexto de Estudo de Aula. **Educação Matemática em Revista** – RS, ano 20, n. 26, v. 3, p. 36-52, 2025. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/EMR-RS/article/view/4562>. Acesso em: 10 jan. 2026.

APÊNDICE A - QR CODES DOS ARQUIVOS PARA IMPRESSÃO DA FORMAÇÃO “CONTANDO E MEDINDO”

ARTIGO 01: CICLO DE ESTUDOS E DESENHOS DE TAREFAS



Link: https://drive.google.com/file/d/1DX_eqElBkohml9p6GwLh53OysIwnMV3X/view?usp=sharing

ARTIGO 02: POLIEDROS PLATÔNICOS “PUXE PARA CIMA”: ANÁLISE DE UMA TAREFA UTILIZANDO OS INDICADORES DE DESENHO DE TAREFAS



Link: https://drive.google.com/file/d/1sg8JsiUO_aLVTxL04WoSCHvfbgCci7qN/view?usp=sharing

SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS APRESENTADAS AOS PROFESSORES NA FORMAÇÃO



Link: <https://drive.google.com/file/d/1g9kTTe6oYPAYEDznVBDT2r87pU-GltTu/view?usp=sharing>

APÊNDICE B - JOGO: CAMINHO DAS MEDIDAS

Nome do Jogo: CAMINHO DAS MEDIDAS

Composto por:

- ✓ Um tabuleiro com 50 casas;
- ✓ 6 pinos nas cores preta, branca, amarela, azul, verde e vermelha;
- ✓ 1 dado numerado de 1 a 6;
- ✓ 64 cartas com perguntas distintas;
- ✓ 1 calculadora;
- ✓ 1 cronômetro;
- ✓ 1 bloco de papel;
- ✓ 1 caneta;
- ✓ Gabarito das perguntas contidas nas cartas.

Objetivo: Completar o deslocamento das 50 casas do jogo.

Descrição: CAMINHO DAS MEDIDAS consiste em um jogo de tabuleiro no qual os jogadores devem lançar o dado e se deslocarem o número de casas relativo ao valor obtido. Há 16 casas que possuem o símbolo “?” e todo jogador que parar em uma dessas deverá pegar uma carta de um baralho, composto por 64 cartas, nas quais existem perguntas que devem ser respondidas por ele (no tempo definido na carta). Existem cinco casas com a sigla do “**MetaTube (MT)**”; nelas os jogadores assistirão a um vídeo acerca da história das medidas e da matemática; ao final de cada um dos vídeos aparecerá alguma mensagem, como avanço ou retrocesso de casas e ficar uma rodada sem jogar, por exemplo. Existem, também, casas que estabelecem o avanço ou retrocessos de casas. Vence o jogo quem percorrer primeiro as 50 casas do tabuleiro.

Regras

Número de jogadores: de 2 a 4.

Início do jogo: Cada um dos jogadores deverá lançar o dado. Quem obtiver o maior número começa o jogo. Caso haja empate no maior valor, deverá ocorrer um novo lançamento apenas com os jogadores que empataram. A próxima jogada é de quem está à direita do jogador atual.

Durante o jogo:

- ✓ O jogador deverá seguir todas as instruções contidas no tabuleiro; caso haja alguma dúvida, o(a) professor(a), mediador(a) de todos os processos do jogo, deverá ser consultado(a).

- ✓ Existem casas que determinam avanços ou recuos; ao parar nessas casas, o jogador é obrigado a realizar essas ordens.
- ✓ Quando um jogador parar em uma das casas indicadas com a interrogação (?), deverá pegar a primeira carta de um monte, previamente embaralhado; a carta conterá uma pergunta relacionada ao conteúdo Grandezas e Medidas: Comprimento, Área e Volume. Caso erre, o jogador ficará **1 rodada sem jogar**.
- ✓ Se o jogador parar numa casa que possua o símbolo do **MetaTube**, o(a) professor(a) deverá apontar o celular para o QR Code indicado, o qual abrirá um vídeo com conteúdo acerca da história das grandezas e medidas. No próprio vídeo haverá um bônus (avanço de casas) ou uma penalidade (recuo de casas ou rodadas sem jogar).
- ✓ É possível que vários jogadores dividam a mesma casa do tabuleiro em algum momento, sem prejuízo para a dinâmica do jogo.

Fim do jogo:

- ✓ Com 2 jogadores: o jogo se encerra quando um deles percorrer toda a trajetória.
- ✓ Com 3 jogadores: o jogo se encerra quando dois jogadores percorrerem toda a trajetória.
- ✓ Com 4 jogadores: o jogo se encerra quando três jogadores percorrerem toda a trajetória.

Observação: para o jogador finalizar seu trajeto pelo tabuleiro, sua última jogada tem que resultar em um número igual (ou superior) ao necessário para chegar à casa: **“PARABÉNS! VOCÊ COMPLETOU SUA JORNADA”**.

**APÊNDICE C - TABULEIRO DO JOGO CAMINHO DAS MEDIDAS
(IMPRESSÃO EM FOLHA A3)**



Link: https://drive.google.com/file/d/1mG2WJsiC_YtGk6sw-lSJ40RkkunMcjZW/view?usp=sharing

**CARTAS DO JOGO CAMINHO DAS MEDIDAS / 64 CARTAS
(IMPRESSÃO EM FOLHA A4 – FRENTE E VERSO)**



Link: <https://drive.google.com/file/d/1j1ZLdEYg2dVYyo8I9gPuuJOq4JS1gp0g/view?usp=sharing>

**CARTAS 55 E 63 DO JOGO CAMINHO DAS MEDIDAS CORRIGIDAS
(IMPRESSÃO EM FOLHA A4 – FRENTE E VERSO)**



Link: <https://drive.google.com/file/d/1wRRmqkIy2h8Y8fg-pMlbE7YBoA3u2Pir/view?usp=sharing>

**GABARITO DAS PERGUNTAS CONTIDAS NAS CARTAS
(IMPRESSÃO EM FOLHA A4)**



Link: <https://drive.google.com/file/d/1pBo2vjjPUcZZtO8resXFGLgf0JO-ZuRj/view?usp=sharing>

APÊNDICE D - QR CODES DOS VÍDEOS DO JOGO “CAMINHO DAS MEDIDAS”

VÍDEO 01: BRIGA NA FEIRA LIVRE



Link: https://drive.google.com/file/d/1imjdwA-x1eF3xvNGS_LbkIlueFRyn-U6/view?usp=drive_link

VÍDEO 02: UNIDADES DE MEDIDAS ATRAVÉS DOS TEMPOS



Link: https://drive.google.com/file/d/10r6hr-HINcMjFW8S0U02Yrqe6hU0XC-A/view?usp=drive_link

VÍDEO 03: A REVOLTA DOS QUEBRA-QUILOS



Link: https://drive.google.com/file/d/19I_PChqT1BbHLwjTGp1Rr4wETS4_v5JY/view?usp=sharing

VÍDEO 04: AS MEDIDAS NA BÍBLIA



Link: https://drive.google.com/file/d/1cf7TSLHTI_LxMeaGJ6otgqbAsk9TsJeU/view?usp=sharing

VÍDEO 05: A MORTE SUSPEITA DE METAPONTO



Link: https://drive.google.com/file/d/1_uE7RVVLYt6FPLZ6g-38ZBJFryhA5Wz/view?usp=sharing

**APÊNDICE E - ROTEIRO DA ENTREVISTA PARA OS PROFESSORES
PARTICIPANTES DA OFICINA PEDAGÓGICA TRATAMENTO DIDÁTICO DAS
UNIDADES DE MEDIDA**

IDENTIFICAÇÃO

Nome:

PARTE 01 – CONHECENDO O(A) PROFISSIONAL

1. Há quanto tempo você ensina matemática? Me fale um pouco sobre sua experiência como professor(a).
2. Qual sua formação inicial?
3. Você tem curso de pós-graduações? Se sim, qual(is)?
4. De que modo você busca atualizar os seus conhecimentos?
5. A Secretaria de Educação, em seu plano de carreira, dá algum incentivo para a busca de cursos de formação?
6. A escola e/ou a Secretaria de Educação do município oferecem cursos de formação continuada?
7. Você costuma estudar em parceria com outros professores?
8. Você já participou de algum curso de formação continuada com foco exclusivo nos conhecimentos matemáticos, antes da **Oficina Pedagógica Tratamento Didático das Unidades de Medida**? Em caso positivo, o que o curso abordava? Me fale um pouco como foi essa experiência para você.
9. Você tem autonomia para planejar suas aulas?
10. Em relação ao seu planejamento, quando você vai preparar as aulas, selecionar e elaborar as tarefas matemáticas, quais são os critérios que você leva em consideração?
11. Os planejamentos são feitos exclusivamente para cada turma ou são pensadas para mais de uma turma?
12. A quantidade de estudantes, os espaços da sala são favoráveis para desenvolver tarefas diversificadas? Comente um pouco.
13. Como você promove a interação dos estudantes durante as tarefas matemáticas?

PARTE 02 – ACERCA DA OFICINA PEDAGÓGICA TRATAMENTO DIDÁTICO DAS UNIDADES DE MEDIDA

1. Em relação à experiência vivenciada na **Formação Contando e Medindo**, como você se sentiu?
2. Quais foram suas expectativas em relação à **Formação Contando e Medindo**? Elas foram atendidas?
3. Alguma expectativa não foi concretizada na formação? Qual?
4. Poderia nos falar um pouco acerca do que pode, em sua opinião, ser melhorado na **Formação Contando e Medindo**?
5. Alguma atividade da Formação poderá ser útil às suas aulas? Você pensa em implementar algumas das sequências didáticas em seus planos de aula?
6. Em sua opinião, o que não funcionou bem durante o andamento da formação?
7. O tempo foi suficiente para a realização da **Formação Contando e Medindo**?
8. Tem mais alguma coisa que gostaria de acrescentar ao que já disse? Fique à vontade!

APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO (CONTANDO E MEDINDO) - AOS PROFESSORES PARTICIPANTES DA FORMAÇÃO

Por gentileza, respondam às perguntas abaixo!

* Indica uma pergunta obrigatória

1. Nome (opcional):

2. 01) As atividades da **Formação Contando e Medindo** possui linguagem clara, correta e adequada ao seu nível de conhecimento? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

3. 02) A **Formação Contando e Medindo** permitiu modos de resoluções diferentes? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

4. 03) Em relação às atividades aplicadas, você considera que teve tempo suficiente para realizá-las? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

5. 04) A **Formação Contando e Medindo** levou em conta seus conhecimentos prévios de Grandezas e Medidas? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

6. 05) A **Formação Contando e Medindo** ampliou, reforçou e sistematizou seus conhecimentos? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

7. 06) A **Formação Contando e Medindo** incentivou o uso de estratégias de ensino diferentes, criativas e originais? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

8. 07) Na **Formação Contando e Medindo** ocorreu momentos de diálogo e de argumentação entre os cursistas ou entre os cursistas e o ministrante? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

9. 08) No momento da **Formação Pedagógica Contando e Medindo** houve incentivo de resolução individual, em dupla ou em grupo? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Individual
☐ Em dupla
☐ Em grupo
☐ Não houve nenhum incentivo

10. 09) As atividades aplicadas permitiram que você questionasse o seu próprio conhecimento, fazendo-o pensar de forma diferente e encontrar novos significados para o que já conhecia? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

11. 10) Os materiais produzidos para a **Formação Contando e Medindo** foram satisfatórios nas aprendizagens de Grandezas e Medidas?

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

12. 11) Você considera que o assunto **Grandezas e Medidas** é importante no dia a dia? *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Sim
☐ Não
☐ Em partes

13. 12) Comente um pouco sobre a **Formação Contando e Medindo**, sobre o seu * ponto de vista, se foi desafiadora (ou não), se foi interessante (ou não), se você gostou (ou não). Fique à vontade para deixar suas impressões sobre a formação, pois só assim poderemos fazer mais atividades que poderão contribuir para futuras formações! Deixe aqui sua sugestão!



APÊNDICE G – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO SUDOESTE DA BAHIA – UESB

Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) – Rede Nordeste de Ensino
(RENOEN)

Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UESB

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – TCLE

(Conforme Resoluções nº 466/2012 e nº 510/2016 do Conselho
Nacional de Saúde – CNS)

Título da Pesquisa: A Medida de Todas as Coisas: tratamento didático das medidas de comprimento, área e volume à luz dos Critérios de Idoneidade Didática para o desenho de tarefas.

Pesquisador responsável: Vinicyus Alves da Silva Paz
Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN/UESB)
E-mail: vinicyuspaz@gmail.com

Orientadora: Profa. Dra. Tania Cristina Rocha Silva Gusmão
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia (UESB)
E-mail: taniagusmao@uesb.edu.br

1. Apresentação e convite à participação

Você está sendo convidado(a) a participar, de forma voluntária, de uma pesquisa científica vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN/UESB), integrante da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN). A pesquisa tem como objetivo investigar o ensino de Grandezas e Medidas no Ensino Fundamental II, analisando as contribuições de uma formação docente fundamentada nos Critérios de Idoneidade Didática (CID) e no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT). Sua participação é muito importante, pois permitirá compreender como práticas formativas baseadas na colaboração, na experimentação e na reflexão podem contribuir para um ensino mais significativo de Matemática.





2. Objetivos da pesquisa

O estudo visa:

- Analisar as contribuições de uma formação docente baseada nos Critérios de Idoneidade Didática e no CEDT para o ensino de Grandezas e Medidas;
- Promover reflexão sobre práticas de ensino e aprendizagem de medidas de comprimento, área e volume;
- Produzir conhecimentos que possam subsidiar futuras formações e materiais didáticos voltados à Educação Básica.

3. O que será realizado, onde e por quanto tempo

A pesquisa ocorrerá em dois encontros formativos presenciais, com duração de 4 horas cada, totalizando 8 horas de atividades. Os encontros serão realizados em uma escola pública do município de Vitória da Conquista (BA), em datas e horários previamente acordados com os participantes. As atividades envolverão vivências de sequências didáticas relacionadas às medidas de comprimento, área e volume; discussões coletivas e registros reflexivos; e dinâmicas de análise e redesenho de tarefas didáticas. Durante as formações, poderão ser realizados registros em áudio, vídeo, fotografia e formulários on-line, com o único propósito de documentar as ações e reflexões do grupo no âmbito da pesquisa.

4. Riscos e cuidados para minimizá-los

Os riscos envolvidos são mínimos, relacionados apenas a eventuais desconfortos durante discussões coletivas ou gravações. A participação é voluntária e o(a) participante poderá interromper sua fala ou retirar seu consentimento a qualquer momento, sem qualquer prejuízo. Todos os registros serão tratados com sigilo e confidencialidade, assegurando o anonimato. Nenhuma imagem ou fala será divulgada sem prévia autorização.

5. Benefícios esperados

Sua participação poderá contribuir para seu próprio desenvolvimento profissional docente, por meio da reflexão sobre práticas de ensino de Matemática; ampliar a compreensão sobre o papel histórico, social e cultural das medidas; e fortalecer o diálogo entre professores e pesquisadores na construção coletiva do conhecimento. Embora não haja benefício financeiro direto, espera-se que a formação proporcione ganhos formativos e didáticos relevantes.





6. Garantia de sigilo e privacidade

As informações coletadas serão utilizadas apenas para fins científicos, preservando integralmente a identidade dos participantes. Em eventuais publicações, comunicações ou apresentações de resultados, não serão divulgados nomes, imagens ou informações pessoais que permitam identificação. Os dados serão armazenados digitalmente em arquivos protegidos por senha, sendo excluídos após a conclusão da pesquisa e defesa da tese.

7. Voluntariedade e direito de desistência

A participação é livre e voluntária. O(a) participante poderá se retirar da pesquisa a qualquer momento, sem necessidade de justificativa e sem qualquer prejuízo. Caso decida desistir, poderá solicitar a exclusão de seus dados e registros.

8. Contatos e esclarecimentos

Pesquisador responsável: Vinicyus Alves da Silva Paz – vinicyuspaz@gmail.com
Orientadora: Profa. Dra. Tania Cristina Rocha Silva Gusmão – taniagusmao@uesb.edu.br

Comitê de Ética em Pesquisa da UESB – E-mail: cep@uesb.edu.br

9. Consentimento

Declaro que li e compreendi as informações apresentadas neste documento. Fui devidamente esclarecido(a) sobre os objetivos, procedimentos, riscos e benefícios desta pesquisa e concordo voluntariamente em participar, ciente de que posso desistir a qualquer momento sem prejuízo algum.

Local e data: _____

Assinatura do(a) participante: _____

Assinatura do pesquisador responsável: _____

Assinatura da orientadora: _____



PARTE III

9 REFLEXÕES FINAIS DA TESE

A investigação buscou compreender como os Critérios de Idoneidade Didática (CID) podem contribuir para o desenho de um ensino mais significativo da unidade temática Grandezas e Medidas no ensino fundamental II, articulando estudo histórico, análise documental, revisão sistemática da literatura e intervenção formativa com professores. Ao longo desse percurso, consolidou-se a compreensão de que medir não é apenas uma técnica matemática, mas uma prática humana que expressa modos de organizar o mundo, produzir significados e construir relações entre experiência e abstração. As medidas, portanto, não são elementos neutros ou meramente operacionais, pois traduzem culturas, modos de vida, disputas e formas de organizar e compreender o mundo.

O panorama histórico analisado mostrou que a construção dos sistemas de medidas está enraizada em necessidades sociais concretas – como agricultura, comércio, engenharia, tributação e vida cotidiana – e que a passagem do gesto ao signo, do corpo ao conceito, ocorre por meio de tensões, invenções e incomensurabilidades. Situar essa historicidade permitiu compreender, de forma crítica, por que o ensino atual de medidas ainda se encontra frequentemente associado ao mecanicismo, à memorização e ao deslocamento automático de vírgulas, afastando o estudante da dimensão simbólica, cultural e conceitual da mensuração.

O primeiro estudo, uma Revisão Sistemática de Literatura sobre o uso dos Critérios de Idoneidade Didática nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática, demonstrou que esse referencial, embora relativamente recente no país, apresenta crescimento progressivo de utilização, especialmente em investigações voltadas à formação docente, à análise de práticas pedagógicas, à elaboração de tarefas e à avaliação de materiais didáticos. Os resultados sinalizaram o potencial dos CID como ferramenta teórico-metodológica capaz de analisar a complexidade dos processos educativos, ao possibilitar a articulação entre dimensões conceituais, cognitivas, interacionais, afetivas, instrumentais e contextuais do ensino de matemática.

O segundo estudo mapeou e analisou teses brasileiras sobre o ensino de grandezas e medidas publicadas entre 2014 e 2024, com foco na identificação das bases teóricas predominantes e na verificação da presença dos CID como referencial analítico. A análise revelou de perspectivas teóricas mobilizadas nas pesquisas, com predominância de abordagens voltadas à compreensão conceitual, à formação docente e à intervenção didática. Observou-se, contudo, que a unidade temática raramente aparece como objeto central de investigação, sendo frequentemente associada ao estudo de área e perímetro. Mais

significativo ainda, não foram identificadas teses que mobilizassem os Critérios de Idoneidade Didática como estrutura analítica nesse campo, o que apontou uma lacuna investigativa de relevância direta para a presente pesquisa.

A articulação entre os resultados dos dois estudos revelou, de um lado, o potencial analítico dos Critérios de Idoneidade Didática já reconhecido em pesquisas brasileiras e, de outro, a ausência de investigações que mobilizem esse referencial especificamente no ensino de Grandezas e Medidas. Essa constatação dupla fundamenta a pertinência teórica e científica desta tese, situando com precisão o problema que ela se propõe a enfrentar e delineando o percurso investigativo que os estudos seguintes percorreram. A análise da coleção *A Conquista Matemática*, realizada no terceiro estudo, mostrou que os materiais utilizados nas escolas ainda se apoiam fortemente em abordagens tradicionais, mesmo quando revestidos de estética gráfica contemporânea. Predomina o treino de algoritmos, com pouca exploração histórica, cultural ou experimental das medidas. Os CID possibilitaram identificar, de modo sistemático, limites epistêmicos, cognitivos, interacionais, de meios, emocionais e ecológicos desse tratamento didático. Como desdobramento dessa análise, foi elaborado o Guia analítico para avaliação de livros didáticos de Matemática sob a ótica dos CID, instrumento que pode apoiar professores na seleção e uso crítico desses materiais. Tais resultados reforçam que o trabalho docente precisa ir além da adoção de um livro didático, exigindo reflexão crítica, seleção criteriosa de tarefas e a criação de novas formas de lidar com o conhecimento matemático.

O quarto estudo, o ciclo formativo *Contando e Medindo*, inspirado no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT), demonstrou o potencial de processos colaborativos que integram análise, reflexão e reorganização de tarefas didáticas. Ao longo das atividades, os professores exploraram diferentes possibilidades de trabalho com medidas, mobilizando experimentação, materiais manipuláveis, narrativas históricas e práticas dialógicas. A articulação entre o CEDT e os CID favoreceu leituras mais fundamentadas da prática, permitindo que os critérios atuassem como apoio reflexivo no planejamento, na análise e no redesenho das tarefas. Os registros e depoimentos dos participantes indicaram que os encontros formativos ampliaram a presença de práticas investigativas, significativas e contextualizadas, valorizando a docência como atividade crítica, criativa e orientada pela produção de sentidos matemáticos.

O percurso investigativo construído ao longo dos quatro estudos não é linear, mas progressivo e dialético: cada estudo ilumina os demais e todos convergem para a compreensão de que o ensino de Grandezas e Medidas, para ser didaticamente idôneo, requer tanto

materiais curricularmente bem construídos quanto docentes capazes de analisá-los criticamente e redesenhá-los com intencionalidade pedagógica. O mapeamento das pesquisas situou o estado do conhecimento e orientou as escolhas teóricas; a revisão das teses sobre Grandezas e Medidas reforçou a pertinência da proposta; a análise documental aprofundou o diagnóstico sobre os limites dos materiais em uso; e a intervenção formativa explorou, em contexto real, caminhos concretos de qualificação da prática docente. Os resultados obtidos não constituem achados isolados, mas dimensões complementares de um mesmo problema educacional, compreendido em sua complexidade.

As contribuições desta pesquisa situam-se em diferentes planos. Teoricamente, reforça-se a potência dos Critérios de Idoneidade Didática como referencial articulador para estudos sobre o ensino de Grandezas e Medidas, ampliando as possibilidades de sua utilização no campo da Educação Matemática. Metodologicamente, demonstra-se a fecundidade de processos formativos inspirados no Ciclo de Estudos e Desenho de Tarefas (CEDT) como dispositivos de reflexão crítica e produção de dados.

Didaticamente, foram produzidos instrumentos concretos, entre os quais o Guia Analítico para Avaliação de Livros Didáticos de Matemática sob a ótica dos CID, o Guia Analítico para Avaliação do Tratamento Didático de Grandezas e Medidas em Livros Didáticos de Matemática sob a ótica dos CID e o Kit METAPONTO, os quais podem subsidiar futuras pesquisas, processos formativos e práticas pedagógicas voltadas ao ensino de Matemática. De modo mais amplo, a investigação destaca a potência de abordagens formativas que compreendem a prática docente como um sistema dinâmico de dimensões interdependentes, em permanente reconstrução, e contribui para fortalecer a compreensão da idoneidade didática como processo contextual e orientado pela produção de sentidos no ensino de Matemática.

Algumas limitações, contudo, precisam ser reconhecidas. O ciclo formativo contou com número reduzido de participantes e concentrou-se em uma única escola pública, o que restringe a generalização dos resultados. As condições materiais e o tempo escolar também impuseram limites à amplitude da intervenção. Acrescente-se que as tarefas e materiais desenvolvidos não foram concebidos, desde o início, para contemplar as necessidades de estudantes com deficiência visual, auditiva ou outras. Embora alguns recursos manipuláveis favoreçam aprendizagens táteis, seriam necessárias adaptações específicas e validações pedagógicas para garantir acessibilidade plena, inclusive faltaram mediações em Libras, audiodescrição e outros recursos comunicativos. Reconhecer essa lacuna reafirma que

idoneidade didática implica também idoneidade inclusiva, configurando um desafio urgente e promissor para estudos futuros.

Essas limitações não diminuem o alcance da investigação. Ao contrário, abrem caminhos para novas agendas de pesquisa, como a ampliação do uso dos CID em outras unidades temáticas da Educação Básica, a realização de formações docentes em maior escala inspiradas no CEDT, a articulação entre o ensino de medidas, tecnologias digitais, etnomatemática e práticas culturais locais, e o desenvolvimento de materiais e tarefas fundamentados no Desenho Universal para Aprendizagem. Mostram-se igualmente promissoras análises mais aprofundadas de livros didáticos à luz do PNLD 2026 e das diretrizes curriculares vigentes, utilizando os Critérios de Idoneidade Didática como instrumento analítico para avaliar a coerência conceitual, metodológica e ecológica das propostas didáticas em matemática.

Em síntese, ensinar Grandezas e Medidas significa convidar o estudante a interpretar e transformar o mundo que habita. Medir não é apenas aplicar algoritmos, mas traduzir experiências, comparar relações, construir significados e reconhecer-se como sujeito histórico. Um ensino fundamentado nos Critérios de Idoneidade Didática pode contribuir para essa experiência formadora, ao promover práticas mais rigorosas, sensíveis, contextualizadas e emancipadoras. Que as medidas, desde os palmos da Antiguidade até as unidades rigorosamente definidas da atualidade, continuem a lembrar que toda forma de quantificar é, antes de tudo, uma forma de humanizar o mundo, afinal, o homem é a medida de todas as coisas.